

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СОТОВЫХ ЗПК ПРИ ВЫСОКИХ УРОВНЯХ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С ПОТОКОМ

© 2024 г. В. В. Башкатов^а, Н. Н. Остриков^{а, *}

^аФАУ “ЦАГИ”, Акустическое отделение, Москва, Россия

*e-mail: aeroacoustics@tsagi.ru

Поступила в редакцию 19.04.2023 г.

После доработки 17.05.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Рассмотрена задача о распространении звука в цилиндрическом канале с однородным потоком при наличии нелинейных импедансных граничных условий, проистекающих из зависимости импеданса сотовых звукопоглощающих конструкций (ЗПК) от уровня звукового давления. Построена итерационная процедура решения указанной задачи, в которой распространение звука описывается асимптотическим решением задачи о распространении звуковых мод в цилиндрическом канале с однородным потоком при плавно-неоднородном импедансе стенок в осевом направлении, а нелинейный режим работы ЗПК — на основе полуэмпирической модели двухслойной сотовой ЗПК. Показано, что построенный итерационный алгоритм сходится в рамках границ применимости асимптотического решения и расходится за их пределами. Показано, что при тех параметрах, при которых проводились расчеты, нелинейный эффект работы ЗПК приводит к увеличению затухания звука по сравнению с линейным решением аналогичной задачи, причем этот эффект оказывается более сильным при распространении звука по потоку, чем при распространении против потока.

Ключевые слова: звукопоглощающие конструкции (ЗПК), нелинейный эффект работы сотовых ЗПК, распространение звука в каналах

DOI: 10.31857/S0320791924010027 EDN: ZPLJCO

ВВЕДЕНИЕ

Уровень звукового давления вблизи вентилятора современного авиадвигателя может достигать 160 дБ на максимальных режимах работы. В этих условиях сотовые звукопоглощающие конструкции (ЗПК), устанавливаемые на стенках каналов двигателя для снижения шума, работают на нелинейном режиме, который проявляется в зависимости импеданса от уровня звукового давления. Данный эффект возникает на высоких уровнях звукового давления, при которых внутри отверстий перфорированных листов сотовых ЗПК реализуется достаточно высокая скорость колебательного движения среды. В результате из-за условий прилипания на стенках имеет место рождение интенсивной завихренности, которая отрывается на острых кромках отверстий и вбрасывается как внутрь ячеек ЗПК, так и внутрь потока [1, 2]. При этом, чем выше уровень звукового давления, тем более интенсивные рождаются вихри. Это существенно нелинейный процесс, имеющий свою собственную динамику

и влияющий на динамику всего потока в пограничных слоях. Именно данный процесс и обуславливает зависимость импеданса сотовых ЗПК не только от уровня звукового давления, но и от спектрального состава звука на лицевой поверхности ЗПК. Хорошо известно, что для характерных геометрических параметров сотовых ЗПК, устанавливаемых в авиадвигатели, данный эффект начинает оказывать заметное влияние на импеданс уже при уровнях звукового давления более 110 дБ. Это означает, что практически на всех режимах работы двигателя звук, генерируемый вентилятором, распространяется и затухает в канале при реализации нелинейного режима работы ЗПК, установленных на его стенках.

Если исследованию зависимости импеданса сотовых ЗПК от уровня звукового давления посвящено достаточно много работ, например, [3–12], хотя до сих пор остаются проблемы с полуэмпирическими подходами [12], то распространение звука в каналах при наличии нелинейных граничных

условий практически не исследовалось. Более того, проблема учета влияния нелинейного эффекта работы ЗПК на процесс распространения звука в каналах с потоком была в 2021 г. обозначена в качестве Вызова в рамках работ по ЗПК в международном проекте IFAR [13, 14].

Если на некоторой частоте уровень звукового давления не превышает 150 дБ, то, несмотря на нелинейные граничные условия, которые начинают реализовываться с уровня звукового давления 110 дБ, задача о распространении звука в относительно коротком канале с потоком может быть рассмотрена с высокой степенью точности в рамках решения линейных уравнений. При этом обычно пренебрегают наличием пограничного слоя вблизи стенок канала и рассматривают только потенциальный поток, распространение звука в котором описывается уравнением Блохинцева в терминах потенциала возмущений скорости или уравнением Блохинцева–Хоу в терминах возмущений энтальпии торможения [4]. Если стенки канала облицованы и обладают локально-реагирующим импедансом, то в качестве граничных условий для описания процесса распространения звука обычно используют условие Ингарда–Майерса [15]. Если стенки канала облицованы сотовыми ЗПК и уровень звукового давления достаточно высок для значимой реализации нелинейного режима их работы, то описанная выше постановка задачи о распространении звука в канале с потенциальным потоком сохраняется, но вместо конкретного значения импеданса в граничном условии на заданной частоте теперь необходимо использовать известную зависимость импеданса от уровня звукового давления и скорости потока, которая описывается тем или иным полуэмпирическим соотношением. Таким образом, указанная задача становится нелинейной, и данная нелинейность содержится в граничном условии.

В период с 2014 по 2016 гг. А.Ф. Соболев сделал предположение [23], что во многих практически значимых случаях для решения указанной нелинейной задачи может быть использован математический аппарат асимптотических решений, развитый в работах [16–22] применительно к задачам

о распространении звука в плавно-неоднородных каналах с потенциальным потоком при наличии на его стенках плавно-неоднородного в осевом направлении импеданса. Более того, А.Ф. Соболев предположил, что указанная задача может быть решена с помощью построения итерационного алгоритма. Указанные предположения были успешно проверены в работе [23] для случая распространения поршневой моды в цилиндрическом канале с однослойной ЗПК на стенках канала, и при этом было использовано асимптотическое решение, полученное в работе [16], которое пригодно только для распространения осесимметричных звуковых мод.

В настоящей работе рассматривается нелинейная задача о распространении произвольных вращающихся звуковых мод в цилиндрическом канале с однородным потоком при наличии нелинейного эффекта зависимости импеданса стенок от уровня звукового давления на основе решения уравнения Блохинцева–Хоу с граничным условием Ингарда–Майерса. Указанная задача решается с помощью итерационного алгоритма с использованием первого приближения асимптотического решения, полученного в диссертационной работе А.Ф. Гладенко [20], с учетом двух приближений по малому параметру для описания распространения звуковых мод в плавно-неоднородном канале с потенциальным потоком и плавно-неоднородным импедансом стенок в осевом направлении. Для описания зависимости импеданса стенок от уровня звукового давления рассмотрен случай двухслойных сотовых ЗПК на основе полуэмпирической модели А.Ф. Соболева для импеданса однослойных сотовых ЗПК [8], а импеданс двухслойной конструкции рассчитывается с учетом различия звуковых давлений на перфорированных листах первого и второго слоев. При этом выбор двухслойных ЗПК обусловлен тем, что для двухслойных ЗПК нелинейный эффект проявляется сильнее, чем для однослойных. Более того, конкретные геометрические параметры ЗПК были выбраны таким образом, чтобы избежать резонансной ситуации, при которой в некотором сечении канала с переменным импедансом стенок возникает эффект слияния двух мод, учет которого осуществляется методом многих масштабов на основе асимптотических сращиваемых разложений [20, 24] и приводит к усложнению асимптотических решений.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу о распространении звуковых волн в цилиндрическом канале радиуса r_0 с однородным потоком и удельной проводимостью (адмиттансом) стенок $\beta(L(z))$, зависящим от локального уровня звукового давления $L(z)$ (рис. 1).

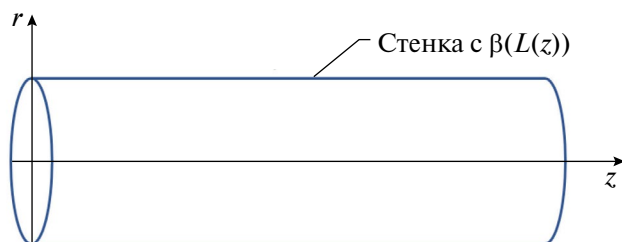


Рис. 1. Схема канала с потоком и импедансными стенками.

В этом случае возмущения энтальпии торможения B в звуковой волне подчиняются на частоте ω уравнению Блохинцева–Хоу [4]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{D}{Dt} \left(\frac{DB}{Dt} \right) - \Delta B = 0, \quad (1)$$

где c — скорость звука, $\frac{D}{Dt}$ — субстанциональная производная.

Будем рассматривать акустические возмущения, распространяющиеся в положительном направлении оси z (рис. 1), с гармонической зависимостью от времени вида $e^{-i\omega t}$. Тогда оператор $\frac{D}{Dt}$ в уравнении (1) принимает вид $\frac{D}{Dt} = -i\omega + V \frac{\partial}{\partial z}$, где V — скорость основного потока, принимающая отрицательное значение в случае распространения звука против потока.

На стенках канала ставится граничное условие Ингарда–Майерса [15], которое в силу сделанных предположений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial r} + 2 \frac{\beta}{c} \left(V \frac{\partial B}{\partial z} \right) - i\omega \frac{\beta}{c} B + \frac{B}{c} \left(V \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) + \\ + \frac{i}{\omega c} \left(V \frac{\partial B}{\partial z} \right) \left(V \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) + \frac{i\beta}{\omega c} \left(V \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 B = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Зависимость адмиттанса $\beta(L)$ от уровня звукового давления L в выражении (2) считается заданной, в то время как зависимость уровня звукового давления $L(z)$ от осевой координаты должна быть установлена по результатам решения задачи. При этом дополнительно к граничному условию ставится условие на уровень звукового давления в сечении канала $z = 0$, который положим равным L_0 . Таким образом, граничное условие (2) является нелинейным, что обуславливает нелинейность всей задачи в целом.

В настоящей работе в качестве облицовки стенок канала рассматриваются двухслойные сотовые ЗПК, геометрические параметры которых представлены в табл. 1. При этом расчет зависимости адмиттанса $\beta(L)$ этих ЗПК от уровня звукового давления и скорости потока осуществляется на основе полуэмпирической модели А. Ф. Соболева для однослойной сотовой ЗПК [8], причем при расчете адмиттанса двухслойной конструкции производится расчет уровня звукового давления на перфорированном листе второго слоя, отличающегося от уровня звукового давления L на лицевом перфорированном листе.

На рис. 2 и 3 представлены рассчитанные зависимости реальной и мнимой частей импеданса рассматриваемых ЗПК от частоты звука при различных уровнях звукового давления в случаях

Таблица 1. Используемые параметры двуслойной сотовой ЗПК

Номер слоя	Глубина ячейки, мм	Толщина панели, мм	Диаметр отверстий, мм	Процент перфорации
1	7	1.3	1.6	9
2	8	1	1.6	3

отсутствия и наличия скользящего потока с числом Маха $M = 0.32$ соответственно. Рисунки 2 и 3 показывают относительно сильную зависимость импеданса рассматриваемых ЗПК от уровня звукового давления, которая наиболее ярко выражена в окрестности частоты 3500 Гц.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ЗАДАННЫМ ПЛАВНО НЕОДНОРОДНЫМ ИМПЕДЕНСОМ

В работе А. Ф. Гладенко [20] с использованием метода эталонных функций с учетом членов второго порядка малости было получено асимптотическое решение задачи о распространении звуковых мод в плавно-неоднородном осесимметричном канале с радиусом вида $r = r(\varepsilon z)$ при наличии дозвукового потенциального потока и плавно-неоднородного адмиттанса стенок вида $\beta = \beta(\varepsilon z)$, где ε — малый параметр. Данное решение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} B = \left(g(r, z) J_m(\psi(r, z)) - \right. \\ \left. - i h(r, z) J'_m(\psi(r, z)) \right) e^{i(\theta(r, z) - m\varphi)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где φ — азимутальный угол, m — азимутальное число, J_m — функция Бесселя первого рода m -го порядка, J'_m — производная функции Бесселя, функции $\theta(r, z)$, $\psi(r, z)$, $g(r, z)$ и $h(r, z)$ зависят от цилиндрических координат и малого параметра ε .

В случае цилиндрического канала постоянного радиуса с однородным потоком, но при наличии переменного импеданса стенок, выражения для указанных функций при учете только первых членов по малому параметру ε имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \theta(r, \xi) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\xi \alpha(\tau) d\tau + \\ + \varepsilon \left(\theta_{10}(\xi) + \frac{r^2}{2} \theta_{12}(\xi) \right) + O(\varepsilon^3), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\psi(r, \xi) = \frac{r}{r_0} \xi + \varepsilon^2 \psi_{13}(\xi) \frac{r}{3} (r^2 - r_0^2) + O(\varepsilon^4), \quad (5)$$

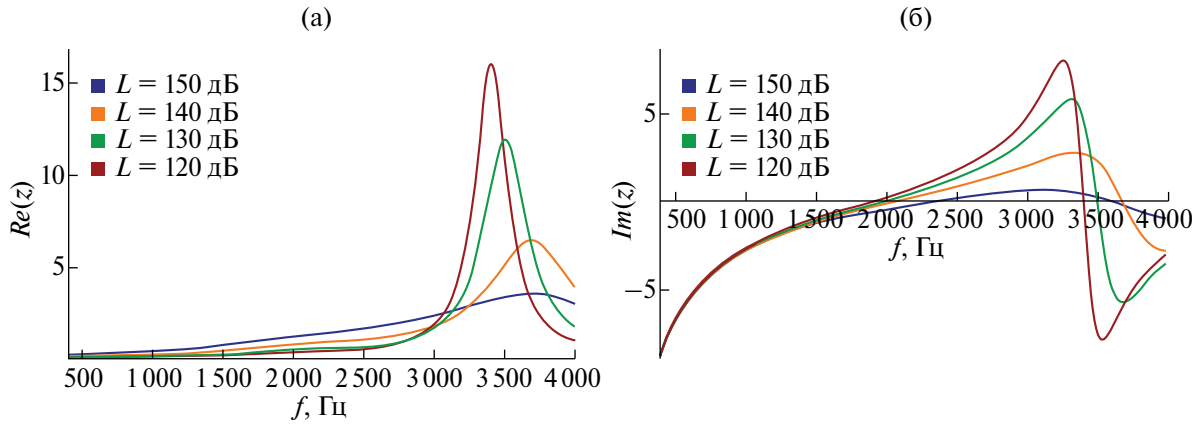


Рис. 2. Зависимости (а) — действительной и (б) — мнимой частей импеданса двухслойной сотовой ЗПК от частоты при различных уровнях звукового давления и отсутствии потока.

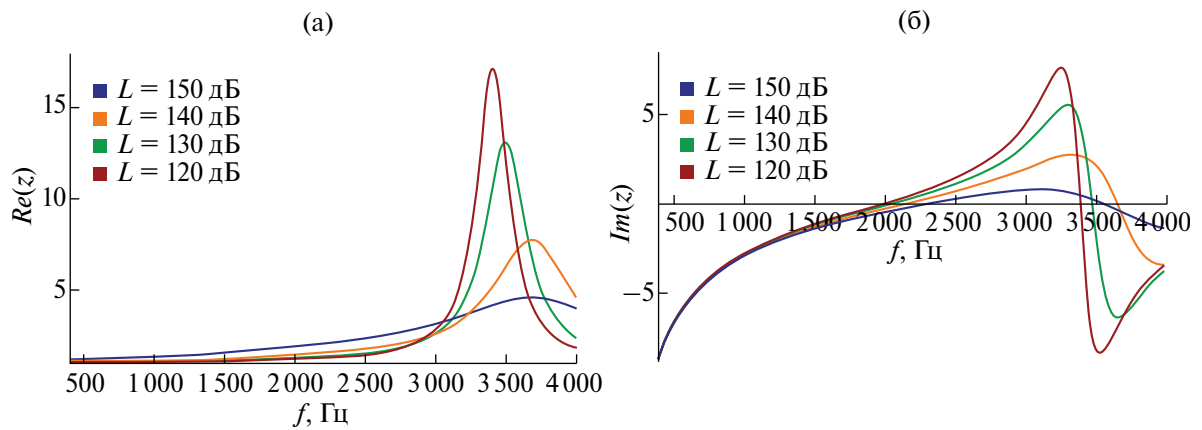


Рис. 3. Зависимости (а) — действительной и (б) — мнимой частей импеданса двухслойной сотовой ЗПК от частоты при различных уровнях звукового давления и потоке с числом Маха $M = 0.32$.

$$g(r, \xi) = G(\xi) + \varepsilon g_{10}(\xi) + O(\varepsilon^2), \quad (6)$$

$$h(r, \xi) = \varepsilon h_{01}(\xi) r + O(\varepsilon^2), \quad (7)$$

здесь $\xi = \varepsilon z$ — медленная переменная, $k = \omega/c$ — волновое число, c — скорость звука, $\xi = \xi(\varepsilon z)$ — корень характеристического уравнения

$$\begin{aligned} & \zeta J'_m(\zeta) - i\beta k r_0 \times \\ & \times \left(\frac{k - M \sqrt{k^2 - \frac{\zeta^2}{r_0^2} (1 - M^2)}}{k(1 - M^2)} \right) J_m(\zeta) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

При этом функции, через которые выражены функции (4), (5), (6) и (7), имеют следующий вид:

$$G(\xi) = C_1 \frac{\zeta}{J_m(\zeta) \sqrt{P}},$$

$$g_{10} = G \int_0^\xi \frac{\zeta^2 k r_0 \left(I_3 - \frac{r_0^2 I_2}{2\zeta} - \frac{i r_0}{2\zeta^2} \left(I_1 + i \frac{I_2}{f} \right) \times \right.}{P(\tau) G(\tau)} d\tau,$$

$$h_{01} = -\frac{1}{2f} (2\sqrt{q} G' - Q_{21} G),$$

$$\theta_{10} = \int_0^\xi \frac{1}{\sqrt{q}} \left(\frac{\Psi_{13}}{3f} (2m^2 + \zeta^2) - \frac{m^2 f'^2}{2f^2} (M^2 - 1) \right) d\tau,$$

$$\theta_{12}(\xi) = -\sqrt{q} \frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = -\sqrt{q} \frac{\zeta'(\xi)}{\zeta(\xi)},$$

$$\Psi_{13}(\xi) = -\frac{1}{2f} (\theta_{12}^2 + \sqrt{q} \theta'_{12} + f'^2 (1 - M^2)), f(\xi) = \frac{\zeta}{r_0},$$

$$P = 2\beta ME\sqrt{kr_0}\zeta^2 - ir_0^2\sqrt{q}k(\zeta^2 - m^2 - \beta^2 E^4),$$

$$\alpha = \frac{-Mk + \sqrt{k^2 - \frac{\zeta^2}{r_0^2}(1 - M^2)}}{(1 - M^2)},$$

$$E^2 = kr_0\left(\frac{k - M\sqrt{q}}{k(1 - M^2)}\right), q = k^2 - \frac{\zeta^2}{r_0^2}(1 - M^2),$$

$$Q_{21} = 2\sqrt{q}\left(\frac{\zeta'}{\zeta} - \frac{q'}{4q}\right), I_1 = i(1 - M^2)G'',$$

$$\begin{aligned} rI_2 = & 2rG'f'(M^2 - 1) - 2\sqrt{q} \times \\ & \times \left(h'_{01} - 2r\frac{f'}{f}h_{01} + \frac{q'h_{01}}{4q}\right) + \\ & + Gr\left((M^2 - 1)\left(f'' - \frac{f'^2}{f}\right) - \frac{4}{3}\Psi_{13}\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 = & -\left(G\frac{2i\beta ME}{\sqrt{kr_0}}\left(\theta'_{10} + \frac{r_0^2}{2}\theta'_{12}\right) + \frac{2\beta^2 ME^3}{\zeta\sqrt{kr_0}}h'_{01}r_0 + \right. \\ & + \frac{2i\beta MEh_{01}r_0}{\sqrt{kr_0}}\zeta' + \frac{\beta^2 h_{01}r_0 ME^2}{\zeta\sqrt{kr_0}}E' - \frac{\zeta'}{\zeta^2}h_{01}r_0 \times \\ & \times \left(i\beta E^2 r_0\sqrt{q} + \frac{2i\beta ME m^2}{\sqrt{kr_0}} + \frac{2\beta^2 ME^3}{\sqrt{kr_0}}\right) + \\ & + \frac{\beta ME^3}{\zeta\sqrt{kr_0}}\frac{\partial\beta}{\partial\xi}h_{01}r_0 + \frac{i\beta M^2}{k}G'' + \frac{iM^2}{k}G'\frac{\partial\beta}{\partial\xi} - \\ & - \frac{i\beta M^2}{k}G\zeta'^2\left(1 - \frac{m^2}{\zeta^2}\right) - \frac{2\beta^2 E^2 M^2}{k}\frac{\zeta'}{\zeta}G' + \\ & + \frac{i\beta E^2 r_0^3 k^2}{3}\frac{\zeta''}{\zeta^3}G - \frac{\beta^2 E^2 M^2}{k}\frac{\zeta''}{\zeta}G - \\ & - \frac{i\beta E^2 r_0(1 - M^2)}{3}\frac{\zeta''}{\zeta}G - \frac{2i\beta E^2 r_0^3 k^2}{3}\frac{\zeta'^2}{\zeta^4}G - \\ & \left. - \frac{\beta E^2 M^2}{k}\frac{\zeta'}{\zeta}\frac{\partial\beta}{\partial\xi}G + \frac{\beta^2 E^2 M^2}{k}\frac{\zeta'^2}{\zeta^2}G\right), \end{aligned}$$

где C_1 – константа, определяющая амплитуду звуковой моды в начальном сечении $z = 0$.

ПОСТРОЕНИЕ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Для построения решения нелинейной задачи, определяемой уравнением (1) с граничным условием (2), с использованием асимптотического решения (3)–(7) сформулируем следующую итерационную процедуру.

На нулевой итерации рассмотрим некоторую звуковую моду, распространяющуюся в канале с однородным адмиттансом стенок $\beta_0(L_0)$:

$$p_{m,n} = A_0 J_m\left(\zeta_{m,n}\frac{r}{r_0}\right)e^{ik_z z + im\varphi}, \quad (9)$$

где $k_z = \frac{-Mk + \sqrt{k^2 - \frac{\zeta_{m,n}^2}{r_0^2}(1 - M^2)}}{(1 - M^2)}$, $\zeta_{m,n}$ – n -й по

порядку корень характеристического уравнения (8) с адмиттансом $\beta_0(L_0)$. Данная мода будет иметь некоторое затухание при распространении по каналу, приводящее к снижению уровня звукового давления в канале. Обозначим через $L_1(z) = 20\lg(p_{m,n}(z)/(2 \times 10^{-5}))$ вычисленную согласно (9) зависимость уровня звукового давления от осевой координаты на стенках канала. Далее определим адмиттанс $\beta_1(L_1(z))$ вдоль оси канала и определим параметр ε :

$$\varepsilon = \max_{z \in [0, l]} \left| \frac{\beta_1 - \beta_0}{\beta_0} \right|, \quad (10)$$

характеризующий скорость изменения импеданса вдоль оси канала, где l – длина канала. Будем считать, что ε является малой величиной.

На первой итерации звуковое поле вдоль оси канала вычисляется согласно выражению с использованием адмиттанса $\beta_1(L_1(z))$ и малого параметра ε . При этом звуковое давление p выражается через возмущение энтальпии торможения согласно выражению:

$$p = \rho B - \frac{\rho}{i\omega} V \frac{\partial B}{\partial z}, \quad (11)$$

где ρ – плотность среды.

После определения звукового давления p на стенках канала как функции координаты z вычисляется новый уровень звукового давления $L_2(z) = 20\lg(p(z)/(2 \times 10^{-5}))$, с помощью которого определяется новая зависимость адмиттанса от осевой координаты $\beta_2(L_2(z))$.

Вторая и последующие итерации производятся аналогично первой итерации. Итерационная процедура продолжается до тех пор, пока не будет достигнута сходимость по величине адмиттанса $\beta_j(L_j(z))$ между текущей и предыдущей итерациями с заданной точностью δ :

$$\max_{z \in [0, l]} |\beta_j(L_j(z)) - \beta_{j-1}(L_{j-1}(z))| \leq \delta, \quad (12)$$

где j – номер текущей итерации.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты с рассмотренными ЗПК (табл. 1) проведены для цилиндрического канала радиуса $r_0 = 0.5$ м и длиной $l = 1$ м. Значение параметра δ в выражении (12) было выбрано $\delta = 10^{-4}$. Тест-матрица параметров, при которых проводились расчеты, представлена в табл. 2, где f – частота, m – радиальное волновое число, n – азимутальное волновое число, M – число Маха. Кроме этого, в правом столбце табл. 2 представлено значение малого параметра ε , определенного согласно выражению на первой итерации алгоритма решения. Заметим, что максимальной частотой, на которой были проведены расчеты, является $f = 2300$ Гц. Это связано с тем, что, согласно данным, представленным на рис. 2 и 3, на больших частотах для рассмотренных двухслойных ЗПК наблюдается слишком сильная зависимость импеданса от уровня звукового давления для применения асимптотического решения, в котором учтено только первое приближение по малому параметру.

Ниже будут представлены характерные результаты расчетов на частоте $f = 2300$ Гц. На рис. 4 представлена итерационная сходимость алгоритма по уровню звукового давления вдоль канала для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц при распространении звука против потока с числом Маха $M = -0.32$. Итерационная процедура в данном случае сошлась за 6 итераций. При этом важно отметить, что учет нелинейного эффекта работы ЗПК привел к увеличению затухания рассмотренной моды приблизительно на 5 дБ по сравнению

с линейным решением (сравнение итераций № 0 и № 6 на рис. 4). На рис. 5 представлена зависимость реальной и мнимой частей импеданса от осевой координаты на последней итерации № 6. Как видно из рис. 5, импеданс является плавной функцией осевой координаты.

Для анализа причин, которые привели к увеличению затухания звука при учете нелинейного эффекта, проведем анализ зависимости амплитудных и экспоненциальных членов в решении (3) от осевой координаты. На рис. 6 представлена зависимость мнимой части волнового числа от осевой координаты для рассматриваемой моды на последней итерации. Обычно именно данная величина определяет затухание звука. Однако, как видно из рис. 6, эта величина уменьшается по мере распространения моды по каналу, что говорит о том, что суммарное затухание должно было бы уменьшиться по сравнению с линейным решением. Тем самым увеличение затухания должно быть связано с поведением амплитудных функций в решении (3).

На рис. 7 и 8 представлены зависимости модуля амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$ и модуля отношения функций $\frac{h(r, z)J'_m(\psi(r, z))}{g(r, z)J_m(\psi(r, z))}$ соот-

ветственно. Рисунок 7 демонстрирует достаточно сильное убывание амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$, а рис. 8 показывает, что функция $h(r, z)$ является лишь поправкой к функции $g(r, z)$, т.е. именно первый член в решении (3) дает главный вклад в амплитуду звуковой волны. Таким образом, при рассмотренных параметрах расчета влияние алгебраических членов на затухание звуковой волны превзошло влияние экспоненциального затухания.

На рис. 9 и 10 представлена итерационная сходимость алгоритма для той же моды на той же частоте, но на рис. 9 рассмотрен случай отсутствия потока в канале ($M = 0$), а на рис. 10 – звук распространяется по потоку с числом Маха $M = 0.32$.

При отсутствии потока процедура сошлась на итерации № 4 (рис. 9), а при распространении звука по потоку – на итерации № 5. При этом также наблюдается увеличение затухания звука по сравнению с линейным решением (9). Заметим, что при отсутствии потока затухание звука в канале увеличилось на 8.5 дБ (рис. 9), а при распространении звука по потоку – на 11 дБ. Анализ показал, что в данных случаях затухание увеличивается благодаря именно поведению амплитудных функций, а не экспоненциальному члену, т.е. причина оказывается аналогичной рассмотренной выше. Сравнение расчетов, представленных на рис. 4, 9 и 10, показывает, что наибольшее увеличение затухания из-за учета нелинейного режима работы ЗПК наблюдается при распространении звука по потоку.

Таблица 2. Тест-матрица проведенных расчетов

f , Гц	m	n	L , дБ	M	ε
2300	2	1	150	−0.32	0.059163
2300	2	1	150	0.32	0.150848
2300	2	1	150	0	0.159139
2300	1	2	150	−0.32	0.094901
2300	1	2	150	0.32	0.131907
2300	1	2	150	0	0.285056
1500	0	1	150	−0.32	0.004864
1500	0	1	150	0.32	0.019885
1500	0	1	150	0	0.008993
1800	3	1	150	−0.32	0.073659
1800	3	1	150	0.32	0.101407
1800	3	1	150	0	0.173159

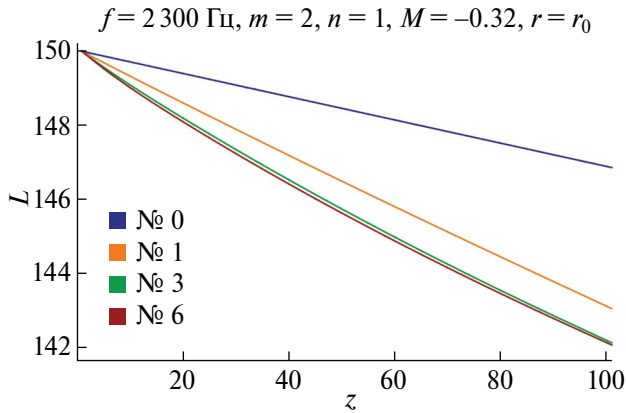


Рис. 4. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

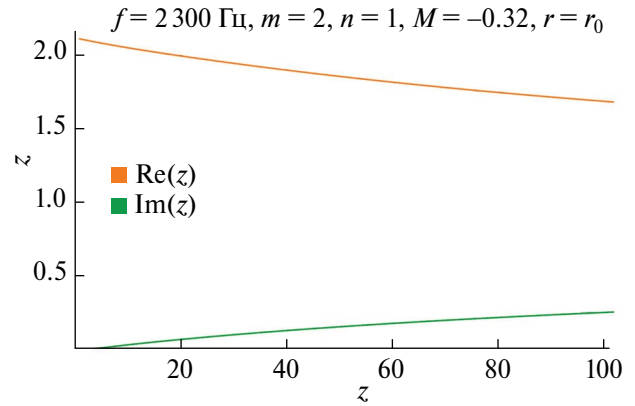


Рис. 5. Зависимость реальной и мнимой частей импеданса от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

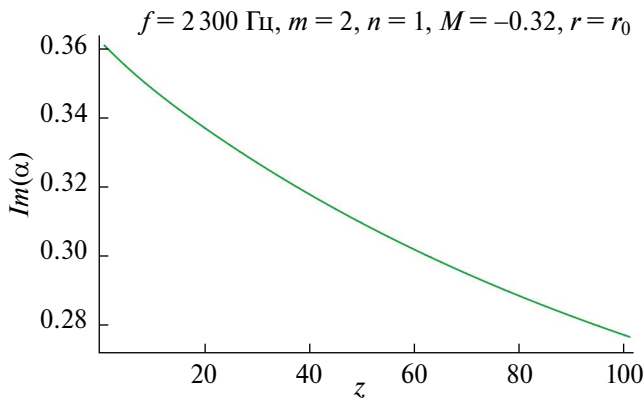


Рис. 6. Зависимость мнимой части волнового числа от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

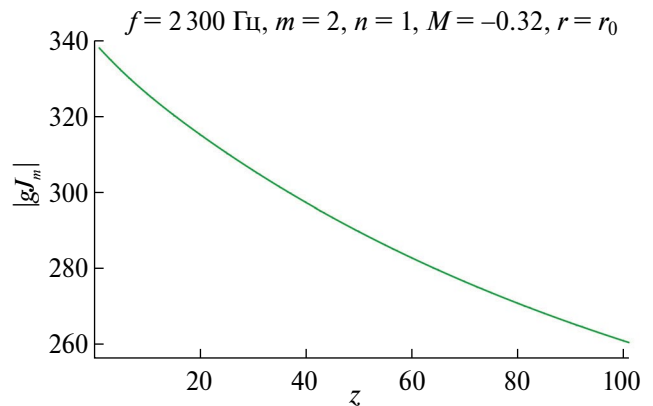


Рис. 7. Зависимость модуля амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$ от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

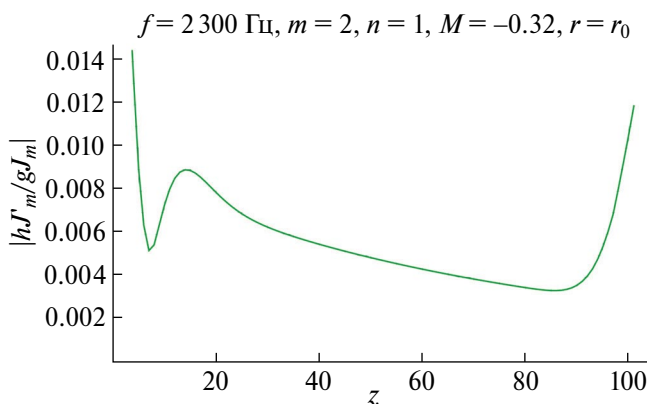


Рис. 8. Зависимость модуля отношения функций $\frac{h(r, z)J'_m(\psi(r, z))}{g(r, z)J_m(\psi(r, z))}$ от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

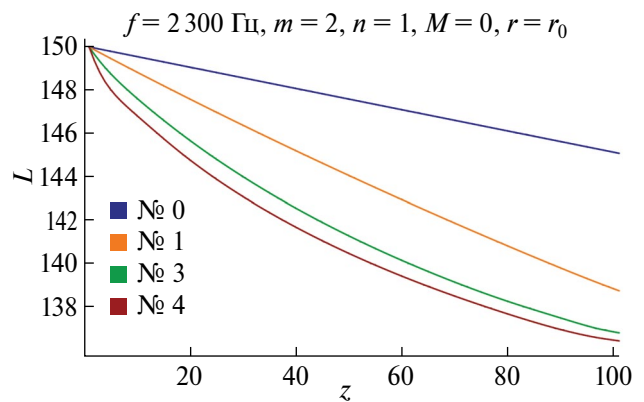


Рис. 9. Зависимость уровня звукового давления L , дБ от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = 0$.

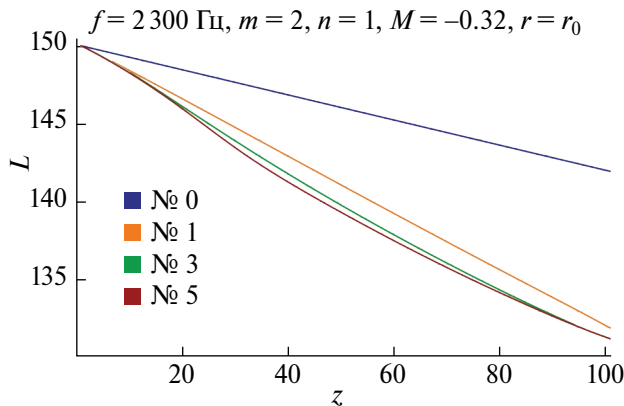


Рис. 10. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

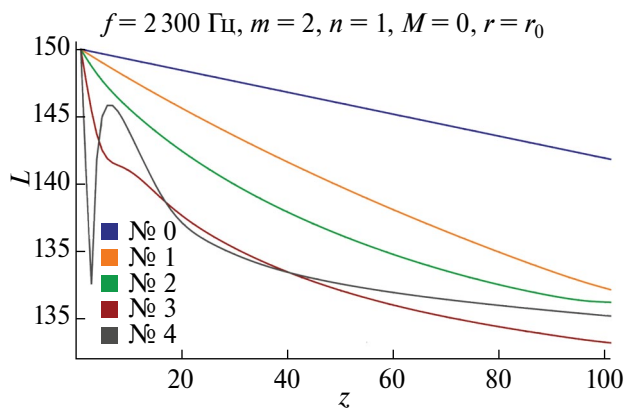


Рис. 11. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 1$, $n = 2$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = 0$.

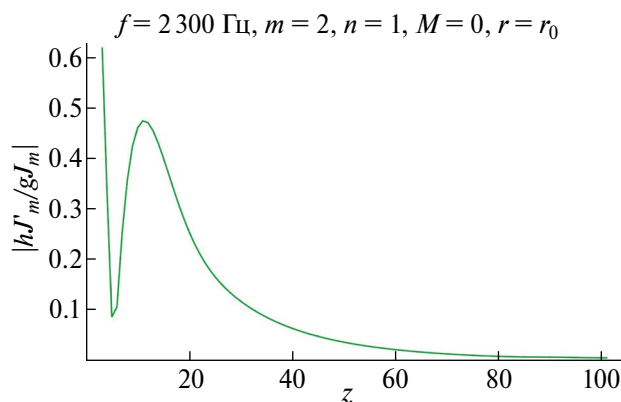


Рис. 12. Зависимость модуля отношения функций $\frac{h(r,z)J'_m(\psi(r,z))}{g(r,z)J_m(\psi(r,z))}$ от z , см, для моды с $m = 1$, $n = 2$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = 0$.

Теперь рассмотрим случай, для которого величина параметра ϵ , вычисляемого на первой итерации алгоритма, является наибольшей. Это случай моды с $m = 1$, $n = 2$ при частоте $f = 2300$ Гц и отсутствии потока в канале, для которого $\epsilon = 0.285$ (табл. 2). Рисунок 11 демонстрирует, что в данном случае итерационная процедура расходится, причем это начинает проявляться уже на итерации № 3, а итерация № 4 дает нереалистичное решение.

Анализ полученного решения на итерации № 3, когда нереалистичная деформация звукового поля только зарождается, показал, что графики зависимости мнимой части волнового числа и модуля амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$ ведут себя монотонно и аналогичны графикам, представленным на рис. 6 и 7 соответственно. Однако величина мо-

дуля отношения функций $\frac{h(r,z)J'_m(\psi(r,z))}{g(r,z)J_m(\psi(r,z))}$ (гра-

фик зависимости этой величины от осевой координаты представлен на рис. 12) оказывается достаточно большой (около 0.5) в области высоких уровней звукового давления. При величине $\epsilon = 0.285$ это означает, что в данном случае в асимптотическом решении должны учитываться члены следующего порядка малости, поведение которых должно вносить значимый вклад в звуковое поле. Таким образом, анализ показывает, что итерационная процедура расходится в случаях, когда асимптотическое решение слишком грубо описывает звуковое поле в канале.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итерационный алгоритм, построенный в настоящей работе для решения нелинейной задачи о распространении звуковых мод в цилиндрическом канале с однородным потоком и стенками, облицованными двухслойной сотовой ЗПК, при высоких уровнях звукового давления в канале, при которых достаточно сильно проявляется нелинейный эффект зависимости импеданса от уровня звукового давления, продемонстрировал достаточно быструю сходимость в случаях, когда использованное асимптотическое решение с учетом только первых членов по малому параметру, определяющему изменение импеданса в осевом направлении, дает достаточно точное описание звукового поля в канале. При этом алгоритм расходится в случаях, когда учтенных членов разложения оказывается недостаточно для точного описания процесса распространения звуковых мод. Это показывает, что предложенный способ решения указанной нелинейной задачи является в целом корректным.

Проведенные расчеты выявили неожиданный результат, заключающийся в том, что учет эффекта зависимости импеданса ЗПК от уровня звукового давления может приводить к усилению затухания

звука по отношению к случаю постоянного импеданса, причем этот эффект наиболее сильно проявляется при распространении звука по потоку. Более того, оказалось, что причиной этого эффекта является не увеличение экспоненциального затухания звука, которое на самом деле может даже снижаться, а поведение амплитудных функций, определяющих сращивание решений в соседних сечениях канала при изменении импеданса стенок. В какой мере эта особенность является эффектом общего положения, еще предстоит выяснить. Но уже сейчас понятно, что этот эффект можно использовать в практических приложениях при настройке параметров ЗПК на снижение шума авиадвигателей.

В то же время необходимо обратить внимание на то, что в настоящей работе было использовано асимптотическое решение задачи о распространении звука в плавно-неоднородных каналах, которое не описывает резонансные случаи слияния двух звуковых мод в некотором сечении канала. Эти случаи важны для настройки ЗПК на максимальное затухание звука в каналах. Если в некотором сечении канала в нулевом приближении наблюдается слияние двух мод, то вблизи этого сечения решение строится методом сращивания асимптотических разложений [20, 24], т.е. получаемое в целом решение перестает быть равномерно пригодным вдоль оси канала. Эта особенность затрудняет построение решения для рассматриваемой в настоящей работе задачи.

Может показаться, что выход из этой ситуации лежит в применении численных методов, например, метода конечных элементов, который хорошо себя зарекомендовал в решении задач о распространении звука в потенциальных потоках. Однако анализ показывает, что для численного решения практических задач по поиску оптимальных значений импеданса ЗПК для авиадвигателей потребуются слишком много времени даже с использованием современных суперкомпьютеров [25]. Поэтому развитие аналитических методов для решения указанных задач остается актуальной проблемой.

Работа была выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016), экспериментальная часть будет проверяться на маломасштабной модели воздухозаборника на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Минобрнауки России по соглашению № 075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубень А.П., Козубская Т.К., Королев С.И., Маслов В.П., Миронов А.К., Миронова Д.И., Шапиронов В.М. Исследование акустического течения в горле резонатора // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 80–92.
2. Ji C., Zhao D. Numerical investigation of acoustic excited flow through an orifice using Lattice Boltzmann Method // AIAA-2013-2127. 2013.
3. Melling T.H. The Acoustic Impedance of Perforates at Medium and High Sound Pressure Levels // J. Sound Vib. 1973. V. 29. P. 1–65.
4. Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А. Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981. 248 с.
5. Stinson M.R., Shaw E.A.G. Acoustic Impedance of Small Circular Orifices in Thin Plates // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 77. № 6.
6. Yu J., Kwan H.W., Kraft R.E. Acoustic Treatment Impedance Models For High Frequencies // AIAA-971653. 1997.
7. Yu J., Kwan H.W., Chiou S. Microperforate Plate Acoustic Property Evaluation // AIAA-99-1880. 1999.
8. Соболев А.Ф. Полуэмпирическая теория однослойных сотовых звукопоглощающих конструкций с лицевой перфорированной панелью // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 861–872.
9. Yu J., Ruiz M. and Kwan H.W. Validation of Goodrich Perforate Liner Impedance Model Using NASA Langley Test Data // AIAA 2008-2930. 2008.
10. Lavieille M., Abboud T., Bennani A., Balin N. Numerical simulations of perforate liners: Part I Model description and impedance validation // AIAA 2013-2269. 2013.
11. Mann A., Franck P., Kim M.-S., Casalino D. Characterization of Acoustic Liners Absorption using a Lattice-Boltzmann Method // AIAA 2013-2271. 2013.
12. Jones M.G., Watson W., Nark D.M., Howerton B.M., Brown M. A Review of Acoustic Liner Experimental Characterization at NASA Langley // NASA TP 2020-220583. 2020. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15613.10720>
13. Jones M.G., Nark D.M., Howerton B.M. Overview of Liner Activities in Support of the International Forum for Aviation Research // AIAA Paper 2019-2599. 2019.
14. Jones M.G., Nark D.M., Howerton B.M., Watson W.R. Uniform and Multizone Liner Results for the International Forum for Aviation Research // AIAA Paper 2020-2533. 2020.
15. Myers M.K. On the Acoustic Boundary Condition in the Presence of Flow // J. Sound Vib. 1980. V. 71. № 3. P. 429–434.
16. Леонтьев Е.А. Распространение звука в канале с медленно изменяющимся вдоль оси импедансом стенок // Сборник “Аэроакустика” под ред. Римского-Корсакова А.В. М.: Наука, 1980. С. 18–33.
17. Гладенко А.Ф., Леонтьев Е.А. Распространение акустических возмущений в плавно неоднородном цилиндрическом канале с потенциальным изотропическим потоком // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 171–177.

18. *Гладенко А.Ф., Леонтьев Е.А.* Метод пограничного слоя в задаче распространения звука в канале переменного сечения с потоком // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 212–218.
19. *Гладенко А.Ф., Леонтьев Е.А.* Распространение звука в плавно неоднородном канале с потоком при наличии двух точек поворота // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1008–1013.
20. *Гладенко А.Ф.* Распространение звука в плавно неоднородном канале с потоком. Дис. канд. физ.-мат. наук. 1990.
21. *Гладенко А.Ф., Соболев А.Ф.* Функция Грина для плавно неоднородного канала с потоком // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 6. С. 1037–1042.
22. *Соболев А.Ф.* Функция Грина для плавно неоднородного канала при наличии пограничного слоя с линейным профилем скорости // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 301–306.
23. *Соленов А.М., Соболев А.Ф., Остриков Н.Н.* Исследование особенностей распространения звука в каналах с потоком при наличии слабо меняющегося импеданса облицовки стенок применительно к учету эффекта нелинейности граничных условий при высоких уровнях звукового давления // Труды 59-й научной конференции МФТИ. 21–26 ноября 2016 г., Московский физико-технический институт (государственный университет). Москва–Долгопрудный-Жуковский: МФТИ, 2016.
24. *Nayfeh A.H., Telionis D.P.* Acoustic propagation in ducts with varying cross sections // JASA. 1973. V. 54. № 6. P. 1654–1661.
25. *Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Яковец М.А., Башкатов В.В.* Проблемы применения численных методов для поиска оптимальных значений импеданса ЗПК с целью снижения шума самолетов на местности // Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике: Девятая российская конференция, г. Светлогорск Калининградской области, 26 сентября – 1 октября 2022 г.: Сборник тезисов. М.: ИПМ им. Келдыша РАН, 2022. С. 180–184.