

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.2

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЭХОСИГНАЛОВ ОТ СФЕРИЧЕСКИХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ВБЛИЗИ ДНА

© 2024 г. Н. С. Григорьева^{а,*}, Ф. Ф. Легуша^{а,**}, К. С. Сафронов^{а,***}

^аСанкт-Петербургский государственный морской технический университет, Лоцманская ул. 3,
Санкт-Петербург, 190008 Россия

*e-mail: nsgrig@natalie.spb.su

**e-mail: legusha@smtu.ru

***e-mail: safronov.kirill.pm@gmail.com

Поступила в редакцию 18.08.2023 г.

После доработки 17.01.2024 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

Изучено влияние дна на эхосигнал от сферических рассеивателей. Дно моделируется жидким поглощающим полупространством. Излучатель/приемник расположены в водном полупространстве. Расстояние между излучателем/приемником и рассеивателем предполагается большим по сравнению с длинами акустических волн в воде и дне. Численные результаты получены для акустически жестких сферических рассеивателей одного и того же радиуса. Взаимодействие между рассеивателями не учитывается. Эхосигнал от одной сферы в широком диапазоне частот вычисляется с помощью метода, предложенного в работах R.H. Nackman и G.S. Sammelmann, важным этапом в реализации которого является вычисление коэффициентов рассеяния сферы. В статье для их вычисления используются асимптотические формулы, полученные с помощью метода перевала. Полученные асимптотические выражения для коэффициентов рассеяния сферы позволяют существенно сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала.

Ключевые слова: рассеяние акустических волн, эхосигнал, сферический рассеиватель, функция формы

DOI: 10.31857/S0320791924030021 EDN: ZMVHGC

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача акустического рассеяния несколькими объектами имеет многочисленные практические приложения. Самый простой случай рассеяния объектами конечных размеров соответствует рассеянию двумя сферами. Обширную библиографию, посвященную этой задаче, можно найти в работах [1–14]. Однако, случай, когда рассеиватель располагается вблизи границы раздела двух сред, не был рассмотрен за исключением статьи [15], где сферические рассеиватели располагались в поглощающем дне, а источник/приемник — в водном полупространстве.

В настоящей работе исследуется интерференция эхосигналов от сферических рассеивателей, расположенных вблизи дна, которое моделируется жидким поглощающим полупространством. Модель жидкого дна характеризуется тремя параметрами: продольной скоростью звука c_b , плотностью ρ_b и параметром затухания δ . Для модели

песчаного дна, рассмотренной в этой статье, показатель преломления

$$n = \frac{c}{c_b} (1 + i\delta),$$

где $\delta = 0.01$. Точечный источник, излучающий сферическую падающую волну с циклической частотой ω , находится в точке M однородного водного полупространства. Приемник также находится в точке M . Геометрия задачи показана на рис. 1.

Вообще говоря, сферы могут иметь разные радиусы. Однако, для простоты, при численном моделировании предполагается, что их радиусы совпадают.

Эхосигнал от одной сферы в широком диапазоне частот вычисляется с помощью метода, предложенного в работах [16, 17]. Возникающие коэффициенты рассеяния сферы вычисляются с помощью метода перевала (см, например, [18]). Полученные асимптотические выражения позволяют существенно сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала.

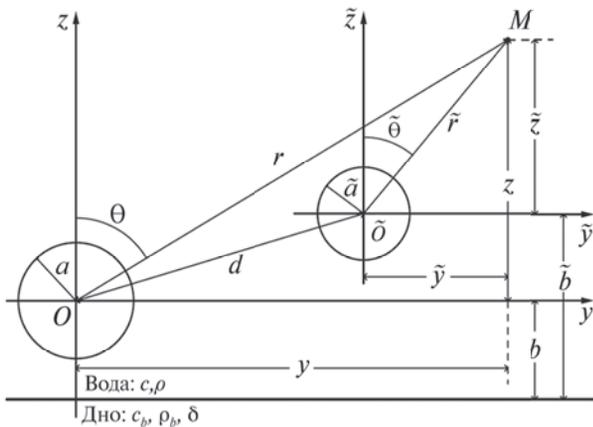


Рис. 1. Геометрия задачи. С каждой из рассеивающих сфер связана своя система координат: для первой сферы радиуса a это Oy, Oz , для второй сферы радиуса \tilde{a} это $\tilde{O}\tilde{y}, \tilde{O}\tilde{z}$; d – расстояние между центрами сфер. Излучатель и приемник находятся в точке M .

Альтернативной техникой для вычисления коэффициентов рассеяния сферы является метод комплексных источников [19–22]. Этот метод практически не имеет альтернативы, если расстояние между источником/приемником и рассеивателем мало. Однако, применение метода комплексных источников не позволяет сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала столь же существенно, как при использовании метода перевала. Поэтому в настоящей статье для вычисления коэффициентов рассеяния сферы применяется метод перевала.

Целью этой статьи является изучение интерференционной структуры эхосигналов от двух или более сферических рассеивателей, находящихся вблизи поглощающего дна. В [6] показано, что в случае двух сферических рассеивателей радиуса a переотражением сигналов между ними можно пренебречь, если расстояние d между рассеивателями больше $8a$. В данной статье неравенство $d > 8a$ предполагается выполненным.

Все вычисления и графики этой статьи выполнены с использованием системы Wolfram Mathematica. Для вычисления специальных функций, таких как сферические функции Ханкеля или сферические функции Бесселя, используются встроенные алгоритмы.

ЭХОСИГНАЛ ОТ ОДНОЙ СФЕРЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ОКОЛО ДНА

Для определенности рассмотрим сферический рассеиватель радиуса a с центром в точке O (см. рис. 1). Для вычисления эхосигнала от этого рассеивателя воспользуемся методом,

предложенным в [16, 17], где акустический потенциал эхосигнала представлен в виде

$$\Phi = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^l A_{ml}(\mathbf{r}) C_{ml}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

При этом потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя дается формулой $\Phi_{\text{inc}} = \exp(ikr)/(4\pi r)$. В (1) $k = \omega/c$ – волновое число в воде, T_l – элементы диагональной T -матрицы сферы, которые находятся из граничных условий на поверхности сферы. Для акустически жесткой сферы

$$T_l = -\frac{j_l'(ka)}{h_l^{(1)'}(ka)}, \quad (2)$$

где $h_l^{(1)}(x)$ – сферическая функция Ханкеля 1-го рода, $j_l(x)$ – сферическая функция Бесселя, штрих у сферических функций обозначает производную по всему аргументу.

Коэффициенты рассеяния сферы $A_{ml}(\mathbf{r})$ имеют вид

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{q dq}{h} J_m(qy) \Pi_l^m\left(\frac{h}{k}\right) \times \quad (3)$$

$$\times [(-1)^{l+m} e^{ihz} + V(q) e^{2ihb+ihz}].$$

Здесь J_m – цилиндрическая функция Бесселя порядка m ; q и $h(q) = \sqrt{k^2 - q^2}$ – горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора в воде; $\varepsilon_0 = 1$ и $\varepsilon_m = 2$ при $m \geq 1$; $\Pi_l^m(x)$ – нормированная присоединенная функция Лежандра, которая связана с присоединенной функцией Лежандра $P_l^m(x)$ порядка l и ранга m соотношением (см., например, [23])

$$\Pi_l^m(x) = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(x);$$

$V(q)$ – коэффициент отражения от границы раздела вода/дно [18]

$$V(q) = \frac{\rho_b h - \rho h_b}{\rho_b h + \rho h_b}, \quad (4)$$

где ρ и ρ_b – плотности воды и дна соответственно; $h_b = h_b(q) = \sqrt{k_b^2 - q^2}$, $k_b = \omega/c_b$ – волновое число в дне. При этом предполагается, что на комплексной q -плоскости $\text{Im}h(q) \geq 0$, $\text{Im}h_b(q) \geq 0$.

В этой статье мы будем использовать приближение однократного рассеяния, когда $C_{ml}(\mathbf{r}) = A_{ml}(\mathbf{r})$, пренебрегая тем, что каждая сферическая гармоника после отражения от плоской границы раздела расщепляется на сумму гармоник. Сравнение эхосигналов от упругой сферической оболочки, вычисленных при $0 < ka \leq 55$ и небольших расстояниях между источником/приемником и сферой с учетом многократного рассеяния и в приближении однократного рассеяния, было проведено в [24]. В этой работе водная среда предполагалась полупространством, а оболочка, наполненная воздухом, располагалась у песчаного дна.

Количество слагаемых, которые надо просуммировать в (1), определяется тем, что для акустически жесткой сферы коэффициенты T_l начинают экспоненциально убывать при $l > ka \gg 1$. В [25] для упругих оболочек получена формула

$$\max l = l_{\max} = \left[ka + 4.05(ka)^{1/3} \right] + 3, \quad (5)$$

где $[x]$ — целая часть x . Проведенные вычисления показали, что для акустически жесткой сферы правило (5) также применимо. Для $a = 0.3$ м, $c = 1500$ м/с и $f = 60$ кГц при вычислении акустического потенциала сферического отражателя необходимо вычислить более чем 4500 коэффициентов рассеяния сферы, которые даются формулой (3) и представляют собой интегралы от быстро осциллирующих функций по бесконечному промежутку интегрирования. Ниже с помощью метода перевала для интегралов (3) будут получены асимптотические формулы, которые могут быть использованы при достаточно больших расстояниях между источником и отражателем.

Представим коэффициент рассеяния сферы $A_{ml}(\mathbf{r})$ в виде суммы двух слагаемых

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) + A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}), \quad (6)$$

$$A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} (-1)^{l+m} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \int_0^\infty \frac{qdq}{h} J_m(qy) \Pi_l^m\left(\frac{h}{k}\right) e^{ihz}, \quad (7)$$

$$A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \int_0^\infty \frac{qdq}{h} J_m(qy) \times \Pi_l^m\left(\frac{h}{k}\right) V(q) e^{ih(2b+z)}. \quad (8)$$

Интеграл $A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r})$ может быть вычислен в явном виде [17]

$$A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) = ik \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} h_l^{(1)}(kr) \Pi_l^m(\cos \theta). \quad (9)$$

Вклад этого слагаемого в эхо-сигнал (2) дает

$$\Phi^{(f)} = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^\infty T_l \sum_{m=0}^l \left[A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) \right]^2. \quad (10)$$

Используя теорему сложения для присоединенных функций Лежандра [26], сумму по m можно записать в виде

$$\sum_{m=0}^l \left[A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) \right]^2 = -k^2 \frac{2l+1}{4\pi} \left[h_l^{(1)}(kr) \right]^2.$$

Таким образом,

$$\Phi^{(f)} = \frac{ik}{4\pi} \sum_{l=0}^\infty (2l+1) T_l \left[h_l^{(1)}(kr) \right]^2, \quad (11)$$

т.е. вклад $\Phi^{(f)}$ в Φ описывает эхосигнал от рассеивающей сферы, находящейся в изотропном водном пространстве (см., например, [27]).

Интеграл (8) вычисляется в явном виде, только если коэффициент отражения $V(q)$ не зависит от q . Тогда

$$A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) = ik(-1)^{l+m} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} V h_l^{(1)}(kr_d) \Pi_l^m(\cos \theta_d), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} r_d &= \sqrt{y^2 + (2b+z)^2}, \\ \theta_d &= \arctg\left(\frac{y}{2b+z}\right), \\ \cos \theta_d &= \frac{2b+z}{r_d}. \end{aligned} \quad (13)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} \Phi^{(d)} &= -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^\infty T_l \sum_{m=0}^l \left[A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \right]^2 = \\ &= \frac{ikV^2}{4\pi} \sum_{l=0}^\infty (2l+1) T_l \left[h_l^{(1)}(kr_d) \right]^2, \end{aligned} \quad (14)$$

т.е. вклад $\Phi^{(d)}$ в Φ описывает эхосигнал от образа рассеивающей сферы, отраженной от границы раздела вода/дно.

Наконец, для слагаемого $\Phi^{(f,d)}$

$$\Phi^{(f,d)} = -\frac{2i}{k} \sum_{l=0}^\infty T_l \sum_{m=0}^l A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}), \quad (15)$$

используя теорему сложения для присоединенных функций Лежандра [26], получаем ($V = \text{const}$)

$$\Phi^{(f,d)} = \frac{ikV}{2\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l h_l^{(1)}(kr) \times h_l^{(1)}(kr_d) P_l \left(\frac{y^2 - 2bz - z^2}{rr_d} \right). \quad (16)$$

Таким образом, в случае границы раздела вода/дно с $V = \text{const}$ эхосигнал от рассеивающей сферы может быть представлен в виде суммы потенциалов, определяемых по формулам (11), (14), (16)

$$\Phi = \Phi^{(f)} + \Phi^{(d)} + \Phi^{(f,d)}. \quad (17)$$

Если коэффициент отражения $V(q)$ зависит от q , то интеграл (8) в явном виде не вычисляется. По аналогии с [28, 29], вычисляя интеграл (8) с помощью метода перевала, в главном приближении при $kr_d \rightarrow \infty$ получаем

$$A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \sim (-1)^m \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \frac{1}{r_d} \Pi_l^m(\cos \theta_d) \hat{V}(\theta_d) e^{i\left(kr_d + \frac{\pi l}{2}\right)}, \quad (18)$$

где r_d и θ_d определяются формулами (13),

$$\hat{V}(\theta_d) = \frac{\chi \cos \theta_d - \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2 \theta_d}}{\chi \cos \theta_d + \sqrt{n^2 - 1 + \cos^2 \theta_d}}, \quad (19)$$

$\chi = \rho_b/\rho$ — отношение плотностей дна и воды.

Если $\theta_d < \alpha_*$, где $\alpha_* = \arcsin c/c_b$ — угол полного внутреннего отражения, то формула (18) и теорема сложения для присоединенных функций Лежандра дают (17), где $\Phi^{(d)}$ определяется (11),

$$\Phi^{(d)} = -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^l \left[A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \right]^2 \sim -\frac{i\hat{V}^2(\theta_d)}{4\pi k r_d^2} e^{2ikr_d} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) T_l, \quad (20)$$

$$\Phi^{(f,d)} \sim -\frac{i\hat{V}(\theta_d)}{2\pi k r r_d} e^{ik(r+r_d)} \times \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l P_l(\cos(\theta + \theta_d)). \quad (21)$$

Если $\hat{V} = \text{const}$, то формулы (20), (21) совпадают с (14), (16) соответственно, если сферическую

функцию Ханкеля 1-го рода $h_l^{(1)}(x)$ заменить главным членом ее асимптотического разложения при $x \rightarrow \infty$

$$h_l^{(1)}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} H_{l+1/2}^{(1)}(x) \sim \frac{1}{x} \exp[i(x - \pi(l+1)/2)].$$

Если $\theta_d > \alpha_*$, где $\alpha_* = \arcsin c/c_b$ — угол полного внутреннего отражения, то в формуле (18) появляется дополнительное слагаемое — боковая волна

$$\hat{A}_{ml}^{(d)} \sim (-1)^{m+1} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{2\pi}} \frac{\Pi_l^m(\cos \alpha_*)}{k r_d^2} \Psi(\alpha_*, \theta_d) \times \exp[ikr_d \cos(\alpha_* - \theta_d) - i\pi l/2], \quad (22)$$

где

$$\Psi(\alpha_*, \theta_d) = \frac{2n}{\chi \sqrt{\cos \alpha_* \sin \theta_d} [\sin(\alpha_* - \theta_d)]^2}. \quad (23)$$

Появление слагаемого (22) математически связано с вкладом точки ветвления подынтегрального выражения (8).

Формула (22) теряет смысл, если $c/c_b \rightarrow 1$, т. к. $\cos \alpha_* = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_*} = \sqrt{1 - (c/c_b)^2}$, и если $\theta_d \rightarrow \alpha_*$. Аналогично тому, как это получено в [18] для классической боковой волны, можно показать, что формулы (18) и (22) справедливы при условии, что $kr_d(\theta_d - \alpha_*)^2 \gg 1$.

В этом случае, как показано в [29], к сумме (17) добавляются новые слагаемые, связанные с наличием боковой волны:

$$\hat{\Phi}^{(f,d)} = -\frac{2i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^l A_{ml}^{(f)}(\mathbf{r}) \hat{A}_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \sim \frac{i}{2\pi k^2 r r_d^2} \Psi(\alpha_*, \theta_d) e^{ik[r+r_d \cos(\alpha_* - \theta_d)]} \times \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) T_l P_l(\cos(\theta + \alpha_*)), \quad (24)$$

$$\hat{\Phi}^{(d,d)} = -\frac{2i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^l A_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \hat{A}_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \sim -\frac{i}{2\pi k^2 r_d^3} \hat{V}(\theta_d) \Psi(\alpha_*, \theta_d) e^{ikr_d[1 + \cos(\alpha_* - \theta_d)]} \times \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l P_l(\cos(\alpha_* + \theta_d)), \quad (25)$$

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}^{(d)} &= -\frac{i}{k} \sum_{l=0}^{\infty} T_l \sum_{m=0}^l \left[\hat{A}_{ml}^{(d)}(\mathbf{r}) \right]^2 \sim \\ &\sim -\frac{i}{4\pi k^3 r_d^4} \left[\Psi(\alpha_*, \theta_d) \right]^2 \times \\ &\times e^{2ikr_d \cos(\alpha_* - \theta_d)} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) T_l,\end{aligned}\quad (26)$$

где функция $\Psi(\alpha_*, \theta_d)$ дается формулой (23).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ФОРМЫ ДЛЯ ОДНОГО СФЕРИЧЕСКОГО РАССЕИВАТЕЛЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ВБЛИЗИ ДНА

Для исследования зависимости эхосигнала от частоты рассмотрим функцию формы акустического рассеяния, которая в случае изотропного водного пространства определяется как

$$F^{(f)}(ka) = \frac{2r}{a} \left| \frac{\Phi^{(f)}(ka)}{\Phi_{\text{inc}}} \right|, \quad (27)$$

где $\Phi^{(f)}(ka)$ — акустический потенциал эхосигнала в точке приемника (11), $\Phi_{\text{inc}} = \exp(ikr)/(4\pi r)$ — потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя.

На рис. 2 показана зависимость функции формы $F^{(f)}(ka)$ от ka для эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса $a = 0.3$ м, находящейся в изотропном водном пространстве с $c = 1500$ м/с и $\rho = 1000$ кг/м³, $y = 50$ м, $z = 20$ м, $r = 53.85$ м (см. рис. 1); $40 \leq f \leq 60$ кГц. В этом случае эхосигнал состоит из двух компонент: зеркального отражения и поверхностной волны Франца, которая возбуждается на поверхности сферы на границе освещенной и теневой областей. Разность времен прихода этих двух волн в точке M равна

$$\Delta T = \left[\left(2\sqrt{r^2 - a^2} + \pi a \right) - 2(r - a) \right] / c,$$

что дает период осцилляций $\Delta f = 1 / \Delta T$. Выражая период осцилляций через ka , получаем $\Delta_{ka} f = 2\pi a \Delta f / c$. Для $r = 53.85$ м и $a = 0.3$ м это дает $\Delta_{ka} f = 1.22$. На рис. 2 интерференция между двумя составляющими эхосигнала порождает осцилляции с периодом, равным 1.21.

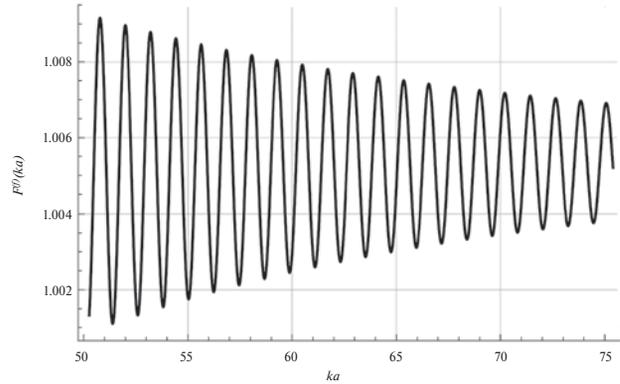


Рис. 2. Функция формы эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса $a = 0.3$ м, находящейся в изотропном водном пространстве; $y = 50$ м, $z = 20$ м; $40 \leq f \leq 60$ кГц.

Пусть теперь рассеиватель находится у песчаного дна. Скорость звука в дне $c_b = 1600$ м/с, показатель преломления $n = c/c_b(1+i\delta)$, где $\delta = 0.01$, плотность дна $\rho_b = 1800$ кг/м³, $y = 50$ м, $z = 20$ м, $b = 5$ м (см. рис. 1). В этом случае функция формы определяется равенством

$$F(ka) = \frac{2r}{a} \left| \frac{\Phi(ka)}{\Phi_{\text{inc}}} \right|, \quad (28)$$

где $\Phi(ka)$ — акустический потенциал эхосигнала в точке приемника (см. (17), (11), (20), (21)), $\Phi_{\text{inc}} = \exp(ikr)/(4\pi r)$ — потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя (см. [17]). Рис. 3 состоит из двух частей: часть (а) показывает зависимость функции формы от ka при $40 \leq f \leq 60$ кГц; часть (б) — при $55 \leq ka \leq 60$. Пунктирная линия на рис. 3б — это функция формы для эхосигнала от сферы, находящейся в изотропном водном пространстве (см. рис. 2). В этом случае $\alpha_* = \arcsin c/c_b = 1.22$ рад, $\theta_d = \arctg y/(2b+z) = 1.03$ рад, т.е. $\theta_d < \alpha_*$, $kr_d(\theta_d - \alpha_*)^2 = 99.26 \gg 1$.

Дополнительный сигнал, отраженный от дна, усиливает эхосигнал от сферического рассеивателя почти в два раза.

Сравнение результатов вычислений в нескольких точках интервала $55 \leq ka \leq 60$ значений функции формы $F(ka)$, полученных с использованием асимптотических выражений (17), (11), (20), (21), и точных значений функции формы, вычисленных

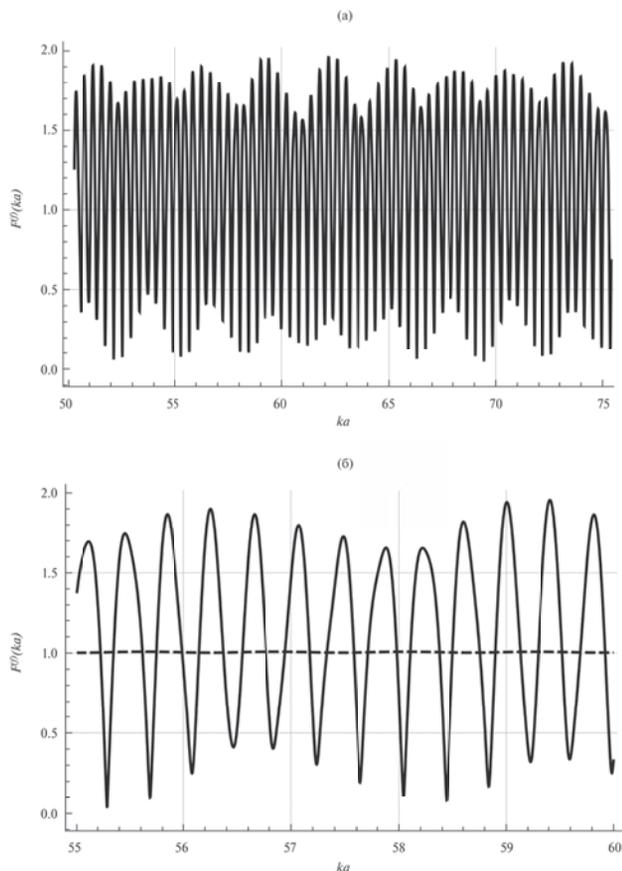


Рис. 3. Функция формы эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса $a = 0.3$ м, находящейся у песчаного дна; $y = 50$ м, $z = 20$ м, $b = 5$ м; (а) — $40 \leq f \leq 60$ кГц, (б) — $55 \leq ka \leq 60$. Пунктирная линия — функция формы для эхосигнала от сферы, находящейся в изотропном водном пространстве.

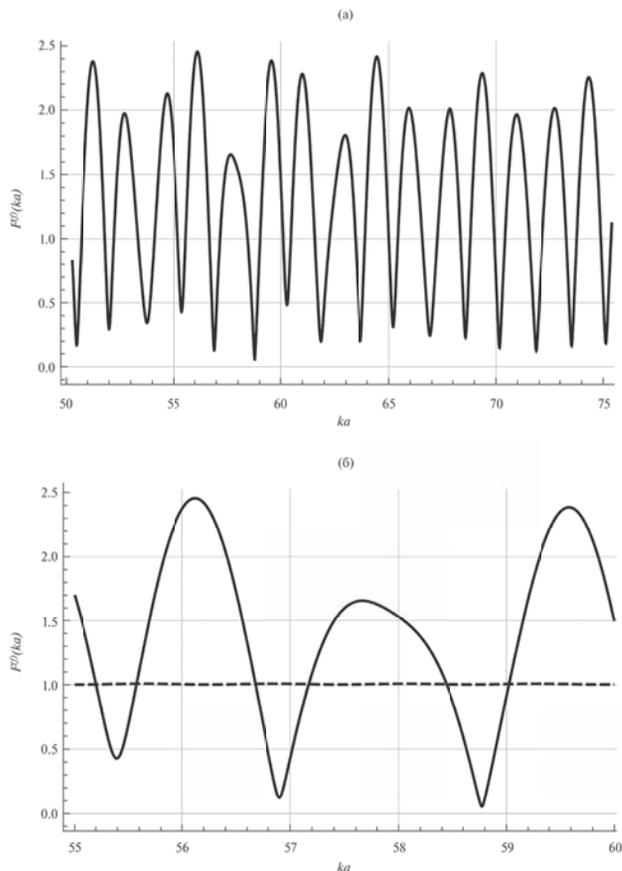


Рис. 4. Функция формы эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса $a = 0.3$ м, находящейся у песчаного дна; $y = 50$ м, $z = 20$ м, $b = 1$ м; (а) — $40 \leq f \leq 60$ кГц, (б) — $55 \leq ka \leq 60$. Пунктирная линия — функция формы для эхосигнала от сферы, находящейся в изотропном водном пространстве.

по формулам (1)–(3), показало, что во всех этих точках разница между полученными значениями не превосходит 10^{-5} .

На рис. 4 рассеиватель приближен к дну: $b = 1$ м. Все остальные параметры те же, что для рис. 3. Сравнение рис. 3 и 4 показывает, что при приближении рассеивателя к дну эхосигнал существенно усиливается. Период осцилляций функции формы также увеличивается.

Если акустически жесткая сфера находится в поглощающем дне, а источник/приемник в воде, то график функции формы для эхосигнала, как функция ka , представляет собой осциллирующую с маленькой амплитудой монотонно убывающую кривую (см. [15]).

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЭХОСИГНАЛОВ ОТ ДВУХ СФЕРИЧЕСКИХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ВБЛИЗИ ДНА

Функция формы двух сферических рассеивателей одного и того же радиуса a , находящихся в изотропном водном пространстве, определяется следующим образом (см. [6])

$$F^{(f)}(ka) = \frac{2}{a} \left| \frac{r\Phi^{(f)}(ka)}{\Phi_{\text{inc}}} + \frac{\tilde{r}\tilde{\Phi}^{(f)}(ka)}{\tilde{\Phi}_{\text{inc}}} \right|, \quad (29)$$

где $\tilde{\Phi}^{(f)}(ka)$ — акустический потенциал в случае акустически жесткой сферы радиуса $\tilde{a} = a = 0.3$ м с центром в точке \tilde{O} , находящейся в изотропном водном пространстве; $\tilde{\Phi}_{\text{inc}}$ — потенциал падающей

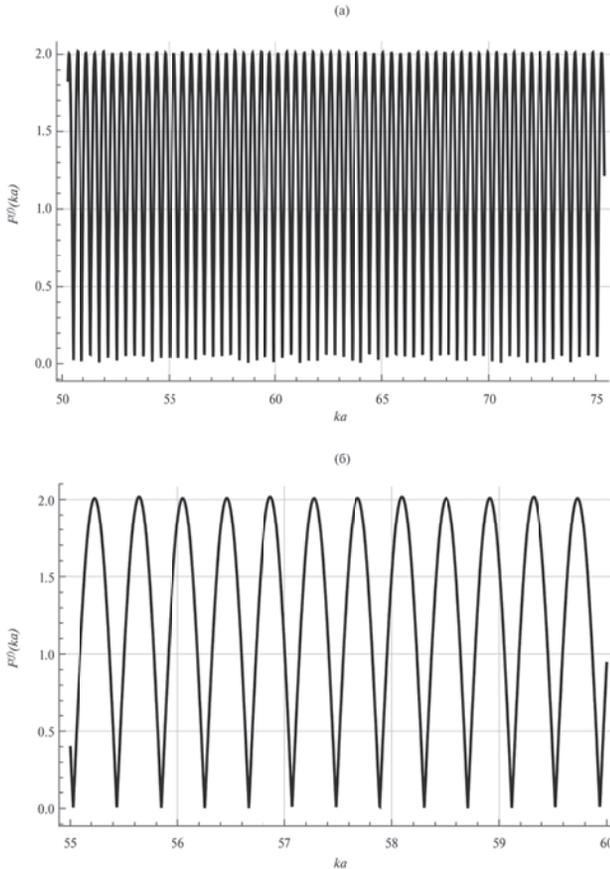


Рис. 5. Функция формы эхосигнала от двух акустически жестких сферических рассеивателей радиуса 0.3 м, находящихся в изотропном водном пространстве; $y = 50$ м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $d = 5$ м; (а) — $40 \leq f \leq 60$ кГц, (б) — $55 \leq ka \leq 60$.

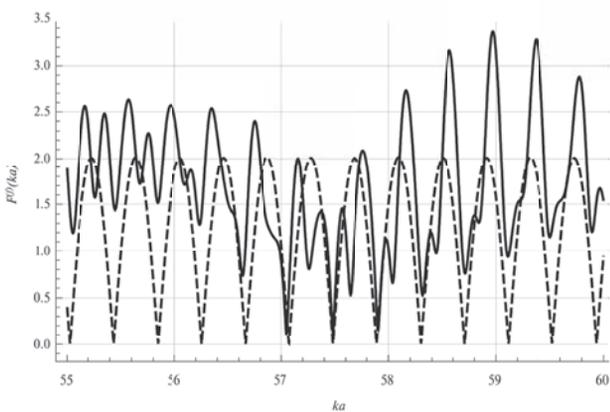


Рис. 6. Функция формы эхосигнала от двух акустически жестких сферических рассеивателей радиуса 0.3 м, находящихся вблизи дна; $y = 50$ м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $b = \tilde{b} = 5$ м, $d = 5$ м; $55 \leq ka \leq 60$. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

волны в точке \tilde{O} в предположении, что рассеиватель отсутствует, $\tilde{\Phi}_{\text{inc}} = \exp(ik\tilde{r}) / (4\pi\tilde{r})$. Будем предполагать, что $y = 50$ м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, т.е. $d = 5$ м. При этом с каждой из рассеивающих сфер связана своя система координат: для первой сферы это Oyz , для второй сферы это $\tilde{O}\tilde{y}\tilde{z}$ (см. рис. 1).

На рис. 5 представлена зависимость функции формы (29) от ka . На рис. 5а показана зависимость функции формы от ka при $40 \leq f \leq 60$ кГц; на рис. 5б — при $55 \leq ka \leq 60$.

Сравнение рис. 2 и 5 показывает, что интерференция зеркальных отражений и волн Фрэнкеля не видна на графике функции формы для двух рассеивателей. Верхняя огибающая графика функции формы для двух рассеивателей совпадает с суммой значений функций формы для одиночных рассеивателей, а нижняя огибающая — с модулем разности значений функций формы для одиночных рассеивателей. Период осцилляций по графику равен 0.41. Он вычисляется как $2\pi a / |r - \tilde{r}|$.

Функция формы двух сферических рассеивателей одного и того же радиуса $\tilde{a} = a = 0.3$ м, находящихся вблизи дна, вычисляется по формуле

$$F(ka) = \frac{2}{a} \left| \frac{r\Phi(ka)}{\Phi_{\text{inc}}} + \frac{\tilde{r}\tilde{\Phi}(ka)}{\tilde{\Phi}_{\text{inc}}} \right|, \quad (30)$$

где $\tilde{\Phi}(ka)$ — акустический потенциал сферы с центром в точке \tilde{O} (см. рис. 1).

Будем предполагать, что $y = 50$ м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $b = \tilde{b} = 5$ м, $d = 5$ м. Поскольку период колебаний полученной кривой мал, на рис. 6 задан интервал $55 \leq ka \leq 60$. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве (см. рис. 5).

На рис. 7 рассеиватели приближены к дну: $b = \tilde{b} = 1$ м. Все остальные параметры те же, что на рис. 6. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

По сравнению со случаем изотропного пространства максимальное значение функции формы для рассеивателей вблизи дна увеличивается с 2 до 3.5. Осцилляции становятся квазипериодическими.

Если акустически жесткие сферические рассеиватели находятся в поглощающем дне, а излучатель/приемник в воде, то эхосигнал от них, как функция ka , представляет собой осциллирующую кривую, верхняя огибающая которой совпадает с

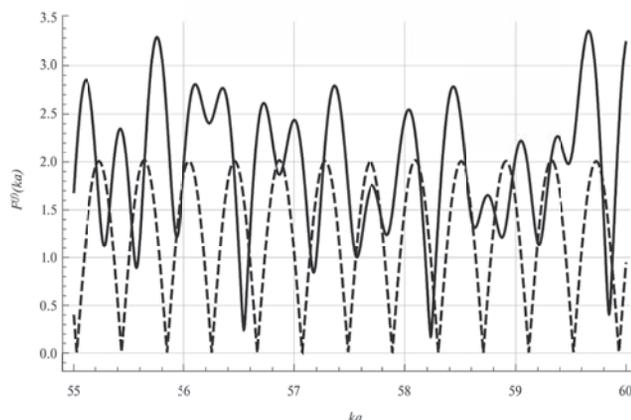


Рис. 7. Функция формы эхосигнала от двух акустически жестких сферических рассеивателей радиуса 0.3 м, находящихся вблизи дна; $y = 50$ м, $\tilde{y} = 45$ м, $z = \tilde{z} = 20$ м, $b = \tilde{b} = 1$ м, $d = 5$ м; $55 \leq ka \leq 60$. Пунктирная линия — функция формы двух сферических рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

суммой функций формы для каждого из двух рассеивателей, а нижняя огибающая — с модулем разности этих двух функций формы (см. [15]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статья предлагает эффективный метод вычисления эхосигнала от двух сферических рассеивателей, расположенных у дна. Эхосигнал от одного рассеивателя в широком диапазоне частот вычисляется с помощью метода, предложенного в работах [16, 17]. Возникающие коэффициенты рассеяния сферы вычисляются с помощью метода перевала. Полученные асимптотические выражения позволяют существенно сократить число слагаемых в формуле для функции формы эхосигнала.

Показано, что учет влияния дна на эхосигнал от двух сферических рассеивателей приводит к усилению эхосигнала почти в два раза по сравнению с эхосигналом от аналогичных рассеивателей, находящихся в изотропном водном пространстве.

Предложенный метод может быть использован и в случае упругих сфер или сферических оболочек. В этом случае формулы (17), (11), (18), (22) сохраняются. Меняются только выражения для коэффициентов T_l . Для сферической упругой оболочки, заполненной воздухом, эти выражения приведены, например, в [30].

Моделирование эхосигнала от трех или более сферических рассеивателей может быть проведено аналогично.

Предложенный метод может быть применен и в случае, когда источник и приемник не совмещены, а также в случае, когда вертикальная плоскость, проходящая через центр первой сферы и точку M , и вертикальная плоскость, проходящая через центр второй сферы и точку M , не совпадают.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы научного центра мирового уровня «Передовые цифровые технологии» (договор № 075-15-2022-312 от 20.04.2022).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Allegra J.R., Hawley S.A.* Attenuation of sound in suspensions and emulsions: Theory and experiments // *J. Acoust. Soc. Am.* 1972. V. 51. P. 1545–1564.
2. *Commander K.W., Prosperetti A.* Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. P. 732–746.
3. *Sessarego J.-P., Sageloli J.* Étude théorique et expérimentale de la diffusion acoustique par deux coques sphériques élastiques // *ACUSTICA — Acta Acust.* 1993. V. 79. P. 14–21.
4. *Gaunaud G.C., Huang H.* Acoustic scattering by a pair of spheres // *J. Acoust. Soc. Am.* 1995. V. 98. P. 495–507.
5. *Folacci A., Rossi J.-L., Sessarego J.-P.* GTD Analysis of Scattering by Two Elastic Spheres // *ACUSTICA — Acta Acust.* 1997. V. 83. P. 93–104.
6. *Bjørnø I., Jensen L.B.* Numerical modelling of multiple scattering between two elastical particles // *OCEAN'98 Conference Proceedings. Nice, France. 28 September–1 October 1998.* V. 2. P. 598–602.
7. *Barbat T., Ashgriz N., Liu C.-S.* Dynamics of two interacting bubbles in an acoustic field // *J. Fluid Mech.* 1999. V. 389. P. 137–168.
8. *Kapodistrias G., Dahl P.H.* Effects of interaction between two bubble scatterers // *J. Acoust. Soc. Am.* 2000. V. 107. P. 3006–3017.
9. *Temkin S.* *Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspension*, 1st ed.; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2005.
10. *Valier-Brasier T., Conoir J.-M., Coulouvrat F., Thomas J.-L.* Sound propagation in dilute suspensions of spheres: Analytical comparison between coupled phase model and multiple scattering theory // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 138. P. 2598–2612.
11. *Kubilius R., Pedersen G.* Relative acoustic frequency response of induced methane, carbon dioxide and air gas bubble plumes, observed laterally // *J. Acoust. Soc. Am.* 2016. V. 140. P. 2902–2912.
12. *Maksimov A., Yusupov V.* Coupled oscillations of a pair of closely spaced bubbles // *Eur. J. Mech. Fluids.* 2016. V. 60. P. 164–174.

13. *Maksimov A.O., Polovinka Y.A.* Scattering from a pair of closely spaced bubbles // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 144. P. 104–114.
14. *Valier-Brasier T., Conoir J.-M.* Resonant acoustic scattering by two spherical bubbles // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. V. 145. P. 301–311.
15. *Grigorieva N.S., Legusha F.F., Nikushchenko D.V., Safronov K.S.* Interference of echo-signals from two buried spherical targets // *Acoustics.* 2023. V. 5. № 2. P. 509–521.
16. *Hackman R. H., Sammelmann G. S.* Acoustic scattering in an inhomogeneous waveguide: Theory // *J. Acoust. Soc. Am.* 1986. V. 80. P. 1447–1458.
17. *Hackman R. H., Sammelmann G. S.* Multiple-scattering analysis for a target in an oceanic waveguide // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 84. P. 1813–1825.
18. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
19. *Fawcett J.A.* Complex-image approximations to the half-space acousto-elastic Green's function // *J. Acoust. Soc. Am.* 2000. V. 108. P. 2791–2795.
20. *Fawcett J.A.* A method of images for a penetrable acoustic waveguide // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113. P. 194–204.
21. *Fawcett J.A., Lim R.* Evaluation of the integrals of target/seabed scattering using the method of complex images // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 114. P. 1406–1415.
22. *Taraldsen G.* The complex image method // *Wave Motion.* 2005. V. 43. P. 91–97.
23. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 1. М.: Наука, 1973. 294 с.
24. *Sessarego J.-P., Cristini P., Grigorieva N.S., Fridman G.M.* Acoustic scattering by an elastic spherical shell near the seabed // *J. Comp. Acoust.* 2012. V. 20. № 3. P. 1250006.1–1250006.19.
25. *Kargl S.G., Marston P.L.* Ray synthesis of Lamb wave contributions to the total scattering cross section for an elastic spherical shell // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 88. № 3. P. 1103–1113.
26. *Кратцер А., Франц В.* Трансцендентные функции. М.: ИЛ, 1963. 467 с.
27. *Шендеров Е. Л.* Излучение и рассеяние волн. Л.: Судостроение, 1989. 302 с.
28. *Григорьева Н.С., Куприянов М.С., Михайлова Д.А., Островский Д.Б.* Рассеяние звуковых волн на сферическом рассеивателе, находящемся вблизи ледовой поверхности // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 1. С. 10–23.
29. *Григорьева Н.С., Сафронов К.С., Лукьянов В.Д.* Эхо-сигнал от сферического рассеивателя, находящегося вблизи газонасыщенного дна // *Труды СПбГМТУ.* 2022. Т. 2. С. 122–136.
30. *Григорьева Н.С., Фридман Г.М.* Рассеяние звука сферической оболочкой, помещенной в волновод с жидким дном // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 4. С. 424–432.

INTERFERENCE OF ECHO-SIGNALS FROM SPHERICAL SCATTERERS LOCATED NEAR THE SEABED

N. S. Grigorieva^{a, *}, F. F. Legusha^{a, **}, K. S. Safronov^{a, ***}

^a*St. Petersburg State Marine Technical University, Lotsmanskaya st. 3, St. Petersburg, 190008 Russia*

**e-mail: nsgrig@natalie.spb.su*

***e-mail: e-mail: legusha@smtu.ru*

****e-mail: safronov.kirill.pm@gmail.com*

The paper investigates the impact of the seabed on the echo signal from spherical scatterers. The seabed is modeled as a liquid absorbing half-space. The transmitter/receiver is located in the water half-space. The distance between the transmitter/receiver and the scatterer is assumed to be large compared to the wavelengths of acoustic waves in water and the seafloor. Numerical results are obtained for acoustically rigid spherical scatterers of the same radius. Interaction between the scatterers is not taken into account. The echo signal from a single sphere over a wide frequency range is computed using a method proposed by R.H. Hackman and G.S. Sammelmann, with a crucial step being the computation of the scattering coefficients of the sphere. Asymptotic formulae obtained using the saddle-point method are used in the paper to compute these coefficients. The obtained asymptotic expressions for the scattering coefficients of the sphere significantly reduce the number of summands in the formula for the form function of the echo signal.

Keywords: acoustical scattering, echo signal, spherical scatterer, form function