

УДК 534.2

ПУЗЫРЬКИ В ПРОТОЧНОМ АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

© 2023 г. Т. С. Викулова^a, И. Н. Диденкулов^{a, b, *}, В. В. Кулинич^b,
Н. В. Прончатов-Рубцов^a, Д. В. Сахаров^a

^aНижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Ашхабадская ул. 4, Нижний Новгород, 603105 Россия

^bИнститут прикладной физики РАН,
ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603155 Россия

*e-mail: diniar@mail.ru

Поступила в редакцию 07.05.2022 г.

После доработки 01.08.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Приводятся результаты аналитического и численного исследования движения пузырьков в проточном резонаторе под действием радиационной силы и силы вязкого трения. Рассмотрены случаи слабых и сильных акустических полей.

Ключевые слова: пузырьки, проточный резонатор, радиационная сила, слабые и сильные поля

DOI: 10.31857/S032079192270006X, **EDN:** DBVTET

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы активно развиваются методы бесконтактного манипулирования различными объектами с помощью акустического поля. Исследуются возможные приложения этих методов для формирования различных объемных и плоских структур из малых частиц [1–3], создания акустических ловушек для частиц больших волновых размеров [4], акустической селекции клеток в биомедицине [5]. Во всех случаях акустическое воздействие на частицы становится возможным благодаря радиационной силе, действующей со стороны объемных или поверхностных акустических волн.

Выражение, позволяющее рассчитать радиационную силу, действующую на произвольную частицу в приближении идеальной жидкости, было получено в середине прошлого века Горьковым [6]. На этой основе были исследованы особенности действия радиационной силы на сферические твердые тела [7, 8]. Действие радиационной силы на пузырьки в жидкости привлекало отдельное внимание многих исследователей [9–13]. Особенно большой интерес к этой теме возник после обнаружения эффекта сонолюминесценции одиночного пузырька в акустическом резонаторе (обширная литература приведена в обзорах [14, 15]). При наличии течения в жидкости на пузырьки помимо радиационной силы действует также сила вязкого сопротивления. Действие этих сил в проточном акустическом резонаторе может приводить к неравномерному распределению концентрации пузырьков [16–18]. В послед-

ние годы дополнительный интерес к поведению пузырьков в акустическом поле в потоке жидкости возник в связи с развитием новой технологии ультразвуковой очистки [19], которая активно начинает использоваться в различных областях, включая медицину [20, 21]. Технология основана на очищающем действии микропотоков вблизи колеблющегося пузырька [22, 23]. Колебания пузырьков возбуждаются ультразвуковым полем, распространяющимся в струе жидкости, которая доставляет пузырьки к очищаемой поверхности; радиационная сила может играть важную роль в этом процессе [24].

Для сравнительно маленьких пузырьков радиационная сила ранее изучалась, в основном, при относительно небольших амплитудах акустического поля. С ростом интенсивности акустического поля колебания пузырьков становятся сильно-нелинейными. В настоящей работе аналитическими и численными методами рассматривается задача о движении пузырьков в слабых и сильных полях в проточном акустическом резонаторе.

РАДИАЦИОННАЯ СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПУЗЫРЬКИ

На маленький по сравнению с длиной волны пузырек в жидкости действует радиационная сила, обусловленная градиентом давления [9]:

$$F_r = -\langle W \nabla P \rangle, \quad (1)$$

где $W(t) = \frac{4}{3}\pi R^3$ — мгновенный объем, а $R(t)$ — мгновенный радиус пузырька, $\nabla P(\mathbf{r})$ — градиент давления в акустическом поле, угловые скобки обозначают усреднение по периоду колебаний пузырька.

В стоячей акустической волне вида

$$P(x, t) = P_a \cos(kx) \cos(\omega t), \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi f$, f — частота, $k = \omega/c$ — волновое число, c — скорость звука, сила (1) приобретает вид:

$$F_r = \frac{4}{3}\pi k P_a \sin(kx) \langle R^3(t) \cos(\omega t) \rangle. \quad (3)$$

Для того чтобы получить выражение для радиационной силы, действующей на пузырек, необходимо решить задачу о вынужденных колебаниях пузырька в акустическом поле. Колебания пузырька при отсутствии газообмена с жидкостью описываются уравнением Рэлея—Плессета [25]:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{1}{\rho} \left(-P_g + P_0 + P(t) + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\eta\dot{R}}{R} \right) = 0. \quad (4)$$

Здесь R — радиус пузырька, ρ — плотность окружающей жидкости, P_g — давление газа в пузырьке, P_0 — статическое давление, $P(t)$ — внешнее акустическое давление, действующее на пузырек, σ — поверхностное натяжение жидкости, η — динамическая вязкость жидкости. Точки над R обозначают дифференцирование по времени. Давление газа в пузырьке в общем случае является политропическим:

$$P_g = P_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3n}, \quad (5)$$

где n — показатель политропы. При медленных колебаниях пузырька, когда за счет теплообмена с окружающей жидкостью температура внутри него остается постоянной, что соответствует изотермическому процессу, $n = 1$. В противоположном случае быстрых колебаний теплообмен произойти не успевает (адиабатический процесс) и $n = \gamma$, где γ — показатель адиабаты для газа в пузырьке. Учет теплообмена между газом внутри пузырька и окружающей жидкостью приводит к появлению теплового механизма потерь энергии (затухания колебаний) и изменению выражения для классической формулы Миннарта для резонансной частоты пузырька [26]. Роль теплообмена становится значимой, если характерная длина тепловой волны λ_T становится сравнимой со статическим радиусом пузырька: $\frac{\lambda_T}{R_0} \sim 1$. В противо-

положном случае $\frac{\lambda_T}{R_0} \ll 1$ состояние газа в пузырьке будет адиабатическим. Учитывая, что $\lambda_T = 2\pi\sqrt{2a/\omega}$,

где a — коэффициент температуропроводности газа, критерий $\lambda_T = R_0$ дает критическую частоту ω^* :

$$\omega^* = \frac{a}{2\pi^2 R_0^2}.$$

Оценки показывают, что для воздушного пузырька ($a = 2 \times 10^{-5}$ м²/с) при частоте акустического поля порядка 100 кГц пузырьки радиусом менее 50 мкм будут колебаться изотермически. Заметим, что этот вывод справедлив для колебаний пузырька в слабых полях, когда изменение радиуса пузырька ΔR в процессе колебаний мало ($\Delta R \ll R$).

В этом случае линеаризация уравнения (4) переводит его в уравнение классического осциллятора, и тогда выражение для радиационной силы приобретает вид:

$$\begin{aligned} F_r &= \\ &= \operatorname{Re} \left[\frac{\pi R_0^3}{3nP_0 + \frac{2\sigma}{R_0}(3n-1)} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - i\delta \right) \nabla |P|^2 \right] = \\ &= - \frac{\pi R_0^3 k \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)}{\left[3nP_0 + \frac{2\sigma}{R_0}(3n-1) \right] \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \delta^2 \right]} \times \\ &\quad \times P_a^2 \sin(2kx), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\omega_0 = R_0^{-1} \sqrt{\frac{1}{\rho} [3nP_0 + \frac{2\sigma}{R_0}(3n-1)]}$ — резонансная частота пузырька, R_0 — статический радиус пузырька, δ — декремент затухания.

Для маленьких пузырьков ($\omega \ll \omega_0$), колебания которых мы будем рассматривать, из формулы (6) можно получить максимальное значение радиационной силы

$$\max \{F_r\} = \frac{\pi R_0^3 k P_a^2}{\left[3nP_0 + \frac{2\sigma}{R_0}(3n-1) \right]}. \quad (7)$$

Для частот, отвечающих критерию $\omega \ll \omega^*$, в формуле (7) необходимо положить $n = 1$. При увеличении амплитуды акустического поля колебания пузырьков становятся сильно-нелинейными. Численное решение задачи о сильных колебаниях пузырька рассматривалось ранее в связи с сонолюминесценцией одиночного пузырька (много соответствующих ссылок можно найти в обзорах [14, 15]). Эти расчеты показывают, что пузырек испытывает сильно-нелинейные колебания, причем на один период поля приходится несколько колебаний пузырька. В фазе расширения размеры пузырька относительно медленно увеличиваются, а дальше происходит последова-

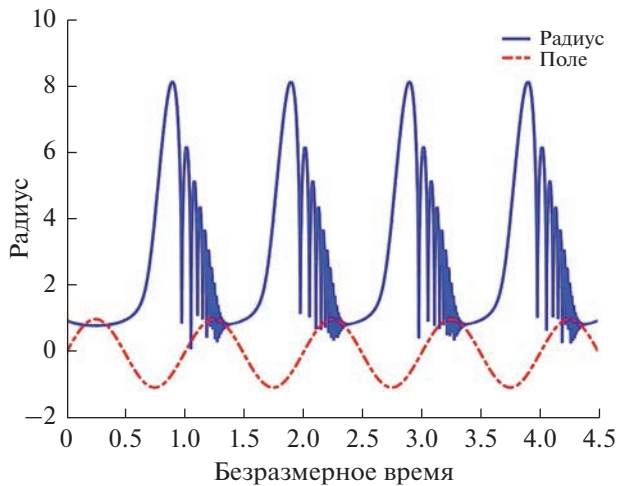


Рис. 1. Колебания нормированного радиуса пузырька в сильном поле.

тельность чрезвычайно быстрых его схлопываний и “отскоков” на одном периоде поля с затухающей амплитудой. Такие колебательные процессы неоднократно наблюдались и в экспериментах по сонолюминесценции [14, 15, 27]. В процессе быстрого коллапса пузырька скорость движения его стенки становится достаточно быстрой для того, чтобы тепло больше не покидало пузырек, а показатель политропы достиг адиабатического значения [15, 28]. Поэтому при сильно-нелинейных колебаниях пузырька, когда он совершает несколько быстрых схлопываний, в первом приближении можно считать состояние газа в нем адиабатическим.

В рассматриваемой задаче нас интересует характер изменения радиационной силы от величины акустического поля при переходе от слабых к сильно-нелинейным колебаниям пузырька. Для нахождения радиационной силы необходимо численно решать нелинейную систему (3)–(4). С этой целью уравнение (4) было приведено к безразмерному виду с новыми переменными: временем τ , нормированным на период акустического поля, и радиусом r , нормированным на начальный радиус пузырька R_0 , после чего решалось численно в среде MathLab. Результаты расчетов использовались для вычисления значения радиационной силы в зависимости от величины акустического поля.

В качестве примера на рис. 1 приведены результаты расчета изменения радиуса пузырька во времени при сильно-нелинейных колебаниях. График построен при следующих параметрах (при $T = 20^\circ\text{C}$): $P_0 = 10^5$ Па, $\sigma = 72.86 \times 10^{-3}$ Н/м, $\gamma = 1.4$, $R_0 = 1$ мкм, $\rho = 1000$ кг/м³, $\eta = 8.6 \times 10^{-4}$ Па·с, $\omega_0 = 2.05 \times 10^7$ рад/с (≈ 3.3 МГц), $\omega_0/\omega = 45$, $\omega = 4.55 \times 10^5$ рад/с ($f \approx 70$ кГц), $P_a/P_0 = 1.3$.

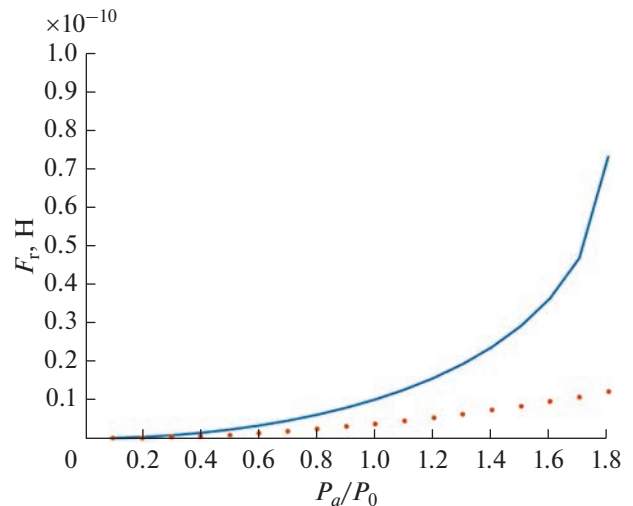


Рис. 2. Зависимость величины радиационной силы от амплитуды акустического поля.

Из рис. 1 видно, что пузырек испытывает сильно-нелинейные колебания, причем на один период поля приходится несколько колебаний пузырька. Размеры пузырька относительно медленно увеличиваются в фазе расширения, а дальше происходит последовательность быстрых его схлопываний с затухающей амплитудой. На основе серии таких расчетов были получены зависимости максимальной величины радиационной силы от амплитуды акустического поля, одна из которых показана на рис. 2. Интересно сравнить результаты численных расчетов с аналитической формулой (4), предсказывающей квадратичную зависимость силы от амплитуды поля. На рис. 2 приведены результаты такого сравнения. Сплошной линией отмечен график, полученный в результате численных расчетов, а точками — на основе формулы (7). Величина радиационной силы выражена в ньютонах.

Из рис. 2 видно, что расчеты по формуле (7) совпадают с результатами расчетов до амплитуд поля $P_a/P_0 \approx 0.2-0.3$. При превышении этого значения колебания пузырька становятся все более нелинейными, что проявляется в более сильной зависимости радиационной силы от амплитуды поля. В интервале значений $P_a/P_0 \approx 1.2-1.6$ эта зависимость подчиняется примерно четвертой степени амплитуды поля, а при больших значениях величина степени также растет. Аналогичные зависимости были получены для пузырьков с радиусами R_0 в диапазоне до 10 мкм. Полученные данные показывают, что при значительных амплитудах поля, которые вызывают сильно-нелинейные колебания пузырьков, величина радиационной силы, действующей на них, растет значительно быстрее ($\sim P_a^m$, $m > 4$), чем для линейных колебаний пузырьков ($\sim P_a^2$).

ДВИЖЕНИЕ ПУЗЫРЬКОВ В ПРОТОЧНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Рассмотрим действие радиационной силы на пузырьки в акустическом резонаторе, в котором задан поток жидкости вдоль оси вертикально ориентированного резонатора. Сначала рассмотрим случай относительно слабого акустического поля в резонаторе, когда колебания пузырька можно считать линейными.

На движущийся в потоке жидкости пузырек действует сила вязкого трения (сила Стокса) F_{st} . Пузырек имеет свободную поверхность и его обтекание жидкостью в отличие от твердой сферы происходит без эффекта прилипания. Однако такое обтекание возможно лишь в чистой жидкости. В реальных жидкостях, содержащих растворимые примеси, а также для маленьких пузырьков, поверхностное натяжение в которых создает своеобразную оболочку, обтекание может приближаться к обтеканию твердой сферы [29]. Используя это приближение, запишем силу Стокса для пузырька

$$F_{st} = 6\pi R_0 \eta (V - v_b), \quad (8)$$

где v_b — скорость пузырька, V — скорость потока жидкости, η — коэффициент динамической вязкости, R_0 — радиус пузырька. Сила Архимеда имеет вид:

$$F_a = -\rho g \frac{4}{3} \pi R_0^3, \quad (9)$$

где g — ускорение свободного падения.

Для маленьких пузырьков ($\omega \ll \omega_0$) радиационная сила F_r в поле стоячей волны в проточном ре-

зонаторе, описываемая формулой (6), приобретает вид:

$$F_r = - \frac{\pi R_0^3 k}{\left[3nP_0 + \frac{2\sigma}{R_0}(3n-1) \right]} P_a^2 \sin(2kx). \quad (10)$$

При этом мы не учитываем влияние потока на расфазировку резонатора, считая скорость потока достаточно маленькой. Это можно делать при выполнении условия $kL \left(\frac{V}{c} \right) \ll \pi$, где L — длина резонатора.

Действие вязкости быстро приводит к установлению равномерного движения частицы в жидкости, при котором сумма сил равна нулю. Поэтому движение пузырьков в резонаторе с пространственно-изменяющейся радиационной силой можно рассматривать, как квазиравномерное. Подставив выражения для сил, после преобразований получим уравнение для координаты пузырька $x_b(t)$ [18]:

$$\frac{dx_b}{dt} = V + \frac{A}{a} \sin(2kx_b) + \frac{b}{a}, \quad (11)$$

где

$$A = - \frac{\pi R_0^3 k p_a^2}{\left[3nP_0 + \frac{2\sigma}{R_0}(3n-1) \right]}, \quad a = 6\pi R_0 \eta, \\ b = \rho g \frac{4}{3} \pi R_0^3.$$

Решение уравнения (11) для зависимости координаты пузырька от времени удастся получить аналитически:

$$x_b = \frac{1}{k} \arctg \left[\sqrt{1-h^2} \operatorname{tg} \left(\frac{kt(b-aV)}{a} \sqrt{1-h^2} + \arctg \left(\frac{\operatorname{tg}(kx_0) + h}{\sqrt{1-h^2}} \right) \right) - h \right], \quad (12)$$

$$\text{где } h = \frac{A}{b(1-qV)}, \quad q = \frac{a}{b}.$$

Выражение (12) описывает неравномерное движение пузырька в проточном резонаторе. Такая ситуация имеет место, если сумма сил Стокса и Архимеда превышает максимальное значение радиационной силы. В обратном случае возможна левитация пузырьков в соответствующих зонах стоячей волны. Прохождение пузырьком узлов и пучностей стоячей волны приводит к изменению радиационной силы, под действием которой меняется скорость квазиравномерного движения пузырька. Если в начальное сечение резонатора последовательно запускаются пузырьки, то их концентрация будет также иметь периодическое распределение.

Если в резонаторе возбуждены определенные поперечные моды, то радиационная сила будет вызывать перемещение пузырьков и в поперечном направлении: маленькие пузырьки, размер которых меньше резонансного для частоты волны, будут смещаться в область максимума поля, а большие — выталкиваться из нее.

Выражение (12) описывает движение пузырьков в резонаторе с относительно слабым акустическим полем, для которого радиационная сила дается формулой (6). Для описания движения пузырьков в сильном поле резонатора необходимо использовать численные методы. В этом случае полная система уравнений выглядит следующим образом:

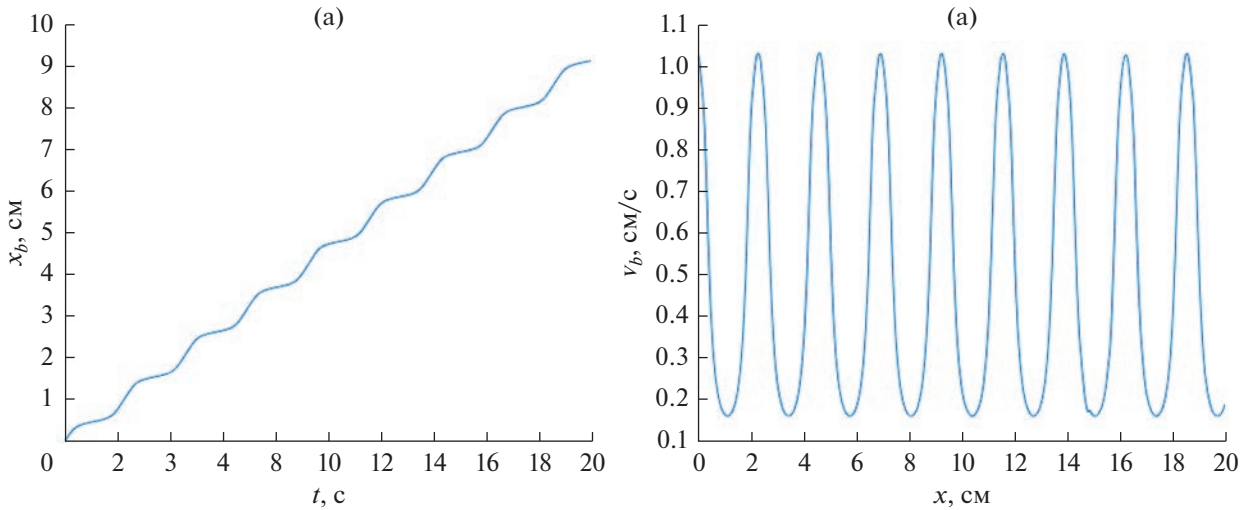


Рис. 3. (а) — Зависимость координаты пузырька $x_b(t)$ от времени при его движении в резонаторе и (б) — скорости пузырька $v_b(x)$ в зависимости от его положения в резонаторе.

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{1}{\rho}\left(-P_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} + P_0 + P_a \cos(kx_b) \cos(\omega t) + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\eta\dot{R}}{R}\right) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{dx_b}{dt} = V + \frac{1}{6\pi\eta R} F_r + \frac{2\rho g}{9\eta} R^2, \quad (14)$$

$$F_r = \frac{4}{3}\pi k P_a \sin(kx_b) \langle R^3(t, x_b) \cos(\omega t) \rangle. \quad (15)$$

Здесь, как и прежде, угловые скобки означают усреднение по периоду акустического поля.

Пример решения системы (13)–(15) для зависимости координаты $x_b(t)$ пузырька от времени и

изменения его скорости вдоль резонатора приведен на рис. 3 ($R_0 = 1$ мкм, $V = 1$ см/с, $f = 70$ кГц, $P_a/P_0 \approx 1.8$).

Из данных на рис. 3 видно, что в процессе движения пузырька в резонаторе скорость его периодически очень значительно изменяется под действием радиационной силы. Если в резонатор вместе с потоком жидкости последовательно поступает много пузырьков, то расстояние между ними, а следовательно, и их концентрация, неравномерно распределены вдоль оси резонатора. Распределение концентрации в относительных единицах, полученное для тех же параметров, что и на рис. 3, приведено на рис. 4.

Видно, что в сильных акустических полях распределение концентрации пузырьков в резонаторе подвержено значительной пространственной модуляции. Следует отметить, что поскольку радиационная сила меняет знак для больших пузырьков ($\omega > \omega_0$), то зоны их повышенной концентрации в резонаторе будут смещены в область минимальной концентрации маленьких пузырьков. Таким образом, проточный резонатор является своеобразным фильтром пузырьков, с помощью которого можно осуществлять их селекцию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализировано движение пузырьков в проточном акустическом резонаторе в полях различной амплитуды. Неравномерное распределение радиационной силы, действующей на пузырьки, обуславливает неравномерное движение и как следствие неравномерное распределение концентрации пузырьков вдоль оси резонатора. Величина радиационной силы в слабых полях пропорциональна квадрату амплитуды поля, а в сильных полях степень превышает 4. Это спо-

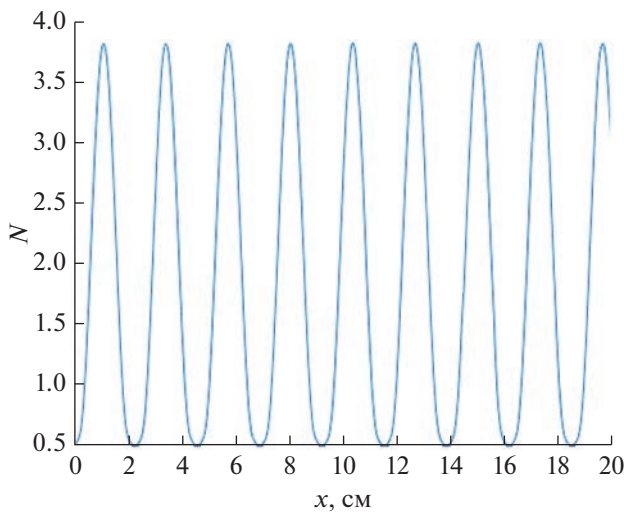


Рис. 4. Распределение концентрации N пузырьков вдоль оси резонатора.

собствует более “резкому” пространственному распределению концентрации пузырьков в резонаторе. Создавая акустическое поле необходимой конфигурации, можно управлять распределением концентрации пузырьков разных размеров в проточных акустических системах. Рассмотренные эффекты могут также быть полезными для управления потоками пульсирующих малых частиц (частиц с мягкими включениями), в частности, некоторых биологических клеток.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание № 0729-2020-0040). Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rudenko O.V., Korobov A.I., Korshak B.A., Lebedev-Stepanov P.V., Molchanov S.P., Alfimov M.V. Self-assembly of colloidal-particle ensembles in an acoustic field // *Nanotechnologies in Russia*. 2010. V. 5. P. 469–473.
2. Суханов Д.Я., Росляков С.Н., Емельянов Ф.С. Левитация и управление упорядоченной группой частиц и прямолинейных структур в ультразвуковом поле // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 2. С. 154–162.
3. Гусев В.А., Руденко О.В. Поля радиационных сил и акустические течения в жидком слое на твердом полупространстве // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 2. С. 166–181.
4. Крохмаль А.А., Крохмаль Н.Е., Сапожников О.А. Расчет акустической ловушки для упругого сферического рассеивателя большого волнового размера // *Известия Росс. акад. наук. Сер. физ.* 2022. Т. 86. № 2. С. 257–262.
5. Li P., Mao Z., Peng Z., Zhou L., Chen Y., Huang P.-H., Truica C.I., Drabick J.J., El-Deiry W.S., Dao M., Suresh S., Huang T.J. Acoustic separation of circulating tumor cell // *PNAS*. 2015. P. 4970–4975. <https://doi.org/10.1073/pnas.1504484112>
6. Горьков Л.П. О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // *Докл. Акад. наук СССР*. 1961. Т. 140. № 1. С. 88–91.
7. Sapozhnikov O.A., Bailey M.R. Radiation force of an arbitrary acoustic beam on an elastic sphere in a fluid // *J. Acoust. Soc. Am.* 2013. V. 133. № 2. P. 661–676.
8. Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А. Измерение радиационной силы мегагерцевого ультразвука, действующей на твердотельный сферический рассеиватель // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 1. С. 29–37.
9. Eller A. Force on a bubble in a standing acoustic wave // *J. Acoust. Soc. Am.* 1968. V. 43. P. 170–171.
10. Crum A. Bjerknes forces on bubbles in a stationary sound field // *J. Acoust. Soc. Am.* 1975. V. 57. P. 1363–1370.
11. Leighton T.G., Walton A.J., Pickworth M.J.W. Primary Bjerknes forces // *Eur. J. Physics*. 1990. V. 11. № 1. P. 47–50.
12. Doinikov A. Acoustic radiation force on a bubble: Viscous and thermal effects // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 103. P. 143–147.
13. Maksimov A.O., Leighton T.G. Acoustic radiation force on a parametrically distorted bubble // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 143. P. 296–305.
14. Brenner V.P., Hilgenfeld S., Lohse D. Single-bubble sonoluminescence // *Rev. Mod. Phys.* 2002. V. 74. P. 425–484.
15. Борисенко В.А. Сонолюминесценция: эксперименты и модели (обзор) // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 3. С. 333–360.
16. Токмаков П.Е., Гурбатов С.Н., Диденкулов И.Н., Прончатов-Рубцов Н.В. О влиянии акустического поля на пространственное распределение газовых пузырьков в резонаторе // *Вестн. ННГУ. Сер. Радиофизика*. 2006. № 1(4). С. 31–40.
17. Тихонов В.А., Диденкулов И.Н., Прончатов-Рубцов Н.В. Численное моделирование движения газовых пузырьков в проточном резонаторе // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. С. 445–451.
18. Диденкулов И.Н., Корчагина Т.С., Прончатов-Рубцов Н.В., Сагачева А.А. Распространение звука в суспензиях: вращательные движения частиц и управление потоками // *Изв. Росс. Акад. наук. Сер. физ.* 2020. Т. 84. № 6. С. 772–776.
19. Birkin P.R., Offin D.G., Leighton T.G. An activated fluid stream — New techniques for cold water cleaning // *Ultrason. Sonochem.* 2016. V. 29. P. 612–618. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2015.10.001>
20. Secker T.J., Leighton T.G., Offin D.G., Birkin P.R., Herve R.C., Keevil C.W. A cold water, ultrasonically activated stream efficiently removes proteins and prion-associated amyloid from surgical stainless steel // *J. Hospital Infection*. 2020. V. 106. P. 649–656. <https://doi.org/10.1016/j.jhin.2020.09.021>
21. Malakoutikhah M., Dolder C.N., Secker T.J., Zhu M., Harling C.C., Keevil C.W., Leighton T.G. Industrial lubricant removal using an ultrasonically activated water stream, with potential application for Coronavirus decontamination and infection prevention for SARS-CoV-2 // *Transaction of the IMF*. 2020. V. 98. № 5. P. 258–270.
22. Maksimov A.O., Leighton T.G. Transient processes near the acoustic threshold of parametrically-driven bubble shape oscillations // *Acta Acust. Acust.* 2001. V. 87. P. 322–332.
23. Maksimov A.O., Leighton T.G. Pattern formation on the surface of a bubble driven by an acoustic field // *Proc. Roy. Soc. A: Math. Phys. Eng. Sci.* 2012. V. 468. P. 57–75. <https://doi.org/10.1098/rspa.2011.0366>
24. Maksimov A.O., Leighton T.G. Acoustic radiation force on a parametrically distorted bubble // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 143. P. 296–305. <https://doi.org/10.1121/1.5020786>
25. Leighton T.G. The acoustic bubble. Academic Press, London, San Diego, 1994. 640 p.
26. Devin C. Survey of thermal, radiation, and viscous damping of pulsating air bubbles in water // *J. Acoust. Soc. Am.* 1959. V. 31. P. 1654–1667.
27. Barber B.P., Hiller R.A., Lofstedt R., Putterman S.J., Weninger K.R. Defining the unknowns of sonoluminescence // *Phys. Rep.* 1997. V. 281. № 2. P. 65–143.
28. Lauterborn W., Kurz T. Physics of bubble oscillation // *Rep. Prog. Phys.* 2010. V. 73. P. 106501.
29. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 760 с.