

О ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕМ ПОКРЫТИИ В ВИДЕ СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ

© 2024 г. Л. И. Казаков*

Ул. Т. Шевченко 29, кв. 219, Севастополь, 299006 Россия

*e-mail: lev-kazakov@rambler.ru

Поступила в редакцию 11.10.2021 г.

После доработки 28.11.2022 г.

Принята к публикации 28.11.2022 г.

Рассмотрена возможность создания широкополосного звукопоглощающего покрытия для гидроакустических измерительных бассейнов и камер с инерционными, либо звуконепроницаемыми стенками, состоящего из слоя вязкой жидкости с газовыми пузырьками. Расчет покрытий основан на известной теории распространения звука в жидкой среде с пузырьками, а также на использовании интегральных дисперсионных уравнений Крамерса–Кронига. Показано, что объемная функция распределения пузырьков по размерам должна быть постоянной во всем диапазоне их размеров. Назначение вязкой жидкости – увеличить затухание пузырьков до оптимальной для покрытий величины порядка единицы путем добавления к малым термическим потерям вязких потерь в окружающей жидкости. В покрытиях для звуконепроницаемых стенок использованы низкочастотные компенсирующие резонаторы. Приведено несколько примеров расчета акустических характеристик покрытий.

Ключевые слова: пузырьки-резонаторы, акустическая проводимость, поглощение звука, физическая осуществимость, вязкие потери, компенсирующие резонаторы

DOI: 10.31857/S0320791924010067 EDN: ZOLMSH

ВВЕДЕНИЕ

В годы второй мировой войны в Германии интенсивно проводились работы по созданию резонансных противогидролокационных покрытий для подводных лодок (ПЛ). Идея резонансного покрытия, выполненного в виде тонкого слоя резины с полостями разных размеров, вытекала из стремления закрепить на корпусе ПЛ газовые пузырьки, получаемые электролитическим способом с помощью металлической сетки, размещенной вблизи корпуса ПЛ. Опыты с тонкими разреженными пузырьковыми завесами оказались успешными и “это привело к изобретению резонансного покрытия” [1] (покрытие “Альберих” на диапазон частот 9–18 кГц [2]). Если для движущихся кораблей пузырьковое покрытие явно не годится, оно вполне может оказаться полезным для вертикальных стенок измерительных гидроакустических бассейнов и камер.

Воздушный пузырек в воде – весьма эффективный гаситель энергии звуковой волны. Так, на резонансной частоте для любого пузырька отношение сечения погашения энергии (суммы термического поглощения и рассеяния) к площади

поверхности пузырька превышает значение 555. Поэтому неустраненные пузырьки могут сильно исказить результаты измерений на таких гидроакустических установках как “Импульсная труба”, “Реверберационный бак” [3] и других.

1. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ

Предположим, что в жидкости с плотностью ρ_l равномерно распределены пузырьки газа разных радиусов R . В произвольном малом объеме такой среды, размер которого много меньше длины распространяющейся в среде плоской монохроматической звуковой волны $\exp(kx - i\omega t)$, находится достаточно большое число пузырьков, чтобы их можно было описать функцией распределения по размерам $n(R)$, единой для всех таких объемов. С другой стороны, будем полагать, что в указанном объеме пузырьков достаточно мало, чтобы можно было пренебречь их взаимодействием. Таковую среду называют микронеоднородной [4, с. 56]. Поскольку, как будет показано, требуемая объемная концентрация газа в среде $\epsilon \ll 1$, примем плотность среды ρ равной плотности жидкости ρ_l .

Комплексное волновое число (или дисперсионное уравнение) для пузырьковой среды имеет вид:

$$k^2 = k_l^2 + \frac{\rho_l \omega^2}{P_0} \times \int_0^\infty \frac{U(R)dR}{q(\omega, R) \left[1 - \frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R)q(\omega, R)} - i\delta(\omega, R) \right]}, \quad (1)$$

где $k_l = \omega/c_l$ – волновое число для чистой жидкости без потерь, ω – круговая частота, c_l – скорость звука в чистой жидкости; P_0 – гидростатическое давление;

$$U(R) = \frac{4}{3}\pi R^3 n(R) \quad (2)$$

– объемная функция распределения пузырьков;

$$\omega_p = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{3q(\omega_p, R)P_0 \left(1 + \frac{2\alpha(3q-1)}{3qP_0R} \right)}{\rho_l}} \quad (3)$$

– резонансная частота пузырька с учетом поверхностного натяжения α ;

$$\delta = \delta_T + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} k_l R \quad (4)$$

– затухание пузырька–резонатора; $q(z)$ – показатель политропы газа, $z = 2R\sqrt{\omega / 2\chi_g}$, χ_g – коэффициент температуропроводности газа; $\delta_T(z) < 0.12$ – термическая часть затухания; второе слагаемое в (4) представляет потери на излучение. Функции $q(z)$ и $\delta_T(z)$ найдены Девином [5] и приведены также в книге [6, с. 146]:

$$q(z) = \frac{\gamma}{1 + \frac{3(\gamma-1)(\sinh z - \sin z)}{z(\cosh z - \cos z)}}, \quad (5)$$

$$\delta_T(z) = \frac{\frac{\sinh z + \sin z}{\cosh z - \cos z} - \frac{2}{z}}{\frac{z}{3(\gamma-1)} + \frac{\sinh z - \sin z}{\cosh z - \cos z}},$$

где $\gamma = c_p/c_v$ – показатель адиабаты. Соотношение (1) обобщает на случай спектра пузырьков по размерам формулу, впервые полученную Фолди для совокупности одинаковых пузырьков, когда $U(R) = \varepsilon\delta(R)$ [7, 8], где $\delta(R)$ – дельта–функция.

Для пузырьков в воде диаметром больше 0.2 мм (с резонансной частотой менее 33 кГц) поверхностное натяжение можно не учитывать. Тогда при $q \rightarrow \gamma$ из (3) следует формула Минаерта.

2. ОТРАЖЕНИЕ ЗВУКА ОТ СТЕНКИ, ПОКРЫТОЙ СЛОЕМ ПУЗЫРЬКОВ

Защищаемая стенка с поверхностной плотностью M , имеющая массовый импеданс, с одной стороны граничит с вакуумом (воздухом), а с другой покрыта слоем жидкости с пузырьками, за которым находится вода. Пусть на систему из воды нормально падает плоская звуковая волна. Толщину h пузырькового слоя будем считать акустически малой, т.е. $|kh| \ll 1$. Найдем условия, при которых коэффициент отражения r от слоя близок к нулю.

Входную проводимость системы на границе с водой найдем по известной формуле [4, с. 156]:

$$Y' = \frac{Y_M - i \frac{\tan kh}{\rho_l c}}{1 - i\rho_l c Y_M \tan kh}.$$

Подставив сюда проводимость стенки $Y_M = i/\omega M$, заменив тангенсы их аргументами и считая массу слоя малой сравнительно с массой стенки, т.е. $m = \rho_l h \ll M$, с помощью (1) найдем входную проводимость нагруженного слоя жидкости с пузырьками, приведенную к проводимости воды:

$$Y = \rho_0 c_0 Y' = P(\omega) + i(Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)), \quad (6)$$

где $\rho_0 c_0$ – волновое сопротивление воды,

$$P(\omega) = \frac{\rho_0 c_0 \omega h}{P_0} \times \int_0^\infty \frac{\frac{\delta(\omega, R) U(R) dR}{q(\omega, R)}}{\left(1 - \frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R)q(\omega, R)} \right)^2 + \delta^2(\omega, R)}, \quad (7)$$

$$Q(\omega) = \frac{\rho_0 c_0 \omega h}{P_0} \times \int_0^\infty \frac{\frac{1}{q(\omega, R)} \left(\frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R)q(\omega, R)} - 1 \right) U(R) dR}{\left(1 - \frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R)q(\omega, R)} \right)^2 + \delta^2(\omega, R)}, \quad (8)$$

$$Q_{ss}(\omega) = \rho_0 c_0 \left(\frac{1}{\omega M} - \frac{\omega h}{\rho_l c_l^2} \right) \quad (9)$$

– реактивная проводимость исходной системы, т.е. сумма массовой проводимости стенки и упругой проводимости слоя чистой жидкости. Функции $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ можно назвать соответственно активной и реактивной, приведенными к воде проводимостями совокупности пузырьков.

Поскольку коэффициент отражения

$$r = \frac{1 - Y}{1 + Y}, \quad (10)$$

то для того, чтобы он был мал, очевидно, требуется:

$$P(\omega) \approx 1, |Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)| \ll 1. \quad (11)$$

Другими словами, пузырьки должны вносить в систему активную проводимость, равную проводимости чистой жидкости, и компенсировать реактивную проводимость исходной системы. При этом первое условие в (11) может быть выполнено в достаточно широком диапазоне частот, независимо от параметров исходной системы. Второе же условие может и не выполняться. Действительно, поскольку, как будет показано ниже, функции $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ жестко связаны друг с другом, то задание диапазона частот поглощения налагает жесткие требования на значения параметров исходной системы M и h .

3. ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ К РАСЧЕТУ ПОКРЫТИЯ

Объемная скорость совокупности пузырьков, приходящихся на единицу поверхности слоя, является линейным “откликом” на действующее в слое звуковое давление. Коэффициентом пропорциональности между этими двумя величинами служит физически реализуемая входная проводимость пузырьков из (6), которая представляет собой частный случай “обобщенной восприимчивости” [9, § 123; 10, § 82; 11]. Поэтому активная и реактивная части проводимости совокупности пузырьков должны быть однозначно взаимосвязаны дисперсионными соотношениями Крамерса–Кронига:

$$P(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(\xi)}{\xi - \omega} d\xi, \quad (12)$$

$$Q(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(\xi)}{\xi - \omega} d\xi, \quad (13)$$

где интегралы понимаются в смысле главного значения. Дисперсионные соотношения являются математическим выражением принципа причинности.

С помощью соотношений (12), (13) мы можем, задав одну из функций $P(\omega)$ или $Q(\omega)$, вычислить другую. При этом, помимо достаточно хорошего поведения этих функций при $\omega \rightarrow \infty$, необходимо также, чтобы $P(\omega)$ была четной, а $Q(\omega)$ – нечетной функцией частоты:

$$P(-\omega) = P(\omega), \quad Q(-\omega) = -Q(\omega). \quad (14)$$

Функции (7) и (8) свойствами (14) обладают. Действительно, для этого требуется, чтобы $q(\omega)$ была четной, а $\delta_T(\omega)$ – нечетной функцией. При этом второе слагаемое в (4) нечетно. Согласно (5) $q(z) = q(iz)$, $\delta_T(z) = -\delta_T(iz)$, что означает: $q(\omega) = q(-\omega)$, $\delta_T(\omega) = -\delta_T(-\omega)$.

Особенно полезна формула (13), поскольку с ее помощью, задав почти произвольно четную функцию $P(\omega)$, удовлетворяющую физически необходимому требованию $P(\omega) > 0$, можно найти функцию $Q(\omega)$, не противоречащую никаким необходимым физическим условиям, т.е. принципиально возможную, т.к. величина и знак $Q(\omega)$, вообще говоря, физически ничем не ограничены. Напротив, формула (12) не дает (в общем случае произвольно заданной функции $Q(\omega)$) физической возможной функции $P(\omega)$, т.к. не обеспечивает автоматическим образом положительности последней.

Зададим:

$$P(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^\zeta} - \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^\zeta}, \quad (15)$$

где $\omega_2 \gg \omega_1$ опорные частоты, а ζ – четное число. Подставив эту функцию в формулу (13), вычислим с помощью теории вычетов:

$$Q(\omega) = \Phi_\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right) - \Phi_\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right), \quad (16)$$

где, в частности,

$$\begin{aligned} \Phi_2(x) &= \frac{x}{1 + x^2}, \quad \Phi_4(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{x + x^3}{1 + x^4}, \\ \Phi_6(x) &= \frac{2}{3} \frac{x + 0.5x^3 + x^5}{1 + x^6}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Phi_8(x) = 0.653 \frac{x + 0.414(x^3 + x^5) + x^7}{1 + x^8},$$

$$\Phi_{10}(x) = \frac{0.647(x + x^9) + 0.247(x^3 + x^7) + 0.2x^5}{1 + x^{10}}.$$

Эти функции обладают следующими свойствами:

$$\Phi_\zeta(x) = \Phi_\zeta\left(\frac{1}{x}\right), \quad \Phi_\zeta(x) \sim x \text{ при } x \rightarrow 0,$$

$$\Phi_\zeta(x) \sim \frac{1}{x} \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad \max \Phi_\zeta(x) = \Phi_\zeta(1). \quad (18)$$

По формулам (6), (10) найдем модуль коэффициента отражения звука:

$$|r(\omega)| = \sqrt{\frac{[1 - P(\omega)]^2 + [Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)]^2}{[1 + P(\omega)]^2 + [Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)]^2}}. \quad (19)$$

Реактивную проводимость исходной системы (9) представим как

$$Q_{ss}(\omega) = B_\zeta \left(\frac{\omega_1}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_2} \right), \quad B_\zeta = \text{const}, \quad (20)$$

и тем самым установим связь между опорными частотами ω_1 , ω_2 и параметрами исходной системы M и h :

$$\omega_1 = \frac{\rho_0 c_0}{B_\zeta M}, \quad \omega_2 = \frac{B_\zeta \rho_l c_l^2}{\rho_0 c_0 h}. \quad (21)$$

Среднее геометрическое этих величин определяет собственную частоту исходной системы:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{\frac{\rho_l c_l^2}{Mh}}.$$

Используя формулы (16), (18), (20), для реактивной составляющей входной проводимости (6) системы найдем:

$$Q(\omega) + Q_{ss}(\omega) = \left[B_\zeta \frac{\omega_1}{\omega} - \Phi_\zeta \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right) \right] + \left[\Phi_\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right) - B_\zeta \frac{\omega}{\omega_2} \right]. \quad (22)$$

Здесь каждая из функций слева равна нулю на частоте $\omega = \omega_0$. Поэтому ω_0 можно назвать центральной частотой рабочего диапазона покрытия. В обе стороны от центральной частоты ω_0 функции $Q(\omega)$ и $Q_{ss}(\omega)$ компенсируют друг друга, т.к. имеют противоположные знаки. Это хорошо видно из (22), откуда следует, что полнота такой взаимной компенсации в диапазоне частот $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ зависит от удачной аппроксимации функции $\Phi_\zeta(x)$ прямой $B_\zeta x$, т.е. от выбора оптимального значения B_ζ .

Определим граничные частоты ω_{\min} и ω_{\max} рабочего диапазона покрытия условием:

$$P(\omega_{\min}) = P(\omega_{\max}) = 0.8.$$

Тогда из формул (15), (21) найдем:

$$\omega_{\min} = \frac{4^{1/\zeta} \rho_0 c_0}{B_\zeta M}, \quad \omega_{\max} = \frac{4^{-1/\zeta} B_\zeta \rho_l c_l^2}{\rho_0 c_0 h}.$$

Отсюда видно, что граничные частоты покрытия определяются: нижняя – поверхностной плотностью M стенки, верхняя – толщиной h

пузырькового слоя. Ширина рабочего диапазона покрытия $\omega_1 < \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max} < \omega_2$ в октавах

$$N_{\text{окт}} = \log_2 \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = 3.322 \lg \frac{B_\zeta^2 M}{m} \left(\frac{\rho_l c_l}{\rho_0 c_0} \right)^2 - \frac{4}{\zeta}.$$

На рис. 1 приведены частотные зависимости модуля коэффициента отражения, рассчитанные по формуле (19) с учетом выражений (15)–(17), (22) для случая $\omega_2/\omega_1 = 100$ при разных значениях ζ и $B_\zeta = 0.725$. Варьированием параметра B_ζ можно несколько расширить рабочий диапазон частот за счет уменьшения степени поглощения звука в нем и наоборот.

Теперь необходимо найти объемную функцию распределения пузырьков $U(R)$, способную обеспечить такие результаты. Подставив в (7) функцию (15), получим интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода относительно неизвестной функции $U(R)$. Такие уравнения относятся к трудно решаемым некорректным обратным задачам. Но в данном случае можно получить приближенное решение, если, считая искомую функцию $U(R)$ плавной в сравнении с ядром уравнения, имеющим острорезонансный характер за счет малости $\delta(\omega, R)$, вынести ее из-под знака интеграла. Останется вычислить интеграл от ядра, что сделаем приближенно, положив $q(\omega_p, R) = \text{const}$, $\delta(\omega_p, R) = \text{const}$, заменив по (3) (при $\alpha = 0$) переменную интегрирования R на ω_p и воспользовавшись известным интегралом [12, с. 443], [13, с. 312, 3.257]

$$\int_0^\infty \frac{\omega_p d\omega_p}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + \omega_p^2 \beta^2} = \frac{\pi}{2\beta},$$

где $\beta \approx \omega \delta$. Таким образом, получим:

$$U(R) \approx \frac{2\sqrt{q\rho_l P_0}}{\pi\sqrt{3}\rho_0 c_0 h} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{R_2}{R}\right)^\zeta} - \frac{1}{1 + \left(\frac{R_1}{R}\right)^\zeta} \right], \quad (23)$$

где

$$R_{1,2} = \frac{1}{\omega_{1,2}} \sqrt{\frac{3qP_0}{\rho_l}}. \quad (24)$$

По условиям вывода значение $q = \text{const}$ остается неопределенным, его следует выбирать в диапазоне $1 < q < \gamma$. Величина δ сократилась, что говорит о слабой зависимости $U(R)$ от малых $\delta \ll 1$, или об ее отсутствии.

Функция радиуса R в квадратных скобках (23) имеет вид столбчатой кривой, равной единице

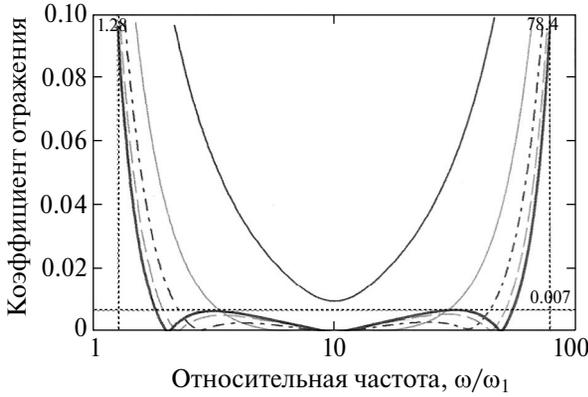


Рис. 1. Модуль коэффициента отражения звука для разных значений ζ : — $\zeta = 2$; - - $\zeta = 4$; - · - $\zeta = 6$; · · · $\zeta = 8$; — — $\zeta = 10$.

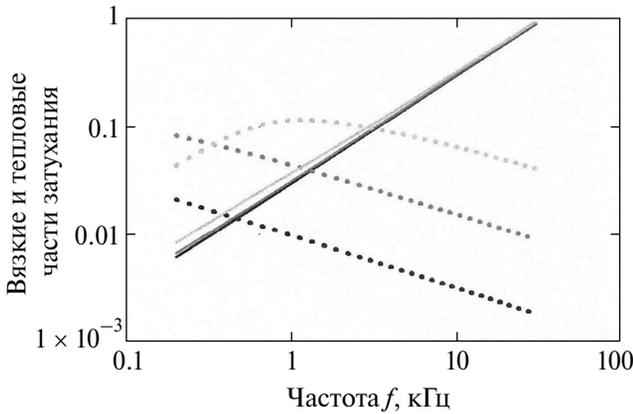


Рис. 2. Частотные зависимости вязких и тепловых частей затухания пузырьков: $\delta_{vis}(f)$ (26), $\eta_l = 0.5$ Па с: — — $R = 5$ мм; — $R = 1$ мм; — — $R = 0.2$ мм; $\delta_T(f)$ (5): · · · · $R = 5$ мм; · · · · $R = 1$ мм; · · · · $R = 0.2$ мм.

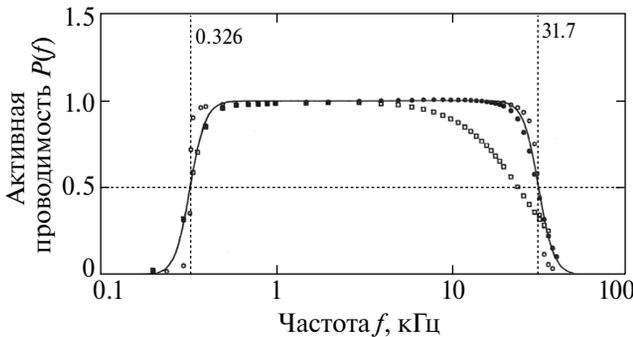


Рис. 3. Проверка приближенного решения (23): — — исходная проводимость $P(f)$; • — подстановка (23) в (7) при δ по (4); □ — подстановка (23) в (7) при δ по (27), $\eta_l = 0.5$ Па с; ○ — подстановка (28) в (7) при δ по (4).

в центре, при $R = \sqrt{R_1 R_2}$, равной 0.5 при $R = R_1$ и $R = R_2$ и спадающей к нулю при $R \rightarrow 0$ и $R \rightarrow \infty$. Таким образом, для хорошего поглощения звука пленкой пузырьков у стенки требуется, чтобы их объемная функция распределения $U(R)$ была постоянной в широком диапазоне радиусов пузырьков, отвечающем по (24) диапазону частот поглощения. Совокупности пузырьков разных размеров, получаемые известными способами (например, электролитическим), таким свойством не обладают и не могут обеспечить широкополосного (заметно превышающего одну октаву) звукопоглощения.

Требуемую объемную концентрацию пузырьков можно оценить по формуле

$$\varepsilon = \int_0^\infty U(R) dR \approx \frac{2\sqrt{q\rho_l P_0} (R_1 - R_2)}{\pi\sqrt{3}\rho_0 c_0 h}, \quad (25)$$

где следует считать $q = 1.284$.

Большая добротность пузырьков-резонаторов в воде (малое значение δ (4)) обеспечивает высокую точность приближенного решения (23). Но при переходе от сплошного спектра к дискретному эта особенность пузырьков оборачивается большим недостатком, т.к. требует слишком тесного их расположения в спектре и задания размеров пузырьков с высокой точностью. Для резонансных покрытий оптимальны резонаторы с $\delta(\omega_p) \approx 1$. Поэтому желательно значительно увеличить затухание δ пузырьков, чего можно добиться, если использовать в покрытии вязкую жидкость, например, касторовое масло. Дополнительное затухание за счет вязкости η_l окружающей жидкости составит [5]:

$$\delta_{vis} = \frac{4\omega\eta_l}{3q(\omega)P_0}. \quad (26)$$

Тогда полное затухание вместо (4) примет вид:

$$\delta = \frac{4\omega\eta_l}{3q(\omega)P_0} + \delta_T + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} k_l R. \quad (27)$$

Зависимости (26), (27) легко получить из формулы И.Б. Андреевой для газонаполненной полости в вязкоупругой среде [14], [15, с. 363] путем замены среды вязкой жидкостью посредством перехода $\frac{i\mu^*(\omega)}{\omega} \rightarrow \eta_l$, где $\mu^*(\omega)$ — комплексный модуль сдвига среды.

На рис. 2 приведены примеры частотных зависимостей вязких $\delta_{vis}(f)$ (26) и тепловых $\delta_T(f)$ (5) частей затухания для воздушных пузырьков трех размеров в вязкой жидкости с $\eta_l = 0.5$ Па с. Видно существенное превышение вязких потерь над тепловыми на высоких частотах. К сожалению, это не касается низких частот.

Проверка приближенных решений для $U(R)$ показана на рис. 3. В левой части выражения (7) была использована исходная функция $P(f)$ (15) с параметрами: $\xi = 10$; $f_1 = 0.326$ кГц; $f_2 = 31.7$ кГц. В правую часть интегрального уравнения подставили приближенное решение (23) (при $q = 1.284$; $P_0 = 10^5$ Па; $\rho_l = 10^3$ кг/м³; $c_l = 1.5 \times 10^3$ м/с; $R_1 = 10$ мм; $R_2 = 0.1$ мм) и вычислили для δ (4) и δ (27) на разных частотах значения интеграла, чтобы сравнить их с исходной функцией $P(f)$. Видно, что при $\delta \ll 1$ (4) точность приближенного решения (23) высока во всем диапазоне частот, но при учете вязких потерь (26) в δ (27) расхождение кривых растет с частотой, начиная с $f \approx 5$ кГц. На рисунке также отмечены кружочками значения интеграла в (7) для “прямоугольной функции”

$$U(R) = \frac{2\sqrt{q\rho_l P_0}}{\pi\sqrt{3\rho_0 c_0 h}}, \quad R_2 \leq R \leq R_1, \quad (28)$$

где $q = 1.284$, а для δ принято (4).

4. ПРИМЕРЫ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

Примем радиус самых мелких пузырьков в спектре $R = 0.2$ мм. Согласно (3) (при $\alpha = 0$) их собственная частота $f_p \approx 16$ кГц. Положим по (26), (27), что затухание этих пузырьков

$$\delta(\omega_p) \approx \delta_{\text{vis}}(\omega_p) = \frac{4\omega_p \eta_l}{3q(\omega_p) P_0} = 1. \quad (29)$$

Для остальных пузырьков $\delta < 1$, а для самых крупных $\delta \ll 1$. Из (29) найдем требуемое значение вязкости жидкости: $\eta_l \approx 1$ Па с. Такую вязкость при 20°C имеет, например, касторовое масло. Расстояние между соседними пузырьками положим одинаковым по всему спектру и равным $\Delta R = 0.1$ мм. Тогда радиусы пузырьков n -го размера в мм можно описать формулой:

$$R_n = 0.1(1 + n). \quad (30)$$

Рисунки 4 и 5 посвящены акустическим характеристикам звукопоглощающего покрытия, защищающего стальную стенку толщиной 55.6 мм и состоящего из слоя касторового масла ($\eta_l = 0.987$ Па с, $\rho_l = 0.96 \times 10^3$ кг/м³, $c_l = 1.5 \times 10^3$ м/с при 20°C) толщиной 10.77 мм с воздушными пузырьками ($\chi_g = 21.4 \times 10^{-6}$ м²/с) размерами согласно (30) от $R_2 = 0.3$ мм до $R_{39} = 4.0$ мм. Объемные концентрации пузырьков почти всех размеров в соответствии с основным свойством функции (23) одинаковы и составляют $\epsilon_0 = 2.59 \times 10^{-5}$. Вблизи граничных частот рабочего диапазона выполнена коррекция характеристик путем увеличения концентраций пузырьков некоторых типоразмеров: $n = 2$ ($2.5\epsilon_0$), $n = 5$ ($1.1\epsilon_0$), $n = 35, 37, 39$ ($2.0\epsilon_0$). С учетом

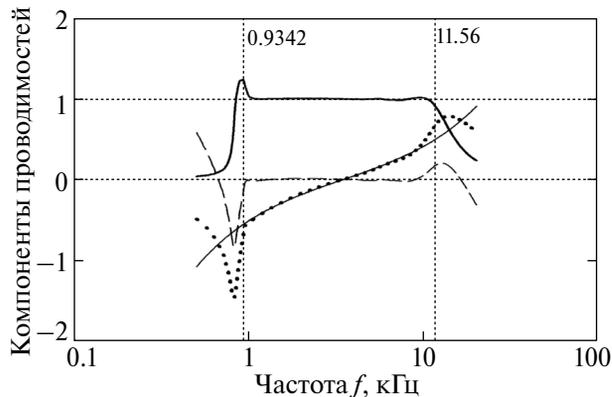


Рис. 4. Частотные зависимости компонентов приведенных к воде проводимостей покрытия с касторовым маслом: — — суммарная активная проводимость пузырьков $P(f)$; ••••• — суммарная реактивная проводимость пузырьков $Q(f)$; — — — — — проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; - - - - реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$.

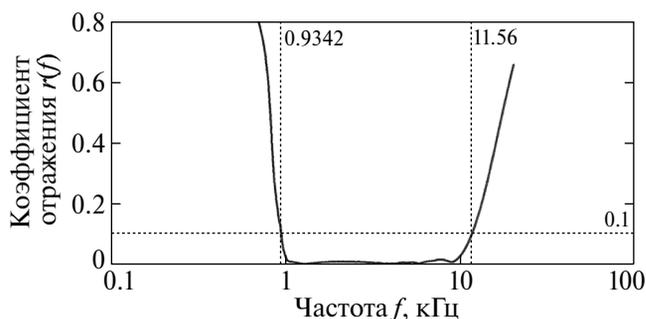


Рис. 5. Расчетный модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 4.

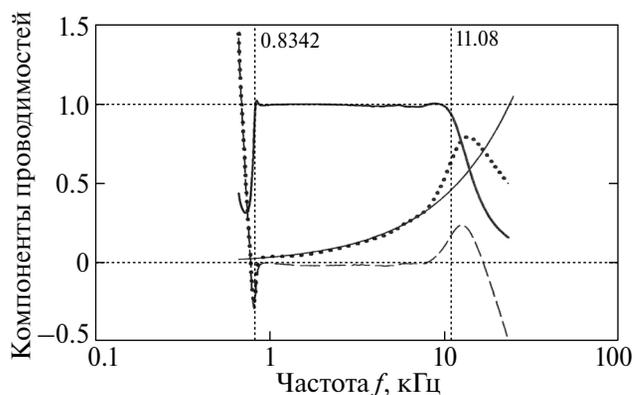


Рис. 6. Компоненты проводимостей покрытия с касторовым маслом и компенсаторами: — — — — — сумма активных $P(f)$ проводимостей всех пузырьков; ••••• — сумма реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; — — — — — упругая реактивная проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; - - - - общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$.

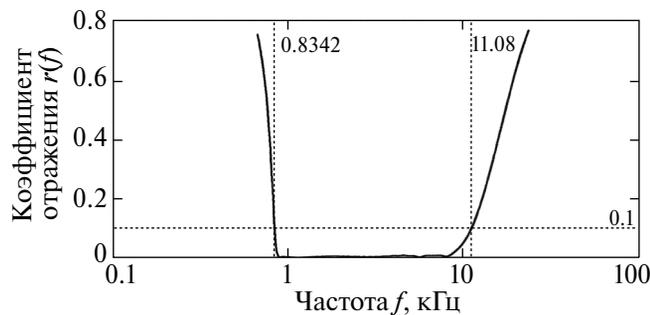


Рис. 7. Модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 6.

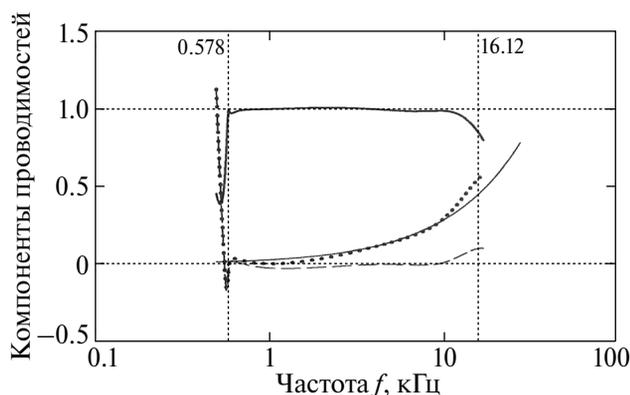


Рис. 8. Компоненты проводимостей покрытия с глицерином и компенсаторами. Обозначения те же, что и на рис. 6.

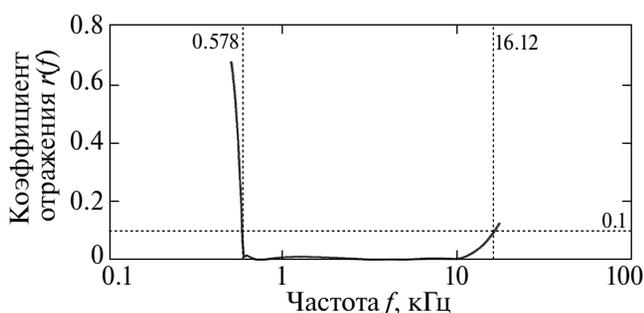


Рис. 9. Модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 8.

коррекции общая объемная концентрации пузырьков в покрытии равна $\epsilon = 42.6\epsilon_0 = 1.103 \times 10^{-3}$. Оценка по (25) дает $\epsilon = 0.935 \times 10^{-3}$. Ожидать лучшего совпадения не приходится, поскольку формула (25) пригодна только для маловязких жидкостей.

На рис. 4 показаны частотные зависимости компонентов приведенных к воде проводимостей: суммарной активной проводимости пузырьков $P(f)$,

их суммарной реактивной проводимости $Q(f)$, проводимости исходной системы $-Q_{ss}(f)$; реактивной проводимости покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 5 представлен расчетный график модуля $r(f)$ коэффициента отражения звука от описанного покрытия с указанием граничных частот по уровню $r = 0.1$. Ширина полосы поглощения покрытия составляет 3.63 октавы.

Может быть, лучше делать стенки измерительного бассейна не из стали, а из достаточно толстого железобетона, такого, чтобы можно было считать их импеданс бесконечным. В этом случае отсутствие массовой проводимости в исходной системе можно восполнить применением в покрытии низкочастотных компенсирующих резонаторов (крупных пузырьков) [16, с. 477]. Их реактивная проводимость на зарезонансных частотах имеет массовый характер, а спадающая активная проводимость, суммируясь с $P(f)$ основного набора резонаторов, несколько сдвигает спад $P(f)$ в сторону низких частот.

Рисунки 6 и 7 демонстрируют результаты модернизации предыдущего покрытия на случай $M = \infty$ применением компенсирующих резонаторов — крупных пузырьков радиусом 6 мм с объемной концентрацией $83\epsilon_0$, где $\epsilon_0 = 2.83 \times 10^{-5}$. Концевая коррекция: $n = 2$ ($2.4\epsilon_0$), $n = 3$ ($1.1\epsilon_0$), $n = 39$ ($2.3\epsilon_0$). Концентрация пузырьков основного набора равна $40.8\epsilon_0 = 1.157 \times 10^{-3}$ (1.045×10^{-3} по (25)), а общая концентрация пузырьков в покрытии с учетом компенсирующих $\epsilon = 123.8\epsilon_0 = 3.503 \times 10^{-3}$, и 67% в ней приходится на компенсаторы (как и в [16]). Толщина покрытия $h = 9.63$ мм.

На рис. 6 представлены компоненты проводимостей: суммы активных $P(f)$ и реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; упругая реактивная проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 7 показан график модуля $r(f)$ коэффициента отражения. Граничные частоты рабочего диапазона 0.834 кГц и 11.08 кГц, его ширина 3.73 октавы.

На рис. 8 и 9 показаны аналогичные рис. 6 и 7 расчетные характеристики покрытия для стенки с бесконечным импедансом, состоящего из слоя глицерина ($\eta_l = 1.48$ Па с, $\rho_l = 1.26 \times 10^{-3}$ кг/м³, $c_l = 1.923 \times 10^{-3}$ м/с при 20°C) толщиной 13.84 мм с воздушными пузырьками размерами от $R_1 = 0.2$ мм до $R_{49} = 5.0$ мм. Коррекция крайних резонаторов: $n = 1$ ($3.1\epsilon_0$), $n = 49$ ($2.1\epsilon_0$), где $\epsilon_0 = 2.24 \times 10^{-5}$. Концентрация пузырьков основного набора равна $52.2\epsilon_0 = 1.169 \times 10^{-3}$ (1.081×10^{-3} по (25)). Концентрация компенсирующих пузырьков диаметром 14 мм равна $88\epsilon_0$. Общая концентрация всех пузырьков в покрытии равна $\epsilon = 140.2\epsilon_0 = 4.346 \times 10^{-3}$. На долю компенсирующих резонаторов приходится 63% объема пузырьков.

На рис. 8 представлены компоненты проводимостей: суммы активных $P(f)$ и реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; упругая реактивная проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 9 показан график модуля $r(f)$ коэффициента отражения. Граничные частоты рабочего диапазона 0.578 кГц и 16.12 кГц, его ширина 4.80 октавы. При удалении или удвоении числа n -х пузырьков $r(f)$ возрастает на 0.07–0.14 на частоте f_{pn} .

Следующие два рисунка относятся к резонансному покрытию привычного вида, в котором пузырьки-резонаторы имеют добротности порядка единицы ($\delta \approx 1$) и, следовательно, активные проводимости смежных по спектру пузырьков перекрываются по уровню ~ 0.5 от их максимальных значений. Здесь пузырьки определенного размера обеспечивают примерно одну октаву полосы поглощения, следовательно, таких размеров не более 5–6-ти.

Покрытие предназначено для звукопроницаемой стенки, в нем используются компенсирующие резонаторы. Основной набор состоит из пузырьков шести размеров. Пузырьки радиуса R_n занимают свою нишу и помещены в жидкость с вязкостью

$$\eta_n = \frac{1}{4} \sqrt{3q_n \rho_n P_0} R_n, \text{ обеспечивающей согласно (29)}$$

и (3) равенство $\delta_{vis}(\omega_p) = 1$. В покрытии использованы глицерин с вязкостью $\eta_1 = 1.5$ Па с и жидкости ПМСс плотностью $\rho_f = 0.971 \times 10^3$ кг/м³, скоростью звука $c_f = 1.013 \times 10^3$ м/с и разной вязкости. Поскольку покрытие неоднородно, содержание пузырьков n -го размера в нем далее представлено объемом V_n этих пузырьков в см³, приходящимся на 1 м² поверхности покрытия.

Пузырьковый состав покрытия следующий:

$R_1 = 0.2$ мм ($q_1 = 1.314$, глицерин, $V_1 = 1.00$ см³/м²);
 $R_2 = 0.3$ мм ($q_2 = 1.329$, глицерин, $V_2 = 0.238$ см³/м²);
 $R_5 = 0.6$ мм ($q_5 = 1.352$, ПМС, $\eta_5 = 3$ Па с, $V_5 = 1.378$ см³/м²);
 $R_{11} = 1.2$ мм ($q_{11} = 1.366$, $\eta_{11} = 6$ Па с, $V_{11} = 3.088$ см³/м²);
 $R_{23} = 2.4$ мм ($q_{23} = 1.376$, $\eta_{23} = 12$ Па с, $V_{23} = 6.175$ см³/м²);
 $R_{47} = 4.8$ мм ($q_{47} = 1.383$, $\eta_{47} = 24$ Па с, $V_{47} = 16.63$ см³/м²).

Низкочастотные компенсирующие резонаторы ($R_{69} = 7$ мм, $q_{69} = 1.385$, $V_{69} = 20.425$ см³/м²) размещены в глицерине. Так как они работают в своей зарезонансной области, то их затухание может быть малым, а собственная частота достаточно произвольной. Поэтому допустима некоторая сплюснутость этих пузырьков, при которой будут отличны от сферического случая присоединенная масса и вязкие потери.

На рис. 10 представлены компоненты проводимостей шестиэлементного покрытия с компенсаторами: суммы активных $P(f)$ и реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; требуемая упругая реактивная проводимость исходной системы

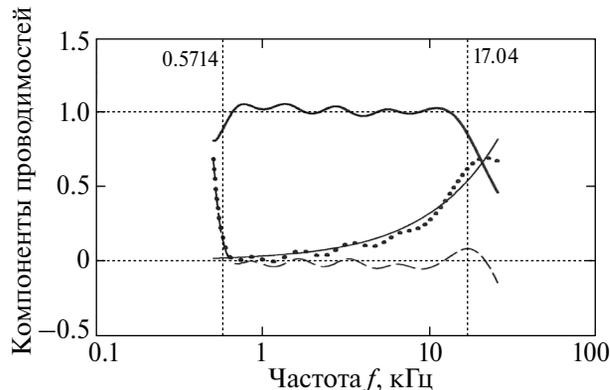


Рис. 10. Компоненты проводимостей шестиэлементного покрытия с компенсаторами. Обозначения те же, что и на рис. 6.

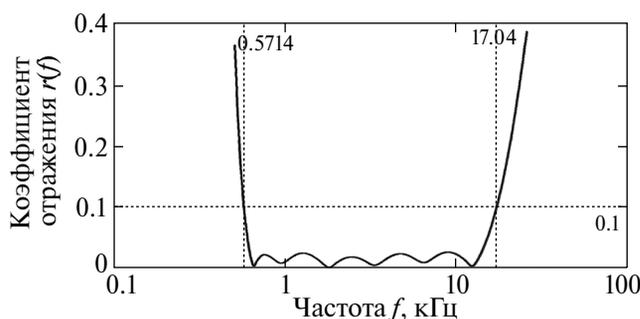


Рис. 11. Модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 10.

$-Q_{ss}(f) = 0.032f$; общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 11 показан график модуля $r(f)$ коэффициента отражения от этого покрытия. Граничные частоты рабочего диапазона 0.571 кГц и 17.04 кГц, его ширина 4.90 октавы.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены теория и методы расчета многоэлементных резонансных гидроакустических покрытий, содержащих газовые пузырьки и предназначенных для нанесения на инерционные, либо звукопроницаемые стенки измерительных бассейнов и камер. Главные особенности рассмотренных покрытий следующие.

1) Постоянство требуемой объемной функции распределения высокочастотных пузырьков-резонаторов по размерам, обуславливающее необходимость довольно строгого соблюдения как постоянной разницы размеров смежных пузырьков в их дискретном спектре, так и одинаковой концентрации разных пузырьков по всему спектру. Коррекции подлежат концентрации лишь пузырьков, расположенных вблизи краев спектра.

2) Использование вязкой жидкости для значительного увеличения затухания высокочастотных пузырьков за счет вязких потерь в жидкости. Поскольку эти потери пропорциональны частоте, в сторону низких частот этот эффект уменьшается. Лучше всего подходит глицерин. Он имеет сравнительно малую сжимаемость, что позволяет увеличить толщину покрытия, чтобы вместить крупные пузырьки-компенсаторы. В последнем примере (рис. 10, 11) неизбежно применение жидкостей ПМС, имеющих огромный диапазон вязкостей. Недостатком этих жидкостей в данном применении является их большая сжимаемость, а к достоинствам можно отнести малую зависимость вязкости от температуры и малое поверхностное натяжение. Кроме того, жидкости ПМС безвредны для резин, пригодных в качестве оболочки покрытия.

3) Использование низкочастотных пузырьков-компенсаторов при звуконепроницаемых защищаемых стенках. Их назначение – восполнить отсутствующую в исходной системе инерционную проводимость. Собственная частота компенсаторов, меньшая нижней граничной частоты рабочего диапазона, а также их затухание достаточно произвольны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оберт Г.* Резонансные звукопоглотители // Некоторые вопросы прикладной акустики. Ультразвук, гидроакустика. Сб. статей. Под ред. Ричардсона И. Дж. Пер. с англ. М.: Воениздат, 1962. С. 262–300.
2. *Meyer E.* Wave Absorbers – a Historical Survey // Applied Acoustics. 1970. V. 3. P. 169–180.
3. *Лотов В.П.* Метод реверберационного бака для исследования поглощения звука в море // Акуст. журн. 1958. Т. 4. № 3. С. 239–243.
4. *Исакович М.А.* Общая акустика. Учебное пособие. М.: Наука, 1973. 495 с.
5. *Devin Ch., Jr.* Survey of Thermal, Radiation, and Viscous Damping of Pulsating Air Bubbles in Water // J. Acoust. Soc. Am. 1959. V. 31. № 12. P. 1654–1667.
6. *Красильников В.А., Крылов В.В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
7. *Foldy L.L.* Multiple scattering of waves // Phys. Rev. 1945. V. 67. № 3/4. P. 107–119.
8. *Алексеев В.Н., Рыбак С.А.* Распространение стационарных звуковых волн в пузырьковых средах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 690–698.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Часть 1. 3-е изд., дополн. М.: Наука, 1976. 584 с.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. 2-е изд., перераб. и дополн. М.: Наука, 1982. 623 с.
11. *Гинзбург В.Л.* Об общей связи между поглощением и дисперсией звуковых волн // Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 1. С. 31–39.
12. *Беккер Р.* Теория теплоты. Пер. с нем. М.: Энергия, 1974. 504 с.
13. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 5-е изд., стереотипное. М.: Наука, 1971. 1108 с.
14. *Андреева И.Б.* О рассеянии звука газовыми пузырями рыб в глубоководных звукорассеивающих слоях океана // Акуст. журн. 1964. Т. 10. № 1. С. 20–24.
15. *Казakov Л.И.* Резино-жидкостный резонатор // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 357–365.
16. *Казakov Л.И.* Резонансный звукопоглотитель воздушного шума // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 5. С. 475–481.