

ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ НУТАЦИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ В СИСТЕМЕ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

© 2025 г. В. В. Пашкевич^{1*}, А. Н. Вершков¹

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 18.06.2025 г.

После доработки 11.08.2025 г.; принята к публикации 19.08.2025 г.

На 800-летнем интервале времени исследуется релятивистский эффект геодезической нутации во вращении вокруг своих осей Юпитера и 94 его спутников, для которых известны эфемериды. Впервые определены наиболее существенные периодические члены геодезического вращения этих небесных тел: 1) для Юпитера относительно барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; 2) для восьми регулярных (4 внутренних (Метиды (Metis J16), Адрастеи (Adrastea J15), Амальтеи (Amalthea J5) и Фивы (Thebe J14)) и 4 галилеевых (Ио (Io J1), Европы (Europa J2), Ганимеда (Ganymede J3) и Каллисто (Callisto J4))) спутников Юпитера относительно: а) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты барицентра Юпитерианской системы эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; в) барицентра системы спутников Юпитера и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; 3) для 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела относительно: а) барицентра Солнечной системы, б) барицентра системы спутников Юпитера. Вычисленные аналитические величины геодезической нутации изучаемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования вращения этих тел в релятивистском приближении.

Ключевые слова: релятивистское вращение, геодезическая нутация, Юпитер, регулярные и иррегулярные спутники.

DOI: 10.31857/S0320010825040054

ВВЕДЕНИЕ

Среди релятивистских эффектов ОТО и СТО наиболее существенным во вращении небесных тел вокруг своих осей является эффект геодезического вращения, состоящий из двух эффектов: систематического (или векового) эффекта – геодезической прецессии (Де Ситтер, 1916) и периодического эффекта – геодезической нутации (Фукушима, 1991). Имея формальное сходство с известными в классической механике явлениями прецессии и нутации, геодезические эффекты отличаются от классических. Их появление обусловлено только изменением направления оси вращения исследуемого тела в результате параллельного переноса вектора его углового момента вдоль его орбиты в искривленном пространстве-времени и не связано с действием на него каких-либо сил.

Другие релятивистские эффекты – изменение шкалы координатного времени (Зоффель и др., 2003; Пети и др., 2010) (переход к шкале собственного вре-

мени исследуемых небесных тел, эффект, зависящий от величины периода обращения исследуемого тела вокруг своей оси), прецессия Ленса–Тирринга (Ленс, Тирринг, 1918) (эффект, зависящий от вращения центрального тела, изменяющего геометрию пространства–времени) и прецессия Томаса (Томас, 1926, 1927) (эффект прецессии координатных осей при ускоренном движении) значительно (на несколько порядков) меньше влияют на релятивистское вращение небесных тел вокруг своей оси. Заметим, что следующим по значимости является эффект Ленса–Тирринга, который наиболее существенен у небесных тел, вращающихся вокруг центральных тел с быстрым вращением вокруг своей оси, и чьи орбиты близко расположены к вращающемуся центральному телу. Отметим, что дальнейшее изучение этих релятивистских эффектов является предметом отдельных исследований и может быть полезным при изучении влияния внутренних физических процессов изучаемых тел на их вращение, которые могут быть сравнимы с ними по величине. А именно, чтобы отделить их друг от друга.

* Электронный адрес: apeks@gaoran.ru

Данная статья по сути является продолжением нашего предыдущего исследования (Пашкевич, Вершков, 2024а), в котором был подробно рассмотрен эффект геодезической прецессии Юпитера и его 94 спутников (J1–J72, J5501–J5507, J5509–J5523), для которых известны эфемериды, и посвящена исследованию периодического эффекта в их геодезическом вращении – геодезической нутации этих тел.

Результаты данного исследования можно использовать для уточнения моделей вращательного движения вокруг своих осей планет и спутников. Для этого полученные величины геодезической нутации необходимо добавить в модели вращательного движения вокруг своих осей планет и спутников при уточнении параметров их вращения из наблюдений. Таким образом, получим более точные значения параметров их вращения и сможем определить влияние других эффектов на их вращение вокруг своих осей, которые сравнимы с ними по величине.

В настоящем исследовании, как в наших предыдущих научных работах (Вершков, Пашкевич, 2023; Пашкевич, Вершков, 2024, 2024а), вместо плоскости эклиптики в качестве опорных плоскостей используются плоскости орбит исследуемых небесных тел. Для этого применяются аналитические и численные методы: численного интегрирования, наименьших квадратов и спектрального анализа.

Наши предыдущие исследования (Вершков, Пашкевич, 2023; Пашкевич, Вершков, 2024) показали зависимость величины эффекта геодезического вращения от выбора координатной системы. А именно, для исследуемых небесных тел относительно разных систем координат существуют разные векторы угловой скорости их геодезического вращения, более того, эти векторы не переходят один в другой путем параллельного переноса или угловых поворотов, как это происходит для векторов угловой скорости в евклидовом пространстве (т.е. не проецируются друг в друга и имеют разные величины своих абсолютных значений) (Вершков, Пашкевич, 2023; Пашкевич, Вершков, 2024).

Таким образом, основными целями данного исследования является определение наиболее существенных периодических членов геодезического вращения (основных величин геодезической нутации) Юпитера относительно барицентра Солнечной системы (Solar System Barycenter — SSB) и его 94 спутников (J1–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) относительно SSB и барицентра системы спутников Юпитера (Jovian System Barycenter — JSB).

Часто в различной литературе по небесной механике используются разные названия одного и того же понятия. Для того чтобы избежать путаницы и разночтений, дадим определения некоторых из них:

Средняя орбита тела эпохи или *неподвижная орбита тела эпохи* — это усредненная относительно выбранной эпохи возмущенная орбита исследуемого тела,

учитывающая только вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, т.е. орбита без периодических (нутационных) возмущений.

Мгновенная орбита тела или *истинная орбита даты тела* или просто *орбита даты тела* — это возмущенная орбита тела на текущий момент времени (даты), учитывающая как вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, так и периодические (нутационные) возмущения от возмущающих тел.

Средний экватор тела эпохи или *неподвижный экватор тела эпохи* — это усредненный относительно выбранной эпохи экватор исследуемого тела, на положение которого влияют только вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел.

Мгновенный экватор тела или *истинный экватор даты тела* или просто *экватор даты тела* — определяет истинное положение экватора тела на текущий момент времени (даты), учитывает как вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, так и периодические (нутационные) возмущения от возмущающих тел.

Далее для краткости в статье, для средних или неподвижных орбит тела эпохи, экватора Земли и эклиптики всегда будет подразумеваться эпоха J2000.0, а выражение “эпохи J2000.0” в некоторых местах будет опущено.

В небесной механике нутационное движение оси вращения тела традиционно называют периодическим, хотя оно может описываться как периодически рядами Фурье, так и, дополнительно к ним, смешанными по времени рядами Пуассона (см., например, Вулард, 1963; Абалакин, 1979; Бретаньон и др., 1998). Таким образом, в данной статье эффект геодезической нутации исследуемого тела в рассматриваемых параметрах вращения Δx будет представлен в виде суммы периодических членов рядов Фурье и смешанных по времени пуассоновских членов (которые далее в статье будут называться “периодическими” и “смешанными” членами):

$$\Delta x = \sum_j \sum_{k=0}^M (\Delta x_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \Delta x_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t))t^k, \quad (1)$$

где t — время в Юлианских днях; индекс суммирования j определяет количество суммируемых членов и его значение изменяется для каждого исследуемого тела; Δx_{Sjk} , Δx_{Cjk} — коэффициенты периодических членов и смешанных по времени пуассоновских членов при синусах и косинусах соответственно; ν_{j0} , ν_{j1} — фазы и частоты исследуемого тела в данном исследовании берутся из работы (Архинал и др., 2018); M — параметр аппроксимации (в данной работе $M = 1$). В настоящей работе выражение (1), являющееся разностью релятивистского и ньютонового параметров, принимает значения рассматриваемых разностей углов Эйлера ($\Delta\psi$, $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$) (ψ — угол долготы нисходящего узла подвижного экватора даты тела на его сред-

ней орбите; θ — угол наклона подвижного экватора даты тела к его средней орбите; φ — угол собственного вращения тела между восходящим узлом его средней орбиты и главной осью минимального момента инерции тела (в данном исследовании углы Эйлера относятся к экватору вращения (истинному экватору даты) исследуемого тела, как определено в работе (Архинал и др., 2018), и могут не совпадать с углами Эйлера, определенными в классической механике относительно экватора фигуры исследуемого тела (Суслов, 1946), за исключением случаев, когда экватор фигуры исследуемого тела совпадает с экватором его вращения)), разностей возмущающих членов физической либрации ($\Delta\tau$, $\Delta\rho$, $\Delta I\sigma$) (τ , ρ и σ — возмущающие члены физической либрации исследуемого тела для его неподвижной средней орбиты в долготе, в наклоне и в долготе узла соответственно; I — постоянный угол наклона экватора исследуемого тела эпохи J2000.0 к его средней орбите) и абсолютной величины вектора углового поворота геодезического вращения $|\vec{\lambda}| = |\int \vec{\sigma} dt|$ исследуемого тела (Вершков, Пашкевич, 2023) ($\vec{\sigma} = \frac{1}{c^2} \sum_l \frac{Gm_l}{|\vec{R} - \vec{R}_l|^3} (\vec{R} - \vec{R}_l) \wedge (\frac{3}{2}\dot{\vec{R}} - 2\dot{\vec{R}}_l)$ — вектор угловой скорости геодезического вращения для любых тел Солнечной системы (Ерошкин, Пашкевич, 2007); c — скорость света в вакууме; G — гравитационная постоянная; индекс l соответствует возмущающим телам (Солнцу, Луне, Плутону и большим планетам (Юпитер исключается из возмущающих тел, когда становится исследуемым телом)); \vec{R} , \vec{R}_l , $\dot{\vec{R}}$, $\dot{\vec{R}}_l$ — барицентрические векторы положений и скоростей исследуемого тела (Юпитера и его 94 спутников) и l -го возмущающего тела соответственно; m_l — масса l -го тела; символ \wedge означает векторное произведение).

В данной работе использовался модифицированный метод (Вершков, Пашкевич, 2023), разработанный в статье (Пашкевич, 2016) для вычисления величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, для которых имеется долгосрочная эфемериды.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В четырех пунктах кратко излагается суть применяемого модифицированного метода (Пашкевич, 2016; Вершков, Пашкевич, 2023; Пашкевич, Вершков, 2024а):

1. Задача о геодезическом (релятивистском) вращении Юпитера и его 94 спутников, для которых известны эфемериды, изучается относительно кинематически невращающейся (Копейкин и др., 2011) собственной координатной системы исследуемых тел (Архинал и др., 2018). Для Солнца, Луны, Плутона и больших планет положения и скорости вычисляются с помощью фундаментальной эфемериды JPL DE441/LE441 (Парк и др., 2021). Положения, скорости и орбитальные элементы для спутников Юпитера

берутся из Horizons On-Line Ephemeris System (Гиоргини и др., 2001).

2. Используя средние элементы орбит исследуемых тел (см. табл. 1 и 2, Пашкевич, Вершков, 2024а), которые определяют опорные плоскости данного исследования, вычисляются средние орбиты Юпитера (вокруг барицентра Солнечной системы) и его регулярных спутников (вокруг барицентра Юпитерианской системы и вокруг барицентра Солнечной системы).

3. Вычисляются временные ряды скоростей геодезического вращения для каждого исследуемого тела в рассматриваемых параметрах их вращения (подробное описание приводится в нашей предыдущей работе (Пашкевич, Вершков, 2024а)).

4. Наиболее существенные составляющие геодезического вращения исследуемых тел находятся из вычисленных временных рядов аналитическими и численными методами: численного интегрирования, наименьших квадратов и спектрального анализа. В результате вычисляются значения коэффициентов основных периодических членов геодезического вращения этих тел в рассматриваемых параметрах их вращения. Способы их вычисления подробно описаны в наших предыдущих статьях (Пашкевич, 2016; Вершков, Пашкевич, 2023; Пашкевич, Вершков, 2024).

В результате, для каждого исследуемого тела методом наименьших квадратов вычисляются периодические и смешанные члены (1) геодезической нутации Δx (для Юпитера и его регулярных спутников $\Delta x = \Delta\psi, \Delta\theta, \Delta\varphi, \Delta\tau, \Delta\rho, \Delta I\sigma, |\vec{\lambda}|$) и для иррегулярных спутников Юпитера $\Delta x = |\vec{\lambda}|$).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Используя результирующие временные ряды геодезического вращения и набор периодических гармоник, взятых из работы (Архинал и др., 2018) и из Horizons On-Line Ephemeris System (Гиоргини и др., 2001), во всех исследуемых углах для каждого исследуемого тела методом спектрального анализа (Джекинс, Ваттс, 1969) были построены спектры мощности (некоторые из них приведены на рис. 1–5), которые определяют порядок вычисления периодических и смешанных членов геодезического вращения исследуемого тела. С их помощью определялся дальнейший порядок (в порядке убывания от гармоник с наибольшей мощностью к гармонике с наименьшей мощностью) вычисления периодических и смешанных членов геодезического вращения исследуемого тела, соответствующих этим гармоникам, и их исключения из результирующего временного ряда геодезического вращения. Следует обратить внимание, что доминирующей гармоникой на рис. 1, 3 и 5 является гармоника средней долготы Юпитера λ_5 , с периодом 11.862 года обращения Юпитера вокруг барицентра Солнечной системы, а на рис. 2 и 4 доминирующей являет-

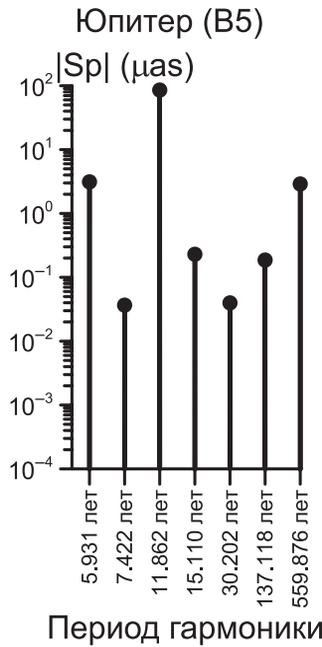


Рис. 1. Спектр мощности Юпитера, вычисленный для абсолютной величины вектора его углового поворота геодезического вращения $|\bar{\Lambda}_{SSB}|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.

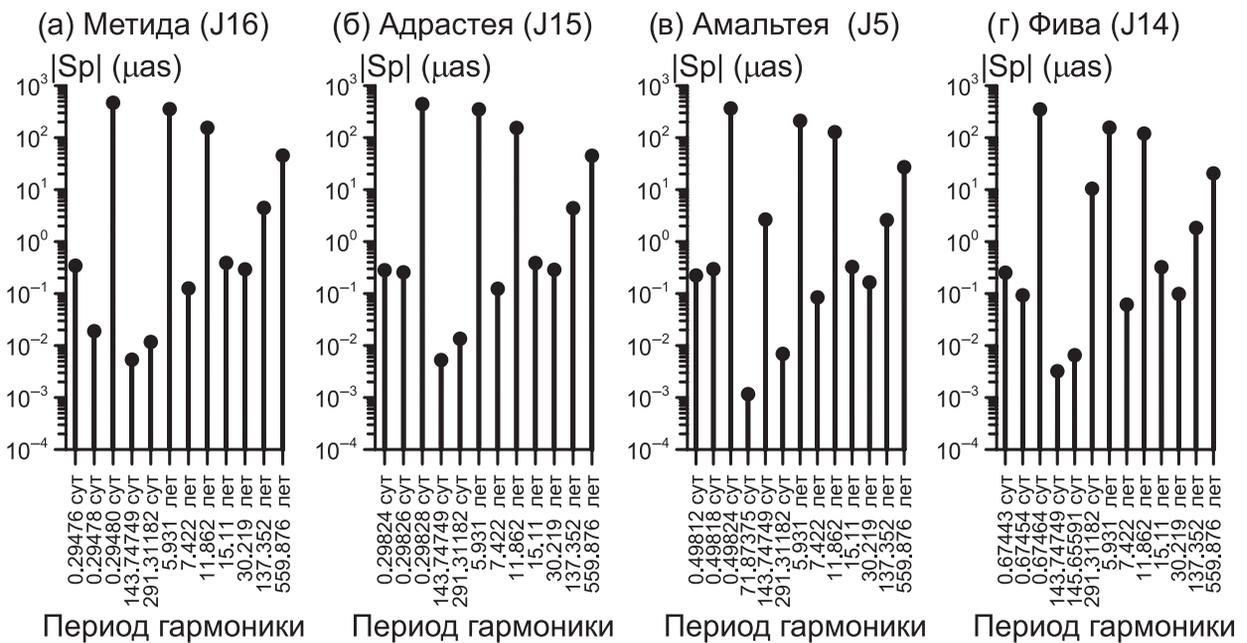


Рис. 2. Спектры мощности внутренних спутников Юпитера, вычисленные для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения $|\bar{\Lambda}_{SSB}|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.

ся гармоника разности средних долгот исследуемого j -го спутника Юпитера и Юпитера $\lambda_{5j} - \lambda_5 = D_{5j} - 180^\circ$ или гармоника угла средней элонгации j -го спутника Юпитера от Солнца, повернутого на 180° , с соответствующим периодом.

В результате для Юпитера и его 94 спутников впервые вычислены наиболее существенные периодические члены их геодезического вращения (табл. 1–6):

1. Для Юпитера относительно барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера

эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;

2. Для 8 регулярных (4 внутренних (Метиды (Metis J16), Адрастеи (Adrastea J15), Амальтеи (Amalthea J5) и Фивы (Thebe J14)) и 4 галилеевых (Ио (Io J1), Европы (Europa J2), Ганиме да (Ganymede J3) и Каллисто (Callisto J4))) спутников Юпитера относительно:

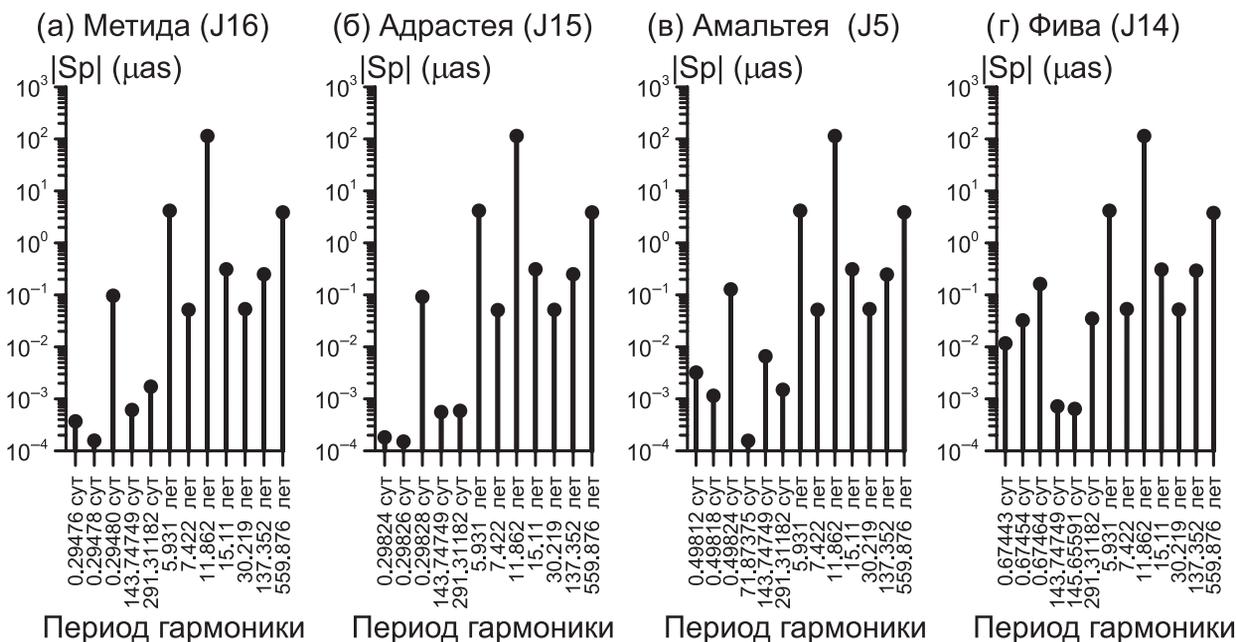


Рис. 3. Спектры мощности внутренних спутников Юпитера, вычисленные для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения $|\bar{L}_{JSB}|$ относительно JSB и средней орбиты спутника.

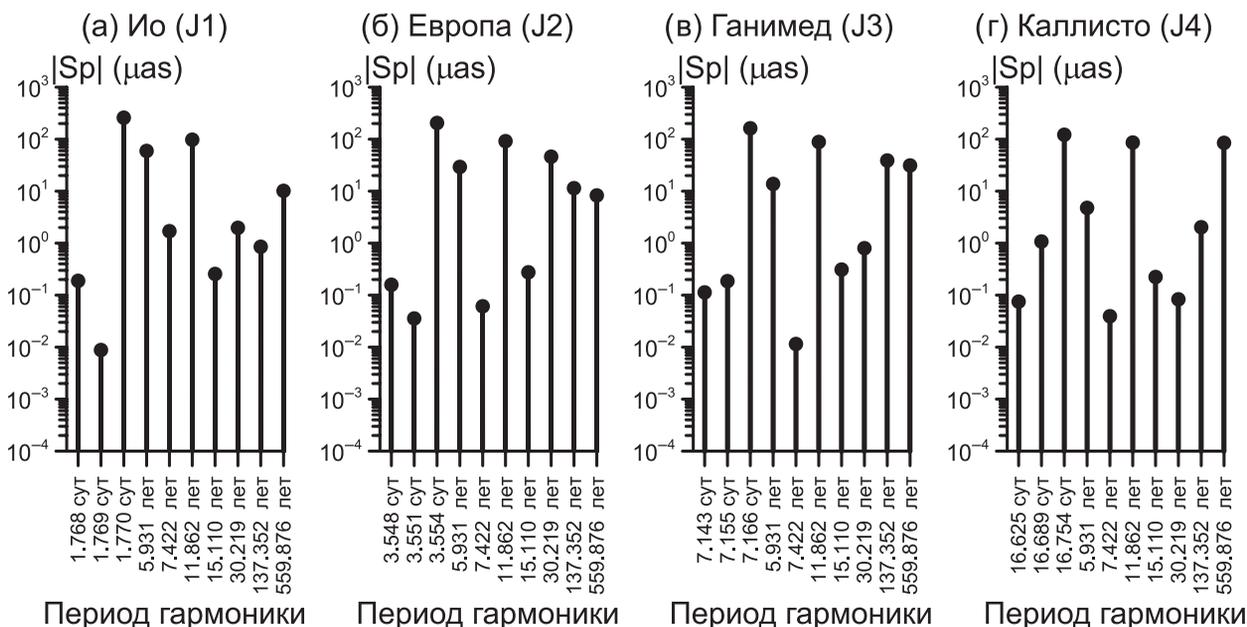


Рис. 4. Спектры мощности галилеевых спутников Юпитера, вычисленные для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения $|\bar{L}_{SSB}|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.

- а) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
- б) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты барицентра Юпитерианской системы эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмуща-

- ющих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
- в) барицентра системы спутников Юпитера и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 из-за особенности в синусе наклона $(\sin \theta)^{-1}$ (Пашкевич и Вершков, 2024а) вычисляются только в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора угло-

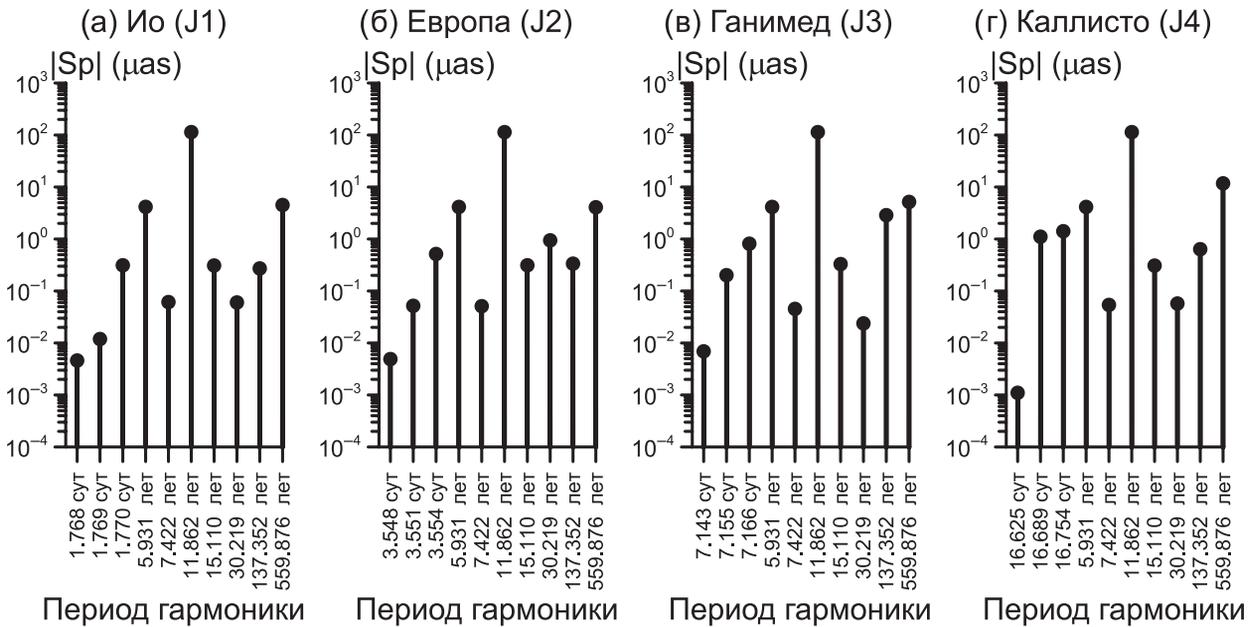


Рис. 5. Спектры мощности галилеевых спутников Юпитера, вычисленные для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения $|\bar{\Lambda}_{JSB}|$ относительно JSB и средней орбиты спутника.

вого поворота геодезического вращения исследуемого тела;

3. Для 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера, поскольку для них в настоящее время нет параметров их вращения вокруг своих осей, вычисляются только в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела относительно:

- а) барицентра Солнечной системы;
- б) барицентра системы спутников Юпитера.

Их значения используются в выражениях (1) для вычисления величины эффекта геодезической нутации небесного тела.

На геодезическое вращение Юпитера его спутники оказывают малое влияние, поэтому основным для него является влияние от Солнца. Действительно, как видно из рис. 1 и табл. 1, в параметрах $|\bar{\Lambda}|$, $\Delta\psi$ и Δt преобладающей по величине – основной гармоникой геодезической нутации Юпитера является гармоника с аргументом средней долготы Юпитера (λ_5), а величины ее коэффициентов при периодических членах данной гармонике с аргументом λ_5 в $\Delta\psi$ и Δt соответственно близки друг к другу.

В табл. 1–6: t – динамическое барицентрическое время (TDB), измеряемое в юлианских тысячелетиях (t_{jy}) (365250 юлианских дней) от эпохи J2000.0; $OL5j = \Omega_{5j}$ – долгота восходящего узла орбиты j -го спутника Юпитера на плоскости Лапласа (средней орбиты этого спутника эпохи J2000.0) от их пересечения с неподвижным экватором Земли ICRF эпохи J2000.0; $L5 = \lambda_5$ – средняя долгота Юпитера; $L5j = \lambda_{5j}$ –

средняя юпитероцентрическая долгота j -го спутника Юпитера (для иррегулярных спутников Юпитера $\lambda_{5j} = (360 \times 365250/P_j)t$ в градусах, P_j – орбитальный период j -го спутника из Horizons On-Line Ephemeris System (Гиоргини и др., 2001); $D_{5j} = \lambda_{5j} - \lambda_5 + 180^\circ$ – средняя элонгация от Солнца j -го спутника Юпитера. $JPa_j = (360 \times 1000/Pa_j)t$ в градусах, $JPN_j = (360 \times 1000/Pn_j)t$ в градусах, Pa_j , Pn_j – периоды прецессии перицентра и прецессии долготы восходящего узла взятые из Horizons On-Line Ephemeris System (Гиоргини и др., 2001). Средняя долгота Юпитера λ_5 взята из работы (Брумберг, Бретаньон, 2000), средние долготы и долготы восходящих узлов галилеевых спутников Юпитера взяты из статьи (Архинал и др., 2018):

$$\begin{aligned}
 J_a &= 99^\circ.360714 + 48504^\circ.046t, \\
 J_b &= 175^\circ.895369 + 11919^\circ.605t, \\
 J_c &= 300^\circ.323162 + 2625^\circ.475t, \\
 J_d &= 114^\circ.012305 + 60702^\circ.476t, \\
 J_e &= 49^\circ.511251 + 643^\circ.000t, \\
 J_7 &= 352^\circ.25 + 23826^\circ.0t, \quad J_8 = 113^\circ.35 + 60700^\circ.0t, \\
 \lambda_5 &= 34^\circ.35 + 30349^\circ.1t, \\
 \lambda_{516} = W16 &= 346^\circ.09 + 446063290^\circ.169025t, \\
 \lambda_{515} = W15 &= 33^\circ.29 + 440856260^\circ.6t, \\
 \lambda_{55} = W5 &= 231^\circ.67 + 263941139^\circ.3t, \\
 OL55 = \Omega_{55} = J1 &= 73^\circ.32 + 914729^\circ.0t, \\
 \lambda_{514} = W14 &= 8^\circ.56 + 194934074^\circ.8t, \\
 OL514 = \Omega_{514} = J2 &= 24^\circ.62 + 451372^\circ.0t, \\
 \lambda_{51} = W1 &= 200^\circ.39 + 74324340^\circ.4t, \\
 OL51 = \Omega_{51} = J3 &= 283^\circ.90 + 48507^\circ.0t,
 \end{aligned}$$

Таблица 1. Периодические и смешанные члены геодезического вращения Юпитера, вычисленные (для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота) относительно SSB и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 (Вершков, Пашкевич, 2023; Пашкевич, Вершков, 2024)

Юпитер (B5)					
Параметр	Период, лет	Аргумент (Arg _j)	Коэффициент $C(\Delta x_j) = C_{0j} + C_{1j}t$ при $\cos(\text{Arg}_j)$, ((угл. с) $\times 10^{-6}$)	Коэффициент $S(\Delta x_j) = S_{0j} + S_{1j}t$ при $\sin(\text{Arg}_j)$, ((угл. с) $\times 10^{-6}$)	Спектр мощности $\text{Sp}(\Delta x_j) = \sqrt{C_{0j}^2 + S_{0j}^2}$ ((угл. с) $\times 10^{-6}$)
$\Delta\psi$	11.862	λ_5	$21.6144 + 4.4208t$	$-82.5517 - 0.8898t$	85.3344
	559.876	Je	$13.4688 - 76.0074t$	$10.8813 + 65.3776t$	17.3151
	5.931	Jd	$2.9843 + 0.4400t$	$-0.8552 + 0.6162t$	3.1044
	137.118	Jc	$-0.4169 + 3.3367t$	$0.3496 + 2.1046t$	0.5441
$\Delta\theta$	559.876	Je	$-2.9523 + 21.2373t$	$-3.6402 - 18.0637t$	4.6869
	137.118	Jc	$0.0638 - 0.9536t$	$-0.1239 - 0.5583t$	0.1394
	30.202	Jb	$-0.0271 - 0.0162t$	$0.0040 - 0.0807t$	0.0274
	11.862	λ_5	$-0.0094 - 0.0194t$	$-0.0060 + 0.0637t$	0.0111
$\Delta\varphi$	559.876	Je	$-15.9931 + 74.9080t$	$-9.4152 - 67.1425t$	18.5587
	137.118	Jc	$0.5726 - 3.2540t$	$-0.2499 - 1.8430t$	0.6248
	30.202	Jb	$-0.1311 + 0.5056t$	$0.0474 - 0.4328t$	0.1394
$\Delta\tau$	11.862	λ_5	$21.2540 + 4.5698t$	$-82.8337 + 0.1697t$	85.5169
	5.931	Jd	$3.0064 + 0.2687t$	$-0.8390 + 0.4810t$	3.1213
	559.876	Je	$-2.5144 - 1.1126t$	$1.4574 - 1.7675t$	2.9063
$\Delta(\text{I}\sigma)$	11.862	λ_5	$1.1776 + 0.2670t$	$-4.4928 - 0.0320t$	4.6446
	559.876	Je	$0.4426 - 4.1923t$	$0.9392 + 3.6135t$	1.0383
	5.931	Jd	$0.1625 + 0.0259t$	$-0.0466 + 0.0346t$	0.1690
	137.118	Jc	$-0.0700 + 0.1832t$	$0.0750 + 0.1141t$	0.1026
$ \bar{\Lambda} $	11.862	λ_5	$-21.2545 - 4.5696t$	$82.8332 - 0.1682t$	85.5167
	5.931	Jd	$-3.0064 - 0.2709t$	$0.8391 - 0.4821t$	3.1213
	559.876	Je	$2.4911 + 1.2239t$	$-1.4717 + 1.6682t$	2.8933

Таблица 2. Периодические и смешанные члены геодезического вращения 8 регулярных спутников Юпитера, вычисленные (для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота) относительно SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 (*представлена в электронном виде*)

Таблица 3. Периодические и смешанные члены геодезического вращения 8 регулярных спутников Юпитера, вычисленные (для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота) относительно SSB и плоскости средней орбиты барицентра Юпитерианской системы (средней орбиты Юпитера) эпохи J2000.0 (*представлена в электронном виде*)

Таблица 4. Периодические и смешанные члены геодезического вращения 8 регулярных спутников Юпитера, вычисленные (для возмущающих членов физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота) относительно JSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 (*представлена в электронном виде*)

Таблица 5. Периодические и смешанные члены геодезического вращения 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера, вычисленные для абсолютной величины вектора их углового поворота относительно SSB (*представлена в электронном виде*)

Таблица 6. Периодические и смешанные члены геодезического вращения 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера, вычисленные для абсолютной величины вектора их углового поворота относительно JSB (*представлена в электронном виде*)

$$\begin{aligned} \lambda_{52} = W2 &= 36^\circ.02 + 37027117^\circ.8t, \\ OL52 = \Omega_{52} = J4 &= 355^\circ.80 + 11913^\circ.0t, \\ \lambda_{53} = W3 &= 44^\circ.06 + 18378506^\circ.4t, \\ OL53 = \Omega_{53} = J5 &= 119^\circ.90 + 2621^\circ.0t, \\ \lambda_{54} = W4 &= 259^\circ.51 + 7878833^\circ.9t, \\ OL54 = \Omega_{54} = J6 &= 229^\circ.80 + 643^\circ.0t. \end{aligned}$$

Для удобства вычислений из полученных результатов табл. 1–6 геодезической нутации на любой момент времени (даты) формулу (1) представим в виде

$$\Delta x = \sum_j ((C_{0j}(\Delta x) + C_{1j}(\Delta x)t) \cos(Arg_j) + (S_{0j}(\Delta x) + S_{1j}(\Delta x)t) \sin(Arg_j)), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} C_{0j}(\Delta x) + C_{1j}(\Delta x)t &= \Delta x_{Cj0} + \Delta x_{Cj1}t = C(\Delta x_j), \\ S_{0j}(\Delta x) + S_{1j}(\Delta x)t &= \Delta x_{Sj0} + \Delta x_{Sj1}t = S(\Delta x_j), \\ Arg_j &= v_{j0} + v_{j1}t. \end{aligned}$$

Для Юпитера и его регулярных спутников величины для вычисления аргумента Arg_j приведены выше. Для иррегулярных спутников Юпитера используемые в вычислениях Arg_j величины периодов Ph_j гармоник в Юлианских днях можно найти в шестом столбце табл. 5–6 (в этом случае для вычислений Arg_j в градусах используются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \lambda_{5j} - \lambda_5 &= (360 \times 365250 / Ph_j)t - 34^\circ.35, \\ \lambda_{5j} + \lambda_5 &= (360 \times 365250 / Ph_j)t + 34^\circ.35 \end{aligned}$$

и для других $Arg_j = (360 \times 365250 / Ph_j)t$).

Спутники Юпитера условно разделены по группам. Наиболее близкими к Юпитеру из них являются обычные (регулярные) спутники с синхронным вращением, которые, в свою очередь, разделены на две группы: внутренние спутники или группа Амальтеи (самые близкие к Юпитеру, поддерживающие его систему колец) и Галилеевы спутники или основная группа (одни из крупнейших по массе среди объектов Солнечной системы после Солнца и 8 больших планет). Более удаленными от Юпитера являются нерегулярные (иррегулярные) спутники с прямым и обратным движением по орбите. Они так же разделены по своей удаленности от Юпитера и близости орбит на группы (рис. 6 и 7) (группы с прямым движением по орбите: 1-я – Фемисто, 2-я – Гималия, 3-я – Карпо, 4-я – Валетудо; группы с обратным движением по орбите: 5-я – Ананке, 6-я – Карме, 7-я – Пасифе), а некоторые из них являются по своим характеристикам единственными в группе (Фемисто и Валетудо) (Шеппард, 2023). Следует отметить, что группы Карме и Пасифе (рис. 6 и 7) пересекаются по расстоянию от Юпитера (величины больших полуосей орбит спутников этих групп располагаются между 22–24 млн км и 22–25 млн км соответственно), их основное различие отражается в наклонах их орбит (между 164° – 166° и 141° – 157° соответственно) (Horizons On-Line Ephemeris System (Гиоргини и др., 2001)).

На рис. 6 и 7 отображена динамика поведения основных гармоник спектров мощности S_p исследуемых 86 иррегулярных спутников в зависимости от их удаленности (a – большая полуось их орбиты) от Юпитера, вычисленные для абсолютных величин векторов

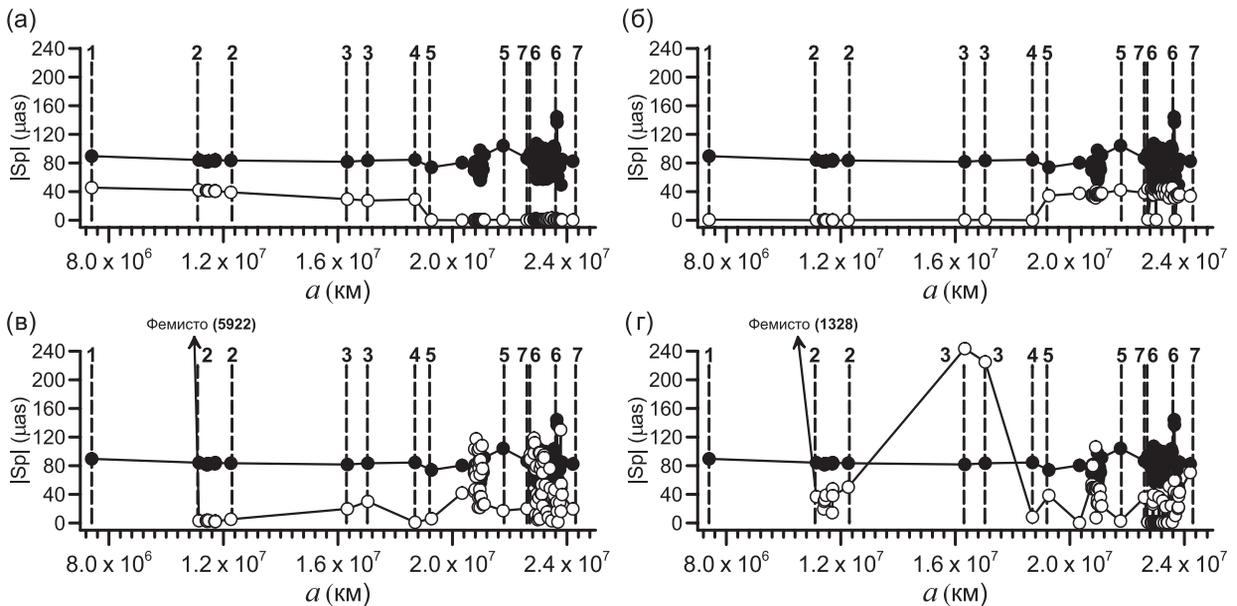


Рис. 6. Поведение основных гармоник спектров мощности 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера, вычисленные для абсолютных величин векторов их углового поворота геодезического вращения $|\bar{\Lambda}_{SSB}|$ относительно SSB для аргументов гармоник: (а) λ_5 и $\lambda_{5j} - \lambda_5$, (б) λ_5 и $\lambda_{5j} + \lambda_5$, (в) λ_5 и Ω_{54} , (г) λ_5 и JPr_j .

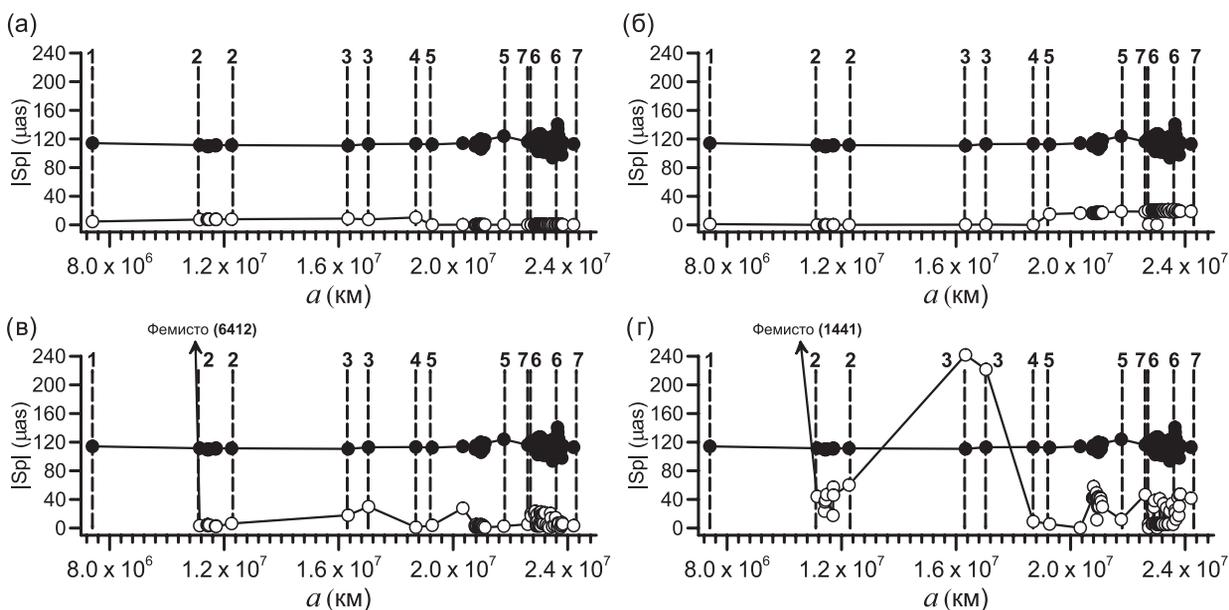


Рис. 7. Поведение основных гармоник спектров мощности 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера, вычисленные для абсолютных величин векторов их углового поворота геодезического вращения $|\bar{\Lambda}_{JSB}|$ относительно JSB для аргументов гармоник: (а) λ_5 и $\lambda_{5j} - \lambda_5$, (б) λ_5 и $\lambda_{5j} + \lambda_5$, (в) λ_5 и Ω_{54} , (г) λ_5 и JPr_j .

их углового поворота геодезического вращения $|\bar{\Lambda}_{SSB}|$ и $|\bar{\Lambda}_{JSB}|$ относительно SSB и JSB соответственно.

Черными точками на этих рисунках обозначена гармоника средней долготы Юпитера λ_5 , а белыми — другие гармоники, пунктирными линиями с цифрами обозначены границы групп иррегулярных спутников. $JPr_j = 2JPa_j$ — гармоники, связанные с прецессией линии апсид, либо (в случае если в Horizons On-Line Ephemeris System отсутствует информация о прецессии линии апсид) с прецессией линии узлов $JPr_j = 2JPN_j$ (где $JPa_j = 36000/Pa_j$ градусов в столетие, $JPN_j = 36000/Pn_j$ градусов в столетие, Pa_j, Pn_j — периоды прецессии перицентра и прецессии долготы восходящего узла взятые из Horizons On-Line Ephemeris System (Гиоргини и др., 2001)). Спутники, у которых отсутствует информация о прецессии линии апсид, а есть информация о прецессии линии узлов: J18 Фемисто, J34 Эвпории, J46 Карпо и J5520 S2018_J4. Заметим, что у спутника J5520 гармоника JPN_j доминирует над гармоникой $2JPN_j$, поэтому на рис. 6 и 7 для этого спутника $JPr_j = JPN_j$.

Юпитер и его спутники находятся в среднем на одном расстоянии от Солнца, чья масса является доминирующей в Солнечной системе, и движутся относительно него в среднем с одной скоростью. Таким образом, одна из частей геодезического вращения для планет, имеющих спутники, и их спутников является результатом их орбитального движения вокруг SSB, а величины их геодезического вращения, вызванного влиянием Солнца, подобно величинам геодезического вращения Земли и Луны (Пашкевич, 2016), должны быть достаточно близки между собой. Подтверждения

этого можно наблюдать в поведении вклада периодической гармоники с аргументом λ_5 в спектрах мощности (рис. 1–7), численные значения которой для всех исследуемых небесных тел тоже достаточно близки друг другу.

У большинства исследуемых тел спутников вклад этой гармоники в их геодезическую нутацию является преобладающим. Больше всего исключений у спутников с вычисленными гармониками для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения относительно SSB (36 спутников):

а) у 28 иррегулярных спутников: (Карме) J11, (Ананке) J12, (Халдене) J21, (Гарпалике) J22, (Эриноме) J25, (Праксидике) J27, (Тионе) J29, (Этне) J31, (Эванте) J33, (Пазифее) J38, (Аойде) J41, (Эвкеладе) J47, J57, J64, J66, J69, J5503, J5506, J5513, J5514, J5517, J5518, J5523, где доминирует 559.876-летняя гармоника с узлом Ω_{54} , а 11.862-летняя — λ_5 — является второй в спектре; для J35 (Ортозие) она вторая в спектре, на первом — 71.793-летняя гармоника $2JPa_{35}$; для J46 (Карпо) она вторая в спектре, на первом — 56.119-летняя гармоника $2JPN_{46}$; для J54 она вторая в спектре, на первом — 86.226-летняя гармоника $2JPa_{54}$; для J5520 она вторая в спектре, на первом — 195.21-летняя гармоника JPN_{5520} ; для (Фемисто) J18 она третья в спектре, после Ω_{54} и 210.1-летней гармоники $2JPN_{18}$;

б) у всех восьми регулярных спутников: четырех Галлилеевых — вторая после гармоники элонгации этих спутников, четырех внутренних — третья после гармоники элонгации этих спутников и 5.931-летней гармоники J8.

Для спутников с вычисленными гармониками для абсолютной величины вектора их углового поворота

геодезического вращения относительно JSB исключения только у трех иррегулярных спутников: для J46 (Карпо) она вторая в спектре, на первом — 56.119-летняя гармоника $2J_{Pn_{46}}$; для J5520 она вторая в спектре, на первом — 195.21-летняя гармоника $J_{Pn_{5520}}$; для (Фемисто) J18 она третья в спектре, после Ω_{54} , и 210.1-летней гармонике $2J_{Pn_{18}}$.

У Фемисто (J18) гармоника Ω_{54} является преобладающей среди гармоник геодезической нутации всех исследуемых спутников. Ее вклады в спектры мощности на рис. 6 (в) и 7 (в) составляют 5922 микросекунды дуги и 6412 микросекунд дуги соответственно. Гармоника $2J_{Pn_j}$ того же спутника J18 является второй среди гармоник геодезической нутации всех исследуемых спутников. Ее вклады в спектры мощности на рис. 6г и 7г составляют 1328 мксек. дуги и 1441 мксек. дуги соответственно.

Как было показано в нашей предыдущей статье (Пашкевич, Вершков, 2024), геодезическое вращение спутников Юпитера определяется не только Солнцем, но и Юпитером. Таким образом, другая часть геодезического вращения для планет, имеющих спутники, и их спутников является результатом их орбитального движения вокруг барицентра спутниковой системы планеты. Обращение спутников Юпитера вокруг двух барицентров JSB и SSB отражается появлением в рассматриваемых параметрах геодезического вращения (параметрах геодезической нутации) для каждого спутника двух гармоник: с аргументом D_{5j} (j — номер спутника) и гармоники с аргументом λ_5 соответственно. Появление других гармоник связано с внешним воздействием возмущающих тел (в данной работе: прямое влияние от Солнца, Луны, Плутона и больших планет Солнечной системы; косвенное влияние (через используемые эфемериды) от спутников, астероидов и прочих небесных тел).

Из-за близости регулярных спутников к Юпитеру вклад гармоник геодезического вращения относительно SSB с аргументом D_{5j} для абсолютной величины вектора их углового поворота $|\bar{\Lambda}|$ (рис. 2, 4) и (табл. 2, 3) является наибольшим. Таким образом, величины геодезической нутации регулярных спутников относительно SSB в $|\bar{\Lambda}|$ значительно превосходят аналогичную величину геодезической нутации Юпитера (рис. 1 и табл. 1). Это связано с тем, что из-за близкого к ним расстояния Юпитер оказывает большее влияние на их геодезическое вращение, чем Солнце на Юпитер. У Юпитера в $|\bar{\Lambda}|$ доминирует гармоника с аргументом λ_5 , отражающая его обращение вокруг SSB, поскольку, как уже было сказано, его спутники оказывают малое влияние. Для геодезического вращения регулярных спутников относительно JSB величины их гармоник с аргументом D_{5j} в $|\bar{\Lambda}|$ на три порядка меньше (рис. 3, 5 и табл. 4). В этом случае у этих спутников доминирует гармоника с аргументом λ_5 . Таким образом, в периодических членах геодезического вращения регулярных спутников от-

носительно JSB главенствующим возмущением является возмущение от Солнца, а в периодических членах геодезического вращения регулярных спутников относительно SSB на первом месте становится возмущение от Юпитера, а затем от Солнца.

В периодических членах геодезического вращения иррегулярных спутников относительно SSB (рис. 6, табл. 5) и относительно JSB (рис. 7, табл. 6) (за исключением 28 и 3 вышеназванных спутников соответственно) доминирует гармоника с аргументом λ_5 . Это указывает на то, что в периодических членах геодезического вращения большинства исследуемых спутников Юпитера преобладает возмущение от Солнца.

Преобладание долгопериодических гармоник (табл. 2, 3, 5, 6) в периодических членах геодезического вращения у всех спутников, попавших в исключение (рис. 2, 4, 6, 7), связано с прямыми и косвенными внешними воздействиями (помимо Солнца и Юпитера) от других, упомянутых выше, возмущающих тел.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные аналитические величины геодезической нутации исследуемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования вращения этих тел в релятивистском приближении, а также при изучении влияния внутренних физических процессов этих тел на их вращение. Заметим, что для спутников Юпитера внутренние физические явления, оказывающие влияние на их вращение, например, связанные с приливами от Юпитера и наличием жидкого вещества в недрах спутников, могут оказаться близкими по величине с эффектом геодезической нутации. Таким образом, один эффект будет накладываться на другой, и на практике выделить их из наблюдений будет непросто. Поэтому вычисление эффектов геодезической нутации может позволить отделить одно явление от другого. Действительно, в параметрах вращения, полученных из наблюдений, будут присутствовать найденные нами величины гармоник геодезической нутации. Следовательно, путем вычитания величин этих гармоник геодезической нутации из соответствующих величин параметров вращения — это явление отделяется от оставшихся.

Очевидно, что в настоящее время для большинства далеких спутников их вращение вокруг своих осей неизвестно. Однако одной из уникальностей наших исследований является то, что даже при полном отсутствии информации о параметрах вращения исследуемых небесных тел (т.е. даже не зная положения их собственных осей вращения в пространстве), зная только их орбитальные параметры и массы основных возмущающих тел, можно вычислять релятивистские эффекты вращения этих тел вокруг своих осей (в частности, геодезической прецессии и геодезической ну-

тации — для вектора угловой скорости геодезического вращения их осей).

В настоящее время происходит стремительное развитие современной космонавтики. К различным небесным телам Солнечной системы стартует одна космическая миссия за другой. Результаты некоторых из этих космических миссий (такие как Juno, см. Болтон и др., 2017; Дуранте и др., 2024) уже определяют или уточняют вращение вокруг своей оси для некоторых исследуемых нами небесных тел. Таким образом, это позволяет в ближайшем будущем использовать для таких объектов полученные нами результаты.

Таблицы периодических и смешанных членов геодезического вращения Юпитера и 94 его спутников, вычисленные в исследуемых параметрах для вычисления их геодезической нутации, приводятся в электронном виде.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 125021201995-7 “Космометрия”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абалакин В.К., *Основы эфемеридной астрономии*. М.: Наука, 1979. 448 с.
- Архинал и др. (B.A. Archinal, C.H. Acton, M.F. A’Hearn, A. Conrad, G.J. Consolmagno, T. Duxbury, D. Hestroffer, J.L. Hilton, R.L. Kirk, S.A. Klioner, D. McCarthy, K. Meech, J. Oberst, J. Ping, P.K. Seidelmann, D.J. Tholen, P.C. Thomas, I.P. Williams), Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **130**, 21 (2015); <https://doi.org/10.1007/s10569-017-9805-5>.
- Болтон и др. (S.J. Bolton, A. Adriani, V. Adumitroaie, M. Allison, J. Anderson, S. Atreya, J. Bloxham, S. Brown, J.E.P. Connerney, E. DeJong, W. Folkner, D. Gautier, D. Grassi, S. Gulkis, T. Guillot, C. Hansen, W.B. Hubbard, L. Iess, A. Ingersoll, M. Janssen, J. Jorgensen, Y. Kaspi, S.M. Levin, C. Li, J. Lunine, Y. Miguel, A. Mura, G. Orton, T. Owen, M. Ravine, E. Smith, P. Steffes, E. Stone, D. Stevenson, R. Thorne, J. Waite, D. Durante, R.W. Ebert, T.K. Greathouse, V. Hue, M. Parisi, J.R. Szalay, R. Wilson), *Science* **356**, 821 (2017); <https://doi.org/10.1126/science.aal2108>.
- Бретаньон (P. Bretagnon), *Astron Astrophys.* **329**, 329 (1998).
- Брумберг (V.A. Brumberg), *Proc. IAU Colloq.* 180. U.S. Naval Observatory, 2000. P. 293.
- Вулард Э., *Теория вращения Земли вокруг центра масс*. М.: Физматгиз, 1963. 144 с.
- Гиоргини (J.D. Giorgini), 33rd AAS/DPS Meet. New Orleans. LA. Nov 26. 2001–Dec 01. 2001.
- Вершков А.Н., Пашкевич В.В., *Изв. ГАО* **230**, 29 (2023); <https://doi.org/10.31725/0367-7966-2023-230-4>
- Де Ситтер (W. De Sitter), *MNRAS* **77**, 155 (2016); <https://doi.org/10.1093/mnras/77.2.155>.
- Джекинс (G.M. Jenkins), *Spectral analysis and its applications*. San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam: Holden-day, 1969. 525 p.
- Дуранте и др. (D. Durante, P. Cappuccio, I. di Stefano, M. Zannoni, L. Gomez Casajus, G. Lari, M. Falletta, D.R. Buccino, L. Iess, R.S. Park, and S.J. Bolton), *Astrophys. J.* **971**, 145 (2024); <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad5ff5>.
- Ерошкин, Пашкевич (G.I. Eroshkin and V.V. Pashkevich), *Artificial Satellites* **42**, 59 (2007) <https://doi.org/10.2478/v10018-007-0017-1>.
- Зоффель и др. (M. Soffel, S.A. Klioner, G. Petit, P. Wolf, S.M. Kopeikin, P. Bretagnon, V.A. Brumberg, N. Capitaine, T. Damour, T. Fukushima, B. Guinot, T.-Y. Huang, L. Lindgren, C. Ma, K. Nordvedt, J.C. Ries, P.K. Seidelmann, D. Vokrouhlicky, C.M. Will, and C. Xu), *Astron. J.* **126**, 2687 (2003).
- Копейкин и др. (S. Kopeikin, M. Efroimsky, and G. Kaplan), *Relativistic Celestial Mechanics in the Solar System* (Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2011), p. 1; <https://doi.org/10.1002/9783527634569>
- Ленс (J. Lense and H. Thirring), *Physikalische Zeitschrift.* **19**, 156 (1918) (Bibcode 1918PhyZ ... 19..156L (<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1918PhyZ...19..156L>)).
- Парк (R.S. Park), *Astron. J.* **161**, 1 (2021); <https://doi.org/10.3847/1538-3881/abd414>
- Пашкевич В.В., *Вестн. СПбГУ. Сер. 1.* **3**, 506 (2016).
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н., *Астрон. вестник.* **58**, 129 (2024); <https://doi.org/10.31857/S0320930X24010109> [V.V. Pashkevich and A.N. Verzhkov, *Solar System Res.* 2024. V. 58. № 1. P. 122 140. <https://doi.org/10.1134/S0038094624010088>.]
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н., *Изв. ГАО* № 235, 51 (2024a); <https://doi.org/10.31725/0367-7966-2024-235-51-68>
- Пети и др. (G. Petit, V. Luzum, et al.), *IERS Tech. Note* **36**, 1 (2010).
- Суслов Г.К., *Теоритическая механика*. М.-Л.: ОГИЗ, 1946. 655 с.
- Томас (L.H. Thomas), *Nature* **117**, 514 (1916).
- Томас (L.H. Thomas), *London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **3**, 1 (1927); <https://doi.org/10.1080/14786440108564170>
- Фукушима (T. Fukushima), *Astron. Astrophys.* **244**, L11 (1991).
- Шеппард (Scott S. Sheppard), *Jupiter Moons sites.google.com*. Дата обращения: 23 февраля 2023. (<https://sites.google.com/carnegiescience.edu/sheppard/moons/jupitermoons>). Архивировано 24 апреля 2019 г.