

О СРЕДНЕЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ПОЛЯ И ОТДЕЛЬНЫХ МОД НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКОВОГО СИГНАЛА В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ СО СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ДОННОЙ ГРАНИЦЕЙ

© 2024 г. О. Э. Гулин^{а,*}, И. О. Ярошук^а, Р. А. Коротченко^а

^аФедеральное государственное бюджетное учреждение науки

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева,

Дальневосточное отделение Российской Академии наук, ул. Балтийская 43, Владивосток, 690041 Россия

*e-mail: gulinoe@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 28.03.2023 г.

После доработки 14.06.2024 г.

Принята к публикации 19.06.2024 г.

Для низкочастотного звукового сигнала, распространяющегося в горизонтально-неоднородном волноводе мелкого моря, на основе статистического моделирования в рамках метода поперечных сечений исследовано влияние флуктуирующей границы раздела между водным слоем и жидкими донными осадками. Моделирование проведено для гидрологических условий, во многих ситуациях соответствующих мелководным зонам шельфа российских арктических морей. Особенностью этих акваторий является присутствие почти однородного водного слоя, лежащего на слабо консолидированных донных осадках с разнообразными характеристиками, в том числе с высокой степенью газонасыщенности. Изучена зависимость средней интенсивности звукового сигнала и составляющих его отдельных мод от параметров задачи: характерного масштаба флуктуаций границы раздела и импеданса этой границы, определяющего ее пропускающие свойства. Показано, что влияние флуктуаций батиметрии на среднюю интенсивность акустических мод имеет свои особенности по сравнению с влиянием случайных объемных неоднородностей скорости звука в водном слое и осадках, установленным ранее. Так, донные шероховатости относительно небольшого масштаба приводят в среднем к усилению затухания звукового сигнала при распространении в волноводе, причем это может происходить на сравнительно небольших расстояниях от источника. Увеличение отражательной способности неровной донной границы ослабляет эффект повышенного затухания звука так, что для типичных значений скорости звука в дне затухание на дистанциях 10–20 км от источника мало отличается от такового для невозмущенной горизонтальной границы.

Ключевые слова: горизонтально-неоднородное случайное мелкое море, статистически неровная граница, средняя интенсивность поля и ее флуктуации, метод поперечных сечений, локальные моды, статистическое моделирование

DOI: 10.31857/S0320791924040077 EDN: XFKVBQ

1. ВВЕДЕНИЕ

Низкочастотные акустические сигналы, распространяющиеся в волноводе мелкого моря, подвержены влиянию всевозможных случайных неоднородностей, которые зачастую сильно изменяют картину средних потерь при распространении (поведение средней интенсивности) и других характеристик звукового поля. В настоящей работе рассмотрено влияние случайно-шероховатой поверхности дна. Рассеянию звука на шероховатых поверхностях посвящено большое количество работ. В числе пионерских следует указать статьи

[1–3], а также ранние обзоры [4–6], где можно найти дополнительные многочисленные ссылки на литературу по теме. Современным представительным обзором является статья [7]. В указанных работах изложены основные подходы к приближенному теоретическому анализу и получены результаты по отдельным аспектам проблемы. Наиболее распространенными аналитическими методами являются теория возмущений, метод Кирхгофа и метод интегрального уравнения. Ранние теоретические исследования рассматривали поверхностное и объемное рассеяние как совершенно разные проблемы. Однако, в акустике мелкого моря это часто

не соответствует практическим потребностям. Так, экспериментальными методами затруднительно отличить рассеяние на неровностях морского дна в волноводе от рассеяния на объемных неоднородностях донных осадков. По этой причине в последнее время все большее число авторов изучают эти два типа рассеяния звука совместно [8, 9].

Для расчётов рассеянного поля как от объемных, так и от поверхностных неоднородностей среды, подавляющее большинство авторов использовало лучевой метод, метод параболического уравнения (МПУ) и модовый подход. Как известно, лучевой метод применим только для высокочастотных полей, и сопровождается вычислительными трудностями в местах точек поворота лучей и на каустиках. МПУ также испытывает трудности при описании областей фокусировки звука в волноводе [10], а кроме того, в рамках традиционной формы МПУ для волноводов с неровными границами проблематичен строгий учет граничных условий [11–13]. Укажем статьи [14–16], близкие по постановке задачи к нашему исследованию для модовых волноводов в низкочастотном диапазоне. Так, в [15] метод Кирхгофа для функции Грина, впервые развитый в работах [1–3, 14], использован в форме модового представления для слоисто-неоднородных волноводов с горизонтальными границами, а рассеяние на шероховатостях границ вычислялось методом возмущений. Для небольших дистанций распространения звука были рассчитаны корреляционные функции и когерентность поля в вертикальном и горизонтальном направлениях. В работе [16] разновидность локально модового подхода, предложенного ранее в [17] и предполагающего свертку по горизонтальной координате адиабатического решения для 2D-волновода с коэффициентами взаимодействия мод, применена для расчетов рассеяния на случайных шероховатостях дна. Авторы работы рассмотрели рассеяние широкополосных сигналов для фиксированной дистанции, используя метод Фурье во временной области. Однако, особенности спадающей средней интенсивности и поведения других статистических характеристик звукового поля в волноводах с потерями и флуктуирующей границей раздела вода–донные осадки в вышеуказанной литературе не рассматриваются. Настоящее исследование выполнено на основе статистического моделирования [18–21] средней интенсивности звука, а также флуктуаций интенсивности (сцинтилляций). Внимание авторов сосредоточено не столько на изменениях в законе спадающей интенсивности,

описывающем энергетические потери при распространении сигнала в случайно-неоднородной среде мелкого моря, чему посвящены статьи [22–24], сколько на особенностях трансформации интенсивности отдельных мод, формирующих звуковое поле. Это дополнительно проливает свет как на межмодовое взаимодействие, так и на поведение сигнала. Кроме того, статистические эффекты проанализированы для двух типов импедансной границы раздела вода–донные осадки, когда имеется сильное пропускание акустической энергии [24, 25], и напротив — когда происходит сильное отражение от границы. В рамках статистического моделирования решение задачи выполняется для отдельных случайных реализаций батиметрии волновода из представительного ансамбля реализаций с последующим усреднением. Расчеты в каждой реализации проводятся на основе универсального локально модового подхода, разработанного в работах [26–30]. В рамках этого подхода амплитуды мод, зависящие от расстояния, ищутся путем переформулировки исходной краевой задачи для уравнений акустики в эквивалентные причинные уравнения первого порядка [26, 27], для чего используется метод погружения (известный также как метод дифференцирования по параметру, или метод уравнения Риккати). Указанные причинные уравнения допускают явную запись решения через коэффициенты обратного рассеяния, что значительно упрощает дальнейшие вычисления в приближении рассеяния вперед, или однонаправленного распространения (ОР), когда в волноводе игнорируется вклад обратно рассеянного поля.

2. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

В двумерно-неоднородном волноводе мелкого моря с неровной границей H , разделяющей водный слой и жидкие донные осадки, звуковое поле частоты ω описывается линейными уравнениями акустики для функций акустического давления и компонент колебательной скорости. На поверхности моря и дне H (или любом горизонте полупространства жидких осадков) формулируются подходящие граничные условия. Рассмотрим аксиально-симметричную постановку задачи для монохроматического сигнала, опуская временной множитель $e^{-i\omega t}$. В среде с переменной плотностью уравнения акустики сводятся к одному уравнению для звукового давления p следующего вида [12]:

$$\rho r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho^{-1} \frac{\partial p(r, z)}{\partial r} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho^{-1} \frac{\partial p(r, z)}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} p(r, z) = - \frac{\delta(r) \delta(z - z_0)}{2\pi r}, \quad (1)$$

в котором (r, z) — координаты цилиндрической системы, точечный источник излучения расположен при $r = 0$, $z = z_0$; $c = c(r, z)$ — скорость звука, $\rho = \rho(r, z)$ — плотность. Примем, что на свободной поверхности граничное условие $p(r, 0) = 0$, а условие на донной границе раздела соответствует непрерывности давления и компоненты скорости, нормальной к неровной границе $H(r)$. Подразумевается также выполнение условий излучения при $z, r \rightarrow \infty$. Как известно [11, 12], поле давления $p(r, z)$ для (1) в рамках метода поперечных сечений можно искать с помощью разложения по локальным модам горизонтально-неоднородного волновода:

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^M G_m(r) \Phi_m(r, z), \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi_m(r, z) + [k^2 - \kappa_m^2(r)] \Phi_m(r, z) = 0.$$

В (2) $k = \omega/c(r, z)$, $\kappa_m(r)$ — собственные значения, а Φ_m — собственные функции задачи Штурма–Лиувилля ($m = 1, 2, \dots, M$), которые на поверхности и на дне океана удовлетворяют следующим граничным условиям: $\Phi_m(r, 0) = 0$, $\Phi_m(r, H) + g_m(r) \Phi'_m(r, H) = 0$ ($\Phi'_m(r, H) = (\partial \Phi_m(r, z)/\partial z)|_{z=H}$). В последнем условии $g_m(r)$ характеризует импеданс проницаемого дна, а шероховатая граница $H(r)$ задается случайной функцией, в результате чего задача (1)–(2) становится стохастической. При этом очевидно, что

собственные функции и собственные значения, а также моды волновода $G_m(r) \Phi_m(r, z)$ будут случайными функциями r . Условие на границе раздела $H(r)$ вода–жидкие осадки соответствует непрерывности давления и вертикальной компоненты скорости моды при пересечении границы: $\Phi_m(r, H-0) = \Phi_m(r, H+0)$, $\Phi'_m(r, H-0)/\rho(r, H-0) = \Phi'_m(r, H+0)/\rho(r, H+0)$. В то же время для полного акустического поля в дополнение к уравнению (1) должно выполняться условие непрерывности нормальной к границе компоненты скорости.

Будем далее считать, что нерегулярная часть волновода со случайной батиметрией сосредоточена в произвольной горизонтальной области справа от источника звука $0 < L < r < L_0$, а случайные флуктуации батиметрии имеют относительно малую амплитуду и характерные масштабы, превышающие длину волны звука. В такой ситуации обратно рассеянное поле мод в волноводе мало, и им можно пренебречь с достаточной точностью. В этом приближении однонаправленного распространения (или рассеяния вперед) используем приведенную ниже форму решения (3) для вектора амплитуд мод $\mathbf{G}(r) = \{G_m(r)\}^T$, $m = 1, \dots, M$, в замкнутом виде, вытекающую из уравнений погружения. Для удобства читателей в *Приложении А* приведен вывод уравнений погружения и, как частный случай, уравнения (3) для амплитуд мод в отсутствие обратного рассеяния (см. также работы [29, 30]):

$$\mathbf{G}(r) = G(r; L) \mathbf{b}(L),$$

$$\frac{\partial}{\partial L} G(r; L) = G(r; L) C(L), \quad G(r; L)|_{L=r} = E, \quad (3)$$

$$C(L) = -i\kappa(L) + \kappa'(L) / (2\kappa(L)) + [V(L) - \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L)] / 2,$$

где L — переменный параметр положения границы нерегулярной среды, $G(r; L) \equiv G(r)$ — квадратная матрица размера $M \times M$, подлежащая определению, $\mathbf{b}(L)$ — вектор-столбец амплитуд падающих мод в сечении $r = L$ нерегулярной среды с M элементами $b_m(L) = \Phi_m(0, z_0) \kappa_m^{-1/2}(L) \exp[i\kappa_m(L)L]$, $\kappa(r)$ — диагональная матрица $\kappa_m(r)$, $\kappa'(r)$ — диагональная матрица производных $\kappa_m(r)$,

E — единичная матрица. Также в (3) $V(r)$ — матрица с элементами $V_{mn}(r) = \int_0^\infty \frac{\Phi_m(r, z)}{\rho(r, z)} \frac{\partial \Phi_n(r, z)}{\partial r} dz$, $V^T(r)$ — транспонированная матрица с элементами V_{nm} . Имея в виду волновую область $|\kappa_m| r \gg 1$ для исследования, в выражениях (3) сделан переход от цилиндрических функций к экспоненциальным, и вместо разложения (2) для $p(r, z)$ рассматриваем

$$p(r, z) = A r^{-1/2} \sum_{m=1}^M G_m(r) \varphi_m(r, z), \quad A = i[8\pi i]^{-1/2}.$$

Представление решения (3) может быть различным в зависимости от конкретных целей исследования. С точки зрения непосредственных расчетов, выполненных далее в настоящей работе, матричная запись решения (3) является предпочтительной. Ранее она была использована в работах [23, 25, 29]. Обратим внимание на то, что решением уравнения (3) в транспонированном виде является матрицант, который допускает экспоненциальное представление решения (через матричную экспоненту), если на каждом шаге вычислительной процедуры аппроксимировать $C(L)$ по трассе распространения постоянной матрицей (тогда на всем интервале матрицант представляется произведением экспонент, см. Приложение А).

Матрица $V(r)$ и транспонированная матрица $V^T(r)$ описывают межмодовое взаимодействие из-за горизонтальных изменений, вызванных случайной неровностью донной границы H . Важно заметить, что для того чтобы удовлетворялось требуемое к уравнению (1) граничное условие непрерывности нормальной к границе $H(r)$ компоненты скорости, в решении (3) должна фигурировать транспонированная матрица $V^T(r) = -V(r) - \int_0^\infty \varphi_m(r, z) \varphi_n(r, z) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho(r, z)} \right) dz$ [11, 29].

В рамках метода поперечных сечений для мод именно данная матрица обеспечивает правильный учет непрерывных (кусочно-непрерывных) вариаций границы раздела $H(r)$ со скачкообразным изменением плотности при переходе через границу. Это позволяет удовлетворить принципу взаимности и закону сохранения энергии в акустическом поле [11]. В связи с вышесказанным, для волноводов с переменной плотностью и неровной донной границей, исследованных в настоящей работе, известные приближенные методы, адиабатический ($V_{mn} = 0$), параболического уравнения и ВКБ в традиционной форме, строго не описывают граничное условие на неровной границе раздела $H(r)$. Данные приближения неплохо работают, если плотность среды и границы раздела с разным значением плотности по обе стороны границы не меняются в горизонтальном направлении, а в волноводе присутствуют, например, только объемные неоднородности скорости звука. Тогда матрица $V(r)$ становится кососимметри-

ческой: $V_{mn}(r) = -V_{nm}(r)$, $V_{nn} = 0$, а выражение в (3) упрощается [21–23, 25].

Вычисляя поле давления $p(r, z)$ согласно уравнениям (2), (3) для каждой случайной реализации $H(r)$ из ансамбля N реализаций, получим изменение средней интенсивности, или среднюю функцию потерь при распространении звука вдоль трассы в случайно-неоднородном волноводе в виде:

$$\begin{aligned} \langle I \rangle = \langle |p|^2 \rangle = r^{-1} \sum_{m=1}^M \langle |G_m|^2 |\varphi_m|^2 \rangle + \\ + r^{-1} \sum_{(m \neq n)} \langle G_m G_n^* (\varphi_m \varphi_n^*) \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где M — максимальный номер моды, учитываемой при расчетах, а угловые скобки означают статистическое усреднение, которое при расчетах заме-

няется алгебраической формулой $\langle I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I_k$,

I_k — интенсивность звукового сигнала в k -той реализации статистического ансамбля. Первая модовая сумма в (4) представляет некогерентные слагаемые и описывает усредненный (по масштабу пространственной интерференции) закон спада интенсивности в волноводе. Вторая сумма (двойная) когерентных слагаемых описывает волновую интерференционную структуру звукового поля, которая накладывается на плавный усредненный закон спада. По хорошо известным формулам могут вычисляться также другие интересные статистические характеристики интенсивности. Например, важным индикатором относительных флуктуаций интенсивности звука в случайно-неоднородном волноводе является индекс сцинтилляций S^2 , где $S = [\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2]^{1/2} / \langle I \rangle$ [23, 25, 31].

3. МОДЕЛЬ СТОХАСТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА МЕЛКОГО МОРЯ

Для проведения численного анализа была осуществлена привязка к значениям параметров, которые характерны для шельфовых зон ряда арктических морей, в частности, Карского моря [32, 33]. Рассматривался мелководный волновод, в котором происходит распространение тонального звукового сигнала частоты 250 Гц (длина волны $\lambda = 6$ м). Волновод имеет среднюю глубину $\langle H(r) \rangle = 40$ м, горизонтальную поверхность и случайно-шероховатое дно. В водном слое $0 \leq z < H(r)$ однородные

профили скорости звука $c = 1460$ м/с и плотности $\rho = 1.023$ г/см³. Дно $z \geq H(r)$ представляет собой жидкое поглощающее полупространство неконсолидированных осадков с показателем преломления на границе раздела вода–дно $n = (c/c_1)(1 + i\beta_1)$. В донных осадках, следуя данным измерений, приведенным в [33], задаем импеданс посредством плотности, $\rho_1 = 1.85$ г/см³, поглощения $\beta_1 = 0.02$ (≈ 1 дБ/λ) и скорости звука c_1 . Случайные неровности границы раздела вода–осадки $\delta h(r)$, $H(r) = \langle H \rangle + \delta h(r)$ (рис. 1а) полагаем гауссовым случайным процессом с экспоненциальной корреляционной функцией: $B_h(r_2 - r_1) = \sigma_h^2 \exp(-|r_2 - r_1|/L_h)$. Интенсивность флуктуаций задавалась величиной $\sigma_h^2 = \langle (\delta h)^2 \rangle = 1$ м² [15, 31], $\sigma_h \ll H$. Важнейший параметр L_h является характерным масштабом изменения батиметрии $H(r)$. Целью настоящей работы является исследование влияния флуктуаций $\delta h(r)$ небольшого масштаба, но таких, чтобы статистический масштаб L_h превышал длину волны звука и амплитуду σ_h ($L_h \gg \sigma_h$). В такой ситуации, как показывают расчеты, величина обратного рассеянного поля пренебрежимо мала, кроме того, требования к достаточно быстрой сходимости модового ряда (2) метода поперечных сечений не нарушаются [11].

При постоянной скорости звука в водном слое и донных осадках функция импеданса $g_m(r)$ в граничном условии к уравнениям (2) определяется своими локальными значениями в поперечных

сечениях волноводов сравнения Пекериса: $g_m(r) = i\rho_1(r)\rho^{-1}[k^2 n^2 - \kappa_m^2(r)]^{-1/2}$, или, если $c = c(z)$, любых иных волноводов сравнения. В процессе численного моделирования при усреднении (4) для получения надежного статистического результата был рассмотрен ансамбль из $N = 10^3$ реализаций. Рис. 1 иллюстрирует флуктуации донной границы и возмущенные этими флуктуациями по трассе собственные значения $\kappa_m(r)$ случайно-неоднородного волновода. Цифры на графиках рис. 1б соответствуют номерам собственных значений.

4. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ

4.1. Сильно пропускающая донная граница

Статистическое моделирование интенсивности (4) было выполнено для двух типов донных границ мелководного волновода: сильно проницаемой границы раздела, $c_1 = c = 1460$ м/с, что часто встречается на шельфе арктических морей с повышенной газонасыщенностью в донных осадках [33], и границы со значительной отражательной способностью, $c = 1460$ м/с, $c_1 = 1600$ м/с. Сначала рассмотрим сильно проницаемую донную границу. В этом случае, как было показано для объемных флуктуаций скорости звука в водном слое в работах [21, 24], а также для флуктуаций функции

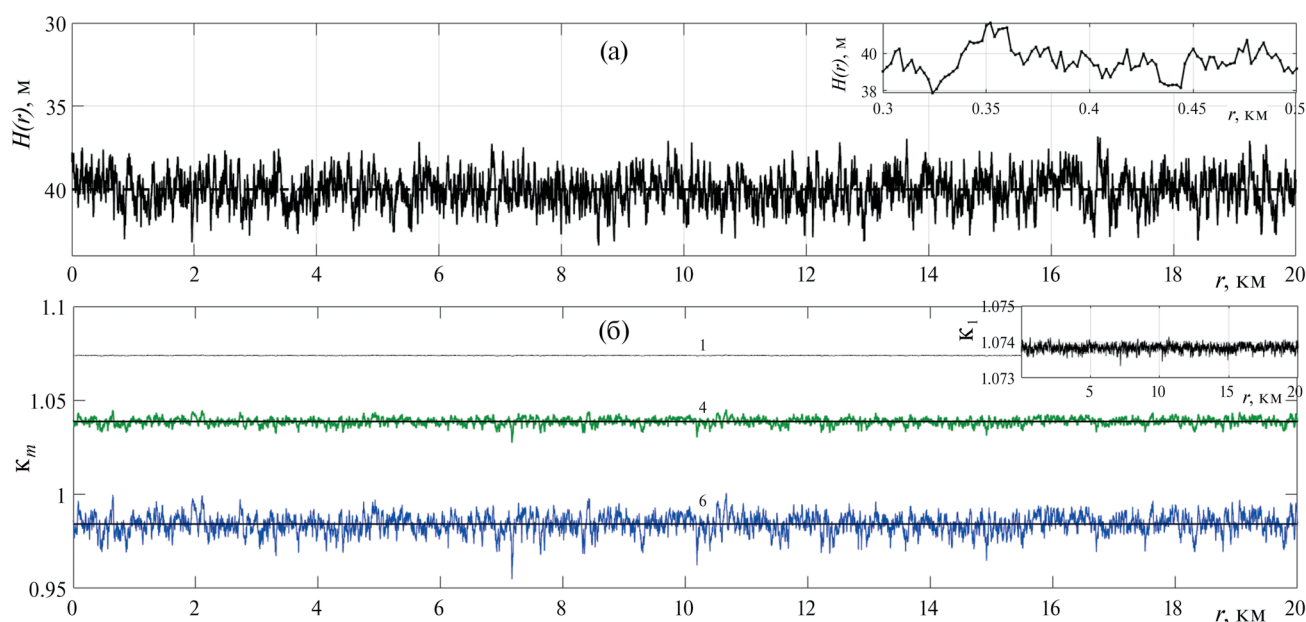


Рис. 1. Иллюстрация к модели стохастического волновода. Пропускающая граница. (а) — Пример случайной реализации флуктуаций $\delta h(r)$ границы раздела вода–донные осадки, $L_h = 20$ м; (б) — Произвольная случайная реализация действительной части собственных значений $\kappa_m(r)$ номеров $m = 1, 4, 6$.

импеданса $g_m(r)$ в [25], при распространении звукового сигнала наблюдается максимальный статистический эффект. На основании сведений из работы [15], а также целей сравнения с выводами работы [23] характерный масштаб изменения $H(r)$ выбирался $L_h = 20$ м, что соответствует неоднородностям границы раздела достаточно небольшого масштаба. По порядку величины они сравнимы с длиной волны звукового сигнала, но все же L_h более чем в 3 раза превышает λ . Учитывая также имеющуюся анизотропию по горизонтальной координате, $L_h \gg \sigma_h$ (определенная степень плавности, хотя и незначительная, присутствует в статистической задаче), это приводит к достаточно быстрой сходимости ряда (2) метода поперечных сечений. При расчетах отдельных реализаций принимались во внимание 6 мод, определяющих звуковое поле на дистанциях $r > 300$ м. В плане типа мод, как и во всех предыдущих работах авторов [19–25, 29, 30], осуществлялась привязка к разрезу Пекериса на комплексной плоскости волновых чисел $K(r)$, так что квадратный корень в $g_m(r)$ понимается в смысле главного значения [33, 34]. В рассматриваемом случае сильно проницаемой донной границы моды дискретного спектра оказываются вытекающими, их собственные значения K_m комплексны и, кроме первого $K_1(r)$, имеют значительную мнимую часть. Первой моде присущ наибольший характерный масштаб затухания $L_{K1} \sim (\text{Im } K_1)^{-1} \approx 2$ км, масштаб 6-й моды, $L_{K6} \approx 151$ м, отличается больше чем на порядок. Однако в любом случае выполняется неравенство $L_h \ll L_K$, допускающее интенсивное межмодовое взаимодействие благодаря неровностям границы. Расстояния вблизи источника $r < 100$ –300 м, где может быть замечен вклад от непрерывного спектра горизонтальных волновых чисел K [34], с точки зрения статистических эффектов не представляют интереса и потому не анализируются в настоящей работе. Строго говоря, непрерывный спектр значений K (в нашем случае это значения на разрезе Пекериса, а в случае дискретизации разреза, соответствующие им моды логично называть модами разреза [30]) оказывается вовлечен в решение задачи (2)–(3) через матрицы взаимодействия мод $V(r)$ и $V^T(r)$. Благодаря связанности мод при распространении сигнала в волноводе с проницаемой границей некоторая часть энергии будет передаваться от вытекающих мод к модам разреза. Однако, как показано в работах [29, 30] для клиновидного волноводного шельфа с большими углами наклона границы (от 6° до 27°), учет таких мод

разреза дополнительно к обычным модам волновода практически незаметен вдоль основной дистанции распространения. Моды разреза (непрерывного спектра) имеют существенное значение только на весьма низких частотах < 100 Гц и в локальных областях, где происходит отсечка распространяющихся мод (моды разреза в этих местах обеспечивают плавные изменения в поле сигнала). В рассматриваемой задаче нет значительных перепадов глубины волновода, $\delta h(r) \ll H(r)$, и отсечки мод в процессе распространения сигнала не происходит. Поэтому без ограничения общности результатов статистического рассмотрения вкладом непрерывного спектра для рассматриваемой модели можно пренебречь. Специально выполненные расчеты, учитывающие моды разреза, показали, что ошибка пренебрежения непрерывным спектром для исследуемых модели и дистанций распространения не превышает 0.1 дБ.

На рис. 2–4 представлены результаты численного моделирования поведения средней интенсивности сигнала в водном слое случайно-неоднородного волновода, которые сравниваются с интенсивностью при распространении сигнала в детерминированном волноводе с ровной границей раздела H . Из кривых, представленных на рис. 2, 3, видно, что флуктуации батиметрии $\delta h(r)$, которые, как известно из литературы, рассеивают сигнал, увеличивают потери при распространении. Однако, в работе [23] было показано, что данный эффект в низкочастотной области весьма мал для крупно- и среднемасштабных неоднородностей, $L_h = 1$ км и $L_h = 100$ м, так что им можно пренебречь на фоне присутствия в среде объемных неоднородностей скорости звука. В ситуации же более мелкомасштабных флуктуаций границы раздела, как следует из рис. 2 и 3, спадание интенсивности сигнала в волноводе на расстоянии $r = 20$ км усиливается до ≈ 9 дБ по сравнению с детерминированным случаем ровной горизонтальной границы. При этом потери средней интенсивности при распространении сигнала составляют несколько децибел уже на дистанции $r \approx 5$ км. Для подтверждения полученного результата на рис. 4 для одной из случайных реализаций выполнено сравнение кривых ОР, полученных нашим методом (3), с кривыми, рассчитанными известной программой RAM, которая реализует метод широкоугольного параболического уравнения (ШПУ) [35]. Как видно, почти на всей трассе распространения $0.5 \text{ км} < r < 20 \text{ км}$, различие сопоставляемых кривых 1 и 2, 3 и 4, взятых для разных горизонтов ориентации источника

и приемника, не превышает 1.5 дБ. В практическом плане это означает неплохое совпадение результатов, полученных разными методами, и свидетельствует об адекватном характере спада кривых интенсивности, представленных на рис. 2 и 3.

Усиление спада интенсивности сигнала, установленное выше, объясняется сильной связью между модами и происходящим интенсивным энергообменом между ними в рассматриваемом случайном волноводе. Как видно из рис. 5, где представлена интенсивность поля отдельных взаимодействующих мод, формирующих сигнал, звуковая энергия наименее затухающей и самой энергонесущей 1-й моды (для рассмотренного горизонта источника $z_0 = 24$ м 1-я собственная функция волновода имеет максимум) передается модам с более высокими номерами. Впрочем, как неоднократно отмечалось ранее [21–25] и ясно из сравнения потерь распространения интенсивности на рис. 2 и 3, статистический эффект (но не абсолютная величина уровня интенсивности) слабо зависит от горизонта расположения источника. Особенностью перераспределения энергии между локальными модами является достаточно быстрая их трансформация на отрезке расстояний 100 м–2 км. Сопоставление с кривыми адиабатического приближения (штриховые кривые на рисунках) свидетельствует о том, что с расстоянием происходит снижение средней интенсивности 1-й моды, за счет чего наблюдается рост уровня интенсивности всех остальных мод (2-й–6-й). Причем, уровни интенсивности высших мод, начиная со второй, при $r > 2$ км оказываются сосредоточенными в достаточно узком диапазоне ≈ 8 дБ между 3-й и 4-й модами, показанными на рис. 5. Интересно отметить, что примерно с расстояний 2–3 км, все трансформированные моды в статистическом смысле имеют близкий по величине модальный коэффициент затухания, который для номеров мод $m > 1$ становится существенно меньше, чем был у локальных мод в начале трассы, вблизи локализации источника (там он соответствует адиабатическому и детерминированному решению). Это ясно из сравнения сплошных и штриховых кривых интенсивности мод соответствующих номеров на рис. 5. В результате разница между уровнями интенсивности отдельных мод, приобретенная на начальном отрезке $0.1 \text{ км} < r < 3 \text{ км}$ (например, разница уровней для ближайших 1-й и 3-й мод при $r \approx 3 \text{ км}$ составляет ≈ 21 –22 дБ), в дальнейшем мало изменяется на трассе распространения, и спадающие кривые всех мод идут почти параллельно друг другу. При этом кривые

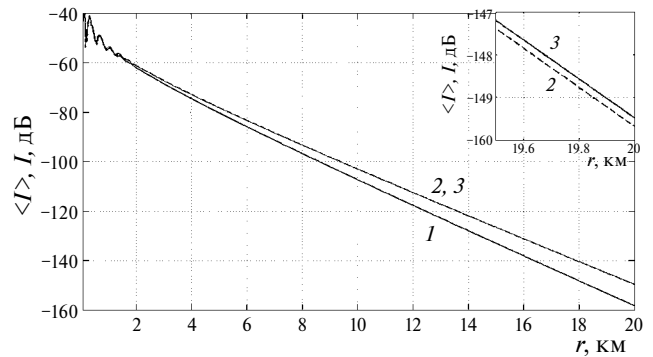


Рис. 2. Спадание средней интенсивности сигнала частоты 250 Гц в волноводе с флуктуациями пропускающей донной границы (батиметрии), $z_0 = z = 24$ м, $L_h = 20$ м. На графике: кривая 1 — приближение рассеяния вперед (ОР) (решение (3) для амплитуд мод); штриховая кривая 2 — адиабатическое приближение, $V_{mn} = 0$; кривая 3 — горизонтальная донная граница $H(\delta h = 0)$. Правый верхний угол — диапазон расстояний 19.5–20 км для лучшей визуализации различия кривых 2 и 3 на больших расстояниях.

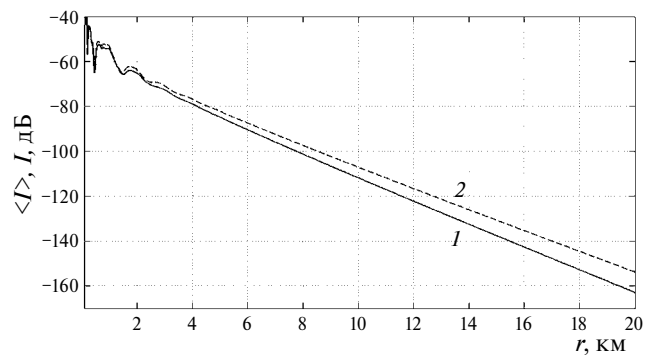


Рис. 3. Кривые аналогичны рис. 2, но горизонты источника и наблюдения около дна: $z_0 = 36$ м, $z = 32$ м.

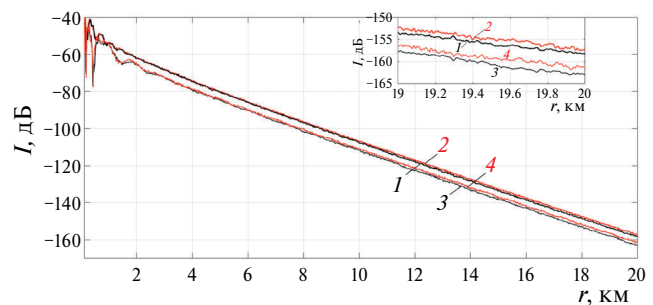


Рис. 4. Сравнение кривых интенсивности сигнала частоты 250 Гц в волноводе с флуктуациями пропускающей донной границы для некоторой произвольной случайной реализации $\delta h(r)$, $L_h = 20$ м. На графике: кривая 1 — приближение ОР (решение уравнения (3)), кривая 2 — расчет программой RAM по методу ШПУ, $z_0 = z = 24$ м; кривая 3 — приближение ОР, кривая 4 — расчет программой RAM по методу ШПУ, $z_0 = 36$ м, $z = 32$ м.

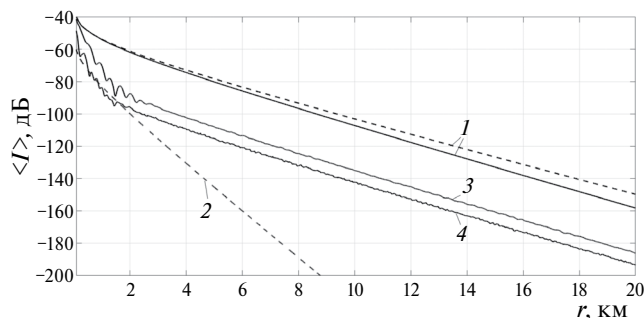


Рис. 5. Средняя интенсивность отдельных мод сигнала частоты 250 Гц в волноводе с флуктуациями донной границы, $L_h = 20$ м, $z_0 = z = 24$ м. Сплошные кривые 1, 3, 4 – интенсивности мод данных номеров в приближении рассеяния вперед (ОР); штриховые кривые 1, 2 – адиабатическое приближение ($V_{mn} = 0$).

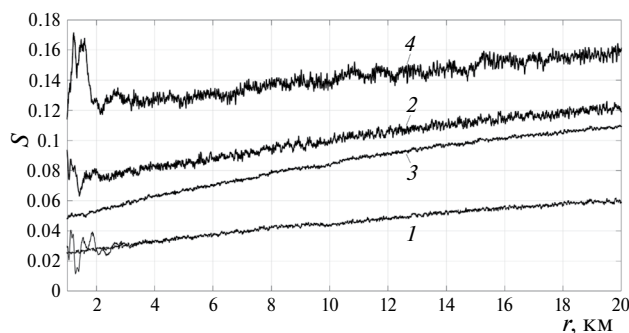


Рис. 6. Развитие индекса сцинтилляций интенсивности звукового поля и отдельных мод в волноводе со статистически неровной сильно проницаемой границей, $L_h = 20$ м, $z_0 = z = 24$ м. Кривые соответствуют кривым на рис. 5: 1 – флуктуации интенсивностей полного поля и поля 1-й моды (штрих заметен на графике в начале трассы) в адиабатическом приближении; 2 – рассеяние вперед, флуктуации интенсивности полного поля; 3 – аналогично кривой 2, но для 1-й моды; 4 – флуктуации интенсивности полного поля для $z_0 = 36$ м, $z = 32$ м.

мод приближения ОР, в том числе и всех высших мод, располагаются между кривыми 1-й и 2-й мод адиабатического приближения и невозмущенного волновода (штриховые кривые 1 и 2 на рис. 5). Из рис. 5 хорошо видно, что, несмотря на сильное взаимодействие мод в случайном волноводе, подавляющий вклад в поле сигнала в условиях сильно проницаемой донной границы вносит первая мода. При $r > 2$ км отличие уровней средней интенсивности сигнала от уровней для его первой моды не превышает 0.5 дБ. Важно также сделать замечание относительно адиабатического приближения. Несмотря на то, что данное приближение учитывает

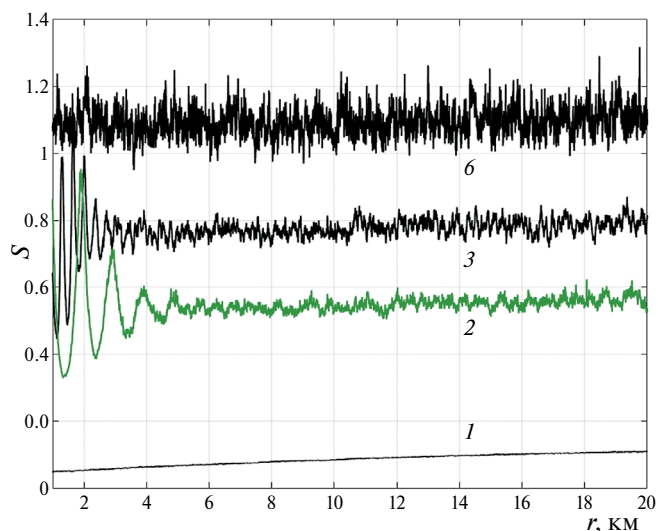


Рис. 7. Развитие индекса сцинтилляций интенсивности отдельных мод в волноводе со статистически неровной сильно проницаемой границей, $L_h = 20$ м, $z_0 = z = 24$ м. Кривые на графике – сцинтилляции мод с указанными номерами 1, 2, 3, 6.

флуктуации собственных значений мод под влиянием случайных неровностей границы раздела (см. рис. 1б), для интенсивности оно практически совпадает с детерминированным решением в волноводе с ровной донной границей (рис. 2 и вставка в правом углу этого рисунка). Поэтому «адиабатика» не описывает истинное статистическое решение, о чем уже шла речь выше в разделе формулировки проблемы. Следует подчеркнуть, что в каждой отдельной реализации адиабатическое приближение также дает неверное решение, которое еще больше отличается от решения ОР, чем усредненное статистическое на рис. 2, 3. Одной из причин этого обстоятельства является указанный факт подавляющего вклада первой моды в поле сигнала. Флуктуации границы, как видно на рис. 1б, вызывают наибольшие возмущения собственных значений не первых мод, а мод высших номеров. Но именно они быстро затухают с расстоянием и не вносят вклада в распространяющийся в волноводе сигнал. При этом в адиабатическом приближении величина характерного масштаба флуктуаций L_h не влияет на факт слабого отличия статистического решения от детерминированного. Для «адиабатического» рассеяния тот же вывод справедлив в случае неоднородностей границы как средних, $L_h = 100$ м, так и крупных масштабов $L_h = 1$ км [23].

На рис. 6 и 7 посредством индекса сцинтилляций S представлена дополнительная информация по флуктуациям интенсивности звукового поля

в волноводе [31, 36], которая подтверждает специфику поведения мод в волноводе под влиянием статистически неровной границы раздела вода—донные осадки. Отметим следующее. Флуктуации интенсивности (сцинтилляции) звукового поля в волноводе в целом характеризуются достаточно небольшими величинами, которые присущи на всей трассе распространения флуктуациям интенсивности первой моды: $S_1 < 0.25$. Особенно малы флуктуации интенсивности, $S \ll 1$, для решения в адиабатическом приближении (рис. 6, кривые 1).

За исключением области расстояний $r < 3$ км, где присутствуют осцилляции интерференционной структуры (как на рис. 5 для отдельных взаимодействующих мод), кривые сцинтилляций на графиках рис. 6 имеют достаточно монотонный характер. Медленный рост кривых с расстоянием обусловлен монотонным спаданием средней интенсивности в волноводе. Из рис. 7 видно, что для отдельных мод достаточно быстро оканчивается область $0.1 \text{ км} < r < 2 \text{ км}$ перехода к установлению стационарного режима насыщения флуктуаций. Как и следовало ожидать, чем выше номер моды, тем сильнее проявляются флуктуации ее интенсивности (см. также рис. 16). Так, для моды с номером $m = 6$ сцинтилляции превышают уровень 1, то есть флуктуации интенсивности этой моды являются сильными, их величина сопоставима с уровнем самой средней интенсивности. Однако данный факт

никак не влияет на картину средних потерь при распространении вследствие малости абсолютного уровня интенсивности мод высших номеров.

4.2. Отражающая донная граница

Проведем теперь сравнительный анализ результатов, полученных выше для сильно проницаемой случайно-неоднородной донной границы, с результатами для отражающей границы волновода: $n \approx 0.91(1 + 0.02i)$, $c_1 = 1600$ м/с. Для границы с таким импедансом в водном слое волновода формируется 6 распространяющихся взаимодействующих мод, дополнительно к ним при численном моделировании были учтены 3 вытекающих моды. Поскольку слабозатухающих мод теперь становится больше, картина интенсивности в волноводе характеризуется осцилляционной структурой из-за межмодовой интерференции, которая выражена не только на первых сотнях метров трассы, но и на дальних дистанциях. Особенно это касается случая расположения точек источника и наблюдения около дна. Для того чтобы проанализировать статистические эффекты, не усложняя графический материал деталями интерференционной структуры, будем рассматривать, где это имеет смысл, сглаженные по пространству зависимости интенсивности и ее сцинтилляций, т.е. выражение (4) для некогерентной суммы мод ($m = l$).

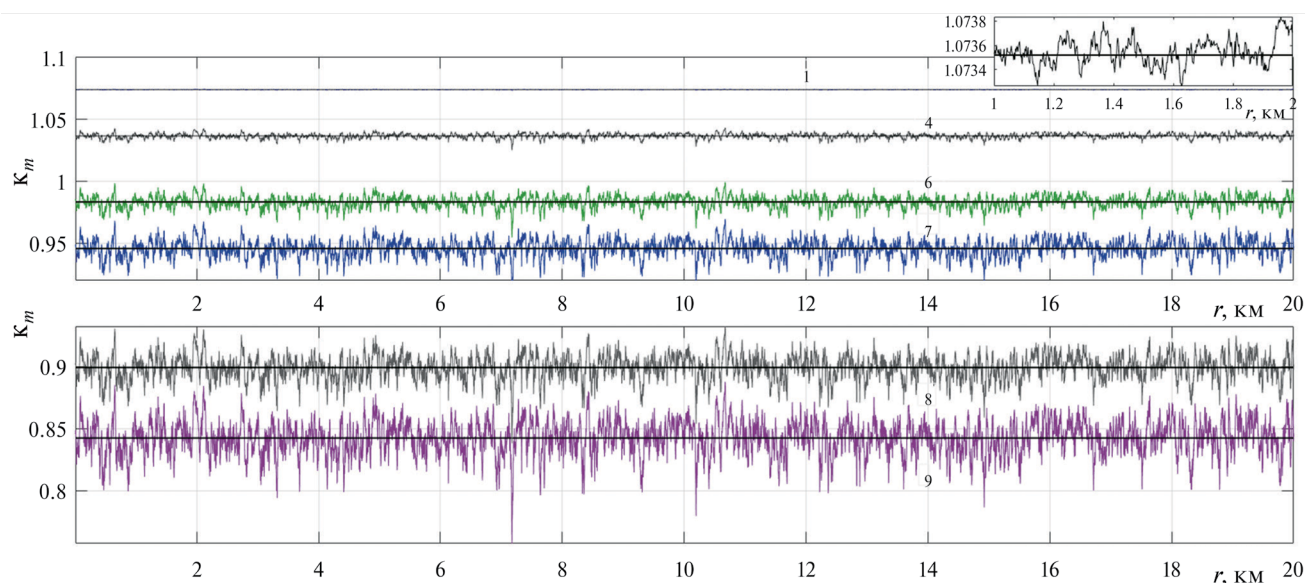


Рис. 8. Иллюстрация к модели стохастического волновода с отражающей донной границей. Произвольная случайная реализация действительной части собственных значений $K_m(r)$ номеров $m = 1, 4, 6, 7-9$. $L_h = 20$ м. Горизонтальные линии на графиках — собственные значения для невозмущенного волновода. Вставка в правом верхнем углу — отрезок реализации $1 \text{ км} < r < 2 \text{ км}$ первого собственного значения $K_1(r)$.

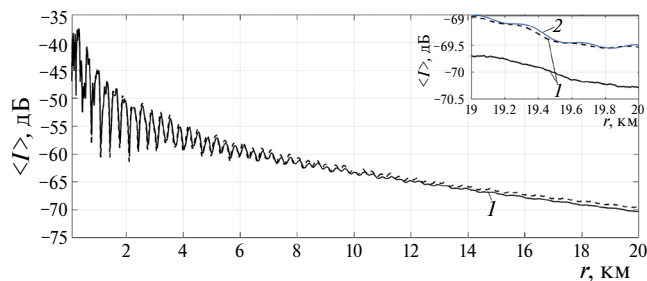


Рис. 9. Спадание средней интенсивности сигнала частоты 250 Гц в случайном волноводе с флуктуациями отражающей донной границы, $z_0 = z = 24$ м, $L_h = 20$ м. На графике: кривые 1 — приближение рассеяния вперед (3), штриховая кривая — адиабатическое приближение ($V_{mn} = 0$); кривая 2 — горизонтальная донная граница $H(\delta h = 0)$. Правый верхний угол — диапазон расстояний 19–20 км для детализации структуры кривых в конце трассы.

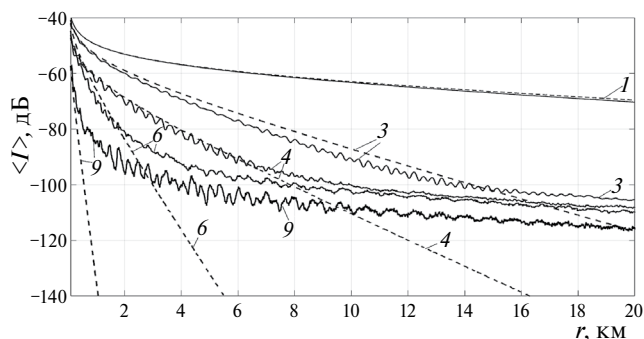


Рис. 10. Средняя интенсивность отдельных мод сигнала частоты 250 Гц в волноводе с флуктуациями отражающей донной границы, $L_h = 20$ м, $z_0 = z = 24$ м. Сплошные кривые 1, 3, 4, 6, 9 — интенсивности мод данных номеров в приближении рассеяния вперед (ОР); штриховые кривые — адиабатическое приближение.

На рис. 8, аналогично рис. 1б, приведены флуктуации по трассе распространения собственных значений $\kappa_m(r)$ волновода в одной произвольной реализации. Как видно, амплитуда флуктуаций собственных значений высших мод возрастает, дисперсия может достигать 5–10%, так что диапазоны изменения $\kappa_m(r)$ начинают пересекаться (например, для $\kappa_8(r)$ и $\kappa_9(r)$). Поскольку $V_{mn} \sim (\kappa_m - \kappa_n)^{-1}$, то для таких расстояний взаимодействие соседних высших мод, очевидно, будет усиливаться. Но в поведении интенсивности полного поля это не проявляется ввиду весьма низкого ее уровня для высших мод.

Графики рис. 9 свидетельствуют о том, что в случае отражающей шероховатой донной границы, по сравнению с сильно пропускающей границей (ср. с кривыми рис. 2), затухание средней интенсивности заметно уменьшается (на ≈ 8 дБ к расстоянию 20 км), так что различие кривых ОР с кривыми адиабатического приближения и ровного дна составляет не более 1 дБ. В данном случае локальные моды номеров $m > 1$ распространяются лучше, их модальный коэффициент затухания из-за взаимодействия с дном гораздо меньше. Поэтому в случае отражающей границы часть энергии, которая перераспределяется в волноводе между первыми четырьмя слабозатухающими модами и модами высоких номеров, подверженных более существенному затуханию, оказывается значительно меньше по сравнению с ситуацией для сильно пропускающей границы. Эти особенности отражены на рис. 10 (ср. с рис. 5). В случае отражающей границы в начале трассы распространения локальные моды более высоких номеров, «оттягивающие» энергию у первых мод, имеют меньший модальный коэффициент затухания, т.е. их энергия слабее переходит из водного слоя волновода в осадочную толщу на этапе формирования мод стохастического волновода $0.1 \text{ км} < r < 12 \text{ км}$. При $r > 12 \text{ км}$ все моды волновода приобретают близкий модальный коэффициент затухания, который по величине для отражающей границы значительно меньше, чем для пропускающей. Разница между уровнями интенсивности отдельных мод, приобретенная на отрезке $0.1 \text{ км} < r < 12 \text{ км}$ (например, разница уровней кривых для ближайших 1-й и 3-й мод при $r \approx 12 \text{ км}$ составляет ≈ 30 дБ), в дальнейшем мало изменяется по трассе распространения.

Спадающие кривые мод номеров $m > 1$ идут почти параллельно друг другу в узком диапазоне интенсивности ≤ 10 дБ, причем кривые всех 9 мод приближения ОР располагаются между кривыми 1-й и 4-й мод адиабатического приближения (штриховые кривые 1, 4 на рис. 10). На рис. 11 сравнение законов спада интенсивности, усредненной по пространственному масштабу интерференции, для разных горизонтов показывает закономерности, аналогичные кривым рис. 2 и 3 для сильно проницаемой донной границы раздела случайного волновода, однако отличие уровней кривых ОР и «адиабатики» значительно меньше, в пределах ≈ 1 дБ. Адиабатическое приближение, показанное штриховыми кривыми, в этом случае также практически соответствует волноводу

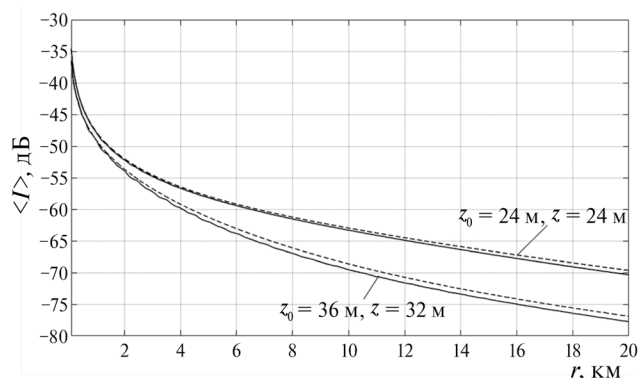


Рис. 11. Средняя интенсивность сигнала частоты 250 Гц в случайном волноводе с флуктуациями отражающей донной границы для разных локализаций источника и приемника, $L_h = 20$ м. Сплошные кривые — приближение рассеяния вперед (3) при $z_0 = 36$ м, $z = 32$ м и $z = z_0 = 24$ м; штриховые кривые — адиабатическое приближение для указанных горизонтов.

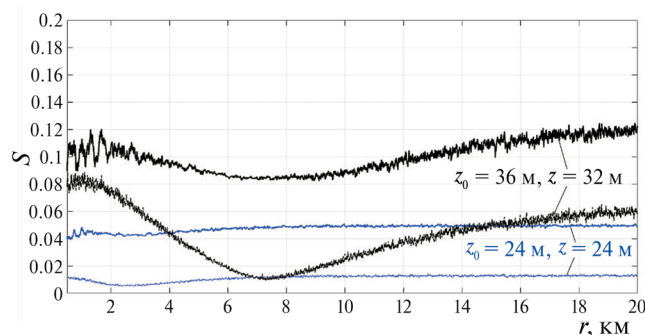


Рис. 12. Развитие индекса сцинтилляций интенсивности звукового поля в волноводе со статистически неровной отражающей границей, $L_h = 20$ м. Сплошные кривые — рассеяние вперед для горизонтов $z_0 = z = 24$ м и $z_0 = 36$ м, $z = 32$ м. Штриховые кривые (нижние) — адиабатическое приближение для тех же горизонтов.

с горизонтальным ровным дном, т.е. в отсутствие возмущений донной границы.

Кривые сцинтилляций на рис. 12 для некогерентных модовых сумм в (4), очевидно, указывают на отсутствие сильных флуктуаций интенсивности сигнала, но для локализации источника и приемника вблизи неровной донной границы, где более существенен вклад мод высших номеров, эти флуктуации интенсивности несколько больше, чем для срединной части волновода. По сравнению со случаем сильно пропускающей донной границы сцинтилляции сигнала на рис. 12 характеризуются

приблизительно таким же уровнем, и в целом кривые похожи на кривые рис. 6. Для отдельных мод графики сцинтилляций не несут дополнительной информации по сравнению с рис. 7, поэтому здесь не приводятся.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В настоящей работе на основе статистического моделирования исследовано поведение средних значений интенсивности и ее сцинтилляций при распространении низкочастотного звукового сигнала в стохастическом волноводе со случайно-неровной донной границей. Рассмотрена ситуация достаточно мелкомасштабных неровностей границы с не слишком малой амплитудой флуктуаций. Кроме того, проанализированы два типа шероховатых границ: сильно пропускающая донная граница и граница с существенной отражательной способностью. Сам волновод с точки зрения стратификации параметров предполагался однородным, как в водном слое, так и в жидких донных осадках, что позволило абстрагироваться от возмущений звукового сигнала объемными неоднородностями скорости звука и в чистом виде изучить особенности влияния случайных флуктуаций донной границы. В практическом плане волновод такого типа может служить хорошей моделью мелководного распространения звука в зонах некоторых морей арктического шельфа. Именно в данных широтных районах и с точки зрения теории, и с точки зрения натурных наблюдений почти отсутствуют внутренние волны (вероятно, за исключением относительно глубокого Баренцева моря в летний сезон), которые в большинстве других районов Мирового океана являются основным случайным возмущением, приводящим к объемным флуктуациям скорости звука и стохастическому поведению акустических сигналов. Выполненное статистическое моделирование показало следующее.

1. Мелкомасштабные возмущения донной границы могут приводить к заметным изменениям в законе спадающей средней интенсивности сигнала в мелком море. Затухание интенсивности на расстояниях 10–20 км, типичных для мелководного распространения звука в арктических шельфовых зонах с газонасыщенными осадками, под действием случайных возмущений донной границы может достигать 5–10 децибел.

2. Этот результат отличается от ранее полученного вывода для среднемасштабных и крупномасштабных неровностей проницаемой границы [23], которые, как оказалось, практически не влияют на распространение сигнала в волноводе, поэтому на фоне других неоднородностей крупномасштабными флуктуациями границы можно пренебречь.

3. Полученный результат влияния мелкомасштабных флуктуаций границы раздела вода—донные осадки, приводящего к энергетическим потерям сигнала с расстоянием, прямо противоположен влиянию на сигнал объемных случайных неоднородностей скорости звука. Последние присутствуют в толще донных осадков мелководного шельфа арктических морей, или в водном слое морей более низких широт, имеющих стратификацию и возмущения в виде внутренних волн. Крупномасштабные объемные неоднородности скорости звука приводят не к усилению, а к ослаблению спада средней интенсивности в волноводе [20–22, 24].

4. Специфика поведения интенсивности отдельных мод в волноводе арктического типа с мелкомасштабными неровностями донной границы проявляется в сильном взаимодействии локальных мод. В результате трансформации первая мода в волноводе, как правило, самая энергонесущая и слабозатухающая, достаточно быстро (на расстоянии 2–3 км) передает значительную часть своей энергии высшим модам. По этой причине по сравнению с областью расстояний, прилегающей к источнику, наблюдается усиление затухания первой моды, тогда как моды более высоких номеров наоборот приобретают значительно меньший (первоначального) модальный коэффициент затухания, который фактически мало отличается от коэффициента 1-й моды. Тем не менее, в волноводе с сильно пропускающей донной границей полная интенсивность сигнала на всей трассе распространения определяется в основном интенсивностью первой моды.

5. Изменение импедансных свойств донной границы от сильного пропускания звука до значительного отражения в принципиальном плане не изменяет эффект влияния мелкомасштабных возмущений границы. Средняя интенсивность также затухает в волноводе благодаря потерям энергии первых (1-й, 2-й, 3-й и 4-й) мод, но затухает гораздо медленнее, поскольку в начале трассы распространения локальные моды более высоких номеров, «оттягивающие» энергию у первых мод, имеют

меньший модальный коэффициент затухания, т.е. слабее уносят энергию из водного слоя волновода в осадочную толщу.

6. Индекс сцинтилляций в рассмотренной задаче демонстрирует особенности, которые подтверждают выводы относительно поведения средней интенсивности сигнала. Картина флуктуаций средней интенсивности показывает наличие двух областей расстояний в волноводе. Начальный отрезок соответствует расстояниям до 2–10 км (в зависимости от типа границы), на котором происходит интенсивное перераспределение энергии между локальными модами и формируются моды стохастического волновода. Вторая область характеризуется монотонным поведением сцинтилляций, связанным с достижением квазистационарного режима насыщения флуктуаций. Однако для обоих типов границ, как пропускающей, так и отражающей, индекс сцинтилляций указывает на отсутствие сильных флуктуаций интенсивности при распространении сигнала в волноводе со случайно шероховатой донной границей. Этот вывод отличен от поведения флуктуаций интенсивности в волноводе со случайными объемными неоднородностями скорости звука.

7. Адиабатическое приближение, не учитывающее взаимодействие мод, для волновода с мелкомасштабными флуктуациями донной границы приводит к неверным результатам, как в статистическом плане, так и в отдельных реализациях интенсивности сигнала. В первую очередь это проявляется для сильно пропускающей донной границы, а также для отдельных мод, формирующих поле. Адиабатическое решение мало отличается от решения для волновода с невозмущенной горизонтальной границей. Данный факт обусловлен граничным условием плоскостоего волновода сравнения, которое используется при расчетах в рамках адиабатического приближения. В этом плане результаты «адиабатики» сильно расходятся с выводами для случайно-неоднородных волноводов с объемными флуктуациями скорости звука (но горизонтальными границами), где адиабатическое решение для средней интенсивности часто близко к решению ОР (3), учитывающему взаимодействие мод в возмущенном волноводе.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Изучение природы линейного и нелинейного взаимодействия геосферных полей переходных зон Мирового океана и их последствий», номер гос. регистрации: 124022100074-9.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

**КРАТКИЙ ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ПОГРУЖЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД МОД
МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В СЛУЧАЕ ДВУМЕРНО-НЕОДНОРОДНОЙ
СРЕДЫ В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ**

Вместо уравнения второго порядка для звукового давления (1) для дальнейшего вывода удобно рассмотреть линейные уравнения акустики первого порядка для полей звукового давления p и компонент скорости частиц: w — вертикальной и

v — горизонтальной, с соответствующими условиями непрерывности этих функций, граничными условиями по вертикальной координате z на морской поверхности и дне, сформулированными в разделе 2, и условиями излучения:

$$\frac{\partial p(r, z)}{\partial z} = i\omega\rho(r, z)w(r, z), \quad \frac{\partial p(r, z)}{\partial r} = i\omega\rho(r, z)v(r, z),$$

$$\rho(r, z) \left[\frac{\partial w(r, z)}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) v(r, z) \right] - \frac{i\omega}{c^2(r, z)} p(r, z) = \frac{i\delta(r)\delta(z - z_0)}{\omega r}.$$

Согласно методу поперечных сечений ищем решение в виде сходящихся разложений по локальным модам (модам волновода сравнения):

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^M G_m(r) \phi_m(r, z); \quad w(r, z) = [i\rho(r, z)\omega]^{-1} \sum_{m=1}^M G_m(r) \partial \phi_m(r, z) / \partial z;$$

$$v(r, z) = [i\rho(r, z)\omega]^{-1} \sum_{m=1}^M F_m(r) \phi_m(r, z).$$
(A1)

Подстановка разложений (A1) в уравнения с учетом свойства ортонормированности мод приводит к уравнениям для модовых амплитуд $G_m(r)$ и $F_m(r)$, $m = 1 \dots M$:

$$\frac{\partial G_m(r)}{\partial r} = F_m(r) - \sum_{l=1}^M V_{ml}(r) G_l(r),$$

$$\frac{\partial F_m(r)}{\partial r} = -\frac{F_m(r)}{r} - \kappa_m^2 G_m(r) + \sum_{l=1}^M V_{lm}(r) F_l(r) - \frac{\delta(r)}{2\pi r},$$

$$\{V_{lm}(r)\} = V^T(r) = -V(r) - \int_0^\infty \phi_m(r, z) \phi_l(r, z) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho(r, z)} \right) dz.$$
(A2)

Сформулируем теперь краевую задачу для уравнений (A2) в горизонтальной плоскости следующим образом. Будем считать, что неоднородная в горизонтальной плоскости среда находится в границах $r \in (L, L_0)$ и располагается на некотором произвольном расстоянии от источника, который помещен в начало координат цилиндрической системы. Удобно рассмотреть волновую зону источника, $|\kappa_m|L \gg 1$, поскольку статистические эффекты, интересующие нас, проявляются на значительных расстояниях от источника. В этом случае во втором

уравнении системы членом $F_m(r)/r$ ввиду малости следует пренебречь, и перейти при формулировке граничных условий от цилиндрических функций к экспонентам. Из функций $G_m(r)$, $F_m(r)$ целесообразно выделить множитель цилиндрической расходимости $D(r) = i[8\pi ir]^{-1/2}$, который возникает в асимптотиках цилиндрических функций и не влияет на вывод последующих уравнений. В областях $0 < r \leq L$, $r \geq L_0$ неоднородности по r отсутствуют, т.е. среда является плоскостной со значениями модальных чисел $\kappa_m = \kappa_m^0$ и $\kappa_m = \kappa_m^1$. Вид решения

в этих областях известен, поскольку описывается однородными уравнениями (A2) с постоянными коэффициентами без взаимодействия мод:

$$\frac{\partial G_m(r)}{\partial r} = F_m(r), \quad \frac{\partial F_m(r)}{\partial r} = -\kappa_m^2 G_m(r),$$

$$\kappa_m r \gg 1, \quad \kappa_m = \{\kappa_m^0, \kappa_m^1\}.$$

$$G_m(r) = \varphi_m(0, z_0)(\kappa_m^0)^{-1/2} \{\exp[i\kappa_m^0 r] + R_m(L) \exp[-i\kappa_m^0(r-L)]\}, \quad 0 < r \leq L; \quad (A3)$$

$$G_m(r) = T_m(L_0)(\kappa_m^1)^{-1/2} \exp[i\kappa_m^1(r-L_0)], \quad r \geq L_0,$$

где $R_m(L)$ — коэффициент отражения моды в сечении $r = L$, $T_m(L_0)$ — коэффициент прохождения моды в сечении $r = L_0$. Таким образом, исходными для формулировки краевой задачи для модовых амплитуд при $r \in (L, L_0)$ являются уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_m(r)}{\partial r} &= F_m(r) - \sum_l V_{ml}(r) G_l(r), \quad \frac{\partial F_m(r)}{\partial r} = \\ &= -\kappa_m^2(r) G_m(r) + \sum_l V_{lm}(r) F_l(r), \end{aligned} \quad (A4)$$

и выражения (A3) в слоистых областях среды $0 < r < L$, $r > L_0$. На основании непрерывности функций $G_m(r)$, $F_m(r)$ граничные условия к уравнениям (A4) можно сформулировать так:

$$i\kappa_m(L) G_m(L) + F_m(L) = a_m(L), \quad (A5)$$

$$i\kappa_m(L_0) G_m(L_0) - F_m(L_0) = 0. \quad (A6)$$

Здесь $a_m(L) = 2i\varphi_m(0, z_0)\kappa_m^{1/2}(L) \exp[i\kappa_m(L)L]$ описывает амплитуду источника, наведенного в сечении $r = L$ падающей m -той модой. Второе условие (A6) соответствует свободному прохождению моды m из неоднородной среды в слоистую при $r > L_0$. Границы нерегулярной части волновода (L , L_0) предполагаются согласованными со слоистой средой, т.е. $\kappa_m^0 = \kappa_m(L)$, $\kappa_m^1 = \kappa_m(L_0)$ (скачки параметров среды отсутствуют, или достаточно малы для быстрой сходимости разложений (A1)).

Для переформулировки краевой задачи (A4)–(A6) для модовых амплитуд заметим, что решение этой задачи зависит от положения границы L области неоднородностей, к которой приходят моды от источника, т.е. функции $G_m(r)$, $F_m(r)$ зависят от L , пусть и неявно. Поэтому, действуя стандартным

образом [37, 38], рассмотрим параметрическую зависимость функций G_m и F_m от положения границы L : $G_m(r) \equiv G_m(r; L)$, $F_m(r) \equiv F_m(r; L)$. Подчеркнем, что это те же самые функции, только с выделенной зависимостью от положения границы, к которой приходят моды от источника. Дифференцируя по параметру L уравнения (A4) и граничные условия (A5), (A6), сопоставляя их с исходной краевой задачей (A4)–(A6), нетрудно убедиться, что структура уравнений (вследствие их линейности) не будет меняться, в результате для каждой из функций $G_m(r; L)$ и $F_m(r; L)$ можно получить систему замкнутых уравнений по параметру L с начальными условиями. Поскольку в настоящей работе уравнения погружения нужны для проведения вычислений, то с точки зрения вычислительной процедуры имеет смысл упростить краевую задачу (A4)–(A6), убрав лишние параметры. Для этого выделим вектор-столбец амплитуд мод $\mathbf{b}(L)$, падающих на нерегулярную среду, с элементами $b_m(L) = \varphi_m(0, z_0)\kappa_m^{-1/2}(L) \exp[i\kappa_m(L)L]$, $m = 1 \dots M$, и рассмотрим решение задачи о трансформации мод в нерегулярной среде, но при падении на нее мод с единичной амплитудой [37] на основе матричной записи следующего вида:

$$\mathbf{G}(r) = G(r; L)\mathbf{b}(L), \quad \mathbf{F}(r) = F(r; L)\mathbf{b}(L),$$

где $\mathbf{G}(r) \equiv \mathbf{G}(r; L)$, $\mathbf{F}(r) \equiv \mathbf{F}(r; L)$ — вектор-столбцы модовых амплитуд краевой задачи (A4)–(A6), а $G(r; L)$ и $F(r; L)$ — квадратные матрицы размера $M \times M$, удовлетворяющие краевой задаче:

$$\frac{\partial G(r; L)}{\partial r} = F(r; L) - V(r)G(r; L), \quad (A7)$$

$$\frac{\partial F(r; L)}{\partial r} = -\kappa^2(r)G(r; L) + V^T(r)F(r; L),$$

$$i\kappa(L)G(L; L) + F(L; L) = 2i\kappa(L), \quad (A8)$$

$$i\kappa(L_0)G(L_0; L) - F(L_0; L) = 0. \quad (A9)$$

В (A7)–(A9) $\kappa(L)$ — диагональная матрица собственных значений $\kappa_m(L)$, и мы сразу включили параметр L в число аргументов функций G и F . После дифференцирования (A7)–(A9) по L получаем следующую краевую задачу:

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} = \frac{\partial F(r; L)}{\partial L} - V(r) \frac{\partial G(r; L)}{\partial L}, \quad (A10)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial F(r; L)}{\partial L} = -\kappa^2(r) \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} + V^T(r) \frac{\partial F(r; L)}{\partial L},$$

$$i \frac{d}{dL} \kappa(L) [G(L; L)] + i \kappa(L) \frac{d}{dL} G(L; L) + \frac{d}{dL} F(L; L) = 2i \frac{d}{dL} \kappa(L), \quad (A11)$$

$$i \kappa(L_0) \frac{\partial}{\partial L} G(L_0; L) - \frac{\partial}{\partial L} F(L_0; L) = 0. \quad (A12)$$

Раскрывая производные в (A11):

$$\frac{dG(L; L)}{dL} = \frac{\partial G(r; L)}{\partial r} \Big|_{r=L} + \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} \Big|_{r=L}$$

$$\text{и} \quad \frac{dF(L; L)}{dL} = \frac{\partial F(r; L)}{\partial r} \Big|_{r=L} + \frac{\partial F(r; L)}{\partial L} \Big|_{r=L},$$

на основании (A7), (A8), для краткости обозначив производную $\kappa'(L) = \frac{d}{dL} \kappa(L)$, получим

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} = \frac{\partial F(r; L)}{\partial L} - V(r) \frac{\partial G(r; L)}{\partial L}, \quad (A13)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial F(r; L)}{\partial L} = -\kappa^2(r) \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} + V^T(r) \frac{\partial F(r; L)}{\partial L},$$

$$i \kappa(L) \frac{\partial}{\partial L} G(r; L) \Big|_{r=L} + \frac{\partial}{\partial L} F(r; L) \Big|_{r=L} =$$

$$\begin{aligned} &= -i \kappa(L) F(L; L) + i \kappa(L) V(L) G(L; L) + \\ &+ \kappa^2(L) G(L; L) - V^T(L) F(L; L) - \\ &- i \kappa'(L) G(L; L) + 2i \kappa'(L) = \\ &2i \kappa(L) [\kappa^{-1}(L) \kappa'(L) - i \kappa(L) - \\ &\quad \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L)] - \\ &- i \kappa(L) [\kappa^{-1}(L) \kappa'(L) - V(L) - \\ &- \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L)] G(L; L), \end{aligned} \quad (A14)$$

$$i \kappa(L_0) \frac{\partial}{\partial L} G(L_0; L) - \frac{\partial}{\partial L} F(L_0; L) = 0. \quad (A15)$$

Сопоставляя краевые задачи (A7)–(A9) и (A13)–(A15), замечаем, что они совпадают, если

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} &= G(r; L) C(L), \\ \frac{\partial F(r; L)}{\partial L} &= F(r; L) C(L), \end{aligned} \quad (A16)$$

$$\begin{aligned} C(L) &= -i \kappa(L) + \kappa^{-1}(L) \kappa'(L) - \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L) + \\ &+ [V(L) + \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L) - \\ &- \kappa^{-1}(L) \kappa'(L)] G(L; L) / 2. \end{aligned}$$

Равенства (A16) можно рассматривать в качестве линейных дифференциальных уравнений погружения, если дополнить их соответствующими начальными условиями

$$G(r; L) \Big|_{L=r} = G(r; r),$$

$$F(r; L) \Big|_{L=r} = F(r; r) = i \kappa(r) [2E - G(r; r)],$$

и считать матрицу $G(L; L)$ известной для каждого фиксированного r . Для этой матрицы из равенства

$$\frac{dG(L; L)}{dL} = \frac{\partial G(r; L)}{\partial r} \Big|_{r=L} + \frac{\partial G(r; L)}{\partial L} \Big|_{r=L},$$

на основании (A16), следует матричное уравнение Риккати:

$$\begin{aligned} \frac{dG(L; L)}{dL} &= 2i \kappa(L) - [i \kappa(L) + V(L)] G(L; L) - \\ &- G(L; L) [i \kappa(L) - \kappa^{-1}(L) \kappa'(L) + \\ &+ \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L)] + \\ &+ G(L; L) [V(L) + \kappa^{-1}(L) V^T(L) \kappa(L) - \\ &- \kappa^{-1}(L) \kappa'(L)] G(L; L) / 2, \end{aligned} \quad (A17)$$

с начальным условием $G(L_0; L_0) = E$, вытекающим из (A8), (A9) при $L \rightarrow L_0$. Таким образом, мы получили уравнения погружения (A16), (A17) для нахождения матрицы $G(r; L)$ (и $F(r; L)$), после чего, вычисляя $\mathbf{G}(r) = G(r; L) \mathbf{b}(L)$, получаем решение краевой задачи для модовых амплитуд (A4)–(A6). Существенным обстоятельством при выводе уравнений погружения является линейность краевой задачи (A4)–(A6), вследствие чего при дифференцировании уравнений по параметру L их структура не изменяется, поэтому справедливы соотношения (A16). Для нахождения матрицы $C(L)$ остается только раскрыть производную по L в граничном условии (A11), как подробно продемонстрировано в (A14).

Уравнения (A16), (A17) и аналогичные уравнения для матрицы $F(r; L)$ полностью эквивалентны (после преобразования к векторному виду) исходным уравнениям метода поперечных сечений для волновой зоны источника. Уравнение (A17) – матричное уравнение Риккати, описывающее поле в каждом сечении неоднородной среды при падении

моды единичной амплитуды на это сечение. Это поле $G(L; L)$ является суммой падающего и обратно рассеянного полей в каждом сечении: $G(L; L) = E + R(L; L)$. Для обратно рассеянного поля $R(L; L)$, которое назовем коэффициентом отражения (или рассеяния) мод в произвольном сечении, легко записать соответствующее уравнение, которое имеет вид, схожий с (A17), с начальным условием $R(L_0; L_0) = \{0\}$ (нулевая матрица).

В большинстве волновых задач распространения акустических сигналов в неоднородных средах обратно рассеянным полем пренебрегают, переходя к приближенным методам однонаправленного распространения — методу ВКБ и методу параболического уравнения [11–13]. Для того чтобы перейти к однонаправленному распространению мод, в уравнениях (A16) необходимо положить коэффициенты отражения мод $R(L; L)$ равными нулю в каждом сечении среды, т.е. вместо точного решения уравнения (A17) положить $G(r; r) = E$. Очевидно (см. начальное условие к (A17) и условие (A3)), что последнее равенство соответствует свободному прохождению моды через произвольное сечение среды, таким образом из рассмотрения убирается обратное рассеяние мод. Подстановка выражения $G(L; L) = E$ в формулу для $C(L)$ приводит к ее упрощению, а (A16) приобретает вид выражения (3) из раздела 2 настоящей работы. Таким образом, если обратно рассеянное поле мало (типичное значение модуля коэффициента отражения $|R_m(L)|$ для значимых мод в исследуемой задаче находится в пределах $10^{-3} \dots 10^{-2}$), то им следует пренебречь, а решение матричного уравнения Риккати не проводить. Для моделирования следует воспользоваться уравнением (A16), подставив в него известные функции $G(r; r)$, $C(r)$. В итоге получается выражение (3).

Обратим внимание на то, что матричное уравнение (A16) в приближении однонаправленного распространения (3) допускает экспоненциальное представление решения (через матричную экспоненту). Это обстоятельство положено в основу статистического моделирования в настоящей статье. Для этого от уравнения (A16) перейдем к уравнению для транспонированных матриц, т.е.

$$\frac{\partial G^T(r; L)}{\partial L} = C^T(L) G^T(r; L), \quad G^T(r; r) = E,$$

а также выполним замену $G^T(r; L) = \kappa^{-1/2}(r) \times \kappa^{1/2}(L) \tilde{G}(r; L)$, чтобы убрать из уравнения член

с производной матрицы собственных значений $\kappa^{-1}(L) \kappa'(L)$. Решение получающегося уравнения

$$\frac{\partial \tilde{G}(r; L)}{\partial L} = Q(L) \tilde{G}(r; L), \quad \tilde{G}(r; r) = E,$$

$$Q(L) = -i\kappa(L) + \kappa^{-1/2}(L) \kappa^{1/2}(r) [V^T(L) - \kappa^{-1}(L) V(L) \kappa(L)] \kappa^{1/2}(L) \kappa^{-1/2}(r) / 2$$

представляется посредством матрицанта [39]:

$$\tilde{G}(r; L) = P_r^L(Q) = E + \int_r^L Q(L) dL + \int_r^L Q(L) dL \int_r^L Q(\xi) d\xi + \dots$$

Очевидно, что в рассматриваемом приближении однонаправленного распространения интегрирование уравнений может осуществляться как по L при фиксированном r , так и по r при фиксированном L (с противоположным знаком). Если на каждом шаге $\Delta r_k = r_{k+1} - r_k$ вычислительной процедуры аппроксимировать $Q(r)$ постоянной матрицей

$$Q(r) \cong \sum_{k=1}^{N-1} Q_k [\theta(r - r_k) - \theta(r - r_{k+1})],$$

где $\theta(r)$ — единичная функция $\{\theta = 0 \text{ при } r \leq 0, \theta = 1 \text{ при } r > 0\}$, то матрицант представляется произведением матричных экспонент [39]

$$\tilde{G}(r; L) \cong e^{Q_k \Delta r_k} \dots e^{Q_2 \Delta r_2} e^{Q_1 \Delta r_1} E.$$

В плане модельных расчетов это позволяет упростить численный алгоритм и повысить скорость вычислений. При этом для получения горизонтальной зависимости модовых амплитуд на каждом k -том шаге вычислений осуществляются обратные переходы от матриц $\tilde{G}_k$ к матрицам G_k^T , G_k и вектору G_k модовых амплитуд.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исакович М. А. Рассеяние волн от статистически шероховатой поверхности // Журн. эксп. теор. физ. 1952. Т. 23. С. 305–314.
2. Тамойкин В. В., Фрайман А. А. О статистических свойствах поля, рассеянного шероховатой поверхностью // Изв. вузов: Радиофизика. 1968. Т. 11. С. 56–61. <https://doi.org/10.1007/BF01033538>

3. *Кравцов Ю. А., Фукс И. М., Шмелев А. Б.* Последовательное применение метода Кирхгофа к задаче о рассеянии звуковой волны на поверхности со случайными неровностями // Изв. вузов: Радиофизика. 1971. Т. 14. С. 854–861. <https://doi.org/10.1007/BF01033177>
4. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
5. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982.
6. *Ogilvy J. A.* Wave scattering from rough surface // Rep. Prog. Phys. 1987. V. 50. P. 1553–1608.
7. *Darmon M., Dorval V., Baque F.* Acoustic scattering models from rough surfaces: a brief review and recent advances // Appl. Sci. 2020. V. 10 (22), 8305. <https://doi.org/10.3390/app10228305>
8. *Ivakin A. N.* A unified approach to volume and roughness scattering // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. P. 827–837.
9. *Ivakin A. N.* A full-field perturbation approach to scattering and reverberation in range-dependent environments with rough interfaces // J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 140. P. 657–665. <https://doi.org/10.1121/1.4959111>
10. *Гулин О. Э.* О векторных характеристиках в статистически неоднородных волноводах // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 460–466.
11. *Бреховских Л. М., Годин О. А.* Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. Акустика неоднородных сред. Т. 2. М.: Наука, 2009.
12. *Jensen F. B., Kuperman W. A., Porter M. B., Schmidt H.* Computational Ocean Acoustics. Springer: New York, USA; Dordrecht, The Netherlands; Heidelberg, Germany; London, UK, 2011.
13. *Collins M. D.* The adiabatic mode parabolic equation // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. P. 2269–2278.
14. *Kuperman W. A., Schmidt H.* Rough surface elastic wave scattering in a horizontally stratified ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1986. V. 79. P. 1767–1777.
15. *Tracey B. H. and Schmidt H.* Seismo-acoustic field statistics in shallow water // IEEE J. Ocean. Eng. 1997. V. 22, No. 2. P. 317–331.
16. *Stotts S. A., Knobles D. P. and Koch R. A.* Scattering in a Pekeris waveguide from a rough bottom using a two-way coupled mode approach // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 129, No. 5. EL172–178.
17. *Knobles D. P., Stotts S. A., Koch R. A.* Low frequency coupled mode sound propagation over a continental shelf // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. P. 781–787.
18. *Ярошук И. О., Гулин О. Э.* Метод статистического моделирования в задачах гидроакустики. Владивосток: Дальнаука, 2002.
19. *Gulin O. E., Yaroshchuk I. O.* Simulation of underwater acoustical field fluctuations in shallow sea with random inhomogeneities of sound speed: depth-dependent environment // J. Comp. Acoust. 2014. V. 22, 1440002. <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400025>
20. *Gulin O. E., Yaroshchuk I. O.* Simulation of underwater acoustical field fluctuations in range-dependent random environment of shallow sea // J. Comp. Acoust. 2014. 22, 1440006. <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400062>
21. *Zhu F., Gulin O. E., Yaroshchuk I. O.* Statistical patterns of transmission losses of low-frequency sound in shallow sea waveguides with Gaussian and non-Gaussian fluctuations // Appl. Sci. 2019. V. 9 (9). P. 1841. <https://doi.org/10.3390/app9091841>
22. *Гулин О. Э., Ярошук И. О.* Особенности энергетической структуры акустических полей в океане с двумерными случайными неоднородностями // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 2. С. 158–164. <https://doi.org/10.7868/S0320791917020058>
23. *Gulin O. E., Yaroshchuk I. O.* On average losses of low-frequency sound in a two-dimensional shallow-water random waveguide // J. Mar. Sci. Eng. 2022. V. 10 (6). 822. <https://doi.org/10.3390/jmse10060822>
24. *Гулин О. Э., Ярошук И. О.* Зависимость средней интенсивности низкочастотного акустического поля от параметров дна мелкого моря с объемными случайными неоднородностями водного слоя // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 186–189. <https://doi.org/10.7868/S0320791918020065>
25. *Zhu F., Gulin O. E., Yaroshchuk I. O.* Average intensity of low-frequency sound and its fluctuations in a shallow sea with a range-dependent random impedance of the liquid bottom // Appl. Sci. 2021. V. 11 (23). 11575. <https://doi.org/10.3390/app112311575>
26. *Гулин О. Э.* Об уравнениях первого порядка для исследования акустических полей океана с существенными горизонтальными неоднородностями // Докл. Росс. Акад. наук. 2005. Т. 400. № 4. С. 542–545.
27. *Гулин О. Э.* Причинные уравнения первого порядка для моделирования волновых полей в горизонтально-неоднородном океане // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 23–29. <https://doi.org/10.1134/S1063771006010039>

28. Гулин О. Э. К расчетам низкочастотных акустических полей в нерегулярных волноводах при наличии сильного обратного рассеяния // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 575–586. <https://doi.org/10.1134/S106377100804009X>
29. Гулин О. Э. Моделирование распространения низкочастотного звука в нерегулярном мелководном волноводе с жидким дном // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 5. С. 642–650. <https://doi.org/10.1134/S1063771010050143>
30. Gulin O. E. The contribution of a lateral wave in simulating low-frequency sound fields in an irregular waveguide with a liquid bottom // Acoust. Phys. 2010. V. 56. No. 5. P. 613–622. <https://doi.org/10.1134/S1063771010050027>
31. Tang X., Tappert F. D., Creamer D. B. Simulations of large acoustic scintillations in the Straits of Florida // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 120. No. 6. P. 3539–3552. <https://doi.org/10.1121/1.2372446>
32. Яшин Д. С., Ким Б. И. Геохимические признаки нефтегазоносности Восточно-Арктического шельфа России // Геология нефти и газа. 2007. Т. 4. С. 25–29.
33. Григорьев В. А., Петников В. Г., Росляков А. Г., Терехина Я. Е. Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 342–358. <https://doi.org/10.7868/S032079191803005X>
34. Григорьев В. А., Петников В. Г. О возможности представления акустического поля в мелком море в виде суммы нормальных мод и квазимод // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 6. С. 681–698. <https://doi.org/10.7868/S0320791916050038>
35. Collins M. D., Westwood E. K. A higher-order energy-conserving parabolic equation for range-dependent ocean depth, sound speed, and density // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 89 (3). P. 1068–1075.
36. Рытов С. М., Крацов Ю. А., Татарский В. И. Основы статистической радиофизики. Т. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
37. Кляцкин В. И. Метод погружения в теории распространения волн. М.: Наука, 1986.
38. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения глазами физика. М.: Физматлит, 2001.
39. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 1988.

ON THE AVERAGE FIELD INTENSITY AND INDIVIDUAL MODES OF A LOW FREQUENCY SOUND SIGNAL IN A SHALLOW WAVEGUIDE WITH A STATISTICALLY IRREGULAR BOTTOM BOUNDARY

O. E. Gulin^{a,*}, I. O. Yaroshchuk^a, R. A. Korotchenko^a

^aFederal State Budgetary Institution of Science Pacific Oceanological Institute named after. V. I. Ilyicheva, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, st. Baltiyskaya 43, Vladivostok, 690041 Russia

**e-mail: gulinoe@poi.dvo.ru*

For a low-frequency sound signal propagating in a horizontally inhomogeneous waveguide of a shallow sea, the influence of a fluctuating interface between the water layer and liquid bottom sediments was studied based on statistical modeling within the framework of the cross-sectional method. The modeling was carried out for hydrological conditions, in many situations corresponding to the shallow shelf zones of the Russian Arctic seas. A feature of these water areas is the presence of an almost homogeneous water layer lying on weakly consolidated bottom sediments with various characteristics, including a high degree of gas saturation. The dependence of the average intensity of the sound signal and its individual modes on the parameters of the problem has been studied: the characteristic scale of fluctuations of the interface and the impedance of this interface, which determines its transmitting properties. It is shown that the influence of bathymetry fluctuations on the average intensity of acoustic modes has its own characteristics in comparison with the influence of random volumetric inhomogeneities of sound speed in the water layer and sediments, established earlier. Thus, bottom roughness of a relatively small scale leads, on average, to increased attenuation of a sound signal when propagating in a waveguide, and this can occur at relatively short distances from the source. An increase in the reflectivity of an irregular bottom boundary weakens the effect of increased sound attenuation so that for typical values of sound speed in the bottom, the attenuation at distances of 10–20 km from the source differs little from that for an undisturbed horizontal boundary.

Keywords: horizontally inhomogeneous random shallow sea, statistically irregular boundary, average field intensity and its fluctuations, cross-section method, local modes, statistical modeling