

ИНВАРИАНТ ЧУПРОВА ДЛЯ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2024 г. Г. Н. Кузнецов^{а, *}, А. Н. Степанов^{а, б}

^аИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия

^бСамарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
Московское шоссе 34, Самара, 443086 Россия

*e-mail: skbmortex@mail.ru

Поступила в редакцию 30.10.2023 г.

После доработки 30.10.2023 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

В плоскопараллельном волноводе Пекериса выполнено расчетно-теоретическое исследование свойств известного волноводного инварианта С.Д. Чупрова (ИЧ). В отличие от более ранних работ, в которых в качестве источника использовались преимущественно ненаправленные (монопольные) источники, и изучались поля звукового давления (скалярные поля), в данной работе исследуются не только скалярные, но и векторные поля, образованные в волноводе направленными — комбинированными мультипольными источниками, обладающими направленностью как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях. Получено дифференциальное уравнение, позволяющее достаточно точно рассчитать значения ИЧ при различных условиях распространения сигналов и различных глубинах расположения источников и приемников. Это позволяет более простым, чем «полное компьютерное моделирование», способом прогнозировать инвариантность (устойчивость) ИЧ при вариации как гидрофизических условий в волноводе, так и геометрии эксперимента. Показано, что направленность источников в горизонтальной плоскости практически не влияет на свойства ИЧ, а направленность в вертикальной плоскости приводит к смещению веерной структуры полей амплитуд сигналов, но слабо влияет на значения ИЧ. Аналогичным образом изменяются свойства веерной структуры при использовании вертикальных проекций вектора колебательной скорости — несмотря на то, что для расчета ИЧ используется другое, отличное от скалярных полей аналитическое соотношение, значение ИЧ близко к (+1) на всех частотах и расстояниях, кроме тех, на которых возникают новые моды или же дислокации. На этих частотах и в этих зонах возникают знакопеременные выбросы с различными знаками и величинами. Делается вывод, что устойчивость ИЧ позволяет применять алгоритмы обработки сигналов, разработанные для скалярных полей и ненаправленных источников, к векторно-скалярным полям, сформированным, в том числе с использованием направленных источников.

Ключевые слова: волновод Пекериса, волноводный инвариант Чупрова, векторно-скалярные поля, мультипольные источники, устойчивость ИЧ к направленным свойствам источников и к векторной структуре поля сигналов

DOI: 10.31857/S0320791924030087 EDN: ZMAIZD

1. ВВЕДЕНИЕ

В акустике мелкого моря находит широкое применение интерференционный или иначе — волноводный — инвариант С.Д. Чупрова [1]. С его помощью решают различные задачи гидроакустики, в том числе задачи обнаружения, дальнометрии, навигации и некоторые другие. Главным достоинством методов, основанных на применении интерференционного инварианта Чупрова (ИЧ), считают отсутствие необходимости использовать достаточно сложную волновую

модель передаточной функции волновода, построенную с учетом достоверной информации о глубине волновода, характеристиках грунта, анализе и учете пространственно-временной изменчивости вертикального распределения скорости звука в водном слое и т.д. В упрощенном варианте для решения отдельных задач акустики мелкого моря с использованием ИЧ достаточно информации об угловой структуре интерферограмм — распределениях гребней (интерференционных максимумов) амплитуды звукового давления (ЗД)

на плоскости «расстояние—частота». Среди отечественных работ, использующих ИЧ, можно отметить [1–8], среди зарубежных — [9–12]. В этих работах не только исследуются свойства инварианта, но и решаются практические задачи — повышается отношение сигнал/помеха, анализируется устойчивость амплитудно-фазовой структуры звуковых полей, оцениваются расстояние до источника и радиальная проекция скорости движения источника и т.д. Но перечисленные задачи — теоретически или экспериментально — решаются применительно к монополярным источникам, хотя известно, что шумовые поля реальных объектов обладают направленностью как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости [13, 14]. Кроме того, как показано в работах [14–16], векторно-скалярные поля обладают заметно большей информативностью. Например, с использованием совместной информации о структуре 3Д и проекций вектора колебательной скорости (ВКС) появляется возможность независимо принимать и обрабатывать сигналы, одновременно пришедшие с противоположных направлений [17, 18]. Как следствие, буксируемые векторно-скалярные антенны разделяют сигналы, принятые с левого или правого борта, а протяженные стационарные донные антенны могут обнаруживать и пеленговать сигналы, одновременно принятые спереди и сзади. Скалярные антенны такими качествами не обладают. В связи с этим изучение свойств ИЧ и вариантов его применения для векторно-скалярных полей представляется актуальной задачей. Не меньшую актуальность и практическую значимость имеет и задача проверки устойчивости (инвариантности) ИЧ при использовании направленных в горизонтальной или вертикальной плоскости источников, например, мультиполей [13, 14, 19].

Заметим, что ИЧ характеризует распределение интенсивности звукового поля на плоскости «частота—расстояние» или иными словами — распределение звуковой энергии на этой плоскости. Поэтому ИЧ в отличие от «фазового инварианта» иногда называют «энергетическим инвариантом» [8, 20].

Ниже исследуются свойства ИЧ (энергетического инварианта) при использовании монополярных, дипольных и комбинированных мультиполярных источников, возбуждающих в волноводе поля не только звукового давления, но и ортогональных проекций ВКС.

2. ОПИСАНИЕ ЛИНИЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ГРЕБНЕЙ В ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЯХ МУЛЬТИПОЛЯРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

2.1. Уравнение для описания линий интерференционных гребней скалярных полей монополярного излучателя

Известно [1, 21], что для любых волноводов и монохроматических ненаправленных точечных излучателей для достаточно больших расстояний, когда функции Ханкеля можно заменить их асимптотическими представлениями, выражение для звукового давления P может быть представлено в виде модового разложения:

$$P(\omega, r, t, z_0, z) = |P(\omega, r, t, z_0, z)| e^{i\varphi(\omega, r, t, z_0, z)} = \sum_{l=1}^N p_l(\omega, r, t, z_0, z) e^{i\varphi_l(\omega, r, t, z_0, z)}, \quad (1)$$

где $|P(\omega, r, t, z_0, z)|$ и $\varphi(\omega, r, t, z_0, z)$ — амплитуда и фаза давления источника, зависящие от круговой частоты ω , горизонтального расстояния r , времени t , а также глубин источника z_0 и приемника z , N — количество мод, p_l — коэффициент возбуждения и φ_l — фаза l -й моды. Будем считать аргументами рассматриваемых функций частоту ω и расстояние r , а время t и глубины z_0 и z — параметрами, и в дальнейшем изложении опускать параметры в обозначениях функций.

Выражение для звукового давления монополя (1) можно записать в более удобном для дальнейшего анализа виде:

$$P(\omega, r) = \operatorname{Re} P + i \operatorname{Im} P = A \frac{\omega}{\sqrt{kr}} \left(\sum_{l=1}^N p_l \cos \varphi_l(\omega, r) + i \sum_{l=1}^N p_l \sin \varphi_l(\omega, r) \right),$$

где $A = \rho_0 \sqrt{8\pi} \exp(-i\pi/4) / h$, $\varphi_l(r, \omega) = k_l r - \omega t = \omega r / c_l - \omega t$ — фазовая функция, k_l — горизонтальная проекция волнового вектора и $c_l = \omega / k_l$ — фазовая скорость l -й нормальной волны. В [14, 8, 20] показано, что фазовую функцию в уравнении (2) можно рассматривать для $t = 0$, поскольку зависимость $\varphi_l(\omega, r)$ от параметра t фактически представляет собой происходящий во времени плоскопараллельный перенос линий

равных фаз и, следовательно, структуры фазового поля в целом вдоль оси расстояний.

Уравнение для построения линий, определяющих в волноводе Пекериса изменчивость зон локализации интерференционных максимумов амплитуд 3Д, является уравнением, описывающим свойства линий гребня в пространстве частота–расстояние. Будем исходить из того, что амплитуда давления вдоль линии гребня может не оставаться постоянной, но вдоль этого направления она изменяется в наименьшей степени. Следовательно, будем считать, что в любой точке на линии гребня производная от модуля амплитуды $|P(\omega, r)|$ по направлению $\mathbf{n}$, касательному к линии гребня в рассматриваемой точке, принимает минимальное значение при переборе по всем возможным направлениям, которые можно задать с помощью полярного угла α на плоскости (ω, r) :

$$\frac{\partial |P(\omega, r)|}{\partial \mathbf{n}} = \min_{0 \leq \alpha \leq 2\pi} \left(\frac{\partial |P(\omega, r)|}{\partial \omega} \cos \alpha_\omega + \frac{\partial |P(\omega, r)|}{\partial r} \cos \alpha_r \right), \quad (2)$$

где $\cos \alpha_\omega$ и $\cos \alpha_r$ — направляющие косинусы прямой линии с полярным углом α .

Уравнение (2) упрощается, если в первом приближении считать, что минимальное значение производной от модуля амплитуды давления по направлению может быть равно нулю. Тогда, приравняв к нулю полный дифференциал модуля давления $d|P(\omega, r)| = 0$, получим приближенное уравнение линии гребней в виде:

$$\frac{dr}{d\omega} = - \frac{\frac{\partial |P|}{\partial \omega}}{\frac{\partial |P|}{\partial r}} = - \frac{\operatorname{Re} P \frac{\partial \operatorname{Re} P}{\partial \omega} + \operatorname{Im} P \frac{\partial \operatorname{Im} P}{\partial \omega}}{\operatorname{Re} P \frac{\partial \operatorname{Re} P}{\partial r} + \operatorname{Im} P \frac{\partial \operatorname{Im} P}{\partial r}}. \quad (3)$$

Для получения частных производных из (3), вновь будем предполагать выполненными упомянутые выше условия применимости соотношения (1). Кроме того, будем рассматривать частотную область, в пределах которой изменение количества нормальных волн N не велико и/или вкладом от такого изменения можно пренебречь. Непосредственный анализ, а также численные расчеты показывают, что коэффициенты p_l разложения (1) слабо зависят от частоты и расстояния, так что производными от p_l по рассматриваемым аргументам можно пренебречь по сравнению с остальными слагаемыми. В результате после упрощений приведем (3) к виду:

$$\frac{dr}{d\omega} = \beta \frac{r}{\omega}, \quad (4)$$

где

$$\beta = 2 \frac{\sum_{l=1}^N p_l \left(q_l - r \omega g_l \frac{\partial k_l}{\partial \omega} \right)}{\sum_{l=1}^N p_l (q_l + 2 r g_l k_l)},$$

$$q_l = \sum_{m=1}^N p_m \cos(\varphi_l - \varphi_m), \quad g_l = \sum_{m=1}^N p_m \sin(\varphi_l - \varphi_m).$$

Для нахождения производной $\partial k_l / \partial \omega$ воспользуемся дисперсионным уравнением $\operatorname{ctg} x = i \sqrt{x^2 - (khv)^2} / \tilde{m} x$ волновода Пекериса, где $\tilde{m} = \rho / \rho_0$ — отношение плотностей воды ρ_0 и подстилающего полупространства ρ , $v^2 = 1 - \tilde{n}^2$, $\tilde{n} = n_0(1 + i\tilde{\beta})$, $n_0 = c_0 / c$ — отношение скоростей звука в волноводе c_0 и в грунте c , $\tilde{\beta}$ — коэффициент поглощения границы; h — глубина волновода. Так как корни x_l этого уравнения связаны с горизонтальными волновыми числами нормальных волн соотношениями $k_l = \sqrt{k^2 - (x_l / h)^2}$, получаем искомое выражение

$$\frac{\partial k_l}{\partial \omega} = \frac{1}{k_l} \left(\frac{k}{c} - \frac{x_l}{h^2} \frac{\partial x_l}{\partial \omega} \right),$$

для применения которого требуется еще найти производную $\partial x_l / \partial \omega$ от корней дисперсионного уравнения x_l . С этой целью перепишем дисперсионное уравнение в виде неявной функции $F(x, \omega) = \tilde{m} x \operatorname{ctg} x + \sqrt{(khv)^2 - x^2} = 0$ и найдем необходимую производную:

$$\frac{\partial x_l}{\partial \omega} = \frac{F'_x}{F'_\omega} = \frac{(khv)^2 \sin^3 x_l}{\omega x_l (\tilde{m}^2 \cos^2 x_l \sin x_l - \tilde{m} x_l \cos x_l + \sin^3 x_l)}. \quad (5)$$

Полученные соотношения (4)–(5) позволяют для монопольного источника рассчитать на плоскости «частота–расстояние» положение линий гребней (зон интерференционных максимумов) 3Д и дать для 3Д прогнозное описание изменчивости линий гребней. В результате получим и сможем исследовать свойства ИЧ для скалярных полей, образованных в волноводе Пекериса монопольными источниками.

2.2. Уравнение линий интерференционных гребней векторно-скалярных полей, созданных мультипольными источниками.

Для расширения описанного подхода на векторно-скалярные поля монополя и различных мультипольных источников воспользуемся приведенными в [14, 22] выражениями для 3Д и компонент ВКС точечного мультипольного источника в волноводе Пекериса:

$$\begin{aligned}
 P &= i\omega\rho_0 \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} \sum_{l=1}^N A_{nml} H_m^{(1)}(k_l r) e^{im\varphi}, \\
 V_r(r, z, \varphi) &= \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} \sum_{l=1}^N A_{nml} k_l \left(m H_m^{(1)}(k_l r) / (k_l r) - H_{m+1}^{(1)}(k_l r) \right), \\
 V_z &= \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} \sum_{l=1}^N A'_{nml} H_m^{(1)}(k_l r) e^{im\varphi},
 \end{aligned} \tag{6}$$

которые при необходимости могут быть легко приведены к виду (1). В (6) обозначено: L — порядок мультипольности источника, C_{nm} — его мультипольные моменты, $H_m^{(1)}$ — функция Ханкеля порядка m ,

$$\begin{aligned}
 A_{nml} &= -\frac{2\pi\mu_{nm}x_l \sin\alpha_{l0} \sin\alpha_l P_n^{[m]}(x_l/kh)}{kh(\sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l / \tilde{m}^2 + \sin x_l \cos x_l - x_l)} \approx \frac{2\pi}{kh} \mu_{nm} \sin\alpha_{l0} \sin\alpha_l P_n^{[m]}(x_l/kh), \\
 A'_{nml} &= \frac{ix_l \operatorname{ctg} \alpha_l}{h} A_{nml}, \quad \mu_{nm} = \begin{cases} 1, \chi_{nm} = +1 \\ i, \chi_{nm} = -1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

где $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|}$, $\alpha_{l0} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + x_l z_0/h$, $\alpha_l = x_l z/h$, $P_n^{[m]}$ — присоединенные полиномы Лежандра. Воспользуемся далее асимптотическим приближением для функций Ханкеля

$$H_m^{(1)}(k_l r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k_l r}} \exp(ik_l r + i\pi m/2 - i\pi/4),$$

в подкоренном выражении которого на принятом уровне приближения можно положить $k_l \approx k$. Введем обозначение $\gamma_{nm} = m\varphi + \pi m/2 + \arg \mu_{nm}$ и перепишем (6) в виде соотношений, аналогичных (1):

$$\begin{aligned}
 P &= i\omega\rho_0 e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{l=1}^N \exp(ik_l r) \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} A_{nml} e^{im\varphi + i\pi m/2} = \sum_{l=1}^N p_l \exp(ik_l r + i \arg D_l), \\
 V_r &= e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{l=1}^N \exp(ik_l r) \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} A_{nml} e^{im\varphi + i\pi m/2} = \sum_{l=1}^N V_{r;l} \exp(ik_l r + i \arg D_{l;r}), \\
 V_z &= e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{l=1}^N \exp(ik_l r) \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} A'_{nml} e^{im\varphi + i\pi m/2} = \sum_{l=1}^N V_{z;l} \exp(ik_l r + i \arg D_{l;z}),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned}
 p_l &= \sin \alpha_l |D_l|, \quad V_{r;l} = k_l \sin \alpha_l |D_{l;r}|, \quad V_{l;z} = x_l \operatorname{tg} \alpha_l |D_{l;z}| \\
 D_l &= c_0 \rho_0 \frac{2\pi}{h} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} \sin \alpha_{l0} P_n^{|m|} \left(\frac{x_l}{kh} \right) \exp(i\gamma_{nm} + i\pi/4), \\
 D_{l;r} &= \frac{2\pi}{kh} \sqrt{\frac{2}{\pi k r} \left(1 + \frac{m^2}{(kr)^2} \right)} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} \sin \alpha_{l0} P_n^{|m|} (x_l / kh) \exp(i\gamma_{nm} + i \arg g_m - i\pi/4), \\
 D_{l;z} &= \frac{2\pi}{kh^2} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} \sin \alpha_{l0} P_n^{|m|} (x_l / kh) \exp(i\gamma_{nm} + i\pi/4), \\
 \gamma_{nm} &= m\varphi + \pi m/2 + \arg \mu_{nm}, \quad g_m \approx \frac{m}{kr} - i = \sqrt{1 + \frac{m^2}{(kr)^2}} \exp(i \arg g_m).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Если выполнить для выражений (6)–(8), определяющих зависимости от расстояния и частоты компонент вектора колебательной скорости V_r и V_z , преобразования, аналогичные (3)–(4), то получим выражение для инварианта, описывающего положение гребней для проекций ВКС

$$\beta_V = 2 \frac{-r\omega \sum_{l=1}^N p_l g_l \frac{\partial k_l}{\partial \omega}}{\sum_{l=1}^N p_l (q_l + 2rg_l k_l)}. \tag{9}$$

Видно, что соотношение (9) входит в дифференциальное уравнение (4) в ином виде, чем «классический» ИЧ. Причина — компоненты ВКС в отличие от выражения для 3Д напрямую не зависят от частоты. Но дальше путем численного моделирования показано, что волноводный инвариант ИЧ для проекций вектора колебательной скорости имеет положительные значения (+1), как и для скалярного поля. При этом наклоны гребней на плоскости «расстояние—частота», определяемые значением характерных для скалярных и векторных полей инвариантов, близки по направлениям (наклону), но зоны интерференционных максимумов — гребней — смещены по координатам.

3. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ИНВАРИАНТОВ В ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЯХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

3.1. Поверхности амплитуд и контурные графики интегральных фаз.

Для иллюстрации применимости полученных соотношений выполнен вычислительный эксперимент, в котором анализировались векторно-скалярные поля мультипольных излучателей в волноводе Пекериса со следующими характеристиками: скорость звука в воде $c_0 = 1500$ м/с, толщина волновода $h = 200$ м, отношение плотностей воды и грунта 1.7, отношение скоростей звука в воде и в грунте 0.88, коэффициент поглощения границы 0.01. Расчеты произведены для мелкого моря и двух глубин размещения источников — приповерхностного и погруженного (подводного) — точечный мультипольный источник находился на глубинах $z_0 = 7$ м или 100 м, а прием осуществлялся в придонной области на глубине $z = 199$ м. Поле анализировалось в пространственно-частотной области с диапазоном расстояний от 1200 до 4000 м с шагом 1 м и в диапазоне частот от 100 до 200 Гц с шагом 1 Гц.

На рис. 1 представлены поверхности амплитуды и фазы 3Д для монополя, вертикального

Таблица. Значения мультипольных моментов комбинированного излучателя

Моно- поль	x- диполь	z- диполь	y- диполь	xx-yy- квадруполь	xz- квадруполь	zz- квадруполь	yz- квадруполь	yx- квадруполь
(1;1)	(1;1)	(1;20)	(0;0)	(1;0)	(10;20)	(5;0)	(20;10)	(0;0)

диполя и комбинированного мультипольного источника с произвольно выбранным набором комплексных мультипольных моментов C_{nm} (см. таблицу).

Сравнение зон интерференционных максимумов обсуждаемых поверхностей показывает некоторые различия пространственных распределений полей от мультиполей различных типов как по рельефу интерференционных поверхностей, так и по максимальным значениям амплитуды. Видны расщепления отдельных гребней, вызванные появлением новых нормальных волн при увеличении частоты. Вместе с тем, несмотря на разницу в направленности источников, в рельефах всех интерференционных поверхностей отчетливо просматривается характерная веерная

структура. Причем наклоны гребней различаются незначительно, поскольку они определяются не типом источников, а частотными зависимостями разностей волновых чисел и их производных, т.е. свойствами волновода. Отметим, что такая структура в пространственно-частотной области характерна для любых мультиполей и для полей любых проекций вектора колебательной скорости.

Видно также, что при увеличении расстояния и повышении частоты наблюдаются более заметные отклонения от регулярной веерной структуры и различия интерференционных структур для звуковых давлений от источников разного типа. В то же время структуры фазовых поверхностей практически не зависят от направленности источников: линии равных фаз для различных

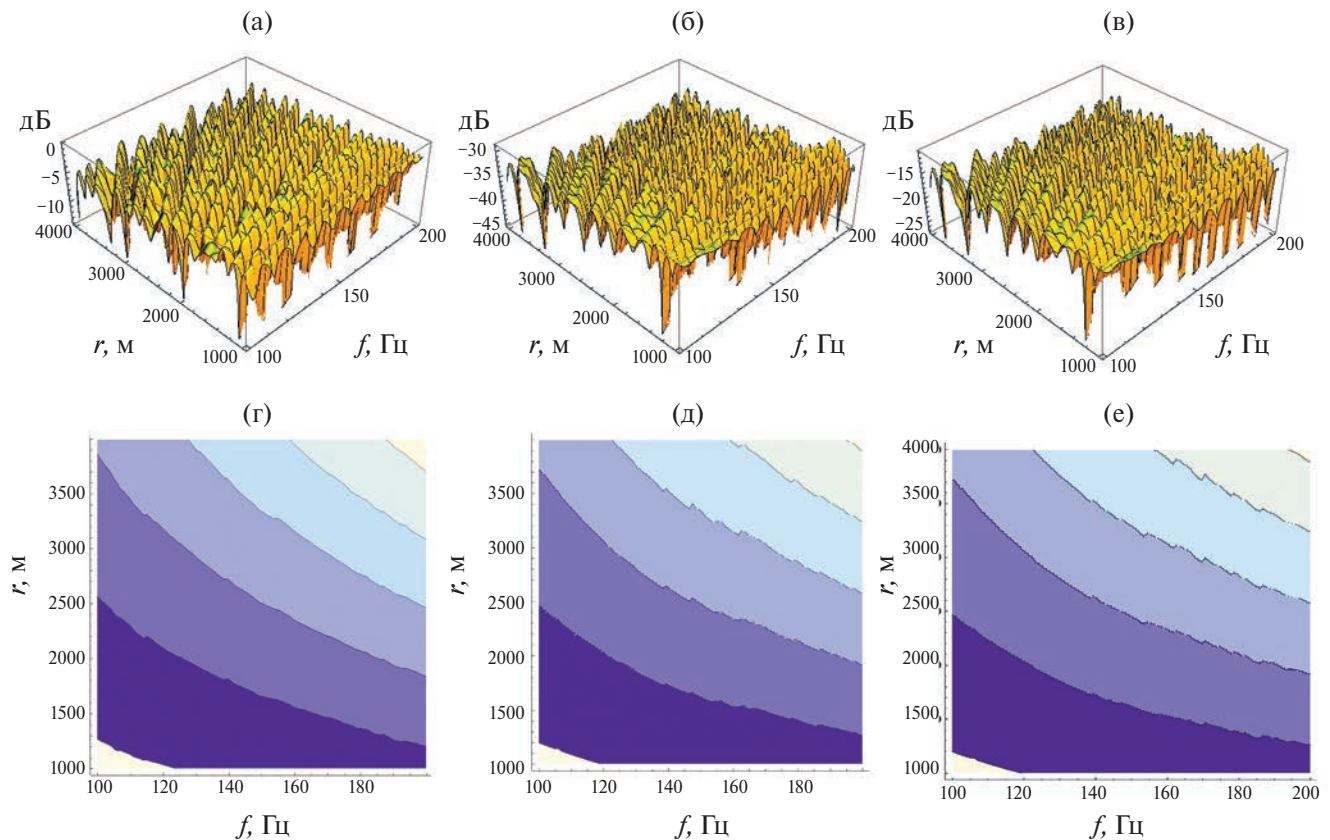


Рис. 1. (а)–(в) — Поверхности амплитуд и (г)–(е) — контурные графики поверхностей фаз давления в частотно-пространственной области для (а, г) — монополя, (б, д) — вертикального диполя и (в, е) — комбинированного мультипольного источника. Глубина источников 7 м.

мультиполей имеют примерно одинаковые наклоны. Некоторое различие наблюдается только для вертикально ориентированных источников. Например, интегральная фаза давления от монополя на расстояниях от излучателя 1200–4000 м изменяется от 400 до 3230 радиан, а у вертикального диполя — от 419 до 3260 радиан. Близкие результаты наблюдаются и для комбинированного мультиполя с вертикальными квадрупольями — от 419 до 3280 радиан. Различия не велики.

Следует дополнительно отметить, что на фазовых поверхностях имеются дислокации, формирующиеся в зонах глубоких интерференционных минимумов. Знакопеременные локальные скачки фазы (индивидуальные дефекты) особенно велики у вертикального диполя. При этих же условиях на поверхностях амплитуд 3Д наблюдаются расщепления и изломы линий гребней. Причина — возбуждение при повышении частоты сигналов с модами иных — более высоких номеров.

На рис. 2 представлены контурные графики интерференционных поверхностей 3Д (рис. 2а), горизонтальной (рис. 2б) и вертикальной (рис. 2в) компонент ВКС монопольного излучателя, совмещенные с рассчитанными по формулам (4)–(7) примерами линий гребня. Видно, что результаты расчетов с использованием дифференциального уравнения для гребней практически совпадают с данными численного анализа полной интерференционной поверхности. Причем веерные структуры полей 3Д и горизонтальной составляющей ВКС почти совпадают — в отличие от структуры вертикальной проекции ВКС, имеющей близкий по отношению к осям наклон кривых, но смещенный относительно линии гребня для 3Д. Причина — совпадение модового состава сигналов в

первом случае и различие — во втором (источники с вертикальной ориентацией более эффективно возбуждают моды высоких номеров).

На рис. 3 в более крупном масштабе представлены контурные графики поверхностей амплитуд 3Д (рис. 3а) и вертикальной проекции колебательной скорости вертикального диполя (рис. 3б), на которых, как и на рис. 2, показаны по одной линии гребня, которые рассчитаны по формулам (4)–(7). Увеличение масштаба позволяет заметить вертикальные границы, образование которых объясняется возникновением при повышении частоты новой (очередной) нормальной волны. Видно также, что при увеличении частоты звука и изменении модового состава сигнала происходит деформация и разрывы веерной структуры и смещение локальных зон интерференционных максимумов (линий гребней).

Дополнительно отметим, что веерная структура полей амплитуд 3Д и вертикальных проекций ВКС вертикального диполя различается — линии гребней почти параллельны, но смещены, т.е. проявляется различие веерных структур для мультиполей различного типа. Значения ИЧ для этих условий достаточно близки (см. рис. 7 и 8).

3.2. Зависимости ИЧ от частоты, типа мультиполя и глубины источника

Ниже на рис. 4–11 приведены сечения веерной структуры в пространственно-частотной области для полей 3Д и проекций ВКС для различных типов мультиполей, рассчитанные для различных частот и при разных глубинах расположения излучателей.

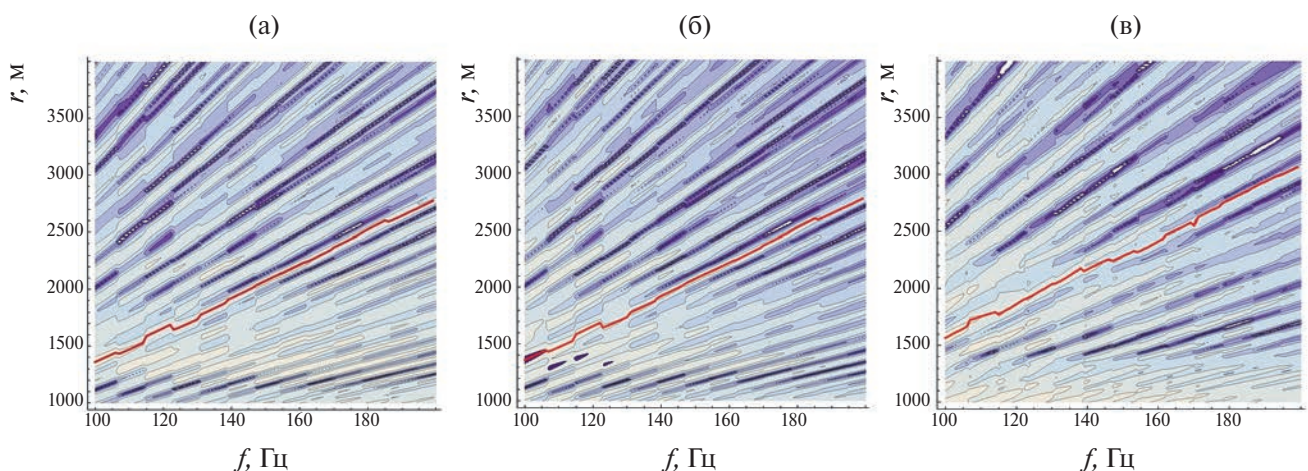


Рис. 2. Контурные графики (а) — поверхностей и линии гребней 3Д, (б) — горизонтальной и (в) — вертикальной компонент вектора колебательной скорости, возбуждаемых монополем.

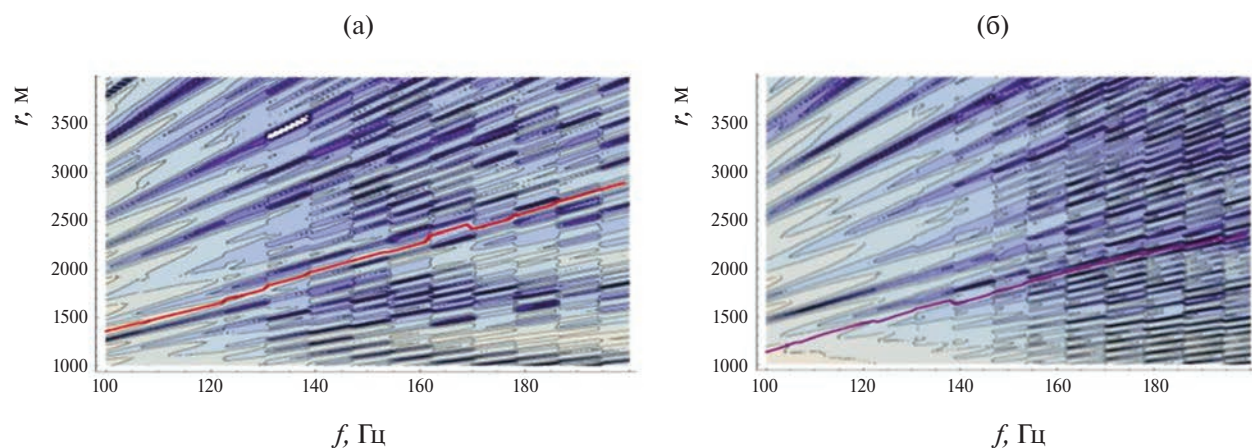


Рис. 3. Контурные графики (а) — поверхностей амплитуды давления и (б) — вертикальной проекции колебательной скорости вертикального диполя.

На рис. 4 показаны линии гребней для поверхностей ЗД и компонент ВКС различных мультиполей, установленных на разных глубинах. Здесь и далее показано, что структура (сечение)

поверхности вертикальной компоненты всегда отличается от практически совпадающих структур звукового давления и горизонтальной компоненты ВКС.

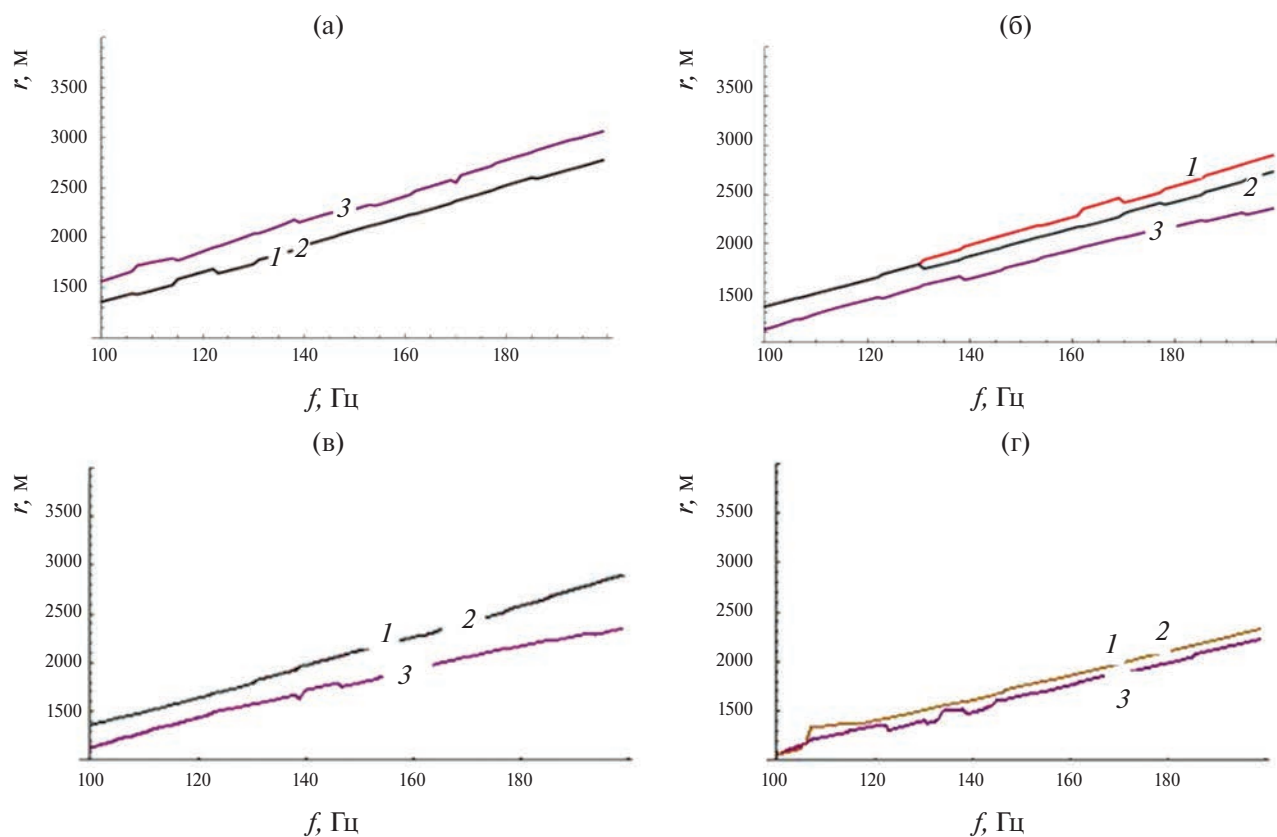


Рис. 4. Линии гребней 1 — амплитуд ЗД, 2 — горизонтальной и 3 — вертикальной проекций (а) — ВКС монополя, (б) — вертикального диполя, расположенных на глубине 7 м, а также комбинированного мультиполя, расположенного на глубинах (в) — 7 м или (г) — 100 м.

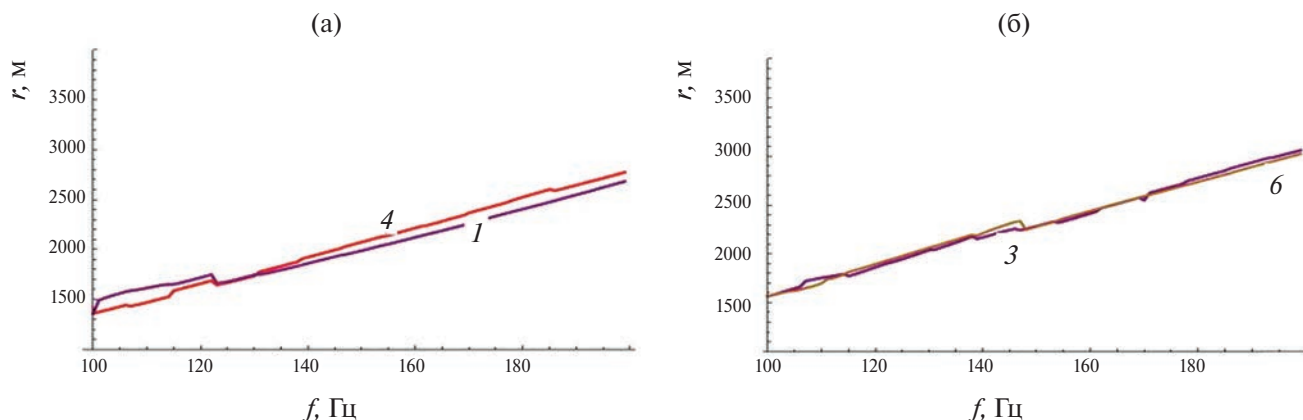


Рис. 5. Линии фактических (1, 3) и теоретических (4, 6) гребней давления (1, 4) и вертикальной компоненты ВКС (3, 6) монополя, расположенного на глубине 7 м.

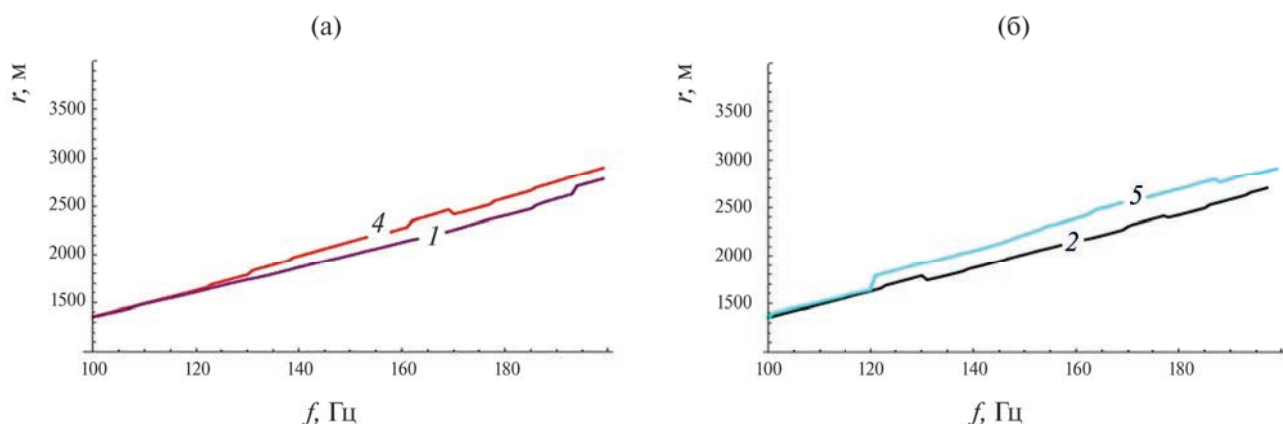


Рис. 6. Линии фактических (1, 2) и теоретических (4, 5) гребней давления (1, 4) и горизонтальной компоненты (2, 5) вертикального диполя, расположенного на глубине 7 м.

На рис. 5 и 6 также видно, что линии фактических и теоретических гребней, рассчитанные при одних и тех же исходных данных для монополя и вертикального диполя численно или с использованием полученного дифференциального уравнения, достаточно близки, а для 3Д монополя и горизонтального диполя — практически совпадают.

На рис. 7–8 сравниваются результаты теоретических расчетов ИЧ, найденных в результате решения полученных в статье дифференциальных уравнений, с фактическими линиями гребней, полученными для тех же начальных условий при расчете всей интерференционной поверхности. Видно, что дифференциальные уравнения достаточно точно предсказывают не только значения ИЧ, но даже места расположения зон дислокаций. Однако в зонах дислокаций, как для монополя, так и для вертикального диполя

и других мультиполей наблюдаются скачки амплитуды и фазы, поэтому величины и знаки ИЧ непредсказуемы.

Отсюда следует рекомендация: применять, особенно на низких частотах, более простой метод расчета веерной структуры звукового давления и значений ИЧ, основанный на использовании дифференциального уравнения (4), а не путем расчета всей частотно-пространственной интерференционной поверхности — это требует гораздо меньшего объема вычислений.

Видно также (рис. 8), что значения ИЧ вдоль фактической (рис. 8а) и теоретической (рис. 8б) линий гребней для комбинированного мультиполя, находящегося на глубине 100 м, вне зон дислокаций также практически совпадают. Это дополнительно подтверждает возможность использования полученного дифференциального уравнения для прогноза веерной структуры поля

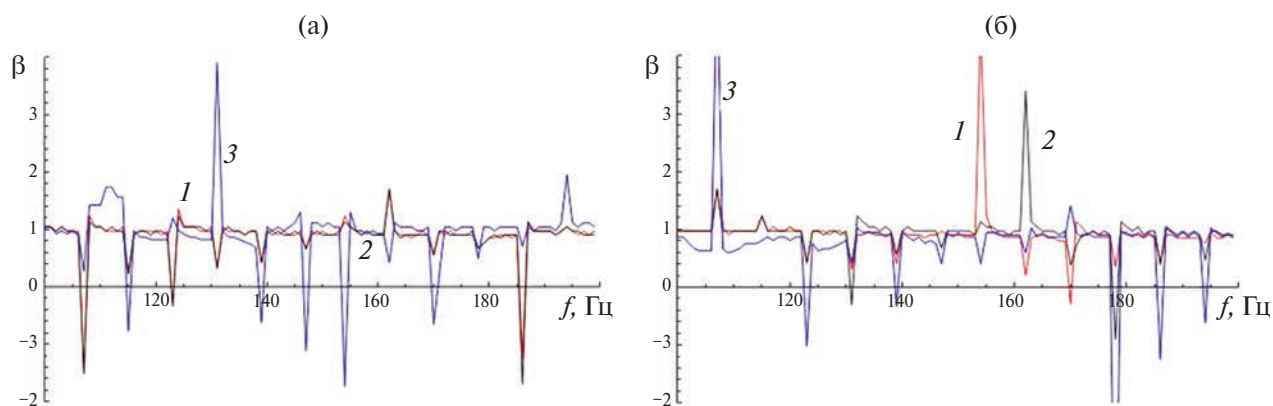


Рис. 7. Зависимости ИЧ от частоты для (а) — фактической линии гребня 3Д поля монополя и (б) — вертикально-го диполя, находящихся на глубине 7 м. Кривые 1 и 2 соответствуют 3Д и горизонтальной проекции ВКС, кривая 3 — вертикальной проекции.

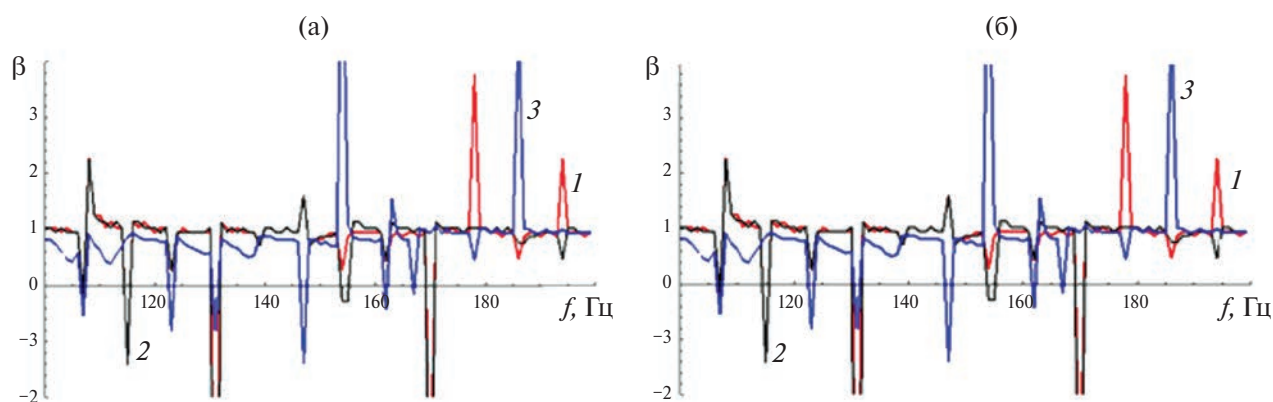


Рис. 8. Зависимости ИЧ от частоты вдоль (а) — фактической и (б) — теоретической линий гребней для комбинированного мультиполя, находящегося на глубине 100 м. Обозначения те же, что и на рис. 7.

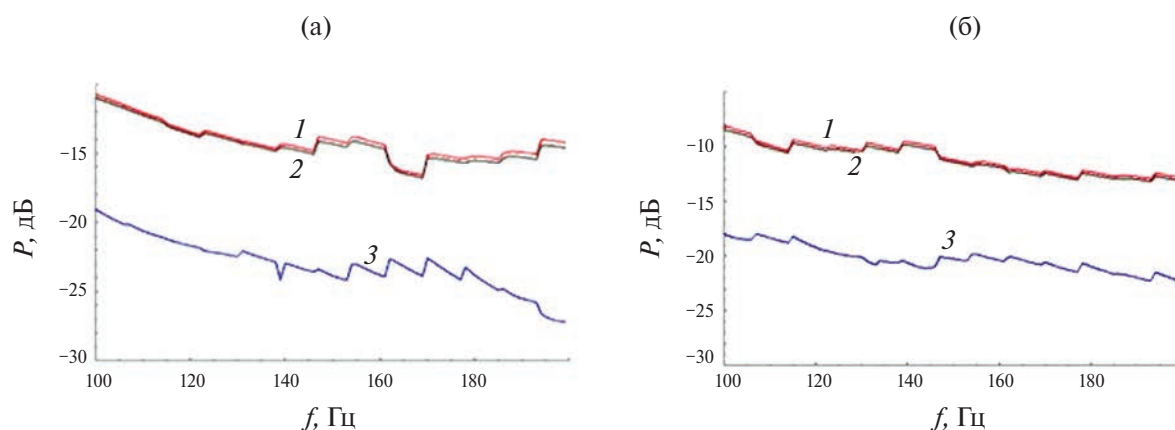


Рис. 9. 1 — Амплитуды полей 3Д, 2 — горизонтальной и 3 — вертикальной проекций (а) — ВКС монополя и (б) — комбинированного мультиполя на линиях гребней.

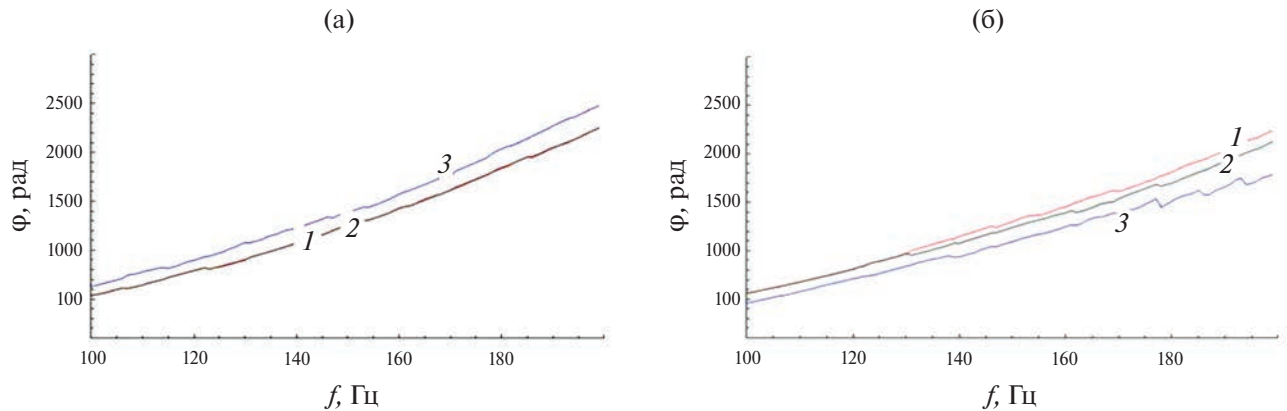


Рис. 10. 1 — Значения фазы полей давления, 2 — горизонтальной и 3 — вертикальной компонент (а) — ВКС монополя и (б) — комбинированного мультиполя на гребнях.

ЗД или проекций ВКС, а также для вычисления значений ИЧ.

Видно (рис. 9), что спадание амплитуд при увеличении частоты и уменьшение амплитуды вертикальной проекции по сравнению с ЗД согласуется с [14], где это предсказывалось.

Интегральные фазы ЗД и ортогональных проекций ВКС возрастают (рис. 10) с увеличением частоты по совпадающим, практически, линейным зависимостям, но со смещениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Характеристики веерной пространственно-частотной структуры поля монополя, образованной в волноводе Пекериса проекциями ВКС, качественно подобны аналогичным зависимостям для скалярных полей — полей звукового давления, рассчитанным при идентичных гидрофизических условиях и одинаковых глубинах установки источников и приемников и глубинах волновода. Некоторые отличия наблюдаются для вертикальных проекций ВКС, которые формируются со значительным вкладом энергии мод высоких номеров. Это позволяет использовать для обработки сигналов, принятых векторно-скалярными антеннами, оптимальные алгоритмы, разработанные для скалярных полей и антенн. Как следствие, в случае применения векторно-скалярных приемников и антенн можно ожидать увеличения помехоустойчивости обнаружения, однозначности и точности пеленгования.

Веерные пространственно-частотные структуры как скалярных, так и векторных полей, возбужденных в волноводе Пекериса направленными

источниками, слабо зависят от направленности источников и определяются преимущественно свойствами волновода и глубинами расположения источников и приемников. Тем не менее, некоторые отличия наблюдаются — для источников с вертикальной ориентацией диполей и квадрупольных зоны каждого гребня и веерная структура целиком смещены относительно аналогичных структур для звукового давления или горизонтальных проекций вектора колебательной скорости — при практически совпадающих углах наклона (соответственно, и значений ИЧ) на плоскости частота–расстояние. Это позволяет использовать алгоритмы, разработанные для обнаружения и пеленгования ненаправленных источников, для обработки сигналов от реальных крупномасштабных излучателей, обладающих направленностью звукового поля как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости.

Полученные и исследованные в статье дифференциальные уравнения дают достаточно точное описание линий сформированных гребней и свойств инварианта Чупрова, даже в зонах вблизи дислокаций. Это позволяет: во-первых, выполнить расчет ИЧ для различных заданных характеристик волновода и геометрии эксперимента; во-вторых, можно исследовать и прогнозировать устойчивость (инвариантность) или неустойчивость (соответственно, неинвариантность) этой характеристики поля. Ранее использовали значения ИЧ, полученные либо экспериментально, либо расчетным путем на основе компьютерного моделирования [1–10]. Использование обсуждаемого дифференциального уравнения упрощает расчет и прогнозирование веерной структуры и значений ИЧ.

Для всех мультиполей, как для скалярных, так и для векторных полей структура фазовых поверхностей существенно устойчивее и практически не изменяется в отличие от поверхностей, характеризующихся на плоскости расстояние—частота распределения зон интерференционных максимумов звукового давления и проекций ВКС.

Модовая структура в волноводе существенно зависит от характеристик грунта, вертикального распределения скорости звука и глубин расположения источников и приемников. Как следствие, при изменении свойств волновода наблюдается смещение зон интерференционных максимумов, образованных при когерентном суммировании нормальных волн и формирующих гребни — и в целом веерную структуру поля на плоскости расстояние частота. При изменении расстояния сигналы на фиксированных частотах также формируют зоны интерференционных минимумов (дислокации), отличающиеся нестабильностью амплитуды и знакопеременными скачками фазы. При вариации частоты возникают «новые» или исчезают «старые» моды, что приводит к заметной трансформации — искажению веерной структуры поля интенсивности в этих зонах. Очевидно, что на эти «тонкие эффекты» могут оказать существенное влияние дестабилизирующие факторы, в частности гидродинамические возмущения, всегда присутствующие в морской среде [23].

Аналитические соотношения для вычисления ИЧ применительно к скалярным или векторным полям различаются, но значения ИЧ и, соответственно, наклоны гребней оказались практически одинаковыми, причем независимо от направленности источника и частоты излучения.

Полученные результаты могут представлять интерес и использоваться как при обработке экспериментальных данных, так и при компьютерном моделировании свойств ИЧ и алгоритмов обработки полей в звуковых волноводах.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы «Акустика мелкого моря, нелинейная акустическая диагностика, нелинейная динамика волн» (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д. Акустика океана: современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
2. Орлов Е.Ф., Шаронов Г.А. Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. С. 8–26.
3. Грачев Г.А. К теории инвариантов акустического поля в слоистых волноводах // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 67–71.
4. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 369 с.
5. Aksenov S.P., Kuznetsov G.N. Determination of interference invariants in a deep-water waveguide by amplitude and phase methods // Phys. Wave Phenom. 2021. V. 29. № 1. P. 81–87.
6. Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406–418.
7. Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A., Kaznacheev I.V., and Grigor'ev V.A. Interferometric Method for Estimating the Velocity of a Noise Sound Source and the Distance to It in Shallow Water Using a Vector-Scalar Receiver // Phys. Wave Phenom. 2017. V. 25. № 4. P. 299–306. <https://doi.org/10.3103/S1541308X17040100>
8. Kuznetsov G.N., Stepanov A.N. Interference and Phase Invariants of Sound Fields // Phys. Wave Phenom. 2021. V. 29. № 3. P. 285–292.
9. D'Spain G., Kuperman W. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
10. Kevin L., Cockrell K., Schmidt H. Robust passive range estimation using the waveguide invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 5. P. 2780.
11. Zhao Z., Wu J., Shang E. How the thermocline affects the value of the waveguide invariant in a shallow-water waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 1. P. 223.
12. Song H., Cho C. The relation between the wave guide invariant and array invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 2. P. 899.
13. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 445 с.
14. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Векторно-скалярные поля мультипольных гидроакустических источников, эквивалентных шумоизлучению морских объектов. М.: Буки-Веди, 2022. 304 с.
15. Гордиенко В.А., Ильичев В.И., Захаров Л.Н. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Наука, 1989. 223 с.
16. Гордиенко В.А. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 480 с.
17. Аверьянов А.В., Глебова Г.М., Кузнецов Г.Н. Экспериментальное исследование характеристик

- направленности векторно-скалярной антенны // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 5. С. 681–694.
18. Белова Н.И., Кузнецов Г.Н. Сравнение однонаправленного приема сигналов в волноводе с использованием линейных векторно-скалярных и комбинированных антенн // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 255–267.
 19. Кузнецов Г.Н. Проблемы оценки приведенной шумности движущихся объектов в мелком море // Труды Всероссийской научно-технической конференции «Метрология гидроакустических измерений» (25–27 сентября, Менделеево). Менделеево: ФГУП "ВНИИФТРИ", 2013. Т. 1. С. 57–74.
 20. Aksenov S.P., Kuznetsov G.N. Determination of Interference Invariants in a Deep-Water Waveguide by Amplitude and Phase Methods // Phys. Wave Phenom. V. 29. P. 81–87. <https://doi.org/10.3103/S1541308X21010015>
 21. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
 22. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Приближенные аналитические представления законов спада-ния векторно-скалярных полей мультипольных источников в волноводе Пекериса // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 623–636.
 23. Кузькин В.М., Переселков С.А. Интерферометрическая диагностика гидродинамических возмущений мелкого моря. М.: Ленанд, 2019. 200 с.

CHUPROV INVARIANT FOR VECTOR-SCALAR FIELDS OF MULTIPOLE SOURCES IN A SHALLOW SEA

G. N. Kuznetsov^{a, *}, A. N. Stepanov^{a, b}

^a*Institute of General Physics named after. A.M. Prokhorov RAS, st. Vavilova 38, Moscow, 119991 Russia*

^b*Samara National Research University named after academician S.P. Koroleva, Moskovskoe highway 34, Samara, 443086 Russia*

^{*}*e-mail: skbmortex@mail.ru*

A computational and theoretical study of the properties of the well-known waveguide invariant S.D. Chuprova (IC) was carried out in a plane-parallel Pekeris waveguide. Unlike earlier works, in which predominantly non-directional (monopole) sources were used as a source, and sound pressure fields (scalar fields) were studied, in this work not only scalar, but also vector fields formed in the waveguide by directional - combined multipole sources with directivity in both horizontal and vertical planes. A differential equation has been obtained that makes it possible to fairly accurately calculate the IC values under different conditions of signal propagation and different depths of sources and receivers. This makes it possible, in a simpler way than “full computer modeling,” to predict the invariance (stability) of the IC when varying both the hydrophysical conditions in the waveguide and the geometry of the experiment. It is shown that the directionality of sources in the horizontal plane has virtually no effect on the properties of the IC, and the directionality in the vertical plane leads to a shift in the fan structure of the signal amplitude fields, but has little effect on the IC values. The properties of the fan structure change in a similar way when using vertical projections of the oscillatory velocity vector - despite the fact that another analytical relation, different from scalar fields, is used to calculate the IC, the IC value is close to (+1) at all frequencies and distances, except those at which new modes or dislocations arise. At these frequencies and in these zones, alternating emissions with different signs and magnitudes occur. It is concluded that the stability of IC allows the application of signal processing algorithms developed for scalar fields and non-directional sources to vector-scalar fields generated, including using directional sources.

Keywords: Pekeris waveguide, Chuprov waveguide invariant, vector-scalar fields, multipole sources, stability of IC to the directional properties of sources and to the vector structure of the signal field