

## ЛАЗЕРНАЯ ВИБРОМЕТРИЯ СДВИГОВЫХ ВОЛН В СЛОЕ ГЕЛЕОБРАЗНОЙ СРЕДЫ

© 2023 г. Ш. А. Асфандияров<sup>a</sup>, А. А. Агафонов<sup>a</sup>, А. И. Коробов<sup>a</sup>, В. Г. Андреев<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
физический факультет, Ленинские горы, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: andreev@acs366.phys.msu.ru

Поступила в редакцию 22.02.2023 г.

После доработки 03.08.2023 г.

Принята к публикации 19.09.2023 г.

С помощью лазерного сканирующего виброметра измерены амплитуды и фазы колебательной скорости сдвиговых волн, возбуждаемых одномерным источником в виде узкого прямоугольного бруска в гелеобразной среде. Измерялись колебания 26 пластинок, отражающих лазерный луч и расположенных внутри оптически прозрачного фантома вдоль отрезка длиной 84.5 мм на расстоянии 20 мм от источника. В непрерывном режиме измерены угловые распределения амплитуды и фазы сдвиговых волн на дискретных частотах от 50 до 500 Гц. В импульсном режиме вибратор возбуждал в среде импульс длительностью 1.5 периода частоты 300 Гц. Амплитуды и фазы сдвиговых волн вычислялись путем быстрого преобразования Фурье временного профиля скорости колебаний пластинок длительностью 50 мс. Угловые распределения амплитуды, измеренные в импульсном и непрерывном режимах, качественно совпадают. На всех частотах распределения симметричны по отношению к вертикальной оси. Максимум амплитуды колебаний наблюдается при углах, близких к  $\pm 45^\circ$ . Скорость сдвиговых волн, рассчитанная по измеренным фазовым распределениям, возрастает от 2 до 2.5 м/с при изменении частоты от 50 до 500 Гц. Показано, что такое поведение скорости хорошо описывается релаксационной моделью среды с одним временем релаксации, равным 0.3 мс. Затухание сдвиговой волны зависит от частоты и превышает 1 см<sup>-1</sup> для волн с частотами более 250 Гц. Максимум затухания на длину волны наблюдается вблизи частоты релаксации среды в диапазоне 300–400 Гц. Полученные результаты могут быть использованы при оптимизации устройств для измерения упругости мягких тканей.

**Ключевые слова:** лазерная виброметрия, сдвиговые волны, вязкоупругая среда, одномерный вибратор, релаксационная модель среды

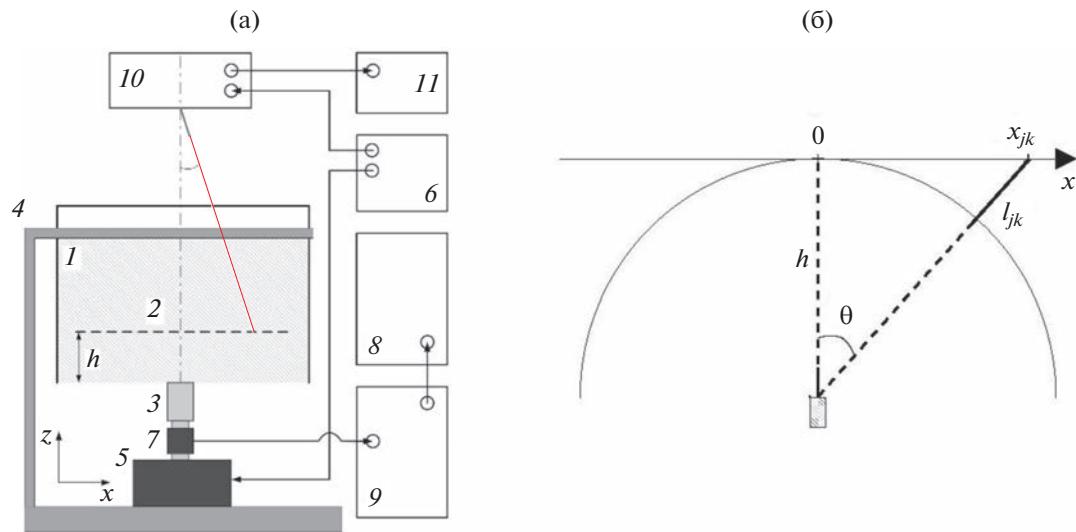
**DOI:** 10.31857/S0320791923600634, **EDN:** CQHJXF

### ВВЕДЕНИЕ

Сдвиговая упругость мягких тканей является информативным параметром при диагностике различных заболеваний [1]. В современных ультразвуковых диагностических приборах экспертного класса имеются специальные режимы, позволяющие визуализировать и измерять распределение сдвигового модуля в различных органах и выявлять патологические изменения. Они основаны на возбуждении сдвиговых волн сфокусированным ультразвуком и их последующей регистрацией путем корреляционной обработки пробных УЗ импульсов, рассеянных на приходящих в движение частицах среды [2, 3]. Альтернативой может служить метод измерения упругости ткани, в основе которого лежит возбуждение низ-

кочастотных колебаний на поверхности тканей и измерение скорости сдвиговых волн, распространяющихся в объеме среды [4–6]. Использование низкочастотных вибраторов является привлекательным с точки зрения простоты и относительной дешевизны таких устройств. Однако сильное затухание сдвиговых волн с частотами порядка нескольких сотен Гц ограничивает глубину диагностики тканей несколькими сантиметрами. Уменьшение частоты приводит к падению пространственного разрешения, что снижает диагностическую ценность результатов. Следует также учитывать, что измерения проводятся в ближнем поле низкочастотных вибраторов, пространственная структура которого достаточно сложна. С такой проблемой постоянно сталкиваются разработчики устройств оптической эластографии, в которых смещения частиц среды измеряются методом оптической когерентной томографии [7].

Дополнительная информация для этой статьи доступна по doi 10.31857/S0320791923600634 для авторизованных пользователей.



**Рис. 1.** (а) – Схема экспериментальной установки. 1 – желатиновый фантом, 2 – отражающие пластины, 3 – низкочастотный излучатель, 4 – держатель, 5 – вибратор, 6 – генератор сигналов, 7 – акселерометр, 8 – осциллограф, 9 – усилитель заряда, 10 – лазерный виброметр, 11 – компьютер. (б) – Схема распространения фронта цилиндрической сдвиговой волны.

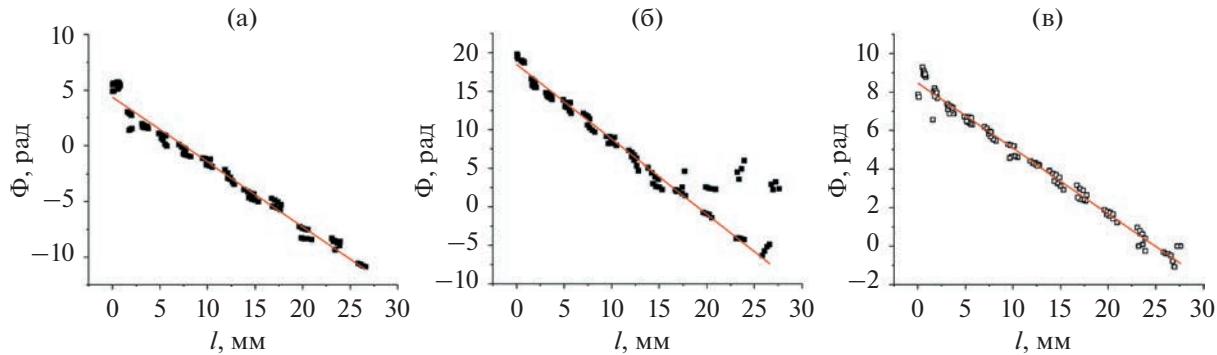
В связи с этим постоянно развиваются теоретические подходы и экспериментальные методы, позволяющие достаточно точно описывать структуру поля низкочастотных вибраторов в гелеобразной среде. Использование лазерного виброметра, способного бесконтактно измерять колебания частиц среды под действием сдвиговых волн, является перспективным для решения указанной проблемы [8]. Целью настоящей работы было изучение пространственной структуры сдвиговых волн, возбуждаемых одномерным источником в гелеобразной среде, методом лазерной виброметрии.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Измерения колебательной скорости в сдвиговых упругих волнах, возбуждаемых низкочастотным излучателем, проводились в желатиновом фантоме 1 цилиндрической формы диаметром 100 мм и высотой 60 мм (рис. 1). Фантом находился в пластиковой емкости, его нижняя и верхняя поверхности были свободны. На расстоянии 20 мм от нижней границы вдоль диаметральной линии располагались 26 пластинок 2 размером  $2 \times 2$  мм, изготовленных из тонкой алюминиевой фольги. Зазор между соседними пластинками составлял 1.3 мм с погрешностью, не превышающей 0.1 мм. Пластинки были хорошо видны в оптически прозрачном фантоме и служили отражателями лазерного излучения виброметра.

В качестве низкочастотного излучателя 3 использовался брускок квадратного сечения со стороной 8 мм и длиной 50 мм, который совершал

колебания вдоль вертикальной оси  $z$ . Бруск прилонялся к нижней свободной поверхности фантома и устанавливался так, чтобы его длинная сторона была перпендикулярна линии отражательных пластинок, а геометрический центр находился на вертикальной оси фантома. Фантом закреплялся в подвижном держателе 4 на высоте, позволяющей установить под ним низкочастотный излучатель. Колебания на частотах 50–500 Гц возбуждались с помощью вибратора 5 Brüel & Kjær 4810, который подключался к генератору сигналов 6 Rigol DG1062Z. Амплитуда колебаний излучателя измерялась одноосным акселерометром 7 Brüel & Kjær 8305, который был подключен к входу осциллографа 8 Keysight DSO9104A через усилитель заряда 9 Brüel & Kjær 2635. Подвижная часть вибратора 5, акселерометр 7 и бруск 3 жестко соединялись друг с другом с помощью резьбового соединения. При измерениях в непрерывном режиме амплитуда ускорения излучателя на всех частотах была примерно одинаковой и составляла  $6 \text{ м/с}^2$ . Сдвиговая волна, возбуждаемая излучателем, распространялась в гелеобразной среде и вызывала колебания отражающих пластинок. Поскольку пластины были легкими и вморооженными в среду, то скорость их колебаний соответствовала колебательной скорости волны  $v$ . Измерения скорости колебаний отражающих пластинок производились с помощью сканирующего лазерного виброметра 10 Polytec PSV-300, подключенного к компьютеру 11. Синхронизация виброметра осуществлялась сигналом генератора 6. В процессе измерений скорости колебаний пластины луч виброметра сканировался вдоль продольной оси  $x$  в диапазоне от  $-43.2$  до



**Рис. 2.** Зависимости фазы сдвиговой волны от разности хода  $l$ , измеренные для (а, б) – непрерывного и (в) – импульсного режимов. Аппроксимации линейными зависимостями, построенными методом наименьших квадратов, показаны линиями. Частота волны (а) – 200, (б) – 400, (в) – 120 Гц.

+42 мм, что соответствовало изменению угла сканирования от  $-11^\circ$  до  $+11^\circ$ . Нулевое значение угла сканирования, отсчитываемого от вертикали, соответствовало направлению на центр излучателя. При таких малых углах скорость, измеряемая вдоль направления лазерного луча, соответствовала вертикальной компоненте с погрешностью менее 2%. На каждой пластинке измерения проводились в четырех последовательных точках, расположенных на расстоянии 0.6 мм друг от друга вдоль линии сканирования. В режиме непрерывных колебаний измерялась на дискретных частотах: 59, 96, 150, 200, 250, 300, 400, 500 Гц. Время накопления сигнала при измерениях в одной точке составляло 2 с, что позволяло измерять колебательную скорость в полосе от 0 до 1 кГц с разрешением 0.5 Гц.

На рис. 1б представлена схема распространения фронта цилиндрической сдвиговой волны. Излучатель, расположенный на расстоянии  $h$  от линии пластинок, изображен в виде заштрихованного прямоугольника. Измерения проводились в дискретных точках с координатами  $x_{jk}$ , где  $j = 1, 2, \dots, 26$  соответствует номеру пластинки,  $k = 1, 2, 3, 4$  – номеру точки на пластинке. Нумерация точек начиналась с крайней правой точки ( $x_{11} = 42$  мм). В режиме непрерывных колебаний с частотой  $\omega$  в каждой точке  $x_{jk}$  измерялась колебательная скорость волны  $v_{jk} = V_{jk}e^{-i(\omega t + \Phi_{jk})}$ , где  $V_{jk}$ ,  $\Phi_{jk}$  – амплитуда и фаза колебательной скорости волны. Фаза волны  $\Phi_{jk}$  сдвинута по отношению к фазе  $\Phi_0$  в точке  $x = 0$  на величину

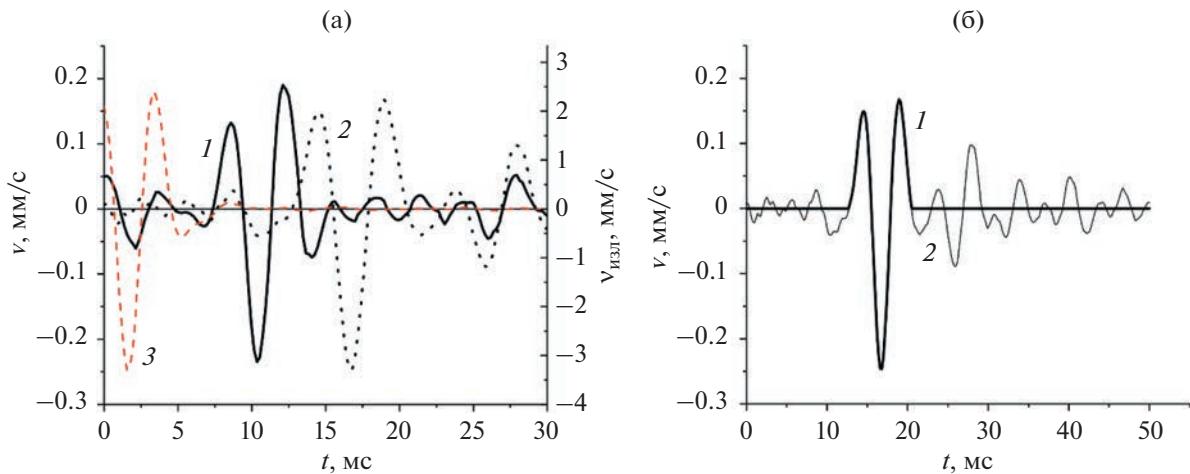
$$\Phi_{jk} - \Phi_0 = \frac{\omega}{c_t} I_{jk} = \frac{\omega}{c_t} \left( \sqrt{h^2 + x_{jk}^2} - h \right), \quad (1)$$

где  $I_{jk}$  – разность хода волн, приходящих в точки с координатами  $x = 0$  и  $x_{jk}$ ,  $c_t$  – фазовая скорость сдвиговой волны,  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота волны.

На рис. 2а, 2б показаны результаты измерений фазы волны на частоте 200 и 400 Гц в различных точках на поверхности пластинок в зависимости от разности хода  $I_{jk}$ . Точки сгруппированы по четыре по числу измерений на каждой пластинке. По мере удаления точек от излучателя абсолютное значение фазы волны увеличивается. Эти данные аппроксимировались линейной зависимостью  $\Phi = al + b$  методом наименьших квадратов. Фазовая скорость сдвиговой волны на фиксированной частоте  $f$  рассчитывалась по формуле  $c_t = 2\pi f a^{-1}$ .

При измерениях в импульсном режиме на низкочастотный излучатель подавалось напряжение длительностью в один период частоты 300 Гц с периодом повторения 1 с. Производилась запись временного профиля скорости колебаний пластинок с частотой дискретизации 5120 Гц. Длительность записи составляла 0.2 мс, что соответствовало 1024 дискретным отсчетам. Профиль скорости фильтровался в полосе от 100 до 420 Гц.

Для вычисления амплитуды и фазы скорости колебаний пластинок в импульсном режиме использовался спектральный анализ профилей скорости [9]. Профили колебательных скоростей  $v$ , измеренные в центральных точках четвертой и одиннадцатой пластинок с координатами  $x = 30.8$  и 8.5 мм, показаны на рис. За пунктирной и сплошной линиями соответственно. Профиль высокоамплитудной части каждого импульса имеет длительность порядка 1.5 периода колебаний частоты 300 Гц, что соответствует виду профиля колебаний поверхности излучателя (штриховая линия в начале временной оси). Скорость колебаний излучателя надежно детектировалась, поскольку его поверхность была отполирована и служила хорошим отражателем лазерного луча. Мы считали, что форма сдвиговой волны, распространяющейся в среде и вызывающей колебания пластинок, имеет такой же вид. С увеличением координаты  $x$  время прихода высокоамплитуд-



**Рис. 3.** (а) – Профили скорости колебаний пластинок, измеренные в центральных точках четвертой ( $x = 8.5$  мм, кривая 1) и одиннадцатой ( $x = 30.8$  мм, кривая 2) пластинок. Кривая 3 – профиль скорости колебаний поверхности излучателя. (б) – Высокоамплитудная часть импульсного сигнала (кривая 1), выделенная из всего измеренного сигнала в одиннадцатой точке (кривая 2), для которой рассчитывался спектр методом БПФ.

ной части импульса сдвиговой волны также увеличивается. Для вычислений амплитудного и фазового спектров применялось быстрое преобразование Фурье (БПФ) для сигнала во временном окне длительностью 50 мс, что соответствовало 256 отсчетам (рис. 3б). В этом окне из профиля измеренного импульса выделялась его высокоамплитудная часть, соответствующая сдвиговой волне, а все остальные отсчеты обнулялись (жирная линия на рис. 3б). Были рассчитаны спектры импульсов на различных расстояниях от излучателя в диапазоне 80–420 Гц с дискретностью 20 Гц. На рис. 2в показан результат расчетов фазы волны на частоте 120 Гц в зависимости от разности хода  $l_{jk}$ . Погрешность вычисления фазовой скорости определяется разбросом измеренных фаз. Наибольшие погрешности (3–3.5%) наблюдались для частот менее 150 Гц и более 350 Гц, наименьшие (1–1.5%) – для частот 220–320 Гц. Наибольшие флуктуации фазы на фиксированной частоте отмечены либо для больших значений разности хода  $l_{jk}$  (рис. 2б), т.е. при измерениях на самых удаленных от излучателя пластинах, либо для измерений фазы на пластинах вблизи вертикали ( $0 < l_{jk} < 3$  мм). В диапазоне  $3 < l_{jk} < 20$  мм отклонение измеренных фаз от аппроксимирующей линейной зависимости было минимальным.

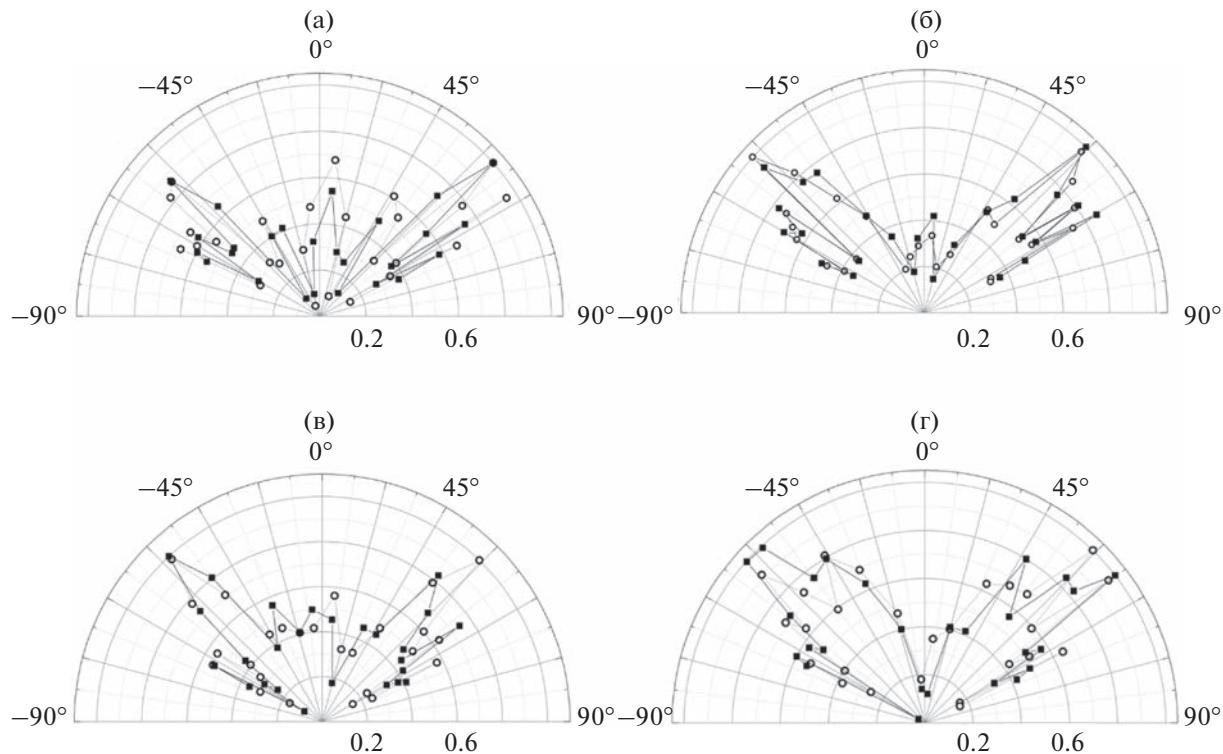
## РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Зависимости амплитуды вертикальной компоненты скорости колебаний пластин от угла  $\theta$ , измеренные на частотах 150–300 Гц в непрерывном и импульсном режимах, представлены на рис. 4 соответственно кружками и квадратами. Каждый символ соответствует амплитуде скорости коле-

баний пластины, усредненной по измерениям в четырех точках пластины. Амплитуды нормировались на максимальные значения для каждого из режимов измерения. Для наглядности символы соединены линиями. Положительное значение угла  $\theta$  соответствует направлению положительному оси  $x$ ,  $\theta = 0$  для вертикали.

Характер угловых распределений, измеренных в импульсном и непрерывном режимах, качественно совпадает. На всех частотах распределения симметричны по отношению к вертикальной оси. Максимум амплитуды колебаний наблюдается при углах, близких к  $\pm 45^\circ$ . Поскольку измерения проводились в ближнем поле, то угловые распределения имеют сложный вид, присутствуют дополнительные максимумы. Эти особенности хорошо видны на частоте 150 Гц (рис. 4а). Ширина основных лепестков составляет порядка  $10^\circ$ . На частотах 150 и 300 Гц вблизи углов  $\theta = 0$  амплитуда вертикальной компоненты скорости составляет порядка 0.6 от максимума, хотя в дальнем поле сдвиговые волны, распространяющиеся в вертикальном направлении, должны иметь только перечную компоненту. На частотах 200 и 250 Гц амплитуда вертикальной компоненты колебательной скорости волн, движущихся в направлении  $\theta = 0$ , минимальна, что является ожидаемым для сдвиговых волн.

Зависимости фазовой скорости  $c_t$  от частоты, измеренные в непрерывном и импульсном режимах, представлены на рис. 5а символами. В диапазоне 250–400 Гц оба метода дают довольно близкие результаты. В непрерывном режиме на частотах ниже 100 Гц сказывается влияние волн, возникающих при отражении от границ. В области низких частот затухание сдвиговых волн срав-



**Рис. 4.** Распределения нормированной амплитуды скорости колебаний пластин от угла  $\theta$  для непрерывного (кружки) и импульсного (квадраты) режимов излучения, измеренные на частотах (а) – 150, (б) – 200, (в) – 250, (г) – 300 Гц.

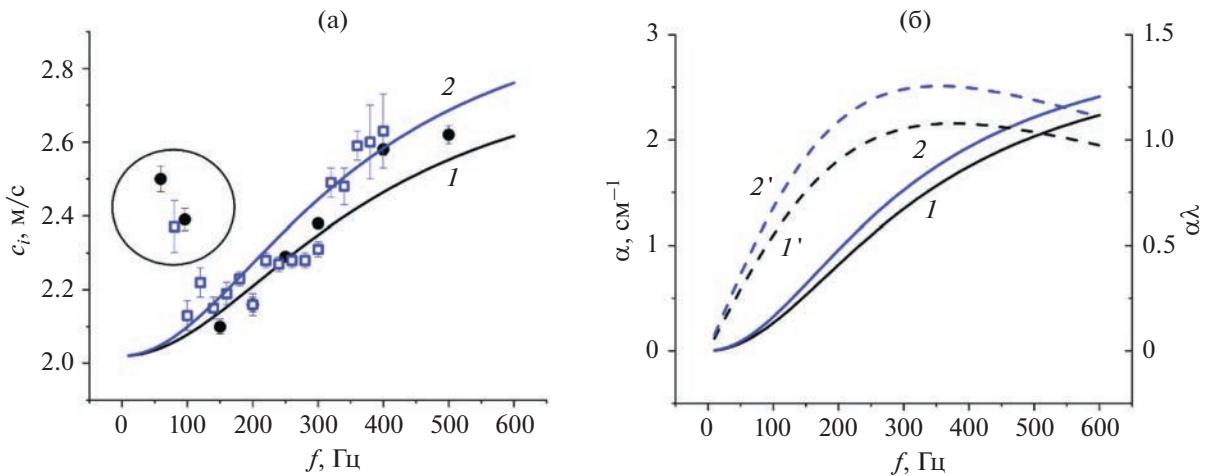
нительно мало, что приводит к росту амплитуды волн, отраженных от границ. Отраженные волны интерфеcируют с падающей волной, в результате чего в структуре поля образуется заметная стоячая волна. Возникает систематическая погрешность в измерениях скорости волн по изменению фазы с расстоянием. Скорее всего такой эффект обусловил существенное завышение измеренных значений скорости волн на частотах 59 и 96 Гц, которые обведены на рис. 5а кружком. Следует отметить, что случайная погрешность в измерении скоростей на указанных частотах не превышает погрешность в области более высоких частот.

В дополнительных материалах к статье имеются 8 видеофайлов в формате MP4, которые содержат анимацию колебаний всех 104 точек на 26 пластинках, измеренных в непрерывном режиме на частотах 59, 96, 200, и 250 Гц. В названии файлов указывается частота колебаний и название горизонтальной координаты (это либо координата  $x$  (59Hz\_X) либо разность хода волн  $l$  (59Hz\_L)). Можно наглядно проследить, как изменяются амплитуда и фаза колебаний пластины под действием волны во всем диапазоне расстояний  $x$  и при различных значениях разности хода волн  $l$ .

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Напряжение в гелеобразной среде складывается из упругого напряжения, пропорционального деформации, и релаксационного напряжения, которое определяется производной деформации по времени. Механическая модель такой среды может быть представлена в виде параллельного соединения пружинки с модулем  $\mu_0$  и максвелловской схемы в виде последовательного соединения пружинки с динамическим модулем упругости  $\mu_1$  и демпфера с релаксирующей вязкостью  $\eta_1$  (рис. 6). Это случай линейной среды с одним временем релаксации  $\tau$ , которое определяется параметрами максвелловской схемы  $\tau = \eta_1/\mu_1$ . Модуль  $\mu_0$  имеет смысл статического модуля сдвиговой упругости [10].

При деформации гелеобразной среды на величину  $\varepsilon$  в ней возникает механическое напряжение  $\sigma$ , которое складывается из напряжения пружинки  $\sigma_\infty = \mu_0 \varepsilon$  и напряжения в максвелловской схеме  $\sigma_1$ :  $\sigma = \sigma_\infty + \sigma_1$ . Выразим напряжение в максвелловской схеме  $\sigma_1$  через деформацию пружинки  $\varepsilon_s = \sigma_1/\mu_1$  и демпфера  $\varepsilon_d$ , где  $d\varepsilon_d/dt = \sigma_1/\eta_1$ . Учтем, что деформация всей максвелловской схемы  $\varepsilon$  есть сумма деформаций ее элементов:  $\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d$ . Тогда можно записать следующее уравнение:

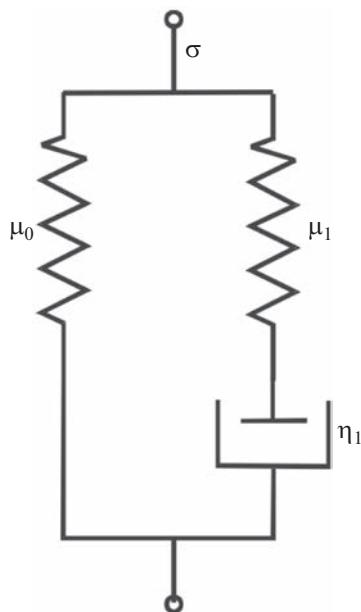


**Рис. 5.** (а) – Измеренные зависимости фазовой скорости сдвиговых волн от частоты для непрерывного (кружки) и импульсного (квадраты) режимов излучения. Кривые 1 и 2 рассчитаны для параметров ( $\mu_1 = 4$  кПа,  $\tau = 0.3$  мс) и ( $\mu_1 = 5$  кПа,  $\tau = 0.3$  мс). Не учитывались измерения, обведенные кружком. (б) – Зависимости коэффициента затухания  $\alpha$  (линии 1, 2) и произведения  $\alpha\lambda$  (линии 1', 2'), рассчитанные для параметров, определенных на рис. 5а.

$$\frac{d\sigma_1}{dt} + \frac{\sigma_1}{\tau} = \frac{\eta_1 d\varepsilon}{\tau dt}. \quad (2)$$

При исследовании гармонических колебаний заменим производные  $d/dt$  в (2) на  $i\omega$ . Тогда связь между напряжением и деформацией запишется в виде:

$$\sigma = \left( \mu_0 + \frac{i\omega\eta_1}{1 + i\omega\tau} \right) \varepsilon = \mu\varepsilon,$$



**Рис. 6.** Механическая модель среды с одним временем релаксации.

где  $\mu$  – комплексный модуль сдвига:  $\mu = \mu_0 + \frac{i\omega\eta_1}{1 + i\omega\tau}$ . Представим  $\mu$  в виде  $\mu = \mu_r + i\mu_i$ , где  $\mu_r = \mu_0 + \mu_1 \frac{\omega^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}$  – действительная часть,  $\mu_i = \mu_1 \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$  – мнимая часть модуля сдвига. Зная модули  $\mu_r$  и  $\mu_i$ , можно рассчитать скорость  $c_t$  и коэффициент затухания  $\alpha$  плоской сдвиговой волны в зависимости от частоты:

$$c_t = \sqrt{\frac{\mu_r}{\rho}} \sqrt{\frac{2(1 + \gamma^2)(\sqrt{1 + \gamma^2} - 1)}{\gamma^2}}, \quad (3)$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu_r}} \sqrt{\frac{(\sqrt{1 + \gamma^2} - 1)}{2(1 + \gamma^2)}},$$

где  $\gamma = \frac{\mu_i}{\mu_r}$ . Параметры  $\mu_1$  и  $\tau$  в формулах (3) определяются путем подбора таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратичное отклонение рассчитанных значений от экспериментальных данных. Кривые 1 и 2 на рис. 5а рассчитаны соответственно для параметров ( $\mu_1 = 4$  кПа,  $\tau = 0.3$  мс) и ( $\mu_1 = 5$  кПа,  $\tau = 0.3$  мс). Кривая 1 оптимальна в области частот 100–300 Гц, в диапазоне 300–500 Гц экспериментальные данные лучше описывает кривая 2 с более высоким динамическим модулем  $\mu_1$ . При подборе теоретических зависимостей не учитывались измерения на частотах 59, 80 и 96 Гц (обведены кружком), которые очень сильно отличались от значений на более высоких частотах. Для обеих теоретических зависимостей значение времени релаксации одинаково.

во и равно 0.3 мс. Значения коэффициента сдвиговой вязкости  $\eta_1 = \mu_1 \tau$  получились соответственно 1.2 и 1.5 Па · с для кривых 1 и 2. На рис. 5б показаны рассчитанные по формуле (3) частотные зависимости коэффициента затухания плоской сдвиговой волны  $\alpha$  и произведения  $\alpha\lambda$ , характеризующего затухание на одной длине волны. Кривые 1 и 2 рассчитаны соответственно для  $\mu_1 = 4$  кПа,  $\tau = 0.3$  мс и  $\mu_1 = 5$  кПа,  $\tau = 0.3$  мс. Затухание сдвиговой волны достаточно существенно и превышает 1 см<sup>-1</sup> для волн с частотами более 250 Гц. Максимум затухания на длину волны  $\alpha\lambda$  наблюдается в диапазоне частот 300–400 Гц, и в этом диапазоне находится частота релаксации гелеобразной среды. Отметим, что рассчитанные параметры  $\mu_0$ ,  $\mu_1$ ,  $\eta_1$  полностью определяют вязкоупругие свойства гелеобразной среды в диапазоне 0–500 Гц и позволяют достаточно точно описать распространение упругих волн в такой среде.

В полупространстве упругой среды, на границе которой находится вибрирующий источник, возникают волны нескольких типов. Вдали от источника это продольная и сдвиговая волны, скорости которых определяются модулями объемного сжатия  $M$  и модулем Юнга  $E$  соответственно [11]. В гелеобразной среде  $M \gg E$ , вследствие чего скорость продольной волны значительно выше скорости сдвиговой волны. В ближнем поле дополнительно возникает так называемая продольная сдвиговая волна (LSW – Longitudinal Shear Wave), имеющая компоненту колебательной скорости вдоль волнового вектора [12, 13]. При этом скорость распространения этой волны в ближнем поле совпадает со скоростью сдвиговой волны. Наличие LSW-волн в ближнем поле вибраторов используется в оптической когерентной эластографии, где измеряется только вертикальная компонента смещений частиц среды, вызванная LSW-волной [7]. Возможно, что полученные в наших измерениях (рис. 4) достаточно большие значения вертикальной компоненты скорости в направлении вертикали обусловлены именно проявлением LSW-волн. Понимание структуры поля вблизи колеблющегося источника позволит выбрать оптимальную форму и размер излучателя с целью повышения амплитуды LSW-волн и повышения эффективности доплеровского измерителя сдвиговой упругости мягких тканей [5, 6]. Излучатель в виде двух соединенных между собой параллельных брусков создает в плоскости симметрии на определенной глубине область максимальной амплитуды вертикальной компоненты скорости за счет конструктивного сложения волн от каждого бруска. Варьируя расстояние между брусками, можно изменять глубину, на которой будет наблюдаться зона максимальной амплитуды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Актуальность задачи измерения упругих параметров гелеобразных сред значительно возросла в последнее десятилетие, что связано с успехами в инженерии мягких тканей [14]. Гидрогели различного химического состава часто используют в качестве скелетной структуры, куда помещаются стволовые клетки для прорастания и формирования специфических тканей [15]. Вязкоупругие свойства формируемой ткани зависят как от механических свойств гидрогеля, так и от структуры клеток. Для оценки вязкоупругих параметров исходных гидрогелей и формируемой ткани часто используют методы атомно-силовой микроскопии (ACM), при которых измеряется реакция колеблющегося кантелевера при его контакте с поверхностью среды. Частота вибраций кантелевера достигает несколько сотен Гц, а локальность определяется его размером, составляющим десятки мкм [16]. Для расчета вязкоупругих параметров гидрогелей и биологических тканей по результатам измерений ACM используются механические модели сред, как простые, как в нашей работе, так и более сложные [17]. В частности, анизотропные ткани типа мышечной с волокнистой структурой хорошо описываются моделью двухкомпонентной среды [18]. Включение упругого элемента с нелинейной зависимостью деформации от напряжения позволяет описать поведение гелеобразной среды при повышенных нагрузках [19]. В нашей работе показывается, что лазерная виброметрия оптически прозрачных гидрогелей является перспективным и достаточно точным методом измерения их вязкоупругих параметров.

Работа В.Г. Андреева и Ш.А. Асфандиярова по проведению эксперимента и созданию феноменологической модели выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-22-00751, <https://rscf.ru/project/22-22-00751/>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Carstensen E.L., Parker K.J., Lerner R.M. Elastography in the Management of Liver Disease // Ultrasound Med Biol. 2008. V. 34. № 10. P. 1535–1546. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2008.03.002>
2. Tanter M., Bercoff J., Athanasiou A., Deffieux T., Gennisson J.L., Montaldo G., Muller M., Tardivon A., Fink M. Quantitative assessment of breast lesion viscoelasticity: Initial clinical results using supersonic shear imaging // Ultrasound Med. Biol. 2008. V. 34. № 9. P. 1373–1386. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2008.02.002>
3. Андреев В.Г., Демин И.Ю., Корольков З.А., Шанин А.В. Движение сферических микрочастиц в вязкоупругой среде под действием акустической радиационной силы // Изв. РАН. Сер. Физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1321–1326. <https://doi.org/10.7868/S0367676516100045>

4. Catheline S., Gennisson J.-L., Delon G., Fink M., Sinkus R., Abouelkaram S., Culjoli J. Measurement of viscoelastic properties of homogeneous soft solid using transient elastography: An inverse problem approach // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. P. 3734–3741.  
<https://doi.org/10.1121/1.1815075>
5. Тиманин Е.М., Еремин Е.В., Беляев Р.В., Мансфельд А.Д. Ультразвуковой допплеровский способ дистанционной эластометрии // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 274–280.
6. Асфандияров Ш.А., Крит Т.Б., Андреев В.Г. Ультразвуковой допплеровский метод для измерения упругости скелетных мышц // Изв. Росс. Акад. наук. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 6. С. 823–828.  
<https://doi.org/10.31857/S036767652106003X>
7. Zvietcovich F., Larin K.V. Wave-based optical coherence elastography: the 10-year perspective // *Prog. Biomed. Eng.* 2022. V. 4. P. 012007.  
<https://doi.org/10.1088/2516-1091/ac4512>
8. Schwarz S., Hartmann B., Sauer J., Burgkart R., Sudhop S., Rixen D.J., Clausen-Schaumann H. Contactless Vibrational Analysis of Transparent Hydrogel Structures Using Laser-Doppler Vibrometry // *Exp. Mech.* 2020. V. 60. № 8. P. 1067–1078.  
<https://doi.org/10.1007/s11340-020-00626-0>
9. Gasenko V.G., Gorelik R.S., Nakoryakov V.E., Timkin L.S. Measurement of acoustic wave phase velocity by Fourier method in gas-liquid medium // *J. Eng. Thermo-phys.* 2015. V. 24. № 4. P. 330–334.  
<https://doi.org/10.1134/S1810232815040049>
10. Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики. М.: Наука, 1964. 516 с.
11. Miller G., Pursey H. The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid // *Proc. R. Soc. London.* 1954. V. 223. P. 521–541.
12. Catheline S., Benech N. Longitudinal shear wave and transverse dilatational wave in solids // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 137. № 2.  
<https://doi.org/10.1121/1.4907742>
13. Sandrin L., Cassereau D., Fink M. The role of the coupling term in transient elastography // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 115 № 1. P. 73–83.  
<https://doi.org/10.1121/1.1635412>
14. Esdaille C.J., Washington K.S., Laurencin C.T. Regenerative engineering: a review of recent advances and future directions // *Regen Med.* 2021. V. 16. № 5. P. 495–512.  
<https://doi.org/10.2217/rme-2021-0016>
15. Lu A., Zhu J., Zhang G., Sun G. Gelatin nanofibers fabricated by extruding immiscible polymer solution blend and their application in tissue engineering // *J. Mater. Chem.* 2011. V. 21. № 46. P. 18674–18680.  
<https://doi.org/10.1039/C1JM13059E>
16. Chang A.C., Liao J.-D., Liu B.H. Practical assessment of nanoscale indentation techniques for the biomechanical properties of biological materials // *Mech. Mater.* 2016. V. 98. P. 11–21.  
<https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.03.005>
17. Алексеев В.Н., Рыбак С.А. Об уравнениях состояния вязкоупругих биологических сред // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 5. С. 581–588.
18. Руденко О.В., Цюриона С.Н., Сарвазян А.П. Скорость и затухание сдвиговых волн в фантоме мышцы – мягкой полимерной матрице с вмороженными натянутыми волокнами // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 5. С. 609–615.  
<https://doi.org/10.7868/S0320791916050154>
19. Андреев В.Г., Крит Т.Б., Сапожников О.А. Сдвиговые волны в резонаторе с кубичной нелинейностью // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 6. С. 763–770.