

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.83, 519.6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО ЧИСЛА КОМПЕНСИРУЮЩИХ МОНОПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ, ТРЕБУЕМЫХ ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРОВНЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2024 г. И. Ш. Фикс^{а,*}, Г. Е. Фикс^а

^аИнститут прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,
Ульянова ул. 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: fiks@ipfran.ru

Поступила в редакцию 27.03.2024 г.

После доработки 24.06.2024 г.

Принята к публикации 05.09.2024 г.

С использованием алгоритмов многомерной оптимизации, численно решена задача определения минимального числа компенсирующих монополярных источников, расположенных в свободном пространстве на двух сферических поверхностях, окружающих первичный источник, и обеспечивающих заданную величину подавления его интегрального уровня излучения.

Ключевые слова: применение алгоритмов оптимизации, активное гашение звука, компенсация уровня звукового излучения, численные расчеты

DOI: 10.31857/S0320791924050131, **EDN:** XAUDZE

ВВЕДЕНИЕ

Достаточно часто при решении задач активного гашения звуковых полей используются так называемые непрерывные звукопрозрачные распределения простых компенсирующих источников (монополей, диполей). Чрезвычайно важные для практического построения систем активного гашения (САГ) вопросы о дискретном представлении непрерывного распределения простых компенсирующих источников (или дискретной аппроксимации поверхности Гюйгенса), по-видимому, впервые были исследованы в работах [1–3]. В этих работах исследовалась величина ошибки при расчетах полей вне поверхности расположения компенсирующих источников, возникающей из-за дискретизации. При вычислениях значений полей для интегралов использовались квадратурные формулы (квадратуры Гаусса); при численных расчетах полагалось, что излучатели находились в узлах квадратурной формулы (в каждой точке пара монополь–диполь).

В работе [3], в частности, решалась задача компенсации поля монополярного источника, находящегося в центре сферической поверхности с помощью N пар компенсирующих источников (монополь, диполь), дискретно расположенных на этой поверхности. Для больших значений N была

найдена эмпирическая оценка порогового значения величины волновой плотности источников $\sqrt{\pi N} / (kR) \sim 2$ (k — волновое число, R — радиус поверхности), при которой ошибка воспроизведения поля не превосходила –15 дБ (фактически 15 дБ это величина компенсации поля снаружи поверхности). Показано, что если использовать квадратурные формулы с заранее заданными узлами, отличными от квадратур Гаусса, для которых число узлов N жестко определено и достаточно разрежено, то величина порогового значения увеличивается в $\sim \sqrt{3}$ раз. Таким образом, при $kR \gg 1$ число пар источников, обеспечивающих компенсацию поля монополярного источника не хуже 15 дБ, примерно, $N_0 \approx 4(kR)^2$.

С другой стороны, определенный интерес могут представлять задачи активного гашения, в которых требуется снизить интегральный уровень звукового излучения системы источников только в дальней зоне (зоне Фраунгофера). В этом случае можно ожидать, что необходимое число компенсирующих источников будет значительно меньше N_0 . Заметим, что поверхность, на которой расположены монополярные и дипольные компенсирующие источники, может быть заменена двумя близко расположенными поверхностями, на каждой из которых находятся только излучатели монополярного типа [4–7].

В предлагаемой работе рассматривается задача определения минимального числа компенсирующих монопольных источников, расположенных в свободном пространстве на одной или двух сферических поверхностях, окружающих первичный источник, обеспечивающих заданную величину компенсации интегрального уровня излучения (суммарного от всех источников). Учитывая сложность аналитических вычислений, задача решалась численно с использованием алгоритмов многомерной оптимизации.

Цель работы состояла в оценке в простых ситуациях необходимого числа компенсирующих монопольных источников при проектировании САГ, исходя из ее волновых размеров и расположения источника первичного излучения.

В работе не затрагиваются вопросы расположения приемников и алгоритмов управления САГ. Отметим, что базовые принципы построения и практической реализации систем активного гашения звуковых полей, не потерявшие актуальность и сегодня, были изложены более 30 лет назад в обзоре [8] и в монографии [9], в которой также рассмотрены основы активного гашения, различные алгоритмы, методы и системы управления, приведены теоретические ограничения и практические приложения¹. Современные достижения в области активного гашения звука, проблемы и пути их решения изложены в обзоре [12], список литературы которого насчитывает 258 публикаций.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в свободном пространстве имеются две близко находящиеся поверхности, на которых дискретно расположены точечные компенсирующие источники. Источник первичного монохроматического излучения (первичный источник) расположен внутри этих поверхностей. Относительно него будем полагать, что амплитуда его колебаний (или его объемная скорость) неизменна и не зависит от внешних условий. Задача состоит в нахождении минимального числа компенсирующих источников, обеспечивающих заданную величину интегрального уровня излучения или, что полностью эквивалентно — активной излучаемой мощностью W , всех источников. В общем виде активная излучаемая мощность:

$$W = \int_S \frac{1}{2} \operatorname{Re}[PQ^*] ds, \quad (1)$$

где S — замкнутая поверхность, охватывающая все источники излучения, P — суммарное давление в каждой точке S , Q — проекция компоненты суммарной колебательной скорости на внешнюю нормаль к поверхности S соответственно,

¹ Отметим, что наряду с классическими САГ в настоящее время используются и адаптивные [10, 11].

* обозначает комплексное сопряжение. Отметим, что если внутри поверхности S нет источников излучения, то $W = 0$. Очевидно, что даже численное решение сформулированной задачи минимизации W , в которой неизвестными являются амплитуды компенсирующих источников и их расположение, без существенного упрощения вряд ли возможно.

Упростить выражение для W можно несколькими способами. Первый способ — универсальный и пригодный для любого типа источников — заключается в прямом суммировании полей давления источников в точках сферической поверхности S , расположенной в зоне Фраунгофера системы источников. Однако в этом случае, даже для простых источников, снять интегрирование в (1) не удастся, что делает решение задачи чрезвычайно сложным. Второй способ предполагает, что компенсирующие источники являются монополями и их поля могут быть разложены в ряды по сферическим гармоникам, расходящимся из одного центра. В этом случае интегрирование в (1) легко производится, но получающиеся четверные суммы, включающие сферические гармоники, значительно затрудняют решение задачи. И, наконец, если положить, что все источники излучения (первичный и компенсирующие) являются точечными монополями, то можно существенно упростить выражение (1). Этот способ заключается в том, что поверхность S представляется в виде совокупности сферических поверхностей S_a радиуса $a \rightarrow 0$, окружающих каждый источник по отдельности. В этом случае удастся получить выражение для мощности W , равной сумме мощностей всех источников $\sum w$, пригодное для численных расчетов.

Представим, что волновой потенциал каждого точечного монопольного источника на расстоянии r и излучающего на частоте ω (множитель $\exp(-i\omega t)$ будем опускать) пропорционален $r^{-1} \exp(ikr)$, и положим, что на поверхности S_a значение его нормальной компоненты колебательной скорости равно q . Тогда, при условии $a \rightarrow 0$, опуская здесь и далее размерные константы, получим для собственного давления на поверхности S_a : $p(a) = ka(ka - i)q$, и на произвольном расстоянии $p(r) = ar^{-1} \exp(ikr)p(a)$.

Заметим, что для вычисления мощности w любого источника на его поверхности необходимо знать только соответствующие значения p, q и внешнее давление P — сумму давлений от других источников излучения, которое, учитывая условие $a \rightarrow 0$, достаточно вычислить только в точке расположения данного источника. Таким образом, мощность каждого источника:

$$w = 2\pi a^2 \operatorname{Re}[(p + P)q^*]. \quad (2)$$

Член $\operatorname{Re}[Pq^*]$ описывает влияние остальных источников на мощность излучения данного источника.

Соответственно мощность W будет равна сумме мощностей всех источников $\sum w$.

Далее положим, что число компенсирующих источников равно M и обозначим расстояние от первичного источника до m -го компенсирующего источника d_{0m} , а расстояние между n -ым и m -ым источниками d_{nm} ; $n, m = 1, 2, \dots, M$. В дальнейшем нас будет интересовать величина $K = W / w_{00}$, равная отношению активной мощности, излучаемой всеми источниками, к активной мощности, излучаемой первичным источником в отсутствие компенсирующих источников w_{00}^2 . Отметим, что величина компенсации интегрального уровня излучения первичного источника (в дБ) равна $-10 \lg K$. После некоторых вычислений получим

$$K = 1 + \sum_m \frac{\sin(kd_{0m})}{kd_{0m}} (q_m^* + q_m) + \sum_m q_m q_m^* + \sum_{\substack{n, m \\ n \neq m}} \frac{\sin(kd_{nm})}{kd_{nm}} q_m q_n^*, \quad (3)$$

где q_m — колебательная скорость m -го источника, нормированная на колебательную скорость первичного источника. Выражение (3) можно переписать в матричном виде:

$$K = 1 + (\mathbf{s}^H \mathbf{q} + \mathbf{q}^H \mathbf{s}) + \mathbf{q}^H \mathbf{S} \mathbf{q}, \quad (4)$$

где $\mathbf{S}$ — симметричная $M \times M$ матрица с элементами $s_{nm} = \frac{\sin(kd_{nm})}{kd_{nm}}$, $\mathbf{s}$ — вектор-столбец с элементами $s_{0m} = \frac{\sin(kd_{0m})}{kd_{0m}}$, $\mathbf{q}$ — вектор-столбец с элементами q_m , $\mathbf{s}^H$ и $\mathbf{q}^H$ — эрмитово сопряжение векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{q}$ соответственно.

Целью исследований является определение минимального числа компенсирующих монополярных источников M , расположенных в свободном пространстве на одной или двух сферических поверхностях, окружающих первичный источник, и обеспечивающих требуемое значение величины компенсации K . Для достижения этой цели достаточно решить следующую задачу оптимизации. При заданных значениях M, k и координатах первичного источника найти минимальную величину $K_{\min}$:

$$K_{\min} = \min_{q_n, x_n} (1 + (\mathbf{s}^H \mathbf{q} + \mathbf{q}^H \mathbf{s}) + \mathbf{q}^H \mathbf{S} \mathbf{q}), \quad (5)$$

где x_n обозначают трехмерные координаты компенсирующих источников, которые расположены на заданных поверхностях.

² Таким образом, величина K представляет собой нормированный интегральный уровень скомпенсированного поля первичного источника (или остаточное значение уровня излучения).

С другой стороны, задачу можно сформулировать таким образом, чтобы поиск минимума производился бы только по координатам источников. Для этого продифференцируем (4) по $\mathbf{q}^H$ и получим, что минимум K достигается при амплитудах источников $\mathbf{q} = -\mathbf{S}^{-1} \mathbf{s}$ и равен $K = 1 - \mathbf{s}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{s}$.

Таким образом, для определения минимальной величины $K_{\min}$ вместо (5) получим

$$K_{\min} = \min_{x_n} (1 - \mathbf{s}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{s}). \quad (6)$$

Зная решение задачи (5) или (6), легко определить минимальное число источников M , при которых величина $K_{\min}$ не превосходит заданного значения.

Прежде, чем перейти к решению задачи отметим, что применение двух близко расположенных поверхностей вызвано необходимостью избавления от эффектов, обусловленных наличием частот внутренних резонансов поверхности [4, 13], на которых компенсация поля невозможна. Для расчетов из соображений простоты и наглядности были выбраны две сферические поверхности с общим центром в точке O (радиус внутренней поверхности R , а внешней $R_1 = R + h$). При этом расстояние между поверхностями h выбиралось с учетом следующих условий. Во-первых, частоты внутренних резонансов поверхностей не должны совпадать: для этого достаточно чтобы $kh < \pi$. Во-вторых, $h \ll R$ (условие не принципиально, но обеспечивает некоторое «равноправие» поверхностей). Однако выбор значений h ограничен снизу из-за того, что при расчетах возможно появление больших амплитуд у близко расположенных компенсирующих источников, что потребует гораздо большего числа вычислений функций. При расчетах полагалось $h = 10^{-2} R$.

Далее будем полагать, что $M = 2N$ и на каждой поверхности расположено по N источников.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОМПЕНСАЦИИ

Решение сформулированной задачи оптимизации — нахождение глобального минимума $K_{\min}$ при заданных значениях kR и N , производилось численно с использованием эволюционных алгоритмов³ для задачи (5) и классических алгоритмов для задачи (6).

В первом случае, учитывая, что все подобного рода алгоритмы являются эвристическими, было использовано 12 алгоритмов (вариантов) численной оптимизации black-box, описанных в [17]: VK-DCMA, VDCMA, RIES, RMES, CCMAES2016, FMAES, HCC, LMCMA, LMCMAES, OPOA2015, SAMAES, XNES. Каждый из алгоритмов был

³ Подобного рода алгоритмы и их отдельные разновидности хорошо зарекомендовали себя при решении некоторых задач, например, в гидро- и аэродинамике, в акустике [14–16].

запущен 40 раз с разными начальными состояниями генератора случайных чисел (для амплитуд и координат источников). Критерий остановки каждого алгоритма 10^6 вычислений функций K . Полученные решения после этого использовались как начальные точки в классическом алгоритме Бroyдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно (BFGS) [18]. Лучшее из 480 полученных значений рассматривалось как решение задачи (5).

Во втором случае сразу использовался классический алгоритм многомерной оптимизации BFGS, который запускался 10^4 раз с разными состояниями генератора случайных чисел (начальными координатами источников). При этом, во-первых, начальные координаты точек на каждой сфере задавались независимо, и, во-вторых, области, где они первоначально располагались (использовались две конфигурации), были примерно одинаковы и целиком покрывали каждую сферу. Лучшее из полученных 2×10^4 значений рассматривалось как решение задачи (6).

Отметим, что результаты вычислений и в первом, и во втором случае практически совпадают. Однако применение эволюционных алгоритмов при значениях $N \sim 10$ и более требовало (при одинаковой точности вычислений) значительно больших вычислительных затрат, по сравнению с использованным алгоритмом BFGS.

В заключение подчеркнем, что полученные таким образом величины формально являются верхней границей значения $K_{\min}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Вначале рассмотрим ситуацию, когда первичный источник расположен в точке O , совпадающей с общим центром сферических поверхностей.

В случае, когда имеется одна поверхность, существуют частоты, определяемые из условия $kR = m\pi$, $m = 1, 2, \dots$, на которых принципиально невозможна компенсация первичного поля (частоты внутренних резонансов для сферической поверхности, отвечающие излучаемой сферической волне). Отметим, что при небольшом числе источников около частот внутренних резонансов образуются области частот (их ширина уменьшается с ростом числа источников), на которых компенсация не эффективна. Использование двух близко расположенных поверхностей устраняет эффекты, связанные с наличием частот внутренних резонансов (подробно эти вопросы обсуждаются в [4, 13]). Кроме этого, с ростом kR эффективность компенсации «в среднем» (тренд) уменьшается $K \rightarrow 1$.

В качестве иллюстрации этого на рис. 1 приведены зависимости величины скомпенсированного интегрального уровня излучения K от kR для случаев расположения $M = 4$ и $M = 10$ компенсирующих источников на одной —

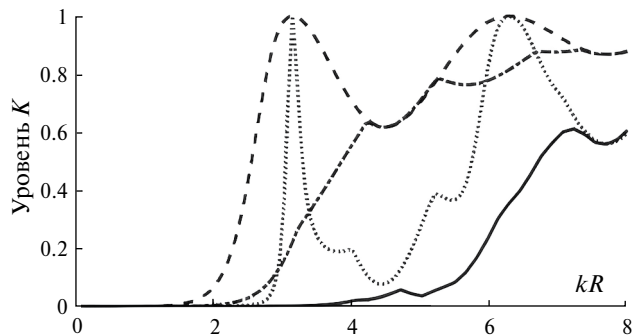


Рис. 1. Зависимости скомпенсированного уровня K от kR .

штриховая и пунктирная линии, и на двух поверхностях — штрихпунктирная и сплошная линии, соответственно.

Проведенные численные расчеты для различных значений $M = 2N$ показали, что компенсирующие источники выгоднее распределить по двум поверхностям (на каждой по N источников) — подавление в этом случае лучше (в крайнем случае, не хуже), чем при использовании одной поверхности. Поэтому в дальнейшем ограничимся случаем расположения компенсирующих источников на двух сферических поверхностях.

На рис. 2 приведена зависимость от kR минимального числа N компенсирующих источников, расположенных на каждой поверхности, требуемых для обеспечения подавления интегрального уровня излучения не хуже 20 дБ (величина K не более 0.01) и не хуже 10 дБ (величина K не более 0.1). Там же сплошными кривыми приведены аппроксимирующие зависимости $N = 1 + 0.2(kR)^2$ и $N = 1 + 0.15(kR)^2$ соответственно.

Из приведенных данных следует, что, во-первых, простая аппроксимация достаточно неплохо описывает результаты численных расчетов. Во-вторых, увеличение компенсации уровня с 10 дБ до

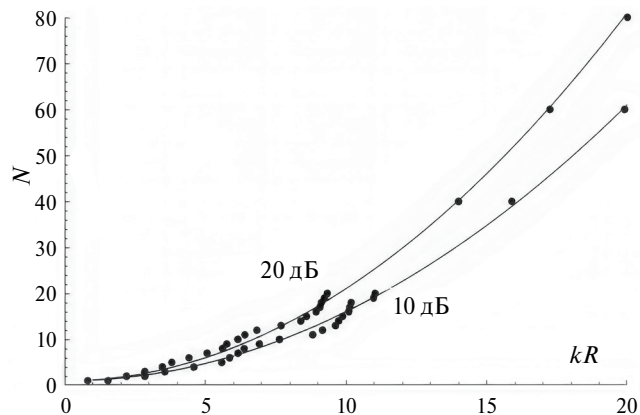


Рис. 2. Зависимости минимального числа N компенсирующих источников от kR .

20 дБ требует увеличения числа компенсирующих источников, примерно, в 1.4 раза. И, наконец, для обеспечения подавления интегрального уровня излучения требуется примерно в 20 раз меньше компенсирующих источников, чем для компенсации поля снаружи сферической поверхности (оценка числа источников $N_0 \approx 4(kR)^2$ из [3] приведена во Введении).

Дальнейшие расчеты показали, что при смещении источника первичного излучения к поверхности сферы, число компенсирующих источников уменьшается. Так, например, для обеспечения компенсации 20 дБ при $kR \approx 9.15$, смещение источника от центра на величину $0.8R$ приводит к уменьшению минимального числа компенсирующих источников с 18 до 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача определения минимального числа компенсирующих монополярных источников, расположенных в свободном пространстве на двух сферических поверхностях, окружающих первичный источник, и обеспечивающих заданную величину компенсации интегрального уровня излучения, а также приведены результаты численных расчетов.

Строго говоря, более общая постановка задачи компенсации предполагает расположение компенсирующих источников в пространстве вне заданной сферической поверхности. Однако ее решение требует несоизмеримо больших вычислительных ресурсов.

Авторы выражают благодарность И.И. Фиксу за существенную помощь при проведении расчетов.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН по теме FFUF-2024-0040.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коняев С.И., Лебедев В.И., Федорюк М.В. Дискретная аппроксимация сферической поверхности Гюйгенса // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 4. С. 650–651.
2. Федорюк М.В. Излучение плоской замкнутой решетки из точечных монополей и диполей // Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26. № 6. С. 1138–1145.
3. Коняев С.И., Лебедев В.И., Федорюк М.В. Дискретная аппроксимация сферических и эллипсоидальных поверхностей Гюйгенса // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 1. С. 887–892.
4. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 304 с.
5. Федорюк М.В. Активное гашение звука непрерывными решетками из монополей // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 6. С. 113–118.
6. Мазаников А.А., Тютюкин В.В., Федорюк М.В. Активное гашение звука методом пространственных гармоник // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 5. С. 759–763.
7. Бойко А.И., Тютюкин В.В. Система активного гашения звуковых полей, основанная на методе выделения пространственных гармоник // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 4. С. 454–460.
8. Гиллестри А., Левентхолл Х.Г., Робертс Дж., Юл-ермоз М. Развитие работ по активному гашению шума // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 4. С. 12–26.
9. Nelson P.A., Elliott S.J. Active control of sound. London: Academic Press, 1993. 436 p.
10. Львов А.В., Карасева В.А., Потапов О.А., Соков А.М. Адаптивная система активного гашения акустического широкополосного излучения с динамической калибровкой // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 3. С. 357–366.
11. Karaseva V.A., Lvov A.V., Rodionov A.A. Frequency-Domain Wideband Acoustic Noise Cancellation System // J. Applied Mathematics and Physics. 2023. Vol. 11. No 8. P. 2523–2532.
12. Kajikawa Y., Gan W.-S., Kuo S.M. Recent advances on active noise control: open issues and innovative applications // APSIPA Trans. Signal and Information Processing. 2012. Vol. 1, e3. P. 1–21.
13. Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М. Общие свойства и принципиальные погрешности метода эквивалентных источников // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 737–750.
14. Казаков А.А., Ломовицкий П.В., Хлюпин А.Н. Гибридный алгоритм для задач автоматизированной адаптации гидродинамических моделей с использованием трассерных исследований // Математическое моделирование. 2021. Т. 33. № 6. С. 73–87.
15. Продан Н.В., Курнухин А.А. Применение методов математической оптимизации для проектирования аэродинамического профиля с учетом вязкости // Известия ВУЗов. Авиационная техника. 2021. № 4. С. 74–80.
16. Кошур В.Д., Фадеева М.С. Минимизация звукового давления по параметрам активных источников на основе гибридного генетического алгоритма // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 839–842.
17. PyPop7 Documentation for Black-Box Optimization. <https://pypop.readthedocs.io/en/latest/>
18. Liu D.C., Nocedal J. On the limited memory BFGS method for large scale optimization // Mathematical programming. 1989. V. 45. № 1. P. 503–528.

Determination of the Minimum Number of Compensating Monopole Sources Required to Suppress the Integral Radiation Level

I. Sh. Fiks^{a,*}, G. E. Fiks^a

*^a I.A.V. Gaponov—Grekhov Institute of Applied Physics Russian Academy of Sciences,
st. Ulyanova 46, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

**e-mail: fiks@ipfran.ru*

Using multidimensional optimization algorithms, the problem of determining the minimum number of compensating monopole sources located in free space on two spherical surfaces surrounding the primary source, providing a given value of suppression of its integral radiation level, was numerically solved.

Keywords: application of optimization algorithms, active sound reduction, suppression of the level of sound radiation, numerical calculations