

ISSN 0320-7919

Том 70, Номер 1

Январь - Февраль 2024



АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



НАУКА

— 1727 —

СОДЕРЖАНИЕ

Том 70, номер 1, 2024

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

Особенности рэлеевского рассеяния на частице, расположенной вблизи межфазной поверхности

А. О. Максимов

3

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА

Исследование влияния нелинейного режима работы сотовых ЗПК при высоких уровнях звукового давления на распространение звуковых волн в цилиндрическом канале с потоком

В. В. Башкатов, Н. Н. Остриков

11

ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

Корреляционные измерения теплового акустического излучения решеткой датчиков

А. А. Аносов, Н. В. Грановский, Р. В. Беляев, А. В. Ерофеев, А. Г. Санин, А. Д. Мансфельд

21

О скорости звука в многофазных системах

С. О. Гладков

29

Низкочастотная сдвиговая упругость гомологического ряда нормальных углеводородов

Т. С. Дембелова, Д. Н. Макарова, Б. Б. Бадмаев

35

О звукопоглощающем покрытии в виде слоя вязкой жидкости с пузырьками

Л. И. Казаков

40

Использование головных волн для определения остаточных и температурных напряжений в рельсах

К. В. Курашкин, А. Г. Кириллов, А. В. Гончар

49

Мониторинг внутренней температуры активных элементов мощных лазеров методом ультразвуковой локализации

А. Д. Мансфельд, Р. В. Беляев, Г. П. Волков, А. А. Кузьмин, А. Г. Санин, А. А. Шайкин

57

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

Интерференционные инварианты в максимумах гидроакустического поля в глубоком море

С. П. Аксенов, Г. Н. Кузнецов

65

АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА

Оценка пульсаций давления в ближнем поле струи при наличии спутного потока на основе результатов термоанемометрических измерений

О. П. Бычков, Г. А. Фараносов

77

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Моделирование решения акустической обратной задачи рассеяния для трехмерной нестационарной среды

А. Б. Бакушинский, А. С. Леонов

92

АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ. БИМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА

Речь взрослых в разных эмоциональных состояниях: временные и спектральные характеристики

А. В. Куражова

104

Распознавание личности по голосу на базе параметров спектральной модели голосового источника

И. С. Макаров, Д. С. Осипов

113

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

Моделирование ультразвуковых инструментов для раскрытия сотовых панелей из алюминия и арамида (кевлара)

А. А. Вьюгинова, С. Н. Вьюгинов, А. А. Новик

120

Анализ колебательного процесса внутри акустической интерференционной антенны с помощью метода реверберационной матрицы

А. О. Субботкин

126

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.2

ОСОБЕННОСТИ РЭЛЕЕВСКОГО РАССЕЯНИЯ НА ЧАСТИЦЕ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВБЛИЗИ МЕЖФАЗНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2024 г. А. О. Максимов*

*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
ул. Балтийская 43, Владивосток, 690041 Россия*

*e-mail: maksimov@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 14.04.2023 г.

После доработки 05.07.2023 г.

Принята к публикации 19.09.2023 г.

Выявлены особенности рэлеевского рассеяния на твердой частице, расположенной на малом по сравнению с длиной волны расстоянии от непроницаемой плоской границы. Выбор функции Грина в интегральном представлении уравнения Гельмгольца позволяет свести задачу к интегрированию только по поверхности частицы и исключить вклад межфазной поверхности. При разложении по малому волновому параметру используется известный подход, позволяющий представить решение данного порядка в виде суммы потенциальной функции и компоненты, выраженной через приближения низших порядков. Найдена потенциальная составляющая, которая выражается через пространственные иррегулярные гармоники, центрированные на частице и ее зеркальном изображении. Определена колебательная скорость центра частицы и амплитуда рассеяния. В низшем порядке по волновому числу амплитуда рассеяния выражается через монопольную и дипольную составляющие.

Ключевые слова: рэлеевское рассеяние, жесткая сфера, плоская граница, колебательная скорость, амплитуда рассеяния

DOI: 10.31857/S0320791924010015 EDN: ZPRNHL

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее исследование является продолжением работ [1, 2], в которых получено аналитическое описание динамики газового включения, расположенного на малом расстоянии от межфазной границы между двумя контактирующими средами. В отличие от пузырька, инерционными свойствами материала частицы пренебрегать нельзя, и подход, использовавшийся в работах [1, 2], требует модификации. Рассеяние звука на объекте, расположенном на малом расстоянии от границы, является предметом исследований на протяжении нескольких десятилетий. Интерес к этой задаче, обусловленный проблемами гидроакустики, предполагает рассеяние высокочастотных сигналов [3–6]. В то же время при развитии акустических методов манипулирования объектами в задачах биофабрикации, акустофлюидики и ультразвуковой очистки [7–10], как правило, размеры объектов малы по сравнению с длиной волны.

Именно на развитие акустических методов манипулирования малыми объектами при наличии ограничивающих поверхностей, в частности, на нахождение силы радиационного давления в этих условиях направлено данное исследование.

Результаты, полученные в последнее время [11–14], являются основой для этой работы. Необходимый первый шаг состоит в нахождении первого приближения, т.е. решении линейной задачи рассеяния на частице, расположенной на малом расстоянии от межфазной поверхности. Упор сделан на получение приближенного аналитического описания, позволяющего дать наглядную интерпретацию полученным результатам и использовать аналитические выражения при анализе нелинейных эффектов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Падающая волна φ_{in} рассеивается на мишени, состоящей из жесткой частицы с поверхностью S_p , расположенной над нижним полупространством с непроницаемой границей S_g ($z = 0$). Радиус частицы R_p и расстояние от центра частицы до границы h много меньше длины волны. Геометрия задачи иллюстрируется на рис. 1.

Введем обозначения для точки $\mathbf{r} = (x, y, z)$ и ее зеркального изображения $\mathbf{r}_i = (x, y, -z)$. Рассмотрим функцию φ_0 , которая описывает решение задачи рассеяния на границе в отсутствие частицы $\varphi_0(\mathbf{r}) = \varphi_{in}(\mathbf{r}) + \varphi_{in}(\mathbf{r}_i)$.

Рассеянное поле φ^s удовлетворяет уравнению Гельмгольца и следующим граничным условиям:

$$\nabla^2 \varphi^s(\mathbf{r}) + k^2 \varphi^s(\mathbf{r}) = 0, \quad (\mathbf{n} \nabla) \varphi^s + (\mathbf{n} \nabla) \varphi_0 = (\mathbf{n} \mathbf{u}), \quad (1)$$

$$\mathbf{r} \in S_p, \quad (\mathbf{n} \nabla) \varphi^s = 0, \quad \mathbf{r} \in S_g,$$

здесь $\mathbf{u}$ — скорость центра масс частицы, а $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль как по отношению к частице, так и нижней среде.

Уравнение Гельмгольца может быть записано в интегральном виде

$$\varphi^s(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_p + S_g} \left\{ \varphi^s(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \varphi^s(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right\} dS', \quad (2)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — функция Грина. Выбор функции Грина, удовлетворяющей граничному условию на S_g ($z = 0$),

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{ikR}}{R} + \frac{e^{ikR_i}}{R_i},$$

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2},$$

$$R_i = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z + z')^2}$$

приводит к тому, что интегрирование в формуле (2) осуществляется только по поверхности частицы.

Поскольку $\varphi_0(\mathbf{r})$ также удовлетворяет этому интегральному уравнению, то для полного поля $\varphi^T(\mathbf{r}) = \varphi_0(\mathbf{r}) + \varphi^s(\mathbf{r})$ имеем:

$$\varphi^T(\mathbf{r}) = \varphi_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \varphi^T(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \left[\frac{e^{ikR}}{R} + \frac{e^{ikR_i}}{R_i} \right] - \left[\frac{e^{ikR}}{R} + \frac{e^{ikR_i}}{R_i} \right] \frac{\partial \varphi^T(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right\} dS'. \quad (3)$$

При нахождении решения в длинноволновом приближении мы будем использовать методику, предложенную в работе [15]. Представим низкочастотное разложение входящих в формулу (3) величин в виде:

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ikR_p)^n}{n!} \varphi_{0n}(\mathbf{r}), \quad (4)$$

$$\varphi^T(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ikR_p)^n}{n!} \varphi_n^T(\mathbf{r}), \quad \mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ikR_p)^n}{n!} \mathbf{u}_n(\mathbf{r}).$$

Если $\varphi_{in}(\mathbf{r})$ — плоская волна $\varphi_{in}(\mathbf{r}) = \varphi_m \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r}) - i\omega t]$, распространяющаяся в направлении $\mathbf{e}_k = \mathbf{k}/k$,

то $\varphi_{0n}(\mathbf{r})/\varphi_m = [(\mathbf{e}_k \mathbf{r}) R_p^{-1}]^n + [(\mathbf{e}_k \mathbf{r}_i) R_p^{-1}]^n$. В сферической системе координат, связанной с центром частицы, $\mathbf{e}_k = (\sin \theta_{in} \cos \alpha_{in}, \sin \theta_{in} \sin \alpha_{in}, \cos \theta_{in})$.

Подставляя разложение функции Грина, получаем уравнения для искомых величин

$$\varphi_n^T(\mathbf{r}) = \varphi_{0n}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} \frac{1}{R_p^l} \times$$

$$\times \int_{S_p} \left\{ \varphi_{n-l}^T(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n'} [R^{l-1} + R_i^{l-1}] - [R^{l-1} + R_i^{l-1}] (\mathbf{u}_{n-l} \mathbf{n}') \right\} dS'. \quad (5)$$

Это уравнение выражает n -й член разложения в терминах всех предыдущих, включая n -й. Однако преимущество данной записи состоит в том, что член в правой части, содержащий φ_n^T , является потенциальной функцией — решением уравнения Лапласа [15]. Следовательно, искомое решение может быть представлено в виде

$$\varphi_n^T(\mathbf{r}) = F_n(\mathbf{r}) + \phi_n(\mathbf{r}),$$

$$F_n(\mathbf{r}) = \varphi_{0n}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \frac{1}{R_p^l} \times$$

$$\times \int_{S_p} \left\{ \varphi_{n-l}^T(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n'} [R^{l-1} + R_i^{l-1}] - [R^{l-1} + R_i^{l-1}] (\mathbf{u}_{n-l} \mathbf{n}') \right\} dS', \quad (6)$$

$$\phi_n(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_p} \varphi_n^T(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R_i} \right] dS',$$

$$\binom{n}{l} = \frac{n!}{l!(n-l)!}.$$

Таким образом, если известны $\varphi_m^T(\mathbf{r})$ для $m = 0, 1, \dots, (n-1)$, то нахождение $\varphi_n^T(\mathbf{r})$ сводится к решению следующей граничной задачи для ϕ_n :

$$\nabla^2 \phi_n(\mathbf{r}) = 0, \quad \frac{\partial \phi_n}{\partial n'} + \frac{\partial F_n}{\partial n'} = (\mathbf{u}_n \mathbf{n}), \quad (7)$$

$$\mathbf{r} \in S_p, \quad \frac{\partial \phi_n}{\partial n'} = 0, \quad \mathbf{r} \in S_g.$$

Первые члены разложения имеют следующий вид:

$$F_0 = \varphi_{00} = 2\varphi_m, \quad \phi_0(\mathbf{r}) = 0,$$

$$\mathbf{u}_0 = 0, \quad \varphi_0^T = F_0 + \phi_0 = 2\varphi_m, \quad (8)$$

$$F_1 = \varphi_{01} = 2\varphi_m [\sin \theta \sin \theta_{in} \cos(\alpha - \alpha_{in}) \times$$

$$\times (r/R_p) + \cos \theta \cos \theta_{in} (h/R_p)].$$

Описание рэлеевского рассеяния на твердой частице, расположенной вблизи межфазной границы, сводится, таким образом, к решению следующей краевой задачи:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi_1(\mathbf{r}) = 0, \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \Big|_{r=R_p} &= -2 \left(\frac{\Phi_m}{R_p} \right) \sin \theta \times \\ &\times \sin \theta_{\text{in}} \cos(\alpha - \alpha_{\text{in}}) + (\mathbf{u}_1 \mathbf{n}), \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Направление оси x можно выбрать вдоль проекции волнового вектора, так что $\alpha_{\text{in}} = 0$.

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Следуя [16], мы ищем решение в виде суммы потенциалов, центрированных на частице и ее зеркальном изображении

$$\phi_1 = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l (a_{lm} R_p^{l+1} I_{lm}(\mathbf{r}_1) + b_{lm} R_p^{l+1} I_{lm}(\mathbf{r}_2)), \quad (10)$$

$$I_{lm}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \frac{Y_{lm}(\theta, \alpha)}{r^{l+1}}, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + 2h\mathbf{e}_z,$$

здесь Y_{lm} — сферические функции, I_{lm} — иррегулярные пространственные гармоники. Для того чтобы удовлетворить граничным условиям при $z = 0$, необходимо выполнение условий $b_{lm} = (-1)^{l+m} a_{lm}$.

Для выполнения граничных условий на поверхности частицы, необходимо преобразовать пространственные гармоники, центрированные на зеркальном изображении, к координатам, центрированным на частице. Теорема сложения [17] обеспечивает эту связь

$$\begin{aligned} I_{lm}(\mathbf{r}_1 + 2h\mathbf{e}_z) &= \sum_{\lambda=|m|}^{\infty} (-1)^{\lambda+m} \sqrt{\frac{4\pi}{2\lambda+1}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(l+\lambda)!(l+\lambda)!}{(l+m)!(l-m)!(\lambda-m)!(\lambda+m)!}} \times \\ &\times \frac{r_1^\lambda}{(2h)^{l+\lambda+1}} Y_{\lambda m}(\theta, \alpha). \end{aligned} \quad (11)$$

Потенциал первого приближения принимает при этом вид

$$\begin{aligned} \phi_1(r, \theta, \alpha) &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} \left[\left(\frac{R_p}{r_1} \right)^{l+1} Y_{lm}(\theta, \alpha) + \right. \\ &\left. + \sum_{\lambda=|m|}^{\infty} (-1)^{\lambda+l} \sqrt{\frac{2l+1}{2\lambda+1}} \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \sqrt{\frac{(l+\lambda)!(l+\lambda)!}{(l+m)!(l-m)!(\lambda-m)!(\lambda+m)!}} \times \\ &\times \frac{r_1^\lambda R_p^{l+1}}{(2h)^{l+\lambda+1}} Y_{\lambda m}(\theta, \alpha) \Big], \end{aligned} \quad (12)$$

где мы сохранили обозначение a_{lm} для перенормированных коэффициентов разложения $a_{lm} \sqrt{4\pi / (2l+1)} \rightarrow a_{lm}$. Подстановка (12) в кинематическое граничное условие (9) и проектирование на Y_{LM}^* дают

$$\begin{aligned} a_{LM} - \frac{L}{L+1} \sum_{l=|M|}^{\infty} a_{lm} (-1)^{l+L} \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^{l+L+1} \times \\ \times \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+M)!(l-M)!(L-M)!(L+M)!}} = \\ = -\frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \left[\Phi_0 \sin \theta_{\text{in}} - u_{1x} R_p \right] \times \\ \times \delta_{L1} (\delta_{M1} - \delta_{M-1}). \end{aligned} \quad (13)$$

Вид правой части определяет наличие только $M = \pm 1$.

Степенная зависимость коэффициентов от параметра $\epsilon = (R_p / 2h)$ позволяет, следуя [16], искать решение в виде

$$\begin{aligned} a_{L1} &= \frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \left[\sin \theta_{\text{in}} \Phi_0 - u_{1x} R_p \right] \times \\ &\times \left(\frac{R_p}{2h} \right)^{L-1} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{Lk} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^k, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{Lk} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^k - L \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+L} \frac{1}{l+1} \times \\ &\times \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+1)!(l-1)!(L-1)!(L+1)!}} \times \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{lm} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^{2l+1+m} = -\delta_{L1}. \end{aligned}$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях μ , получаем:

$$\begin{aligned} \alpha_{Lk} - L \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+L} \frac{1}{(l+1)} \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \times \\ \times \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+1)!(l-1)!(L-1)!(L+1)!}} \times \\ \times \alpha_{l(k-2l-1)} = -\delta_{L1} \delta_{k0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Как отмечено в [16], получаемые соотношения представляет собой, по существу, рекуррентные формулы, позволяющие найти решение в явном виде:

$$\alpha_{10} = -1, \alpha_{L0} = 0 \ (L = 2, 3, \dots), \alpha_{L1} = 0, \alpha_{L2} = 0,$$

$$\begin{aligned} \alpha_{L3} &= L \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+L} \frac{1}{(l+1)} \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+1)!(l-1)!(L-1)!(L+1)!}} \alpha_{l(3-2l-1)} = \\ &= L(-1)^{1+L} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2L+1}} \sqrt{\frac{(1+L)!}{2(L-1)!}} \alpha_{10} = \\ &= L(-1)^L \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2L+1}} \sqrt{\frac{(1+L)!}{2(L-1)!}}, \\ \alpha_{13} &= -(1/2), \alpha_{23} = \frac{3}{\sqrt{5}}, \alpha_{L4} = 0, \alpha_{L5} = 0, \\ \alpha_{L6} &= L \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+L} \frac{1}{(l+1)} \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+1)!(l-1)!(L-1)!(L+1)!}} \alpha_{l(6-2l-1)} = \\ &= L(-1)^{1+L} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2L+1}} \sqrt{\frac{(1+L)!}{2(L-1)!}} \alpha_{13} = \\ &= -\alpha_{L3} \alpha_{13} = \alpha_{L3} / 2, \alpha_{L7} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{L8} &= L \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+L} \frac{1}{(l+1)} \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+1)!(l-1)!(L-1)!(L+1)!}} \alpha_{l(8-2l-1)} = \\ &= (-1)^L \frac{L(2+L)}{3} \sqrt{\frac{5}{2L+1}} \sqrt{\frac{(1+L)!}{3!(L-1)!}} \alpha_{23} = \\ &= (-1)^L L(2+L) \sqrt{\frac{(1+L)!}{3!(2L+1)(L-1)!}}, \\ \alpha_{L9} &= L \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+L} \frac{1}{(l+1)} \sqrt{\frac{2l+1}{2L+1}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{(l+L)!(l+L)!}{(l+1)!(l-1)!(L-1)!(L+1)!}} \alpha_{l(9-2l-1)} = \\ &= L(-1)^{1+L} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2L+1}} \sqrt{\frac{(1+L)!}{2(L-1)!}} \alpha_{16} = \\ &= -\alpha_{L3} \alpha_{16} = \alpha_{L3} / 4. \end{aligned}$$

Точность представления решения определяется степенью параметра $\varepsilon = (R_p / 2h) > (1/2)$. Так, точность в два порядка обеспечивается учетом членов до $\varepsilon^7 \approx 0.01$. С этой точностью решение имеет вид:

$$\begin{aligned} \phi_1(r, \theta, \alpha) &= \sum_{l=1}^5 a_{l1} \left[\left(\frac{R_p}{r_1} \right)^{l+1} (Y_{l1}(\theta_1, \alpha) + Y_{l1}^*(\theta_1, \alpha)) + \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{l+1} \left(\frac{R_p}{r_2} \right)^{l+1} (Y_{l1}(\theta_2, \alpha) + Y_{l1}^*(\theta_2, \alpha)) \right], \\ a_{11} &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} [-2 \sin \theta_{in} \Phi_m + u_{1x} R_p] \times \\ &\times \left(\alpha_{10} + \alpha_{13} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^3 + \alpha_{16} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^6 \right) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \times \\ &\times [2 \sin \theta_{in} \Phi_m - u_{1x} R_p] \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^6 \right), \\ a_{21} &= -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} [-2 \sin \theta_{in} \Phi_m + u_{1x} R_p] \times \\ &\times \left(\alpha_{23} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^4 + \alpha_{26} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^7 \right) = \sqrt{\frac{2\pi}{3 \cdot 5}} \times \\ &\times [2 \sin \theta_{in} \Phi_m - u_{1x} R_p] \left(\left(\frac{R_p}{2h} \right)^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^7 \right), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} a_{31} &= -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} [-2 \sin \theta_{in} \Phi_m + u_{1x} R_p] \times \\ &\times \left(\alpha_{33} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^5 + \alpha_{36} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^8 \right) = \frac{9}{8} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \times \\ &\times [2 \sin \theta_{in} \Phi_m - u_{1x} R_p] \left(-\sqrt{\frac{2}{7}} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^5 - \sqrt{\frac{7}{13}} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^8 \right), \\ a_{41} &= -\frac{1}{5} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} [-2 \sin \theta_{in} \Phi_m + u_{1x} R_p] \alpha_{43} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^6 = \\ &= \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} [2 \sin \theta_{in} \Phi_m - u_{1x} R_p] \left(\frac{R_p}{2h} \right)^6, \\ a_{51} &= -\frac{1}{6} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} [-2 \sin \theta_{in} \Phi_m + u_{1x} R_p] \alpha_{53} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^7 = \\ &= -\frac{5}{4} \sqrt{\frac{2\pi \cdot 5}{3 \cdot 11}} [2 \sin \theta_{in} \Phi_m - u_{1x} R_p] \left(\frac{R_p}{2h} \right)^7. \end{aligned}$$

Следующим шагом является нахождение скорости колебательного движения центра частицы.

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ЧАСТИЦЫ

Скорость центра частицы определяется из условия баланса инерционных сил и давления, действующего на поверхность частицы, которое в линейном по волновому числу приближении сводится к

$$\rho_p \frac{4\pi R_p^3}{3} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = - \int_{S_p} p \mathbf{n}' dS', \quad (18)$$

$$\rho_p \frac{4\pi R_p^3}{3} \mathbf{u}_1 = \rho_w \int_{S_p} (F_1(\mathbf{r}') + \phi_1(\mathbf{r}')) \mathbf{n}' dS',$$

здесь ρ_p – плотность частицы, а ρ_w – плотность жидкости. В линейном приближении частица может совершать колебания только параллельно поверхности границы, вдоль направления падающей волны. Условие непроницаемости границы приводит к обращению в нуль линейной (по параметру $kR_p \ll 1$) нормальной компоненты скорости. Нормальная компонента появляется при учете следующего порядка теории возмущений по параметру ($kR_p \ll 1$). Вычисление поверхностного интеграла приводит к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \rho_p \frac{4\pi R_p^3}{3} u_{1x} &= \rho_w R_p^2 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta' d\theta' d\alpha' \times \\ &\times (F_1(\theta', \alpha') + \phi_1(\theta', \alpha')) \sin \theta' \cos \alpha', \\ \rho_w R_p^2 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta' d\theta' d\alpha' F_1(\theta', \alpha') \sin \theta' \times \\ &\times \cos \alpha' = \rho_w \frac{4\pi}{3} R_p^2 \phi_m 2 \sin \theta_{in}, \\ \rho_w R_p^2 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin \theta' d\theta' d\alpha' \phi_1(\theta', \alpha') \sin \theta' \cos \alpha' &= \\ = \rho_w R_p^2 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{8\pi}{3}} \left\{ a_{11} \left(1 + \left(\frac{R_p}{2h} \right)^3 \right) + \sum_{l=2}^{\infty} a_{1l} (-1)^{l+1} \times \right. \\ &\times \left. \sqrt{\frac{2l+1}{3}} \sqrt{\frac{(l+1)!}{2(l-1)!}} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^{l+2} \right\}, \\ \rho_p u_{1x} &= \rho_w \left\{ \phi_m R_p^{-1} 2 \sin \theta_{in} - \right. \\ &\left. - [\phi_m R_p^{-1} 2 \sin \theta_{in} - u_{1x}] \left(-\frac{1}{2} + M \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{R_p}{2h} \right)^3 \right] \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{1k} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^k + \sum_{l=2}^{\infty} \frac{(-1)^{l+1}}{l+1} \times \\ &\times \sqrt{\frac{2l+1}{3}} \sqrt{\frac{(l+1)!}{2(l-1)!}} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^{2l+1} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{lk} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^k \approx \\ &\approx -\frac{3}{4} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^3 - \frac{3}{8} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^6, \end{aligned}$$

$$u_{1x} = \phi_m R_p^{-1} 2 \sin \theta_{in} \frac{\rho_w (3 - 2M)}{2\rho_p + \rho_w (1 - 2M)},$$

$$u_x = v_x^{(0)} \frac{\rho_w (3 - 2M)}{2\rho_p + \rho_w (1 - 2M)}, \quad (19)$$

здесь $v_x^{(0)} = 2ik_x \phi_m$ – скорость, наведенная падающей и отраженной от границы раздела волнами в точке, совпадающей с центром частицы, но в отсутствие самой частицы. При увеличении расстояния до границы $M \rightarrow 0$ выражение для скорости переходит в известную формулу для свободной частицы.

ПОЛЕ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ – АМПЛИТУДА РАССЕЯНИЯ

Поведение рассеянного поля в дальней зоне $kr \gg 1$ удобно описывать в терминах амплитуды рассеяния: $\phi^s/\phi_0 \approx f(\theta, \alpha)(e^{ikr}/r)$. Используя представление для рассеянного поля (2) и асимптотику для функции Грина ($e^{ikR}/R + (e^{ikR_i}/R_i) \approx (e^{ikR}/r)[e^{-ik(\mathbf{e}, \mathbf{r}') + e^{-ik(\mathbf{e}, \mathbf{r}_i')}]$), получаем

$$\begin{aligned} f(\theta, \alpha) &= \frac{1}{4\pi\phi_0} \int_{S_p} \left\{ \phi^T(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n'} [e^{-ik(\mathbf{e}, \mathbf{r}')} + \right. \\ &+ e^{-ik(\mathbf{e}, \mathbf{r}_i')}] - [e^{-ik(\mathbf{e}, \mathbf{r}')} + e^{-ik(\mathbf{e}, \mathbf{r}_i')}] (\mathbf{u} \mathbf{n}') \left. \right\} dS'. \end{aligned} \quad (20)$$

Подставляя в это выражение низкочастотное разложение для потенциала (4) и компонент функции Грина, получаем

$$\begin{aligned} f(\theta, \alpha) &= \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(ikR_p)^l}{l!} \sum_{m=1}^l (-1)^m \frac{l!}{(l-m)!m!} \frac{1}{4\pi\phi_0} \times \\ &\times \int_{S_p} \left\{ -[(\mathbf{e}, \mathbf{r}'/R_p)^m + (\mathbf{e}, \mathbf{r}_i'/R_p)^m] (\mathbf{u}_{l-m} \mathbf{n}') + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial n'} [(\mathbf{e}, \mathbf{r}'/R_p)^m + (\mathbf{e}, \mathbf{r}_i'/R_p)^m] \times \\ &\times [F_{l-m}(\mathbf{r}') + \phi_{l-m}(\mathbf{r}')] \left. \right\} dS'. \end{aligned} \quad (21)$$

Первый член разложения $l = 1, m = 1$ не дает вклада. Для членов второго порядка ($l = 2$) имеем:

$$f_2(\theta, \alpha) = -\frac{(kR_p)^2}{4\pi\varphi_0} \int_{S_p} [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p) + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)] \times \\ \times (\mathbf{u}_1 \mathbf{n}') - \frac{\partial}{\partial n'} [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p) + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)] \times \\ \times [F_1(\mathbf{r}') + \phi_1(\mathbf{r}')] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial n'} [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p)^2 + \\ + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)^2] F_0(\mathbf{r}') \} dS'. \quad (22)$$

Вычисление отдельных членов, входящих в это выражение, приводит к следующим результатам:

$$f_2^{(1)}(\theta, \alpha) = -\frac{(kR_p)^2}{4\pi\varphi_0} \int_{S_p} dS' \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial n'} \times \\ \times [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p)^2 + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)^2] F_0(\mathbf{r}') = \\ = -\frac{k^2 R_p^3}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} d\alpha' 2(\mathbf{e}_r \mathbf{n}')^2 = -k^2 R_p^3 \frac{2}{3}. \quad (23)$$

Данное слагаемое связано с монопольным источником в центре частицы, который учитывает сжимаемость окружающей частицу среды (во втором порядке по волновому числу), вызванной падающим полем. При описании этого вклада можно учесть сжимаемости материала частицы, что приведет к появлению множителя $(1 - c_w^2 \rho_w / c_p^2 \rho_p)$.

Вычисление вклада слагаемого, связанного с колебательной скоростью частицы, дает:

$$f_2^{(2)}(\theta, \alpha) = -\frac{(kR_p)^2}{4\pi\varphi_0} \int_{S_p} [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p) + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)] \times \\ \times (\mathbf{u}_1 \mathbf{n}') dS' = -\frac{k^2 R_p^4}{4\pi\varphi_0} \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} d\alpha' 2(\mathbf{e}_r \mathbf{n}') \times \\ \times (\mathbf{u}_1 \mathbf{n}') = -k^2 R_p^3 \frac{2R_p}{3\varphi_0} (\mathbf{e}_r \mathbf{u}_1). \quad (24)$$

Этот вклад обусловлен дипольным источником в центре частицы, который учитывает колебательные смещения центра. Однако поскольку для излучения важна относительная скорость (по отношению к среде), то физический смысл имеет сумма с приведенным ниже слагаемым:

$$f_2^{(3a)}(\theta, \alpha) = \frac{(kR_p)^2}{4\pi\varphi_0} \int_{S_p} \frac{\partial}{\partial n'} [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p) + \\ + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)] F_1(\mathbf{r}') dS' = \frac{k^2 R_p^3}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\alpha' \sin \theta' \sin \theta_{in} \cos(\alpha') 2(\mathbf{e}_r \mathbf{n}') = k^2 R_p^3 \frac{2(\mathbf{e}_r \mathbf{e}_{k_\perp})}{3}, \quad (25)$$

здесь $\mathbf{e}_{k_\perp} = \mathbf{k}_\perp / k = (\sin \theta_{in}, 0, 0)$. Это слагаемое связано с дипольным источником в центре частицы, который учитывает колебательные смещения среды, вызванные падающей волной.

Вычисление вклада, связанного с рассеянным полем, наиболее громоздко:

$$f_2^{(3b)}(\theta, \alpha) = \frac{(kR_p)^2}{4\pi\varphi_0} \int_{S_p} \frac{\partial}{\partial n'} [(\mathbf{e}_r \mathbf{r}' / R_p) + \\ + (\mathbf{e}_r \mathbf{r}'_i / R_p)] \phi_1(\mathbf{r}') dS' = \frac{k^2 R_p^3}{4\pi\varphi_0} \times \\ \times \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} d\alpha' 2[\sin \theta \sin \theta' \cos(\alpha - \alpha') + \\ + \cos \theta \cos \theta' + (h / R_p) \cos \theta'] \times \\ \times \left\{ \sum_{l=1}^\infty a_{l1} \left[Y_{l1}(\theta', \alpha') + \sum_{\lambda=1}^\infty (-1)^{\lambda+l} \sqrt{\frac{2l+1}{2\lambda+1}} \times \right. \right. \\ \times \sqrt{\frac{(l+\lambda)!(l-\lambda)!}{(l+1)!(l-1)!(\lambda-1)!(\lambda+1)!}} \times \\ \times \left. \frac{R_p^{l+\lambda+1}}{(2h)^{l+\lambda+1}} Y_{\lambda 1}(\theta', \alpha') \right] + \\ + \sum_{l=1}^\infty a_{l-1} \left[Y_{l-1}(\theta', \alpha') + \sum_{\lambda=1}^\infty (-1)^{\lambda+l} \sqrt{\frac{2l+1}{2\lambda+1}} \times \right. \\ \times \sqrt{\frac{(l+\lambda)!(l-\lambda)!}{(l+1)!(l-1)!(\lambda-1)!(\lambda+1)!}} \times \\ \times \left. \frac{R_p^{l+\lambda+1}}{(2h)^{l+\lambda+1}} Y_{\lambda-1}(\theta', \alpha') \right] \Big\} = \\ = -k^2 R_p^3 \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{\frac{2}{3}} 2 \sin \theta \cos \alpha \frac{1}{\varphi_0} \times \\ \times \left\{ a_{11} + \sum_{l=1}^\infty (-1)^{l+1} a_{l1} \sqrt{\frac{2l+1}{3}} \sqrt{\frac{(l+1)!}{(l-1)!2}} \frac{R_p^{l+2}}{(2h)^{l+2}} \right\} = \\ = -k^2 R_p^3 \frac{2}{3} \sin \theta \cos \alpha [\sin \theta_{in} - u_{1x} R_p / \varphi_0] \times \\ \times \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=0}^\infty \alpha_{1k} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^k + \sum_{l=1}^\infty (-1)^{l+1} \frac{1}{(l+1)} \sqrt{\frac{2l+1}{3}} \times \right. \\ \times \sqrt{\frac{(l+1)!}{(l-1)!2}} \frac{R_p^{2l+1}}{(2h)^{2l+1}} \sum_{k=0}^\infty \alpha_{lk} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^k \Big\} = \\ = \frac{2}{3} \left[(\mathbf{e}_r \mathbf{e}_{k_\perp}) - \frac{R_p}{\varphi_0} (\mathbf{e}_r \mathbf{u}_1) \right] \left(\frac{1}{2} - M \right). \quad (26)$$

При вычислении вклада $\phi_1(\mathbf{r}')$ мы воспользуемся тем, что

$$a_{l1} = -a_{l-1},$$

$$\sin \theta' \cos \alpha' = \sqrt{2\pi/3} [Y_{1-1}^*(\theta', \alpha') - Y_{11}^*(\theta', \alpha')],$$

$$\sin \theta' \sin \alpha' = i\sqrt{2\pi/3} [-Y_{1-1}^*(\theta', \alpha') - Y_{11}^*(\theta', \alpha')].$$

Суммируя вклады отдельных слагаемых, получаем

$$\begin{aligned} f_2(\theta, \alpha) = & -k^2 R_p^3 \frac{2}{3} - k^2 R_p^3 \frac{2R_p}{3\phi_0} (\mathbf{e}_r \mathbf{u}_1) + \\ & + k^2 R_p^3 \frac{2(\mathbf{e}_r \mathbf{e}_{k_\perp})}{3} + k^2 R_p^3 \frac{2}{3} \times \\ & \times \left[(\mathbf{e}_r \mathbf{e}_{k_\perp}) - \frac{R_p}{\phi_0} (\mathbf{e}_r \mathbf{u}_1) \right] \left(\frac{1}{2} - M \right) = \\ = & 2k^2 R_p^3 \left[-\frac{1}{3} + (\mathbf{e}_r \mathbf{e}_{k_\perp}) \frac{(\rho_p - \rho_w)[1 - (2/3)M]}{2\rho_p + \rho_w(1 - 2M)} \right], \\ M \approx & -\frac{3}{4} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^3 - \frac{3}{8} \left(\frac{R_p}{2h} \right)^6. \end{aligned} \quad (27)$$

Амплитуда рассеяния определяется вкладом монопольного и дипольных источников. При удалении частицы от поверхности ($M \rightarrow 0$), это выражение совпадает с удвоенной амплитудой рассеяния на свободной частице — наличие жесткой границы приводит к наличию рассеянного поля только в верхнем полупространстве. Интенсивность монопольного источника не зависит от расстояния до границы только в рассмотренном низшем порядке по параметру $k(R_p, h) \ll 1$.

ОБСУЖДЕНИЕ

Представленные выше результаты относятся к простейшему случаю твердой частицы, расположенной вблизи непроницаемой границы. Необходимые предпосылки для обобщения на общий случай упругой частицы, расположенной вблизи границы двух упругих сред, имеются. Найдена низкочастотная асимптотика функции Грина для двух упругих полупространств [18]. Развитые в данном исследовании приближенные методы пригодны для описания общей задачи, но требуют гораздо более громоздких вычислений.

Важным обобщением является анализ рэлеевского рассеяния на частицах со смещенным центром масс, в частности, на “Янус” частицах [19–21]. Новым физическим эффектом при этом является возбуждение вращательных степеней свободы. При описании рассеяния на несферических частицах актуальным становится применение численных методов решения. Наряду с использованием

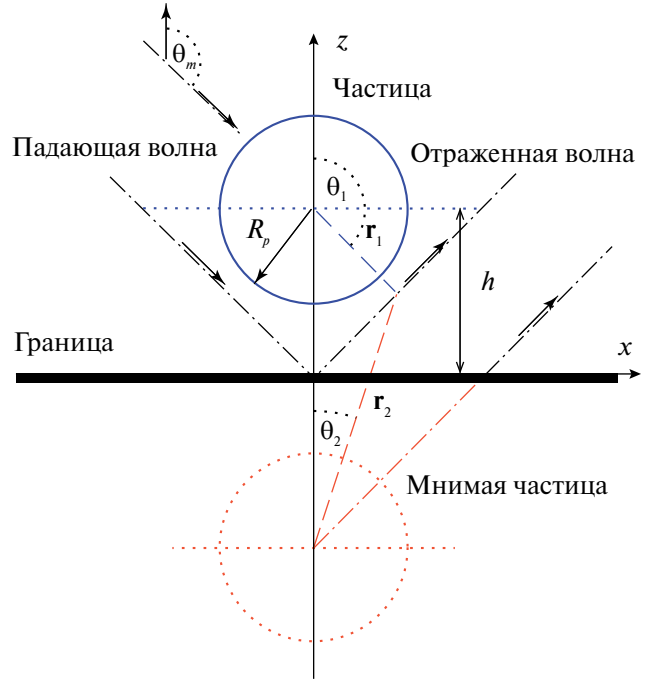


Рис. 1. Иллюстрация геометрии задачи: падающая волна распространяется в направлении волнового вектора $\mathbf{k} / k = (\sin \theta_{\text{in}}, 0, \cos \theta_{\text{in}})$ и рассеивается на частице радиуса R_p , расположенной на расстоянии h от границы непроницаемой среды. Мнимая частица используется для описания взаимодействия с границей. Сферические системы координат, центрированные на частице и ее зеркальном изображении $\mathbf{r}_1 = (r_1, \theta_1, \alpha)$, $\mathbf{r}_2 = (r_2, \theta_2, \alpha)$, $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + 2h\mathbf{e}_z$, используются при построении потенциального решения краевой задачи.

традиционного метода T -матриц [22] возможно применение альтернативных подходов: метода диаграммных уравнений [23] или метода дискретных источников [24].

В условиях, когда диссипативные процессы не существенны, решение линейной задачи позволяет описать ряд нелинейных (квадратичных) эффектов, в частности, силу радиационного давления на частицу. Нахождение этой силы сводится к вычислению интеграла по поверхности частицы от билинейной комбинации решений линейной задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для жесткой частицы, расположенной вблизи непроницаемой границы, дано аналитическое описание рэлеевского рассеяния. Потенциал вблизи частицы описывается суммой мультиполей, центрированных на частице и ее зеркальном изображении. Интенсивность мультиполей определяется отношением радиуса частицы к расстоянию до межфазной поверхности. Амплитуда рассеяния,

характеризующая поле в дальней зоне, имеет такую же зависимость от волнового числа, как и при рассеянии на свободной частице, и состоит из вкладов монопольной и дипольной составляющих. От расположения частицы зависит только дипольная компонента. Колебательная скорость центра частицы зависит от расстояния до границы посредством эффективной инерционной массы жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максимов А.О., Половинка Ю.А. Пульсации газового включения вблизи межфазной поверхности // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 30–37. <https://doi.org/10.7868/S0320791916060095>
2. Максимов А.О., Половинка Ю.А. Акустические проявления газового включения, расположенного вблизи межфазной поверхности // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 22–32. <https://doi.org/10.7868/S0320791918010136>
3. Gaunaurd G.C., Huang H. Acoustic scattering by a spherical body near a plane boundary // J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 96. № 4. P. 2526–2536. <https://doi.org/10.1121/1.410126>
4. Gaunaurd G.C., Huang H. Sound scattering by a spherical object near a hard flat bottom // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1996. V. 43. № 4. P. 690–700. <https://doi.org/10.1109/58.503731>
5. Шендеров Е.Л. Дифракция звука на упругой импедансной сфере, расположенной вблизи импедансной или упругой границы полупространства // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 5. С. 684–694. <https://doi.org/10.1134/1.1507206>
6. Григорьева Н.С., Куприянов М.С., Михайлова Д.А., Островский Д.Б. Рассеяние звуковых волн на сферическом рассеивателе, находящемся вблизи ледовой поверхности // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 10–23. <https://doi.org/10.7868/S0320791916010044>
7. Zhang P., Bachman H., Ozcelik A., Huang T.G. Acoustic microfluidics // Annual Review of Analytical Chemistry. 2020. V. 13. P. 17–43. <https://doi.org/10.1146/annurev-anchem-090919-102205>
8. Friend J., Yeo L.Y. Microscale acoustofluidics: Microfluidics driven via acoustics and ultrasonics // Rev. Modern. Phys. 2011. V. 83. No 2. P. 647–687. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.647>
9. Birkin P.R., Offin D.G., Leighton T.G. An activated fluid stream – New techniques for cold water cleaning // Ultrason. Sonochem. 2016. V. 29. P. 612–618. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2015.10.001>
10. Godin O.A. Rayleigh scattering of spherical sound wave // J. Acoust. Soc. Am. 2012. V. 133. № 2. P. 709–720. <https://doi.org/10.1121/1.4774277>
11. Гусев В.А., Руденко О.В. Поля радиационных сил и акустические течения в жидком слое на твердом полупространстве // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 166–181.
12. Maksimov A. Radiation force on a bubble located near an interface // J. Acoust. Soc. Am. 2022. V. 151. № 3. P. 1464–1475. <https://doi.org/10.1121/10.0009673>
13. Викулова Т.С., Диденкулов И.Н., Кулинич В.В., Прончатов-Рубцов Н.В., Сахаров Д.В. Пузырьки в проточном акустическом резонаторе // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 1. С. 7–12. <https://doi.org/10.31857/S032079192270006X>
14. Simon B.E., Hamilton M.F. Analytical solution for acoustic radiation force on a sphere near a planar boundary // J. Acoust. Soc. Am. 2023. V. 153. № 1. P. 627–642. <https://doi.org/10.1121/10.0016885>
15. Dassios G., Kleinman R. Half space scattering problems at low frequencies // J. Appl. Math. 1999. V. 62. № 1. P. 61–79. <https://doi.org/10.1093/imamat/62.1.61>
16. Doinikov A.A., Bouakaz A. Interaction of an ultrasound-activated contrast microbubble with a wall at arbitrary separation distances // Phys. Med. Biol. 2015. V. 60. № 20. P. 7909–7925. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/60/20/7909>
17. Gruzan O.R. Translation addition theorems for spherical vector wave functions // Quart. Appl. Math. 1962. V. 20. № 1. P. 33–40. <https://doi.org/10.1090/qam/132851>
18. Maksimov A. Near field of the half-space Green's function // J. Theoretical and Computational Acoustics. 2022. V. 30. № 4. Article Number 2150019. <https://doi.org/10.1142/S2591728521500195>
19. Диденкулов И.Н., Сагачева А.А. Распространение звука в суспензии частиц с вращательной степенью свободы // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 16–19. <https://doi.org/10.31857/S0320791919060029>
20. Крысанов Д.В., Кюркчан А.Г., Маненков С.А. Два подхода к решению задачи дифракции на сфере Януса // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 2. С. 126–137. <https://doi.org/10.31857/S0320791921020027>
21. Hawkins S.C., Rother T., Wauer J. A numerical study of acoustic scattering by Janus spheres // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. № 6. P. 4097–4105. <https://doi.org/10.1121/10.0001472>
22. Majić M. Relationships between spherical and bi-spherical harmonics, and an electrostatic T-matrix for dimers // J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2021. V. 276. Article Number 107945. <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2021.107945>
23. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. Рассеяние волн телом, расположенном в однородном полупространстве // Докл. Акад. наук. 1997. Т. 357. № 1. С. 40–43.
24. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. Дифракция поля точечного источника на компактном препятствии в непрерывно-слоистом волноводе // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 526–533.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СОТОВЫХ ЗПК ПРИ ВЫСОКИХ УРОВНЯХ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С ПОТОКОМ

© 2024 г. В. В. Башкатов^а, Н. Н. Остриков^{а, *}

^аФАУ “ЦАГИ”, Акустическое отделение, Москва, Россия

*e-mail: aeroacoustics@tsagi.ru

Поступила в редакцию 19.04.2023 г.

После доработки 17.05.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Рассмотрена задача о распространении звука в цилиндрическом канале с однородным потоком при наличии нелинейных импедансных граничных условий, проистекающих из зависимости импеданса сотовых звукопоглощающих конструкций (ЗПК) от уровня звукового давления. Построена итерационная процедура решения указанной задачи, в которой распространение звука описывается асимптотическим решением задачи о распространении звуковых мод в цилиндрическом канале с однородным потоком при плавно-неоднородном импедансе стенок в осевом направлении, а нелинейный режим работы ЗПК — на основе полуэмпирической модели двухслойной сотовой ЗПК. Показано, что построенный итерационный алгоритм сходится в рамках границ применимости асимптотического решения и расходится за их пределами. Показано, что при тех параметрах, при которых проводились расчеты, нелинейный эффект работы ЗПК приводит к увеличению затухания звука по сравнению с линейным решением аналогичной задачи, причем этот эффект оказывается более сильным при распространении звука по потоку, чем при распространении против потока.

Ключевые слова: звукопоглощающие конструкции (ЗПК), нелинейный эффект работы сотовых ЗПК, распространение звука в каналах

DOI: 10.31857/S0320791924010027 EDN: ZPLJCO

ВВЕДЕНИЕ

Уровень звукового давления вблизи вентилятора современного авиадвигателя может достигать 160 дБ на максимальных режимах работы. В этих условиях сотовые звукопоглощающие конструкции (ЗПК), устанавливаемые на стенках каналов двигателя для снижения шума, работают на нелинейном режиме, который проявляется в зависимости импеданса от уровня звукового давления. Данный эффект возникает на высоких уровнях звукового давления, при которых внутри отверстий перфорированных листов сотовых ЗПК реализуется достаточно высокая скорость колебательного движения среды. В результате из-за условий прилипания на стенках имеет место рождение интенсивной завихренности, которая отрывается на острых кромках отверстий и вбрасывается как внутрь ячеек ЗПК, так и внутрь потока [1, 2]. При этом, чем выше уровень звукового давления, тем более интенсивные рождаются вихри. Это существенно нелинейный процесс, имеющий свою собственную динамику

и влияющий на динамику всего потока в пограничных слоях. Именно данный процесс и обуславливает зависимость импеданса сотовых ЗПК не только от уровня звукового давления, но и от спектрального состава звука на лицевой поверхности ЗПК. Хорошо известно, что для характерных геометрических параметров сотовых ЗПК, устанавливаемых в авиадвигатели, данный эффект начинает оказывать заметное влияние на импеданс уже при уровнях звукового давления более 110 дБ. Это означает, что практически на всех режимах работы двигателя звук, генерируемый вентилятором, распространяется и затухает в канале при реализации нелинейного режима работы ЗПК, установленных на его стенках.

Если исследованию зависимости импеданса сотовых ЗПК от уровня звукового давления посвящено достаточно много работ, например, [3–12], хотя до сих пор остаются проблемы с полуэмпирическими подходами [12], то распространение звука в каналах при наличии нелинейных граничных

условий практически не исследовалось. Более того, проблема учета влияния нелинейного эффекта работы ЗПК на процесс распространения звука в каналах с потоком была в 2021 г. обозначена в качестве Вызова в рамках работ по ЗПК в международном проекте IFAR [13, 14].

Если на некоторой частоте уровень звукового давления не превышает 150 дБ, то, несмотря на нелинейные граничные условия, которые начинают реализовываться с уровня звукового давления 110 дБ, задача о распространении звука в относительно коротком канале с потоком может быть рассмотрена с высокой степенью точности в рамках решения линейных уравнений. При этом обычно пренебрегают наличием пограничного слоя вблизи стенок канала и рассматривают только потенциальный поток, распространение звука в котором описывается уравнением Блохинцева в терминах потенциала возмущений скорости или уравнением Блохинцева–Хоу в терминах возмущений энтальпии торможения [4]. Если стенки канала облицованы и обладают локально-реагирующим импедансом, то в качестве граничных условий для описания процесса распространения звука обычно используют условие Ингарда–Майерса [15]. Если стенки канала облицованы сотовыми ЗПК и уровень звукового давления достаточно высок для значимой реализации нелинейного режима их работы, то описанная выше постановка задачи о распространении звука в канале с потенциальным потоком сохраняется, но вместо конкретного значения импеданса в граничном условии на заданной частоте теперь необходимо использовать известную зависимость импеданса от уровня звукового давления и скорости потока, которая описывается тем или иным полуэмпирическим соотношением. Таким образом, указанная задача становится нелинейной, и данная нелинейность содержится в граничном условии.

В период с 2014 по 2016 гг. А.Ф. Соболев сделал предположение [23], что во многих практически значимых случаях для решения указанной нелинейной задачи может быть использован математический аппарат асимптотических решений, развитый в работах [16–22] применительно к задачам

о распространении звука в плавно-неоднородных каналах с потенциальным потоком при наличии на его стенках плавно-неоднородного в осевом направлении импеданса. Более того, А.Ф. Соболев предположил, что указанная задача может быть решена с помощью построения итерационного алгоритма. Указанные предположения были успешно проверены в работе [23] для случая распространения поршневой моды в цилиндрическом канале с однослойной ЗПК на стенках канала, и при этом было использовано асимптотическое решение, полученное в работе [16], которое пригодно только для распространения осесимметричных звуковых мод.

В настоящей работе рассматривается нелинейная задача о распространении произвольных вращающихся звуковых мод в цилиндрическом канале с однородным потоком при наличии нелинейного эффекта зависимости импеданса стенок от уровня звукового давления на основе решения уравнения Блохинцева–Хоу с граничным условием Ингарда–Майерса. Указанная задача решается с помощью итерационного алгоритма с использованием первого приближения асимптотического решения, полученного в диссертационной работе А.Ф. Гладенко [20], с учетом двух приближений по малому параметру для описания распространения звуковых мод в плавно-неоднородном канале с потенциальным потоком и плавно-неоднородным импедансом стенок в осевом направлении. Для описания зависимости импеданса стенок от уровня звукового давления рассмотрен случай двухслойных сотовых ЗПК на основе полуэмпирической модели А.Ф. Соболева для импеданса однослойных сотовых ЗПК [8], а импеданс двухслойной конструкции рассчитывается с учетом различия звуковых давлений на перфорированных листах первого и второго слоев. При этом выбор двухслойных ЗПК обусловлен тем, что для двухслойных ЗПК нелинейный эффект проявляется сильнее, чем для однослойных. Более того, конкретные геометрические параметры ЗПК были выбраны таким образом, чтобы избежать резонансной ситуации, при которой в некотором сечении канала с переменным импедансом стенок возникает эффект слияния двух мод, учет которого осуществляется методом многих масштабов на основе асимптотических сращиваемых разложений [20, 24] и приводит к усложнению асимптотических решений.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу о распространении звуковых волн в цилиндрическом канале радиуса r_0 с однородным потоком и удельной проводимостью (адмиттансом) стенок $\beta(L(z))$, зависящим от локального уровня звукового давления $L(z)$ (рис. 1).

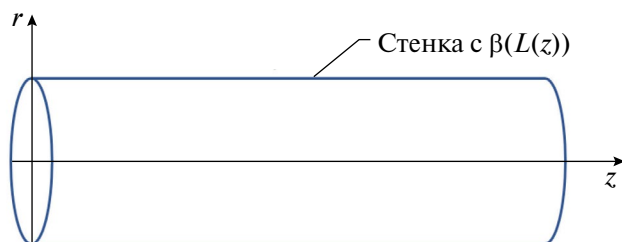


Рис. 1. Схема канала с потоком и импедансными стенками.

В этом случае возмущения энтальпии торможения B в звуковой волне подчиняются на частоте ω уравнению Блохинцева–Хоу [4]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{D}{Dt} \left(\frac{DB}{Dt} \right) - \Delta B = 0, \quad (1)$$

где c — скорость звука, $\frac{D}{Dt}$ — субстанциональная производная.

Будем рассматривать акустические возмущения, распространяющиеся в положительном направлении оси z (рис. 1), с гармонической зависимостью от времени вида $e^{-i\omega t}$. Тогда оператор $\frac{D}{Dt}$ в уравнении (1) принимает вид $\frac{D}{Dt} = -i\omega + V \frac{\partial}{\partial z}$, где V — скорость основного потока, принимающая отрицательное значение в случае распространения звука против потока.

На стенках канала ставится граничное условие Ингарда–Майерса [15], которое в силу сделанных предположений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial r} + 2 \frac{\beta}{c} \left(V \frac{\partial B}{\partial z} \right) - i\omega \frac{\beta}{c} B + \frac{B}{c} \left(V \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) + \\ + \frac{i}{\omega c} \left(V \frac{\partial B}{\partial z} \right) \left(V \frac{\partial \beta}{\partial z} \right) + \frac{i\beta}{\omega c} \left(V \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 B = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Зависимость адмиттанса $\beta(L)$ от уровня звукового давления L в выражении (2) считается заданной, в то время как зависимость уровня звукового давления $L(z)$ от осевой координаты должна быть установлена по результатам решения задачи. При этом дополнительно к граничному условию ставится условие на уровень звукового давления в сечении канала $z = 0$, который положим равным L_0 . Таким образом, граничное условие (2) является нелинейным, что обуславливает нелинейность всей задачи в целом.

В настоящей работе в качестве облицовки стенок канала рассматриваются двухслойные сотовые ЗПК, геометрические параметры которых представлены в табл. 1. При этом расчет зависимости адмиттанса $\beta(L)$ этих ЗПК от уровня звукового давления и скорости потока осуществляется на основе полуэмпирической модели А. Ф. Соболева для однослойной сотовой ЗПК [8], причем при расчете адмиттанса двухслойной конструкции производится расчет уровня звукового давления на перфорированном листе второго слоя, отличающегося от уровня звукового давления L на лицевом перфорированном листе.

На рис. 2 и 3 представлены рассчитанные зависимости реальной и мнимой частей импеданса рассматриваемых ЗПК от частоты звука при различных уровнях звукового давления в случаях

Таблица 1. Используемые параметры двухслойной сотовой ЗПК

Номер слоя	Глубина ячейки, мм	Толщина панели, мм	Диаметр отверстий, мм	Процент перфорации
1	7	1.3	1.6	9
2	8	1	1.6	3

отсутствия и наличия скользящего потока с числом Маха $M = 0.32$ соответственно. Рисунки 2 и 3 показывают относительно сильную зависимость импеданса рассматриваемых ЗПК от уровня звукового давления, которая наиболее ярко выражена в окрестности частоты 3500 Гц.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ЗАДАННЫМ ПЛАВНО НЕОДНОРОДНЫМ ИМПЕДЕНСОМ

В работе А. Ф. Гладенко [20] с использованием метода эталонных функций с учетом членов второго порядка малости было получено асимптотическое решение задачи о распространении звуковых мод в плавно-неоднородном осесимметричном канале с радиусом вида $r = r(\varepsilon z)$ при наличии дозвукового потенциального потока и плавно-неоднородного адмиттанса стенок вида $\beta = \beta(\varepsilon z)$, где ε — малый параметр. Данное решение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} B = \left(g(r, z) J_m(\psi(r, z)) - \right. \\ \left. - i h(r, z) J'_m(\psi(r, z)) \right) e^{i(\theta(r, z) - m\varphi)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где φ — азимутальный угол, m — азимутальное число, J_m — функция Бесселя первого рода m -го порядка, J'_m — производная функции Бесселя, функции $\theta(r, z)$, $\psi(r, z)$, $g(r, z)$ и $h(r, z)$ зависят от цилиндрических координат и малого параметра ε .

В случае цилиндрического канала постоянного радиуса с однородным потоком, но при наличии переменного импеданса стенок, выражения для указанных функций при учете только первых членов по малому параметру ε имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \theta(r, \xi) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\xi \alpha(\tau) d\tau + \\ + \varepsilon \left(\theta_{10}(\xi) + \frac{r^2}{2} \theta_{12}(\xi) \right) + O(\varepsilon^3), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\psi(r, \xi) = \frac{r}{r_0} \xi + \varepsilon^2 \psi_{13}(\xi) \frac{r}{3} (r^2 - r_0^2) + O(\varepsilon^4), \quad (5)$$

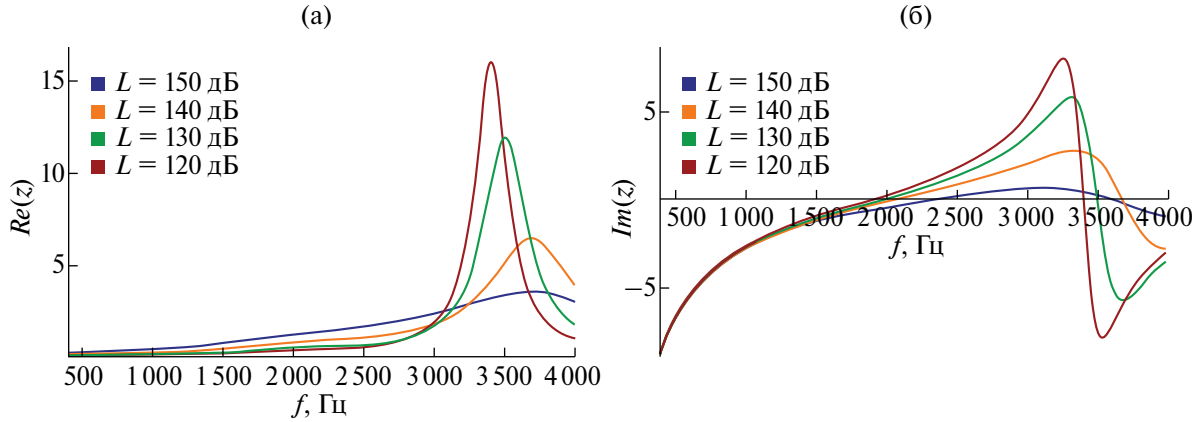


Рис. 2. Зависимости (а) — действительной и (б) — мнимой частей импеданса двухслойной сотовой ЗПК от частоты при различных уровнях звукового давления и отсутствии потока.

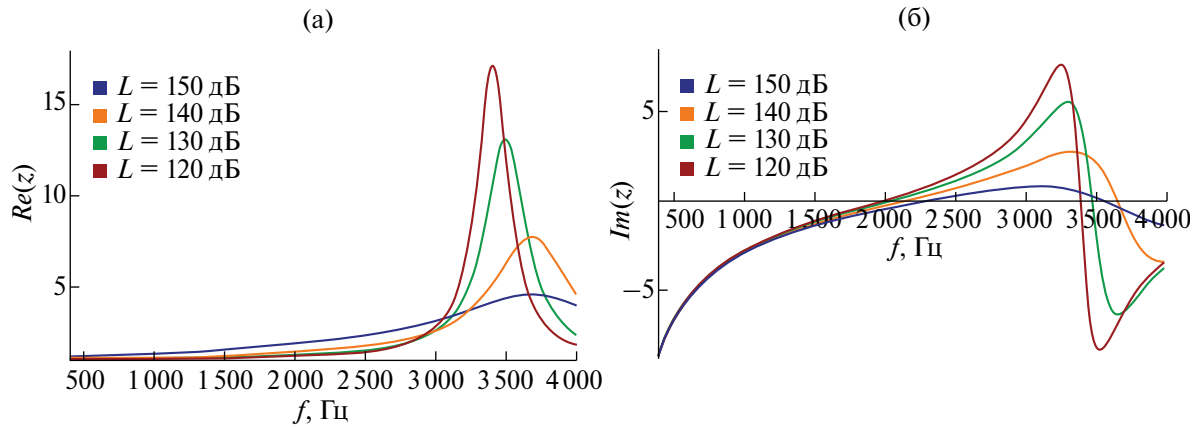


Рис. 3. Зависимости (а) — действительной и (б) — мнимой частей импеданса двухслойной сотовой ЗПК от частоты при различных уровнях звукового давления и потоке с числом Маха $M = 0.32$.

$$g(r, \xi) = G(\xi) + \varepsilon g_{10}(\xi) + O(\varepsilon^2), \quad (6)$$

$$h(r, \xi) = \varepsilon h_{01}(\xi) r + O(\varepsilon^2), \quad (7)$$

здесь $\xi = \varepsilon z$ — медленная переменная, $k = \omega/c$ — волновое число, c — скорость звука, $\xi = \xi(\varepsilon z)$ — корень характеристического уравнения

$$\begin{aligned} & \zeta J'_m(\zeta) - i\beta k r_0 \times \\ & \times \left(\frac{k - M \sqrt{k^2 - \frac{\zeta^2}{r_0^2} (1 - M^2)}}{k(1 - M^2)} \right) J_m(\zeta) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

При этом функции, через которые выражены функции (4), (5), (6) и (7), имеют следующий вид:

$$G(\xi) = C_1 \frac{\zeta}{J_m(\zeta) \sqrt{P}},$$

$$g_{10} = G \int_0^\xi \frac{\zeta^2 k r_0 \left(I_3 - \frac{r_0^2 I_2}{2\zeta} - \frac{i r_0}{2\zeta^2} \left(I_1 + i \frac{I_2}{f} \right) \times \right.}{P(\tau) G(\tau)} d\tau,$$

$$h_{01} = -\frac{1}{2f} (2\sqrt{q} G' - Q_{21} G),$$

$$\theta_{10} = \int_0^\xi \frac{1}{\sqrt{q}} \left(\frac{\Psi_{13}}{3f} (2m^2 + \zeta^2) - \frac{m^2 f'^2}{2f^2} (M^2 - 1) \right) d\tau,$$

$$\theta_{12}(\xi) = -\sqrt{q} \frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = -\sqrt{q} \frac{\zeta'(\xi)}{\zeta(\xi)},$$

$$\Psi_{13}(\xi) = -\frac{1}{2f} (\theta_{12}^2 + \sqrt{q} \theta'_{12} + f'^2 (1 - M^2)), f(\xi) = \frac{\zeta}{r_0},$$

$$P = 2\beta ME\sqrt{kr_0}\zeta^2 - ir_0^2\sqrt{q}k(\zeta^2 - m^2 - \beta^2 E^4),$$

$$\alpha = \frac{-Mk + \sqrt{k^2 - \frac{\zeta^2}{r_0^2}(1 - M^2)}}{(1 - M^2)},$$

$$E^2 = kr_0\left(\frac{k - M\sqrt{q}}{k(1 - M^2)}\right), q = k^2 - \frac{\zeta^2}{r_0^2}(1 - M^2),$$

$$Q_{21} = 2\sqrt{q}\left(\frac{\zeta'}{\zeta} - \frac{q'}{4q}\right), I_1 = i(1 - M^2)G'',$$

$$\begin{aligned} rI_2 = & 2rG'f'(M^2 - 1) - 2\sqrt{q} \times \\ & \times \left(h'_{01} - 2r\frac{f'}{f}h_{01} + \frac{q'h_{01}}{4q}\right) + \\ & + Gr\left((M^2 - 1)\left(f'' - \frac{f'^2}{f}\right) - \frac{4}{3}\Psi_{13}\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 = & -\left(G\frac{2i\beta ME}{\sqrt{kr_0}}\left(\theta'_{10} + \frac{r_0^2}{2}\theta'_{12}\right) + \frac{2\beta^2 ME^3}{\zeta\sqrt{kr_0}}h'_{01}r_0 + \right. \\ & + \frac{2i\beta MEh_{01}r_0}{\sqrt{kr_0}}\zeta' + \frac{\beta^2 h_{01}r_0 ME^2}{\zeta\sqrt{kr_0}}E' - \frac{\zeta'}{\zeta^2}h_{01}r_0 \times \\ & \times \left(i\beta E^2 r_0\sqrt{q} + \frac{2i\beta ME m^2}{\sqrt{kr_0}} + \frac{2\beta^2 ME^3}{\sqrt{kr_0}}\right) + \\ & + \frac{\beta ME^3}{\zeta\sqrt{kr_0}}\frac{\partial\beta}{\partial\xi}h_{01}r_0 + \frac{i\beta M^2}{k}G'' + \frac{iM^2}{k}G'\frac{\partial\beta}{\partial\xi} - \\ & - \frac{i\beta M^2}{k}G\zeta'^2\left(1 - \frac{m^2}{\zeta^2}\right) - \frac{2\beta^2 E^2 M^2}{k}\frac{\zeta'}{\zeta}G' + \\ & + \frac{i\beta E^2 r_0^3 k^2}{3}\frac{\zeta''}{\zeta^3}G - \frac{\beta^2 E^2 M^2}{k}\frac{\zeta''}{\zeta}G - \\ & - \frac{i\beta E^2 r_0(1 - M^2)}{3}\frac{\zeta''}{\zeta}G - \frac{2i\beta E^2 r_0^3 k^2}{3}\frac{\zeta'^2}{\zeta^4}G - \\ & \left. - \frac{\beta E^2 M^2}{k}\frac{\zeta'}{\zeta}\frac{\partial\beta}{\partial\xi}G + \frac{\beta^2 E^2 M^2}{k}\frac{\zeta'^2}{\zeta^2}G\right), \end{aligned}$$

где C_1 – константа, определяющая амплитуду звуковой моды в начальном сечении $z = 0$.

ПОСТРОЕНИЕ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Для построения решения нелинейной задачи, определяемой уравнением (1) с граничным условием (2), с использованием асимптотического решения (3)–(7) сформулируем следующую итерационную процедуру.

На нулевой итерации рассмотрим некоторую звуковую моду, распространяющуюся в канале с однородным адмиттансом стенок $\beta_0(L_0)$:

$$p_{m,n} = A_0 J_m\left(\zeta_{m,n}\frac{r}{r_0}\right)e^{ik_z z + im\varphi}, \quad (9)$$

где $k_z = \frac{-Mk + \sqrt{k^2 - \frac{\zeta_{m,n}^2}{r_0^2}(1 - M^2)}}{(1 - M^2)}$, $\zeta_{m,n}$ – n -й по

порядку корень характеристического уравнения (8) с адмиттансом $\beta_0(L_0)$. Данная мода будет иметь некоторое затухание при распространении по каналу, приводящее к снижению уровня звукового давления в канале. Обозначим через $L_1(z) = 20\lg(p_{m,n}(z)/(2 \times 10^{-5}))$ вычисленную согласно (9) зависимость уровня звукового давления от осевой координаты на стенках канала. Далее определим адмиттанс $\beta_1(L_1(z))$ вдоль оси канала и определим параметр ε :

$$\varepsilon = \max_{z \in [0, l]} \left| \frac{\beta_1 - \beta_0}{\beta_0} \right|, \quad (10)$$

характеризующий скорость изменения импеданса вдоль оси канала, где l – длина канала. Будем считать, что ε является малой величиной.

На первой итерации звуковое поле вдоль оси канала вычисляется согласно выражению с использованием адмиттанса $\beta_1(L_1(z))$ и малого параметра ε . При этом звуковое давление p выражается через возмущение энтальпии торможения согласно выражению:

$$p = \rho B - \frac{\rho}{i\omega} V \frac{\partial B}{\partial z}, \quad (11)$$

где ρ – плотность среды.

После определения звукового давления p на стенках канала как функции координаты z вычисляется новый уровень звукового давления $L_2(z) = 20\lg(p(z)/(2 \times 10^{-5}))$, с помощью которого определяется новая зависимость адмиттанса от осевой координаты $\beta_2(L_2(z))$.

Вторая и последующие итерации производятся аналогично первой итерации. Итерационная процедура продолжается до тех пор, пока не будет достигнута сходимость по величине адмиттанса $\beta_j(L_j(z))$ между текущей и предыдущей итерациями с заданной точностью δ :

$$\max_{z \in [0, l]} |\beta_j(L_j(z)) - \beta_{j-1}(L_{j-1}(z))| \leq \delta, \quad (12)$$

где j – номер текущей итерации.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты с рассмотренными ЗПК (табл. 1) проведены для цилиндрического канала радиуса $r_0 = 0.5$ м и длиной $l = 1$ м. Значение параметра δ в выражении (12) было выбрано $\delta = 10^{-4}$. Тест-матрица параметров, при которых проводились расчеты, представлена в табл. 2, где f – частота, m – радиальное волновое число, n – азимутальное волновое число, M – число Маха. Кроме этого, в правом столбце табл. 2 представлено значение малого параметра ε , определенного согласно выражению на первой итерации алгоритма решения. Заметим, что максимальной частотой, на которой были проведены расчеты, является $f = 2300$ Гц. Это связано с тем, что, согласно данным, представленным на рис. 2 и 3, на больших частотах для рассмотренных двухслойных ЗПК наблюдается слишком сильная зависимость импеданса от уровня звукового давления для применения асимптотического решения, в котором учтено только первое приближение по малому параметру.

Ниже будут представлены характерные результаты расчетов на частоте $f = 2300$ Гц. На рис. 4 представлена итерационная сходимость алгоритма по уровню звукового давления вдоль канала для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц при распространении звука против потока с числом Маха $M = -0.32$. Итерационная процедура в данном случае сошлась за 6 итераций. При этом важно отметить, что учет нелинейного эффекта работы ЗПК привел к увеличению затухания рассмотренной моды приблизительно на 5 дБ по сравнению

с линейным решением (сравнение итераций № 0 и № 6 на рис. 4). На рис. 5 представлена зависимость реальной и мнимой частей импеданса от осевой координаты на последней итерации № 6. Как видно из рис. 5, импеданс является плавной функцией осевой координаты.

Для анализа причин, которые привели к увеличению затухания звука при учете нелинейного эффекта, проведем анализ зависимости амплитудных и экспоненциальных членов в решении (3) от осевой координаты. На рис. 6 представлена зависимость мнимой части волнового числа от осевой координаты для рассматриваемой моды на последней итерации. Обычно именно данная величина определяет затухание звука. Однако, как видно из рис. 6, эта величина уменьшается по мере распространения моды по каналу, что говорит о том, что суммарное затухание должно было бы уменьшиться по сравнению с линейным решением. Тем самым увеличение затухания должно быть связано с поведением амплитудных функций в решении (3).

На рис. 7 и 8 представлены зависимости модуля амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$ и модуля отношения функций $\frac{h(r, z)J'_m(\psi(r, z))}{g(r, z)J_m(\psi(r, z))}$ соот-

ветственно. Рисунок 7 демонстрирует достаточно сильное убывание амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$, а рис. 8 показывает, что функция $h(r, z)$ является лишь поправкой к функции $g(r, z)$, т.е. именно первый член в решении (3) дает главный вклад в амплитуду звуковой волны. Таким образом, при рассмотренных параметрах расчета влияние алгебраических членов на затухание звуковой волны превзошло влияние экспоненциального затухания.

На рис. 9 и 10 представлена итерационная сходимость алгоритма для той же моды на той же частоте, но на рис. 9 рассмотрен случай отсутствия потока в канале ($M = 0$), а на рис. 10 – звук распространяется по потоку с числом Маха $M = 0.32$.

При отсутствии потока процедура сошлась на итерации № 4 (рис. 9), а при распространении звука по потоку – на итерации № 5. При этом также наблюдается увеличение затухания звука по сравнению с линейным решением (9). Заметим, что при отсутствии потока затухание звука в канале увеличилось на 8.5 дБ (рис. 9), а при распространении звука по потоку – на 11 дБ. Анализ показал, что в данных случаях затухание увеличивается благодаря именно поведению амплитудных функций, а не экспоненциальному члену, т.е. причина оказывается аналогичной рассмотренной выше. Сравнение расчетов, представленных на рис. 4, 9 и 10, показывает, что наибольшее увеличение затухания из-за учета нелинейного режима работы ЗПК наблюдается при распространении звука по потоку.

Таблица 2. Тест-матрица проведенных расчетов

f , Гц	m	n	L , дБ	M	ε
2300	2	1	150	−0.32	0.059163
2300	2	1	150	0.32	0.150848
2300	2	1	150	0	0.159139
2300	1	2	150	−0.32	0.094901
2300	1	2	150	0.32	0.131907
2300	1	2	150	0	0.285056
1500	0	1	150	−0.32	0.004864
1500	0	1	150	0.32	0.019885
1500	0	1	150	0	0.008993
1800	3	1	150	−0.32	0.073659
1800	3	1	150	0.32	0.101407
1800	3	1	150	0	0.173159

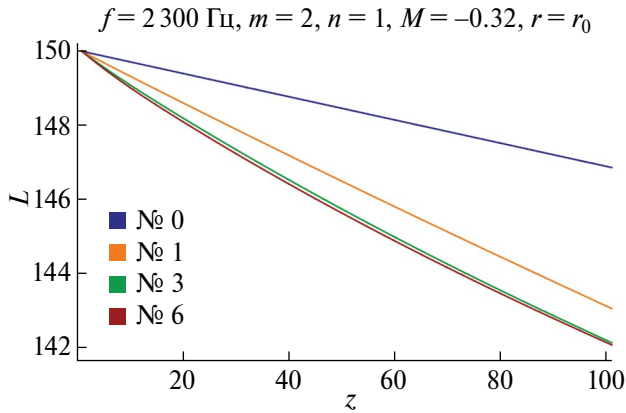


Рис. 4. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

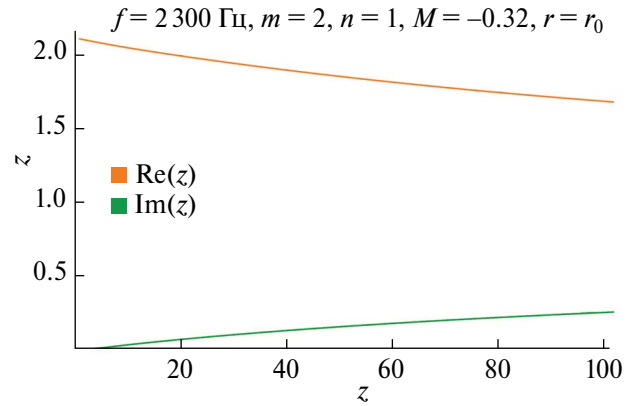


Рис. 5. Зависимость реальной и мнимой частей импеданса от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

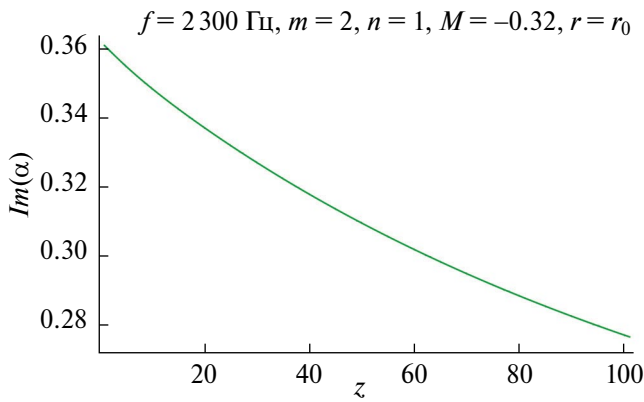


Рис. 6. Зависимость мнимой части волнового числа от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

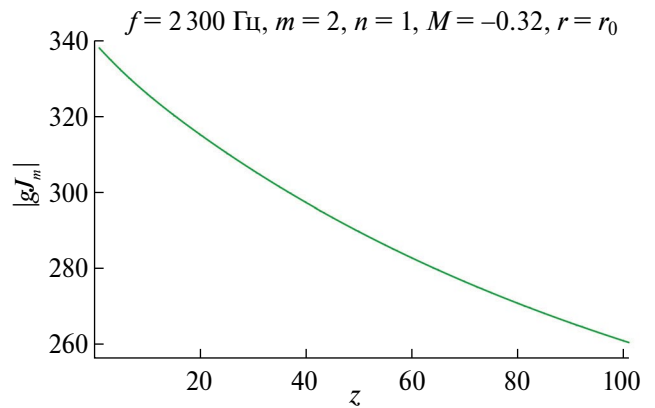


Рис. 7. Зависимость модуля амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$ от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

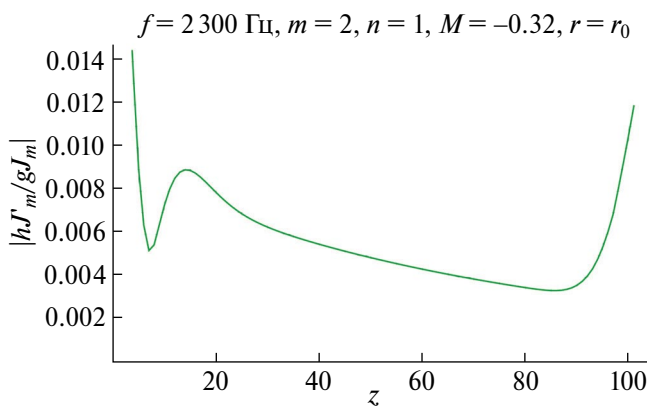


Рис. 8. Зависимость модуля отношения функций $\frac{h(r, z)J'_m(\psi(r, z))}{g(r, z)J_m(\psi(r, z))}$ от z , см, для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

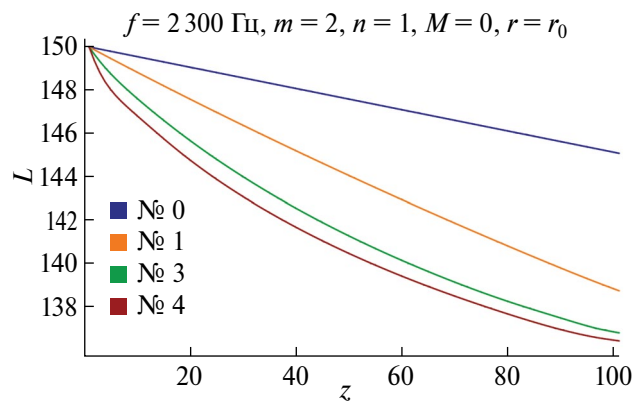


Рис. 9. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = 0$.

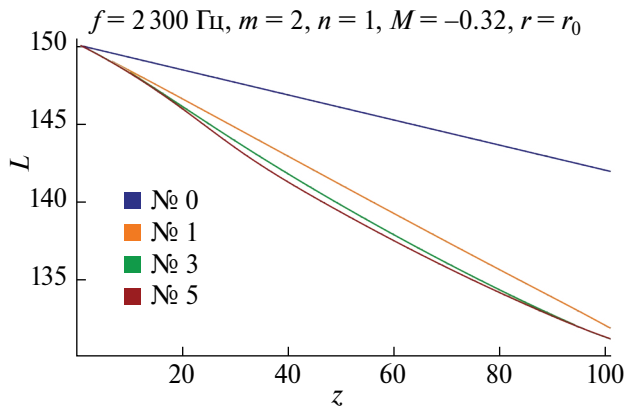


Рис. 10. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 2$, $n = 1$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = -0.32$.

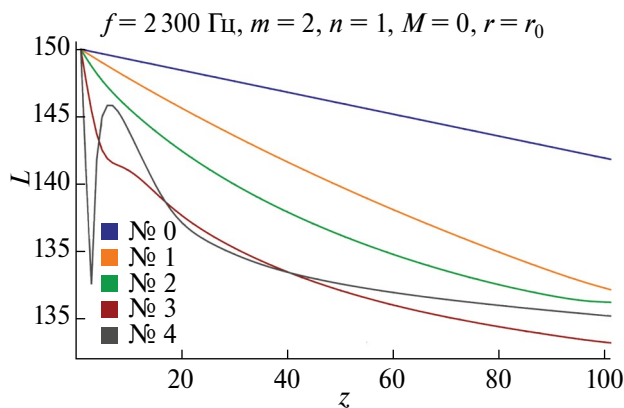


Рис. 11. Зависимость уровня звукового давления L , дБ, от z , см, на различных итерациях для моды с $m = 1$, $n = 2$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = 0$.

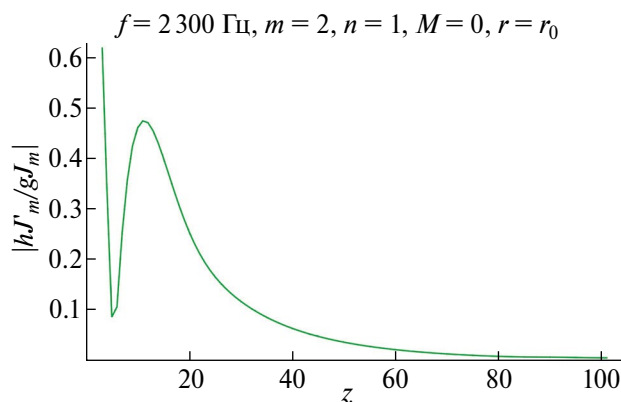


Рис. 12. Зависимость модуля отношения функций $\frac{h(r, z)J'_m(\psi(r, z))}{g(r, z)J_m(\psi(r, z))}$ от z , см, для моды с $m = 1$, $n = 2$ при частоте $f = 2300$ Гц и числе Маха потока в канале $M = 0$.

Теперь рассмотрим случай, для которого величина параметра ϵ , вычисляемого на первой итерации алгоритма, является наибольшей. Это случай моды с $m = 1$, $n = 2$ при частоте $f = 2300$ Гц и отсутствии потока в канале, для которого $\epsilon = 0.285$ (табл. 2). Рисунок 11 демонстрирует, что в данном случае итерационная процедура расходится, причем это начинает проявляться уже на итерации № 3, а итерация № 4 дает нереалистичное решение.

Анализ полученного решения на итерации № 3, когда нереалистичная деформация звукового поля только зарождается, показал, что графики зависимости мнимой части волнового числа и модуля амплитудной функции $g(r, z)J_m(\psi(r, z))$ ведут себя монотонно и аналогичны графикам, представленным на рис. 6 и 7 соответственно. Однако величина мо-

дуля отношения функций $\frac{h(r, z)J'_m(\psi(r, z))}{g(r, z)J_m(\psi(r, z))}$ (гра-

фик зависимости этой величины от осевой координаты представлен на рис. 12) оказывается достаточно большой (около 0.5) в области высоких уровней звукового давления. При величине $\epsilon = 0.285$ это означает, что в данном случае в асимптотическом решении должны учитываться члены следующего порядка малости, поведение которых должно вносить значимый вклад в звуковое поле. Таким образом, анализ показывает, что итерационная процедура расходится в случаях, когда асимптотическое решение слишком грубо описывает звуковое поле в канале.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итерационный алгоритм, построенный в настоящей работе для решения нелинейной задачи о распространении звуковых мод в цилиндрическом канале с однородным потоком и стенками, облицованными двухслойной сотовой ЗПК, при высоких уровнях звукового давления в канале, при которых достаточно сильно проявляется нелинейный эффект зависимости импеданса от уровня звукового давления, продемонстрировал достаточно быструю сходимость в случаях, когда использованное асимптотическое решение с учетом только первых членов по малому параметру, определяющему изменение импеданса в осевом направлении, дает достаточно точное описание звукового поля в канале. При этом алгоритм расходится в случаях, когда учтенных членов разложения оказывается недостаточно для точного описания процесса распространения звуковых мод. Это показывает, что предложенный способ решения указанной нелинейной задачи является в целом корректным.

Проведенные расчеты выявили неожиданный результат, заключающийся в том, что учет эффекта зависимости импеданса ЗПК от уровня звукового давления может приводить к усилению затухания

звука по отношению к случаю постоянного импеданса, причем этот эффект наиболее сильно проявляется при распространении звука по потоку. Более того, оказалось, что причиной этого эффекта является не увеличение экспоненциального затухания звука, которое на самом деле может даже снижаться, а поведение амплитудных функций, определяющих сращивание решений в соседних сечениях канала при изменении импеданса стенок. В какой мере эта особенность является эффектом общего положения, еще предстоит выяснить. Но уже сейчас понятно, что этот эффект можно использовать в практических приложениях при настройке параметров ЗПК на снижение шума авиадвигателей.

В то же время необходимо обратить внимание на то, что в настоящей работе было использовано асимптотическое решение задачи о распространении звука в плавно-неоднородных каналах, которое не описывает резонансные случаи слияния двух звуковых мод в некотором сечении канала. Эти случаи важны для настройки ЗПК на максимальное затухание звука в каналах. Если в некотором сечении канала в нулевом приближении наблюдается слияние двух мод, то вблизи этого сечения решение строится методом сращивания асимптотических разложений [20, 24], т.е. получаемое в целом решение перестает быть равномерно пригодным вдоль оси канала. Эта особенность затрудняет построение решения для рассматриваемой в настоящей работе задачи.

Может показаться, что выход из этой ситуации лежит в применении численных методов, например, метода конечных элементов, который хорошо себя зарекомендовал в решении задач о распространении звука в потенциальных потоках. Однако анализ показывает, что для численного решения практических задач по поиску оптимальных значений импеданса ЗПК для авиадвигателей потребуются слишком много времени даже с использованием современных суперкомпьютеров [25]. Поэтому развитие аналитических методов для решения указанных задач остается актуальной проблемой.

Работа была выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016), экспериментальная часть будет проверяться на маломасштабной модели воздухозаборника на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Минобрнауки России по соглашению № 075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубень А.П., Козубская Т.К., Королев С.И., Маслов В.П., Миронов А.К., Миронова Д.И., Шахнаровов В.М. Исследование акустического течения в горле резонатора // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 80–92.
2. Ji C., Zhao D. Numerical investigation of acoustic excited flow through an orifice using Lattice Boltzmann Method // AIAA-2013-2127. 2013.
3. Melling T.H. The Acoustic Impedance of Perforates at Medium and High Sound Pressure Levels // J. Sound Vib. 1973. V. 29. P. 1–65.
4. Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А. Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981. 248 с.
5. Stinson M.R., Shaw E.A.G. Acoustic Impedance of Small Circular Orifices in Thin Plates // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 77. № 6.
6. Yu J., Kwan H.W., Kraft R.E. Acoustic Treatment Impedance Models For High Frequencies // AIAA-971653. 1997.
7. Yu J., Kwan H.W., Chiou S. Microperforate Plate Acoustic Property Evaluation // AIAA-99-1880. 1999.
8. Соболев А.Ф. Полуэмпирическая теория однослойных сотовых звукопоглощающих конструкций с лицевой перфорированной панелью // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 861–872.
9. Yu J., Ruiz M. and Kwan H.W. Validation of Goodrich Perforate Liner Impedance Model Using NASA Langley Test Data // AIAA 2008-2930. 2008.
10. Lavieille M., Abboud T., Bennani A., Balin N. Numerical simulations of perforate liners: Part I Model description and impedance validation // AIAA 2013-2269. 2013.
11. Mann A., Franck P., Kim M.-S., Casalino D. Characterization of Acoustic Liners Absorption using a Lattice-Boltzmann Method // AIAA 2013-2271. 2013.
12. Jones M.G., Watson W., Nark D.M., Howerton B.M., Brown M. A Review of Acoustic Liner Experimental Characterization at NASA Langley // NASA TP 2020-220583. 2020. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15613.10720>
13. Jones M.G., Nark D.M., Howerton B.M. Overview of Liner Activities in Support of the International Forum for Aviation Research // AIAA Paper 2019-2599. 2019.
14. Jones M.G., Nark D.M., Howerton B.M., Watson W.R. Uniform and Multizone Liner Results for the International Forum for Aviation Research // AIAA Paper 2020-2533. 2020.
15. Myers M.K. On the Acoustic Boundary Condition in the Presence of Flow // J. Sound Vib. 1980. V. 71. № 3. P. 429–434.
16. Леонтьев Е.А. Распространение звука в канале с медленно изменяющимся вдоль оси импедансом стенок // Сборник “Аэроакустика” под ред. Римского-Корсакова А.В. М.: Наука, 1980. С. 18–33.
17. Гладенко А.Ф., Леонтьев Е.А. Распространение акустических возмущений в плавно неоднородном цилиндрическом канале с потенциальным изотропическим потоком // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 171–177.

18. *Гладенко А.Ф., Леонтьев Е.А.* Метод пограничного слоя в задаче распространения звука в канале переменного сечения с потоком // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 212–218.
19. *Гладенко А.Ф., Леонтьев Е.А.* Распространение звука в плавно неоднородном канале с потоком при наличии двух точек поворота // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1008–1013.
20. *Гладенко А.Ф.* Распространение звука в плавно неоднородном канале с потоком. Дис. канд. физ.-мат. наук. 1990.
21. *Гладенко А.Ф., Соболев А.Ф.* Функция Грина для плавно неоднородного канала с потоком // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 6. С. 1037–1042.
22. *Соболев А.Ф.* Функция Грина для плавно неоднородного канала при наличии пограничного слоя с линейным профилем скорости // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 301–306.
23. *Соленов А.М., Соболев А.Ф., Остриков Н.Н.* Исследование особенностей распространения звука в каналах с потоком при наличии слабо меняющегося импеданса облицовки стенок применительно к учету эффекта нелинейности граничных условий при высоких уровнях звукового давления // Труды 59-й научной конференции МФТИ. 21–26 ноября 2016 г., Московский физико-технический институт (государственный университет). Москва–Долгопрудный-Жуковский: МФТИ, 2016.
24. *Nayfeh A.H., Telionis D.P.* Acoustic propagation in ducts with varying cross sections // JASA. 1973. V. 54. № 6. P. 1654–1661.
25. *Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Яковец М.А., Башкатов В.В.* Проблемы применения численных методов для поиска оптимальных значений импеданса ЗПК с целью снижения шума самолетов на местности // Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике: Девятая российская конференция, г. Светлогорск Калининградской области, 26 сентября – 1 октября 2022 г.: Сборник тезисов. М.: ИПМ им. Келдыша РАН, 2022. С. 180–184.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛООВОГО АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕШЕТКОЙ ДАТЧИКОВ

© 2024 г. А. А. Аносов^{a, b}, Н. В. Грановский^{a, *}, Р. В. Беляев^c, А. В. Ерофеев^{a, b}, А. Г. Санин^c,
А. Д. Мансфельд^c

^aФГАОУ ВО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Минздрава России, ул. Трубецкая 8, стр. 2, Москва, 119991 Россия

^bИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая 11/7, Москва, 125009 Россия

^cИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: granovsky_nikita@mail.ru

Поступила в редакцию 24.01.2023 г.

После доработки 27.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Для корреляционного измерения теплового акустического излучения использована решетка, состоящая из трех датчиков. Впервые получены все кросс-корреляционные функции для каждой пары датчиков. Измерения проведены при двух положениях источника (нагретого узкого тefлонового цилиндра), расстояние между которыми было равно половине пространственного периода кросс-корреляционной функции соседних датчиков. Измеренные корреляционные функции находились в противофазе, что соответствует рассчитанным корреляционным функциям теплового акустического излучения. Для перехода от корреляционных функций к температурному распределению суммированы пространственные кросс-корреляционные функции для соседних и для крайних датчиков в решетке. Корреляционный прием позволяет существенно повысить пространственное разрешение метода.

Ключевые слова: кросс-корреляционная функция, тепловое акустическое излучение, восстановление температуры

DOI: 10.31857/S0320791924010039 **EDN:** ZPLETY

ВВЕДЕНИЕ

В ряде медицинских процедур — при гипертермии и термоабляции, в диагностике, в том числе, в ранней диагностике, при контроле адресной доставки лекарств в термолипосомальной оболочке и т.д. — необходимо осуществлять безболезненные неинвазивные измерения глубинной температуры тела человека. Для этого существует ряд методов: магнитно-резонансная термометрия [1], регистрация теплового излучения в СВЧ-диапазоне [2], методы измерения скорости звука, которая меняется с изменением температуры тканей [3], пассивная акустическая термометрия [4]. Предлагаемые методы имеют свои преимущества и недостатки. Например, в идеале магнитно-резонансная термометрия позволит решить проблему восстановления пространственного распределения глубинной температуры тела человека, однако этот метод требует дорогого оборудования, обученного персонала и специально подготовленных помещений. Поэтому приветствуется разработка более дешевого метода при условии надлежащей точности. В частности, предлагается пассивная акустическая

термометрия, основанная на регистрации собственного теплового акустического излучения организма человека в мегагерцовом диапазоне, которая позволяет обеспечить миллиметровое разрешение [5, 6].

В пассивной акустической термометрии можно использовать корреляционный [7] или некорреляционный [8] прием теплового излучения. Согласно теореме Ван Циттерта–Цернике [9], измеренное на двух приемниках тепловое излучение (которое принято считать дельта-коррелированным в пространстве и во времени) будет коррелировать. Это связано с тем, что приемное устройство имеет конечную полосу пропускания, в результате чего возникает временная корреляция регистрируемого теплового сигнала. Преимущество корреляционного приема по сравнению с некорреляционным — в лучшем пространственном разрешении. Предел разрешения при некорреляционном приеме обратно пропорционален размеру приемника, при корреляционном приеме — расстоянию между крайними датчиками в приемной решетке [10].

Впервые пространственная корреляционная функция теплового акустического излучения с помощью двух плоских пьезопреобразователей была измерена в работе [11]. Нагретый источник перемещали параллельно датчикам. В работах [12–16] с помощью пары датчиков были получены временные кросс-корреляционные функции теплового акустического излучения. В работах [12, 13] было проведено экспериментальное моделирование процессов активно-пассивной термоакустической томографии. В работе [14] были исследованы корреляционные сигналы, полученные при суммарных задержках. В работе [15] корреляция получена на фокусируемых антеннах. В работе [17] были экспериментально рассмотрены вопросы корреляции тепловых фононов упругих волн. Отметим, что корреляционный прием акустических излучений разрабатывается и для идентификации источников в звуковом диапазоне [18].

В настоящей статье осуществлен корреляционный прием теплового акустического излучения решеткой, состоящей из трех датчиков, впервые получены все три кросс-корреляционные функции для каждой пары датчиков. Результат получен благодаря коллаборации групп ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и ИПФ РАН.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ СХЕМА

Схема для корреляционного приема теплового акустического излучения представлена на рис. 1. Датчики $R1$, $R2$, $R3$ теплового акустического излучения – диаметром $2a = 14.0 \pm 0.2$ мм, расстояние между центрами которых $D = 16.0 \pm 0.3$ мм,

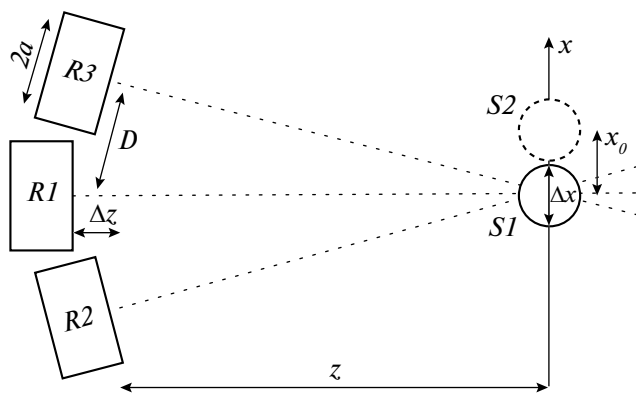


Рис. 1. Схема корреляционного приема теплового акустического излучения решеткой из трех датчиков $R1$, $R2$, $R3$; 1, 2, 3 – оси датчиков; $S1$, $S2$ – положения источника, $2a$ – диаметр датчика, D – расстояние между центрами датчиков, z – расстояние от приемников до источника, Δz – сдвиг приемника в направлении акустической оси системы, x – ось, вдоль которой перемещали источник, Δx – диаметр источника, x_0 – сдвиг источника.

находились в аквариуме, заполненном водой при комнатной температуре $21.0 \pm 0.3^\circ\text{C}$. Оси датчиков 1, 2, 3 лежали в горизонтальной плоскости и пересекались на расстоянии $z = 550 \pm 3$ мм от приемников. В качестве источника теплового акустического излучения использовали нагретый до температуры $50.0 \pm 0.3^\circ\text{C}$ тефлоновый цилиндр длиной 142 ± 1 мм и диаметром $\Delta x = 10.8 \pm 0.1$ мм, расположенный вертикально в точке пересечения акустических осей. Температуру воды и начальную температуру цилиндра контролировали цифровыми термометрами DS18S20P (Maxim Integrated, Сан-Хосе, США) с точностью 0.3 К.

Отметим, что расстояния от источника $S1$, находящегося в точке пересечения акустических осей, до приемников не были одинаковыми. Это связано со сдвигом Δz приемников в направлении акустической оси системы, который трудно контролировать, но который значительно меняет вид кросс-корреляционной функции. Например, сдвиг приемников на 0.4 мм (около половины длины волны) вызывает сдвиг корреляционной функции на полпериода.

Чтобы избежать “паразитных”, не акустических корреляций, мы проводили измерения теплового акустического излучения дважды: когда между нагретым источником и приемниками находился отражатель и когда его не было. В результате брали разницу между корреляционными функциями, полученными без отражателя и с отражателем. Измерения проводили при двух положениях вертикального источника: в точке пересечения акустических осей и при сдвиге в направлении, перпендикулярном акустической оси центрального датчика на расстояние $x_0 = 11.0 \pm 0.5$ мм. Это расстояние приблизительно равно половине пространственного периода кросс-корреляционной функции соседних датчиков. Поэтому измеренные при двух положениях источника корреляционные функции должны быть в противофазе. Это также позволяло убедиться, что измерялись акустические, а не “паразитные” сигналы. Время одного измерения – 4 с (за это время температура тефлонового цилиндра менялась незначительно), измерения повторяли пять раз.

Для измерений теплового акустического излучения был использован многоканальный акустотермограф [19, 20], разработанный в ИПФ РАН группой под руководством А.Д. Мансфельда (полоса пропускания 1.3–2.4 МГц, пороговая чувствительность при времени интегрирования 10 с – 0.2 К). Принимаемые акустические сигналы преобразовывались в электрические, усиливались и подавались на 14-разрядный 4-канальный АЦП ADM 414 × 65M (Insys, Москва, Россия) с частотой дискретизации 15 МГц на один канал. Разработанные программы проводили дальнейшую обработку данных.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Согласно [10], кросс-корреляционную функцию теплового акустического излучения

$$K(\tau) = \overline{p_1(t)p_2(t+\tau)} - \overline{p_1(t)}\overline{p_2(t)},$$

где t – время, τ – временной сдвиг, p_1, p_2 – давления, измеренные первым и вторым датчиками, черта сверху означает усреднение по времени, $\overline{p_1(t)} = \overline{p_2(t)} = 0$, для схемы, показанной на рис. 1, можно представить выражением:

$$K(\tau) \sim T_0 \frac{\sin\left[\pi \frac{\Delta f}{f} \left(\frac{D}{\lambda} \frac{x_0}{z} - f\tau - \frac{\Delta z}{\lambda}\right)\right]}{\pi \frac{\Delta f}{f} \left(\frac{D}{\lambda} \frac{x_0}{z} - f\tau - \frac{\Delta z}{\lambda}\right)} \times \frac{\sin\left(\pi \frac{D}{\lambda} \frac{\Delta x}{z}\right)}{\pi \frac{D}{\lambda} \frac{\Delta x}{z}} \cos\left[2\pi \left(\frac{D}{\lambda} \frac{x_0}{z} - f\tau - \frac{\Delta z}{\lambda}\right)\right], \quad (1)$$

где Δf – полоса пропускания датчика, λ и f – средние длина волны и частота принимаемого сигнала, D – расстояние между датчиками, z – расстояние от датчиков до источника сигнала, Δz – сдвиг приемника по направлению акустической оси, $T_0, x_0, \Delta x$ – температура, положение центра, поперечный размер источника. Здесь предполагается, что температура источника T_0 постоянна и апертуры датчиков на расстоянии z совпадают. Множитель

$$\frac{\sin\left[\pi \frac{\Delta f}{f} \left(\frac{D}{\lambda} \frac{x_0}{z} - f\tau - \frac{\Delta z}{\lambda}\right)\right]}{\pi \frac{\Delta f}{f} \left(\frac{D}{\lambda} \frac{x_0}{z} - f\tau - \frac{\Delta z}{\lambda}\right)}$$

определяется конеч-

ной полосой Δf пропускания приемника, мно-

житель $\frac{\sin\left(\pi \frac{D}{\lambda} \frac{\Delta x}{z}\right)}{\pi \frac{D}{\lambda} \frac{\Delta x}{z}}$ – конечным размером Δx

источника, множитель $\cos\left[2\pi \left(\frac{D}{\lambda} \frac{x_0}{z} - f\tau - \frac{\Delta z}{\lambda}\right)\right]$

определяет осциллирующий характер коррелированного сигнала. Выражение (1) справедливо,

если $\frac{\Delta x}{z} \ll 1$ и $\frac{x_0}{z} \ll 1$. В наших экспериментах $\frac{\Delta x}{z} = 0.020 \pm 0.001$, $\frac{x_0}{z} = 0.020 \pm 0.001$. Отметим,

что вертикальный размер источника превышает поперечный размер апертуры датчика, поэтому выражение (1) не зависит от координаты y . При ширине источника, равной пространственному периоду корреляционной функции $\Delta x = \frac{\lambda z}{D}$,

корреляционный сигнал равен нулю. При прочих

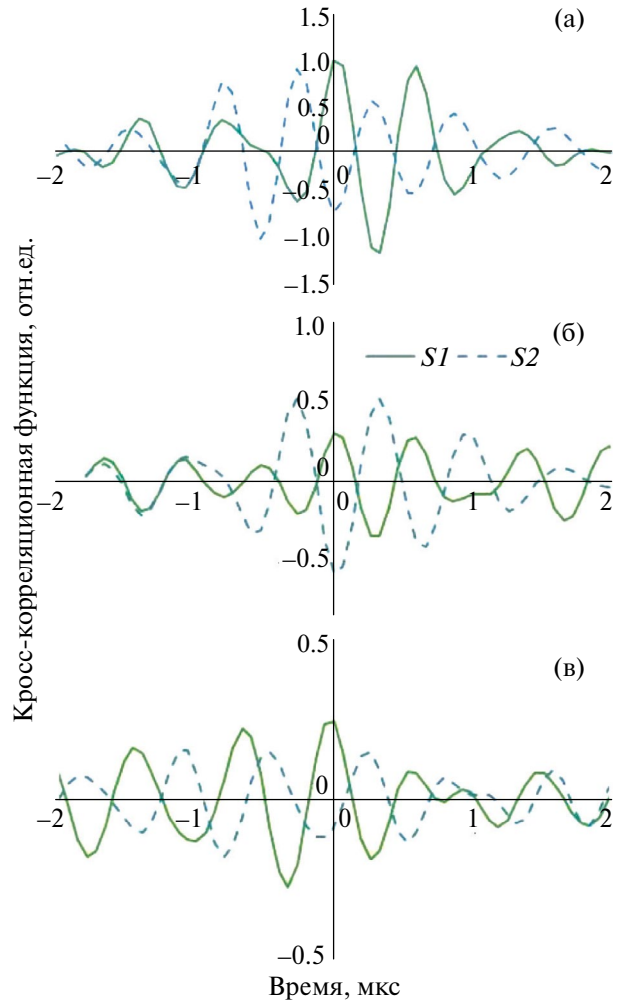


Рис. 2. Кросс-корреляционные функции теплового акустического излучения, полученные на датчиках: (а) – R1, R2; (б) – R1, R3; (в) – R2, R3 при разных положениях источника S1 и S2 (нумерацию датчиков и положений источника см. на рис. 1).

равных условиях корреляционный сигнал максимален, когда ширина источника равна половине пространственного периода корреляционной

функции. В наших экспериментах $\sin\left(\pi \frac{D}{\lambda} \frac{\Delta x}{z}\right) = 0.97 \pm 0.02$ – для соседних датчиков и 0.44 ± 0.04 – для крайних.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Измеренные кросс-корреляционные функции представлены на рис. 2 с учетом сдвига вдоль акустической оси.

Сдвиг источника из центрального положения, на пересечении акустических осей датчиков (S1 на рис. 1), в сторону, на расстояние x_0 (S2 на

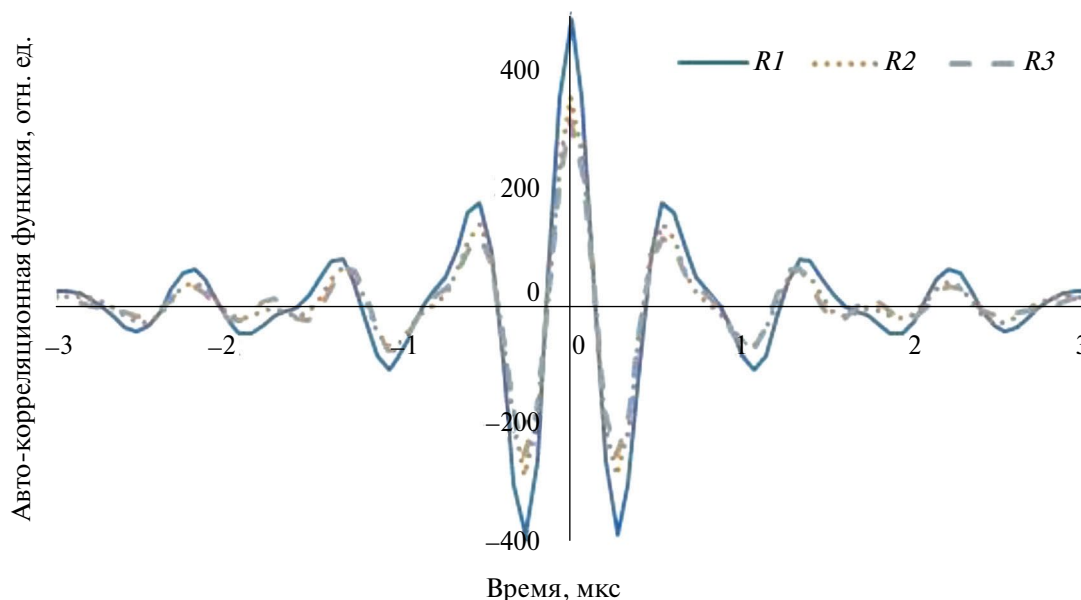


Рис. 3. Автокорреляционные функции теплового акустического излучения датчиков $R1$, $R2$, $R3$ (нумерацию см. на рис. 1).

рис. 1), соответствует сдвигу по фазе на $2\pi \frac{D x_0}{\lambda z}$.

В целом результат ожидаемый: у соседних пар датчиков, расстояние между которыми $D = 16$ мм, сдвиг источника был подобран так, чтобы сдвиг кросс-корреляционных функций во времени

был близок к $(2\pi \frac{D x_0}{\lambda z} = 0.85\pi)$. При этом визуально кросс-корреляционные функции выглядят, как находящиеся в противофазе (рис. 2а, 2б). У пары крайних датчиков, расстояние между которыми $D = 32$ мм, сдвиг по фазе составил $\sim 3\pi/2$

$(2\pi \frac{D x_0}{\lambda z} = 1.7\pi)$. При этом визуально кросс-корреляционные функции выглядят сдвинутыми приблизительно на четверть периода (рис. 2в).

Получены также автокорреляционные функции датчиков (см. рис. 3). В качестве примера для датчика $R2$ рассчитан спектр (см. рис. 4). Спектр по автокорреляционной функции (назовем его интегральным спектром) определяется свойствами датчика как приемника акустического излучения, а также частотными свойствами усилителя сигналов. Чтобы получить спектр, который определяется исключительно акустическими свойствами датчика, необходимо взять разность интегральных спектров, полученных для случаев, когда измерения проведены с нагретым источником и без источника. Акустический спектр можно также получить из кросс-корреляционной

функции датчиков (если предполагать, что спектры датчиков практически одинаковы). Из рис. 4 видно, что акустический спектр ($\sim 1.3\text{--}2.3$ МГц) сужен по сравнению с интегральным спектром ($\sim 1.3\text{--}2.4$ МГц). Это отчетливо проявляется на высоких частотах, где верхние границы спектров различаются на ~ 0.1 МГц.

Примеры расчетов кросс-корреляционных функций по формуле (1) представлены на рис. 5. В расчетах мы использовали параметры схемы расположения датчиков, приведенные выше, а также характеристики полосы пропускания датчиков, полученные по спектрам. Видно, что в целом результаты расчетов соответствуют экспериментальным данным.

В работе [21] для локализации источника нагрева было предложено складывать кросс-корреляционные функции. Переход от временного сдвига τ к координате x осуществлялся согласно выражению (1):

$$x = \frac{cz}{D} \tau, \quad (2)$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде. Таким образом, если временные кросс-корреляционные функции любой пары датчиков характеризовались одной частотой — средней частотой приема, то при переходе (2) к пространственному распределению пространственная частота корреляционной функции для датчиков $R2$ и $R3$ (крайних в решетке) увеличивалась вдвое. Это соответствует замечанию, сделанному в работе [10], что пара приемников определяет пространственную

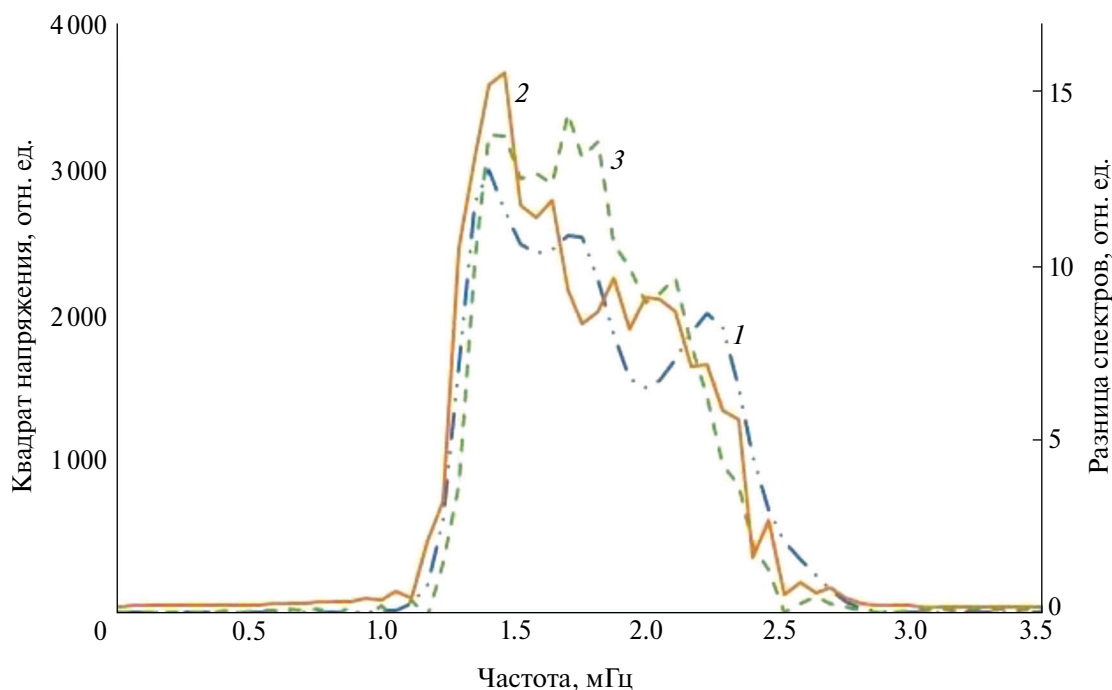


Рис. 4. Спектр, полученный из автокорреляционной функции датчика *R2* (1), из кросс-корреляционной функции *R1* и *R2* (2); разность спектров датчика *R2* с источником и без (3).

гармонику исследуемого изображения, которая зависит от расстояния между приемниками. На рис. 6 для примера показана сумма экспериментальных данных и расчетов, проведенных по формуле (1). Суммировали кросс-корреляционные функции для соседних датчиков *R1* и *R3* и для крайних в решетке датчиков *R2* и *R3*, когда источник находится в положении *S1*. Если в решетке достаточно датчиков, то в результате такого суммирования можно определить положение нагретого объекта с точностью лучшей, чем та, которую может дать один датчик. Для сравнения на рис. 6 показана аппаратная функция широкополосного датчика диаметром 14 мм, полосой пропускания 1.3–2.3 МГц на расстоянии 550 мм от приемника [22].

Рассматриваемый подход делает возможным локализацию нагретой области, т.к. сигналы из областей, где аппаратные функции датчиков не пересекаются, не коррелируют.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено корреляционное измерение теплового акустического излучения решеткой, состоящей из трех датчиков. Впервые получены все три кросс-корреляционные функции для каждой пары датчиков. Чтобы исключить возможные “паразитные”, неакустические корреляции, рассчитывали разницу между корреляционными функциями,

полученными с нагретым источником и без. Для проверки проводили измерения при двух положениях источника, расстояние между которыми было равно половине пространственного периода кросс-корреляционной функции. Измеренные корреляционные функции находились в противофазе, что подтверждало правильность измерений. Были рассчитаны кросс-корреляционные функции теплового акустического излучения, в целом соответствующие экспериментальным данным. Для локализации источника нагрева была построена сумма пространственных кросс-корреляционных функций для соседних и для крайних датчиков в решетке. При этом из-за разного расстояния между датчиками пространственная частота корреляционной функции для крайних датчиков была в два раза больше, чем для соседних. В результате такого суммирования можно определить положение нагретого объекта.

На основе измеренных авто- и кросс-корреляционных функций были построены спектры приема акустических сигналов без учета шумов усилителя.

Предполагаются дальнейшие исследования корреляционного приема теплового акустического излучения решеткой, состоящей из большего числа приемников.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда No 23-22-00175, <https://rscf.ru/project/23-22-00175/>.

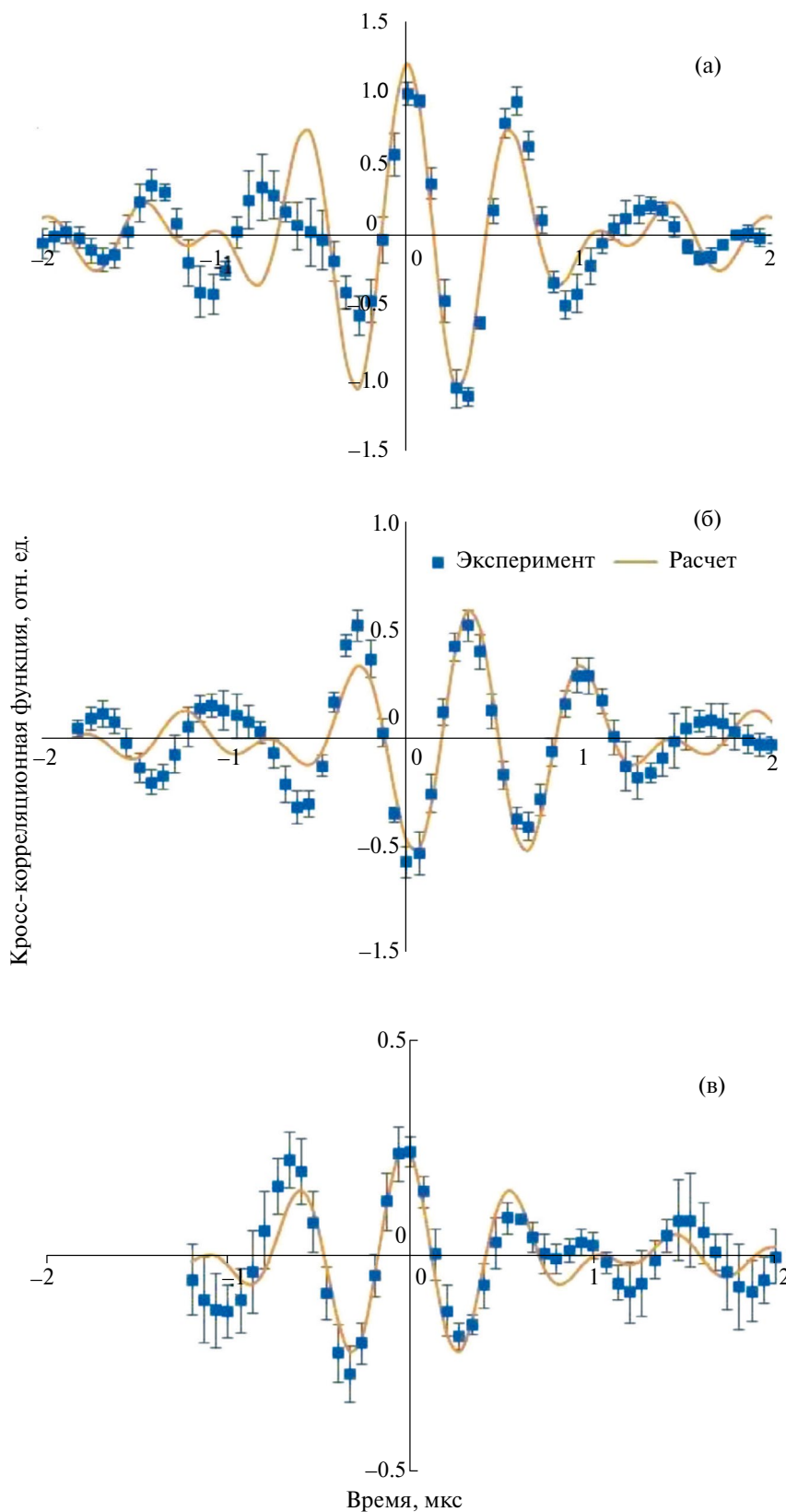


Рис. 5. Рассчитанные и измеренные кросс-корреляционные функции теплового акустического излучения, полученные: (а) — для датчиков $R1, R2$, источник в центре ($S1$); (б) — для $R1, R3$, источник сдвинут на 11 мм ($S2$); (в) — для $R2, R3$, источник в центре ($S1$).

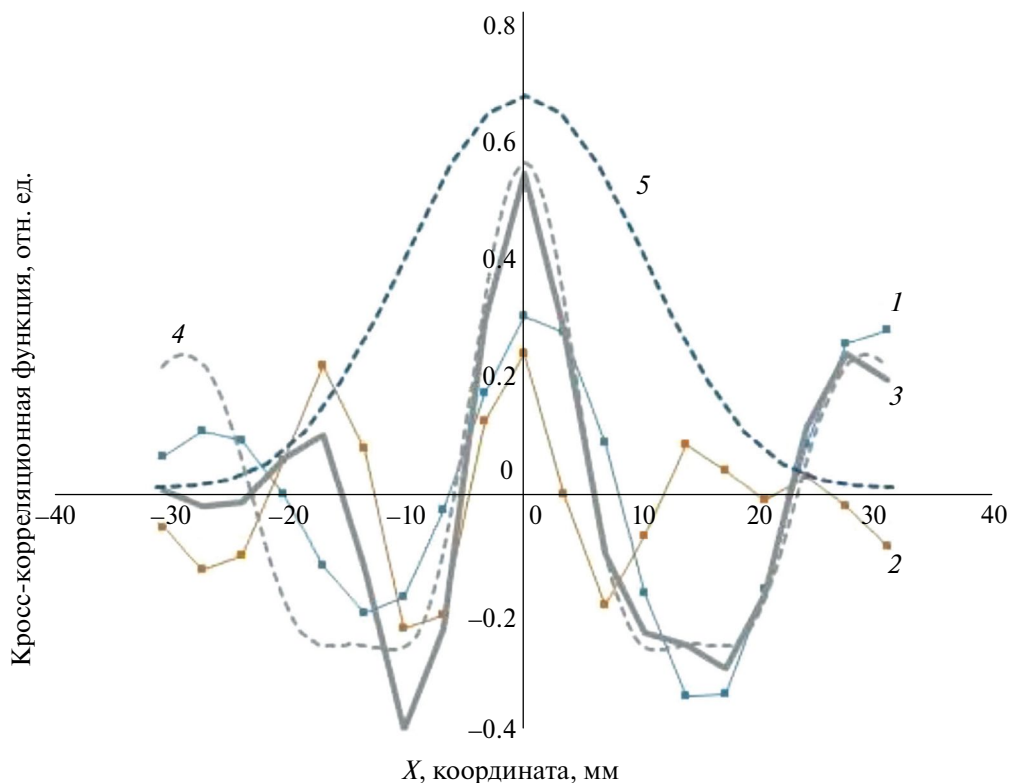


Рис. 6. Измеренные пространственные кросс-корреляционные функции, полученные для соседних и крайних датчиков $R1$ и $R3$ (1), $R2$ и $R3$ (2) и их сумма (3). Рассчитанная сумма кросс-корреляционных функций (4). Показана также рассчитанная аппаратная функция датчика (5). Источник в положении $S1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rieke V. MR thermometry // *Interventional Magnetic Resonance Imaging*. 2011. P. 271–288.
2. Maass-Moreno R., Damianou C.A. Noninvasive temperature estimation in tissue via ultrasound echo-shifts. Part I. Analytical model // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 100. № 4. P. 2514–2521.
3. Hand J.W., Van Leeuwen G.M.J., Mizushima S., Van de Kamer J.B., Maruyama K., Sugiura T., Azzopardi D.V. and Edwards A.D. Monitoring of deep brain temperature in infants using multi-frequency microwave radiometry and thermal modelling // *Physics in Medicine & Biology*. 2001. V. 46. № 7. P. 1885.
4. Bowen T. Passive remote temperature sensor system: пат. 4246784 США. 1981.
5. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Дворникова М.В., Дворникова В.В., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрический контроль кисти человека при гипертермии и гипотермии // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 1. С. 109–114.
6. Аносов А.А., Пасечник В.И., Исрефилов М.Г. Восстановление двумерного распределения внутренней температуры модельного объекта методом пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 1. С. 20–24.
7. Hessemmer Jr R.A., Perper L.J. Correlation thermography: пат. 4416552 США. 1983.
8. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрические данные о кровотоке и теплопродукции в предплечье при физической нагрузке // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 4. С. 539–544.
9. Zernike F. The concept of degree of coherence and its application to optical problems // *Physica*. 1938. V. 5. № 8. P. 785–795.
10. Есепкина Н.А., Корольков Д.В., Парийский Ю.Н. Радиотелескопы и радиометры. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. С. 19–22.
11. Аносов А.А., Антонов М.А., Пасечник В.И. Измерение корреляционных свойств теплового акустического излучения // *Акуст. журн.* 2000. Т. 46. С. 28–34.
12. Буров В.А., Дариалашвили П.И., Евтухов С.Н., Румянцева О.Д. Экспериментальное моделирование процессов активно-пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 3. С. 298–298.

13. *Yurchenko S.A., Dmitriev K.V.* Reconstructing a Dynamic Change in an Object's Temperature by Means of Acoustic Thermotomography // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2022. V. 86. № 1. P. 88–93.
14. *Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В.* Экспериментальные исследования особенностей пассивной корреляционной томографии источников некогерентного акустического излучения меггерцевого диапазона // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 5. С. 702–709.
15. *Вилков В.А., Кротов Е.В., Мансфельд А.Д., Рейман А.М.* Применение фокусируемых антенн для задач акустостеростной термометрии // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 1. С. 81–89.
16. *Аносов А.А., Барабаненков Ю.Н., Сельский А.Г.* Корреляционный прием теплового акустического излучения // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 6. С. 725–730.
17. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Elastic wave thermal fluctuations, ultrasonic waveforms by correlation of thermal phonons // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. Т. 113. № 5. С. 2611–2621.
18. *Демьянов М.А.* Корреляционный метод идентификации акустических источников с помощью микрофонных измерений // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 6. С. 638–646.
19. *Мансфельд А.Д.* Акустотермометрия. Состояние и перспективы // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 4–5. С. 546–556.
20. *Аносов А.А.* Одномерная обратная задача пассивной акустической термометрии с использованием уравнения теплопроводности: компьютерное и физическое моделирование // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 5. С. 562–570.
21. *Аносов А.А., Барабаненков Ю.Н., Казанский А.С., Лесс Ю.А., Шаракишанэ А.С.* Обратная задача акустотермографии при корреляционном приеме теплового акустического излучения // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 1. С. 98–103.
22. *Аносов А.А., Шаракишанэ А.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Санин А.Г., Шаракишанэ А.С.* Аппаратная функция широкополосного акустотермометрического датчика // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 5. С. 616–623.

О СКОРОСТИ ЗВУКА В МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМАХ

© 2024 г. С. О. Гладков*

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ),
Волоколамское ш. 4, Москва, 125993 Россия***e-mail: sgld51@mail.ru*

Поступила в редакцию 19.02.2023 г.

После доработки 06.05.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Вычислена общая зависимость скорости звука c_s в двухфазной системе типа: “жидкость + газ” и “газ + жидкость” в виде функции от концентрации x добавочной фазы и термодинамических параметров смеси. Показано, что в предельных случаях, когда концентрация стремится к нулю или к единице, получаются формулы, численные значения которых хорошо согласуются с известными значениями для скорости звука в воде и воздухе. Дано обобщение этой формулы на многокомпонентные системы. Графически проиллюстрирована найденная функциональная зависимость $c_s(x)$ для случая двухфазной среды и показано ее качественное и количественное соответствие с результатами других авторов.

Ключевые слова: двухфазная система, коэффициент температурного расширения, коэффициент сжатия

DOI: 10.31857/S0320791924010047 **EDN:** ZPJKRR

ВВЕДЕНИЕ

В настоящем сообщении мы подробно остановимся на важном в практическом отношении вопросе о вычислении функциональной зависимости скорости звука в многофазных структурах. Вначале будет рассмотрен случай двухфазной среды с целью наметить алгоритм вычисления, а затем полученные формулы будут обобщены на произвольный случай многофазных сред, которые в настоящее время весьма интенсивно изучаются (см. [1–17]).

Первые теоретические результаты в этом направлении были изложены, видимо, в [18], где на стр. 355 приводится решение задачи о вычислении скорости звука в системе “жидкость + газ” и “газ + жидкость” в зависимости от ряда термодинамических параметров таких двухфазных структур. Здесь следует отметить, что авторы монографии [18] вычислили предельные выражения для скорости звука в обоих рассмотренных случаях (“жидкость + газ” и “газ + жидкость”), и при этом привели обстоятельные аргументы, касающиеся того факта, почему приведенная ими формула “не работает” при переходе к двум предельным случаям, когда $x = 0$ и $x = 1$.

Заметим, что в работе [16], в которой, если говорить формальным языком, изучалась трехфазная система, где роль третьей фазы была отведена металлическим примесным частицам, авторами приведена формула, описывающая зависимость скорости звука как функции от концентрации. Она

имеет вид $\frac{c_s}{1-x}$. Однако, как видно, подобное поведение скорости звука характеризуется сингулярностью в точке $x = 1$.

Ниже мы приведем подробное решение этой задачи, лишенное отмеченных недостатков, когда полученное общее выражение позволяет непрерывным образом описывать переход к обоим предельным случаям $x = 0$ и $x = 1$ без каких-либо ограничений. При этом считается, что размер неоднородностей r добавляемой фазы должен удовлетворять условию $\lambda \gg r$, где λ — длина волны звука. Подобное приближение означает, что мы имеем право ввести в рассмотрение концентрацию примесной фазы.

ОБЩИЙ ПОДХОД И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ
ДЛЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЫ

Введем относительную концентрацию добавочной фазы с помощью формулы $x = \frac{n_1 \bar{v}}{V}$, где n_1 — число “капелек” добавочной фазы, $\bar{v}$ — их средний размер (см. монографию [19]), $V = V_0 + V_1$ — полный объем, V_0 — объем, занимаемый основным веществом. Заметим здесь, что мы придерживаемся тех же обозначений, что и в монографии [20], т.е. индекс “0” относится к основной фазе, а индекс “1” — к добавочной.

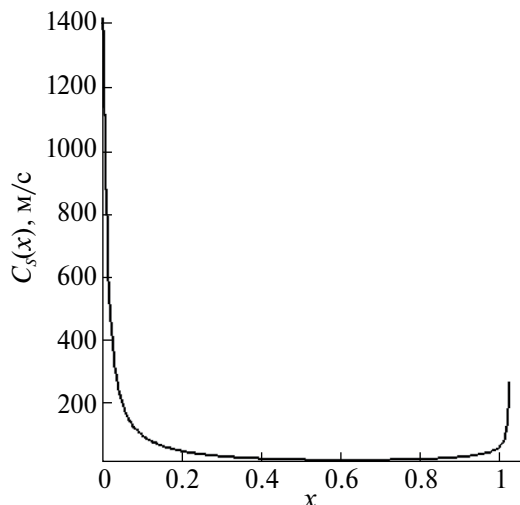


Рис. 1. Иллюстрация аналитической зависимости (16) скорости звука от концентрации x .

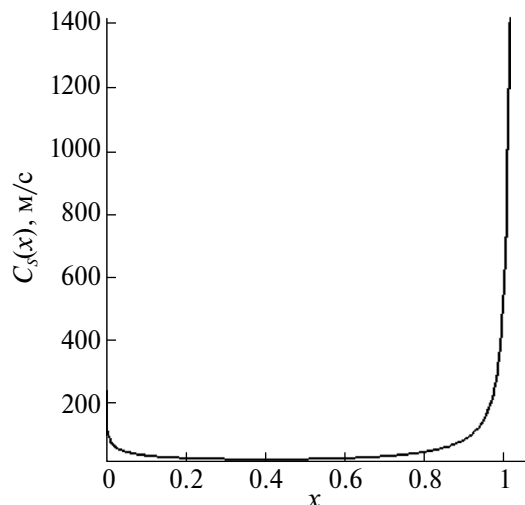


Рис. 2. Графическое изображение зависимости скорости звука от концентрации второй фазы в системе «газ + жидкость».

Благодаря аддитивным свойствам энтропии S и объема V мы имеем право записать:

$$S = (1 - x)S_0 + xS_1, \quad (1)$$

$$V = (1 - x)V_0 + xV_1. \quad (2)$$

Исходя из классического определения скорости звука [18], согласно которому $c_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S$, добавим в него еще одну независимую переменную,

в качестве которой выберем полное количество молекул $N = N_0 + N_1$. Тогда квадрат обратной скорости звука можно представить как

$$\frac{1}{c_s^2} = -\frac{\rho}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{S,N}. \quad (3)$$

Преобразуем теперь формулу (3), перейдя в ней к новым независимым переменным (P, x, T) . В результате у нас получается следующая цепочка преобразований

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_s^2} &= -\frac{\rho}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{S,N} = \frac{\partial(V, S, N)}{\partial(P, x, T)} \frac{\partial(P, x, T)}{\partial(P, S, N)} = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,x} & \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{P,T} & \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,x} \\ \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,x} & \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{P,T} & \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{P,x} \\ \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right)_{T,x} & \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_{P,T} & \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{P,x} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{P,T} & \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{P,x} \\ \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_{P,T} & \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{P,x} \end{vmatrix} = \\ &= \frac{1}{(S_1 - S_0) \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{P,x}} \begin{vmatrix} (1-x) \left(\frac{\partial V_0}{\partial P}\right)_{T,x} & x \left(\frac{\partial V_1}{\partial P}\right)_{T,x} & V_1 - V_0 & (1-x) \left(\frac{\partial V_0}{\partial T}\right)_{P,x} & x \left(\frac{\partial V_1}{\partial T}\right)_{P,x} \\ (1-x) \left(\frac{\partial S_0}{\partial P}\right)_{T,x} & x \left(\frac{\partial S_1}{\partial P}\right)_{T,x} & S_1 - S_0 & (1-x) \left(\frac{\partial S_0}{\partial T}\right)_{P,x} & x \left(\frac{\partial S_1}{\partial T}\right)_{P,x} \\ \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right)_{T,x} & 0 & 0 & \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{P,x} & 0 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Раскрывая определитель, находим

$$\frac{1}{c_s^2} = -\frac{\rho}{V} \left\{ \left(\frac{V_1 - V_0}{S_1 - S_0} + G \right) \times \right. \\ \times [(1-x)V_0\alpha_{0P} + xV_1\alpha_{1P}] - (1-x)\frac{V_0}{K_{0T}} - \\ \left. - x\frac{V_1}{K_{1T}} - \frac{V_1 - V_0}{S_1 - S_0} \frac{G}{T} [(1-x)C_{0P} + xC_{1P}] \right\}, \quad (4)$$

где введены следующее сокращенное обозначение

$$G = \frac{\left(\frac{\partial N}{\partial P} \right)_{T,x}}{\left(\frac{\partial N}{\partial T} \right)_{P,x}}, \quad (5)$$

а также изобарические коэффициенты объемного расширения

$$\alpha_{0P} = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V_0}{\partial T} \right)_P, \quad \alpha_{1P} = \frac{1}{V_1} \left(\frac{\partial V_1}{\partial T} \right)_P \quad (6)$$

и изотермические коэффициенты сжатия

$$K_{0T} = -V_0 \left(\frac{\partial P}{\partial V_0} \right)_T, \quad K_{1T} = -V_1 \left(\frac{\partial P}{\partial V_1} \right)_T. \quad (7)$$

Прежде чем проводить дальнейшие вычисления, вначале необходимо преобразовать формулу (5). С учетом (6) имеем для нее

$$G = \frac{\left(\frac{\partial N}{\partial P} \right)_{T,x}}{\left(\frac{\partial N}{\partial T} \right)_{P,x}} = - \left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_{P,x} = -(1-x) \times \\ \times \left(\frac{\partial V_0}{\partial S} \right)_{P,x} - x \left(\frac{\partial V_1}{\partial S} \right)_{P,x} = -(1-x) \times \\ \times \left(\frac{\partial V_0}{\partial T} \right)_{P,x} \frac{1}{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P,x}} - x \left(\frac{\partial V_1}{\partial T} \right)_{P,x} \frac{1}{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P,x}} = \\ = -\frac{T}{C_P} [(1-x)V_{0P} + xV_{1P}], \quad (8)$$

где изобарическая теплоемкость

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P,x} = (1-x)C_{0P} + xC_{1P}. \quad (9)$$

Подставляя теперь явное выражение (8) в общую формулу (4), после ряда сокращений, в результате

которых автоматически исчезают слагаемые, содержащие дробь $\frac{V_1 - V_0}{S_1 - S_0}$, получаем для квадрата обратной скорости звука следующее довольно компактное выражение

$$\frac{1}{c_s^2} = \frac{\rho}{V} \left\{ (1-x) \frac{V_0}{K_{0T}} + x \frac{V_1}{K_{1T}} + \frac{T}{C_P} \times \right. \\ \left. \times [(1-x)V_0\alpha_{0P} + xV_1\alpha_{1P}]^2 \right\}, \quad (10)$$

где изобарическая теплоемкость смеси определяется формулой (9).

Если теперь ввести изобарические теплоемкости, отнесенные к единице объема соответствующего вещества,

$$c_{0P} = \frac{C_{0P}}{V_0}, \quad c_{1P} = \frac{C_{1P}}{V_1}, \quad (11)$$

формула (10) принимает вид

$$\frac{1}{c_s^2} = \left\{ \rho \frac{(1-x)^2}{K_{0T}} + \frac{x^2}{K_{1T}} + \right. \\ \left. + \frac{T[(1-x)^2\alpha_{0P} + x^2\alpha_{1P}]^2}{(1-x)^2c_{0P} + x^2c_{1P}} \right\}. \quad (12)$$

Чтобы выразить плотность смеси ρ через концентрацию x , удобно представить ее в виде обратного выражения

$$\frac{1}{\rho} = \frac{V}{M} = \frac{(1-x)V_0 + xV_1}{V_0 \left(\rho_0 + \rho_1 \frac{V_1}{V_0} \right)}.$$

Отсюда получаем

$$\rho = \frac{(1-x)\rho_0 + x\rho_1}{(1-x)^2 + x^2}. \quad (13)$$

Подставляя, наконец, (13) в общее выражение (12), приходим к искомой формуле для обратной скорости звука в бинарной смеси

$$\frac{1}{c_s^2} = \frac{(1-x)\rho_0 + x\rho_1}{1 - 2x + 2x^2} \times \\ \times \left\{ \frac{(1-x)^2}{K_{0T}} + \frac{x^2}{K_{1T}} + \right. \\ \left. + T \frac{[(1-x)^2\alpha_{0P} + x^2\alpha_{1P}]^2}{(1-x)^2c_{0P} + x^2c_{1P}} \right\}. \quad (14)$$

Из формулы (14) сразу же видно, что, если $x \ll 1$ или $1-x \ll 1$, мы приходим к выражениям для

скорости звука либо в почти однородной фазе “0”, либо в почти однородной фазе “1”. В том случае, если значения концентрации x произвольные, из формулы (14) будут следовать два качественно разных соотношения. Действительно, выбирая в качестве основной фазы воду с плотностью $\rho_0 = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, а в качестве примесной фазы пузырьки воздуха с плотностью $\rho_1 = 1.20 \times 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ и используя известные справочные данные для коэффициентов изотермического сжатия и изобарического

объемного расширения в нормальных условиях при $T = 300 \text{ К} = 4.14 \times 10^{-14} \text{ эрг}$, а именно

$$\begin{aligned} K_{0T} &\approx 2 \times 10^{10} \text{ СГС}, K_{1T} = P \approx 10^6 \text{ СГС}, \\ c_{0P} &\approx 3 \times 10^{23} \text{ см}^{-3}, c_{1P} \approx 1.63 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}, \\ \alpha_{0P} &\approx 5.3 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{К}^0} = 3.84 \times 10^{11} \text{ эрг}^{-1}, \\ \alpha_{1P} &\approx 3.6 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{К}^0} = 2.6 \times 10^{13} \text{ эрг}^{-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

из (14) получаем следующее функциональное соотношение

$$c_s(x) = 10^3 \sqrt{\frac{2(1 - 2x + 2x^2)}{(1 - x + 1.20 \times 10^{-3}x) \left\{ (1 - x)^2 + 2 \times 10^4 x^2 + \frac{1.8[x^2 + 1.48 \times 10^{-2}(1 - x)^2]^2}{(1 - x)^2 + 0.54 \times 10^{-3}x^2} \right\}}}, \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (16)$$

Зависимость (16) проиллюстрирована на рис. 1.

Отметим, что при $x \rightarrow 0$ скорость звука в воде, согласно формуле (16), будет иметь значение

$$c_s = 1430 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (17)$$

а при $x \rightarrow 1$ скорость звука в воздухе будет составлять примерно

$$c_s = 267 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (18)$$

В другом предельном случае, когда основная фаза представляет собой воздух, а примесная — капельки воды, вместо (16), но с учетом численных значений (15), получаем из (14)

$$c_s(x) = 10^3 \sqrt{\frac{2(1 - 2x + 2x^2)}{[1.20 \times 10^{-3}(1 - x) + x] \left\{ 2 \times 10^4(1 - x)^2 + x^2 + \frac{1.8[(1 - x)^2 + 1.48 \times 10^{-2}x^2]^2}{0.54 \times 10^{-3}(1 - x)^2 + x^2} \right\}}}, \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (19)$$

Зависимость (19) иллюстрирует рис. 2.

Приведенные оценки вполне удовлетворительно коррелируют со всеми известными нам экспериментальными результатами. Как показало сравнение полученной выше теоретической зависимости (19) с результатами работы [13], они вполне неплохо накладываются друг на друга при аккуратном построении. Сказанное отчетливо прослеживается на рис. 3.

Если теперь сравнить зависимость (19) с результатами работы [12], то, согласно приведенному в этой работе рис. 3, мы видим еще одно вполне удовлетворительное доказательство корректности упомянутой выше зависимости (19) для случая двухфазной среды “газ + жидкость”. Это сравнение иллюстрирует рис. 4.

Из обоих рисунков видно, что в области малой концентрации примесной мелкодисперсной фазы скорость звука начинает резко падать, как это отмечено в [17], а с ростом концентрации — скорость звука будет возрастать, что было подтверждено экспериментально [6]. Заметим также, что рис. 1, 2 как качественно, так и количественно, совпадают с рис. 1 из работы [14], полученным численным путем.

В однородном газе скорость звука можно оценить, воспользовавшись уравнением состояния идеального газа [20] $PV = NT$ (здесь считаем, что постоянная Больцмана $k_B = 1$). Для однородной среды получаем

$$c_s = \sqrt{\frac{P C_P}{\rho C_V}} \approx \sqrt{\frac{10^6}{1.2 \times 10^{-3}}} \approx 289 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (20)$$

Приведенная численная оценка (20) вполне неплохо коррелирует с результатом (18), найденным из соотношения (16).

МНОГОФАЗНАЯ СРЕДА

Формула (14) легко обобщается и на общий случай (см. также [18]), когда речь идет о произвольном количестве добавляемых фаз с разными физическими свойствами, количество которых обозначим буквой k . Действительно, имеем в результате

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_s^2} = & \frac{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (1-x_i) \rho_0 + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \rho_i}{\left(\sum_{i=1}^k (1-x_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} \times \\ & \times \left\{ \frac{\left(\sum_{i=1}^k (1-x_i) \right)^2}{K_{0T}} + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k \frac{x_i}{K_{iT}} - \right. \\ & \left. - k^2 T \frac{\left(\sum_{i=1}^k (1-x_i) \right)^2 \alpha_{0P} + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i \alpha_{iP}}{\left(\sum_{i=1}^k (1-x_i) \right)^2 c_{0P} + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i c_{iP}} \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Общее выражение (21) позволяет нам без труда вычислять скорость звука в любых многофазных структурах и с произвольным количеством разнообразных по физическим свойствам добавок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение этого короткого сообщения отметим следующее.

Полученное с помощью чисто теоретического подхода общее выражение для скорости звука в двухфазных структурах (14), анализ которого проиллюстрирован на двух качественно разных примерах: “вода + воздух” и “воздух + вода”, продемонстрировал вполне удовлетворительную возможность приложения формулы (14) для любых подобных двухфазных соединений.

Графически проиллюстрирована зависимость скорости звука $c_s(x)$ в обоих рассмотренных случаях.

Дано обобщение модели двухфазной системы для случая многофазной системы и приведена общая формула (21), описывающая этот нетривиальный случай.

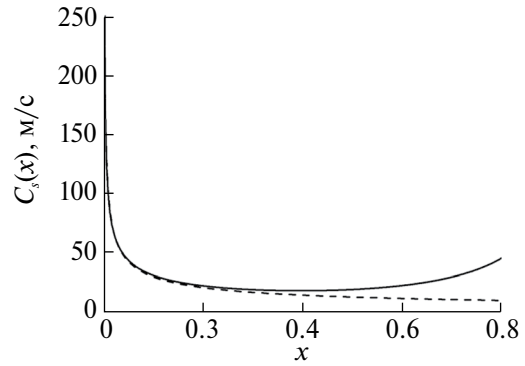


Рис. 3. Сплошная линия – результаты расчета по общей формуле (19), пунктирная линия – результаты работы [13].

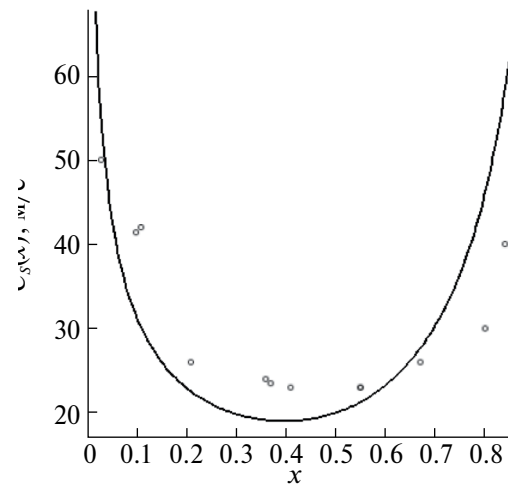


Рис. 4. Зависимость (19) (сплошная линия) и экспериментальные точки, взятые из работы [12] (кружочки). По оси ординат отложена скорость звука c_s , а по оси абсцисс – концентрация.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Campbell I.J., Pitcher A.S.* Shock Waves in a Liquid Containing Gas Bubbles // *Proc. the Royal Soc. London*. 1958. V. 243. № 1235. P. 14–26.
2. *Hsieh D., Plesset M.S.* On the Propagation of Sound in a Liquid Containing Gas Bubbles // *The Physics of Fluids*. 1961. V. 4. № 10. P. 94–102.
3. *Вайсман М.Д.* Термодинамика парожидкостных потоков. Л.: Энергия, 1967. 273 с.
4. *Crespo A.* Sound and Shock Waves in Liquids Containing Bubbles // *The Physics of Fluids*. 1969. V. 12. № 11. P. 223–246.
5. *Radovskii I.S.* Speed of sound in two-phase vapor-liquid systems // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 1970. V. 11. P. 778–784.
<https://doi.org/10.1007/BF00851905>

6. Радовский И.С., Добриков В.В., Дробан Н.В., Чебесков А.Н. Экспериментальное исследование скорости звука во влажных парах углекислоты // ТВТ. 1974. Т. 12. № 2. С. 293–297.
7. Gregor W., Rumpf H. Velocity of sound in two-phase media // Int. J. Multiphase Flow. 1975. V. 1. № 6. P. 753–769.
8. Богуславский Ю.Я. О поглощении и дисперсии звуковых волн в двухфазной среде // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 1. С. 46–52.
9. Picard D.J., Bishnoi P.R. Calculation of the thermodynamic sound velocity in two-phase multicomponent fluids // Int. J. Multiphase Flow. 1987. V. 13. № 3. P. 295–308.
10. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 2. 359 с.
11. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
12. Покусаев Б.Г., Таиров Э.А., Васильев С.А. Скорость низкочастотных волн давления в парожидкостной среде с неподвижным слоем парожидкостных частиц // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 3. С. 341–347.
13. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Особенности отражения акустических волн от границы или слоя двухфазной среды // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 162–173.
14. Lagumbay R.S., Vasilyev O.V., Haselbacher A., Wang J. Numerical simulation of a supersonic three – phase cavitating jet flow through a gaseous medium in injection nozzle // Proc. IMECLE'05. 2005 ASME Int. Mechanical Engineering Congress Expo Orlando, Florida, USA. November 5–11. 2005. P. 1–13.
<https://doi.org/10.1115/IMECE2005-82948>
15. Майер А.Е., Погорелко В.В., Яловец А.П. Упругие волны в суспензиях // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 2. С. 153–160.
16. Вилка Чаича М.Б., Юнусова С., Шикин Г.Н. О скорости звука в двухфазной и двухкомпонентной среде // Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика. 2011. № 2. С. 161–164.
17. Черных А.А., Губарев В.Я. Распространение звуковых волн в двухфазных средах // Материалы V международной научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов. г. Тамбов. 04–06 июня 2018. С. 272–273.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Т. 6. М.: Наука, 1988. 733 с.
19. Френкель Я.И. Теория жидкостей и газов. Сборник трудов в 2-х томах. М.: Издательство АН СССР, 1959. 592 с.
20. Гладков С.О. Физика композитов: термодинамические и диссипативные свойства. М.: Наука, 1999. 330 с.
21. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Т. 5. М.: Наука, 1982. 583 с.

НИЗКОЧАСТОТНАЯ СДВИГОВАЯ УПРУГОСТЬ ГОМОЛОГИЧЕСКОГО РЯДА НОРМАЛЬНЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ

© 2024 г. Т. С. Дембелова^{a, b, *}, Д. Н. Макарова^{a, **}, Б. Б. Бадмаев^{a, c, ***}

^aИнститут физического материаловедения СО РАН, ул. Сахьяновой 6, Улан-Удэ, 670047 Россия

^bБурятский государственный университет, ул. Смолина 24а, Улан-Удэ, 670000 Россия

^cВосточно-Сибирский государственный университет технологий и управления,
ул. Ключевская 40В, стр. 1, Улан-Удэ, 670013 Россия

*e-mail: tu_dembel@mail.ru

**e-mail: dagzama@mail.ru

***e-mail: lmf@ipms.bscnet.ru

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

После доработки 11.08.2023 г.

Принята к публикации 19.09.2023 г.

Акустическим резонансным методом исследована низкочастотная (74 кГц) сдвиговая упругость гомологического ряда нормальных углеводородов (алканов). Измерены модуль сдвига, тангенс угла механических потерь, рассчитаны частота релаксации и эффективная вязкость. Установлены зависимости этих параметров от вязкости гомолога. Показано, что тангенс угла механических потерь у всех исследованных жидкостей меньше 1. Это показывает, что частота релаксации лежит ниже частоты эксперимента.

Ключевые слова: резонансный метод, модуль сдвига, релаксация, вязкость, тангенс угла механических потерь, алканы, структура

DOI: 10.31857/S0320791924010055 **EDN:** ZOXTMY

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей структурной характеристикой жидкости является период релаксации τ — время сохранения неравновесного состояния. В теории жидкости Френкеля [1] и др. период релаксации оценивается приравнением этого периода ко времени оседлого существования отдельных молекул. Такие расчеты дают для маловязких жидкостей времена релаксации 10^{-10} – 10^{-12} с. Следовательно, динамическая сдвиговая упругость у жидкостей должна наблюдаться при частотах сдвиговых колебаний 10^{10} – 10^{12} Гц.

Однако в работах [2, 3] акустическим резонансным методом впервые было обнаружено наличие сдвиговой упругости у жидкостей при частоте сдвиговых колебаний порядка 10^5 Гц. Дальнейшие исследования, проведенные в зависимости от толщины жидкой прослойки и по распространению сдвиговых волн [4, 5], показали, что низкочастотная сдвиговая упругость является свойством жидкости в объеме. Наличие сдвиговой упругости у жидкостей при частоте колебаний 10^5 Гц показывает, что наряду с высокочастотной релаксацией (10^{10} – 10^{12} Гц) в них существует низкочастотная

вязкоупругая релаксация, определяемая коллективными взаимодействиями больших групп молекул (кластеров). Исследования показали, что все жидкости независимо от их вязкости и полярности обладают комплексным модулем сдвиговой упругости при частоте сдвиговых колебаний 74 кГц [2–5]. Рассчитанные значения тангенса угла механических потерь у всех испытанных жидкостей оказались меньше единицы. Это говорит о том, что частота релаксации обнаруженного низкочастотного релаксационного процесса лежит ниже частоты эксперимента. В данной работе исследованы вязкоупругие свойства гомологического ряда предельных углеводородов (алканов). Предположено, что с изменением молекулярной массы гомологов удастся пройти через частоту релаксации низкочастотного вязкоупругого процесса.

Учет вязкоупругих свойств жидкостей важен при разработке современных методов создания материалов и сред с заранее заданными характеристиками [6–8]. В работе [9] исследована медленная кинетика вязкоупругих свойств нефти при низкочастотных сдвиговых колебаниях. Обнаружено, что вязкоупругие характеристики нефти медленно эволюционируют во времени. В работе [10] получены

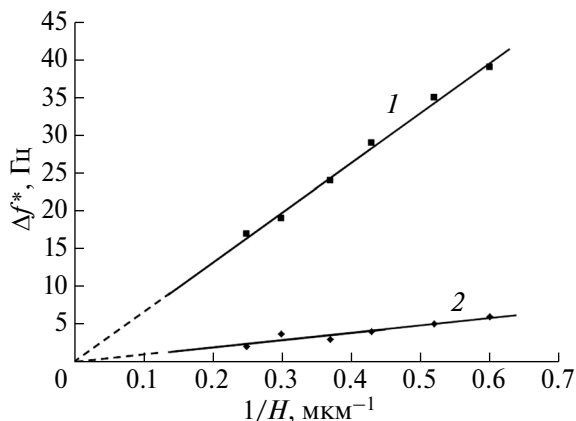


Рис. 1. Зависимости действительного (1) и мнимого (2) сдвигов резонансной частоты от обратной толщины жидкой прослойки для додекана.

данные о реологических свойствах нормальных углеводородов (алканов) при частоте сдвиговых колебаний 1 Гц и деформации 0.05%, которые использованы для обнаружения происходящих в них фазовых переходов. Алканы со средней и длинной цепью, имеющие 11 и более атомов углерода, и их смеси способны образовывать промежуточные структурные фазы между изотропной жидкостью и регулярно упорядоченной твердой кристаллической фазой, сохраняя при этом определенную подвижность для вращения, что приводит к сложному реологическому поведению [10–13]. В настоящее время связанные с этими структурами явления широко исследуются экспериментальными и численными методами.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА

Акустический резонансный метод измерения низкочастотной сдвиговой упругости жидкостей основан на применении пьезокварцевого кристалла в виде прямоугольного бруска. На один конец горизонтальной поверхности кристалла, колеблющегося на резонансной частоте, наносится испытуемая жидкость, накрытая покоящейся кварцевой накладкой [14, 15]. При этом прослойка жидкости испытывает динамические деформации сдвига и в ней устанавливаются стоячие сдвиговые волны. В зависимости от толщины жидкой прослойки изменяются параметры резонансной кривой: резонансная частота и ширина резонансной кривой. Возрастание резонансной частоты пьезокварца по сравнению с частотой свободно пьезокварца свидетельствует о наличии сдвиговой упругости у исследуемой жидкости. Если бы в прослойке действовали только диссипативные вязкие силы, то резонансная частота должна была бы уменьшаться.

Из теории акустического резонансного метода [4, 5] в случае, когда толщина жидкой прослойки H много меньше длины сдвиговой волны λ , для комплексного модуля сдвига и тангенса угла механических потерь $\tan \theta$ получены следующие выражения:

$$G^* = \frac{4\pi^2 M f_0 \Delta f^* H}{S}, \quad \tan \theta = \frac{G''}{G'} = \frac{\Delta f''}{\Delta f'}, \quad (1)$$

где G' и G'' — действительный и мнимый модули сдвига, M — масса пьезокварца, f_0 — его резонансная частота, $\Delta f'$ и $\Delta f''$ — действительный и мнимый сдвиги резонансной частоты, H — толщина жидкой прослойки, S — площадь контакта жидкости и пьезокварца.

Из этих формул видно, что при наличии комплексного модуля сдвига зависимости сдвигов частот от обратной величины толщины жидкой прослойки должны быть линейными. Мнимый сдвиг резонансной частоты $\Delta f''$ определяется изменением затухания колебательной системы. Таким образом, в эксперименте измеряются положительный сдвиг резонансной частоты, затухание и толщина жидкой прослойки.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В экспериментах применялся пьезокварцевый кристалл X-18.5° среза с размерами $34.7 \times 12 \times 5.5$ мм, массой 6.24 г и с резонансной частотой 74 кГц. Площадь основания накладки равнялась 0.2 см^2 . Выбор среза пьезокристалла обусловлен тем, что у него коэффициент Пуассона равен нулю и исследуемая прослойка жидкости испытывала чисто сдвиговые деформации. Угловые деформации не превышали 10° , что обеспечивало определение комплексного модуля сдвига G^* в линейной области, где модуль сдвига имеет постоянное значение, соответственно, структура жидкости не нарушена. В данной работе исследован гомологический ряд предельных углеводородов. Предельные углеводороды — ациклические углеводороды линейного или разветвленного строения и образующие гомологический ряд с общей формулой $C_n H_{2n+2}$. Каждый последующий член гомологического ряда отличается от предыдущего на постоянную группу атомов CH_2 и имеет более длинную углеводородную цепь. При этом изменяются их физико-химические свойства.

На рис. 1 приведены экспериментальные результаты измерения действительного $\Delta f'$ и мнимого $\Delta f''$ сдвигов частот от обратной величины толщины жидкой прослойки для додекана.

Видно, что зависимости сдвигов частот от обратной толщины прослойки линейны, что, согласно формулам (1), свидетельствует о наличии комплексного модуля сдвига у исследованной жидкости.

Таблица. Вязкоупругие свойства гомологического ряда нормального углеводорода

Жидкость	Химическая формула	μ , г/моль	t , °C	$G' \times 10^{-5}$, Па	$\text{tg}\theta$	$f_{\text{rel}} \times 10^{-3}$, Гц	η_{eff} , Па с	$\eta_T \times 10^3$ Па с, 20°C [16]
Ундекан	$\text{C}_{11}\text{H}_{24}$	156.31	23	0.58	0.18	13.30	0.71	1.182
Додекан	$\text{C}_{12}\text{H}_{26}$	170.34	24	0.62	0.15	11.01	0.90	1.492
Тридекан	$\text{C}_{13}\text{H}_{28}$	184.40	22	0.65	0.10	8.80	1.40	1.878
Тетрадекан	$\text{C}_{14}\text{H}_{30}$	198.39	23	0.68	0.10	7.40	1.47	2.322
Пентадекан	$\text{C}_{15}\text{H}_{32}$	212.42	22	0.70	0.09	6.66	1.67	2.841
Гексадекан	$\text{C}_{16}\text{H}_{34}$	226.44	24	0.75	0.08	5.92	2.02	3.451
Гептадекан	$\text{C}_{17}\text{H}_{36}$	240.48	24	0.85	0.07	5.03	2.61	4.209

Расчеты действительного модуля сдвига и тангенса угла механических потерь по формулам (1) дают для додекана значения $G' = 0.6 \times 10^5$ Па и $\text{tg}\theta = 0.15$. Аналогичные линейные зависимости получены и для других исследованных жидкостей гомологического ряда, результаты расчетов приведены в таблице.

В первых столбцах таблицы указаны исследованные жидкости, их химическая формула и молекулярная масса, далее приведены температура эксперимента и полученные результаты. Из таблицы видно, что с увеличением молекулярной массы гомолога модуль сдвига растет (5 столбец), а тангенс угла механических потерь уменьшается (6 столбец). Очевидно, алканы с длинной цепью образуют более упорядоченную структуру. Полагая, что вязкоупругие свойства жидкостей описываются реологической моделью Максвелла, по формулам

$$f_{\text{rel}} = f_0 \text{tg}\theta \text{ и } \eta_{\text{eff}} = \frac{G'(1 + \text{tg}^2 \theta)}{\omega \text{tg}\theta} \text{ рассчитаны частоты}$$

релаксации и эффективные вязкости, проявляемые в эксперименте. Так, для додекана частота релаксации 11.1 кГц, а рассчитанная эффективная вязкость составляет 0.90 Па с.

Как показано в таблице, рассчитанные частоты релаксации (7 столбец таблицы) у всех исследованных гомологов на несколько порядков меньше значений, соответствующих высокочастотной релаксации для маловязких жидкостей. Частота релаксации у низших гомологов исследованного ряда больше, чем у высших, при этом остается меньше частоты сдвиговых деформаций, равной 74 кГц. Таким образом, при исследовании вязкоупругих свойств узкого гомологического ряда алканов не удастся пройти через частоту релаксации. В предпоследнем столбце таблицы приведены рассчитанные значения эффективной вязкости гомологов исследованного ряда. Видно, что эффективная вязкость гомологов значительно превышает табличные данные из справочной литературы [16]. Полученные данные можно интерпретировать следующим образом. Жидкость обладает развитой

кластерной структурой и, как было показано в работах [17, 18], при малых амплитудах колебания пьезокварца (до $10'$), реализуемых в данной работе, структура жидкости остается неизменной и наблюдается область линейной упругости, когда напряжение в прослойке жидкости оказывается пропорциональным величине деформации. Такая структура может соответствовать большим вязкостям, т.е. аномально большим периодам релаксации. При увеличении амплитуды колебания равновесная структура жидкости разрушается, что ведет к уменьшению сдвиговой упругости и эффективной вязкости, которая стремится к табличному значению вязкости [17, 18]. Табличная же вязкость будет относиться к жидкости с разрушенной пространственной структурой, которая соответствует ламинарному течению в обычных вискозиметрах, где сдвиговые деформации равны бесконечности. Обнаруженное явление повышенной вязкости может иметь практическое значение во всех процессах, где преобладают медленные течения, таких как фильтрация жидкостей через искусственные и естественные мембраны, пропитка твердых тел и др. Для ускорения этих процессов необходимо разрушение структуры жидкости, например, под действием ультразвука.

Для объяснения низкочастотной сдвиговой упругости жидкостей предлагается развиваемая нами кластерная модель жидкости [18, 19] по аналогии с λ -процессом релаксации в аморфных полимерах, которые наблюдаются выше их температуры стеклования и связаны с распадом и восстановлением микрообъемных физических узлов молекулярной сетки. Представляется, что структурная микронеоднородность присуща и простым маловязким жидкостям. Согласно кластерной модели, любая жидкость представляет собой микронеоднородную среду, состоящую из двух динамических компонентов — упорядоченных областей (кластеров), расположенных в неупорядоченной рыхлоупакованной матрице. Время жизни кластеров велико вследствие большого числа связанных молекул, входящих в кластер. Механизм низкочастотной

вязкоупругой релаксации в жидкостях связан с распадом кластера, который представляет собой многоступенчатый процесс перехода “связанная молекула—свободная молекула”. Приближенная оценка энергии активации показала, что низкочастотный процесс релаксации в жидкостях относится к низкоактивационным процессам. Так, для вазелинового масла, представляющего собой смесь предельных углеводородов C_{10} — C_{15} , энергия активации оценивается значением 22 кДж/моль [18, 19], что находится в согласии с элементарным механизмом данного процесса, который сводится к отрыву кинетической единицы от кластера.

В рамках кластерной модели вполне объяснимо увеличение модуля сдвига и уменьшение тангенса угла механических потерь с удлинением углеводородной цепи алканов. Алканы способны образовывать пластинчатые структуры [10], поэтому с увеличением их молекулярной массы увеличивается упорядоченность структуры. Таким образом, размеры кластеров будут иметь больший размер с ростом молекулярной массы гомолога, что ведет к увеличению времени релаксации и, следовательно, к уменьшению частоты релаксации упругих сдвиговых напряжений.

Данные о вязкоупругих свойствах углеводородов имеют важное значение в контексте их применения (в химической, энергетической промышленности) в качестве смазочных материалов, в медицине и косметике, при добыче и транспортировке нефти. В многочисленных работах, например, [20–23], исследуются вязкость нефти и методы снижения вязкости для облегчения добычи и транспортировки. В работе [20] исследованы реологические свойства образцов нефти, относящихся к разным классам (легкая, тяжелая, парафинистая нефть и битум) при стационарном течении и при малоамплитудном колебательном сдвиге. Показаны линейные и нелинейные вязкоупругие свойства нефтей, построена универсальная температурная зависимость вязкости масел с использованием уравнения Вильямса—Ландела—Ферри. В [21] исследовано влияние мощности ультразвука и времени облучения на насыщенные углеводороды в сырой нефти методом ультразвуковой кавитации, в результате которого происходит расщепление молекулярных цепей. В работах [22, 23] исследованы методы снижения вязкости нефти ультразвуковыми преобразователями разной мощности. Рассмотренная в данной статье низкочастотная вязкоупругость нормальных углеводородов будет иметь значимую ценность в решении прикладных задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Акустическим резонансным методом исследованы низкочастотные (10^5 Гц) вязкоупругие свойства гомологического ряда нормальных углеводородов

(алканов). Изучены зависимости вязкоупругих параметров исследованного гомологического ряда жидкостей от молекулярной массы. Показано, что частота релаксации с увеличением молекулярной массы гомологов уменьшается, а эффективная вязкость растет. Следовательно, в дальнейшем представляет интерес исследование низкочастотных вязкоупругих свойств низшего ряда гомологов, где возможно удастся пройти через частоту релаксации. Продолжение исследований гомологического ряда углеводородов имеет кроме фундаментального значительное прикладное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. 592 с.
2. Базарон У.Б., Дерягин Б.В., Булгадаев А.В. О сдвиговой упругости граничных слоев жидкостей // Докл. Акад. наук СССР. 1965. Т. 160. № 4. С. 799–803.
3. Базарон У.Б., Дерягин Б.В., Булгадаев А.В. Измерение сдвиговой упругости жидкостей и их граничных слоев резонансным методом // Журн. эксп. теор. физ. 1966. Т. 51. Вып. 4. С. 969–981.
4. Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Макарова Д.Н., Гулгенов Ч.Ж. Ультразвуковой интерферометр на сдвиговых волнах в жидкостях // Известия ВУЗов. Физика. 2019. Т. 62. № 9. С. 151–156.
5. Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Дамдинов Б.Б., Гулгенов Ч.Ж. Импедансный метод измерения сдвиговой упругости жидкостей // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 602–605.
6. Гусев В.А., Жарков Д.А. Акустические поля и радиационные силы, создаваемые стоячей поверхностной волной в слоистых вязких средах // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 6. С. 589–604. <https://doi.org/10.31857/S0320791922060041>
7. Шамсутдинова Е.С., Анисимкин В.И., Фионов А.С., Смирнов А.В., Колесов В.В., Кузнецова И.Е. Совершенствование методов исследования электрофизических и вязкостных свойств жидкостей // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 1. С. 56–62. <https://doi.org/10.31857/S03207919220600238>
8. Минаков А.В., Пряжников М.И., Дамдинов Б.Б., Немцев И.В. Исследование объемной вязкости наносuspензий методом акустической спектроскопии // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 182–189. <https://doi.org/10.31857/S0320791922020058>
9. Миронов М.А., Шеломихина И.А., Зозуля О.М., Есипов И.Б. Медленная кинетика вязкоупругих свойств нефти при низкочастотных сдвиговых колебаниях // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 132–140.
10. Cholakova D., Tsvetkova K., Tcholakova S., Denkov N. Rheological properties of rotator and crystalline phases of alkanes // Colloids Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects. 2022. V. 634. Article 127926.

11. *Iliev S., Tsibranska S., Ivanova A., Tcholakova S., Denkov N.* Computational assessment of hexadecane freezing by equilibrium atomistic molecular dynamics simulations // *J. Colloid Interface Sci.* 2022. V. 638. P. 743–757.
<https://doi.org/10.1016/j.jcis.2023.01.126>
12. *Nowak M.J., Severtson S.J.* Dynamic mechanical spectroscopy of plastic crystalline states in n-alkane systems // *J. Materials Science.* 2001. V. 36. P. 4159–4166.
13. *Cholakova D., Denkov N.* Rotator phases in alkane systems: in bulk, surface layers and micro/nano-confinements // *Adv. Colloid interface Sci.* 2019. V. 269. P. 7–42.
14. *Макарова Д.Н., Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С.* Низкочастотная сдвиговая упругость коллоидной суспензии наночастиц // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 6. С. 610–612.
<https://doi.org/10.31857/S032079192005010X>
15. *Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Макарова Д.Н., Вершинина Е.Д., Федорова С.Б., Машанов А.Н.* Теория резонансного метода определения комплексного модуля сдвига жидкости // *Вестник БГУ.* 2022. № 1. С. 45–56.
<https://doi.org/10.18101/2304-5728-2022-1-45-56>
16. *Никольский Б.П.* Справочник химика. Т. 1. Л.: Химия, 1966. 1072 с.
17. *Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Макарова Д.Н., Гулгенов Ч.Ж.* Сдвиговая упругость и прочность структуры жидкости на примере диэтиленгликоля // *Журнал техн. физики.* 2017. Т. 87. Вып. 1. С. 18–21.
<https://doi.org/10.21883/JTF.2017.01.44012.1745>
18. *Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б., Дембелова Т.С.* Вязкоупругая релаксация в жидкостях // *Изв. РАН Сер. физич.* 2015. Т. 79. № 10. С. 1461–1466.
<https://doi.org/10.7868/S036767651510004X>
19. *Бадмаев Б.Б., Макарова Д.Н., Сандитов Д.С., Дамдинов Б.Б., Дембелова Т.С.* Низкочастотная вязкоупругая релаксация в жидкостях // *Изв. ВУЗов. Физика.* 2014. Т. 57. № 6. С. 34–39.
20. *Ilyin S.O., Strelets L.A.* Basic Fundamentals of Petroleum Rheology and Their Application for the Investigation of Crude Oils of Different Natures // *Energy Fuels.* 2018. V. 32. P. 268–278.
<https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.7b03058>
21. *Zhu S., Liu X., Zhang Z.* Experimental Investigation of the Effect of Ultrasonic Wave on the Saturated Hydrocarbons in Castilla Crude Oil // Wang Y., Martinsen K., Yu T., Wang K. (Eds.) *Advanced Manufacturing and Automation XI. IWAMA 2021. Lecture Notes in Electrical Engineering.* 2022. V. 880. Springer, Singapore.
https://doi.org/10.1007/978-981-19-0572-8_17
22. *Abramov V.O., Abramova A., Bayazitov V., Mulla-kaev M.S., Marnosov A.V., Ildiyakov A.* Acoustic and sonochemical methods for altering the viscosity of oil during recovery and pipeline transportation // *Ultrason. Sonochem.* 2017. V. 35. P. 389–396.
<https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2016.10.017>
23. *Huang X., Zhou C., Suo Q., Zhang L., Wang S.* Experimental study on viscosity reduction for residual oil by ultrasonic // *Ultrason. Sonochem.* 2018. V. 41. P. 661–669.
<https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2017.09.021>

О ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕМ ПОКРЫТИИ В ВИДЕ СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ

© 2024 г. Л. И. Казаков*

Ул. Т. Шевченко 29, кв. 219, Севастополь, 299006 Россия

*e-mail: lev-kazakov@rambler.ru

Поступила в редакцию 11.10.2021 г.

После доработки 28.11.2022 г.

Принята к публикации 28.11.2022 г.

Рассмотрена возможность создания широкополосного звукопоглощающего покрытия для гидроакустических измерительных бассейнов и камер с инерционными, либо звуконепроницаемыми стенками, состоящего из слоя вязкой жидкости с газовыми пузырьками. Расчет покрытий основан на известной теории распространения звука в жидкой среде с пузырьками, а также на использовании интегральных дисперсионных уравнений Крамерса–Кронига. Показано, что объемная функция распределения пузырьков по размерам должна быть постоянной во всем диапазоне их размеров. Назначение вязкой жидкости — увеличить затухание пузырьков до оптимальной для покрытий величины порядка единицы путем добавления к малым термическим потерям вязких потерь в окружающей жидкости. В покрытиях для звуконепроницаемых стенок использованы низкочастотные компенсирующие резонаторы. Приведено несколько примеров расчета акустических характеристик покрытий.

Ключевые слова: пузырьки-резонаторы, акустическая проводимость, поглощение звука, физическая осуществимость, вязкие потери, компенсирующие резонаторы

DOI: 10.31857/S0320791924010067 EDN: ZOLMSH

ВВЕДЕНИЕ

В годы второй мировой войны в Германии интенсивно проводились работы по созданию резонансных противогидролокационных покрытий для подводных лодок (ПЛ). Идея резонансного покрытия, выполненного в виде тонкого слоя резины с полостями разных размеров, вытекала из стремления закрепить на корпусе ПЛ газовые пузырьки, получаемые электролитическим способом с помощью металлической сетки, размещенной вблизи корпуса ПЛ. Опыты с тонкими разреженными пузырьковыми завесами оказались успешными и “это привело к изобретению резонансного покрытия” [1] (покрытие “Альберих” на диапазон частот 9–18 кГц [2]). Если для движущихся кораблей пузырьковое покрытие явно не годится, оно вполне может оказаться полезным для вертикальных стенок измерительных гидроакустических бассейнов и камер.

Воздушный пузырек в воде — весьма эффективный гаситель энергии звуковой волны. Так, на резонансной частоте для любого пузырька отношение сечения погашения энергии (суммы термического поглощения и рассеяния) к площади

поверхности пузырька превышает значение 555. Поэтому неустраненные пузырьки могут сильно исказить результаты измерений на таких гидроакустических установках как “Импульсная труба”, “Реверберационный бак” [3] и других.

1. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ

Предположим, что в жидкости с плотностью ρ_l равномерно распределены пузырьки газа разных радиусов R . В произвольном малом объеме такой среды, размер которого много меньше длины распространяющейся в среде плоской монохроматической звуковой волны $\exp(kx - i\omega t)$, находится достаточно большое число пузырьков, чтобы их можно было описать функцией распределения по размерам $n(R)$, единой для всех таких объемов. С другой стороны, будем полагать, что в указанном объеме пузырьков достаточно мало, чтобы можно было пренебречь их взаимодействием. Такую среду называют микронеоднородной [4, с. 56]. Поскольку, как будет показано, требуемая объемная концентрация газа в среде $\epsilon \ll 1$, примем плотность среды ρ равной плотности жидкости ρ_l .

Комплексное волновое число (или дисперсионное уравнение) для пузырьковой среды имеет вид:

$$k^2 = k_l^2 + \frac{\rho_l \omega^2}{P_0} \times \int_0^\infty \frac{U(R) dR}{q(\omega, R) \left[1 - \frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R) q(\omega, R)} - i\delta(\omega, R) \right]}, \quad (1)$$

где $k_l = \omega/c_l$ – волновое число для чистой жидкости без потерь, ω – круговая частота, c_l – скорость звука в чистой жидкости; P_0 – гидростатическое давление;

$$U(R) = \frac{4}{3} \pi R^3 n(R) \quad (2)$$

— объемная функция распределения пузырьков;

$$\omega_p = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{3q(\omega_p, R) P_0 \left(1 + \frac{2\alpha(3q-1)}{3qP_0 R} \right)}{\rho_l}} \quad (3)$$

— резонансная частота пузырька с учетом поверхностного натяжения α ;

$$\delta = \delta_T + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} k_l R \quad (4)$$

— затухание пузырька–резонатора; $q(z)$ – показатель политропы газа, $z = 2R\sqrt{\omega / 2\chi_g}$, χ_g – коэффициент температуропроводности газа; $\delta_T(z) < 0.12$ – термическая часть затухания; второе слагаемое в (4) представляет потери на излучение. Функции $q(z)$ и $\delta_T(z)$ найдены Девином [5] и приведены также в книге [6, с. 146]:

$$q(z) = \frac{\gamma}{1 + \frac{3(\gamma-1)(\sinh z - \sin z)}{z(\cosh z - \cos z)}}, \quad (5)$$

$$\delta_T(z) = \frac{\frac{\sinh z + \sin z}{\cosh z - \cos z} - \frac{2}{z}}{\frac{z}{3(\gamma-1)} + \frac{\sinh z - \sin z}{\cosh z - \cos z}},$$

где $\gamma = c_p/c_v$ – показатель адиабаты. Соотношение (1) обобщает на случай спектра пузырьков по размерам формулу, впервые полученную Фолди для совокупности одинаковых пузырьков, когда $U(R) = \varepsilon \delta(R)$ [7, 8], где $\delta(R)$ – дельта-функция.

Для пузырьков в воде диаметром больше 0.2 мм (с резонансной частотой менее 33 кГц) поверхностное натяжение можно не учитывать. Тогда при $q \rightarrow \gamma$ из (3) следует формула Минаэрты.

2. ОТРАЖЕНИЕ ЗВУКА ОТ СТЕНКИ, ПОКРЫТОЙ СЛОЕМ ПУЗЫРЬКОВ

Защищаемая стенка с поверхностной плотностью M , имеющая массовый импеданс, с одной стороны граничит с вакуумом (воздухом), а с другой покрыта слоем жидкости с пузырьками, за которым находится вода. Пусть на систему из воды нормально падает плоская звуковая волна. Толщину h пузырькового слоя будем считать акустически малой, т.е. $|kh| \ll 1$. Найдем условия, при которых коэффициент отражения r от слоя близок к нулю.

Входную проводимость системы на границе с водой найдем по известной формуле [4, с. 156]:

$$Y' = \frac{Y_M - i \frac{\tan kh}{\rho_l c}}{1 - i \rho_l c Y_M \tan kh}.$$

Подставив сюда проводимость стенки $Y_M = i/\omega M$, заменив тангенсы их аргументами и считая массу слоя малой сравнительно с массой стенки, т.е. $m = \rho_l h \ll M$, с помощью (1) найдем входную проводимость нагруженного слоя жидкости с пузырьками, приведенную к проводимости воды:

$$Y = \rho_0 c_0 Y' = P(\omega) + i(Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)), \quad (6)$$

где $\rho_0 c_0$ – волновое сопротивление воды,

$$P(\omega) = \frac{\rho_0 c_0 \omega h}{P_0} \times \int_0^\infty \frac{\frac{\delta(\omega, R)}{q(\omega, R)} U(R) dR}{\left(1 - \frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R) q(\omega, R)} \right)^2 + \delta^2(\omega, R)}, \quad (7)$$

$$Q(\omega) = \frac{\rho_0 c_0 \omega h}{P_0} \times \int_0^\infty \frac{\frac{1}{q(\omega, R)} \left(\frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R) q(\omega, R)} - 1 \right) U(R) dR}{\left(1 - \frac{\omega^2 q(\omega_p, R)}{\omega_p^2(R) q(\omega, R)} \right)^2 + \delta^2(\omega, R)}, \quad (8)$$

$$Q_{ss}(\omega) = \rho_0 c_0 \left(\frac{1}{\omega M} - \frac{\omega h}{\rho_l c_l^2} \right) \quad (9)$$

— реактивная проводимость исходной системы, т.е. сумма массовой проводимости стенки и упругой проводимости слоя чистой жидкости. Функции $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ можно назвать соответственно активной и реактивной, приведенными к воде проводимостями совокупности пузырьков.

Поскольку коэффициент отражения

$$r = \frac{1 - Y}{1 + Y}, \quad (10)$$

то для того, чтобы он был мал, очевидно, требуется:

$$P(\omega) \approx 1, |Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)| \ll 1. \quad (11)$$

Другими словами, пузырьки должны вносить в систему активную проводимость, равную проводимости чистой жидкости, и компенсировать реактивную проводимость исходной системы. При этом первое условие в (11) может быть выполнено в достаточно широком диапазоне частот, независимо от параметров исходной системы. Второе же условие может и не выполняться. Действительно, поскольку, как будет показано ниже, функции $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ жестко связаны друг с другом, то задание диапазона частот поглощения налагает жесткие требования на значения параметров исходной системы M и h .

3. ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ К РАСЧЕТУ ПОКРЫТИЯ

Объемная скорость совокупности пузырьков, приходящихся на единицу поверхности слоя, является линейным “откликом” на действующее в слое звуковое давление. Коэффициентом пропорциональности между этими двумя величинами служит физически реализуемая входная проводимость пузырьков из (6), которая представляет собой частный случай “обобщенной восприимчивости” [9, § 123; 10, § 82; 11]. Поэтому активная и реактивная части проводимости совокупности пузырьков должны быть однозначно взаимосвязаны дисперсионными соотношениями Крамерса–Кронига:

$$P(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(\xi)}{\xi - \omega} d\xi, \quad (12)$$

$$Q(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(\xi)}{\xi - \omega} d\xi, \quad (13)$$

где интегралы понимаются в смысле главного значения. Дисперсионные соотношения являются математическим выражением принципа причинности.

С помощью соотношений (12), (13) мы можем, задав одну из функций $P(\omega)$ или $Q(\omega)$, вычислить другую. При этом, помимо достаточно хорошего поведения этих функций при $\omega \rightarrow \infty$, необходимо также, чтобы $P(\omega)$ была четной, а $Q(\omega)$ — нечетной функцией частоты:

$$P(-\omega) = P(\omega), \quad Q(-\omega) = -Q(\omega). \quad (14)$$

Функции (7) и (8) свойствами (14) обладают. Действительно, для этого требуется, чтобы $q(\omega)$ была четной, а $\delta_T(\omega)$ — нечетной функцией. При этом второе слагаемое в (4) нечетно. Согласно (5) $q(z) = q(iz)$, $\delta_T(z) = -\delta_T(iz)$, что означает: $q(\omega) = q(-\omega)$, $\delta_T(\omega) = -\delta_T(-\omega)$.

Особенно полезна формула (13), поскольку с ее помощью, задав почти произвольно четную функцию $P(\omega)$, удовлетворяющую физически необходимому требованию $P(\omega) > 0$, можно найти функцию $Q(\omega)$, не противоречащую никаким необходимым физическим условиям, т.е. принципиально возможную, т.к. величина и знак $Q(\omega)$, вообще говоря, физически ничем не ограничены. Напротив, формула (12) не дает (в общем случае произвольно заданной функции $Q(\omega)$) физически возможной функции $P(\omega)$, т.к. не обеспечивает автоматическим образом положительности последней.

Зададим:

$$P(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^\zeta} - \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^\zeta}, \quad (15)$$

где $\omega_2 \gg \omega_1$ опорные частоты, а ζ — четное число. Подставив эту функцию в формулу (13), вычислим с помощью теории вычетов:

$$Q(\omega) = \Phi_\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right) - \Phi_\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right), \quad (16)$$

где, в частности,

$$\begin{aligned} \Phi_2(x) &= \frac{x}{1 + x^2}, \quad \Phi_4(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{x + x^3}{1 + x^4}, \\ \Phi_6(x) &= \frac{2}{3} \frac{x + 0.5x^3 + x^5}{1 + x^6}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Phi_8(x) = 0.653 \frac{x + 0.414(x^3 + x^5) + x^7}{1 + x^8},$$

$$\Phi_{10}(x) = \frac{0.647(x + x^9) + 0.247(x^3 + x^7) + 0.2x^5}{1 + x^{10}}.$$

Эти функции обладают следующими свойствами:

$$\Phi_\zeta(x) = \Phi_\zeta\left(\frac{1}{x}\right), \quad \Phi_\zeta(x) \sim x \text{ при } x \rightarrow 0,$$

$$\Phi_\zeta(x) \sim \frac{1}{x} \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad \max \Phi_\zeta(x) = \Phi_\zeta(1). \quad (18)$$

По формулам (6), (10) найдем модуль коэффициента отражения звука:

$$|r(\omega)| = \sqrt{\frac{[1 - P(\omega)]^2 + [Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)]^2}{[1 + P(\omega)]^2 + [Q(\omega) + Q_{ss}(\omega)]^2}}. \quad (19)$$

Реактивную проводимость исходной системы (9) представим как

$$Q_{ss}(\omega) = B_\zeta \left(\frac{\omega_1}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_2} \right), \quad B_\zeta = \text{const}, \quad (20)$$

и тем самым установим связь между опорными частотами ω_1 , ω_2 и параметрами исходной системы M и h :

$$\omega_1 = \frac{\rho_0 c_0}{B_\zeta M}, \quad \omega_2 = \frac{B_\zeta \rho_l c_l^2}{\rho_0 c_0 h}. \quad (21)$$

Среднее геометрическое этих величин определяет собственную частоту исходной системы:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{\frac{\rho_l c_l^2}{M h}}.$$

Используя формулы (16), (18), (20), для реактивной составляющей входной проводимости (6) системы найдем:

$$Q(\omega) + Q_{ss}(\omega) = \left[B_\zeta \frac{\omega_1}{\omega} - \Phi_\zeta \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right) \right] + \left[\Phi_\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right) - B_\zeta \frac{\omega}{\omega_2} \right]. \quad (22)$$

Здесь каждая из функций слева равна нулю на частоте $\omega = \omega_0$. Поэтому ω_0 можно назвать центральной частотой рабочего диапазона покрытия. В обе стороны от центральной частоты ω_0 функции $Q(\omega)$ и $Q_{ss}(\omega)$ компенсируют друг друга, т.к. имеют противоположные знаки. Это хорошо видно из (22), откуда следует, что полнота такой взаимной компенсации в диапазоне частот $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ зависит от удачной аппроксимации функции $\Phi_\zeta(x)$ прямой $B_\zeta x$, т.е. от выбора оптимального значения B_ζ .

Определим граничные частоты $\omega_{\min}$ и $\omega_{\max}$ рабочего диапазона покрытия условием:

$$P(\omega_{\min}) = P(\omega_{\max}) = 0.8.$$

Тогда из формул (15), (21) найдем:

$$\omega_{\min} = \frac{4^{1/\zeta} \rho_0 c_0}{B_\zeta M}, \quad \omega_{\max} = \frac{4^{-1/\zeta} B_\zeta \rho_l c_l^2}{\rho_0 c_0 h}.$$

Отсюда видно, что граничные частоты покрытия определяются: нижняя — поверхностной плотностью M стенки, верхняя — толщиной h

пузырькового слоя. Ширина рабочего диапазона покрытия $\omega_1 < \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max} < \omega_2$ в октавах

$$N_{\text{окт}} = \log_2 \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = 3.322 \lg \frac{B_\zeta^2 M}{m} \left(\frac{\rho_l c_l}{\rho_0 c_0} \right)^2 - \frac{4}{\zeta}.$$

На рис. 1 приведены частотные зависимости модуля коэффициента отражения, рассчитанные по формуле (19) с учетом выражений (15)–(17), (22) для случая $\omega_2/\omega_1 = 100$ при разных значениях ζ и $B_\zeta = 0.725$. Варьированием параметра B_ζ можно несколько расширить рабочий диапазон частот за счет уменьшения степени поглощения звука в нем и наоборот.

Теперь необходимо найти объемную функцию распределения пузырьков $U(R)$, способную обеспечить такие результаты. Подставив в (7) функцию (15), получим интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода относительно неизвестной функции $U(R)$. Такие уравнения относятся к трудно решаемым некорректным обратным задачам. Но в данном случае можно получить приближенное решение, если, считая искомую функцию $U(R)$ плавной в сравнении с ядром уравнения, имеющим острорезонансный характер за счет малости $\delta(\omega, R)$, вынести ее из-под знака интеграла. Останется вычислить интеграл от ядра, что сделаем приближенно, положив $q(\omega_p, R) = \text{const}$, $\delta(\omega_p, R) = \text{const}$, заменив по (3) (при $\alpha = 0$) переменную интегрирования R на ω_p и воспользовавшись известным интегралом [12, с. 443], [13, с. 312, 3.257]

$$\int_0^\infty \frac{\omega_p d\omega_p}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + \omega_p^2 \beta^2} = \frac{\pi}{2\beta},$$

где $\beta \approx \omega \delta$. Таким образом, получим:

$$U(R) \approx \frac{2\sqrt{q\rho_l P_0}}{\pi\sqrt{3}\rho_0 c_0 h} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{R_2}{R} \right)^\zeta} - \frac{1}{1 + \left(\frac{R_1}{R} \right)^\zeta} \right], \quad (23)$$

где

$$R_{1,2} = \frac{1}{\omega_{1,2}} \sqrt{\frac{3qP_0}{\rho_l}}. \quad (24)$$

По условиям вывода значение $q = \text{const}$ остается неопределенным, его следует выбирать в диапазоне $1 < q < \gamma$. Величина δ сократилась, что говорит о слабой зависимости $U(R)$ от малых $\delta \ll 1$, или об ее отсутствии.

Функция радиуса R в квадратных скобках (23) имеет вид столбчатой кривой, равной единице

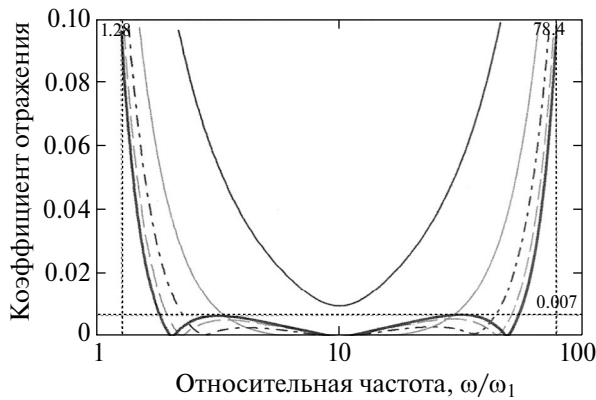


Рис. 1. Модуль коэффициента отражения звука для разных значений ζ : — $\zeta = 2$; — $\zeta = 4$; - - $\zeta = 6$; - - $\zeta = 8$; — $\zeta = 10$.

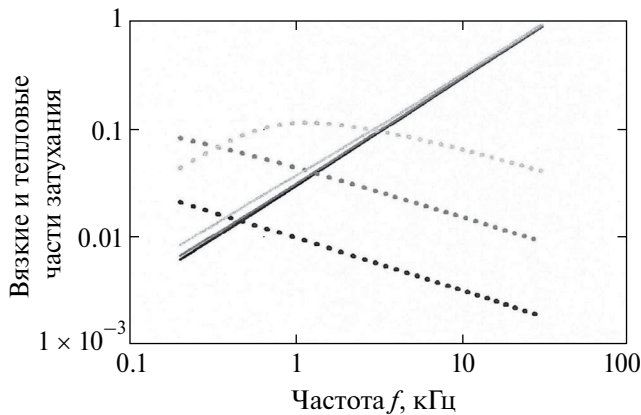


Рис. 2. Частотные зависимости вязких и тепловых частей затухания пузырьков: $\delta_{\text{vis}}(f)$ (26), $\eta_l = 0.5$ Па с: — $R = 5$ мм; — $R = 1$ мм; — $R = 0.2$ мм; $\delta_T(f)$ (5): ••••• $R = 5$ мм; ••••• $R = 1$ мм; ••••• $R = 0.2$ мм.

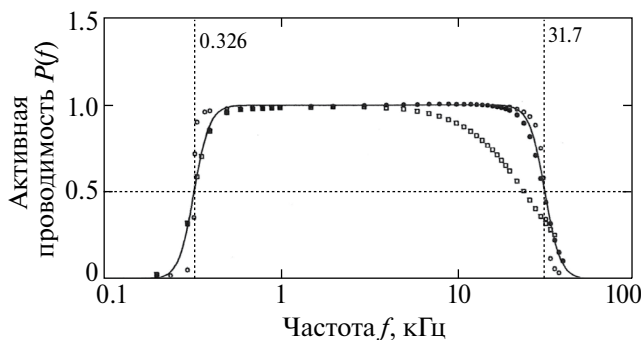


Рис. 3. Проверка приближенного решения (23): — исходная проводимость $P(f)$; • — подстановка (23) в (7) при δ по (4); □ — подстановка (23) в (7) при δ по (27), $\eta_l = 0.5$ Па с; ○ — подстановка (28) в (7) при δ по (4).

в центре, при $R = \sqrt{R_1 R_2}$, равной 0.5 при $R = R_1$ и $R = R_2$ и спадающей к нулю при $R \rightarrow 0$ и $R \rightarrow \infty$. Таким образом, для хорошего поглощения звука пленкой пузырьков у стенки требуется, чтобы их объемная функция распределения $U(R)$ была постоянной в широком диапазоне радиусов пузырьков, отвечающем по (24) диапазону частот поглощения. Совокупности пузырьков разных размеров, получаемые известными способами (например, электролитическим), таким свойством не обладают и не могут обеспечить широкополосного (заметно превышающего одну октаву) звукопоглощения.

Требуемую объемную концентрацию пузырьков можно оценить по формуле

$$\varepsilon = \int_0^\infty U(R) dR \approx \frac{2\sqrt{q\rho_l P_0}(R_1 - R_2)}{\pi\sqrt{3}\rho_0 c_0 h}, \quad (25)$$

где следует считать $q = 1.284$.

Большая добротность пузырьков-резонаторов в воде (малое значение δ (4)) обеспечивает высокую точность приближенного решения (23). Но при переходе от сплошного спектра к дискретному эта особенность пузырьков оборачивается большим недостатком, т.к. требует слишком тесного их расположения в спектре и задания размеров пузырьков с высокой точностью. Для резонансных покрытий оптимальны резонаторы с $\delta(\omega_p) \approx 1$. Поэтому желательно значительно увеличить затухание δ пузырьков, чего можно добиться, если использовать в покрытии вязкую жидкость, например, касторовое масло. Дополнительное затухание за счет вязкости η_l окружающей жидкости составит [5]:

$$\delta_{\text{vis}} = \frac{4\omega\eta_l}{3q(\omega)P_0}. \quad (26)$$

Тогда полное затухание вместо (4) примет вид:

$$\delta = \frac{4\omega\eta_l}{3q(\omega)P_0} + \delta_T + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} k_l R. \quad (27)$$

Зависимости (26), (27) легко получить из формулы И.Б. Андреевой для газонаполненной полости в вязкоупругой среде [14], [15, с. 363] путем замены среды вязкой жидкостью посредством перехода $\frac{i\mu^*(\omega)}{\omega} \rightarrow \eta_l$, где $\mu^*(\omega)$ — комплексный модуль сдвига среды.

На рис. 2 приведены примеры частотных зависимостей вязких $\delta_{\text{vis}}(f)$ (26) и тепловых $\delta_T(f)$ (5) частей затухания для воздушных пузырьков трех размеров в вязкой жидкости с $\eta_l = 0.5$ Па с. Видно существенное превышение вязких потерь над тепловыми на высоких частотах. К сожалению, это не касается низких частот.

Проверка приближенных решений для $U(R)$ показана на рис. 3. В левой части выражения (7) была использована исходная функция $P(f)$ (15) с параметрами: $\xi = 10$; $f_1 = 0.326$ кГц; $f_2 = 31.7$ кГц. В правую часть интегрального уравнения подставили приближенное решение (23) (при $q = 1.284$; $P_0 = 10^5$ Па; $\rho_l = 10^3$ кг/м³; $c_l = 1.5 \times 10^3$ м/с; $R_1 = 10$ мм; $R_2 = 0.1$ мм) и вычислили для δ (4) и δ (27) на разных частотах значения интеграла, чтобы сравнить их с исходной функцией $P(f)$. Видно, что при $\delta \ll 1$ (4) точность приближенного решения (23) высока во всем диапазоне частот, но при учете вязких потерь (26) в δ (27) расхождение кривых растет с частотой, начиная с $f \approx 5$ кГц. На рисунке также отмечены кружочками значения интеграла в (7) для “прямоугольной функции”

$$U(R) = \frac{2\sqrt{q\rho_l P_0}}{\pi\sqrt{3\rho_0 c_0 h}}, \quad R_2 \leq R \leq R_1, \quad (28)$$

где $q = 1.284$, а для δ принято (4).

4. ПРИМЕРЫ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

Примем радиус самых мелких пузырьков в спектре $R = 0.2$ мм. Согласно (3) (при $\alpha = 0$) их собственная частота $f_p \approx 16$ кГц. Положим по (26), (27), что затухание этих пузырьков

$$\delta(\omega_p) \approx \delta_{\text{vis}}(\omega_p) = \frac{4\omega_p \eta_l}{3q(\omega_p)P_0} = 1. \quad (29)$$

Для остальных пузырьков $\delta < 1$, а для самых крупных $\delta \ll 1$. Из (29) найдем требуемое значение вязкости жидкости: $\eta_l \approx 1$ Па с. Такую вязкость при 20°C имеет, например, касторовое масло. Расстояние между соседними пузырьками положим одинаковым по всему спектру и равным $\Delta R = 0.1$ мм. Тогда радиусы пузырьков n -го размера в мм можно описать формулой:

$$R_n = 0.1(1 + n). \quad (30)$$

Рисунки 4 и 5 посвящены акустическим характеристикам звукопоглощающего покрытия, защищающего стальную стенку толщиной 55.6 мм и состоящего из слоя касторового масла ($\eta_l = 0.987$ Па с, $\rho_l = 0.96 \times 10^3$ кг/м³, $c_l = 1.5 \times 10^3$ м/с при 20°C) толщиной 10.77 мм с воздушными пузырьками ($\chi_g = 21.4 \times 10^{-6}$ м²/с) размерами согласно (30) от $R_2 = 0.3$ мм до $R_{39} = 4.0$ мм. Объемные концентрации пузырьков почти всех размеров в соответствии с основным свойством функции (23) одинаковы и составляют $\epsilon_0 = 2.59 \times 10^{-5}$. Вблизи граничных частот рабочего диапазона выполнена коррекция характеристик путем увеличения концентраций пузырьков некоторых типоразмеров: $n = 2$ ($2.5\epsilon_0$), $n = 5$ ($1.1\epsilon_0$), $n = 35, 37, 39$ ($2.0\epsilon_0$). С учетом

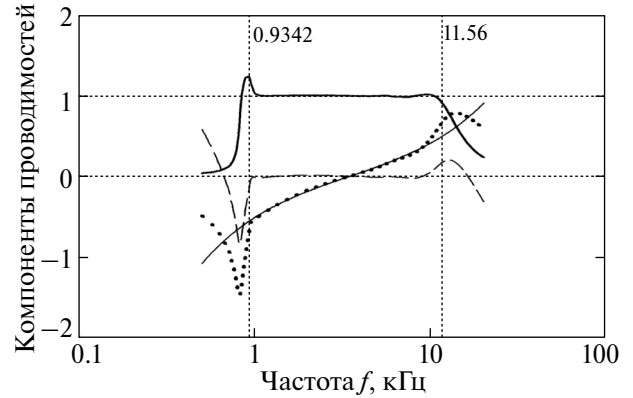


Рис. 4. Частотные зависимости компонентов приведенных к воде проводимостей покрытия с касторовым маслом: — — суммарная активная проводимость пузырьков $P(f)$; — суммарная реактивная проводимость пузырьков $Q(f)$; — — проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; --- реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$.

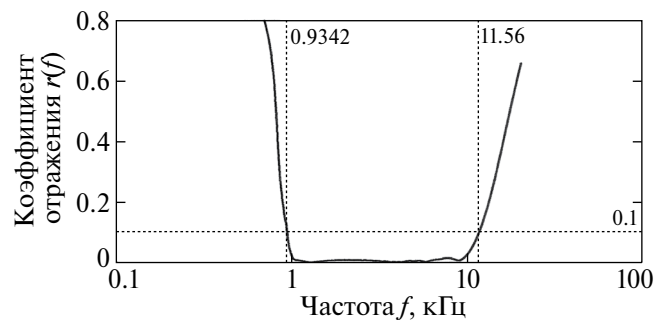


Рис. 5. Расчетный модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 4.

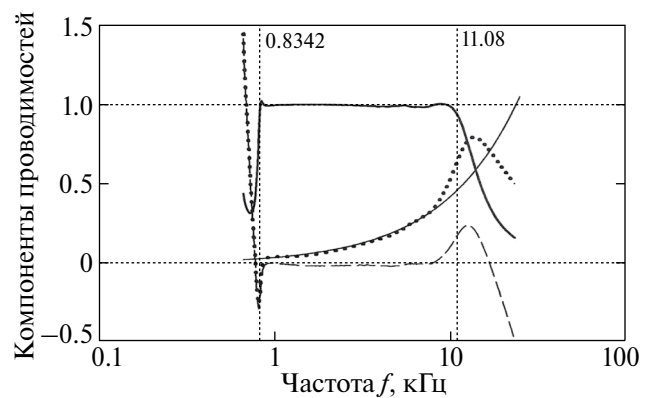


Рис. 6. Компоненты проводимостей покрытия с касторовым маслом и компенсаторами: — — сумма активных $P(f)$ проводимостей всех пузырьков; — сумма реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; — — упругая реактивная проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; --- общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$.

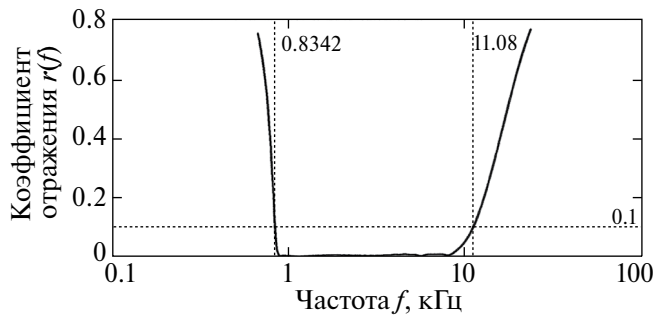


Рис. 7. Модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 6.

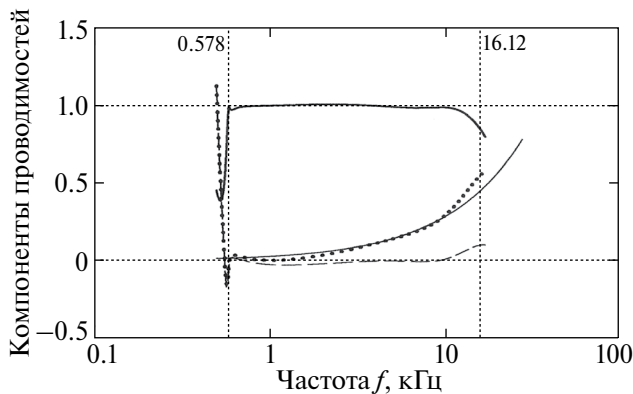


Рис. 8. Компоненты проводимостей покрытия с глицерином и компенсаторами. Обозначения те же, что и на рис. 6.

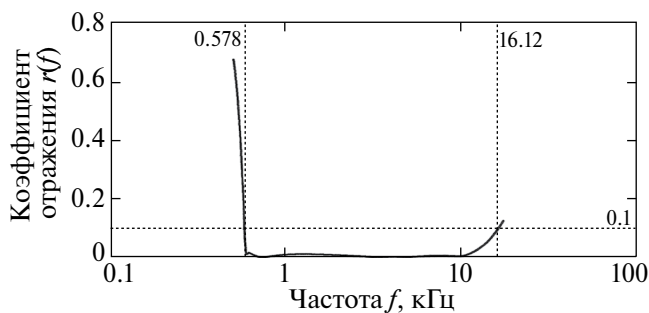


Рис. 9. Модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 8.

коррекции общая объемная концентрации пузырьков в покрытии равна $\epsilon = 42.6\epsilon_0 = 1.103 \times 10^{-3}$. Оценка по (25) дает $\epsilon = 0.935 \times 10^{-3}$. Ожидать лучшего совпадения не приходится, поскольку формула (25) пригодна только для маловязких жидкостей.

На рис. 4 показаны частотные зависимости компонентов приведенных к воде проводимостей: суммарной активной проводимости пузырьков $P(f)$,

их суммарной реактивной проводимости $Q(f)$, проводимости исходной системы $-Q_{ss}(f)$; реактивной проводимости покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 5 представлен расчетный график модуля $r(f)$ коэффициента отражения звука от описанного покрытия с указанием граничных частот по уровню $r = 0.1$. Ширина полосы поглощения покрытия составляет 3.63 октавы.

Может быть, лучше делать стенки измерительного бассейна не из стали, а из достаточно толстого железобетона, такого, чтобы можно было считать их импеданс бесконечным. В этом случае отсутствие массовой проводимости в исходной системе можно восполнить применением в покрытии низкочастотных компенсирующих резонаторов (крупных пузырьков) [16, с. 477]. Их реактивная проводимость на зарезонансных частотах имеет массовый характер, а спадающая активная проводимость, суммируясь с $P(f)$ основного набора резонаторов, несколько сдвигает спад $P(f)$ в сторону низких частот.

Рисунки 6 и 7 демонстрируют результаты модернизации предыдущего покрытия на случай $M = \infty$ применением компенсирующих резонаторов — крупных пузырьков радиусом 6 мм с объемной концентрацией $83\epsilon_0$, где $\epsilon_0 = 2.83 \times 10^{-5}$. Концевая коррекция: $n = 2$ ($2.4\epsilon_0$), $n = 3$ ($1.1\epsilon_0$), $n = 39$ ($2.3\epsilon_0$). Концентрация пузырьков основного набора равна $40.8\epsilon_0 = 1.157 \times 10^{-3}$ (1.045×10^{-3} по (25)), а общая концентрация пузырьков в покрытии с учетом компенсирующих $\epsilon = 123.8\epsilon_0 = 3.503 \times 10^{-3}$, и 67% в ней приходится на компенсаторы (как и в [16]). Толщина покрытия $h = 9.63$ мм.

На рис. 6 представлены компоненты проводимостей: суммы активных $P(f)$ и реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; упругая реактивная проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 7 показан график модуля $r(f)$ коэффициента отражения. Граничные частоты рабочего диапазона 0.834 кГц и 11.08 кГц, его ширина 3.73 октавы.

На рис. 8 и 9 показаны аналогичные рис. 6 и 7 расчетные характеристики покрытия для стенки с бесконечным импедансом, состоящего из слоя глицерина ($\eta_l = 1.48$ Па с, $\rho_l = 1.26 \times 10^{-3}$ кг/м³, $c_l = 1.923 \times 10^{-3}$ м/с при 20°C) толщиной 13.84 мм с воздушными пузырьками размерами от $R_1 = 0.2$ мм до $R_{49} = 5.0$ мм. Коррекция крайних резонаторов: $n = 1$ ($3.1\epsilon_0$), $n = 49$ ($2.1\epsilon_0$), где $\epsilon_0 = 2.24 \times 10^{-5}$. Концентрация пузырьков основного набора равна $52.2\epsilon_0 = 1.169 \times 10^{-3}$ (1.081×10^{-3} по (25)). Концентрация компенсирующих пузырьков диаметром 14 мм равна $88\epsilon_0$. Общая концентрация всех пузырьков в покрытии равна $\epsilon = 140.2\epsilon_0 = 4.346 \times 10^{-3}$. На долю компенсирующих резонаторов приходится 63% объема пузырьков.

На рис. 8 представлены компоненты проводимостей: суммы активных $P(f)$ и реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; упругая реактивная проводимость исходной системы $-Q_{ss}(f)$; общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 9 показан график модуля $r(f)$ коэффициента отражения. Граничные частоты рабочего диапазона 0.578 кГц и 16.12 кГц, его ширина 4.80 октавы. При удалении или удвоении числа n -х пузырьков $r(f)$ возрастает на 0.07–0.14 на частоте f_{pn} .

Следующие два рисунка относятся к резонансному покрытию привычного вида, в котором пузырьки-резонаторы имеют добротности порядка единицы ($\delta \approx 1$) и, следовательно, активные проводимости смежных по спектру пузырьков перекрываются по уровню ~ 0.5 от их максимальных значений. Здесь пузырьки определенного размера обеспечивают примерно одну октаву полосы поглощения, следовательно, таких размеров не более 5–6-ти.

Покрытие предназначено для звукопроницаемой стенки, в нем используются компенсирующие резонаторы. Основной набор состоит из пузырьков шести размеров. Пузырьки радиуса R_n занимают свою нишу и помещены в жидкость с вязкостью

$$\eta_n = \frac{1}{4} \sqrt{3q_n \rho_n P_0} R_n, \text{ обеспечивающей согласно (29)}$$

и (3) равенство $\delta_{vis}(\omega_p) = 1$. В покрытии использованы глицерин с вязкостью $\eta_1 = 1.5$ Па с и жидкости ПМС с плотностью $\rho_l = 0.971 \times 10^3$ кг/м³, скоростью звука $c_l = 1.013 \times 10^3$ м/с и разной вязкости. Поскольку покрытие неоднородно, содержание пузырьков n -го размера в нем далее представлено объемом V_n этих пузырьков в см³, приходящимся на 1 м² поверхности покрытия.

Пузырьковый состав покрытия следующий:

$R_1 = 0.2$ мм ($q_1 = 1.314$, глицерин, $V_1 = 1.00$ см³/м²);
 $R_2 = 0.3$ мм ($q_2 = 1.329$, глицерин, $V_2 = 0.238$ см³/м²);
 $R_5 = 0.6$ мм ($q_5 = 1.352$, ПМС, $\eta_5 = 3$ Па с, $V_5 = 1.378$ см³/м²); $R_{11} = 1.2$ мм ($q_{11} = 1.366$, $\eta_{11} = 6$ Па с, $V_{11} = 3.088$ см³/м²); $R_{23} = 2.4$ мм ($q_{23} = 1.376$, $\eta_{23} = 12$ Па с, $V_{23} = 6.175$ см³/м²); $R_{47} = 4.8$ мм ($q_{47} = 1.383$, $\eta_{47} = 24$ Па с, $V_{47} = 16.63$ см³/м²).

Низкочастотные компенсирующие резонаторы ($R_{69} = 7$ мм, $q_{69} = 1.385$, $V_{69} = 20.425$ см³/м²) размещены в глицерине. Так как они работают в своей зарезонансной области, то их затухание может быть малым, а собственная частота достаточно произвольной. Поэтому допустима некоторая сплюснутость этих пузырьков, при которой будут отличны от сферического случая присоединенная масса и вязкие потери.

На рис. 10 представлены компоненты проводимостей шестиэлементного покрытия с компенсаторами: суммы активных $P(f)$ и реактивных $Q(f)$ проводимостей всех пузырьков; требуемая упругая реактивная проводимость исходной системы

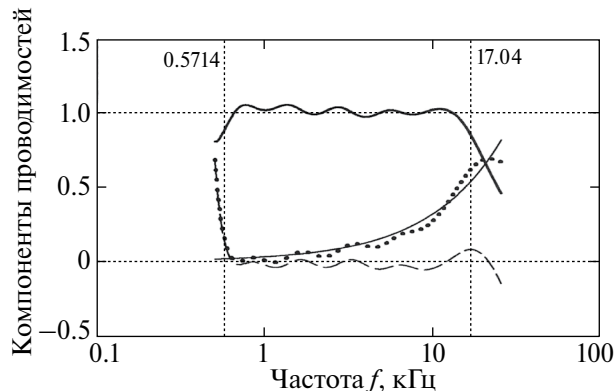


Рис. 10. Компоненты проводимостей шестиэлементного покрытия с компенсаторами. Обозначения те же, что и на рис. 6.

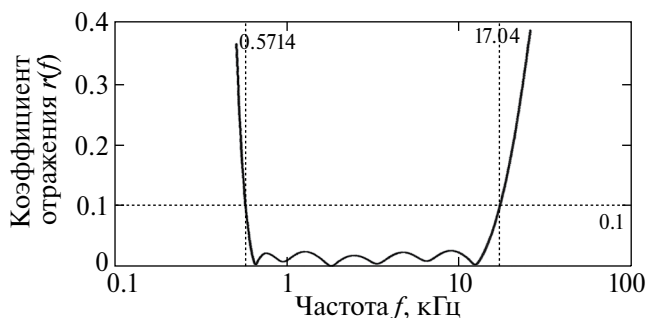


Рис. 11. Модуль $r(f)$ коэффициента отражения звука от покрытия на рис. 10.

$-Q_{ss}(f) = 0.032f$; общая реактивная проводимость покрытия $Q(f) + Q_{ss}(f)$. На рис. 11 показан график модуля $r(f)$ коэффициента отражения от этого покрытия. Граничные частоты рабочего диапазона 0.571 кГц и 17.04 кГц, его ширина 4.90 октавы.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены теория и методы расчета многоэлементных резонансных гидроакустических покрытий, содержащих газовые пузырьки и предназначенных для нанесения на инерционные, либо звукопроницаемые стенки измерительных бассейнов и камер. Главные особенности рассмотренных покрытий следующие.

1) Постоянство требуемой объемной функции распределения высокодобротных пузырьков-резонаторов по размерам, обуславливающее необходимость довольно строгого соблюдения как постоянной разницы размеров смежных пузырьков в их дискретном спектре, так и одинаковой концентрации разных пузырьков по всему спектру. Коррекции подлежат концентрации лишь пузырьков, расположенных вблизи краев спектра.

2) Использование вязкой жидкости для значительного увеличения затухания высокочастотных пузырьков за счет вязких потерь в жидкости. Поскольку эти потери пропорциональны частоте, в сторону низких частот этот эффект уменьшается. Лучше всего подходит глицерин. Он имеет сравнительно малую сжимаемость, что позволяет увеличить толщину покрытия, чтобы вместить крупные пузырьки-компенсаторы. В последнем примере (рис. 10, 11) неизбежно применение жидкостей ПМС, имеющих огромный диапазон вязкостей. Недостатком этих жидкостей в данном применении является их большая сжимаемость, а к достоинствам можно отнести малую зависимость вязкости от температуры и малое поверхностное натяжение. Кроме того, жидкости ПМС безвредны для резин, пригодных в качестве оболочки покрытия.

3) Использование низкочастотных пузырьков-компенсаторов при звукопроницаемых защищаемых стенках. Их назначение — восполнить отсутствующую в исходной системе инерционную проводимость. Собственная частота компенсаторов, меньшая нижней граничной частоты рабочего диапазона, а также их затухание достаточно произвольны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оберст Г.* Резонансные звукопоглотители // Некоторые вопросы прикладной акустики. Ультразвук, гидроакустика. Сб. статей. Под ред. Ричардсона И. Дж. Пер. с англ. М.: Воениздат, 1962. С. 262–300.
2. *Meyer E.* Wave Absorbers — a Historical Survey // *Applied Acoustics*. 1970. V. 3. P. 169–180.
3. *Готов В.П.* Метод реверберационного бака для исследования поглощения звука в море // *Акуст. журн.* 1958. Т. 4. № 3. С. 239–243.
4. *Исакович М.А.* Общая акустика. Учебное пособие. М.: Наука, 1973. 495 с.
5. *Devin Ch., Jr.* Survey of Thermal, Radiation, and Viscous Damping of Pulsating Air Bubbles in Water // *J. Acoust. Soc. Am.* 1959. V. 31. № 12. P. 1654–1667.
6. *Красильников В.А., Крылов В.В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
7. *Foldy L.L.* Multiple scattering of waves // *Phys. Rev.* 1945. V. 67. № 3/4. P. 107–119.
8. *Алексеев В.Н., Рыбак С.А.* Распространение стационарных звуковых волн в пузырьковых средах // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 5. С. 690–698.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Часть 1. 3-е изд., дополн. М.: Наука, 1976. 584 с.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. 2-е изд., перераб. и дополн. М.: Наука, 1982. 623 с.
11. *Гинзбург В.Л.* Об общей связи между поглощением и дисперсией звуковых волн // *Акуст. журн.* 1955. Т. 1. № 1. С. 31–39.
12. *Беккер Р.* Теория теплоты. Пер. с нем. М.: Энергия, 1974. 504 с.
13. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 5-е изд., стереотипное. М.: Наука, 1971. 1108 с.
14. *Андреева И.Б.* О рассеянии звука газовыми пузырями рыб в глубоководных звукорассеивающих слоях океана // *Акуст. журн.* 1964. Т. 10. № 1. С. 20–24.
15. *Казаков Л.И.* Резино-жидкостный резонатор // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 4. С. 357–365.
16. *Казаков Л.И.* Резонансный звукопоглотитель воздушного шума // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 5. С. 475–481.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГОЛОВНЫХ ВОЛН ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ И ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В РЕЛЬСАХ

© 2024 г. К. В. Курашкин^{а, *}, А. Г. Кириллов^б, А. В. Гончар^а

^аИнститут проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения “Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук”, ул. Белинского 85, Нижний Новгород, 603024 Россия

^бИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: kurashkin@ipmran.ru, ndi@ipmran.ru, kurashkinkv@yandex.ru

Поступила в редакцию 07.04.2023 г.

После доработки 31.05.2023 г.

Принято к публикации 22.06.2023 г.

Исследована возможность акустической тензометрии продольных остаточных и температурных напряжений в рельсах с помощью головных волн. Проведен теоретический анализ влияния напряжения и температуры на скорость распространения упругих волн в рельсовой стали. Приведен алгоритм определения продольного напряжения в рельсе на основе измерений времени распространения головных волн. Описан принцип работы и представлены основные параметры экспериментального образца акустического тензометра, в котором реализована дифференциальная схема измерения времени распространения головных волн. Излучение и прием головных волн, распространяющихся вдоль рельса, осуществляется с поверхности катания головки рельса с помощью контактных пьезоэлектрических преобразователей, расположенных на призмах из полиметилметакрилата. Представлены результаты акустомеханических испытаний и температурных тестов. Выполнен расчет погрешностей измерений. Приведены результаты оценки уровня остаточных сварочных напряжений в головке нового рельса. Экспериментальные результаты сравниваются с теоретическими оценками напряжений, которые возникают в рельсе под воздействием температуры, а также с имеющимися в литературе данными по остаточным напряжениям в рельсах.

Ключевые слова: акустическая тензометрия, головные волны, акустоупругий эффект, остаточные и температурные напряжения в рельсе

DOI: 10.31857/S0320791924010071 **EDN:** ZOEQQZ

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы во всем мире большое внимание уделяется поиску надежных способов ультразвукового контроля температурных и остаточных напряжений в рельсах. На современных бесстыковых железнодорожных путях существует риск возникновения аварийной ситуации по причине высокого уровня продольных механических напряжений в непрерывно-сваренных рельсовых плетях. Растягивающие напряжения могут привести к развитию трещин и излому рельсов. Сжимающие напряжения могут привести к потере устойчивости и выбросу рельсов. В обоих случаях возникает угроза безопасности движения поездов. Остаточные напряжения в рельсах возникают после прокатки, термической обработки, правки и сварки [1, 2]. Эти напряжения изменяются и перераспределяются в процессе эксплуатации железнодорожного пути в результате многократного воздействия подвижного состава

[3, 4]. Температурные напряжения в рельсовых плетях возникают при изменении температуры по сравнению с температурой закрепления (нейтральной температурой) [5, 6].

Акустическая тензометрия – метод ультразвукового контроля напряжений – обладает большим потенциалом применительно к определению температурных и остаточных напряжений в рельсах [1, 4–13]. Для решения задач по определению напряжений в рельсах наиболее распространены измерители на основе бесконтактных электромагнитно-акустических [1, 8–10, 12] и контактных пьезоэлектрических преобразователей [4–7, 13]. Известны также попытки использовать для контроля напряжений в рельсах лазерно-ультразвуковой преобразователь [11]. Основная научно-техническая проблема при акустической тензометрии заключается в том, что напряжения, температура и структурное состояние материала производят сопоставимый эффект на параметры распространения упругих

Таблица 1. Константы упругости рельсовой стали

Источник	λ , ГПа	μ , ГПа	l , ГПа	m , ГПа	n , ГПа
[18]	116 ± 3	80 ± 2	-248 ± 7	-623 ± 26	-714 ± 19
[18]	111 ± 3	82 ± 2	-302 ± 8	-616 ± 25	-724 ± 20
[19]	112 ± 1	81 ± 1	-358 ± 18	-650 ± 20	-721 ± 22
Среднее	113	81	-303	-630	-720

волн [14]. Кроме того, при проведении измерений возникает ряд трудностей, обусловленных особенностями излучения и приема упругих волн, а также обработки сигналов [14]. Для практической реализации способов ультразвукового контроля напряжений в рельсах требуется применение инновационных научных и технических решений, а новые работы в этой области представляют практический коммерческий интерес.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности акустической тензометрии рельсов с помощью головных волн.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Принцип акустической тензометрии основан на акустоупругом эффекте, который отражает влияние напряжений (упругих деформаций) на скорости распространения упругих волн. Для изотропного твердого тела связи между напряжениями и скоростями распространения продольных и поперечных волн определены аналитически на основе соотношений нелинейной теории упругости [15]. Если напряжение приложено параллельно направлению распространения волны, то

$$\rho_0 V_l^2 = \lambda + 2\mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \times \left(2l + \lambda + \frac{\lambda + \mu}{\mu} (4m + 4\lambda + 10\mu) \right), \quad (1)$$

$$\rho_0 V_s^2 = \mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left(m + \frac{\lambda n}{4\mu} + 4\lambda + 4\mu \right). \quad (2)$$

Если напряжение приложено перпендикулярно направлению распространения волны, то

$$\rho_0 V_l^2 = \lambda + 2\mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left(2l - \frac{2\lambda}{\mu} (m + \lambda + 2\mu) \right), \quad (3)$$

$$\rho_0 V_{s1}^2 = \mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left(m + \frac{\lambda n}{4\mu} + \lambda + 2\mu \right), \quad (4)$$

$$\rho_0 V_{s2}^2 = \mu + \frac{\sigma}{3\lambda + 2\mu} \left(m - \frac{(\lambda + \mu)}{2\mu} n - 2\lambda \right). \quad (5)$$

Здесь σ — одноосное напряжение; V_l — скорость распространения продольной волны, V_s — скорость распространения поперечной волны, индексы 1 и 2 обозначают направление поляризации поперечной волны: 1 — вдоль направления приложенного напряжения, 2 — поперек направления приложенного напряжения; λ и μ — постоянные Ламе, константы упругости второго порядка; l , m , n — постоянные Мурнагана, константы упругости третьего порядка; ρ_0 — плотность материала в отсутствие напряжений.

Относительное изменение скорости в первом приближении линейно зависит от напряжения, что в общем виде выражается как [5, 6, 14, 16, 17]

$$\frac{V_\sigma - V_0}{V_0} = k_\sigma \sigma, \quad (6)$$

где V_σ — скорость распространения упругой волны в материале с напряжением, V_0 — скорость распространения упругой волны в материале без напряжения, k_σ — соответствующий коэффициент акустоупругости, который выражается через константы упругости второго и третьего порядка.

В табл. 1 представлены значения констант упругости второго и третьего порядка для рельсовой стали, найденные в научной литературе. В табл. 2 приведены сводные результаты вычислений коэффициентов акустоупругости для продольных и поперечных волн при $\lambda = 113$ ГПа, $\mu = 81$ ГПа, $l = -303$ ГПа, $m = -630$ ГПа и $n = -720$ ГПа, из которых следует, что наиболее чувствительна к напряжению продольная волна, распространяющаяся параллельно приложенному напряжению.

Для определения продольных напряжений в рельсах представляется перспективным использовать критически преломленные продольные (головные) волны, распространяющиеся вдоль рельса [4, 7]. Излучение и прием таких волн может осуществляться с поверхности катания головки рельса с помощью контактных пьезоэлектрических преобразователей (ПЭП), расположенных на призмах из полиметилметакрилата [4, 7]. Однако для достоверного определения напряжений в рельсах необходимо учитывать влияние температуры.

Таблица 2. Коэффициенты акустоупругости рельсовой стали

k_{σ} , ТПа ⁻¹	Условия
-12.7	Продольная волна; напряжение приложено параллельно направлению распространения волны
1.4	Продольная волна; напряжение приложено перпендикулярно направлению распространения волны
-1.3	Поперечная волна; напряжение приложено параллельно направлению распространения волны
-7.4	Поперечная волна; напряжение приложено перпендикулярно направлению распространения и параллельно оси поляризации волны
0.1	Поперечная волна; напряжение приложено перпендикулярно направлению распространения и оси поляризации волны

Относительное изменение скорости распространения упругих волн в зависимости от температуры можно выразить как [19, 20]

$$\frac{V_T - V_{T_0}}{V_{T_0}} = k_T (T - T_0), \quad (7)$$

где V_T — скорость упругих волн при температуре T , V_{T_0} — скорость упругих волн при температуре T_0 , k_T — соответствующий температурный коэффициент, отрицательный для твердых тел.

В [21] приводятся данные, позволяющие провести оценку температурных коэффициентов для продольных волн в рельсовой стали и в полиметилметакрилате: для полиметилметакрилата $k_T = -0.00086$ К⁻¹, для рельсовой стали $k_T = -0.00009$ К⁻¹. Таким образом, в полиметилметакрилате относительное изменение скорости при изменении температуры на порядок больше, чем в рельсовой стали, поэтому при выборе схемы измерений критически важно компенсировать влияние теплового расширения призм из полиметилметакрилата.

На практике, как правило, измеряется время распространения, а не скорость. Относительное изменение времени распространения упругой волны в зависимости от температуры и напряжения определяется следующим уравнением [20]:

$$\frac{t_{\sigma,T} - t_{0,T_0}}{t_{0,T_0}} = k_{\sigma}^* \sigma + k_T^* (T - T_0), \quad (8)$$

где t_0 , T_0 — время распространения волны в материале без напряжения при температуре T_0 , t_{σ} , T — время распространения волны в материале с напряжением при температуре T , k_{σ}^* — соответствующий коэффициент акустоупругости, k_T^* — соответствующий температурный коэффициент.

Напряжение можно определить, если измерить времена распространения t_{σ} , T и t_0 , T_0 , а также температуры T и T_0 :

$$\sigma = \frac{1}{k_{\sigma}^*} \left(\frac{t_{\sigma,T} - t_{0,T_0}}{t_{0,T_0}} - k_T^* (T - T_0) \right). \quad (9)$$

Если измерения проходят при постоянной температуре, то напряжение можно определить, измеряя только времена распространения на фиксированной базе.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

3.1. Принцип и схема измерений

Время распространения головных волн в рельсах измерялось с помощью экспериментального образца акустического тензометра [22]. Излучение и прием головных волн осуществлялось с поверхности катания головки рельса с помощью контактных ПЭП номинальной частотой 1.25 МГц, расположенных на призмах из полиметилметакрилата под углом 27°. Дифференциальная схема измерений (рис. 1) позволила компенсировать влияние теплового расширения призм из полиметилметакрилата и значительно уменьшить влияние слоя контактной жидкости и линий задержки [23, 24]. Измеряемое время t (рис. 2) фактически соответствовало времени распространения головной волны в рельсе на расстояние L между первым и вторым приемными ПЭП, которое составляло около 240 мм.

3.2. Предварительные измерения

В лабораторных условиях на нескольких фрагментах длиной 500 мм, вырезанных из разных рельсов, выполнялись измерения времени распространения головных волн. Температура в помещении составляла +21°C. В качестве контактной жидкости использовался УЗИ-гель. Измерения повторялись по 10 раз на каждом фрагменте. Задача тестов состояла в том, чтобы оценить влияние вариаций позиционирования измерительного блока на рельсе и условий контакта измерительного

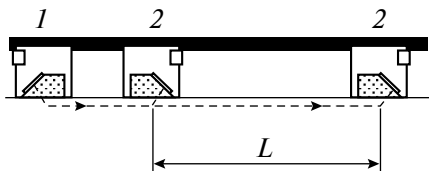


Рис. 1. Дифференциальная схема измерений времени распространения головных волн: 1 — излучающий ПЭП, 2 — приемные ПЭП.

блока с поверхностью рельса на погрешность измерений времени распространения головных волн между приемными ПЭП.

Для каждого фрагмента время распространения головных волн составляло около 40 мкс, при этом случайная погрешность измерений не превышала 8 нс, а относительная погрешность — 0.02%. Однако времена распространения головных волн в нескольких исследованных фрагментах рельсов значительно отличаются (~100 нс), что объясняется различием их структурного состояния, структурной неоднородностью: накопленная структурная поврежденность, текстура, остаточные внутренние напряжения влияют на эффективные упругие свойства [9, 14, 25, 26]. В среднем скорость головных волн в рельсах составила около 5900 м/с. Согласно имеющимся справочным данным [27], глубина проникновения головной волны в материал приблизительно равна 4λ , где λ — длина волны. Следовательно, глубина проникновения головной волны частотой 1.25 МГц в рельсовую сталь — около 19 мм.

3.3. Акустомеханические испытания

Проверка работоспособности экспериментального образца акустического тензометра выполнялась в ходе акустомеханических испытаний двух фрагментов рельсов длиной 500 мм при сжатии с помощью машины для статических испытаний ГМС-100. Фрагмент рельса с закрепленным на нем измерительным блоком устанавливался между упорными площадками машины для испытаний. Далее выставлялась сжимающая нагрузка F и проводилось измерение времени распространения головной волны t . Тесты повторялись при нагружении с шагом 5 т до максимальной нагрузки 90 т. В качестве контактной жидкости использовался УЗИ-гель. Температура в помещении составляла +25°C. Как и ожидалось, время распространения головных волн t линейно уменьшалось с увеличением приложенной сжимающей нагрузки F (рис. 3). При фиксированном положении экспериментального образца на фрагменте рельса во время акустомеханических испытаний относительная погрешность измерения времени распространения головных волн не превышала 0.0035%.

Теоретически ожидаемые значения напряжения при равномерном распределении нагрузки по сечению рельса вычислялись как F/S , где $S = 82.65 \text{ см}^2$ — площадь поперечного сечения рельса. Однако торцы фрагментов не были идеально плоскопараллельны, и условия сжатия оказались такими, что основное пятно контакта приходилось на подошву рельса. Соответственно, нагрузка неравномерно распределялась по сечению рельса.

Фактические напряжения в головке рельса вычислялись на основе данных акустических измерений по формуле (9) при постоянной температуре. На основании имеющихся в литературе данных [4, 7, 13, 20, 21] при расчете использовался коэффициент акустоупругости $k_\sigma^* = 12.7 \text{ ТПа}^{-1}$ для головных волн, распространяющихся вдоль рельса, который определяет чувствительность к продольному напряжению. Погрешность определения напряжения Δ_σ оценивалась по следующей формуле:

$$\Delta_\sigma \approx \frac{\delta_t \sqrt{2}}{k_\sigma^*}, \quad (10)$$

где δ_t — относительная погрешность измерения времени распространения головных волн. Максимальная погрешность определения напряжения, вычисленная по формуле (10), при акустомеханических испытаниях составила 4 МПа. Полученные в результате акустических измерений напряжения являются средними напряжениями в слое толщиной 19 мм на базе 240 мм.

Сравнительный анализ показал, что фактические напряжения в головке рельса оказались меньше ожидаемых при равномерном распределении нагрузки по сечению рельса (рис. 4).

3.4. Температурные тесты

Для оценки температурных эффектов фрагмент рельса длиной 500 мм и установленный на нем измерительный блок помещались в камеру из теплоизоляционного материала и нагревались с помощью фена с цифровым управлением температурой. Температура рельса контролировалась с помощью двух термопар К типа и цифрового термометра AZ8852. Ввиду габаритов и большой массы фрагмента рельса температурное равновесие внутри камеры устанавливалось около 20 мин. В качестве контактной жидкости использовалось силиконовое масло ПМС-1000. Эксперименты повторялись несколько раз на разных фрагментах рельсов при нагреве и остывании. На рис. 5 для четырех серий испытаний закрашенными символами показаны результаты, полученные при нагреве, пустыми символами — при остывании. Полученные экспериментальные данные позволили определить температурный коэффициент $k_T^* = (101 \pm 3) \times 10^{-6} \text{ К}^{-1}$. Таким образом, изменение температуры на 1°C

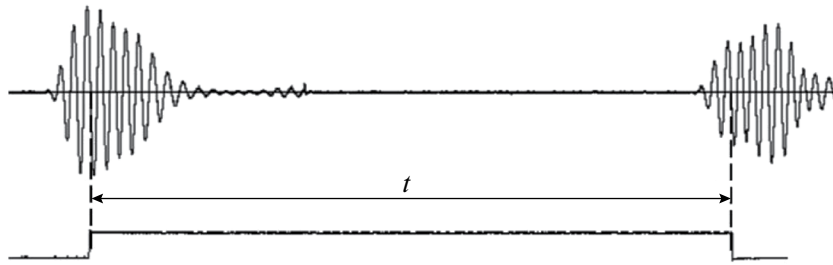


Рис. 2. Сигналы на первом и втором приемных ПЭП, импульс, формируемый измерителем по установленным стробам, и измеряемое время распространения головных волн t .

вызывает относительное изменение времени распространения головной волны на 0.01%, что аналогично изменению, которое вызывает продольное напряжение 8 МПа.

3.5. Натурные испытания

Натурные испытания выполнялись на рельсосварочном предприятии. Исследовались остаточные сварочные напряжения в головке нового рельса Р65 ДТ350. По информации, полученной от изготовителя, сварной шов выполнялся контактно-стыковой сваркой; поверхность сварного шва в зоне головки рельса подвергалась последующей термообработке индукционным методом. Цель эксперимента заключалась в оценке уровня остаточных продольных напряжений, которые возникли в головке рельса в результате сварки и последующей термообработки сварного шва.

Времена распространения головных волн измерялись в четырех зонах на разном расстоянии от сварного стыка с помощью экспериментального образца акустического тензомера. Измерения повторялись 10 раз в каждой зоне. Относительная погрешность измерения времени распространения головных волн не превышала 0.02%. Протяженность одной зоны соответствовала расстоянию между приемными ПЭП и равнялась 240 мм. Середина каждой зоны находилась на расстоянии 150, 500, 800 и 1100 мм от центра сварного шва соответственно. В качестве контактной жидкости использовался УЗИ-гель. Температура рельса и окружающей среды составляла +20°C.

Остаточные напряжения определялись по формуле (9) при постоянной температуре. При расчете использовался коэффициент акустоупругости $k_{\sigma}^* = 12.7 \text{ ТПа}^{-1}$. Из соображений, что остаточные сварочные напряжения достаточно быстро спадают по мере удаления от шва и на расстоянии более 1 м заведомо равны нулю, в качестве начального параметра t_0 использовалось значение времени распространения головных волн в крайней зоне, наиболее удаленной от сварного шва. В результате

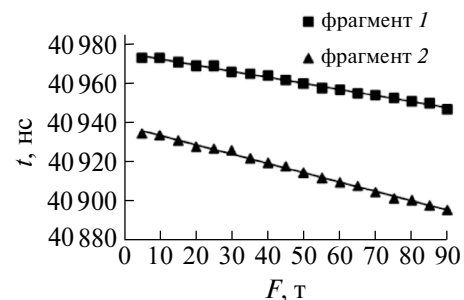


Рис. 3. Зависимости времен распространения головных волн от сжимающей нагрузки для двух испытанных фрагментов рельсов.

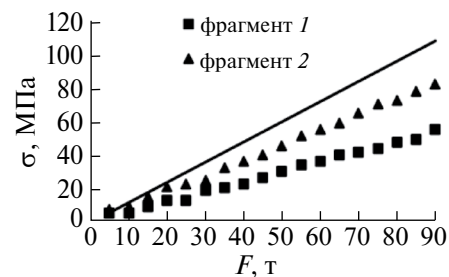


Рис. 4. Продольные сжимающие напряжения в головке рельса: точки — экспериментальные значения, определенные с помощью ультразвуковых измерений; сплошная линия — теоретические значения, ожидаемые при равномерном распределении нагрузки по сечению рельса.

было получено распределение остаточных сварочных напряжений, действующих вдоль рельса (рис. 6). Вычисленные в результате акустических измерений значения являются средними остаточными сварочными напряжениями в слое толщиной 19 мм на базе 240 мм. Погрешность определения напряжений оценивалась по формуле (10) и составила 22 МПа.

Как следует из полученных результатов (рис. 6), вблизи сварного стыка в головке рельса действуют

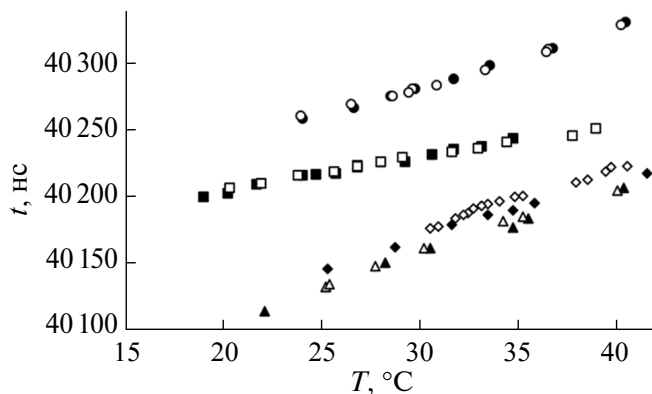


Рис. 5. Температурные зависимости времен распространения головных волн в рельсах.

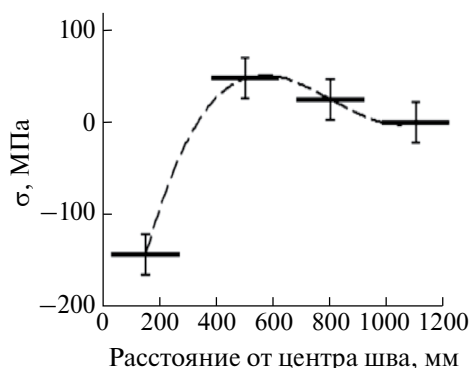


Рис. 6. Распределение остаточных сварочных напряжений в новом рельсе.

сжимающие остаточные напряжения, что совпадает с данными из литературных источников. Так, в [2] была разработана термомеханическая конечно-элементная модель процесса термитной сварки, численным методом определены остаточные напряжения в зоне влияния сварного шва и, в частности, установлено, что в поперечном сечении на поверхности головки возникают сжимающие напряжения, достигающие -340 МПа.

Полученные численные значения напряжения (-144 МПа) необходимо сравнить с данными по остаточным напряжениям, возникающим в процессе эксплуатации из-за воздействий подвижного состава. В [7] указано, что в некоторых случаях остаточные сжимающие продольные напряжения в головке рельса достигают -300 МПа. В [4] акустическим методом, основанным на использовании головных волн частотой 2.25 МГц, были определены остаточные напряжения в рельсах ~ -500 МПа. В [9, 12] электромагнитно-акустическим методом определялись средние значения остаточных напряжений по сечению рельса, диапазон значений для разных рельсов составил от -20 до -95 МПа.

Полезно также сравнить полученные результаты с температурными напряжениями, возникающими в рельсе при эксплуатации. При изменении температуры по сравнению с температурой закрепления (нейтральной температурой) в сечении рельса возникает продольное напряжение [5, 6]

$$\sigma = \alpha E (T_N - T), \quad (11)$$

где σ – продольное напряжение, $E = 210$ ГПа – модуль Юнга рельсовой стали, $\alpha = 11.8 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ – коэффициент линейного теплового расширения рельсовой стали, T_N – температура закрепления рельса, T – температура, при которой определяется напряжение. Из уравнения (11) следует, что при увеличении температуры на 10°C по сравнению с температурой закрепления в рельсе возникает сжимающее напряжение -25 МПа.

Таким образом, остаточные сварочные напряжения сравнимы с температурными и остаточными напряжениями, которые возникают в рельсе в процессе эксплуатации, что важно учитывать при разработке способов оценки напряжений в рельсах.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создан экспериментальный образец акустического тензомера, в котором с помощью наклонных контактных пьезоэлектрических преобразователей осуществляется излучение и прием головных волн и реализуется дифференциальная схема измерения времени их распространения.

Проведены лабораторные испытания и установлено, что разработанный прибор позволяет устойчиво измерять время распространения головной волны в головке рельса при изменении упругой нагрузки и/или температуры, а значит, может применяться для контроля напряжений в рельсах. Относительная погрешность измерения времени при вариациях позиционирования измерительного блока на рельсе и условий контакта измерительного блока с поверхностью рельса не превышала 0.02% , а при фиксированном положении во время акустомеханических или температурных испытаний не превышала 0.0035% .

Выполнены натурные испытания по определению остаточных сварочных напряжений в головке нового рельса. Погрешность определения напряжения составила около 22 МПа. Таким образом, предлагаемый способ акустической тензометрии может использоваться на рельсосварочных предприятиях для контроля качества термообработки при снятии остаточных сварочных напряжений.

Разработанный акустический тензомер может найти применение для периодического мониторинга потенциально опасных участков железнодорожных путей, что позволит избежать

аварийных ситуаций, связанных с температурным выбросом рельсовых плетей, и повысить уровень безопасности движения железнодорожного транспорта.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2021–2023 гг. по теме № 0030-2021-0025, регистрационный номер в ЕГИСУ НИОКТР 121071600007-3. Экспериментальный образец акустического тензометра создан в рамках договора № 45-358/707-903/2021 между ИПФ РАН и АО “НПП “ПОЛЕТ” от 23.06.2021, регистрационный номер в ЕГИСУ НИОКТР 122081000081-7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Murav'ev V.V., Tapkov K.A., Len'kov S.V.* On the question of monitoring residual stresses in selectively heat-strengthened rails // *Russ. J. Nondestruct. Test.* 2018. V. 54. № 10. P. 675–681. <https://doi.org/10.1134/S106183091810008X>
2. *Коссов В.С., Протопопов А.Л., Волохов Г.М., Краснов О.Г., Огуенко В.Н.* Расчетная оценка остаточных напряжений в алюминотермитных стыках рельсов // *Путь и путевое хозяйство.* 2022. № 9. С. 23–28.
3. *Peregudov O.A., Morozov K.V., Gromov V.E., Glezer A.M., Ivanov Yu.F.* Formation of internal stress fields in rails during long-term operation // *Russ. Metall.* 2016. V. 2016. № 4. P. 371–374. <https://doi.org/10.1134/S0036029516040182>
4. *Hwang Y., Kim G., Kim Y., Park J., Choi M.Y., Kim K.* Experimental measurement of residual stress distribution in rail specimens using ultrasonic Lcr waves // *Appl. Sci.* 2021. V. 11. № 19. a.n. 9306. <https://doi.org/10.3390/app11199306>
5. *Xiangyu D., Liqiang Z., Zujun Y., Xining X.* The verification of rail thermal stress measurement system // *Period. Polytech. Transport. Eng.* 2020. V. 48. № 1. P. 45–51. <https://doi.org/10.3311/PPTR.12062>
6. *Vangi D., Virga A.* A practical application of ultrasonic thermal stress monitoring in continuous welded rails // *Exp. Mech.* 2007. V. 47. № 5. P. 617–623. <https://doi.org/10.1007/s11340-006-9016-6>
7. *Szelągżek J.* Ultrasonic measurement of thermal stresses in continuously welded rails // *NDT&E Int.* 1992. V. 25. № 2. P. 77–85. [https://doi.org/10.1016/0963-8695\(92\)90497-5](https://doi.org/10.1016/0963-8695(92)90497-5)
8. *Hirao M., Ogi H., Fukuoka H.* Advanced ultrasonic method for measuring rail axial stresses with electromagnetic acoustic transducer // *Res. Nondestruct. Eval.* 1994. V. 5. № 3. P. 211–223. <https://doi.org/10.1080/09349849409409669>
9. *Murav'ev V.V., Volkova L.V., Gromov V.E., Glezer A.M.* Estimation of the residual stresses in rails using electromagnetic–acoustic introduction–reception of waves // *Russ. Metall.* 2016. V. 2016. № 10. P. 992–995. <https://doi.org/10.1134/S003602951610013X>
10. *Murav'ev V.V., Volkova L.V., Platonov A.V., Kulikov V.A.* An electromagnetic–acoustic method for studying stress-strain states of rails // *Russ. J. Nondestruct. Test.* 2016. V. 52. № 7. P. 370–376. <https://doi.org/10.1134/S1061830916070044>
11. *Karabutov A.A., Podymova N.B., Cherepetskaya E.B.* Determination of uniaxial stresses in steel structures by the laser-ultrasonic method // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2017. V. 58. № 3. P. 503–510. <https://doi.org/10.1134/S0021894417030154>
12. *Muravev V.V., Tapkov K.A., Lenkov S.V.* In-production nondestructive testing of internal stresses in rails using acoustoelasticity method // *Russ. J. Nondestruct. Test.* 2019. V. 55. № 1. P. 8–14. <https://doi.org/10.1134/S1061830919010078>
13. *Sun L., Li Z., Zhu W.F., He Y., Fan G., Fang W., Shao W.* A method for long-term on-line monitoring of temperature stress of continuously welded rail // *Adv. Mech. Eng.* 2021. V. 13. № 8. P. 1–14. <https://doi.org/10.1177/16878140211041432>
14. *Никитина Н.Е.* Акустоупругость. Опыт практического применения. Нижний Новгород: ТАЛАН, 2005. 208 с.
15. *Hughes D.S., Kelly J.L.* Second-Order Elastic Deformation of Solids // *Phys. Rev.* 1953. V. 92. № 5. P. 1145–1149. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.92.1145>
16. *Ивочкин А.Ю., Карабутов А.А., Ляшнев М.Л., Пеливанов И.М., Рохатги У., Субудхи М.* Измерение распределения скорости продольных акустических волн в сварных соединениях лазерным оптико-акустическим методом // *Акуст. журн.* 2007. Т. 53. № 4. С. 540–547.
17. *Жаринов А.Н., Карабутов А.А., Миронова Е.А., Пичков С.Н., Саватеева Е.В., Симонова В.А., Шишулин Д.Н., Черепецкая Е.Б.* Лазерно-ультразвуковое исследование остаточных напряжений в трубах из аустенитной стали // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 3. С. 372–381.
18. *Egle D.M., Bray D.E.* Measurement of acoustoelastic and third-order elastic constants for rail steel // *J. Acoust. Soc. Am.* 1976. V. 60. № 3. P. 741–744. <https://doi.org/10.1121/1.381146>
19. *Schneider E.* 4. Ultrasonic techniques // In: *Hauk V.* (Ed.) *Structural and residual stress analysis by nondestructive methods.* Amsterdam: Elsevier Science B.V., 1997. 640 p. P. 522–563. <https://doi.org/10.1016/B978-044482476-9/50018-9>
20. *Анисимов В.А., Каторгин Б.И., Куценко А.Н. и др.* Акустическая тензометрия // В: Ключев В.В. (ред.) *Неразрушающий контроль: Справочник.* М.: Машиностроение, 2006. Т. 4. 736 с.
21. *Bray D.E., Stanley R.K.* Nondestructive evaluation: a tool in design, manufacturing and service. Boca Ra-

- ton: CRC Press, 1997. 586 p.
<https://doi.org/10.1201/9781315272993>
22. Курашкин К.В., Кириллов А.Г., Беляев Р.В. Опытный образец акустического тензометра для определения температурных напряжений в рельсах // Приборы и техника эксперимента. 2023. № 4. С. 156–158.
23. Szelażek J. Sets of piezoelectric probeheads for stress evaluation with subsurface waves // J. Nondestruct. Eval. 2013. V. 32. № 2. P. 188–199.
<https://doi.org/10.1007/s10921-013-0172-1>
24. Liu H., Li Y., Li T. et al. Influence factors analysis and accuracy improvement for stress measurement using ultrasonic longitudinal critically re-fracted (LCR) wave // Appl. Acoust. 2018. V. 141. P. 178–187.
<https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2018.07.017>
25. Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Нин Ван. Экспериментальные исследования упругой нелинейности в структурно-неоднородных материалах // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 5. С. 663–671.
26. Курашкин К.В. Исследование акустоупругого эффекта в анизотропном пластически деформированном материале // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 382–388.
27. Алешин Н.П., Белый В.Е., Вopilкин А.Х. и др. Методы акустического контроля металлов. М.: Машиностроение, 1989. 456 с.

МОНИТОРИНГ ВНУТРЕННЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МОЩНЫХ ЛАЗЕРОВ МЕТОДОМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ЛОКАЦИИ

© 2024 г. А. Д. Мансфельд^{а, *}, Р. В. Беляев^а, Г. П. Волков^{а, **}, А. А. Кузьмин^а, А. Г. Санин^а,
А. А. Шайкин^а

^аИПФ РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: mansfeld@ipfran.ru

**e-mail: volkov@ipfran.ru

Поступила в редакцию 11.04.2023 г.

После доработки 28.07.2023 г.

Принята к публикации 19.09.2023 г.

Контроль внутренней температуры активных элементов (АЭ) мощных лазеров необходим для их безопасной работы. В статье описана методика и устройство для мониторинга внутренней температуры АЭ лазеров. Измерения основаны на импульсном ультразвуковом (УЗ) зондировании и зависимости от температуры скорости звука в материале АЭ. Изменение скорости звука приводит к изменению фазы УЗ сигнала, прошедшего через объект, которое регистрируется описываемым устройством. Представлены результаты мониторинга температуры АЭ с помощью ультразвукового зондирования в процессе работы действующей лазерной установки.

Ключевые слова: измерение температуры, мощные лазеры, ультразвуковое зондирование

DOI: 10.31857/S0320791924010086 EDN: ZOBTSA

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при создании мощных лазеров используются активные элементы (АЭ) из стекла, допированного неодимом. Стекланные усилители имеют ряд преимуществ: большая апертура, высокое оптическое качество, высокая оптическая стойкость [1]. Основным фактором, ограничивающим использование таких АЭ в оптических усилителях, является их разрушение при превышении градиентом температуры определенного значения. Стремление получить максимально возможную частоту следования лазерных импульсов приводит к необходимости работать близко к порогу разрушения АЭ.

Один из методов контроля распределения температуры в АЭ был разработан непосредственно участниками авторского коллектива (см. [1, 2]). Метод заключается в измерении поляризационных искажений излучения, прошедшего через активный элемент. На основе этих измерений рассчитывались распределение температуры (в динамике) и термонаведенные упругие и фазовые искажения излучения. Альтернативный интерферометрический оптический метод определения распределения температуры также использовался авторами в работе [3], в которой активный

элемент помещался в интерферометр Маха—Цендера, измерялись термонаведенные набег фаз собственных волн (радиально и тангенциально поляризованных для стержневой геометрии активного элемента), и по ним восстанавливалось распределение температуры. Оба метода показали хорошее совпадение полученных результатов. К недостаткам этих методов необходимо отнести необходимость знания большого количества параметров активного элемента, к которым, в частности, относятся как простые с точки зрения определения характеристики — плотность, теплоемкость, теплопроводность, — так и нетривиальные — модуль упругости, коэффициент Пуассона, коэффициент температурного расширения, компоненты фотоупругого тензора. Все эти характеристики нами брались из справочной статьи по оптическим стеклам [4], однако вопрос точности определения этих характеристик, а также их изменение при переходе к использованию другого, близкого по составу и лазерным свойствам стеклу, параметры которого не отражены в справочнике и не приводятся производителем, остается открытым. К тому же данные методы требуют вмешательства в оптическую схему лазерной установки и практически нереализуемы для диагностики распределения температуры в режиме реального

времени на действующем лазере. Требуется использование большого количества дополнительных оптических элементов, а также привлечение сторонних сканирующих лазерных источников. Если же в качестве сканирующего излучения использовать непосредственно рабочее лазерное излучение, то картина измерений будет сильно неточной. Поскольку рабочий лазерный пучок имеет апертуру меньше апертуры активных элементов, то измерять с его помощью температуру вблизи образующей активных элементов, где и сосредоточен основной нагрев после выстрелов, невозможно. К тому же на вход каждого последующего элемента рабочий лазерный пучок приходит уже искаженным предыдущими элементами, что значительно затрудняет измерения даже в области, занятой лазерным излучением. Таким образом, возникает необходимость разработки альтернативных малоинвазивных в оптическую схему лазера методов измерения температуры в режиме реального времени.

Рассматриваемый в статье метод относится именно к таким методам. Альтернативные оптические методы, разработанные и использованные нами ранее, можно использовать в дальнейшем для верификации нового метода. В данной статье приводятся результаты измерения температуры, усредненной вдоль ультразвукового пучка, однако существует принципиальная возможность восстановить и распределение температуры в активном элементе по нескольким измерениям, проведенным для разных траекторий распространения ультразвуковых волн. Предлагаемый метод не требует установки в оптическую схему дополнительных элементов, а конструктивные изменения усилителей незначительны и могут быть легко реализованы. Несмотря на внешнюю простоту, данный метод демонстрирует высокую чувствительность к изменению температуры АЭ.

В данной работе для контроля внутренней температуры АЭ предлагается использовать ультразвуковую (УЗ) локацию с регистрацией фазы прошедшей через образец УЗ волны, изменяющейся вследствие зависимости скорости звука от температуры. При соответствующей калибровке можно оценить среднюю температуру образца вдоль направления распространения ультразвукового пучка. Для этого построена УЗ установка и проведены измерения, описанные ниже.

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ И БЛОК-СХЕМА ПРИБОРА

В основу работы устройства положен метод, основанный на зависимости от температуры скорости звука в материале АЭ. Подобная методика по измерению внутренней температуры на основе ультразвуковой локации рассматривалась

в работе [5]. В работе [6] приведены результаты измерений температурной зависимости скорости звука в кварцевых стеклах. В работе [7] показана возможность измерения температуры в стекловолокне. К сожалению, примененные в этих работах схемы измерений для нашей работы не подходят, т.к. условия измерений (геометрия и габариты объекта, величина изменения температуры и т.д.) значительно отличаются.

В данной работе применен фазовый метод, при котором регистрируются изменения фазы прошедшего через образец (в данном случае АЭ) УЗ сигнала вследствие изменения скорости звука. Необходимость применения фазового метода связана с малым изменением скорости звука в рабочем диапазоне температур, а соответственно, и малым изменением времени задержки импульсов при изменении температуры. Кроме того, вследствие ограниченного доступа к поверхности АЭ в действующей установке не представляется возможным оптимальным образом разместить УЗ датчики. Поэтому при измерениях в исследуемом образце возбуждаются различные типы волн с разными скоростями и путями распространения, что формирует в исследуемом образце сложную акустическую картину. Для надежной регистрации волны определенного типа и отстройки по времени прихода УЗ импульсов на приемник от прочих волн устройство работает в импульсно-когерентном режиме излучения.

Блок-схема устройства представлена на рис. 1. Формирователь управляющих сигналов генерирует радиоимпульсы с заполнением синусоидальным сигналом несущей частоты, с периодом повторения импульсов 1 мс, которые подаются на ультразвуковой передатчик. Ультразвуковые импульсы излучаются пьезокерамическим преобразователем. Принятый сигнал с выхода приемного пьезопреобразователя после амплитудного ограничителя усиливается. Необходимость амплитудного ограничителя объясняется тем, что импульс накачки лазера (далее “выстрел”) приводит к появлению сильных сигналов на выходе преобразователя. Эти сигналы связаны с появлением сильного светового воздействия на датчик и акустической помехи (хлопка) в момент выстрела. Отсутствие ограничителя приводит к выходу из строя входного усилителя. Усиленные импульсы поступают на балансные фазовые детекторы (ФД) с временем интегрирования 2 мкс. На фазовые детекторы также подаются сигналы когерентных гетеродинов, сдвинутые по фазе между собой на 90° . Фазы гетеродинов синхронны с фазой зондирующего импульса. На выходах ФД получаются видеоимпульсы, амплитуды которых пропорциональны синусу и косинусу сдвига фазы между сигналом и соответствующим гетеродином. Пример осциллограмм в одном из каналов показан на рис. 2.

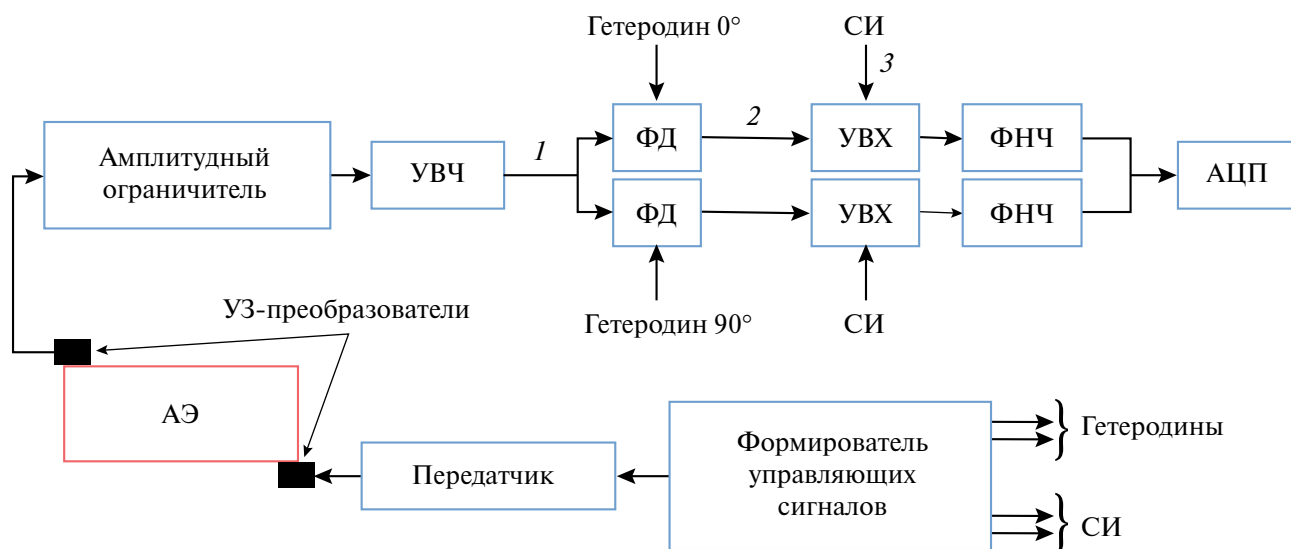


Рис. 1. Блок-схема ультразвукового локатора. ФД – фазовый детектор, УВХ – устройство выборки-хранения, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, СИ – стробирующий импульс. 1 – радиосигнал, 2 – видеосигнал, 3 – СИ.

С выходов ФД сигналы поступают в устройства выборки-хранения (УВХ), на которые поступают стробирующие импульсы (СИ). СИ задержаны относительно момента зондирования таким образом, чтобы выделить полезный сигнал с определенным типом волны, прошедший через АЭ. После УВХ сигналы фильтруются, и постоянные напряжения, пропорциональные произведению амплитуды сигнала на косинус сдвига фазы в одном канале и произведению амплитуды и синусу сдвига фазы в другом канале, поступают на входы АЦП (выражения (1) и (2)). Далее производится обработка сигналов в соответствии с (3).

При нагреве скорость звука уменьшается и импульс смещается вправо по времени задержки, поэтому при начальной температуре (в “холодном” состоянии) строб-импульс устанавливается в правой части видеосигнала.

Входные квадратурные сигналы U и V выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} U &= A \left(t - \frac{L}{c} \right) \sin(kL + \varphi_0) = \\ &= A \left(t - \frac{L}{c} \right) \sin \left(\frac{2\pi f L}{c} + \varphi_0 \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} V &= A \left(t - \frac{L}{c} \right) \cos(kL + \varphi_0) = \\ &= A \left(t - \frac{L}{c} \right) \cos \left(\frac{2\pi f L}{c} + \varphi_0 \right), \end{aligned} \quad (2)$$

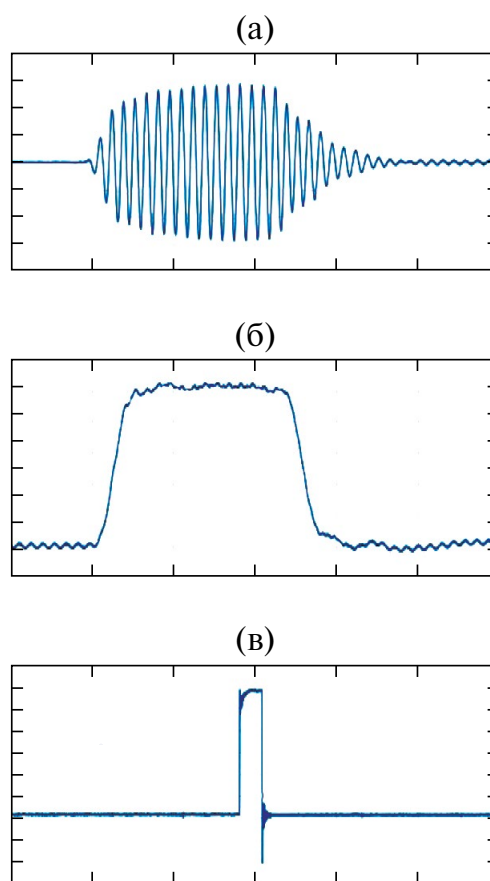


Рис. 2. (а) – Принятый и усиленный радиосигнал, (б) – видеосигнал с выхода фазового детектора, (в) – строб-импульс.

где $A(t)$ — огибающая импульса, k — волновое число, L — расстояние, пройденное УЗ волной, φ_0 — начальная фаза, f — несущая частота сигнала, c — скорость звука.

Далее сигналы поступают в аналого-цифровой преобразователь и затем в компьютер. Вычисляется текущая фаза:

$$\varphi = \arctg\left(\frac{U}{V}\right) = \frac{2\pi f L}{c} + \varphi_0. \quad (3)$$

При этом результат измерения фазы не зависит от амплитуды сигнала $A(t)$. Изменение фазы УЗ волны вдоль трассы ее распространения относительно начальной фазы для исследуемого образца при изменении его температуры может быть представлено как:

$$\Delta\varphi = \frac{-2\pi f}{c_0^2} \int_0^L \Delta c(T) dl = \frac{-2\pi f K}{c_0^2} \int_0^L \Delta T'(l) dl, \quad (4)$$

где c_0 — начальная скорость звука в образце, $\Delta c(T) = K\Delta T$ — приращение скорости звука, зависящее от температуры, K — температурный коэффициент изменения скорости звука. Эффект от изменения фазы УЗ волны из-за увеличения длины пути распространения акустической волны вследствие теплового расширения АЭ на несколько порядков меньше [4] и здесь не учитывается.

В первом приближении нагрев цилиндрического АЭ в квантроне можно считать изотропным по углу с радиальной зависимостью приращения температуры $\Delta T(r)$, тогда выражение (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{-2\pi f K}{c_0^2} \int_0^L \Delta T'(l) dl = \\ &= \frac{-2\pi f K}{c_0^2} L \frac{1}{R} \int_0^R \Delta T(r) dr = \frac{-2\pi f K L}{c_0^2} \Delta T_{\text{ср}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где R — радиус АЭ, $\Delta T_{\text{ср}}$ — среднее приращение температуры вдоль трассы распространения УЗ импульса. Отсюда изменение средней температуры:

$$\Delta T_{\text{ср}} = \frac{c_0^2}{2\pi f K L} \Delta\varphi = \frac{c_0}{2\pi f K \tau} \Delta\varphi, \quad (6)$$

где τ — время распространения УЗ волны.

Для определения типа принимаемой волны по времени задержки ее распространения в образце необходимо определить величину скорости звука c_0 . Данные по измерению скоростей звука в образцах стекол разного типа представлены в работе [8]. Показано, что в стеклах разных типов изменение скорости ультразвука находится в диапазоне 0.5–1 м/(с°С) на фоне скорости 4500–5000 м/с. Таким образом, изменения скорости звука составляют

доли процента даже при изменении температуры на 10°С.

Вычислить средние значения скорости звука для продольной и поперечной волн возможно в соответствии с выражениями:

$$c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}, \quad (7)$$

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}, \quad (8)$$

где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, ρ — плотность материала.

В работе [4] для стекла ГЛС22, из которого изготовлен исследуемый нами образец АЭ, приводятся следующие механические характеристики: $E = 5.570 \times 10^{10}$ Н/м, $\nu = 0.28$, $\rho = 3.51 \times 10^3$ кг/м³. Из выражений (7), (8) для представленных данных скорости равны $c_L = 4.5 \times 10^3$ м/с и $c_T = 2.48 \times 10^3$ м/с. На нашем образце экспериментально измерены скорости звука $c_L = 4.498 \times 10^3$ м/с и $c_T = 2.52 \times 10^3 \pm 30$ м/с.

КАЛИБРОВКА

Коэффициент пропорциональности между приращением температуры исследуемого образца и приращением фазы УЗ волны (6) зависит от ряда величин, которые не приводятся производителем АЭ и могут меняться от образца к образцу. Однако его можно измерить непосредственно в результате калибровки в термостате. При установившихся состояниях средняя температура образца будет соответствовать температуре на его поверхности, которую достаточно просто контролировать.

На рис. 3 продемонстрированы графики изменения фазы сигнала и температуры на поверхности АЭ для поперечной компоненты УЗ сигнала, использовавшейся в экспериментах. Температура на поверхности АЭ рядом с приемным пьезопреобразователем регистрировалась внешним датчиком AD22100 (Analog Devices Inc.). Калибровка этого датчика производилась с использованием термометра Testo 735–2 (Testo SE & Co.) с абсолютной точностью 0.2°. Отметим, что кривая фазы опаздывает при нагреве и охлаждении по отношению к кривой температуры на поверхности образца. Немонотонность кривой температуры (фактически на поверхности АЭ) в начале этапа нагрева связана с работой автоматики термостата. На кривой фазы эта неравномерность ожидаемо отсутствует, т.к. изменение фазы отражает изменение температуры АЭ по всему его объему.

На данном образце АЭ при данной геометрии расположения датчиков для поперечной УЗ волны

коэффициент пропорциональности между приращением температуры и приращением фазы УЗ волны $\Delta T/\Delta \phi$ составил $4.7 \pm 0.1^\circ\text{C}/\text{рад}$. Относительная ошибка измерений по среднеквадратичному отклонению измеряемых величин в стационарных состояниях составила: для приращения температуры 0.3%, для приращения фазы 0.55%. Таким образом, суммарная погрешность при калибровке не превышает 1%. Естественно, при наличии помех от систем лазерной установки ошибка может расти.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Отметим, что условия УЗ измерений на АЭ в составе действующей установки весьма сложны. Например, преобразователи невозможно установить на торцы АЭ, т.к. они будут мешать работе лазера (перекроют оптический пучок). Вариант расположения датчиков на образующих поверхностях АЭ в перпендикулярной к оптической оси плоскости вынуждает располагать акустические датчики внутри колбы охлаждения, что невозможно реализовать в настоящий момент, т.к. требует серьезного вмешательства в конструкцию квантрона.

Экспериментальные исследования проводились на одном из квантронов действующего лазерного комплекса PEARL [9]. На рис. 4 показаны конструкция квантрона и схема локации. На рис. 5 представлена фотография квантрона с установленными датчиками.

Эксперименты проводились на цилиндрическом АЭ из стекла ГЛС22 диаметром 100 мм и длиной 350 мм. Для установки УЗ датчиков была доступна свободная поверхность порядка 30 мм с одной стороны АЭ и менее 5 мм с другой. Датчики фиксировались с помощью резинового кольца со свободной стороны АЭ и зажимались под фланцем с другой стороны АЭ.

Длительность токового импульса накачки в лампах составляла примерно 300 мкс, энергия порядка 30 кДж. Теплоемкость АЭ около 5.6 кДж/К (удельная теплоемкость – 565.2 Дж/(кг К), плотность – 3510 кг/м³), температуропроводность ГЛС22 2.69×10^{-8} м²/с [4]. В соответствии с нашими оценками [2] за один импульс накачки средняя по объему АЭ температура возрастает примерно на 1 К, что составляет порядка 18% от энергии разряда ламп накачки и является типичной величиной для подобных лазеров [1].

Зондирование производилось ультразвуковыми импульсами вдоль АЭ. Как видно из рис. 4, преобразователи могут располагаться лишь на краях АЭ вне колбы охлаждения. Ограниченность доступного пространства для расположения преобразователей ограничивает и их размеры по длине

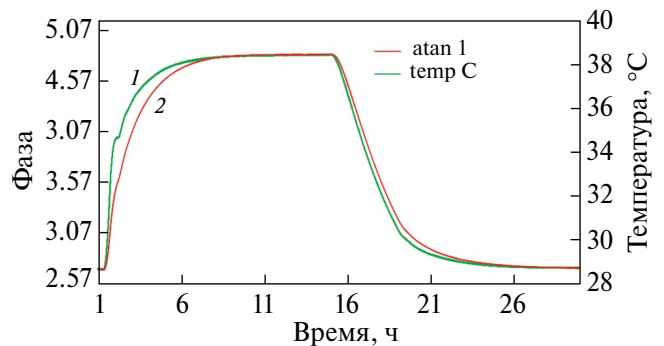


Рис. 3. Изменение температуры на поверхности АЭ (кривая 1, правая шкала) и фазы УЗ (кривая 2, левая шкала) для поперечной компоненты УЗ волны в процессе нагрева и охлаждения АЭ.

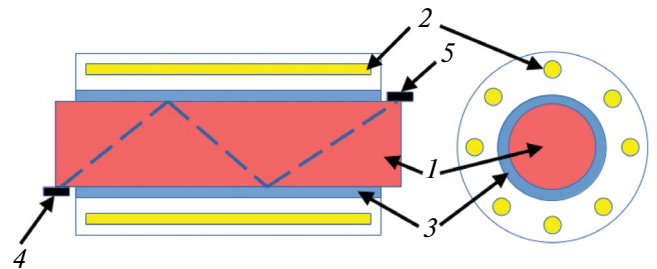


Рис. 4. Упрощенная схема квантрона и пути распространения регистрируемой поперечной компоненты УЗ сигнала (пунктирная линия). 1 – АЭ, 2 – лампы накачки, 3 – колба охлаждения с водой, 4 – излучатель, 5 – приемник.

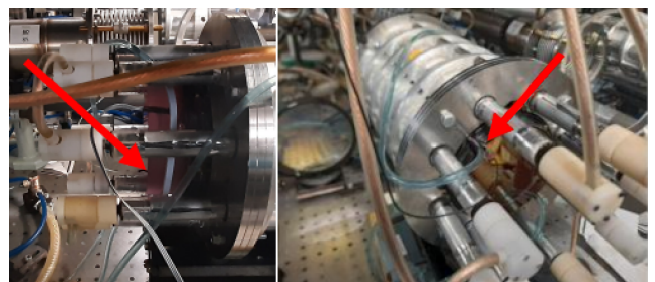


Рис. 5. Фотография квантрона. Положение ультразвуковых датчиков показано стрелками. На первом изображении можно видеть внешний термодатчик под силиконовым прижимным кольцом, диаметрально напротив расположен приемный пьезопреобразователь.

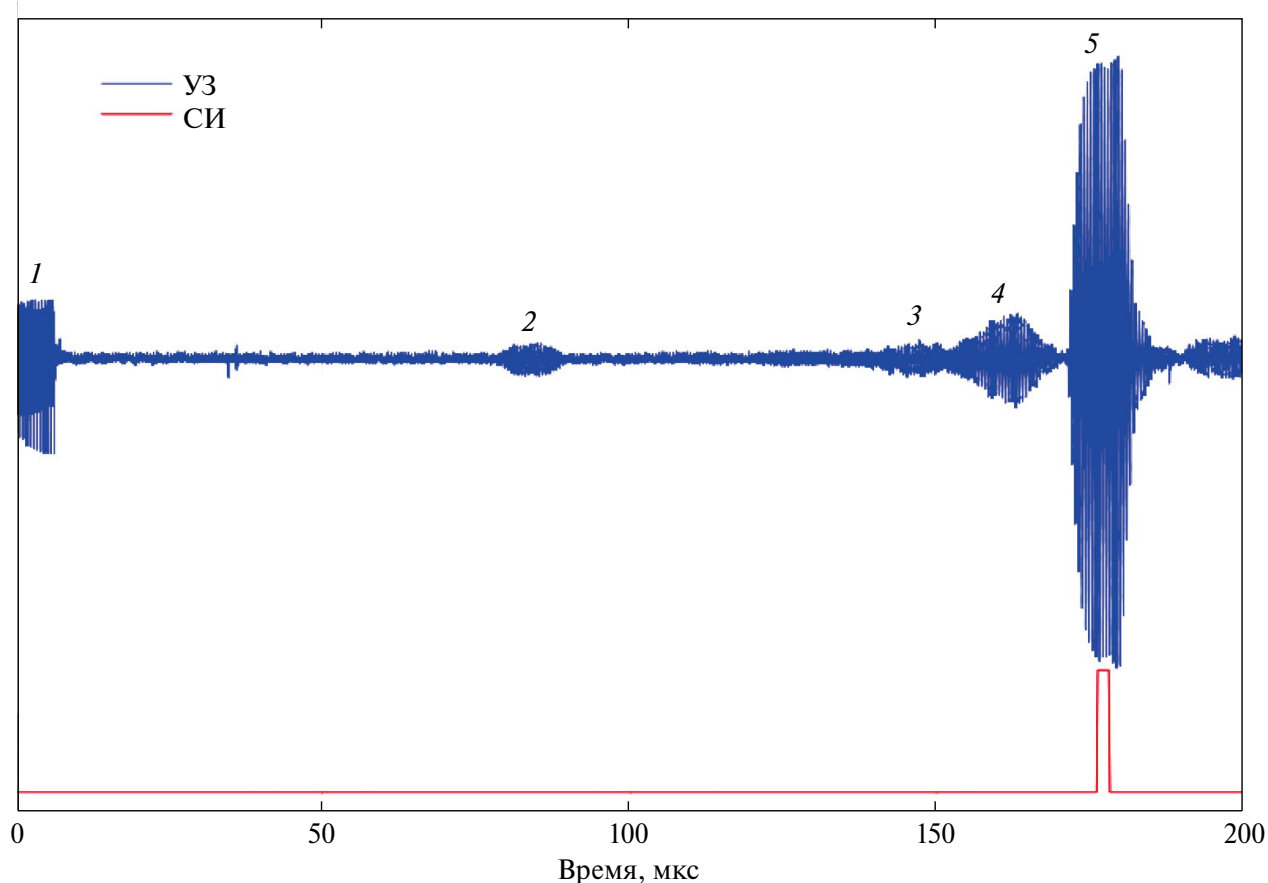


Рис. 6. Типичная осциллограмма УЗ сигнала в АЭ. Цифрами обозначены: 1 — зондирующий импульс, 2 — продольная волна, 3 — рэлеевская волна, 4 — прямая поперечная волна, 5 — дважды отраженная поперечная волна. СИ — строб-импульс.

и по высоте. Из-за ограничения по высоте использовались плоские ультразвуковые преобразователи. Поэтому условия излучения продольной и поперечной волн одновременно не оптимальны. Использование, например, призм, невозможно из-за ограниченного свободного пространства для размещения датчиков.

Несущая частота ультразвуковых импульсов 1.5 МГц, длительность 16 периодов несущей частоты. В измерениях использовались плоские пьезопреобразователи размером 5×7 мм с резонансной частотой 2.7 МГц (выше несущей частоты) для уменьшения собственных колебаний датчиков.

На рис. 6 показаны импульсы, прошедшие через АЭ. Тип волны и траектория пучка определялась по задержке и известной скорости звука для данной волны. По задержке импульс 2 соответствует боковому лепестку диаграммы направленности продольной волны, прошедшей по диагонали АЭ (напрямую от излучателя к приемнику). Импульс 3 соответствует прохождению поперечной волны по

диагонали АЭ, а импульс 4 соответствует рэлеевской волне, распространяющейся по спирали вокруг АЭ. При использованных датчиках и их расположении максимальная амплитуда импульса, прошедшего через АЭ, соответствует поперечной волне (импульс 5), распространяющейся с отражениями от границ АЭ по траектории, показанной на рис. 4. Поэтому регистрировалась фаза этого импульса. Внизу показан строб-импульс, с помощью которого выделяется сигнал.

Регистрация фазы УЗ волны с импульсами накачки АЭ не синхронизирована. Поскольку решаемая нами задача нацелена на определение готовности АЭ к безопасному следующему импульсу накачки, характерное время наблюдения изменения фазы предполагается порядка сотен и даже тысяч секунд. В связи с этим в спроектированной нами системе выборка осуществляется по неэквидистантной сетке с интервалом порядка 1 с, чего вполне достаточно для данной задачи.

На рис. 7 представлена осциллограмма фазы УЗ волны, прошедшей через АЭ, в процессе работы

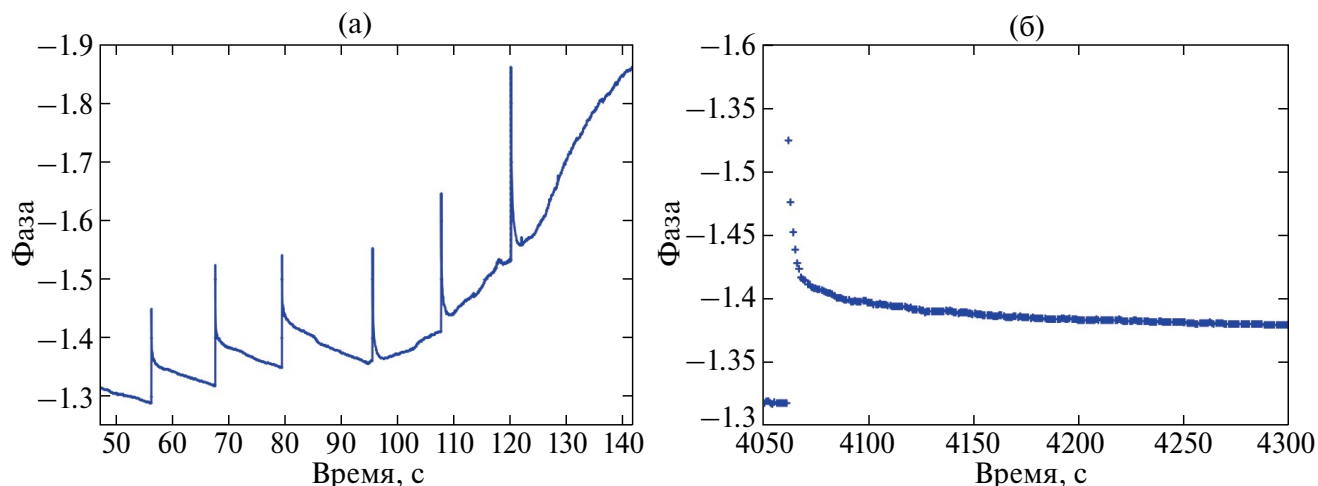


Рис. 7. (а) — Фаза прошедшей через АЭ УЗ волны, в процессе работы лазерной установки в течение нескольких импульсов накачки. Пики соответствуют моментам импульсов накачки. (б) — Динамика фазы после одного из импульсов.

лазерной установки. Резкие выбросы соответствуют импульсам накачки АЭ. Можно выделить два характерных масштаба релаксации величины фазы (а значит, и средней температуры АЭ): быстрый порядка единиц секунд непосредственно после импульса накачки и медленный порядка десятков минут. Первая половина графика соответствует штатному режиму работы квантрона. Пользуясь данными калибровки, полученными выше, можно оценить повышение средней температуры АЭ на величину порядка 0.2 К при периоде импульсов накачки около 12 мин. Вторая половина — работа квантрона с остановленной помпой контура охлаждения. Во втором случае ожидаемо наблюдается дополнительный рост средней температуры АЭ вследствие теплопередачи от нагретого блока ламп накачки (в первом случае это дополнительное тепло отводилось проточной охлаждающей жидкостью).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен и продемонстрирован в эксперименте метод импульсного ультразвукового зондирования АЭ с измерением фазы прошедшего сигнала. Используемый фазовый метод позволяет с высокой чувствительностью регистрировать изменение внутренней температуры АЭ до десятых долей градуса. Демонстрирована возможность регистрации изменения средней температуры АЭ в процессе функционирования мощного лазера. Показана возможность отслеживания временной динамики внутренней температуры в промежутке между импульсами накачки. На основе данной работы предполагается определить пространственное распределение температуры при зондировании

вдоль нескольких направлений ультразвуковых пучков, что может дать информацию о градиенте температуры в АЭ.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ № 22-22-20110.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мак А.А., Сомс Л.Н., Фромзель В.А., Яшин В.Е. Лазеры на неодимовом стекле / Под ред. Мака А.А. М.: Наука, 1990. 287 с.
2. Kuzmin A.A., Luchinin A.G., Poteomkin A.K., Soloviev A.A., Khazanov E.A., Shaikin A.A. Thermally induced distortions in neodymium glass rod amplifiers // *Quantum electronics*. 2009. V. 39. № 10. P. 895–900.
3. Kuzmin A.A., Khazanov E.A., Shaykin A.A. Large-aperture Nd: glass laser amplifiers with high pulse repetition rate // *Optics Express*. 2011. V. 19. № 15. P. 14223–14232.
4. Kuzmin A.A., Silin D.E., Shaykin A.A., Kozhevnikov I.E., Khazanov E.A. Simple method of measurement of phase distortions in laser amplifiers // *J. Opt. Soc. Am. B*. 2012. V. 29. № 6. P. 1152–1156.
5. Авакянц Л.И., Бужинский И.М., Корягина Е.И., Суркова В.Ф. Характеристики лазерных стекол (справочный обзор) // *Квантовая электроника*. 1978. Т. 5. № 4. С. 725–752.
6. Горальник А.С., Кульбицкая М.Н., Михайлов И.Г., Ферштат Л.Н., Шутилов В.А. О температурной зависимости скорости звука в чистых и легированных кварцевых стеклах // *Акуст. журн.* 1972. Т. 18. № 3. С. 391–396.
7. Гитис М.Б., Михайлов И.Г., Шутилов В.А. Измерение температурной зависимости скорости

- звука в твердых образцах малых размеров // Акуст. журн. 1969. Т. 15. № 1. С. 28–32.
8. Казакова В.В., Каменский В.А. Дистанционный индикатор температуры торца оптоволокну для лазерной хирургии // Приборы и техника эксперимента. 2023. № 2. С. 110–114.
 9. Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики / Под ред. Михайлова И.Г. М.: Наука, 1964. 514 с.
 10. Lozhkarev V.V., Freidman G.I., Ginzburg V.N., Katin E.V., Khazanov E.A., Kirsanov A.V., Luchinin G.A., Mal'shakov A.N., Martyanov M.A., Palashov O.V., Potomkin A.K., Sergeev A.M., Shaykin A.A., Yakovlev I.V. Compact 0.56 petawatt laser system based on optical parametric chirped pulse amplification in KD*P crystals // Laser Phys. Lett. 2007. V. 4. № 6. P. 421–427.
 11. Кузьмин А.А., Хазанов Е.А., Шайкин А.А. Импульсно-периодический режим работы широкоапертурных лазерных усилителей из неодимового стекла // Квантовая Электроника. 2012. Т. 42. № 4. С. 283–291.
 12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
 13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ИНВАРИАНТЫ В МАКСИМУМАХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ГЛУБОКОМ МОРЕ

© 2024 г. С. П. Аксенов^а, Г. Н. Кузнецов^{а, *}

^аИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия

^{*}e-mail: skbmortex@mail.ru

Поступила в редакцию 30.03.2022 г.

После доработки 18.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Интерференционный инвариант (ИИ) Чупрова хорошо описывает свойства звукового поля в мелком море. Но вопрос — насколько концепция ИИ Чупрова применима к глубокому морю, где закономерности спадания звукового поля с расстоянием более сложны, — изучен недостаточно. В связи с этим в статье изучены свойства ИИ в ближней и дальней зонах акустической освещенности, а также в зоне тени. Предложено и исследовано новое определение инварианта, проведено сравнение его характеристик с ИИ Чупрова в зависимости от расстояния, глубин приема и излучения, летних или зимних условий распространения. Новый инвариант назван фазо-энергетическим (ФЭИ), поскольку для описания распределения звуковой энергии в пространстве используются ортогональные компоненты градиента фазы. Показаны устойчивость нового инварианта, его независимость от различных влияющих факторов и закономерное изменение с расстоянием в пределах от нуля до единицы. Установлено, что при зимних условиях практически на всех расстояниях ФЭИ равен единице, а ИИ не имеет стабильных значений и изменяется скачками в очень широких пределах. При летних условиях в зоне тени ФЭИ при увеличении расстояния возрастает, как и ИИ, от значений, близких к нулю, до единицы. В ближней и дальней зонах акустической освещенности ФЭИ примерно равен единице, а ИИ в этих зонах как летом, так и зимой характеризуется неограниченными осцилляциями, к которым приводит деление на величину, близкую к нулю. Показано, что определение ФЭИ справедливо и в одномодовых волноводах, и в свободном неограниченном пространстве с диспергирующей средой.

Ключевые слова: глубокое море, звуковое давление, зона тени, ближняя и дальняя зоны акустической освещенности, интерференционные максимумы, ортогональные компоненты градиента фазы, эффективные групповая и фазовая скорости, интерференционный инвариант Чупрова, фазо-энергетический инвариант

DOI: 10.31857/S0320791924010099 EDN: ZOAVPY

1. ВВЕДЕНИЕ

В акустике мелкого моря находит широкое применение интерференционный инвариант С.Д. Чупрова β [1]. С его помощью с успехом решают отдельные задачи низкочастотной гидроакустики, в том числе — задачи дальнометрии, навигации, обнаружения слабых сигналов и другие. В мелком море характеристики интерференционного инварианта оценивают стандартным методом — по всерной угловой структуре, т.е. распределению гребней амплитуды звукового давления (ЗД) или интенсивности на плоскости “расстояние до источника—частота”. Среди ранних отечественных работ, посвященных этому направлению, можно выделить работы [1–5], среди зарубежных, например, [6–10].

Значительно меньше проработано это направление гидроакустики применительно к глубокому морю. Например, можно выделить работу [11], в которой для глубоководного арктического района интерференционный инвариант применяется для локализации источника с использованием боковых лепестков при обработке сигнала методом согласованного поля по алгоритму Бартлетта. Интересные результаты приведены в [12], где путем численного моделирования показано, что наблюдаемый интерференционный инвариант (ИИ) зависит от глубин излучения и приема, и быстро изменяется при увеличении расстояния между источником и приемной антенной. Показано также, что в зоне конвергенции звуковых лучей — дальней зоне акустической освещенности — наклон гребней амплитуды ЗД на плоскости “расстояние—частота” становится

очень крутым, и это приводит к большим и нестабильным значениям β вследствие деления на величины, близкие к нулю. Но аналитическое описание и анализ устойчивости инварианта в этой статье не приводится. Поведение инварианта в ближней зоне и в зоне тени исследовано только численно и без физического анализа модовой структуры поля. Аналогии зависимостей ИИ не рассмотрены.

Эти недостатки частично восполняются работами [13–16], в которых установлена однозначная функциональная связь между модовым составом сигнала и ИИ, а также для зоны тени — между эффективными фазовой и групповой скоростями (ЭФС и ЭГС) и ИИ. Показано также, что их свойства полностью определяются параметрами доминирующих мод, характерных для заданных расстояний и глубин расположения источников и приемников. В итоге исследована интерференционная структура ЗД в ближней и дальней зонах акустической освещенности (БЗАО и ДЗАО), а также в зоне тени (ЗТ). В зоне тени также исследованы аналитические соотношения, связывающие ЭФС, ЭГС и ИИ. На основе анализа результатов численного моделирования сделан вывод, что ИИ в БЗАО и ДЗАО может претерпевать неограниченные осцилляции вследствие деления на величину, близкую к нулю, но задачи — как можно избежать этого, существуют ли дополнительные аналитические представления инвариантов — в перечисленных работах не рассматриваются. Эти задачи решаются ниже.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ИНВАРИАНТОВ

Рассмотрим для глубокого моря свойства интерференционного инварианта на различных расстояниях от источника и уточним, возможна ли иная трактовка ИИ, чем определяемая известными способами: “глобальным” [1–5, 7, 11], связанным с наклоном полос интерференционных картин интенсивности звука на плоскости с координатами $r \sim f$ (“горизонтальное расстояние $\sim$ частота”),

$$\beta = \frac{r}{f} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (1)$$

и “локальным”, основанным на интерференции между двумя однотипными модами с известными горизонтальными волновыми числами $k_r(m, f)$ и $k_r(n, f)$ [1, 4, 8, 10, 11],

$$\beta(m, n, f) = -\frac{1}{f} \frac{k_r(m, f) - k_r(n, f)}{\partial[k_r(m, f) - k_r(n, f)]/\partial f}. \quad (2)$$

Отметим, что С.Д. Чупровым также получена формула для инварианта β применительно к одной моде в идеальном однородном волноводе: $\beta = c_r/c_\phi = \cos^2\chi$, где χ — угол скольжения моды

или луча, c_r и c_ϕ — групповая и фазовая скорости каждой моды на заданной частоте [1]. Смысл этой формулы в том, что в случае одной моды угол скольжения ее бриллюэновского луча совпадает с направлением градиента фазы поля, создаваемого этой модой. Поэтому эта формула справедлива только для одной моды, и ее использовать для суммарного поля в многомодовом волноводе не рекомендуется.

Выполняя численные исследования зависимости характеристик фазовой структуры от расстояния, мы обнаружили, что в зонах интерференционных максимумов (ИМА) даже для суммарного поля, т.е. при учете амплитуд и фаз всех мод, а значит, при разнообразии различных локальных направлений градиентов фазы, в зонах максимумов ЗД градиенты фазы являются гладкими и сравнительно медленно изменяются [13–16]. По мере удаления от источника в группу мод, формирующих очередную доминирующую локальный максимум, входят разные однотипные моды, и направление градиента фазы ЗД в зонах ИМА зависит от расстояния. Но на расстояниях, где формируются БЗАО и ДЗАО, в зонах ИМА отношение ЭГС к ЭФС стремится к единице. Существенно, что это свойство устойчиво и одинаково проявляется при разных частотах и глубинах приема и излучения, особенно в зимних условиях распространения. Это позволяет предположить, что данная характеристика поля является инвариантной, т.е. постоянной при вариации различных влияющих факторов.

Чтобы убедиться в этом, выполним численный анализ распределения интенсивности и градиентов фазы на плоскости “расстояние до источника—частота” ($r \sim f$). Анализ будем выполнять, прежде всего, в зонах с максимальной энергией — в зонах ИМА, так как только в этих зонах градиенты фазы имеют устойчивые характеристики. При расчетах инварианта, как альтернативу (1), используем выражение

$$\beta_{\text{ef}} = \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi / \partial r}{\partial \varphi / \partial f} = \frac{c_{\text{gef}}}{c_{\text{qef}}}. \quad (3)$$

Здесь c_{gef} и c_{qef} — эффективные групповая и фазовая скорости (ЭГС и ЭФС), которые для произвольных волноводов определяются формулами [13–16]

$$c_{\text{gef}} = 2\pi r / (\partial \varphi / \partial f), \quad (4)$$

$$c_{\text{qef}} = 2\pi f / (\partial \varphi / \partial r). \quad (5)$$

Отметим, что в (3)–(5) $\varphi = \varphi(f, r, z_s, z)$ — фаза комплексного звукового давления, представленного полной суммой мод. И в этом принципиальное отличие выражения (3) от выражения $\beta = c_r/c_\phi$, которое получил С.Д. Чупров [1] — для

одной выделенной моды в идеальном волноводе. Можно показать, что (3) есть представление интерференционного инварианта в зонах ИМА через две ортогональные проекции градиента фазы 3Д на плоскости $r \sim f$ в волноводе с произвольным вертикальным распределением скорости звука и любыми параметрами грунта. Поскольку для расчетов характеристик поля в зонах с максимальной энергией используются градиенты фазы, назовем инвариант β_{ef} фазо-энергетическим (ФЭИ). Далее при расчетах и анализе результатов учитывалось, что в океанических волноводах дисперсия мод изменяет фазовую структуру поля, и в зонах ИМА звукового давления могут доминировать или слабо дисперсионные водные моды, или вытекающие и захваченные моды с ярко выраженной дисперсией. Сравним на разных расстояниях характеристики ИИ и ФЭИ. Для этого будем напрямую использовать проекции градиента фазы на плоскости с координатами r и f или предварительно вычислять ЭГС и ЭФС.

3. РАСЧЕТНАЯ МОДОВАЯ МОДЕЛЬ В ВКБ-ПРИБЛИЖЕНИИ

Зависимости 3Д от расстояния в глубоком (2.5 км и более) море хорошо известны [1, 2, 4, 15–18]: они характеризуются наличием БЗАО, ЗТ и зон конвергенции – ДЗАО. Для их описания широко применяются лучевая [1, 4, 17] или модовая [4, 11, 13, 18] теории, параболическое уравнение [19], а также модовое ВКБ-приближение [4, 9, 14–22]. Ниже для расчета амплитуд и фаз 3Д использована вычислительная программа, созданная на основе усовершенствованного модового ВКБ-приближения [13–16].

Для расчета поля звукового давления $P(f, r, z_s, z)$, создаваемого в глубоком море ненаправленным точечным источником тонального сигнала, будем использовать выражение в виде суммы нормальных волн [4, 14–19], записанное с учетом асимптотики функции Ханкеля первого рода нулевого порядка в виде

$$P(f, r, z_s, z) = |P(f, r, z_s, z)| e^{i\varphi(f, r, z_s, z)} = \sum_{m=0}^M \frac{u_m(z_s) u_m(z)}{\int_0^h u_m^2(z') dz'} \frac{e^{i[(2\pi f/c_{\varphi m})r - (\pi/4)] - \delta_m r}}{\sqrt{(f/c_{\varphi m})r}}, \quad (6)$$

где $\varphi(f, r, z_s, z)$ – фаза комплексного 3Д, r – горизонтальное расстояние между источником и приемником, z_s, z и h – глубины источника, приемника и моря, u_m – собственная функция волновода для нормальной волны с номером m , $c_{\varphi m}$ – фазовая скорость m -й моды, δ_m – мнимая часть продольного волнового числа m -й моды. Глубину моря считаем постоянной.

При анализе учтем следующее.

1. Водными будем называть моды, не взаимодействующие с грунтом и имеющие фазовые скорости меньше придонной скорости звука в воде $c_0(h)$, захваченными – моды с фазовыми скоростями от $c_0(h)$ до скорости звука в грунте, вытекающими – моды с фазовыми скоростями больше скорости звука в грунте.

2. В [15, 16] показано, что в интерференционных максимумах зоны тени при реальных глубинах источника и приемника для ЭФС, ЭГС и ФЭИ, определяемых формулами (3)–(5), справедливы следующие формулы лучевой аппроксимации:

$$c_{\text{gef}}^*(r, h) = \frac{\bar{c}_0}{\cos \theta(r, h)} = \bar{c}_0 \sqrt{1 + \frac{(2h - z_s - z)^2}{r^2}} \approx \bar{c}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{r}\right)^2}, \quad (7)$$

$$z_s + z < \frac{2h}{10},$$

$$c_{\text{gef}}^*(r, h) = \bar{c}_0 \cos \theta(r, h) = \frac{\bar{c}_0}{\sqrt{1 + [(2h - z_s - z)^2/r^2]}} \approx \frac{\bar{c}_0}{\sqrt{1 + (2h/r)^2}}, \quad (8)$$

$$z_s + z < \frac{2h}{10},$$

$$\beta_{\text{ef}}^*(r, h) = \frac{c_{\text{gef}}^*(r, h)}{c_{\text{gef}}^*(r, h)} = \cos^2 \theta(r, h) \approx \frac{1}{1 + (2h/r)^2}, \quad z_s + z < \frac{2h}{10}. \quad (9)$$

Здесь $\bar{c}_0$ – средняя скорость звука в воде, $\theta(r, h)$ – угол скольжения луча, пришедшего из источника в точку приема после однократного отражения от дна.

3. На участке самых малых расстояний при реальных глубинах излучателей и приемников $z_s + z < 2h/10$ расположена БЗАО, протяженность которой определяется длиной зоны ллойдовской интерференции. Последняя простирается до расстояния $r_L \approx 4z_s z / \lambda$ [4, 12, 14–16], при превышении которого начинается зона тени. Звуковое давление P в БЗАО быстро убывает ($P \sim 1/r^2$), так как в этой зоне преобладающий вклад в поле дают прямой и отраженный от свободной поверхности лучи или моды, эквивалентные этим двум лучам. Такие моды из-за слабо выраженной дисперсии формируют эффективные групповую и фазовую скорости, близкие к средней скорости звука в поверхностном слое воды,

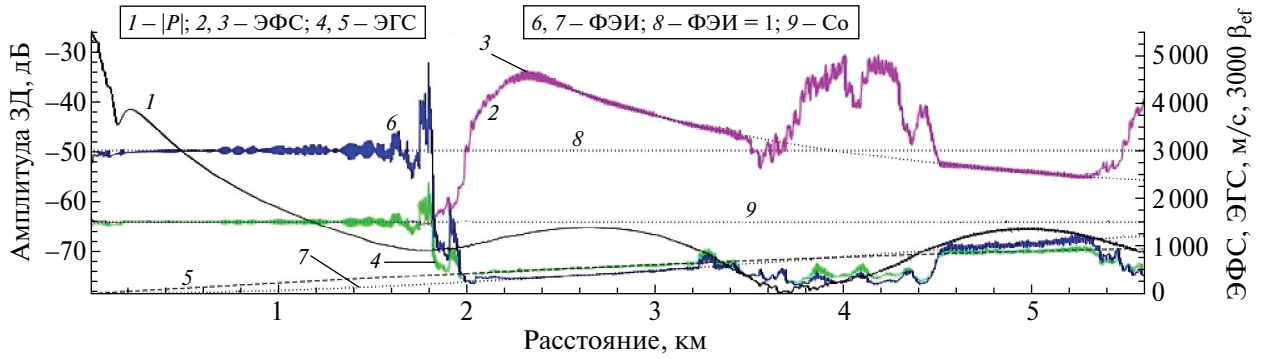


Рис. 1. 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 – $3000\beta_{\text{эф}}$, 7 – лучевая аппроксимация $3000\beta_{\text{эф}}$, 8 – уровень $3000\beta_{\text{эф}} = 3000$ или $\beta_{\text{эф}} = 1$, 9 – $c_0 = 1500$ м/с; $f = 345$ Гц, $r = 0.01\text{--}5.6$ км, $z_s = 15$ м, $z_r = 20$ м, $h = 3417$ м, $c_0 = 1500$ м/с. Идеальный волновод.

$$c_{\text{gef}} \approx c_{\text{gef}} \approx c_0(0). \quad (10)$$

Поэтому в глубоком море протяженность БЗАО можно также определить как участок самых малых расстояний r_L , на которых фазо-энергетический инвариант в форме (3) при любой гидрологии и любых глубинах источников и приемников, но при условии, что $z_s + z < 2h/10$, близок к единице, $\beta_{\text{эф}} \approx 1$.

4. В зимних условиях, когда из-за приповерхностной рефракции возрастает вклад водных мод, следует ожидать расширения всех зон со значением $\beta_{\text{эф}} \approx 1$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сначала рассмотрим результаты применения интерференционного инварианта $\beta_{\text{эф}}$ по формуле (3) для модели глубокого моря в виде идеального волновода. Для сравнения результатов будем считать равными глубины идеального волновода и исследованного далее реального глубокого моря. Проведенный в следующем подразделе анализ показал, что и в идеальном глубоководном волноводе определение интерференционного инварианта по сравнению с мелким морем не является тривиальной задачей.

4.1. Идеальный волновод

В случае жидкого однородного слоя с глубиной h , скоростью звука c_0 и абсолютно мягкими границами в выражении (6) для ЗД имеем [4]:

$$u_m(z) = \sin(m\pi z/h), \quad \int_0^h u_m^2(z') dz' = h/2, \quad (11)$$

$$c_{\text{qm}} = 1/\sqrt{c_0^{-2} - [m/(2fh)]^2}, \quad M = 2fh/c_0, \quad \delta_m = 0.$$

На рис. 1 для $f = 345$ Гц показаны результаты расчета амплитуды $|P|$ ЗД (кривая 1), ЭФС c_{gef} (2), лучевой аппроксимации ЭФС c_{gef}^* (3), ЭГС c_{gef} (4), лучевой аппроксимации ЭГС c_{gef}^* (5), $\beta_{\text{эф}} \times 3000$ (6) и лучевой аппроксимации $\beta_{\text{эф}}^* \times 3000$ (7). Горизонтальная прямая (8) представляет уровень $\beta_{\text{эф}} \times 3000 = 3000$ или $\beta_{\text{эф}} = 1$, прямая (9) соответствует $c_0 = 1500$ м/с. Значения $\beta_{\text{эф}}$ и $\beta_{\text{эф}}^*$ умножены на 3000 для сравнения кривых на одном рисунке.

Как видно на рис. 1, на участке лойдовской интерференции $r < 1.8$ км, где превалирует вклад прямого и отраженного от свободной поверхности лучей, выполняется соотношение (10) $c_{\text{gef}} \approx c_{\text{gef}} \approx c_0$, и ФЭИ равен единице, $\beta_{\text{эф}} \approx 1$, тогда как ИИ Чупрова β здесь характеризуется неограниченными осцилляциями. Это проверено по аналогии с представленным ниже рис. 4: полосы интерферограммы на малых расстояниях $r < 1.8$ км параллельны оси частот, т.е. значения ИИ Чупрова β могут здесь становиться бесконечно большими из-за деления на ноль.

Хорошо видно также, что в зонах интерференционных максимумов на участке $r < 2$ км, где доминирует вклад отраженных от дна лучей, кривые ЭФС, ЭГС и ФЭИ (формулы (3)–(5)) практически совпадают со своими лучевыми аппроксимациями (формулы (7)–(9)). При этом в интерференционных минимумах (дислокациях) градиент фазы ЗД и зависящие от него характеристики звукового поля неустойчивы и непредсказуемы [13–16].

Аналогичные расчеты выполнены для различных частот выше и ниже, чем $f = 345$ Гц. Это позволило получить и сравнить частотные зависимости оценок ИИ β и ФЭИ $\beta_{\text{эф}}$. Так, при увеличении частоты от 345 до 360 Гц максимум амплитуды ЗД в начале зоны тени, который на рис. 1 находится в точке $r \approx 2.7$ км, на частоте 360 Гц переместился в точку $r \approx 3.5$ км. На основании рис. 1 и формул (1), (3), (9) имеем:

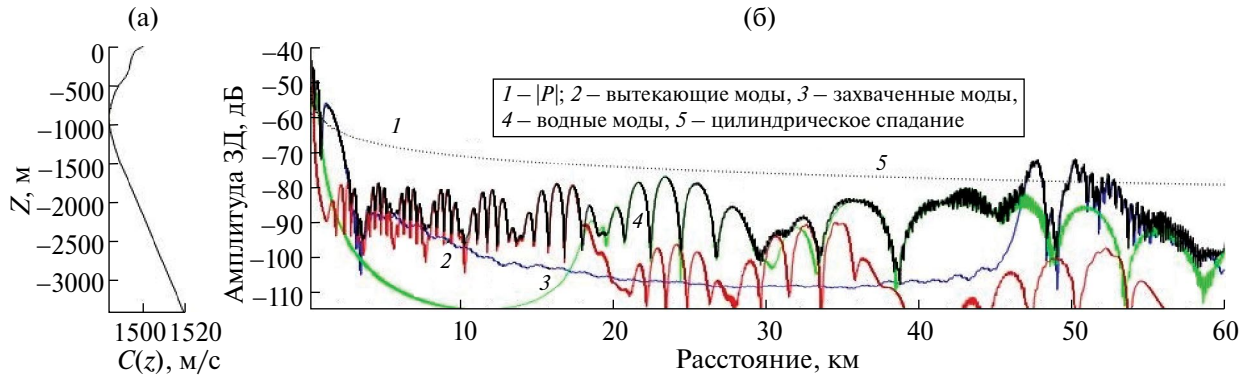


Рис. 2. (а) – ВРСЗ в районе Северной Атлантики в июне; (б): 1 – амплитуда ЗД и составляющие: 2 – вытекающие моды, 3 – захваченные моды, 4 – водные моды, 5 – цилиндрическое спадание; $f = 340$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 20$ м, $r = 0.1$ –60 км.

$$\beta = \frac{r}{f} \frac{\Delta f}{\Delta r} \approx \frac{(2.7 + 3.5) / 2}{(345 + 360) / 2} \frac{360 - 345}{3.5 - 2.7} = 0.165, \quad (12)$$

$$\beta_{ef} \approx \beta_{ef}^* = \frac{c_{gef}^*}{c_{\phi ef}^*} = \cos^2 \theta \approx \frac{1}{1 + (2h/r)^2} = \frac{1}{1 + (2 \times 3.417 / 3.1)^2} = 0.171, \quad (13)$$

т.е. и β , и β_{ef} на этих расстояниях существенно меньше единицы, но разница между ними не превышает 3%. Вывод: в зоне, где доминирует вклад отраженных от дна лучей, в окрестности интерференционных максимумов ИИ β и ФЭИ β_{ef} практически совпадают, но характеризуются не константой, а инвариантной зависимостью от расстояния (9).

4.2. Глубокое стратифицированное море в летних условиях

Рассмотрим далее аналогичные результаты, полученные в реальном волноводе в летних условиях. Вертикальное распределение скорости звука (ВРСЗ) в выбранном районе Северной Атлантики к западу от Ла-Манша показано на рис. 2а. Глубина моря $h = 3417$ м, параметры грунта: скорость звука $c_1 = 1600$ м/с, плотность $\rho_1 = 1.5$ г/см³, потери -0.14 дБ/λ₁. Для этого района рассчитаны зависимости от расстояния амплитуды ЗД и ее составляющих – вытекающих, захваченных и водных мод (рис. 2б).

Выше отмечалось, что зависимости ЗД от расстояния в глубоком море известны [4, 12, 15, 17, 18]: наблюдаются БЗАО, ЗТ и зоны конвергенции водных лучей – ДЗАО. На рис. 2 видно, что в БЗАО до 2.8 км основной вклад в поле вносят водные моды, далее до 18 км – вытекающие моды, затем до 47 км – захваченные моды, а на участке $r = 47$ –55 км – в ДЗАО – водные моды. Слабый

вклад захваченных мод при $r < 18$ км и водных мод на участке $r = 2.7$ –46 км обусловлен их противофазным суммированием на этих участках, но в ДЗАО водные моды суммируются почти синфазно и доминируют.

Вытекающие моды частично поглощаются в дне и затухают быстрее, чем захваченные, но на участке $r = 2.7$ –18 км их вклад является определяющим – они “подсвечивают” зону тени. Видно, что ширина интерференционных максимумов, формируемых вытекающими и захваченными модами, с ростом расстояния возрастает.

На рис. 3 для этих же условий приведены зависимости от расстояния амплитуды ЗД, ЭФС $c_{\phi ef}$, ЭГС c_{gef} , $3000\beta_{ef}$, аппроксимации этих величин $c_{\phi ef}^*$, c_{gef}^* , $3000\beta_{ef}^*$, а также горизонтальные прямые на уровне $3000\beta_{ef} = 3000$ ($\beta_{ef} = 1$) и на уровне средней скорости звука в воде $\bar{c}_0$.

Как видно, наилучшее совпадение вычисленных значений $c_{\phi ef}$, c_{gef} и β_{ef} с пунктирными кривыми их лучевой аппроксимации (формулы (7)–(9)) имеет место в зонах, где формируются ИМА. Но, как и в идеальном волноводе, в БЗАО, где главный вклад в поле дают прямой и отраженный от поверхности лучи, $c_{gef} \approx c_{\phi ef} \approx c_0(0)$ и, как следствие, $\beta_{ef} \approx 1$. Аналогичным образом в ДЗАО, где доминируют водные моды со слабой (из-за малых углов скольжения) дисперсией, $c_{gef} \approx c_{\phi ef}$, и $\beta_{ef} \approx 1$. Инвариант Чупрова β в этих зонах может изменяться большими скачками и нестабилен. ЭФС, ЭГС и β_{ef} в зоне тени на расстояниях до 10–12 км также имеют многочисленные выбросы, но, как легко убедиться, они наблюдаются в зонах интерференционных минимумов. А в зонах ИМА $c_{\phi ef}$, c_{gef} и β_{ef} изменяются, но стабильно, в соответствии с формулами (7)–(9), т.е. с высокой точностью описываются своими лучевыми аппроксимациями.

Эта устойчивая особенность β_{ef} в ДЗАО особенно отчетливо видна на рис. 4а, 4б, где

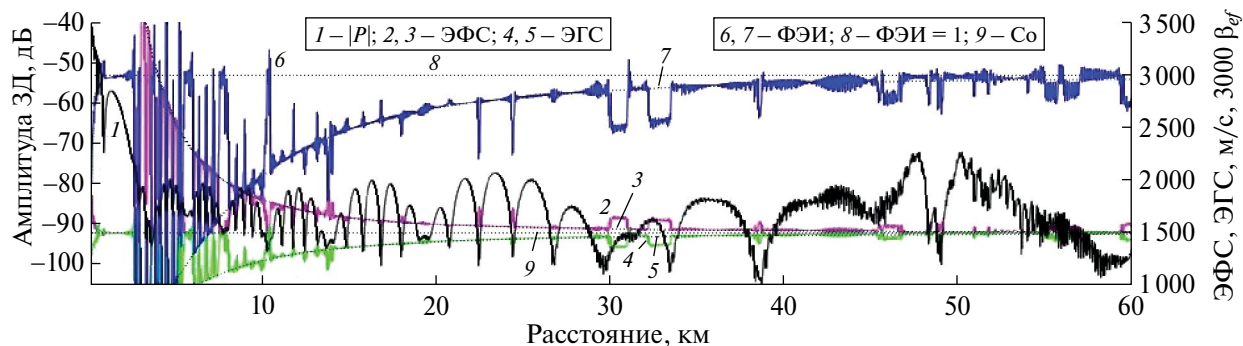


Рис. 3. 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 – $3000\beta_{\text{эф}}$, 7 – лучевая аппроксимация $3000\beta_{\text{эф}}$, 8 – уровень $3000\beta_{\text{эф}} = 3000$ или $\beta_{\text{эф}} = 1$, 9 – уровень $\bar{c}_0$. Северная Атлантика, июнь, $f = 340$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 20$ м, $r = 0.1\text{--}60$ км.

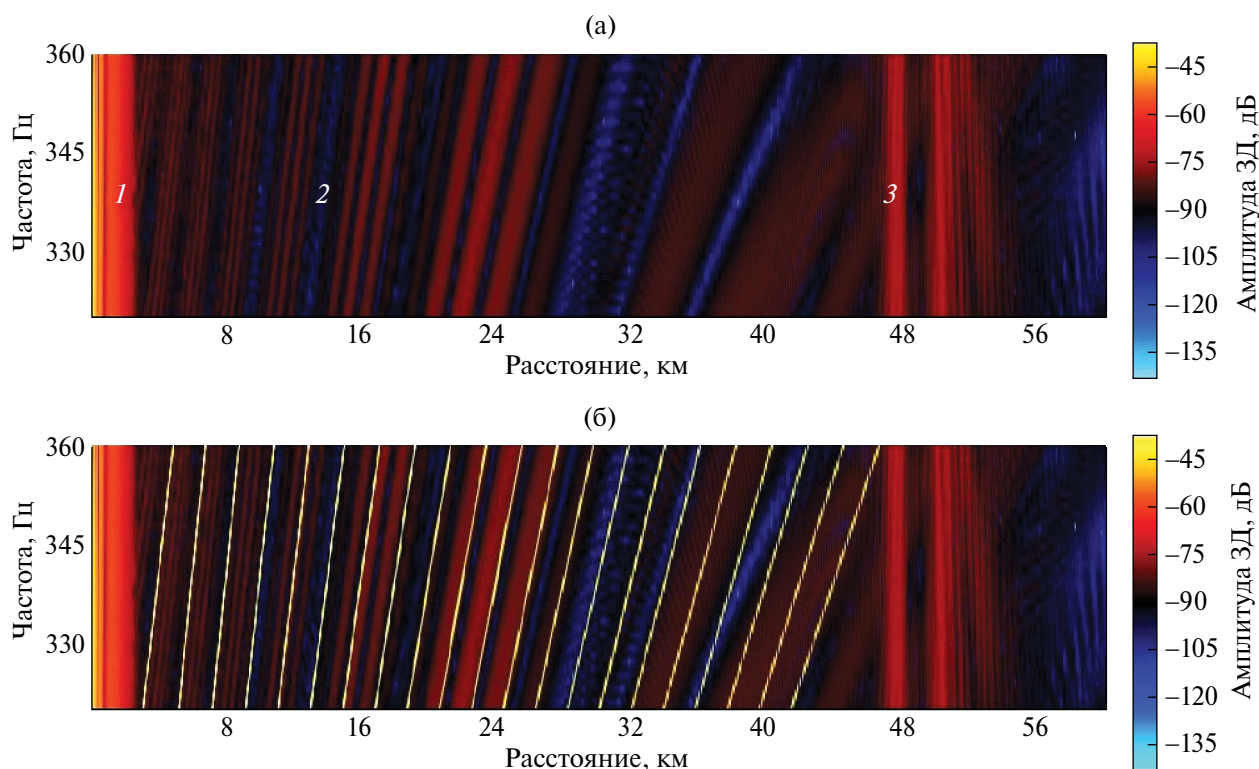


Рис. 4. (а) – Интерферограмма амплитуды ЗД, Северная Атлантика, июнь, $f = 320\text{--}360$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 20$ м, $r = 0.1\text{--}60$ км; 1 – БЗАО, 2 – зона тени, 3 – ДЗАО. (б) – Та же интерферограмма со светлыми “контрольными” линиями, наклон которых вычислен по формуле (1), $\partial f/\partial r = (f/r)\beta$, с подстановкой в качестве β лучевой аппроксимации $\beta_{\text{эф}}^* = 1/[1 + (2h/r)^2]$ по формуле (9).

представлено распределение амплитуды звукового давления на плоскости $r \sim f$ при тех же глубинах источника и приемника, что и на рис. 2, 3. Видно, что в БЗАО ($r < 2.7$ км), а также в ДЗАО ($r = 47\text{--}55$ км) гребни интерферограмм параллельны оси частот, и инвариант Чупрова, согласно определению (1), может резко осциллировать и принимать бесконечно большие значения из-за деления на ноль.

На рис. 4б показана та же, что и на рис. 4а, интерферограмма с нанесенными на участке между БЗАО и ДЗАО через каждые 2 км светлыми “контрольными” полосами, наклон которых вычислен по формулам (1) и (9). Видно, что фактический наклон гребней интерферограммы, по которым можно рассчитать инвариант Чупрова, совпадает с наклоном светлых полос, т.е., как и для идеального волновода, формулы (1), (9) дают для

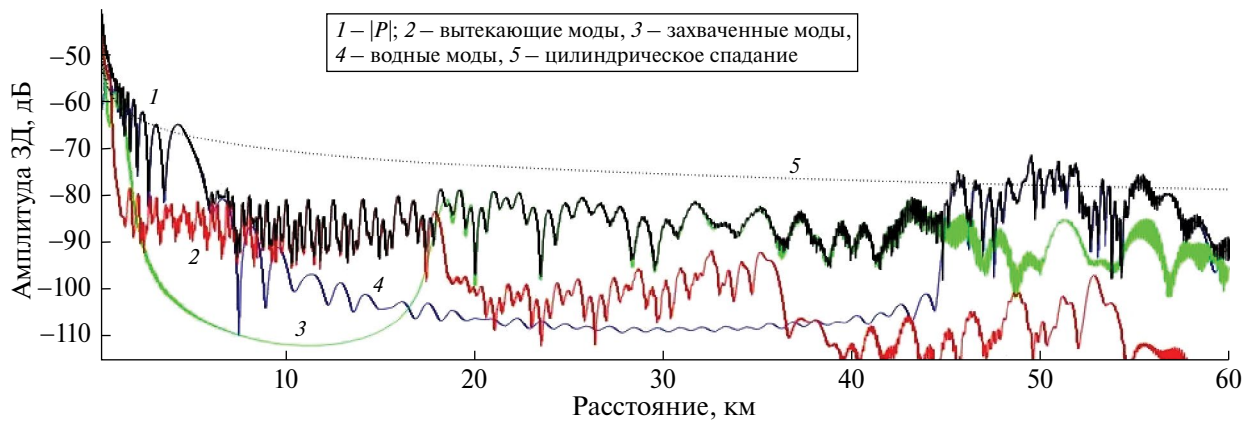


Рис. 5. 1 – Амплитуда звукового давления и составляющие: 2 – вытекающие моды, 3 – захваченные моды, 4 – водные моды, 5 – цилиндрическое спадание. Северная Атлантика, июнь, $f = 340$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 155$ м, $r = 0.1$ –60 км.

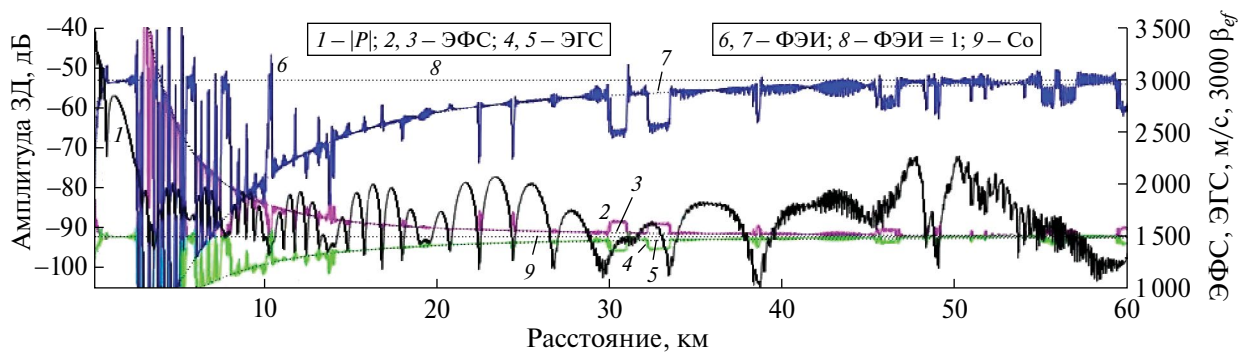


Рис. 6. 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 – $3000\beta_{ef}$, 7 – лучевая аппроксимация $3000\beta_{ef}$, 8 – уровень $3000\beta_{ef} = 3000$ или $\beta_{ef} = 1$, 9 – уровень c_0 . Северная Атлантика, июнь, $f = 340$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 155$ м, $r = 0.1$ –60 км.

интерференционных инвариантов одинаковые результаты. Это подтверждают и проверки по формулам (12), (13). Иными словами, в зоне тени численные значения двух инвариантов и их зависимости от расстояния практически совпадают, поэтому на рисунках зависимости инварианта Чупрова β от расстояния отдельно не приводятся.

Но видно, что вблизи ДЗАО наклоны полос, рассчитанные по формулам и путем компьютерного моделирования, начинают различаться. Следует также отметить, что во всех зонах вблизи интерференционных минимумов (дислокаций) наблюдаются произвольные знакопеременные отклонения от обнаруженных закономерностей.

Отметим дополнительно, что в БЗАО и ДЗАО (рис. 3, 4) формулы (1) и (3) приводят к разным результатам – формула (1) может дать для ИИ β в этих зонах деление на ноль (сингулярность), а формула (3) для ФЭИ β_{ef} дает величину, близкую к единице.

Если, сохранив глубину излучения, увеличить глубину приема до 155 м, получим графики,

показанные на рис. 5–7. Видно, что ширина БЗАО и ДЗАО, где превалируют водные моды, становится больше: при $z = 155$ м БЗАО располагается на расстояниях до 5.7 км, ДЗАО на участке $r = 4559$ км. В зоне тени (рис. 5) до 18 км превалируют вытекающие моды, затем до 45 км – захваченные моды.

Кривые на рис. 6 подобны кривым на рис. 3: и при большей глубине приема в более широких БЗАО и ДЗАО в зонах ИМА выполняются равенства $c_{gef} \approx c_{qef}$, $\beta_{ef} \approx 1$. В зоне тени, как и при меньших глубинах приема, кривые ФЭИ β_{ef} , ЭФС и ЭГС близки к их лучевым аппроксимациям, значения двух инвариантов β и β_{ef} в ИМА практически совпадают, а их зависимость от расстояния определяется формулой (9).

Расширение БЗАО и ДЗАО с увеличением глубины приема (излучения) хорошо видно и на интерферограмме амплитуды ЗД (рис. 7а). На рис. 7б приведена та же интерферограмма со светлыми “контрольными” полосами, наклон которых вычислен по формулам (1) и (9).

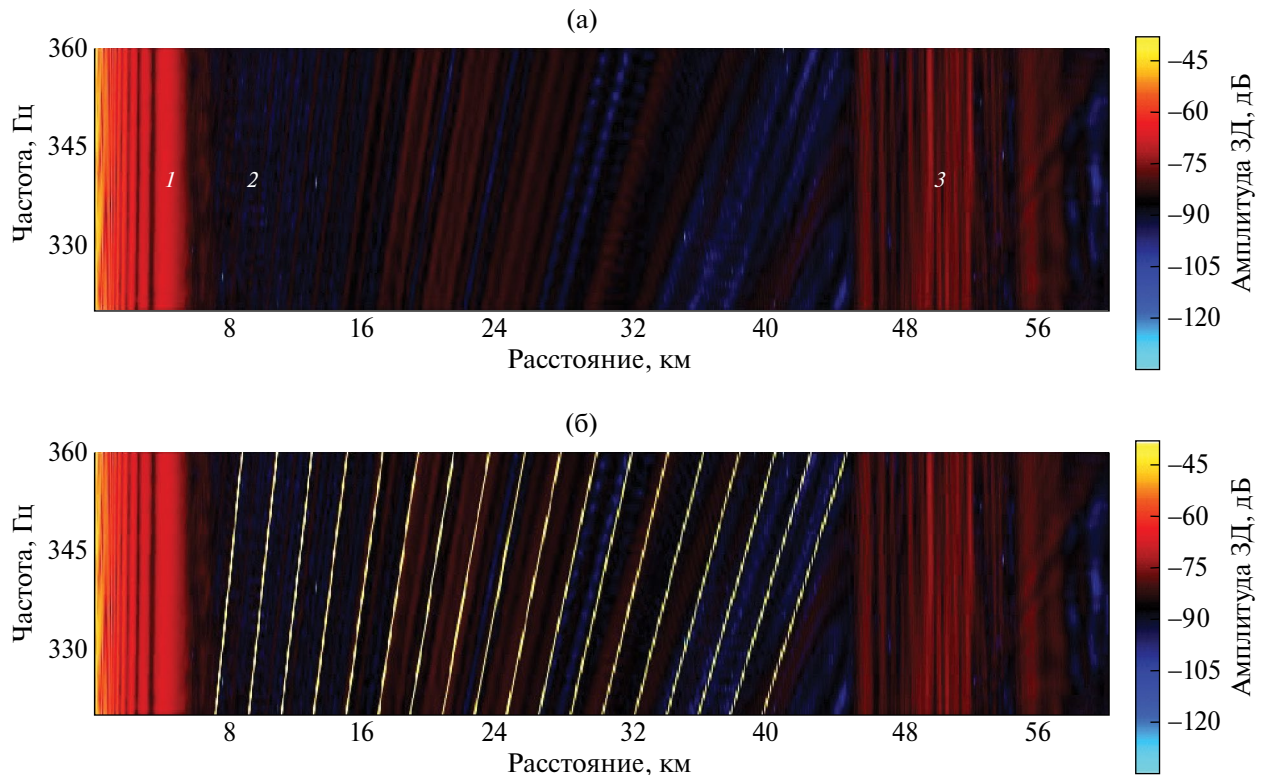


Рис. 7. (а) – Интерферограмма амплитуды звукового давления; Северная Атлантика, июнь, $f = 320\text{--}360$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 155$ м, $r = 0.1\text{--}60$ км; 1 – БЗАО, 2 – зона тени, 3 – ДЗАО. (б) – Та же интерферограмма со светлыми “контрольными” линиями, наклон которых вычислен по формуле (1), $\partial f/\partial r = (f/r)\beta$, с подстановкой в качестве β лучевой аппроксимации $\beta_{ef}^* = 1/[1 + (2h/r)^2]$ по формуле (9)

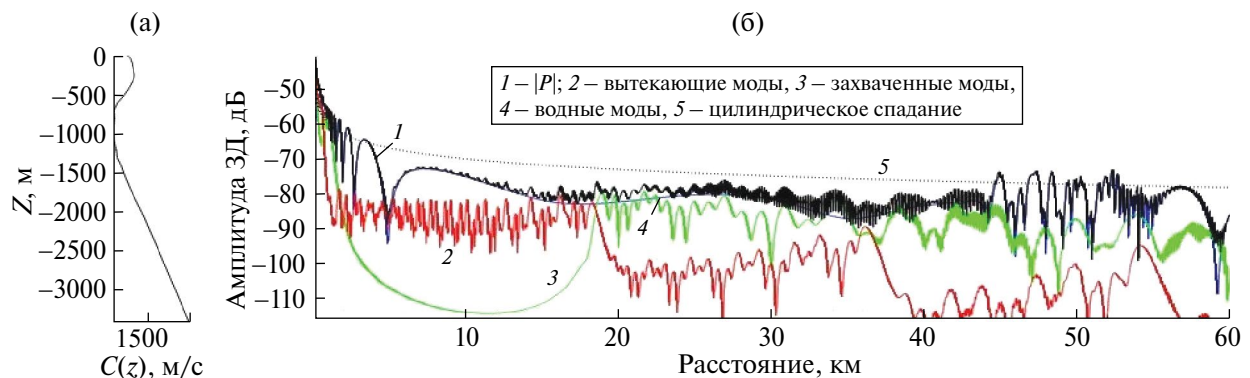


Рис. 8. (а) – ВРСЗ в районе Северной Атлантики в феврале; (б): 1 – амплитуда звукового давления и составляющие: 2 – вытекающие моды, 3 – захваченные моды, 4 – водные моды, 5 – цилиндрическое спадание; $f = 340$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 155$ м, $r = 0.1\text{--}60$ км.

Как и при меньшей глубине приема, на участке между БЗАО и ДЗАО наклон гребней интерферограммы совпадает с наклоном светлых полос: формулы (1) и (9) дают для интерференционных инвариантов близкие результаты. Различие наблюдается только вблизи ДЗАО. В БЗАО и ДЗАО, где, как и при $z = 20$ м, гребни интерферограммы

параллельны оси частот, по формуле (1) для β получаем деление на ноль, а по формуле (3) для β_{ef} – величину, близкую к единице, $\beta_{ef} \approx 1$.

Таким образом, в глубоком море в зоне тени при летней гидрологии и при реальных глубинах источника и приемника традиционное определение инварианта Чупрова β по формуле (1)

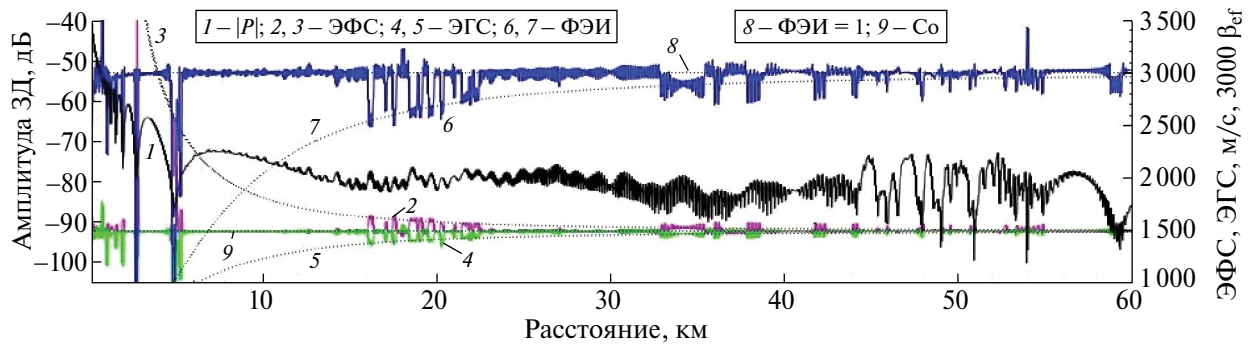


Рис. 9. 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 – $3000\beta_{\text{эф}}$, 7 – лучевая аппроксимация $3000\beta_{\text{эф}}^*$, 8 – уровень $3000\beta_{\text{эф}} = 3000$ или $\beta_{\text{эф}} = 1$, 9 – уровень $\bar{c}_0$. Северная Атлантика, февраль, $f = 340$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 155$ м, $r = 0.1\text{--}60$ км.

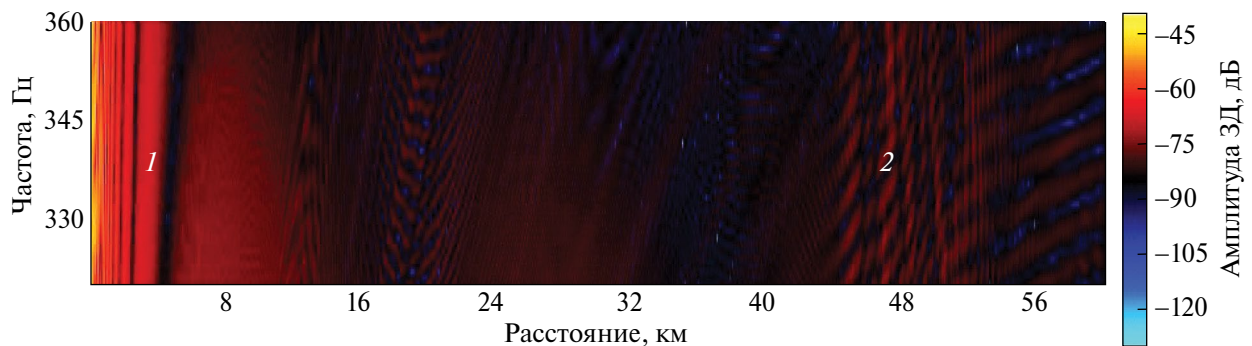


Рис. 10. Интерферограмма амплитуды звукового давления; Северная Атлантика, февраль, $f = 320\text{--}360$ Гц, $z_s = 105$ м, $z = 155$ м, $r = 0.1\text{--}60$ км; 1 – БЗАО, 2 – ДЗАО.

и исследованное нами в зонах ИМА альтернативное определение фазо-энергетического инварианта $\beta_{\text{эф}}$ (формула (3)) эквивалентны, и справедливо приближенное равенство $\beta \approx \beta_{\text{эф}}$. Но в БЗАО и ДЗАО, в пределах которых полосы распределения амплитуды ЗД на плоскости $r \sim f$ параллельны оси частот, два определения приводят к разным результатам: первое может дать деление на ноль (сингулярность), второе – величину, близкую к единице.

Представляет интерес сравнить приведенные выше графики с аналогичными результатами для этого же района глубокого моря при зимней гидрологии.

4.3. Инварианты в глубоком стратифицированном море при зимних условиях

На рис. 8 представлены ВРСЗ, а также зависимости от расстояния амплитуды ЗД и составляющих (вытекающих, захваченных и водных мод) в том же районе, при тех же глубинах излучения и приема сигналов, что на рис. 5–7, но в зимних условиях.

В зимних условиях на той же трассе распространения звука превалирующий вклад в звуковое поле

вносят водные моды, прежде всего – моды приповерхностного звукового канала, благодаря которым на этих глубинах излучения и приема зона тени практически отсутствует. Влияние глубинных водных мод проявляется на расстояниях 45–58 км, где, как и при летней гидрологии, рефрагирующие у дна водные моды складываются почти синфазно и формируют ДЗАО. Закономерности спада вытекающих и захваченных мод – те же, что и в летних условиях, но их вклад и влияние на величину амплитуды ЗД и ее зависимость от расстояния гораздо слабее, чем при летней гидрологии. Это обстоятельство делает существенно иным характер изменения с расстоянием интерференционного инварианта и эффективных групповой и фазовой скоростей.

Так, на рис. 9 видно, что ФЭИ $\beta_{\text{эф}}$, ЭФС c_{gef} и ЭГС c_{gef} лишь на некоторых участках расстояния попадают на аппроксимирующие кривые $\beta_{\text{эф}}^*$, c_{gef}^* и c_{gef}^* , представленные формулами (7)–(9), – например, на расстояниях 16–23 км. Практически вдоль всей трассы с хорошей точностью выполняется приближенное равенство $\beta_{\text{эф}} \approx 1$, так как $c_{\text{gef}} \approx c_{\text{gef}} \approx \bar{c}_0$. Но формулы (1), (2) для описания

инварианта Чупрова практически нигде не выполняются, т.е. инвариантность β , в отличие от ФЭИ β_{ef} , не подтверждается.

Поэтому в зимних условиях интерферограмма амплитуды ЗД (рис. 10) “размыта” и не имеет такой четкой угловой структуры полос, как в ЗТ при летней гидрологии или в мелком море. На рис. 10 видно, что в БЗАО и ДЗАО полосы интерферограмм параллельны оси частот, как в летних условиях, что для ИИ Чупрова означает возможность неограниченных осцилляций в этих зонах вследствие деления на близкую к нулю величину.

Таким образом, в зимних условиях в глубоком море нужно учитывать, что при реальных глубинах источника и приемника ФЭИ β_{ef} , определяемый выражением (3), практически на всех расстояниях близок к единице, а эффективные групповая и фазовая скорости близки друг к другу и к средней скорости звука в воде. В летних условиях это справедливо только в БЗАО и ДЗАО, а между этими зонами для расчетов β_{ef} , c_{gef} , c_{gef} и фазирования антенных решеток рекомендуется пользоваться формулами лучевой асимптотики (7)–(9). Выражения (1), (2) для β в зимних условиях практически нигде не дают стабильных результатов; они реализуются только летом, только в зоне тени и определяют не константы, а инвариантные зависимости от расстояния.

5. ИНВАРИАНТЫ В ОДНОМОВОМ ВОЛНОВОДЕ И В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ С ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Одномодовый волновод. И в глубоком, и особенно в мелком море возможно одномодовое распространение, когда межмодовая интерференция отсутствует, и для широкополосных сигналов наблюдается только внутримодовая интерференция. Аналогичная ситуация может наблюдаться, когда в многомодовом волноводе с использованием частотно-пространственной фильтрации выделяют моду заданного номера. Для каждой моды характерно, что с увеличением номера моды увеличивается угол скольжения бриллюэновского луча моды и убывает продольная составляющая градиента фазы, создаваемого этой модой. Поэтому при рассмотрении характеристик отдельных мод с ростом номера моды ЭГС c_{gef} уменьшается, а ЭФС c_{gef} увеличивается, в итоге ФЭИ $\beta_{ef} = c_{gef}/c_{gef}$ уменьшается в пределах от значения чуть меньше единицы (для первой водной моды) до значения, близкого к нулю (для последней вытекающей моды). При этом свойства β_{ef} не зависят от расстояния до источника и глубин излучения и приема и в этом смысле являются инвариантными характеристиками поля ЗД.

Но можно показать, что при летних условиях для этих же одиночных мод при увеличении

частоты наблюдается закономерность, аналогичная звуковому полю в зоне тени: на низких частотах ФЭИ имеет малые значения, а с увеличением частоты ФЭИ стремится к единице.

Свободное пространство с диспергирующей средой. Рассмотрим свойства ФЭИ β_{ef} в свободном (безграничном) пространстве, когда в однородной среде скорость звука c зависит, например, от частоты линейно или квадратично, т.е.

$$c = c_0 + \alpha f \text{ или } c = c_0 + \alpha f^2.$$

Для линейной зависимости имеем

$$\begin{aligned} \beta_{ef} &= \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi}{\partial r} / \frac{\partial r}{\partial f} = \frac{c_{gef}}{c_{gef}} = \\ &= \frac{1}{1 - [\alpha f / (c_0 + \alpha f)]} = \frac{1}{1 - (\alpha f / c)}, \end{aligned} \quad (14)$$

а для квадратичной зависимости

$$\begin{aligned} \beta_{ef} &= \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi}{\partial r} / \frac{\partial r}{\partial f} = \frac{c_{gef}}{c_{gef}} = \\ &= \frac{1}{1 - [2\alpha f^2 / (c_0 + \alpha f^2)]} = \frac{1}{1 - (2\alpha f^2 / c)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Если скорость звука c с ростом частоты возрастает, т.е. $\alpha > 0$, то $c_{gef} > c_{gef}$, и $\beta_{ef} > 1$, а если уменьшается ($\alpha < 0$), то $c_{gef} < c_{gef}$, и $\beta_{ef} < 1$. Направление градиента фазы ЗД – радиальное, от источника, при этом ФЭИ β_{ef} от расстояния до источника не зависит. При α , стремящемся к нулю, β_{ef} приближается к единице.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введено понятие фазо-энергетического инварианта, выполнено сравнение характеристик традиционного интерференционного инварианта Чупрова и ФЭИ в двух зонах освещенности и в зоне тени в летних и зимних условиях. Установлено следующее.

– На малых расстояниях – в зоне ллойдовской интерференции (зона БЗАО) – как в летних, так и в зимних условиях при реальных глубинах источника и приемника традиционное определение инварианта (1) может приводить к делению на ноль, а альтернативное (3) – в зонах ИМА – к равенствам $r(\partial \varphi / \partial r) \approx f(\partial \varphi / \partial f)$ и $\beta \approx 1$.

– В глубоком море при различных глубинах источника и приемника определение инварианта $\beta = (r/f)(\partial \varphi / \partial r)$, где $\partial \varphi / \partial r$ – наклон полос распределения амплитуды ЗД на плоскости $r \sim f$, справедливо только при летней гидрологии и только в зоне тени. Альтернативное определение инварианта

$\beta_{ef} = \frac{r}{f} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} / \frac{\partial r}{\partial f}$, где ϕ — фаза звукового давления, выполняется в ИМА во всех трех зонах и на всех расстояниях.

— В летних условиях в зоне тени после выхода из БЗАО оба определения соответствуют в максимумах амплитуды ЗД приближенному равенству $\beta \approx \beta_{ef}$ и одинаковой зависимости от расстояния, описываемой лучевой аппроксимацией для ФЭИ $\beta_{ef}^* = \cos^2 \theta$, где θ — угол скольжения луча, попавшего на приемник после отражения от дна. Эти зависимости — устойчивые, т.е. инвариантные. Но сами “инварианты” — оба — при изменении расстояния изменяют величину в несколько раз, т.е. не являются константами.

— В глубоком море при зимней гидрологии выражения (1), (2) практически нигде не приводят к стабильным результатам, и ИИ Чупрова инвариантом не является. ФЭИ и в зимних условиях при реальных — исследованных нами — глубинах излучения и приема сохраняет инвариантность на всех расстояниях до источника и глубинах излучения и приема.

— В БЗАО и ДЗАО, где и в летних, и в зимних условиях полосы распределения амплитуды ЗД на плоскости $r \sim f$ параллельны оси частот, два определения приводят к разным результатам: первое — для β — может давать деление на ноль (сингулярность), второе — для β_{ef} — дает величину, близкую к единице. Физически последний результат объясняется тем, что в максимумах амплитуды в зонах освещенности эффективные фазовая и групповая скорости примерно равны. В летних условиях это справедливо только в ближней и дальней зонах акустической освещенности, а между этими зонами — в зоне тени — при пеленговании источников во временной или фазовой области [13–16] следует пользоваться лучевыми аппроксимациями β_{ef}^* , c_{gef}^* , c_{gef}^* .

Рекомендуется применять β и β_{ef} при использовании голографической обработки для обнаружения, пеленгования и оценки расстояния и радиальной скорости движения источника [5, 7], но только в зонах их стабильных значений.

Инвариантные свойства ФЭИ рекомендуется использовать также при описании частотно-пространственных характеристик поля в одномодовых волноводах и в свободном неограниченном пространстве, заполненном диспергирующей средой.

Отметим, что имеются все основания предполагать, что при расположении источника или приемника на существенно больших глубинах, например, вблизи оси подводного звукового канала, амплитудно-фазовые и инвариантные характеристики звукового поля будут отличаться от рассмотренных

выше. Поэтому рекомендуем дополнительно исследовать поля при глубинах приема и излучения свыше 500 м.

Считаем также целесообразным продолжить исследования свойств инвариантов в нерегулярных волноводах, в которых проявляется влияние мелкомасштабных (внутренние волны) и мезомасштабных (вихри) неоднородностей. Основы решения таких задач заложены в ранее выполненных исследованиях [23–26].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д. Акустика океана: современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
2. Орлов Е.Ф., Шаронов Г.А. Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. С. 8–26.
3. Грачев Г.А. К теории инвариантов акустического поля в слоистых волноводах // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 67–71.
4. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 369 с.
5. Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Переселков С.А. Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406–318.
6. D'Spain G., Kuperman W. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
7. Kevin L., Cockrell K., Schmidt H. Robust passive range estimation using the waveguide invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 5. P. 2780.
8. Zhao Z., Wu J., Shang E. How the thermocline affects the value of the waveguide invariant in a shallow-water waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 1. P. 223.
9. Niu H.Q., Zhang R.H., Li Z.L. Theoretical analysis of warping operators for non-ideal shallow water waveguides // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 136. № 1. P. 53–65.
10. Song H., Cho C. The relation between the waveguide invariant and array invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 2. P. 899.
11. Thode A., Kuperman W., D'Spain G., Hodgkiss W. Localization using Bartlett matched-field processor sidelobes // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. № 1. P. 278–286.
12. Emmetiere R., Bonnel J., Gehant M., Cristol X., Chonavel Th. Understanding deep-water striation patterns and predicting the waveguide invariant as a distribution depending on range and depth // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. № 6. P. 3444–3454.
13. Aksenov S.P., Kuznetsov G.N. A generalized approach to interference invariant of the hydroacoustic field

- in deep and shallow seas. // *Doclady Physics*. 2022. V. 67. №. 11. P. 442–446.
14. *Aksenov S.P., Kuznetsov G.N.* Determination of interference invariants in a deep-water waveguide by amplitude and phase methods // *Phys. Wave Phenom.* 2021. V. 29. № 1. P. 81–87.
15. *Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н.* Амплитудная и фазовая структура низкочастотного гидроакустического поля в глубоком океане // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 5. С. 493–504.
16. *Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н.* Оценка расстояния до источника в глубоком море с использованием пространственно-частотных характеристик интерференционного инварианта и эффективных фазовых и групповых скоростей // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 6. С. 603–616.
17. *Распространение волн и подводная акустика.* М.: Мир, 1980. 229 с.
18. *Акуличев В.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н.* Эксперимент по оценке влияния вертикального профиля скорости звука в точке излучения на шельфе на формирование импульсной характеристики в глубоком море // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 1. С. 51–52.
19. *Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С.* Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.
20. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 1989.
21. *Ainslie M., Packman M., Harrison C.* Fast and explicit Wentzel–Kramers–Brillouin mode sum for the bottom-interacting field, including leaky modes // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 103. № 4. P. 1804–1812.
22. *Cockrell K., Schmidt H.* A modal Wentzel–Kramers–Brillouin approach to calculating the waveguide invariant for non-ideal waveguides // *J. Acoust. Soc. Am.* 2011. V. 130. № 1. P. 72.
23. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Интерферометрическая диагностика гидродинамических возмущений мелкого моря. М.: Ленанд, 2019. 200 с.
24. *Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г.* Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.
25. *Кузькин В.М., Луньков А.А., Переселков С.А.* Корреляционный метод измерения частотных сдвигов максимумов звукового поля, вызванных возмущениями океанической среды // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 5. С. 655–661.
26. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Восстановление пространственного спектра анизотропного поля фоновых внутренних волн // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 2. С. 193–197.

ОЦЕНКА ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ СТРУИ ПРИ НАЛИЧИИ СПУТНОГО ПОТОКА НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕРМОАНЕМОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

© 2024 г. О. П. Бычков^а, Г. А. Фараносов^{а, *}

^аФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*e-mail: georgefalt@rambler.ru

Поступила в редакцию 23.03.2023 г.

После доработки 24.05.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Показано, что спектры пульсаций скорости, измеренные с помощью термоанемометра в области потенциальной части ближнего поля турбулентной струи при наличии спутного потока, могут быть пересчитаны в спектры пульсаций давления. Предложенный метод пересчета основан на том факте, что волны неустойчивости, которые вносят определяющий вклад в пульсации ближнего поля, близки по структуре к однородным продольным волнам, что позволяет локально связать пульсации давления и продольной компоненты скорости, измеряемой термоанемометром.

Ключевые слова: турбулентная струя, спутный поток, слой смешения, волны неустойчивости, шум взаимодействия струи и крыла

DOI: 10.31857/S0320791924010102 EDN: ZNZRKN

ВВЕДЕНИЕ

Реактивная струя, истекающая из круглого сопла при больших числах Рейнольдса, является значимым источником авиационного шума на местности [1, 2], а также источником значительных пульсационных нагрузок для близкорасположенных элементов конструкции летательного аппарата [3, 4]. Успех решения прикладных задач, таких как снижение шума струи или связанных с ней нагрузок на конструкцию, тесно связан с прогрессом в теоретическом описании имеющих в ней место нестационарных процессов, отражающим глубину нашего понимания их физической природы и позволяющим предлагать более эффективные способы решения инженерных проблем.

К настоящему времени пока не разработана полная динамическая модель турбулентной струи как объекта механики жидкости, в частности, отсутствует единая точка зрения на природу генерации шума таким течением [5–10]. В отношении пульсаций ближнего поля струи ситуация более понятна. Считается, что для области максимума спектра они главным образом связаны с развитием в слое смешения струи когерентных структур, возникающих за счет неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и имеющих вид волновых пакетов с различными азимутальными числами [10–13]. Именно возмущения такого типа определяют максимальные уровни пульсаций в ближнем

гидродинамическом поле струи (вне слоя смешения) и ответственны за мощный дополнительный источник шума, связанный с их рассеянием на задней кромке крыла в случае его близкого расположения к соплу, как это часто имеет место для современных самолетов [3, 14–17]. В работах [13, 18, 19] изучалась возможность активного управления волнами неустойчивости с целью снижения их интенсивности в ближнем поле и соответствующего ослабления шума взаимодействия струи и крыла в случае его расположения вблизи струи [20, 21]. Кроме того, в высокоскоростных струях волны неустойчивости могут сами стать заметными источниками звука даже в отсутствие близкорасположенных рассеивающих поверхностей [7, 9, 10].

Для построения моделей ближнего поля, позволяющих, например, проводить оценку спектрального состава и уровней пульсаций, и развития эффективных систем подавления волн неустойчивости требуется достаточно подробная информация об их характеристиках (азимутальный состав, пространственная структура, фазовые скорости и т.д.). В большинстве работ такая информация о пульсациях получается из измерений с помощью микрофонов, расположенных вблизи внешней границы слоя смешения [4, 11, 13, 17, 19, 22, 23], реже — с помощью измерений поля скорости с бесконтактным методом трассерной визуализации (particle image velocimetry — PIV) [12]. Причем

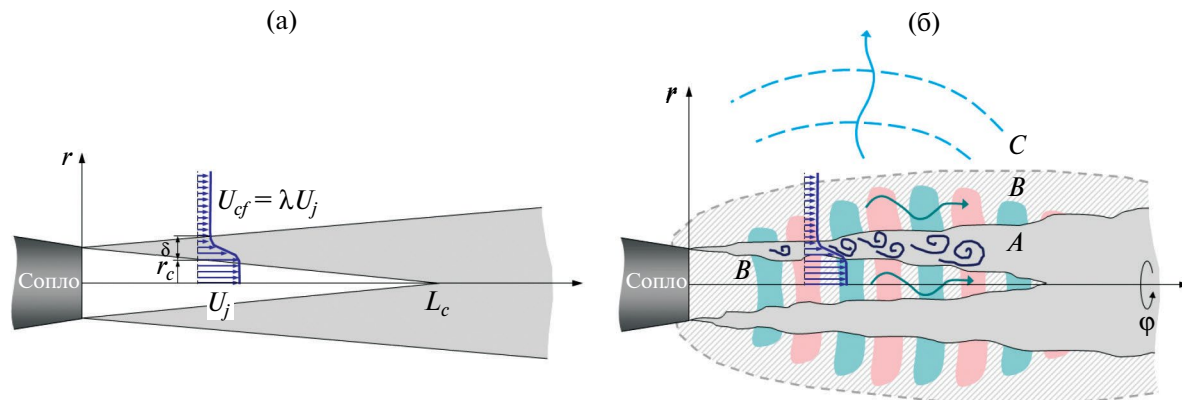


Рис. 1. Схематичное изображение (а) — среднего течения и (б) — структуры пульсаций, создаваемых турбулентной струей, истекающей из круглого сопла при наличии спутного потока.

измерения такого рода, как правило [4, 11–13, 17, 19, 22], проводятся в статических условиях, когда струя истекает из сопла в покоящуюся среду, в то время как с практической точки зрения значительный интерес представляет случай истечения струи в спутный поток — именно такая ситуация реализуется в условиях полета самолета. Измерения ближнего поля пульсаций давления для свободной струи при наличии спутного потока затруднены, т.к. требуют помещения в поток всего микрофонного массива, что неизбежно приведет к возникновению паразитных возмущений. Кроме того, микрофоны для подобных измерений должны оснащаться специальными насадками и быть определенным образом ориентированными по отношению к набегающему потоку [23]. Естественным, доступным и сравнительно малоинвазивным средством измерения пульсаций в потоке является термоанемометр. Однако задача пересчета пульсаций скорости в пульсации давления в общем случае не может быть решена в рамках локальных измерений в точке. Для ее решения требуется знание поля пульсаций скорости в некоторой области с тем, чтобы затем рассчитать поле давления на основе решения уравнений Эйлера или Навье–Стокса. В целом, современные системы PIV бесконтактного измерения поля скорости позволяют решить эту задачу, по крайней мере, в несжимаемом приближении, когда задача нахождения поля давления сводится к решению уравнения типа Пуассона [24], однако такие измерения довольно сложны и требуют достаточно трудоемкой постобработки [25–27]. Кроме того, в части спектрального разрешения системы PIV уступают термоанемометрическим измерениям. В некоторых частных случаях для оценки пульсаций давления может быть достаточно одноточечных измерений скорости, легко реализуемых с помощью термоанемометра. Рассмотрим подробнее, в каких зонах

поля пульсаций, создаваемых турбулентной струей, такие случаи реализуются.

Основным объектом изучения в данной работе является турбулентная струя, истекающая из круглого сопла со скоростью U_j в спутный поток. Спутный поток будем считать однородным и безграничным, его скорость обозначим за U_{cf} . Введем также параметр спутности $\lambda = U_{cf}/U_j$ и в дальнейшем будем считать $\lambda > 1$, что типично для струй авиационных двигателей.

На рис. 1 приведена иллюстрация типичной структуры поля среднего течения скорости и поля пульсаций в продольном сечении струи [28]. Радиус потенциального ядра обозначен как $r < r_c$, толщина слоя смешения — δ , длина начального участка — L_c . На начальном участке поперечный профиль средней скорости постоянен в потенциальном ядре $r < r_c$ (здесь скорость потока равна скорости истечения струи из сопла) и вне струи $r > r_c + \delta$. Наиболее интенсивные пульсации, связанные с турбулентным (завихренным) движением газа, наблюдаются в слое смешения (зона А на рис. 1б). Эти пульсации являются нелинейными и описываются полной системой уравнений Навье–Стокса. При этом осредненный слой смешения является неустойчивым по механизму Кельвина–Гельмгольца и служит причиной развития линейных крупномасштабных возмущений — волн неустойчивости, развивающихся от кромки сопла вниз по потоку в виде волновых пакетов [7, 9–11]. В слое смешения эти возмущения малы по сравнению с мелкомасштабными вихревыми возмущениями и могут быть выделены только специальной обработкой данных [12, 29, 30]. Однако вне слоя смешения (в зоне потенциального среднего потока) интенсивность мелкомасштабных возмущений спадает с расстоянием существенно быстрее, чем интенсивность пульсаций, связанных с волнами неустойчивости (рис. 1б, зона В),

и в потенциальной части ближнего поля струи вблизи границ слоя смещения именно пульсации от волн неустойчивости становятся доминирующими [9, 11, 17, 31]. При дальнейшем удалении от струи (зона *C*, рис. 1б) на первый план выходят линейные акустические возмущения, которые хотя и являются слабыми, но обладают самым медленным по сравнению с вихревыми пульсациями и волнами неустойчивости спаданием интенсивности с расстоянием ($\sim 1/r^2$).

Настоящее исследование посвящено разработке метода, позволяющего с помощью измерений одиночным термоанемометром оценить спектры пульсаций давления в точках ближнего поля в зоне *B* при наличии спутного потока, что представляет значительный практический интерес. Дальнейшая часть статьи организована следующим образом. В разделе 1 приведен вывод упрощенных соотношений, связывающих пульсации давления и скорости в зоне *B*. Раздел 2 посвящен анализу данных измерений в ближнем поле струи и разработке процедуры оценки конвективной скорости возмущений при наличии спутного потока. В разделе 3 приводятся результаты валидации предложенного метода. В заключении сформулированы основные результаты работы.

1. СВЯЗЬ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ И СКОРОСТИ В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЗОНЕ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ СТРУИ

Рассмотрим подробнее структуру пульсаций в области *B* в зоне начального участка струи ($0 \leq x \leq L_c$). Именно в эту зону реактивной струи часто попадают элементы планера самолета, что приводит к излучению дополнительного шума [15–17]. Важно, что струя при этом не замыкает элементы планера, т.е. имеет место именно аэроакустическое, а не аэродинамическое взаимодействие. В данной области возмущения, например, давления (которые обычно измеряются в экспериментах), связанные с пакетами волн неустойчивости, могут быть в цилиндрической системе (x, r, φ) на каждой круговой частоте ω приближенно представлены в виде суперпозиции азимутальных гармоник $\hat{p}_n(x, r, \omega)e^{-i\omega(t-x/U_n)+in\varphi}$, где n – порядок азимутальной моды, $\hat{p}_n$ – достаточно медленно меняющаяся гладкая функция x , являющаяся огибающей для продольной волны $e^{i\omega x/U_n}$, U_n – фазовая скорость возмущений в волне [17].

Предположим также, что струя является изобарической и изотермической, т.е. средние значения давления и плотности (а значит, температуры и скорости звука) одинаковы во всем пространстве, что вполне справедливо для дозвуковых нагретых струй, реализуемых в лабораторных экспериментах. Скорость U_n и форма $\hat{p}_n$ волнового пакета, могут быть найдены из решения задачи на

собственные значения для медленно меняющегося слоя смещения [9, 11, 31, 32] или (в статических условиях) измерены напрямую в эксперименте с помощью микрофонных решеток ближнего поля [11, 13, 17].

Благодаря тому, что среднее течение в струе характеризуется сравнительно медленным изменением параметров в продольном направлении, в главном приближении можно считать функцию $\hat{p}_n$ не зависящей от x , и тогда возмущения примут вид плоских (в продольном направлении) волн вида

$$p_n(r, \omega)e^{-i\omega t - i\alpha_n x + in\varphi}, \quad (1)$$

где $\alpha_n = -\omega/U_n$ – волновое число для данной азимутальной моды.

В потенциальной области (зоны *B*, *C* на рис. 1) однородные по x возмущения давления удовлетворяют уравнениям [13, 17]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} - \beta_j^2 \right) p_n = 0, \quad r \leq r_c, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} - \beta_{cf}^2 \right) p_n = 0, \quad r \geq r_c + \delta, \quad (3)$$

где $\beta_j = \sqrt{\alpha_n^2 - (k - M_j \alpha_n)^2}$, $\beta_{cf} = \sqrt{\alpha_n^2 - (k - M_{cf} \alpha_n)^2}$, $k = \omega/c$, $M_j = U_j/c$, $M_{cf} = U_{cf}/c$, c – скорость звука в среде. Многозначные функции β_j и β_{cf} определяются в соответствии, например, с [33] так, что для дозвуковых потоков ($U_n < U_j < c$) $\beta_j > 0$ и $\beta_{cf} > 0$. Решения уравнений (2) и (3), удовлетворяющие условию ограниченности при $r \rightarrow 0$ и излучения при $r \rightarrow \infty$, имеют вид

$$p_n = A_n I_n(\beta_j r), \quad r \leq r_c, \quad (4)$$

$$p_n = B_n K_n(\beta_{cf} r), \quad r \geq r_c + \delta, \quad (5)$$

где I_n и K_n – модифицированная функция Бесселя порядка n , первого и второго рода соответственно. Решения (4) и (5), по существу, являются составляющими решения уравнения типа Рэлея [9, 11, 31] для осесимметричного слоя смещения, которое переходит в уравнения (2) и (3) в соответствующих областях потенциального течения. Решая такое уравнение, можно определить решение для возмущений при всех r и найти, в том числе, связь амплитуд A_n и B_n в (4) и (5), однако для целей настоящей работы в этом нет необходимости.

Возмущения давления в потенциальной области ближнего поля, задаваемые выражениями (1), (4), (5), можно связать с возмущениями продольной компоненты скорости, имеющими в силу

линейности задачи вид $u_n(r, \omega)e^{-i\omega t - i\alpha_n x + i n \varphi}$, пользуясь уравнением сохранения импульса в проекции на ось x

$$p_n = \rho_0(U_n - U_j)u_n, \quad r \leq r_c, \quad (6)$$

$$p_n = \rho_0(U_n - U_{cf})u_n, \quad r \geq r_c + \delta. \quad (7)$$

Выражения (6), (7) позволяют пересчитывать пульсации продольной компоненты скорости, измеряемые термоанемометром, в пульсации давления. Выражение для пульсаций скорости в ядре струи, аналогичное (6) и учитывающее также продольную неоднородность волнового пакета, было получено в работе [31]. Поскольку в статических условиях ($U_{cf} = 0$) измерения пульсаций термоанемометром вне струи невозможны, для оценки пульсаций давления во внешней области ($r \geq r_c + \delta$) в работе [31] решалась задача на собственные возмущения для слоя смещения с заданным для данного сечения x профилем скорости, что позволяло пересчитать данные с оси струи во внешнюю область. Однако при наличии спутного потока возможны прямые измерения пульсаций скорости во всем пространстве, в том числе в области вне струи, которая представляет основной практический интерес. Таким образом, согласно описанной выше простой модели, для струи, истекающей в спутный поток, термоанемометр можно использовать для прямой оценки спектра пульсаций давления в любой точке области B (рис. 1б). При таком подходе, как следует из (7), помимо самих пульсаций скорости u_n , необходимо знать и скорость их конвекции U_n для каждой значимой азимутальной моды n . Вообще говоря, определение этих параметров требует многоканальных термоанемометрических измерений или измерений с помощью метода TR PIV. Однако анализ данных экспериментальных исследований пульсаций ближнего поля в статических условиях позволил построить достаточно простую процедуру полуэмпирической оценки скорости возмущений U_n при наличии спутного потока на основании результатов прямых измерений величины U_n в статических условиях, как это будет показано ниже.

2. АНАЛИЗ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ СТРУИ

Для целей настоящей работы используется экспериментальная база данных, полученная в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ. Заглушенная камера АК-2 представляет собой аэродинамическую трубу незамкнутого типа с открытой рабочей частью, предназначенную для исследования шума струй, элементов планера и винтов, в том числе при наличии спутного потока, имитирующего условия полета на взлетно-посадочных режимах. Рабочая часть АК-2 представляет собой заглушенную

камеру размера $9.6 \times 5.5 \times 4.0$ м, стены которой облицованы звукопоглощающими клиньями из базальтового волокна, обеспечивающими отклонение от условий свободного поля не более 1 дБ в рабочей полосе частот 160–20000 Гц для звуковых волн с интенсивностью до 160 дБ.

Анализируемые в работе данные были получены для дозвуковой струи, истекающей из круглого профилированного сопла диаметром $D = 40$ мм [13, 17, 34]. Число Маха истечения струи, вычисленное по скорости звука в окружающей среде, равно $M_j = 0.4$ ($V_j \approx 137$ м/с). Число Рейнольдса, рассчитанное по диаметру сопла и скорости истечения струи, составляло около 4×10^5 . Струя исследовалась как в статических условиях, так и в спутном потоке при различных параметрах спутности $\lambda = 0, 0.15, 0.23, 0.3$.

Проводились измерения двух типов: измерения пульсаций давления многомикрофонной решеткой вблизи внешней границы слоя смещения [13, 17], измерения скорости термоанемометром на оси струи и в нескольких поперечных сечениях [34]. Измерения микрофонной решеткой проводились только в статических условиях ($\lambda = 0$), в то время как измерения термоанемометром выполнялись при всех указанных выше значениях λ . Отметим, что аналогичные измерения проводились и для струй с более высокими скоростями истечения (до $M_j = 0.7$), но в данной работе они не рассматриваются.

Решетка ближнего поля содержала 30 микрофонов и позволяла синхронно измерять пульсации давления в пяти поперечных сечениях, причем в каждом сечении располагалось 6 микрофонов, равномерно распределенных по окружности, что позволяло разрешать доминирующие азимутальные моды порядка $n = 0, 1, 2$. Радиальное положение микрофонов в решетке изменялось так, что были получены данные о пульсациях в точках на конических поверхностях ($C1, C2$, рис. 2) с углом раствора 10.5° . Координаты расположения поперечных сечений закрывали область от $x/D = 0.5$ до $x/D = 7.5$ с шагом $\Delta x/D = 1$ (рис. 2). Использовались 1/4" микрофоны Bruel&Kjaer (тип 4957, частотный диапазон 50–10000 Гц).

Измерения термоанемометром проводились вдоль оси струи с шагом $\Delta x/D = 0.5$, а также в поперечных сечениях с координатами $x/D = 0.075, 1, 3, 5, 7, 11, 15$ с шагом соответственно $\Delta r/D = 0.025, 0.025, 0.025, 0.05, 0.05, 0.1, 0.1$. Схема расположения линий измерения показана на рис. 2. Использовался датчик Dantec 55P01, частота дискретизации составляла 80 кГц. Нить термоанемометра располагалась перпендикулярно основному потоку и регистрировала преимущественно продольную компоненту скорости, которую можно представить в виде осредненного по времени значения

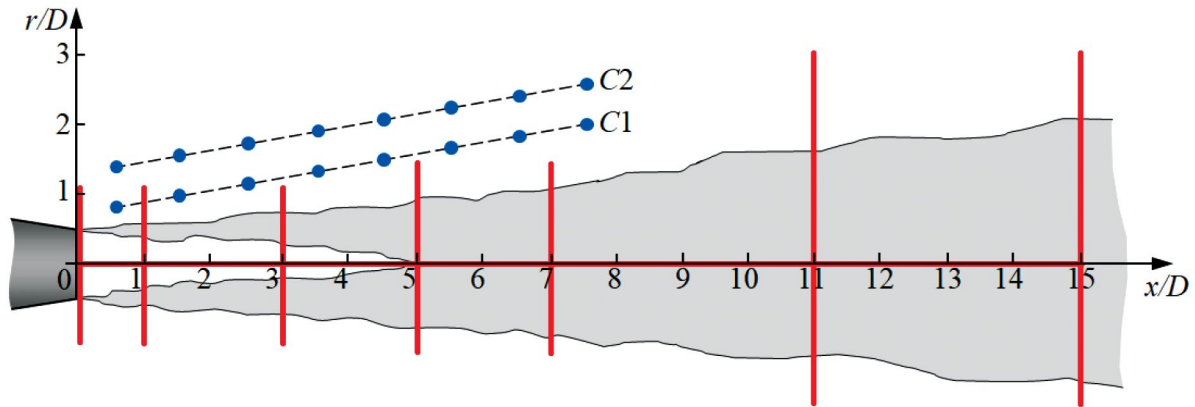


Рис. 2. Расположение точек измерения. Синие точки – расположение микрофонов (показано для одного азимутального угла) [13, 17], красные линии – линии измерения термоанемометром [34].

и пульсаций $U = U_a + u$. Более подробное описание точек измерения и методов обработки данных приведено в работах [13, 17, 34].

Проанализируем сначала результаты измерения пульсаций давления микрофонной решеткой. В свете практического использования соотношений (6), (7) нас будет интересовать, прежде всего, азимутальный состав пульсаций и скорость их конвекции. В работе [17] было установлено, что в ближнем поле струи (область B на рис. 1б) на низких и средних частотах доминируют гидродинамические возмущения, соответствующие первым двум азимутальным модам $n = 0, 1$, причем формы спектров этих мод и их конвективные скорости слабо отличаются друг от друга (схожие выводы были сделаны в работе [35] на основе численного моделирования). Таким образом, по крайней мере для статических условий, можно ввести единую скорость конвекции гидродинамических возмущений $U_c = U_0 \approx U_1$, рассмотренных в разделе 1. В работе [17] было также показано, что для дозвуковых струй в заданном сечении $\bar{x} = x/D$ начального участка струи зависимость нормированной скорости конвекции $\bar{U}_c = U_c/U_j$ от числа Струхала $St = fD/U_j$ является универсальной для различных струй, т.е. не зависит от скорости истечения струи U_j . Таким образом, $\bar{U}_c$ для статических условий является функцией только двух безразмерных параметров: $\bar{U}_c = \bar{g}(\bar{x}, St)$.

Скорости конвекции возмущений для моды $n = 0$ в зависимости от числа Струхала, определенные в эксперименте по фазе корреляционной функции сигналов в соседних сечениях (см. также [17]), приведены на рис. 3. При удалении вниз по потоку от среза сопла гидродинамические возмущения становятся все более низкочастотными [17], поэтому при определенных числах Струхала (тем меньших, чем больше значение $\bar{x}$) вклад акустических пульсаций становится доминирующим,

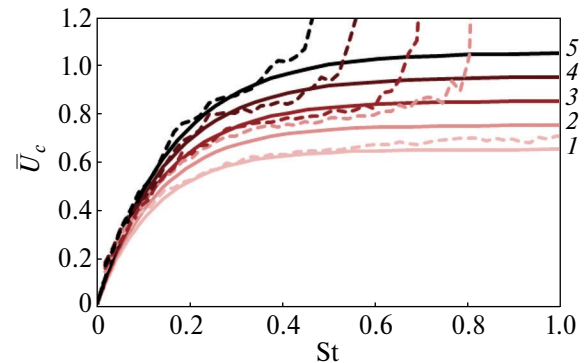


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости осесимметричных возмущений ($n = 0$) от числа Струхала в различных поперечных сечениях: 1 – $\bar{x} = 2$; 2 – $\bar{x} = 3$; 3 – $\bar{x} = 4$; 4 – $\bar{x} = 5$; 5 – $\bar{x} = 6$. Пунктирные линии – эксперимент, сплошные – аппроксимация (8).

и фазовая скорость существенно возрастает (становится больше или равной скорости звука в окружающей среде). Такой скачок фазовой скорости хорошо заметен на рис. 3 для сечений $\bar{x} \geq 3$. В сечении $\bar{x} = 2$ фазовая скорость гидродинамических возмущений определяется для широкого диапазона чисел Струхала вплоть до $St = 1$. Определенные из эксперимента значения $\bar{U}_c$ позволяют предложить следующую эмпирическую аппроксимацию функции $\bar{g}$

$$\bar{U}_c = g(\bar{x}, St) \approx U_m(\bar{x}) \times (1 - \exp(-St / St_m(\bar{x}))), \quad (8)$$

где $U_m(\bar{x}) = 0.1\bar{x} + 0.44$, $St_m(\bar{x}) = 0.01\bar{x} + 0.105$. На рис. 3 показано, что модель (8) позволяет достаточно точно аппроксимировать результаты эксперимента

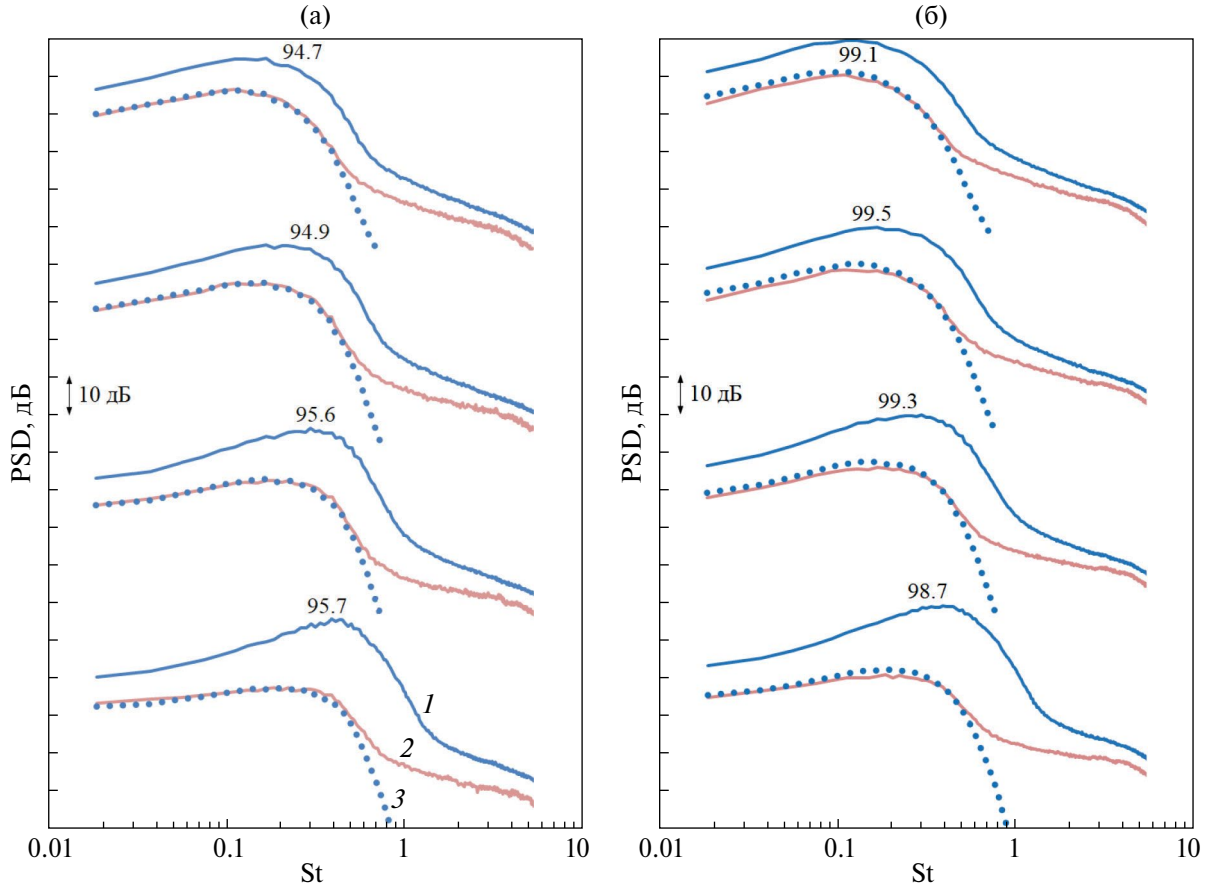


Рис. 4. Радиальное масштабирование спектров пульсаций давления: (а) – спектры моды $n = 0$; (б) – спектры суммарных пульсаций. Приведены данные для сечений $\bar{x} = 1.5, 2.5, 3.5, 4.5$ (снизу-вверх). 1 – спектры, измеренные на поверхности C1, 2 – спектры, измеренные на поверхности C2, 3 – спектр с поверхности C1, пересчитанный на C2. Графики построены в относительных единицах, для каждого набора спектров указан максимальный уровень.

в статических условиях в интересующем нас диапазоне чисел Струхала и продольной координаты $\bar{x}$.

Независимая проверка модели (8) может быть выполнена с использованием выражения (5), описывающего поведение интенсивности гидродинамических пульсаций вдоль радиального направления во внешней по отношению к струе области. В соответствии с (5) спектр гидродинамических пульсаций $L_{p,n}(St, \bar{x}, \bar{r}_1)$ для данной азимутальной моды n , измеренный в точке $(\bar{x}, \bar{r}_1)$, где $\bar{r} = r/D$, связан с соответствующим спектром в точке $(\bar{x}, \bar{r}_2)$ соотношением

$$L_{p,n}(St, \bar{x}, \bar{r}_2) = L_{p,n}(St, \bar{x}, \bar{r}_1) \left| \frac{K_n(\beta_{cf} r_2)}{K_n(\beta_{cf} r_1)} \right|^2. \quad (9)$$

На рис. 4а показаны спектры пульсаций давления для осесимметричной моды ($n = 0$), измеренные на поверхности C1 в различных сечениях $\bar{x}$ и пересчитанные в соответствующие точки поверхности C2 (большого радиуса, рис. 2) с помощью (9) с использованием модели (8). Для сравнения

приведены спектры, непосредственно измеренные на C2. Видно, что модель (8)–(9) достаточно точно воспроизводит поведение спектра низкочастотных пульсаций как функции от $\bar{r}$. Как уже отмечалось выше, основной вклад в пульсации ближнего поля вносят моды $n = 0, 1$, имеющие близкие скорости конвекции. Кроме того, для исследуемых значений U_j , St и $\bar{r}$ справедлива оценка $K_1(\beta_{cf} r) \approx K_0(\beta_{cf} r)$, что позволяет для радиального масштабирования суммарных спектров пульсаций использовать выражение (9) в виде

$$L_p(St, \bar{x}, \bar{r}_2) \approx L_p(St, \bar{x}, \bar{r}_1) \left| \frac{K_0(\beta_{cf} r_2)}{K_0(\beta_{cf} r_1)} \right|^2, \quad (10)$$

где значение функции β_{cf} вычисляется для волнового числа $\alpha_n = -\omega/(U_j g(\bar{x}, St))$ с использованием модели (8). На рис. 4б на примере пересчета спектров полных пульсаций с поверхности C1 на поверхность C2 показано, что упрощенная модель (10) пригодна для радиального масштабирования спектров, а выражение (8), по крайней мере

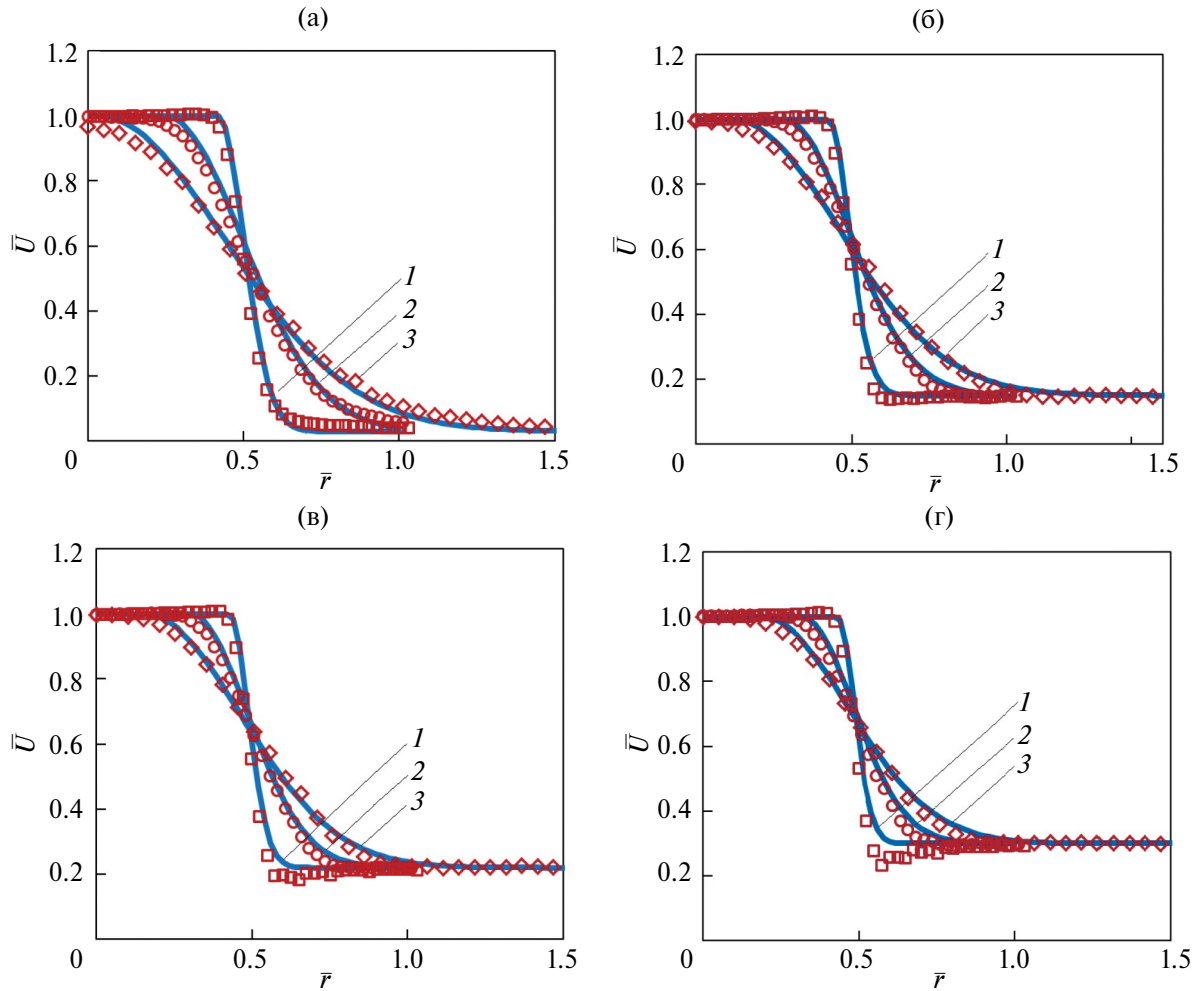


Рис. 5. Поперечные профили средней скорости для струи $M_j = 0.4$ с различным параметром спутности: (а) — $\lambda = 0$; (б) — 0.15 ; (в) — 0.23 ; (г) — 0.3 . Символы — эксперимент, линии — модель (11)–(13). Показаны профили для трех сечений начального участка: 1 — $\bar{x} = 1$; 2 — $\bar{x} = 3$; 3 — $\bar{x} = 5$.

для статических условий, корректно описывает скорость конвекции линейных гидродинамических возмущений в ближнем поле как функцию $\bar{x}$ и St .

Рассмотрим теперь вопрос о том, возможно ли на основе (8) получить выражение для скорости конвекции возмущений при наличии спутного потока. С точки зрения задачи устойчивости скорость конвекции возмущений (а также их инкремент, если мы интересуемся продольной структурой волнового пакета) определяется формой профиля скорости в слое смешения [31, 32], которая изменяется вдоль струи $\bar{x}$. Эта форма, в свою очередь, на начальном участке характеризуется двумя безразмерными параметрами: радиусом потенциального ядра $\bar{r}_c = r_c/D$ и толщиной слоя смешения $\bar{\delta} = \delta/D$. Если под шириной слоя смешения в данном сечении начального участка струи понимать радиальное расстояние от границы потенциального ядра до точки, в которой величина средней скорости падает в e

раз, то профиль средней скорости при $\bar{r} \geq \bar{r}_c$ можно описать функцией $\bar{U}_a = \exp(-(\bar{r} - \bar{r}_c)^2/\bar{\delta}^2)$, при этом параметры $\bar{r}_c$ и $\bar{\delta}$, разумеется, зависят от $\bar{x}$ [11, 28]. Такая зависимость отражает подобие профилей безразмерной скорости в поперечных сечениях различных дозвуковых струй [28]. Данная зависимость легко обобщается на случай наличия спутного потока, и поперечный профиль средней скорости на начальном участке представляется в безразмерном виде как [34]

$$\bar{U}(\bar{x}, \bar{r}) = \begin{cases} 1, & \text{при } \bar{r} < \bar{r}_c; \\ \lambda + (1 - \lambda) \exp\left(-\left(\frac{\bar{r} - \bar{r}_c}{\bar{\delta}}\right)^2\right), & \text{при } \bar{r} \geq \bar{r}_c. \end{cases} \quad (11)$$

При этом величины $\bar{r}_c$ и $\bar{\delta}$ будут зависеть не только от $\bar{x}$, но и от параметра спутности λ . Отметим,

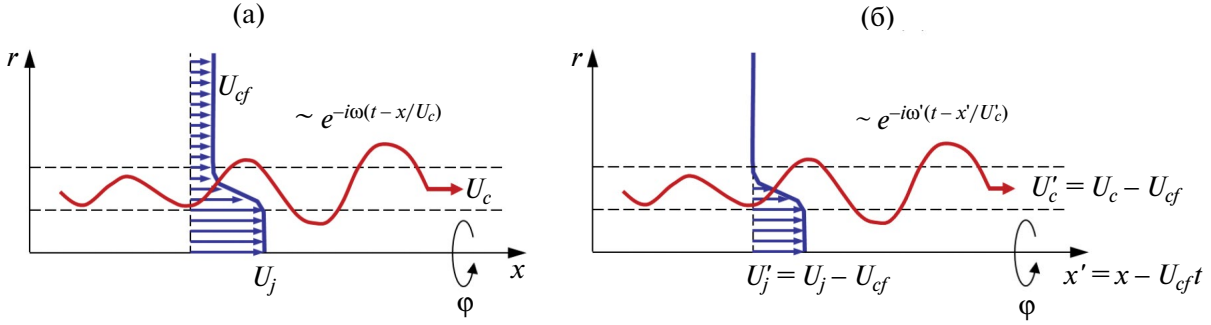


Рис. 6. Поперечные профили скорости для однородной задачи: (а) — в исходной системе отсчета (x, r) при наличии спутного потока U_{cf} ; (б) — в системе отсчета (x', r) , связанной со спутным потоком.

что в (11) не учитывается пограничный слой на внешней части сопла. Влияние внешнего пограничного слоя может быть заметно вблизи среза сопла при достаточно больших значениях параметра спутности, однако для целей настоящей работы, как будет видно ниже, достаточно упрощенного выражения (11). Вариант модели с учетом пограничного слоя на сопле приведен в работе [34].

Эксперименты показывают, что основным параметром, определяющим подобие струй на начальном участке при различных λ , является длина начального участка $\bar{L}_c$, при этом $\bar{r}_c$ и $\bar{\delta}$ зависят от $\bar{L}_c$ практически линейно [28]. Для исследованных параметров спутности измеренные при различных λ значения $\bar{L}_c$ можно аппроксимировать зависимостью

$$\bar{L}_c \approx 9.61\lambda + 4.78, \quad (12)$$

а $\bar{r}_c$ и $\bar{\delta}$ тогда могут быть приближены следующими линейными функциями:

$$\bar{r}_c \approx 0.5(1 - \bar{x} / \bar{L}_c), \quad \bar{\delta} \approx 0.6\bar{x} / \bar{L}_c. \quad (13)$$

Сравнение измеренных в эксперименте профилей средней скорости и рассчитанных с помощью модели (11)–(13) приведено на рис. 5. Как видно, модель достаточно точно описывает поведение профиля средней скорости на начальном участке струи при различных λ . При $\bar{x} = 1$ видно отклонение модели от эксперимента при увеличении λ (см. рис. 5в–5г), что связано с упоминавшимся выше влиянием пограничного слоя на внешней части сопла.

Справедливость модели (11)–(13) позволяет сделать вывод, что для двух дозвуковых струй, с различными, вообще говоря, скоростями истечения и параметрами спутности, профили скорости в слое смешения в соответствующих по отношению к длине начального участка струи сечениях будут иметь одинаковую форму (в пределах точности полуэмпирической модели, разумеется). Это утверждение позволяет предложить следующую

модельную задачу для оценки связи скорости конвекции возмущений в струе со спутным потоком и в струе, истекающей в неподвижную среду.

Предположим, как это часто делается в аналитических моделях [9, 11, 31, 32], что скорость расширения слоя смешения в струе мала, и что в данном сечении струи характеристики возмущений, связанных с неустойчивостью слоя смешения (в том числе, интересующая нас фазовая скорость возмущений), могут быть в главном приближении определены в рамках локально-однородной модели, в которой пренебрегается неоднородностью среднего поля в осевом направлении. Рассмотрим с такой точки зрения простейшую модель струи со спутным потоком. Пусть $U(r)$ — поперечный профиль скорости однородного по x осесимметричного потока, причем $U(r) = U_j = \text{const}$ при $r < r_c$, а также $U(r) \rightarrow U_{cf} = \text{const} < U_j$ при $r \rightarrow \infty$ (рис. 6а).

Пусть на фоне среднего течения распространяется возмущение, представляющее собой в направлении x плоскую волну вида, где ω — заданная круговая частота, а U_c — скорость распространения волны. В частности, можно считать, что близкую к такой структуру имеют возмущения в виде пакетов волн неустойчивости, если, в рамках локально-однородного приближения, не учитывать осевую эволюцию огибающей пакета в струе. Перейдем в систему отсчета (x', r) , $x' = x - U_{cf}t$, связанную с внешним (спутным) потоком (рис. 6б). Будем обозначать штрихом параметры, относящиеся к системе (x', r) . Так, средняя скорость потока $U'(r)$ в новой системе будет соответствовать модели струи, истекающей в неподвижное пространство: $U'(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$. При этом скорость “струи” в новой системе будет меньше, чем в исходной: $U'(r) = U_j' = U_j - U_{cf}$ при $r < r_c$. Легко показать, что возмущение в новой системе отсчета будет иметь вид $e^{-i\omega'(t-x'/U'_c)}$, где $U'_c = U_c - U_{cf}$, $\omega' = \omega(1 - \kappa)$, $\kappa = U_{cf}/U_c$ (эффект Доплера). Далее, безразмерная скорость возмущений $\bar{U}_c = U_c/U_j$ в исходной системе отсчета может быть выражена через безразмерную скорость возмущений $\bar{U}'_c = U'_c/U'_j$ в системе (x', r)

$$\bar{U}_c = \bar{U}'_c(1 - \lambda) + \lambda, \quad (14)$$

где $\lambda = U_{cf}/U_j$, как и ранее, параметр спутности. Используя выписанную выше связь между частотами ω и ω' , можно получить следующее соотношение для чисел Струхала в обеих системах отсчета:

$$St = St' \left(1 - \lambda + \frac{\lambda}{\bar{U}'_c} \right), \quad (15)$$

где $St' = \omega' D / (2\pi U'_j)$, $St = \omega D / (2\pi U_j)$.

Выражения (14) и (15) решают задачу пересчета функции $\bar{U}_c(St')$, полученной для струи в статических условиях ($\lambda = 0$), в функцию $\bar{U}_c(St)$ для струи в спутном потоке с заданным значением λ . С точки зрения применимости к реальной струе данная процедура носит, конечно, приближенный характер и справедлива в той мере, в которой “работает” локально-однородное приближение.

Таким образом, сочетание модели для скорости конвекции возмущений в струе в статических условиях (8) и модели пересчета (14)–(15) скорости конвекции возмущений из статических условий в условия наличия спутного потока позволяет пересчитывать одноточечные измерения спектров пульсаций скорости L_u в ближнем (потенциальном) поле струи в спектры пульсаций давления L_p в соответствии с соотношением (см. (7))

$$L_p \approx \rho_0^2 (U_c - U_{cf})^2 L_u. \quad (16)$$

Пример использования построенной процедуры и ее валидация описаны в следующем разделе.

3. ВАЛИДАЦИЯ ПРЕДЛОЖЕННОГО МЕТОДА

Рассмотрим для примера струю $M_j = 0.4$ с параметром спутности $\lambda = 0.23$ и выберем сечение $\bar{x} = 3$ для демонстрации разработанного метода оценки пульсаций давления в спутном потоке (черта сверху, как и ранее, обозначает обезразмеривание на диаметр сопла D). Данный режим течения и координата $\bar{x}$ интересны тем, что для них, помимо измерений ближнего поля термоанемометром [34], проводились измерения в дальнем поле шума взаимодействия струи и пластины с задней кромкой пластины, расположенной в точке $(\bar{x}, \bar{r}) \approx (3, 1)$ [36]. Результаты этих измерений шума также будут использованы для валидации предложенного метода. Применение метода для других значений $\bar{x}$ и λ совершенно аналогично.

Сначала определим скорость конвекции возмущений ближнего поля для выбранных значений $\bar{x}$ и λ . В соответствии с вышеописанной процедурой рассмотрим струю в статических условиях и найдем в ней такое сечение $\bar{x}'$, в котором форма профиля скорости будет эквивалентна форме профиля

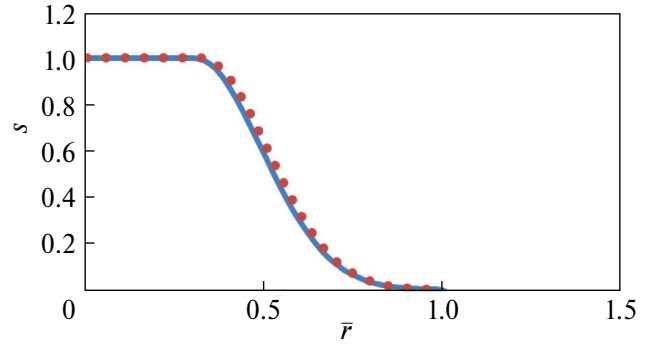


Рис. 7. Сравнение форм поперечных профилей средней скорости в соответствующих сечениях для струи в статических условиях (символы) и струе в спутном потоке $\lambda = 0.23$ (линия).

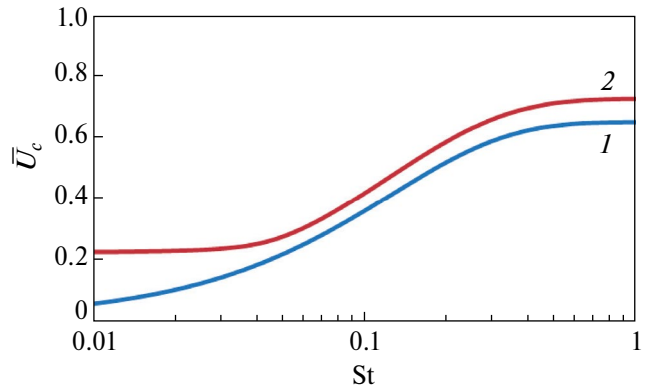


Рис. 8. Относительные скорости конвекции возмущений в струе при $x/L_c = 0.44$: 1 — $\lambda = 0$; 2 — $\lambda = 0.23$.

скорости в исходной струе при $\bar{x} = 3$. Как следует из модели среднего течения (11)–(13), формы профилей скорости будут одинаковы в точках, расположенных сходственным образом относительно длины начального участка (потенциального ядра). Если $\bar{L}_c \approx 6.9$ и $\bar{L}'_c \approx 4.8$ — длины начальных участков струй с $\lambda = 0.23$ и $\lambda = 0$ соответственно (см. (12)), то профили скорости будут иметь одинаковую форму соответственно в сечениях $\bar{x} = 3 \approx 0.44\bar{L}_c$ и $\bar{x}' = 0.44\bar{L}'_c \approx 2.1$. Совпадение профилей скорости при так определенных $\bar{x}$ и $\bar{x}'$ можно непосредственно проверить, используя модель (11)–(13). Такое сравнение форм профилей показано на рис. 7, на котором в соответствии с (11) для каждой струи построена безразмерная функция $s = (\bar{U} - \lambda)/(1 - \lambda)$, и видно, что формы профилей действительно хорошо совпадают, что позволяет (для данного значения $\bar{x}/\bar{L}_c = \bar{x}'/\bar{L}'_c = 0.44$) оценить относительную скорость переноса возмущений в спутном потоке, используя (14), (15) и функцию (8), моделирующую относительную скорость возмущений в статических условиях. Соответствующая оценка приведена

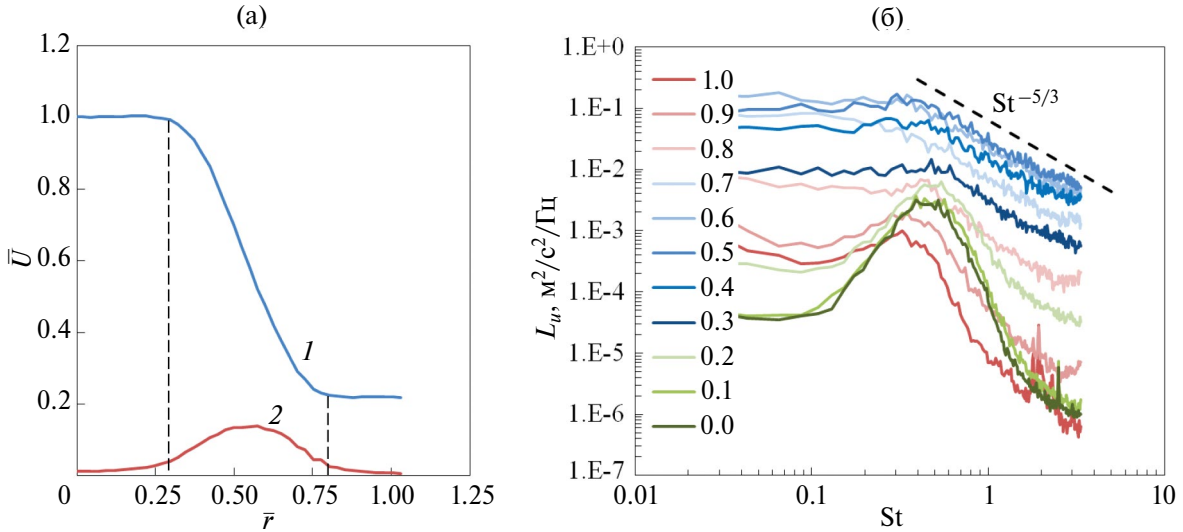


Рис. 9. (а) — Профиль средней скорости (1) и среднеквадратичных значений пульсаций ее продольной компоненты (2) в сечении $\bar{x} = 3$; (б) — спектральные плотности пульсаций продольной компоненты скорости при различных значениях $\bar{r}$ (обозначения кривых указаны на графике).

на рис. 8. Как и следовало ожидать, в системе отсчета, связанной с соплом, наличие спутного потока в целом приводит к росту относительной скорости возмущений вследствие их сноса спутным потоком, однако этот рост различен на различных частотах в соответствии с преобразованием (15) шкалы частот из-за доплеровского сдвига.

Косвенная проверка корректности проведенной оценки скорости возмущений может быть выполнена аналогично тому, как это делалось в предыдущем разделе с помощью масштабирования спектров пульсаций по радиальной координате. Для спектра пульсаций скорости в данном сечении $\bar{x}$, как и для пульсаций давления (см. (4), (5), (10)), являющихся в потенциальной части ближнего поля преимущественно продольными волнами, должно выполняться

$$L_u(St, \bar{x}, \bar{r}) \propto |I_0(\beta_j \bar{r} D)|^2, \quad (17)$$

в потенциальном ядре ($\bar{r} < \bar{r}_c$),

$$L_u(St, \bar{x}, \bar{r}) \propto |K_0(\beta_{cf} \bar{r} D)|^2, \quad (18)$$

вне слоя смешения.

В указанных оценках учтено, что внутри потенциального ядра при приближении к оси струи все сильнее доминирует только осесимметричная мода в силу того, что $I_n(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow 0$, $n \geq 1$, а вне слоя смешения доминируют первые две азимутальные моды ($n = 0, 1$) с близкими характеристиками, поэтому можно использовать функции I_0 и K_0 для оценки поведения суммарных пульсаций.

На рис. 9а показаны профили безразмерных средней скорости и среднеквадратичных значений пульсаций ее продольной компоненты, измеренные с помощью термоанемометра в сечении $\bar{x} = 3$, а на рис. 9б — спектральные плотности пульсаций продольной компоненты скорости в данном сечении при различных значениях $\bar{r}$ (для удобства показаны спектры для каждой четвертой точки). Штриховыми линиями на рис. 9а показаны примерные границы слоя смешения, внутри которого наблюдаются наиболее интенсивные пульсации, связанные с вихревым турбулентным течением в данной области. В потенциальной части течения пульсации скорости хотя и существенно ниже, чем в слое смешения, но не равны нулю, что хорошо видно на рис. 9б, где приведены их спектры.

Из сравнения спектров пульсаций в различных точках в данном сечении обращает на себя внимание различный характер спектров внутри и вне слоя смешения. В слое смешения спектр пульсаций имеет вид, характерный для развитого свободного турбулентного потока с примерно постоянным уровнем на низких частотах и спаданием в соответствии с законом “ $-5/3$ ” в высокочастотной области. Во внешней по отношению к слою смешения зоне и в потенциальном ядре спектр имеет характерный максимум в области чисел Струхала от 0.1 до 1, соответствующий волнам неустойчивости. В работах [12, 34] данный максимум в спектре и его связь с пакетами волн неустойчивости подробно изучались на примере результатов измерений пульсаций скорости на оси струи. При наличии спутного потока, как видно из рис. 9б, термоанемометр позволяет

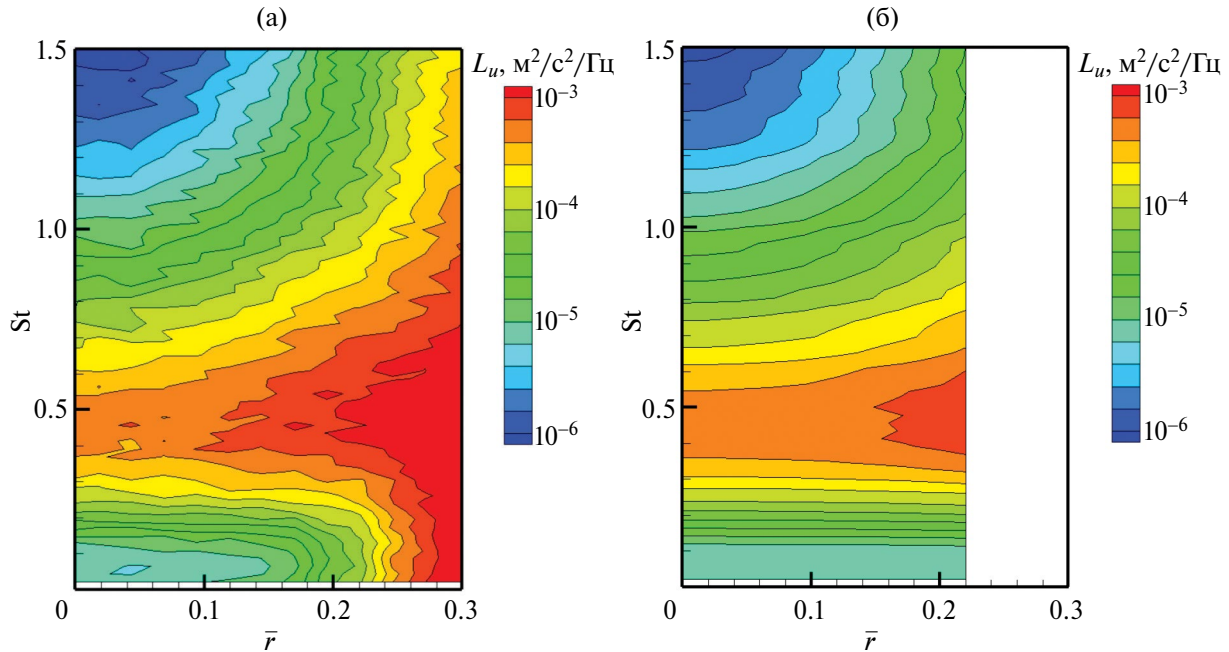


Рис. 10. Спектральные карты пульсаций скорости в сечении $\bar{x} = 3$ внутри потенциального ядра: (а) — данные измерений; (б) — результат моделирования с помощью зависимости (17) и базового спектра в точке $\bar{r} = 0$.

измерять “след” волновых пакетов и вне струи. На рис. 10–11 показано, что данные измерений в потенциальной зоне подчиняются модели (17), (18) со скоростью конвекции, рассчитанной в соответствии с описанной выше процедурой (рис. 8). На рис. 10а показана измеренная спектральная карта (т.е. зависимость интенсивности пульсаций L_u от $\bar{r}$ и St) пульсаций скорости внутри струи, а на рис. 10б — спектральная карта, построенная на основе спектра L_u в точке $\bar{r} = 0$ с использованием модельной зависимости (17) в виде $L_u(St, \bar{r}) \approx L_u(St, 0)|I_0(\beta\bar{r}D)|^2$.

Как видно, внутри потенциального ядра ($\bar{r} < 0.25$) модель хорошо соответствует данным измерений. Аналогично, на рис. 11а показана спектральная карта пульсаций вне струи, а на рис. 11б — спектральная карта, построенная на основе спектра L_u в точке $\bar{r} = 1$ с использованием модельной зависимости (18) в виде $L_u(St, \bar{r}) \approx L_u(St, 1)|K_0(\beta\bar{r}D)|^2$. Модель хорошо соответствует данным измерений для внешней зоны ближнего поля ($\bar{r} > 0.8$). Таким образом, предложенная полупирическая модель позволяет адекватно воспроизвести пространственно-частотную структуру пульсаций скорости в потенциальной зоне ближнего поля как внутри, так и вне струи, что, в свою очередь, обосновывает возможность использования выражений (6), (7), (16) для оценки пульсаций давления в соответствующих областях.

Проанализируем непосредственно процедуру оценки спектра пульсаций давления L_p по

спектрам пульсаций скорости L_u во внешней области с помощью (16). Прямые измерения пульсаций давления в спутном потоке не проводились, т.к. для таких измерений требуется, как уже отмечалось, внесение микрофонов в поток и использование специальных насадок [23], что делает их довольно громоздкими. Однако возможна косвенная оценка таких пульсаций на основе данных о шуме взаимодействия струи и пластины, помещенной в ее ближнее поле. В работах [15–17, 35] показано, что если задняя кромка пластины лежит в потенциальной области ближнего гидродинамического поля струи (рис. 12), то возникает существенный дополнительный шум (так называемый шум взаимодействия), спектр которого L_F в дальнем поле (точка F на рис. 12) линейным образом связан со спектром пульсаций давления L_p , создаваемых свободной струей (в отсутствие пластины) в месте расположения задней кромки пластины (точка T на рис. 12), т.е. $L_F = GL_p$. Таким образом, предложенная в настоящей работе процедура оценки L_p по данным термоанемометра может быть косвенно валидирована по акустическим характеристикам конфигурации “сопло-пластина”, для которой измерения шума при наличии спутного потока не представляют сложности, по крайней мере, при нулевом угле атаки пластины [23, 36]. В работе [37] для передаточной функции G между пульсациями ближнего поля и шумом в дальнем поле в плоскости симметрии системы было получено следующее простое выражение

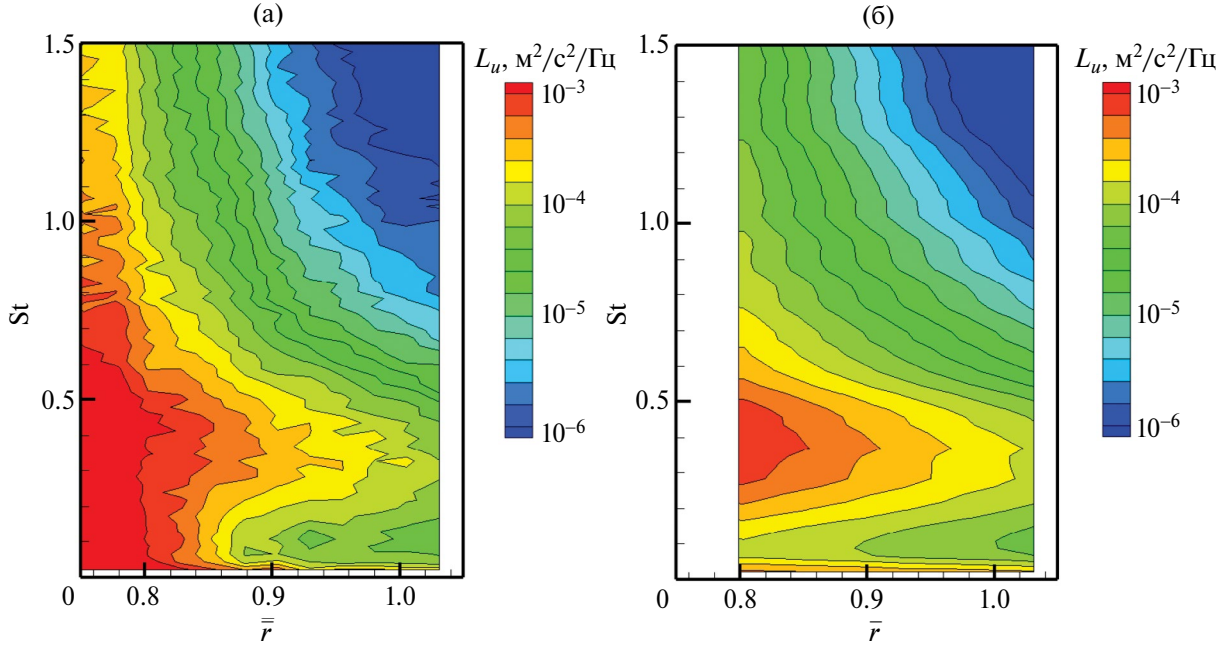


Рис. 11. Спектральные карты пульсаций скорости в сечении $\bar{x} = 3$ во внешней области: (а) — данные измерений; (б) — результат моделирования с помощью зависимости (17) и базового спектра в точке $\bar{r} = 1$.

$$G \approx \frac{M_c^3(1 + M_{cf})\sin^2(\theta / 2)}{2k^2 R^2(1 + (M_{cf} - M_c))(1 + M_{cf}(M_c - M_{cf}) - M_c \cos\theta)^2}, \quad (19)$$

где $M_{cf} = U_{cf}/c$ и $M_c = U_c/c$ — числа Маха спутного потока и скорости возмущений ближнего поля соответственно, R — расстояние от кромки до наблюдателя, θ — угол наблюдения (рис. 12).

Измерения шума взаимодействия струи ($M_j = 0.4$) и пластины, задняя кромка которой находилась в точке $(\bar{x}, \bar{r}) \approx (3, 1)$, в статических условиях и при наличии спутного потока ($\lambda = 0.23$) подробно описаны в [36]. На рис. 13а показаны спектры пульсаций давления в области расположения задней кромки пластины для $\lambda = 0$ и $\lambda = 0.23$. Спектр для статических условий определен из непосредственных измерений ближнего поля микрофонной решеткой аналогично тому, как это делалось в работе [17]. Спектр при наличии спутного потока рассчитан с помощью предложенной в настоящей работе процедуры на основании термоанемометрических измерений пульсаций скорости в точке $(\bar{x}, \bar{r}) = (3, 1)$. Отметим, что при фиксированной координате x наличие спутного потока приводит к некоторому уменьшению уровня пульсаций и смещению пика в их спектре в более высокие частоты. Последний эффект отражает тот факт, что основным масштабom подобия при сравнении различных круглых струй с точки зрения структуры среднего поля скорости, а значит, и структуры линейных возмущений, развивающихся на его фоне, является длина

потенциального ядра (или, что то же самое, связанная с ней линейно толщина слоя смешения в данном сечении). При увеличении скорости спутного потока длина потенциального ядра растет, и точка с заданной координатой x оказывается ближе к срезу сопла в терминах длины потенциального ядра L_c , т.е. уменьшается безразмерный параметр x/L_c , а значит, спектр пульсаций должен сместиться в область более высоких частот [38]. Аналогичный эффект наблюдался и в работе [23], где проводились прямые измерения пульсаций с помощью микрофона с коническим насадком.

С использованием данных спектров ближнего поля (рис. 13а) и передаточной функции G (19), была выполнена оценка низкочастотного шума взаимодействия в точке, расположенной под пластиной ($\theta = -90^\circ$) на расстоянии $R = 20D$ от ее задней кромки. Сравнение полученных оценок с прямыми измерениями шума взаимодействия струи и пластины показано на рис. 13б и демонстрирует приемлемую точность как в статических условиях (по измерениям спектров ближнего поля микрофонами), так и при наличии спутного потока (по измерению пульсаций скорости термоанемометром). Данное сравнение валидирует предложенную в работе процедуру оценки пульсаций давления по пульсациям скорости

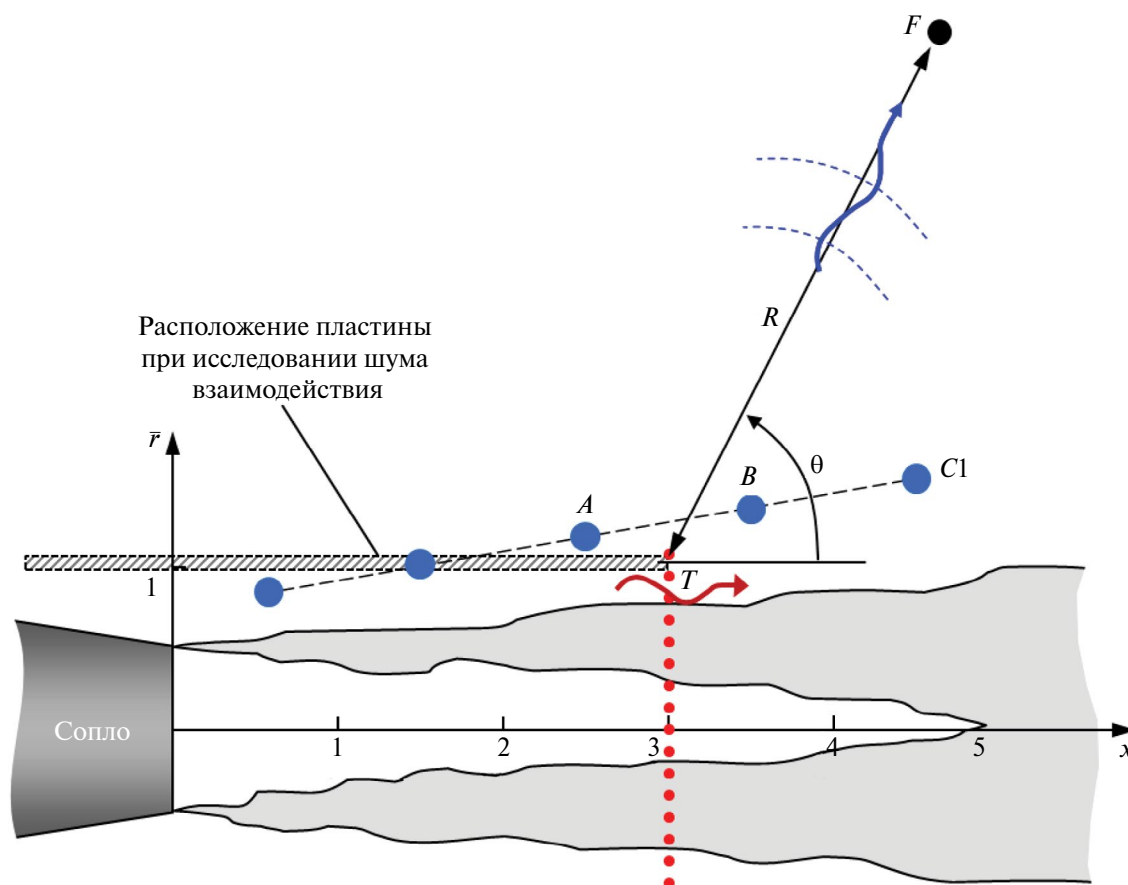


Рис. 12. К валидации процедуры оценки давления по дальнему полю.

в потенциальной зоне ближнего поля струи при наличии спутного потока.

В заключение отметим, что спектры шума взаимодействия (а значит, и ближнего поля пульсаций давления), полученные в настоящей работе, оказываются более точными на низких частотах, чем в работе [36], в которой оценка пульсаций давления выполнялась на основе измерений пульсаций на оси струи с последующим их пересчетом в заданную точку с помощью решения параболизированных уравнений устойчивости. Возможность прямого измерения пульсаций скорости вне струи при наличии спутного потока, а также более корректная оценка скорости их конвекции на основе данных эксперимента избавляют от необходимости использования решения задачи устойчивости, которое не вполне пригодно именно в низкочастотной области (когда размер волнового пакета становится больше длины начального участка).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена процедура, позволяющая оценить характеристики пульсаций давления во

внешней по отношению к слою смешения струи области ближнего поля, в которой доминируют линейные гидродинамические возмущения (волны неустойчивости), по результатам одноточечных измерений пульсаций скорости с помощью термоанемометра при наличии спутного потока. Измерения термоанемометром при наличии потока являются менее инвазивными и более удобными, чем измерения микрофонами. Предложенный метод основан на том факте, что волны неустойчивости близки по структуре к однородным продольным волнам, что позволяет локально связать пульсации давления и продольной компоненты скорости, измеряемые термоанемометром. Ключевым параметром в такой связи является скорость конвекции возмущений. Для ее оценки при наличии спутного потока предложена полуэмпирическая модель, основанная на результатах ее прямых измерений многомикрофонной решеткой в статических условиях.

Разработанная процедура протестирована на экспериментальных данных, полученных для струи с числом Маха 0.4 при различных параметрах спутности. Показано, что пульсации скорости

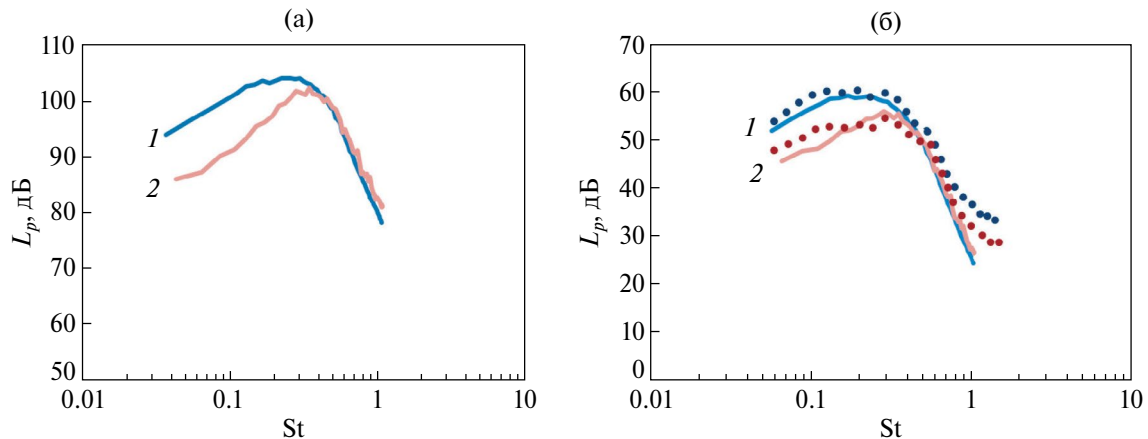


Рис. 13. Спектры пульсаций давления в статических условиях (1) и при наличии спутного потока (2): (а) — в месте расположения задней кромки пластины; (б) — в дальнем поле в точке $R = 20D$, $\theta = -90^\circ$ (точка “под” пластиной), символы — прямые измерения шума взаимодействия в дальнем поле [36], линии — оценка по спектрам ближнего поля.

в потенциальной области ближнего поля (как внутри начального участка, так и вне струи) хорошо аппроксимируются осесимметричным решением конвективного волнового уравнения в локально-однородном приближении. Проведена валидация процедуры по дальнему полю шума взаимодействия струи и пластины при наличии спутного потока, показавшая ее приемлемую точность в области чисел Струхала 0.1–1.

Таким образом, разработанная процедура может использоваться в лабораторном эксперименте для реконструкции поля пульсаций давления вблизи струи с целью оценки в условиях полета характеристик нагружения элементов планера самолета, расположенных около силовой установки, а также оценки дополнительного шума в дальнем поле, генерируемого при взаимодействии струи и элементов планера.

Авторы выражают благодарность В.Ф. Копьеву за интерес к работе и полезные замечания.

Работа выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ” (<https://skr-rf.ru/catalog/usu/506417/>), модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-15-2022-1036.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 19-71-10064).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов В.М. Проблемы снижения шума пассажирских самолетов (обзор) // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 293–317.
2. Peak N. Modern Challenges Facing Turbomachinery Aeroacoustics // Ann. Rev. Fluid Mech. 2012. V. 44. P. 227–248.
3. Kopiev V., Belyaev I., Faranosov G., Kopiev V.I., Ostrikov N., Zaytsev M., Pararin G. Numerical and Experimental Study of JFI Effect on Swept Wing // AIAA Paper. 2014. AIAA-2014–3060.
4. Miller S.A. Prediction of near-field jet cross spectra // AIAA J. 2015. V. 53. № 8. P. 2130–2150.
5. Гиневский А.С., Власов Е.В., Каравосов Р.К. Акустическое управление турбулентными струями. М.: Физматлит, 2001. 240 с.
6. Jordan P., Gervais Y. Subsonic jet aeroacoustics: associating experiment, modelling and simulation // Experiments in Fluids. 2008. V. 44. № 1. P. 1–21.
7. Tam C.K., Viswanathan K., Ahuja K.K., Panda J. The sources of jet noise: experimental evidence // J. Fluid Mech. 2008. V. 615. P. 253–292.
8. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Новая корреляционная модель каскада турбулентных пульсаций как источника шума в струях // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 482–497.
9. Jordan P., Colonius T. Wave packets and turbulent jet noise // Annual Review of Fluid Mechanics. 2013. V. 45. P. 173–195.
10. Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. О двух подходах к моделированию шума низкоскоростных дозвуковых струй // Докл. Росс. Акад. наук. Физика, техн. науки. 2022. Т. 506. № 1. С. 16–25.
11. Gudmundsson K., Colonius T. Instability wave models for the near-field fluctuations of turbulent jets // J. Fluid Mech. 2011. V. 689. P. 97–128.
12. Cavalieri A.V.G., Rodriguez D., Jordan P., Colonius T., Gervais Y. Wavepackets in the velocity field of turbulent jets // J. Fluid Mech. 2013. V. 730. P. 559–592.
13. Беляев И.В., Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. Разработка стратегии

- активного управления волнами неустойчивости в невозбужденных турбулентных струях // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 3. С. 14–27.
14. *Mengle V.G.* The Effect of Nozzle to Wing Gully Height on Jet Flow Attachment to the Wing and Jet Flap Interaction Noise // AIAA Paper 2011–2705. 2011.
 15. *Kopiev V.F., Faranosov G.A., Zaytsev M. Yu., Vlasov E.V., Karavosov R.K., Belyaev I.V., Ostrikov N.N.* Intensification and suppression of jet noise sources in the vicinity of lifting surfaces // AIAA paper 2013–2284. 2013.
 16. *Cavalieri A.V.G., Jordan P., Wolf W.R., Gervais Y.* Scattering of wavepackets by a flat plate in the vicinity of a turbulent jet // J. Sound Vib. 2014. V. 333. P. 6516–6531.
 17. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
 18. *Kopiev V.F., Akishev Y.S., Belyaev I.V., Berezhetskaya N.K., Bityurin V.A., Faranosov G.A., Grushin M.E., Klimov A.I., Kopiev V.A., Kossyi I.A., Moralev I.A., Ostrikov N.N., Taktakishvili M.I., Trushkin N.I., Zaytsev M. Yu.* Instability wave control in turbulent jet by plasma actuators // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 47. P. 1–18.
 19. *Копьев В.Ф., Бычков О.П., Копьев В.А., Фараносов Г.А., Моралев И.А., Казанский П.Н.* Управление волнами неустойчивости в невозбужденной турбулентной струе с помощью плазменных актуаторов в узкой полосе частот // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 4. С. 431–439.
 20. *Kopiev V., Faranosov G., Bychkov O., Kopiev V.I., Moralev I., Kazansky P.* Active control of jet-plate interaction noise for excited jets by plasma actuators // J. Sound Vib. 2020. V. 484. P. 115515.
 21. *Копьев В.Ф., Бычков О.П., Копьев В.А., Фараносов Г.А., Моралев И.А., Казанский П.Н.* Активное управление шумом взаимодействия струи и крыла с помощью плазменных актуаторов в узкой полосе частот // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 2. С. 177–190.
 22. *Mancinelli M., Pagliaroli T., Camussi R., Castelain T.* On the hydrodynamic and acoustic nature of pressure proper orthogonal decomposition modes in the near field of a compressible jet // J. Fluid Mech. 2018. V. 836. P. 998–1008.
 23. *Dawson M.F., Lawrence J.L.T., Self R.H., Kingan M.J.* Validation of a jet-surface interaction noise model in flight // AIAA J. 2020. V. 58. № 3. P. 1130–1139.
 24. *Kraichnan R.H.* Pressure field within homogeneous anisotropic turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 1956. V. 28. № 1. P. 64–72.
 25. *Baur T., Kongeter J.* PIV with high temporal resolution for the determination of local pressure reductions from coherent turbulence phenomena // Proc. 3rd Int. Workshop on PIV. Santa Barbara. 1999. P. 101–106.
 26. *Liu X., Katz J.* Instantaneous pressure and material acceleration measurements using a four-exposure PIV system // Experiments in fluids. 2006. V. 41. № 2. P. 227–240.
 27. *Violato D., Moore P., Scarano F.* Lagrangian and Eulerian pressure field evaluation of rod-airfoil flow from time-resolved tomographic PIV // Experiments in fluids. 2011. V. 50. № 4. P. 1057–1070.
 28. *Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю. и др. (под ред. Абрамовича Г.Н.)* Теория турбулентных струй. М.: Наука, 1984. 716 с.
 29. *Schmidt O.T., Towne A., Colonius T., Cavalieri A.V., Jordan P., Brès G.A.* Wavepackets and trapped acoustic modes in a turbulent jet: coherent structure education and global stability // J. Fluid Mech. 2017. V. 825. P. 1153–1181.
 30. *Antoniali L.A., Cavalieri A.V., Schmidt O.T., Colonius T., Jordan P., Towne A., Brès G.A.* Amplitude scaling of wave packets in turbulent jets // AIAA J. 2021. V. 59. № 2. P. 559–568.
 31. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* О связи пульсаций скорости и давления на оси и в ближнем поле турбулентной струи // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 4. С. 41–51.
 32. *Tam C.K.W., Burton D.E.* Sound generated by instability waves of supersonic flows: Part2. Axisymmetric jets // J. Fluid Mech. 1984. V. 138. P. 273–295.
 33. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* О возможном механизме усиления шума струи вблизи крыла // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 596–610.
 34. *Soares L.F.M., Cavalieri A.V.G., Kopiev V., Faranosov G.* Flight effects on turbulent-jet wavepackets // AIAA J. 2020. V. 58. № 9. P. 3877–3888.
 35. *Lyu B., Dowling A.P., Naqavi I.* Prediction of installed jet noise // J. Fluid Mech. 2017. V. 811. P. 234–268.
 36. *Bychkov O., Faranosov G., Kopiev V., Soares L.F.M., Cavalieri A.V.G.* Jet Installation Noise Modeling in Static and Flight Conditions Using Centerline Fluctuations // AIAA J. 2022. V. 60. № 6. P. 3620–3634.
 37. *Бычков О.П., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А.* Валидация двухточечной модели предсказания низкочастотного усиления шума струи вблизи крыла // Ученые Записки Физического Факультета Московского Университета. 2020. № 1. 2010801. С. 1–8.
 38. *Miller W.R.* Flight effects for jet-airframe interaction noise // AIAA Paper 1983–0784. 1983.

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.988.68

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЫ

© 2024 г. А. Б. Бакушинский^{a, b}, А. С. Леонов^{c, *}^aИнститут системного анализа ФИЦ ИУ РАН, пр-т 60-летия Октября 9, Москва, 117312 Россия^bМарийский государственный университет, пл. Ленина 1, Республика Марий Эл, Йошкар-Ола, 424000 Россия^cНациональный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Каширское ш. 31, Москва, 115409 Россия

*e-mail: asleonov@mephi.ru

Поступила в редакцию 16.01.2023 г.

После доработки 30.03.2023 г.

Принята к публикации 18.05.2023 г.

Рассматривается обратная задача акустического зондирования трехмерной нестационарной среды, основанная на задаче Коши для волнового уравнения с коэффициентом скорости звука, зависящим от пространственных координат и времени. Данными в обратной задаче являются измерения акустического давления, зависящего от времени, в некоторой пространственной области. По этим данным необходимо определить меняющиеся со временем положения локальных акустических неоднородностей (пространственных распределений скорости звука). Используется специальная идеализированная модель зондирования, в которой, в частности, предполагается, что пространственное распределение скорости звука мало меняется в промежутке между временными импульсами источника. В рамках такой модели обратная задача сводится к решению для каждого временного отрезка зондирования трехмерных линейных интегральных уравнений Фредгольма. По этим решениям вычисляются пространственные распределения скорости звука на каждом временном интервале зондирования. При включении в схему зондирования специальной (плоскослойной) геометрической схемы расположения областей наблюдения и зондирования, оказывается, что обратную задачу можно свести к решению систем одномерных линейных интегральных уравнений Фредгольма, для решения которых используются известные методы регуляризации некорректных задач. Это позволяет решать трехмерную обратную задачу определения нестационарного распределения скорости звука в зондируемой среде на персональном компьютере средней производительности для достаточно подробных пространственных сеток за несколько минут. Эффективность соответствующего алгоритма решения трехмерной нестационарной обратной задачи зондирования в случае движущихся локальных акустических неоднородностей иллюстрируется решением ряда модельных задач.

Ключевые слова: акустическое зондирование, некорректная обратная задача, регуляризация, нестационарное распределение скорости звука

DOI: 10.31857/S0320791924010113 EDN: ZNSBFD

1. ВВЕДЕНИЕ

Будем предполагать, что на множестве $\mathbb{R}^3 \times [0, T]$ определена функция $c(\mathbf{x}, t) > 0$, зависящая от координат $\mathbf{x} = (x, y, z)$ и времени $t \in [0, T]$. Эта функция моделирует фазовую скорость звука в пространстве $\mathbb{R}^3$, которое считается заполненным некоторой средой с постоянной плотностью. Более того, мы будем считать, что $c(\mathbf{x}, t) = c_0 = \text{const} > 0$ вне заданной области $X \subset \mathbb{R}^3$ для всех $t \in [0, T]$. Таким образом, под термином “нестационарная среда” мы будем иметь в виду среду, в которой имеются нестационарные акустические неоднородности только в области X , т.е.

скорость звука в ней зависит от пространственной переменной и времени. Далее, мы считаем, что в $\mathbb{R}^3$ при $t \in [0, T]$ определено скалярное акустическое волновое поле $p(\mathbf{x}, t)$, создаваемое источниками $F_0(\mathbf{x}, t)$, которые локализованы в известной ограниченной области S , $X \cap S = \emptyset$. Это поле регистрируется в области Y ($X \subset \mathbb{R}^3$, $Y \cap X = \emptyset$, $Y \cap S = \emptyset$). Рассматриваемая нами обратная задача в общей форме заключается в нахождении неизвестной функции $c(\mathbf{x}, t)$ для $\mathbf{x} \in X$, $t \in [0, T]$ по данным $p(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x} \in Y$, $t \in [0, T]$.

Для задач такого типа часто используется приближение линейной акустики. Тогда математической

моделью, связывающей $p(\mathbf{x}, t)$ и $c(\mathbf{x}, t)$, будет система равенств следующего вида:

$$\begin{cases} \Delta_{\mathbf{x}} p(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2(\mathbf{x}, t)} \frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \\ = F_0(\mathbf{x}, t), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, t \in (0, T] \\ p(\mathbf{x}, 0) = \varphi(\mathbf{x}), \frac{\partial p(\mathbf{x}, 0)}{\partial t} = \psi(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, \end{cases} \quad (1)$$

т.е. прямой задачей (задачей нахождения $p(\mathbf{x}, t)$ по заданным $c(\mathbf{x}, t)$, $\varphi(\mathbf{x})$, $\psi(\mathbf{x})$, $F_0(\mathbf{x}, t)$) в данном случае будет задача Коши (1), а обратной задачей — обратная коэффициентная задача для волнового уравнения из (1): найти $c(\mathbf{x}, t)$ по известным $\varphi(\mathbf{x})$, $\psi(\mathbf{x})$, $F_0(\mathbf{x}, t)$ и дополнительным данным $p(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x} \in Y$, $t \in [0, T]$. Функциональные пространства, в которых будут решаться эти задачи, а также требования на величины $c(\mathbf{x}, t)$, $\varphi(\mathbf{x})$, $\psi(\mathbf{x})$, $F_0(\mathbf{x}, t)$ будут указаны ниже.

Модель (1) хорошо известна, и прямая задача для нее подробно изучена теоретически в различных аспектах и в различных функциональных пространствах (см., например, [1, 2] и др.). Обратная задача также рассматривалась многими авторами. Однако в этом случае на зависимость функции $c(\mathbf{x}, t)$ от переменных $\mathbf{x}$ и t накладывались серьезные ограничения. Так, в немногих работах считалось, что $c(\mathbf{x}, t) = c(t)$, и для таких обратных задач устанавливались теоремы существования и единственности решения (см., например, [3]). В большинстве работ по этой тематике предполагается, что $c(\mathbf{x}, t) = c(\mathbf{x})$. Обратные задачи с такой функцией $c(\mathbf{x})$ исследованы весьма подробно. В частности, выделены многие функциональные классы, на которых задача имеет единственное решение (см., например, [3–7]). Предложены и обоснованы численные алгоритмы решения обратных задач такого рода с различными вариантами данных ([8–15] и др.).

Уравнение (1) для случая $c(\mathbf{x}, t) = c(\mathbf{x})$ рассматривалось также и в спектральной форме. Тогда для гармонического источника вида $f(\mathbf{x}, \omega)e^{i\omega t}$ с известной частотой ω поле $p(\mathbf{x}, t)$ может быть найдено в виде $p(\mathbf{x}, t) = u(\mathbf{x}, \omega)e^{i\omega t}$, где комплексная амплитуда $u(\mathbf{x}, \omega)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \Delta u(\mathbf{x}, \omega) + k_0^2 u(\mathbf{x}, \omega) = \\ = f(\mathbf{x}, \omega) + \omega^2 \xi(\mathbf{x}) u(\mathbf{x}, \omega), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, $\xi(\mathbf{x}) = c_0^{-2} - c^{-2}(\mathbf{x})$. Нахождение такой функции $u(\mathbf{x}, \omega)$ по заданному коэффициенту $c(\mathbf{x})$ и заданному $f(\mathbf{x}, \omega)$ составляет прямую задачу для (2). Обратная задача для этого уравнения

обычно ставится так: зная для некоторого набора частот ω комплексную амплитуду поля $u(\mathbf{x}, \omega)$ в области Y , найти коэффициент $\xi(\mathbf{x})$, а значит, и функцию $c(\mathbf{x})$, определяющую акустические неоднородности в области X .

Обратная задача для (2) также достаточно хорошо исследована теоретически: изучены в определенных аспектах вопросы существования и единственности ее решения для различных видов областей X , Y , вопросы ее устойчивости по отношению к возмущениям данных и т.д. (см. [7, 12, 15] и др.) Например, известно, что для единственности решения такой обратной задачи в общем случае необходимо использовать по меньшей мере счетное число частот. Однако на практике реализовать это невозможно, и приходится ограничиваться сравнительно небольшим их числом. Анализ этой проблемы дан, например, в [14]. Тем не менее, такое изучение акустических рассеивателей на сравнительно небольшом числе частот часто встречается на практике. Для получения в этом случае определенного решения обратной задачи необходимо использовать дополнительные априорные ограничения, сужающие множество возможных решений.

Во многих работах рассмотрены разнообразные численные методы решения обратных задач для (2) в двумерной и трехмерной постановках. В связи с этим отметим работы [13, 15–22]. Обзор этих и подобных подходов можно найти, например, в [14]. Отметим, что все эти методы требуют значительного времени вычислений при решении трехмерной обратной задачи.

В этой работе мы рассматриваем обратную задачу для (1) в предположении, что области X и Y имеют вид плоских слоев, в случае специального источника F_0 и для функции $c = c(\mathbf{x}, t)$ общего вида, о которой ниже будут сделаны некоторые дополнительные предположения. Наша цель — предложить и апробировать численный алгоритм, позволяющий решать такую обратную задачу на персональном компьютере (ПК) за минуты. Рассматриваемая обратная задача является, вообще говоря, некорректно поставленной. Она может не иметь решений в рассматриваемом функциональном классе, решение в случае его существования может быть не единственным и неустойчивым по отношению к возмущениям данных случайной ошибкой. Поэтому решить нашу обратную задачу без дополнительных предположений о решении нельзя. Такими предположениями могут быть условия гипотетической теоремы существования и единственности решения обратной задачи (если такие теоремы для случая $c = c(\mathbf{x}, t)$ имеются) или другие допущения. Мы не занимаемся теоретическим исследованием свойств существования и единственности решений рассматриваемой обратной задачи. Более того, из-за отсутствия значимых теоретических результатов в этом направлении для обратной задачи $c = c(\mathbf{x}, t)$

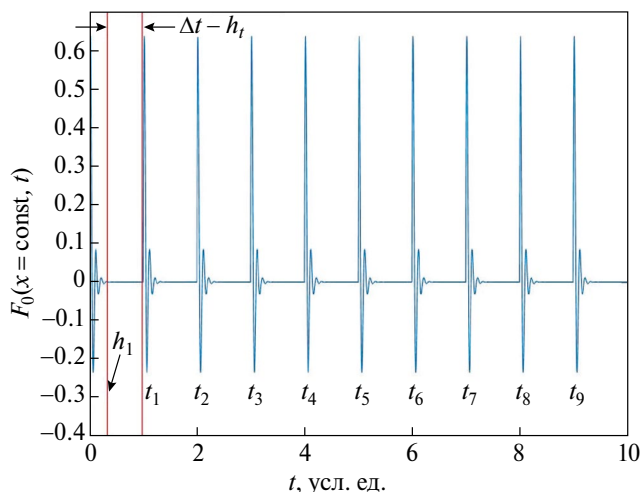


Рис. 1. Пример функции источника $F_0(\mathbf{x}, t)$ при фиксированном $\mathbf{x}$.

мы будем предполагать существование ее решения в рассматриваемом ниже классе функций. Из-за возможной неединственности решения (квазирешения) мы будем пытаться выделить ее решение с некоторыми оптимальными свойствами. Нас устраивает и альтернатива — предположение о том, что для имеющихся данных обратная задача имеет единственное решение в рассматриваемом функциональном классе. Рассмотренные нами модельные обратные задачи подобного рода показывают, что такие допущения вполне возможны для небольших по размеру локальных нестационарных неоднородностей среды. В рамках этих допущений предлагаемый нами алгоритм дает достаточно точные приближенные решения при “малых” погрешностях данных. Эти приближения численно устойчивы в том смысле, что при стремлении погрешностей данных к нулю приближения сходятся к решению, полученному для точных данных.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗОНДИРОВАНИЯ СРЕДЫ

Примем следующую упрощенную модель зондирования среды с переменной во времени скоростью звука. Будем считать, что зондирование производится в моменты времени

$t_k = k\Delta t, k = 0, 1, \dots, n, \Delta t = \frac{T}{n}$ импульсным источником вида

$$F_0(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^n g(t - t_k).$$

Здесь финитная функция $f(\mathbf{x})$ с носителем S описывает пространственную локализацию источника, а функция $g(t)$ определяет его временной профиль.

Предполагается, что $g(t)$ финитна и “быстро убывает” на своем носителе $[0, h_t]$, $2h_t \ll \Delta t$. Таким образом, во временной области источник представляет собой последовательность коротких импульсов, следующих друг за другом с интервалами $\Delta t - h_t$ ($\Delta t - h_t \gg h_t$). На этих временных интервалах происходит сбор и начало обработки информации. Пример характерной зависимости $F_0(\mathbf{x}, t)$ при фиксированном $\mathbf{x}$ приведен на рис. 1.

Будем считать, что выполнены следующие идеализированные предположения о свойствах зондируемой среды.

Предположения 1. а) На каждом временном отрезке $[t_{k-1}, t_k]$ пространственное распределение скоростей звука в среде практически не меняется, т.е. можно считать, что $c_k(\mathbf{x}, t) = c_k(\mathbf{x})$ для $t \in [t_{k-1}, t_k]$, где $c_k(\mathbf{x})$ — некоторое усредненное на рассматриваемом временном отрезке распределение скорости. б) На каждом временном отрезке $[t_{k-1}, t_k]$ за время $\Delta t - h_t$ после импульса вызванные им звуковые колебания среды в областях X и Y практически затухают, и среда в этих областях возвращается в исходное состояние. С точки зрения математической модели эти предположения означают, что на каждом интервале зондирования (t_{k-1}, t_k) , $k = 1, 2, \dots, n$ можно считать выполненными аналоги соотношений (1):

$$\begin{cases} \Delta_x p(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c_k^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \\ = f(\mathbf{x})g(t - t_{k-1}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, t \in (t_{k-1}, t_k], \\ p(\mathbf{x}, t_{k-1}) = 0, \frac{\partial p(\mathbf{x}, t_{k-1})}{\partial t} = 0, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3. \end{cases} \quad (3)$$

Относительно коэффициентов этой задачи Коши сделаем следующие

Предположения 2. а) $c_k(\mathbf{x}) \in C(\mathbb{R}^3)$; б) $0 < c_{\min} \leq c_k(\mathbf{x}) \leq c_{\max}, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, где $c_{\min}, c_{\max}$ — известные константы; $c_k(\mathbf{x}) = c_0$ при $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \setminus X$; в) $f(\mathbf{x}) \in C(S)$, $g(t)$ равна нулю вне отрезка $[0, \Delta t]$, $g(t) \in C[0, \Delta t]$, причем $|g(t)|$ — быстро убывающая на $[0, \Delta t]$ функция; в качестве $g(t)$ на $[0, \Delta t]$ можно, например, взять $g(t) = e^{-\mu t}$, $\mu \in \mathbb{C}$ с достаточно большим значением $\operatorname{Re} \mu > 0$.

Известно, что задача (3) имеет единственное классическое решение: $p_k(\mathbf{x}, t) \in C^2(\mathbb{R}^3 \times [t_{k-1}, t_k])$ (см., например, [23]).

Обсудим смысл Предположения 1б. Формально в случае постоянной скорости $c_k(\mathbf{x}) = c_0$ и точечного источника, т.е. при $f(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, $\mathbf{x}_0 \in S$, эта задача имеет решение

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{g\left(t - \frac{r}{c_0}\right)}{4\pi c_0^2 r}, r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|,$$

(см., например, [24, с. 514]), и поэтому из-за Предположения 2в о виде функции $g(t)$ оно практически равно нулю в каждой фиксированной точке области X и Y при «достаточно большом времени» t . Таким образом, в этом случае выполнено Предположение 1б, если взять достаточно большой интервал времени (t_{k-1}, t_k) , т.е. «большое» Δt . Само же Предположение 1б можно рассматривать как неявное ограничение на класс функций $c_k(\mathbf{x})$ и функцию источника $g(t)$.

Пусть $p_k(\mathbf{x}, t)$, $k = 0, 1, \dots, n$, — решение задач (3). Из Предположений 1 и 2 следует, что существуют преобразования Фурье $F[p_k(\mathbf{x}, t)](\omega)$ этих функций по переменной t , и можно считать выполненными формулы:

$$\begin{aligned} u_k(\mathbf{x}, \omega) &= F[p_k(\mathbf{x}, t)](\omega) = \\ &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} p_k(\mathbf{x}, t) e^{-i\omega(t-t_{k-1})} dt, \\ u_k(\mathbf{x}, \omega) &\in C_x^2(\mathbb{R}^3). \end{aligned}$$

Из (3) тогда получим

$$\begin{aligned} \Delta u_k(\mathbf{x}, \omega) + k_0^2 u_k(\mathbf{x}, \omega) &= \\ = f(\mathbf{x}) \tilde{g}(\omega) + \omega^2 \xi_k(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}, \omega), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, \end{aligned} \quad (4)$$

в котором $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, $\tilde{g}(\omega) = F[g](\omega)$ и $\xi_k(\mathbf{x}) = c_0^{-2} - c_k^{-2}(\mathbf{x})$.

Обозначим множество функций $c_k(\mathbf{x})$, подчиненных условиям из Предположений 1 и 2, как S .

Пусть теперь нам известны величины $u_k(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in Y$. Тогда можно для каждого k поставить обратную коэффициентную задачу для уравнения (4): по данным $u_k(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in Y$ найти функцию $\xi_k(\mathbf{x})$. Эту обратную задачу мы будем называть *вспомогательной обратной задачей*. Зная ее решение $\xi_k(\mathbf{x})$ для каждого k , можно найти $c_k(\mathbf{x}) \in S$ и построить решение обратной задачи зондирования в форме

$$c(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^n c_k(\mathbf{x}) \chi(t_{k-1}, t_k). \quad (5)$$

Здесь $\chi(\cdot)$ — характеристическая функция множества. Итак, для решения обратной задачи зондирования нестационарной среды (в нашей постановке) при $t \in [0, T]$ необходимо решать вспомогательную обратную задачу на каждом временном интервале работы источника. Для такой многократной процедуры требуется достаточно «быстрый» алгоритм решения вспомогательной задачи.

Сформулированная вспомогательная задача, как и вся рассматриваемая обратная задача, является некорректно поставленной. В частности, она может не иметь обычных решений, если предлагаемая математическая модель не адекватна данным. Поэтому мы будем *предполагать* существование

ее решений. Решения этой задачи могут быть не единственными. Ниже мы сделаем дополнительные ограничения на искомое решение с целью выделить единственное решение с некоторыми оптимальными свойствами.

3. РЕДУКЦИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ К ОДНОМЕРНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Представим вспомогательную задачу в другой форме. Вводя функцию Грина

$$\begin{aligned} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) &= G(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, \omega) = \\ &= -\frac{e^{-ik_0 R}}{4\pi R}, R = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \end{aligned}$$

для уравнения Гельмгольца (4), можно свести обратную коэффициентную задачу для (4) к нелинейной относительно неизвестных $u_k(\mathbf{x}', \omega)$, $\xi_k(\mathbf{x}')$, $\mathbf{x}' \in X$ системе интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} u_k(\mathbf{x}, \omega) &= u_0(\mathbf{x}, \omega) + \\ &+ \omega^2 \int_X G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \xi_k(\mathbf{x}') u_k(\mathbf{x}', \omega) d\mathbf{x}', \mathbf{x} \in X, \\ \omega^2 \int_X G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \xi_k(\mathbf{x}') u_k(\mathbf{x}', \omega) d\mathbf{x}' &= \\ = w_k(\mathbf{x}, \omega), \mathbf{x} \in Y, \end{aligned} \quad (6)$$

(см., например, [7, 12–14] и др.). Здесь $u_k(\mathbf{x}, \omega) \in C^2(\mathbb{R}^3)$, $\xi_k(\mathbf{x}) \in C(\mathbb{R}^3)$. Входящие в (6) функции

$$\begin{aligned} u_0(\mathbf{x}, \omega) &= \tilde{g}(\omega) \int_S G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}', \\ w_k(\mathbf{x}, \omega) &= u_k(\mathbf{x}, \omega) - u_0(\mathbf{x}, \omega), \mathbf{x} \in Y, \end{aligned}$$

— это известные (вычислимые) функции, такие, что $u_0(\mathbf{x}, \omega) \in C^2(\mathbb{R}^3)$, $w_k(\mathbf{x}, \omega) \in C^2(\mathbb{R}^3)$.

Во всех этих уравнениях частота ω играет роль параметра. Поэтому мы придерживаемся следующей схемы решения нелинейной системы (6) как обратной задачи для каждой используемой частоты ω :

1) решаем второе уравнение (линейное интегральное уравнение Фредгольма первого рода), записанное в виде

$$\omega^2 \int_X G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) v_k(\mathbf{x}', \omega) d\mathbf{x}' = w_k(\mathbf{x}, \omega), \mathbf{x} \in Y \quad (7)$$

относительно функции

$$v_k(\mathbf{x}', \omega) = \xi_k(\mathbf{x}') u_k(\mathbf{x}', \omega), \mathbf{x}' \in X;$$

2) по найденной $v_k(\mathbf{x}', \omega)$ вычисляем функцию $u_k(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in X$ из первого равенства системы (6), записанного в форме

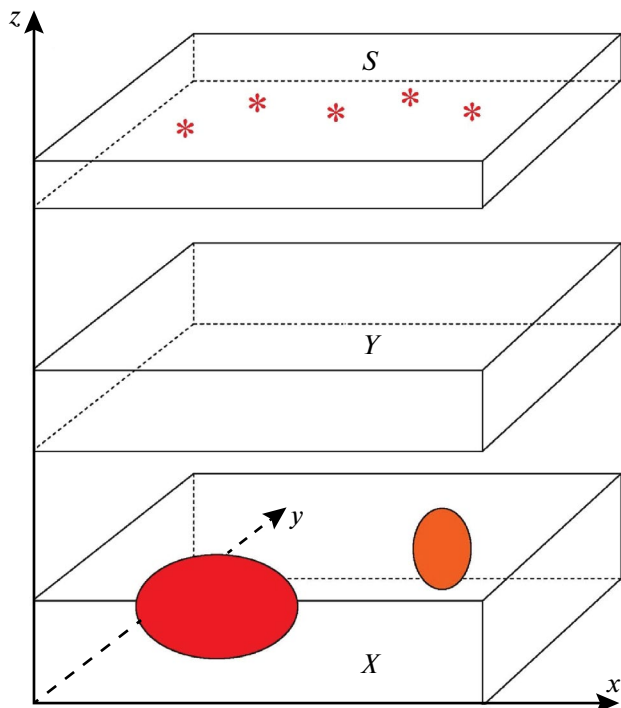


Рис. 2. Геометрическая схема регистрации данных обратной задачи: X — область акустических неоднородностей, Y — область регистрации данных $u_k(x, \omega)$, звездочки — возможные положения источников поля.

$$u_k(x, \omega) = u_0(x, \omega) + \omega^2 \int_X G(x, x', \omega) v_k(x', \omega) dx', \quad x \in X; \quad (8)$$

3) находим функцию $\xi_k(x)$ из уравнения $v_k(x, \omega) = \xi_k(x) u_k(x, \omega)$, $x \in X$, используя найденные функции $v_k(x, \omega)$, $u_k(x, \omega)$.

Обратная задача (6) рассматривалась, например, в [11, 13–19], и там разработаны алгоритмы, позволяющие решать ее за значительное время на суперкомпьютере и другой сложной вычислительной технике. С другой стороны, в работах [25, 26] был предложен экономичный метод, позволяющий решать ее в реальном времени на (ПК) средней производительности. Этот метод и будет применен нами ниже. Он основан на сведении обратной задачи (6) к одномерным интегральным уравнениям в предположении, что области X , Y имеют специальный вид плоских слоев: $X = \mathbb{R}_{xy}^2 \times [z_1, z_2]$, $Y = \mathbb{R}_{xy}^2 \times [z_3, z_4]$. На рис. 2 представлена схема расположения этих областей. Там же условно показано и возможное положение источников.

Будем далее для краткости опускать индекс k в уравнениях (7), (8). Введем двумерное преобразование Фурье $F[\cdot]$ по переменным (x, y) , которое для

произвольной функции $a(x, y, z, \omega) \in L_2(\mathbb{R}_{xy}^2)$ задается в виде

$$\tilde{A}(z, \omega, \Omega) = F[a(x, y, z, \omega)](\Omega) = \int_{\mathbb{R}_{xy}^2} a(x, y, z, \omega) e^{i(\Omega_1 x + \Omega_2 y)} dx dy, \quad \Omega = (\Omega_1, \Omega_2),$$

а также соответствующее обратное преобразование

$$F_{\Omega}^{-1}[\tilde{A}(z, \omega, \Omega)](x, y).$$

Используя преобразования Фурье $\tilde{U}$, $\tilde{U}_0$, $\tilde{G}$, $\tilde{V}$, $\tilde{W}$ функций u , u_0 , G , v , w , выразим через них по теореме о свертке интегралы

$$\begin{aligned} \int_X G(|x - x'|, \omega) v(x', \omega) dx', \quad x \in X; \\ \int_X G(|x - x'|, \omega) v(x', \omega) dx', \quad x \in Y, \end{aligned}$$

входящие в формулы (7), (8). Тогда из этих формул получим совокупность равенств:

$$\begin{aligned} \omega^2 \int_{z_1}^{z_2} \tilde{G}(z - z', \omega, \Omega) \tilde{V}(z', \omega, \Omega) dz' = \\ = \tilde{W}(z, \omega, \Omega), \quad z \in [z_3, z_4] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}(z, \omega, \Omega) = \tilde{U}_0(z, \omega, \Omega) + \\ + \omega^2 \int_{z_1}^{z_2} \tilde{G}(z - z', \omega, \Omega) \tilde{V}(z', \omega, \Omega) dz', \quad z \in [z_1, z_2], \end{aligned} \quad (10)$$

а также формулу

$$\begin{aligned} \tilde{V}(z', \omega, \Omega) = \\ = F[\xi(x, y, z')] F_{\Omega}^{-1}[\tilde{U}(z', \omega, \Omega)](x, y)(\Omega), \quad (11) \\ z' \in [z_1, z_2]. \end{aligned}$$

Отметим, что равенства (9)–(11) связывают величины $\tilde{U}(z, \omega, \Omega)$, $\tilde{G}(z - z', \omega, \Omega)$, $\tilde{V}(z', \omega, \Omega)$, как функции аргументов z, z' , а числа ω, Ω играют роль параметров.

Как уже отмечалось, уравнения (7) для каждого фиксированного ω (или для конечного набора таких частот) могут иметь не единственное решение. Однако каждое такое уравнение имеет единственное нормальное решение (см., например, [27]), т.е. то решение $\bar{v}(x, \omega)$, которое из всех возможных, составляющих множество $\mathcal{V}$, имеет минимальную норму:

$$\|\bar{v}(x, \omega)\|_{L_2(X)} = \min\{\|v(x, \omega)\|_{L_2(X)} : v(x, \omega) \in \mathcal{V}\}.$$

Аналогичные положения верны и для одномерных уравнений (9): для каждого из них существует единственное нормальное решение $\bar{V}(z', \omega, \Omega)$

с минимальной нормой в пространстве $L_2[z_1, z_2]$ из всех возможных решений. Можно установить связь нормальных решений уравнений (9) и нормально-го решения уравнения (7):

$$\bar{v}(\mathbf{x}, \omega) = F_{\Omega}^{-1}[\bar{V}(z', \omega, \Omega)](x, y).$$

Для поиска нормальных решений линейных интегральных уравнений имеются разработанные и многократно апробированные численные методы, устойчивые по отношению к возмущениям данных (регуляризующие алгоритмы, РА) (см., например, [2, 3, 27, 28] и др.).

4. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Равенства (9)–(11) используются для решения вспомогательной обратной задачи (6), причем описанная выше схема ее решения 1)–3) переходит в следующую процедуру.

Алгоритм. Для каждой рассматриваемой частоты ω выполняем следующие шаги.

Шаг 1. По известным величинам u_0 , w , G вычисляем их преобразования Фурье $\tilde{U}_0(z, \omega, \Omega)$, $\tilde{W}_0(z, \omega, \Omega)$, $\tilde{G}(z - z', \omega, \Omega)$.

Шаг 2. Решаем одномерное линейное интегральное уравнение Фредгольма первого рода (9) относительно функции $\tilde{V}_0(z, \omega, \Omega)$, $z \in [z_1, z_2]$, для каждого Ω .

Шаг 3. Вычисляем функцию $\tilde{U}(z, \omega, \Omega)$, $z \in [z_1, z_2]$, из равенства (10), используя найденную $\tilde{V}(z, \omega, \Omega)$.

Шаг 4. С помощью обратного преобразования Фурье по переменной Ω находим по $\tilde{V}(z, \omega, \Omega)$ и $\tilde{U}(z, \omega, \Omega)$ функции $v(x, \omega)$, $u_k(x, \omega)$.

Шаг 5. По ним вычисляем функцию $\xi_k(\mathbf{x})$ из уравнения $v(\mathbf{x}, \omega) = \xi_k(\mathbf{x})u_k(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in X$.

Шаг 6. Вычисляем функцию $c_k(\mathbf{x})$ из равенства $\xi_k(\mathbf{x}) = c_0^{-2} - c_k^{-2}(\mathbf{x})$.

Обсудим конкретную реализацию шагов алгоритма.

А) При выполнении шага 1 проводится дискретизация задачи. Для этого вводится параллелепипед $P = [a_x, b_x] \times [a_y, b_y] \times [a_z, b_z]$, содержащий области X , Y , S . В нем области X и Y заменяются слоями $P_X = [a_x, b_x] \times [a_y, b_y] \times [z_1, z_2]$, и $P_Y = [a_x, b_x] \times [a_y, b_y] \times [z_3, z_4]$ соответственно. Заданные в P_Y функции $u_0(x, \omega)$, $w(x, \omega)$ аппроксимируются на равномерной трехмерной сетке в этой области трехмерными массивами чисел. Тогда двумерные преобразования Фурье по переменным x, y функций $u_0(x, \omega)$, $w(x, \omega)$ соответствуют вычислению дискретных преобразований Фурье по этим переменным в прямоугольнике $[a_x, b_x] \times [a_y, b_y]$, которое выполняется с помощью алгоритма БПФ (быстрого преобразования Фурье). В итоге получаются

параметрические векторы $\hat{\mathbf{u}}_0(\omega, \hat{\Omega}) = [\hat{U}_0(z_p, \omega, \hat{\Omega})]$, $\hat{\mathbf{w}}(\omega, \hat{\Omega}) = [\hat{W}(z_l, \omega, \hat{\Omega})]$, где $\{z_p\}_{p=1}^{N_1}, \{z_l\}_{l=1}^{N_2}$ – одномерные сетки в $[z_1, z_2]$ и в $[z_3, z_4]$ соответственно, а $\hat{\Omega}$ есть переменная двумерного дискретного преобразования Фурье. Аналогичная процедура проводится и для функции $G(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, \omega)$, так что в итоге получается параметрическая матрица $\{\tilde{G}(z_l - z_j, \omega, \hat{\Omega})\}$. В результате уравнения (9), (10) переходят в системы линейных уравнений (СЛАУ)

$$\omega^2 \sum_{j=1}^{N_1} v_{lj} \tilde{G}(z_l - z_j, \omega, \hat{\Omega}) \hat{V}(z_j, \omega, \hat{\Omega}) = \hat{W}(z_l, \omega, \hat{\Omega}), l = 1, \dots, N_2, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}(z_p, \omega, \hat{\Omega}) &= \hat{U}_0(z_p, \omega, \hat{\Omega}) + \\ &+ \omega^2 \sum_{j=1}^{N_1} v_{pj} \tilde{G}(z_p - z_j, \omega, \hat{\Omega}) \hat{V}(z_j, \omega, \hat{\Omega}), \quad (13) \\ p &= 1, \dots, N_1, \end{aligned}$$

в которых конечномерными аналогами неизвестных $\tilde{V}(z', \omega, \hat{\Omega})$, $\tilde{U}(z, \omega, \hat{\Omega})$, являются векторы $[\hat{V}(z_j, \omega, \hat{\Omega})]_{j=1}^{N_1}$, $[\hat{U}(z_p, \omega, \hat{\Omega})]_{p=1}^{N_2}$, а v_{lj} , v_{pj} – квадратные коэффициенты аппроксимации интегралов. Детали описанной процедуры дискретизации можно найти в [25, 26].

Б) Шаг 2 алгоритма связан с решением линейного интегрального уравнения Фредгольма первого рода (9) в пространстве L_2 . Это уравнение и получающаяся в результате его дискретизации система линейных уравнений (12) наследуют типичное свойство исходного уравнения (7) – некорректность постановки этой обратной задачи. Уравнения (7), (9), (12) могут не иметь решений для используемых экспериментальных данных и просто потому, что математическая модель не может их адекватно описать. В случае разрешимости этих обратных задач, возможна неоднозначность решения и неустойчивость решений по отношению к малым вариациям данных. Из теории некорректно поставленных задач известно, что эти трудности преодолеваются с помощью применения специальных РА, позволяющих устойчиво найти приближенные нормальные решения обратных задач ([2, 3, 27, 28] и др.).

По этой причине мы применяем для реализации шага 2 регуляризующий алгоритм, ориентированный на поиск нормальных решений (тихоновская регуляризация, метод TSVD). В результате мы получаем приближенное решение обратной задачи, которое имеет минимальную норму “вторичных источников” $v(x, y, z, \omega) = u(x, y, z, \omega)\xi(x, y, z)$ (см. [14]), и это позволяет выделить соответствующее единственное решение обратной задачи.

В случае малых линейных размеров нестационарных акустических неоднородностей такое нормальное решение оказывается близким к истинным вторичным источникам. В общем же случае для получения на шаге 2 решений, близких к “истинным”, следует учитывать всю доступную дополнительную информацию о вторичных источниках.

Указанные методы регуляризации обоснованы и апробированы в ряде работ (например, в [12, 13] при решении другой обратной задачи). Отметим, что шаг 2 алгоритма является наиболее трудоемким пунктом при использовании алгоритма. Мы решали СЛАУ (12) с помощью различных вариантов метода регуляризации А.Н. Тихонова [16, 17, 27, 28] и с помощью метода TSVD [18, 28]. Обоснование применения этих методов дано с общих позиций теории регуляризации некорректных задач в [12, 13] для аналогичного интегрального уравнения, и здесь мы не повторяем это обоснование. Наилучшие результаты в расчетах получились для метода TSVD с “обрезанием” (см. [18, 28]) по уровню $\delta_0^{2/3}$ сингулярных чисел матриц $A = [A_{ij}] = [v_{ij} \tilde{G}(z_j - z_i, \omega, \Omega)]$. Здесь число δ_0 – уровень среднеквадратичной ошибки данных, который будет точно определен ниже. Эти результаты мы и будем приводить в дальнейшем.

В) Шаги 3, 4 не вызывают вопросов. Что касается шага 5, то на нем уравнения $v(\mathbf{x}, \omega) = \xi_k(\mathbf{x})u_k(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in X$ можно было бы решать отдельно для каждой фиксированной частоты ω . Но тогда вычисляемая величина $\xi_k(\mathbf{x})$ будет, вообще говоря, зависеть от частоты. Чтобы избежать этого, следует решать эту совокупность зависящих от ω уравнений как систему с применением МНК.

Г) Реализация шага 6 очевидна.

5. ПРИЛОЖЕНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА И РЕШЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

В этом разделе мы проиллюстрируем решение основной обратной задачи в форме (5) с помощью многократного применения алгоритма решения вспомогательной задачи.

Первая модельная обратная задача заключается в нахождении по данным зондирования $u_k(\mathbf{x}, \omega)$, $k = 1, 2, \dots, n$, измеряемым в области Y , траектории движущего в области X малого (по сравнению с размером области) тела. Опишем более детально параметры модели. Считаем, что все уравнения модели (т.е. (1), (3), (4), (6) и их следствия (9), (12)) записаны в безразмерной форме, так что $c_0 = 1$ и $k_0 = \omega$. Области Π , Π_X и Π_Y имеют вид:

$$\begin{aligned}\Pi &= [-10, 10] \times [-10, 10] \times [-0.6, 6.5], \\ \Pi_X &= [-10, 10] \times [-10, 10] \times [-0.6, 1.5], \\ \Pi_Y &= [-10, 10] \times [-10, 10] \times [6.01, 6.5].\end{aligned}$$

Пространственное распределение источника $f(\mathbf{x})$ представлено дискретной аппроксимацией δ -функции: $f(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - L)$, где L – отрезок прямой $x = 0$, $y \in [-5, 5]$, $z = 6$, т.е. источник локализован вдоль этого отрезка. Временная зависимость источника определяется формулой $g(t) = e^{-20t} \sin(20\pi t)$, $t \in [0, \Delta t]$, $\Delta t = 1$. Рассматривается 20 импульсов такого источника ($n = 20$). Для того чтобы выяснить скорость работы алгоритма решения обратной задачи на одной частоте, “зондирование” проводится при единственном $\omega = 3$. Модельное решение обратной задачи задается в форме “узкого” трехмерного сферически симметричного гауссиана $\delta c(\mathbf{x}, t)$, наложенного на фон:

$$\begin{aligned}c(\mathbf{x}, t) &= c_0 + \delta c(\mathbf{x}, t); \delta c(\mathbf{x}, t) = \\ &= A \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{h}(t)|^2}{\sigma^2}\right), A = 0.4, \sigma = 0.3,\end{aligned}$$

и движущегося по спирали $\mathbf{h}(t) = (\eta_x, \eta_y, \eta_z)$:

$$\begin{aligned}\eta_x &= -4 + \frac{7}{20}t, \eta_y = 2.5 \cos\left(\frac{\pi t}{10}\right), \\ \eta_z &= 0.5 + 0.65 \sin\left(\frac{\pi t}{10}\right), t \in [0, 20].\end{aligned}$$

Геометрическая схема зондирования вместе с модельным решением показана на рис. 3.

Данные модельного зондирования $u(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in \Pi_Y$ для решения обратной задачи были получены путем решения прямой задачи типа (2) с указанными параметрами в области $\Pi \times [0, 20]$ по методу конечных элементов. Для их обработки при решении обратной задачи применялся предложенный в разделе 4 алгоритм. В алгоритме использовались равномерные сетки в областях Π_X и Π_Y размеров $N \times N \times M$ и $N \times N \times M'$ соответственно с $N = 160$, $M = 61$, $M' = 41$.

В некоторых численных экспериментах данные для решения обратной задачи задавались с модельной ошибкой измерений. В наших расчетах это делалось наложением на функцию $u(\mathbf{x}, \omega)$, $\mathbf{x} \in \Pi_Y$ аддитивной нормально распределенной псевдослучайной помехи с нулевым средним так, что получаемая в итоге приближенная функция $u_\delta(\mathbf{x}, \omega)$ удовлетворяла бы условию

$$\|u_\delta(\mathbf{x}, \omega) - u(\mathbf{x}, \omega)\|_{L_2(\Pi_Y)} \leq \delta \|u(\mathbf{x}, \omega)\|_{L_2(\Pi_Y)} \stackrel{\text{def}}{=} \delta_0.$$

Это соответствует приближенному заданию данных с относительной точностью δ , а число δ_0 моделирует среднеквадратичную погрешность данных.

На рис. 4а показаны в сравнении точное решение обратной задачи и приближенное ее решение

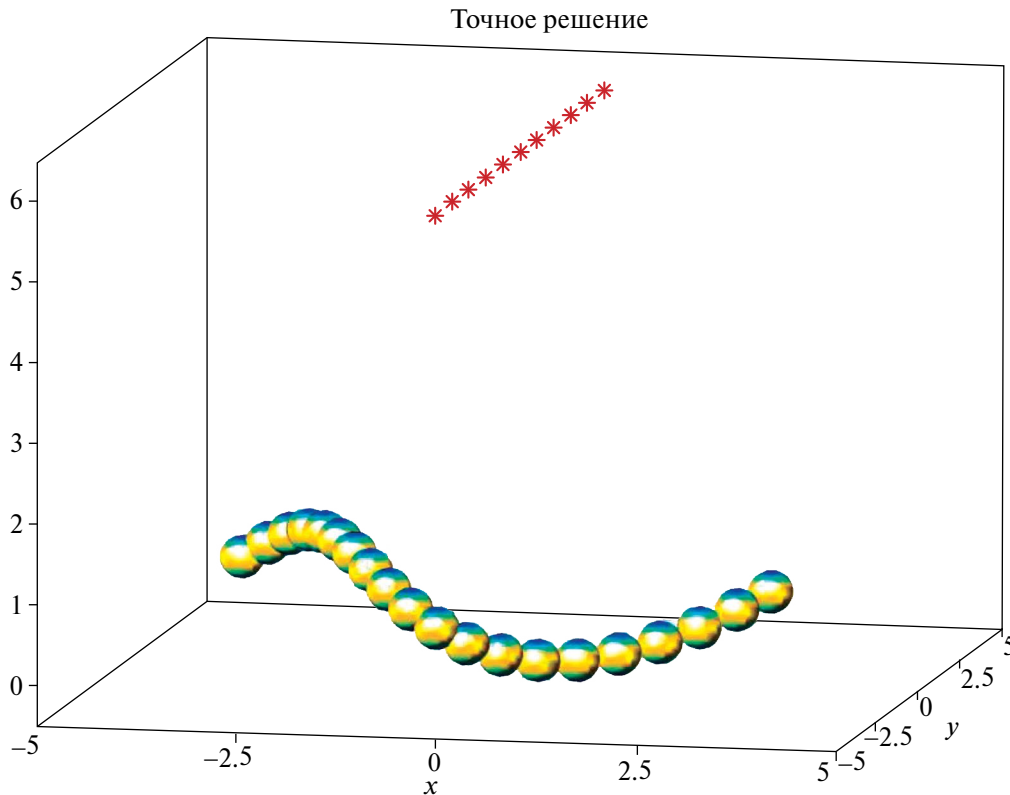


Рис. 3. Модельная геометрическая схема зондирования. Движущаяся неоднородность представлена в дискретные моменты времени как поверхности уровня функции $\delta c(\mathbf{x}, t)$ (на уровне 0.5 от ее максимального значения). Звездочками условно показано расположение источника.

$c_{\text{calc}}(\mathbf{x}, t)$ для точных данных ($\delta = 0$), полученное с помощью предлагаемого алгоритма.

Далее исследовалось влияние ошибки данных на качество получаемого решения. Результаты решения обратной задачи для разных уровней ошибки δ показаны на рис. 4б. Сравнение полученных приближенных решений показывает их значительную чувствительность к уровню возмущения данных.

Представляет интерес нахождение траектории движущего объекта как линии перемещения его “центра масс”, положение которого моделируется для каждого фиксированного t значением $\mathbf{x}$, усредненным по вычисленному относительному возмущению поля скоростей $\delta c_{\text{calc}}(\mathbf{x}, t) = \frac{c_{\text{calc}}(\mathbf{x}, t) - c_0}{\|c_{\text{calc}}(\mathbf{x}, t) - c_0\|_{L_1(\Pi_X)}}$, т.е. вектором

$$(x_M(t), y_M(t), z_M(t)) = \int_{\Pi_X} (x, y, z) \delta c_{\text{calc}}(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}.$$

Соответствующие результаты показаны на рис. 5. Ошибка в нахождении траекторий вычислялась по правилу:

$$\Delta_{tr} = \frac{\sum_{k=1}^n |\eta(t_k) - \eta_{\text{appr}}(t_k)|}{L(\eta)},$$

где $\eta(t)$ – точная траектория, $\eta_{\text{appr}}(t)$ – приближенно найденная траектория, а $L(\eta)$ – длина точной траектории. Отметим, что даже в случае $\delta = 0$ ошибка данных содержит часть, связанную с конечномерной аппроксимацией решаемой обратной задачи. Именно по этой причине величина Δ_{tr} оказывается не нулевой при $\delta = 0$.

Вторая модельная задача, которую мы представим, заключается в нахождении по данным зондирования движущегося прямолинейно локального распределения скоростей в форме гауссиана, который распределен по тору. Все параметры зондирования сохраняются без изменений. Модельное решение в данном случае имеет вид $c(\mathbf{x}, t) = c_0 + 0.4 \exp(-5|R(\mathbf{x} - \boldsymbol{\eta})|)$, где функция

$$R(\mathbf{x}) = ((x - 0.2)^2 + (y + 0.3)^2 + z^2 + R_0^2 - r_0^2)^2 - 4R_0^2((x - 0.2)^2 + z^2)$$

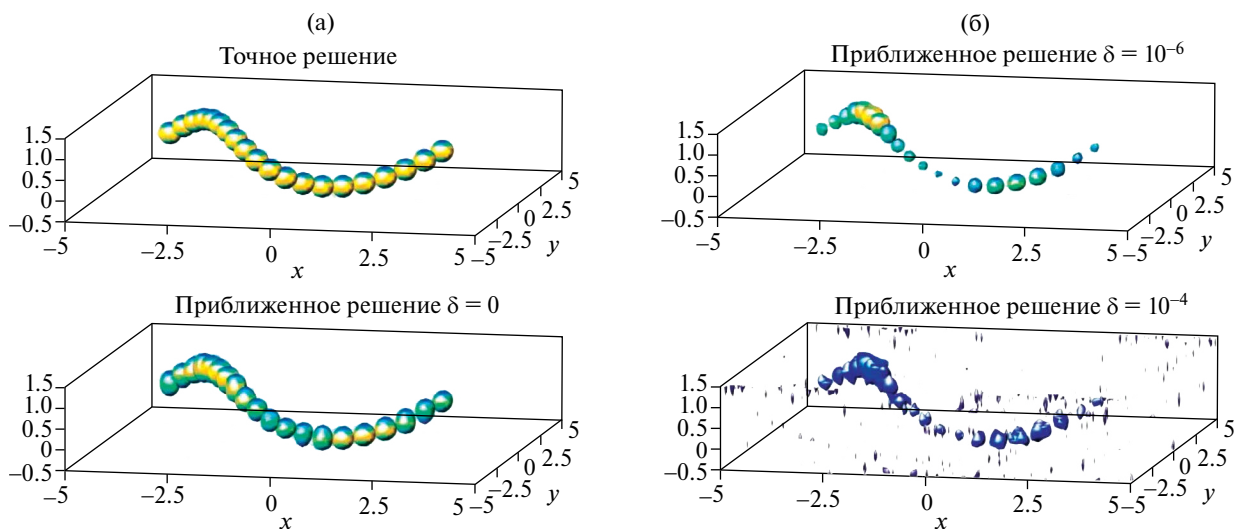


Рис. 4. (а) – Сравнение точного решения и приближенного решения для точных данных ($\delta = 0$). (б) – Приближенные решения для возмущенных данных с $\delta = 10^{-6}$ и $\delta = 10^{-4}$.

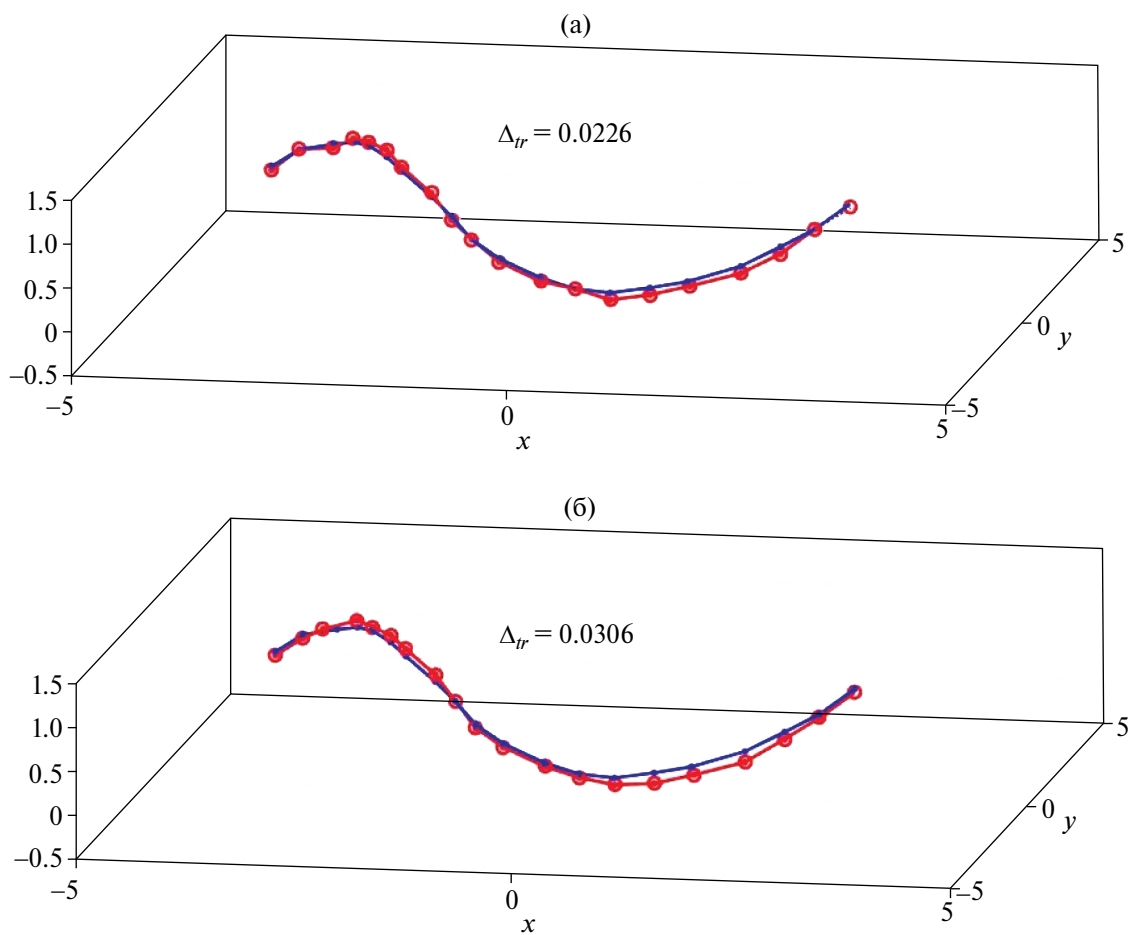


Рис. 5. (а) – Сравнение точной траектории (сплошная линия) и найденных приближенных траекторий (линия с кружками): (а) – для невозмущенных данных ($\delta = 0$), (б) – для возмущенных данных с $\delta = 10^{-6}$.

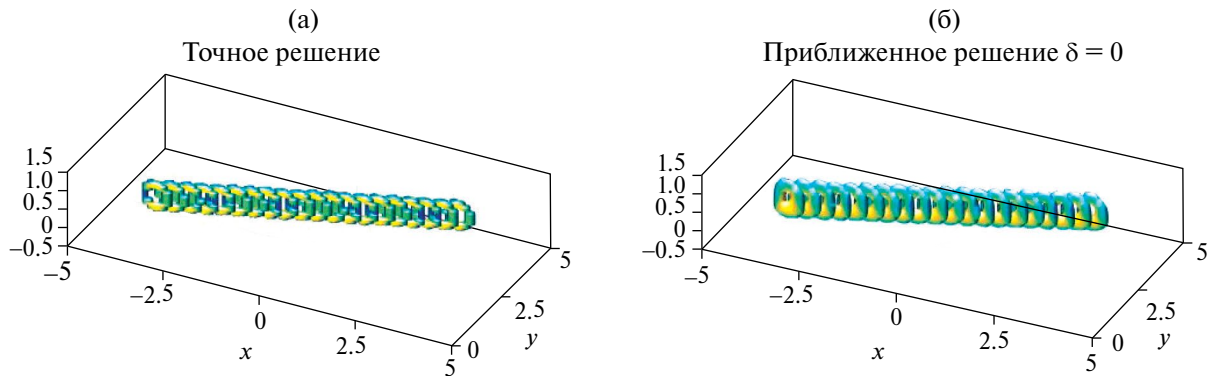


Рис. 6. Сравнение (а) — точного и (б) — приближенного решения для точных данных.

определяет в уравнении $R(\mathbf{x}) = 0$ поверхность тора с параметрами $R_0 = 0.3$, $r_0 = 0.1$, а вектор-функция

$$\begin{aligned} \eta(t) &= (\eta_x, \eta_y, \eta_z), \eta_x = -4 + 7t, \\ \eta_y &= 2.5(1 + t), \eta_z = 0, t \in [0, 20] \end{aligned}$$

задает прямую, по которой происходит сдвиг неоднородности.

На рис. 6 дается сравнение точного решения обратной задачи и ее приближенного решения для точного задания данных. Видно, что приближенное решение достаточно хорошо с качественной точки зрения отражает особенности точного решения. Для этой модельной задачи также проведено исследование влияния различного уровня возмущений данных на точность получаемого решения. Результаты показаны на рис. 7. Так же, как и для первой модельной задачи, можно видеть значительную чувствительность приближенных решений к уровню помех данных. Поэтому в практических приложениях предлагаемой методики следует вводить в постановку обратной задачи адекватные априорные ограничения на искомое решение и соответственно модифицировать алгоритм из раздела 4. Однако это требует дополнительных исследований, выходящих за рамки данной статьи.

6. ОБСУЖДЕНИЕ СВОЙСТВ ПРЕДЛАГАЕМОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ И ВЫВОДЫ

Все вычисления проводились в системе МАТЛАБ на ПК с процессором Intel (R) Core (TM) i7-7700 CPU 3.60 GHz, ОЗУ 16Гб. Алгоритм решения трехмерной обратной задачи оказался достаточно быстрым: нахождение трехмерной функции $s(\mathbf{x}, t)$ вида (5) для одного значения t (т.е. на интервале типа (t_{k-1}, t_k)) требует около 10–15 с для пространственных сеток указанного выше размера.

Решаемая обратная задача весьма чувствительна к ошибкам входных данных, как можно видеть при рассмотрении рис. 5, 8. Это связано с весьма быстрым убыванием сингулярных чисел матриц $[A_{ij}] = [v_{ij}G(z_i - z_j, \omega, \Omega)]$ СЛАУ (12), решаемых на шаге 2 алгоритма. Такое убывание является специфической особенностью решаемой обратной задачи, а точнее, ядра интегрального уравнения (9), т.е. функции Грина прямой задачи. Аналогичное свойство обратной коэффициентной задачи для волнового уравнения отмечалось ранее в работах [12, 13]. Подтверждающие это соответствующие теоретические оценки устойчивости при различных априорных предположениях на точное решение можно найти в [2, 3].

Тем не менее, при достаточно малых возмущениях данных алгоритм для рассматриваемой трехмерной обратной задачи позволяет достаточно точно решить ее за разумное время на ПК средней производительности.

Таким образом, из приведенных результатов численных экспериментов и других проведенных нами экспериментов подобного рода можно сделать следующие выводы.

1. Рассматриваемая трехмерная обратная задача акустического зондирования нестационарной среды (в рамках использованной модели) может быть решена для достаточно мелких сеток за сравнительно малое время с помощью предложенного алгоритма. Алгоритм позволяет достаточно надежно определять положения и форму траектории движения небольших неоднородностей акустической среды при данных с малыми ошибками. Алгоритм может быть модифицирован для задач зондирования нестационарной среды в цилиндрической или сферической области по аналогии с работой [26].

2. Исходная обратная задача, основанная на уравнениях (4) и рассматриваемая для конечного набора частот, имеет, вообще говоря, не единственное решение. Для выделения определенного

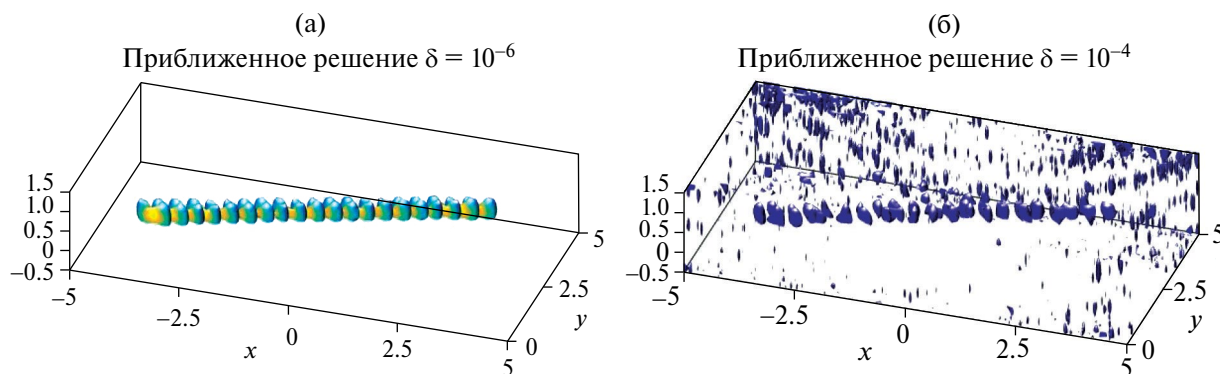


Рис. 7. Приближенные решения для разных уровней ошибок данных: (а) — $\delta = 10^{-6}$, (б) — $\delta = 10^{-4}$.

решения необходимо использовать дополнительную информацию об искомой функции $c(\mathbf{x}, t)$ или о связанных с ней величинах. При отсутствии значимой информации такого рода в нашем алгоритме используется предположение (5) о ее виде и поиск нормального решения интегрального уравнения (7), т.е. минимального значения нормы величины $v(\mathbf{x}', \omega) = \xi_k(\mathbf{x}')u_k(\mathbf{x}', \omega)$.

В случае, когда уравнение (7) имеет единственное решение при рассматриваемом наборе частот, это решение совпадает с найденным нормальным.

3. Рассматриваемая обратная задача, основанная на уравнениях (4) и решаемая отдельно на каждой частоте, сама по себе весьма чувствительна к возмущениям данных: для получения детального приближенного решения требуются данные, измеренные с большой точностью. Эта особенность задачи связана с видом ядра интегрального уравнения (7), его сингулярными числами и не зависит от используемого алгоритма решения этого уравнения. Устойчивость исходной обратной задачи можно повышать, вводя дополнительные априорные ограничения на решения. Это позволит использовать предложенный алгоритм в практических приложениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 22-71-10070) для первого автора и Программы повышения конкурентоспособности Национального исследовательского ядерного университета МИФИ (проект 02.a03.21.0005 от 27.08.2013) для второго автора. Основные результаты разделов 1–3 получены за счет гранта РФФИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ладыженская О.А. Смешанная задача для гиперболического уравнения. М.: Государственное издательство технико-математической литературы, 1953.
2. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1973.
3. Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A. Methods for solving inverse problems in mathematical physics. CRC Press, 2000.
4. Лаврентьев М.М. Об одной обратной задаче для волнового уравнения // Докл. Акад. наук СССР. 1964. Т. 157. № 3. С. 520–521.
5. Аниконов Ю.Е. Теорема единственности решения обратной задачи для волнового уравнения // Матем. заметки. 1976. Т. 19. № 2. С. 211–214.
6. Бухгейм А.Л., Яхно В.Г. О двух обратных задачах для дифференциальных уравнений // Докл. Акад. Наук СССР. 1976. Т. 229. № 4. С. 785–786.
7. Ramm A.G. Multidimensional Inverse Scattering Problems. Pitman Monogr. Surv. Pure Appl. Math. 51. Harlow: Longman Scientific & Technical, 1992.
8. Beilina L., Klibanov M.V. Approximate Global Convergence and Adaptivity for Coefficient Inverse Problems. New York: Springer, 2012.
9. Kabanikhin S.I., Satybaev A.D., Shishlenin M.A. Direct Methods of Solving Multidimensional Inverse Hyperbolic Problems. Utrecht: VSP, 2004.
10. Belishev M.I. Recent progress in the boundary control method // Inverse Problems. 2007. V. 23. № 5. P. 1–67.
11. Пестов Л.Н., Болгова В.М., Данилин А.Н. Численная реконструкция трехмерной скорости звука методом граничного управления // Вестн. Югорского государственного ун-та. 2011. Вып. 3. С. 92–98.
12. Colton D., Kress R. Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory. 2nd ed. Appl. Math. Sci. 93. Berlin: Springer, 1998.
13. Горюнов А.А., Сасковец А.В. Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: Изд-во Московского ун-та, 1989.
14. Буров В.А., Румянцев О.Д. Обратные волновые задачи акустической томографии. Часть 2. Обратные задачи акустического рассеяния. М.: ЛЕНАНД, 2020.

15. *Bakushinsky A., Goncharsky A.* Ill-Posed Problems: Theory and Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.
16. *Bakushinsky A.B., Kokurin M.Yu.* Iterative methods for approximate solution of inverse problems. Mathematics and Its Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.
17. *Гончарский А.В., Романов С.Ю.* О двух подходах к решению коэффициентных обратных задач для волновых уравнений // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2012. Т. 52. № 2. С. 263–269.
18. *Гончарский А.В., Романов С.Ю.* Суперкомпьютерные технологии в разработке методов решения обратных задач в УЗИ-томографии // Вычисл. методы и программирование: новые вычисл. технологии. 2012. Т. 13. № 1. С. 235–238.
19. *Евстигнеев Р.О., Медведик М.Ю., Смирнов Ю.Г., Цупак А.А.* Обратная задача восстановления неоднородностей тела для ранней диагностики заболеваний с помощью микроволновой томографии // Изв. выс. учеб. завед. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2017. Т. 44. № 4. С. 3–17.
20. *Новиков Р.Г.* Восстановление двумерного оператора Шредингера по амплитуде рассеяния при фиксированной энергии // Функцион. анализ и его прил. 1986. Т. 20. № 3. С. 90–91.
21. *Буров В.А., Алексеенко Н.В., Румянцева О.Д.* Многочастотное обобщение алгоритма Новикова для решения обратной двумерной задачи рассеяния // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 784–798.
22. *Буров В.А., Вечерин С.Н., Морозов С.А., Румянцева О.Д.* Моделирование точного решения обратной задачи акустического рассеяния функциональными методами // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 4. С. 516–536.
23. *Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Лекции по математической физике. М.: Изд-во Московского ун-та, 1993.
24. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. Т. 2. М.: ГИТТЛ, 1951.
25. *Бакушинский А.Б., Леонов А.С.* К численному решению обратной многочастотной задачи скалярной акустики // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2020. Т. 60. № 6. С. 1013–1026.
26. *Бакушинский А.Б., Леонов А.С.* Быстрый алгоритм решения трехмерной обратной многочастотной задачи скалярной акустики с данными в цилиндрической области // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2022. Т. 62. № 2. С. 289–304.
27. *Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г.* Нелинейные некорректные задачи. Изд. 2. М.: КУРС, 2017.
28. *Леонов А.С.* Решение некорректно поставленных обратных задач: Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. Изд. 2. М.: Либроком, 2013.

РЕЧЬ ВЗРОСЛЫХ В РАЗНЫХ ЭМОЦИОНАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЯХ: ВРЕМЕННЫЕ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© 2024 г. А. В. Куражова^{a, b, *}

^aСанкт-Петербургский государственный университет,
Университетская наб. 7/9, Санкт-Петербург, 199034 Россия

^bСанкт-Петербургский государственный педиатрический медицинский университет,
Литовская 2, Санкт-Петербург, 194100 Россия

*e-mail: avk_spb@bk.ru

Поступила в редакцию 21.03.2023 г.

После доработки 21.06.2023 г.

Принята к публикации 19.09.2023 г.

Работа направлена на определение индивидуальных особенностей речи взрослых в разных эмоциональных состояниях. Изучены акустические характеристики речи 12 взрослых носителей русского языка. Проведена аудиозапись речи информантов при произнесении текста-бесмыслицы в эмоциональных состояниях: радость, гнев, печаль, страх, нейтральное. Временные и спектральные характеристики речи анализировали в звуковом редакторе Cool Edit Pro. В речи мужчин максимальный диапазон частоты основного тона выявлен в высказываниях, произнесенных в нейтральном состоянии и состоянии радости, минимальный — в состоянии печали. Для женской речи — максимальный диапазон частоты основного тона в состоянии радости и в состоянии гнева, наименьший — в состоянии печали и в нейтральном состоянии. Диапазон частоты основного тона в женской речи больше, по сравнению с мужской. Для 7 информантов показано, что длительность высказываний в состоянии печали была больше по сравнению с другими состояниями, а в состоянии радости — минимальна. Как мужские, так и женские высказывания в состоянии радости характеризовались максимальными значениями диапазона частоты основного тона, в состоянии печали, наоборот минимальными, паузы между словами в высказываниях в состоянии печали выявлены как у мужчин, так и у женщин. Таким образом, выявлены различия во временных и спектральных характеристиках высказываний в разных эмоциональных состояниях. Определены индивидуальные особенности проявления эмоционального состояния в речи взрослых.

Ключевые слова: акустика речи, эмоциональное состояние, частота основного тона, диапазон частоты основного тона, длительность высказывания, длительность пауз

DOI: 10.31857/S0320791924010124 EDN: ZNRKAG

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важных факторов, определяющих эффективность общения между людьми, является способность точно определять эмоции по речи [1]. Распознавание эмоций играет важную роль при взаимодействии человека и компьютера — во многих приложениях эмоции пользователя распознаются только по голосовой модальности на основании паралингвистической информации [2].

Разрабатываются интеллектуальные системы комплексного паралингвистического анализа речи взрослых [3]. В настоящее время идет работа по созданию базы данных эмоциональной речи, и строятся модели для распознавания эмоциональных состояний русскоязычных детей по речи [4, 5].

В классических работах, посвященных изучению проявления эмоций в речи, представлены разные модели эмоциональных состояний: имитация эмоций профессиональными актерами, певцами, воспроизведение эмоций в речи под гипнозом, эмоциональные состояния в условиях психиатрической клиники, естественное эмоциональное состояние человека в экстремальных ситуациях [6–12].

Показано, что изменение эмоционального состояния отражается в акустико-фонетических параметрах речевого сигнала. Характеристиками речевого сигнала, позволяющими определить эмоциональное состояние говорящего, являются громкость, изменение частоты основного тона (ЧОТ), величина “изрезанности” мелодического контура, изменение темпа речи [7].

При изучении певческой речи выявлено, что каждая из эмоций — радость, горе, гнев, страх — выражается изменением совокупности свойств звука: силы, высоты, тембра, темпо-ритмических характеристик [11]. Например, горе характеризуется наибольшей длительностью слога, медленным нарастанием и спадом силы звука. Гнев — резкими переходами, обрывками звука, большой силой голоса, зловещим звенящим или шипящим тембром. Для страха отличительными оказались резкие перепады силы голоса, сильное нарушение ритма мелодии, резкое увеличение пауз [11]. При этом для каждого исполнителя отмечают индивидуальную специфику комбинации голосовых средств для выражения эмоций.

Ключевыми акустическими характеристиками речи для определения эмоционального состояния говорящего является изменение во времени ЧОТ и интенсивности [9]. Так, при сильном эмоциональном возбуждении изменение ЧОТ может составлять до двух октав. Показано, что для некоторых эмоций характерны значительные изменения спектральных характеристик речевого сигнала: изменение диапазона ЧОТ резкое или более плавное, изменение формантных частот ударных гласных и их интенсивности [13].

Существует другой подход к оценке работы голосового источника, который предполагает создание математических моделей, позволяющих связать параметры голосового источника с фазово-частотными характеристиками сегментов речевого сигнала, что может быть использовано для идентификации диктора по голосу [14, 15].

В настоящее время создание моделей распознавания эмоций в речи человека является одной из наиболее развивающихся областей компьютерной паралингвистики [16, 17]. Исследователи в области автоматического распознавания речи осуществляют поиск набора признаков для гарантированного распознавания эмоций в речи [18]. Экспертные наборы признаков, основанные на знаниях об акустических свойствах речевых сигналов — просодических, спектральных, энергетических, вокализованных, — используются в качестве основы для решения разных задач компьютерной паралингвистики, в том числе распознавания эмоций [19].

Таким образом, современные работы посвящены автоматическому распознаванию эмоций в речи [18, 20–22], однако исследования характеристик взрослой эмоциональной речи с учетом индивидуальных особенностей демонстрации эмоционального состояния говорящим, которые могли бы служить в качестве контроля для сравнения с характеристиками эмоциональной детской речи, практически отсутствуют.

Данное исследование проводится в рамках работ, направленных на определение временных

и спектральных характеристик эмоциональной речи на материале русского языка [5, 23–24] и является частью проекта, посвященного разработке комплексного методического подхода к оценке эмоциональной сферы детей [25].

Цель работы — определить временные и спектральные характеристики речи взрослых в разных эмоциональных состояниях.

МЕТОДИКА

Участниками исследования стали 12 взрослых носителей русского языка (6 мужчин и 6 женщин, возраст 25.3 ± 4.5 и 24.5 ± 4.8 лет соответственно), не имевших нарушений слуха и речи. Дикторы получили инструкцию произносить фразу Л. В. Щербы “Глѡкая кѹздра штѣко будланѹла бѡкра и курдѣчит бокрѣнка”, демонстрируя разные эмоциональные состояния: радость, гнев, печаль, страх, нейтральное состояние. Проводили аудиозапись речи информантов с использованием магнитофона “Marantz PMD660” с выносным микрофоном “Sennheizer e835S”. Микрофон устанавливали на расстоянии 30–50 см от лица диктора. Аудиофайлы сохраняли в формате wav, 48 000 Гц, 16 бит. Параллельно с аудиозаписью регистрировали частоту сердечных сокращений, которая отражала степень возбуждения диктора.

Для оценки точности выполнения диктором поставленной перед ним задачи проводили перцептивный эксперимент. С этой целью созданы 2 аудиотеста: один включал фразы, произнесенные мужчинами, второй — женщинами. Каждый тест включал по 30 фраз, произнесенных информантами в разных эмоциональных состояниях. Фразы дикторов были замешаны в случайном порядке. Длительность каждого теста составила 6 мин. Тесты предъявляли двум группам аудиторов. Первая группа — специалисты с опытом работы в области речевых исследований — эксперты, 8 человек (4 мужчины, 4 женщины, средний возраст, 35.5 ± 11 лет). Вторая группа прослушивающих тесты без опыта работы в области речевых исследований — 50 студентов 1 курса, обучающихся по специальности “Педиатрия” — аудиторы (11 мужчин, 39 женщин, средний возраст 18.9 ± 2.4 лет). Для всех дикторов и экспертов проводили проверку слуха методом тональной аудиометрии в условиях лаборатории в звукоизолированной камере с использованием аудиометра АА-02. Пороги слуха в пределах возрастной нормы — не превышают 25 дБ. Эксперты получали задания определить эмоциональное состояние диктора и степень выраженности эмоции (описать в баллах от 1 до 3 — нет, слабо выражена, сильно выражена) при прослушивании каждой фразы, аудиторы — определить эмоциональное состояние диктора.

По результатам эксперимента строили матрицы спутывания [16], позволяющие оценить

вероятность правильного распознавания и ошибки, которые допускают аудиторы при определении эмоционального состояния информантов. Матрица спутывания представляет собой таблицу, строки которой соответствуют заданным (прогнозируемым) классам, столбцы – фактическим значениям (реальным классам). Вычисляли: полноту (recall) – долю найденных образцов, принадлежащих к классу, относительно всех образцов этого класса в тестовой выборке; точность (precision) – долю образцов, действительно принадлежащих данному классу, относительно всех образцов, которые отнесли к данному классу; UAR (Unweighted Average Recall) – усредненную полноту для всех эмоциональных состояний, указывающую на среднюю вероятность распознавания.

Анализ временных и спектральных характеристик речи проводили в звуковом редакторе Cool Edit Pro. Для каждого высказывания определяли среднее значение ЧОТ ($F_{\text{ср}}$), максимальное (F_{max})

и минимальное значение ЧОТ (F_{min}), диапазон частоты основного тона (разность между максимальным и минимальным значением ЧОТ, $F_{\text{max}} - F_{\text{min}}$), длительность всего высказывания, длительность пауз между словами. Статистическую обработку данных проводили в программе “Statistica 10.0” с использованием непараметрического критерия Манна–Уитни. Исследование одобрено Этическим комитетом СПбГУ, протокол № 115-02-2 от 06.04.2022.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Анализ результатов перцептивного эксперимента показал, что эксперты и аудиторы без опыта работы в области речевых исследований достоверно распознают эмоциональные состояния, демонстрируемые в речи дикторами-мужчинами и дикторами-женщинами (значения полноты для всех эмоциональных состояний 0.58–0.75).

Таблица 1. Распознавание экспертами эмоциональных состояний, демонстрируемых дикторами-мужчинами (% ответов)

	Радость	Нейтральное	Печаль	Страх	Гнев
Радость	60	38	2	0	0
Нейтральное	2	54	24	7	13
Печаль	2	13	79	6	0
Страх	15	7	17	52	9
Гнев	4	15	4	10	67
Total	84	126	126	75	89
Recall	0.60	0.54	0.79	0.52	0.67
Precision	0.72	0.43	0.63	0.70	0.76
F1-score	0.66	0.48	0.70	0.60	0.71
UAR	0.63				

Таблица 2. Распознавание аудиторami эмоциональных состояний, демонстрируемых дикторами-мужчинами (% ответов)

	Радость	Нейтральное	Печаль	Страх	Гнев
Радость	60	32	6	1	1
Нейтральное	5	73	11	8	3
Печаль	3	29	61	6	0
Страх	11	19	20	39	11
Гнев	10	20	7	5	57
Total	90	173	105	59	73
Recall	0.60	0.73	0.61	0.39	0.57
Precision	0.67	0.42	0.58	0.66	0.79
F1-score	0.63	0.53	0.59	0.49	0.66
UAR	0.58				

Таблица 3. Распознавание экспертами эмоциональных состояний, демонстрируемых дикторами-мужчинами (% ответов)

	Радость	Нейтральное	Печаль	Страх	Гнев
Радость	66	23	0	2	9
Нейтральное	0	88	13	0	0
Печаль	0	18	80	1	1
Страх	0	9	7	65	19
Гнев	2	10	0	10	78
Total	68	148	100	78	107
Recall	0.66	0.88	0.80	0.65	0.78
Precision	0.97	0.59	0.80	0.83	0.73
F1-score	0.79	0.71	0.80	0.73	0.76
UAR	0.75				

Таблица 4. Распознавание аудиторами эмоциональных состояний, демонстрируемых дикторами-женщинами (% ответов)

	Радость	Нейтральное	Печаль	Страх	Гнев
Радость	69	26	2	1	3
Нейтральное	1	81	12	3	3
Печаль	0	24	66	3	3
Страх	1	11	10	56	12
Гнев	8	12	1	4	69
Total	79	153	91	66	90
Recall	0.69	0.81	0.66	0.56	0.69
Precision	0.87	0.53	0.73	0.84	0.77
F1-score	0.77	0.64	0.70	0.67	0.73
UAR	0.68				

Аудиторы обеих групп распознают состояния “радость”, “печаль” и “гнев” с большей вероятностью, чем состояния “страх” и “нейтральное” (табл. 1, 2). Эксперты распознают состояния “печаль” и “страх” лучше, чем аудиторы без опыта. Аудиторы без опыта распознают состояния “радость”, “нейтральное” и “печаль” лучше, чем состояния “страх” и “гнев”.

Эмоциональные состояния, демонстрируемые дикторами-женщинами, эксперты и аудиторы без опыта (табл. 3, 4) распознают с более высокой вероятностью, чем эмоциональные состояния, демонстрируемые мужчинами (UAR – 0.75 и 0.69 соответственно). Эксперты с высокой вероятностью распознают все состояния. Аудиторы без опыта лучше распознают состояния “радость”, “нейтральное”, “печаль” и “гнев”, с меньшей вероятностью состояние “страх”.

Результаты перцептивного эксперимента показали, что дикторы, несмотря на отсутствие

актерского опыта, выполнили поставленную перед ними задачу.

На основании инструментального спектрографического анализа выявлены различия по значениям разности диапазона ЧОТ, длительности высказываний дикторов при демонстрации разных эмоциональных состояний.

Максимальный диапазон значений ЧОТ в мужской речи выявлен в высказываниях, произнесенных в нейтральном состоянии и состоянии радости ($p < 0.05$), минимальный – в состоянии печали (табл. 5). В речи женщин максимальные значения диапазона ЧОТ выявлены в состоянии радости и в состоянии гнева ($p < 0.05$), наименьшие – в состоянии печали и в нейтральном состоянии (табл. 6). Диапазон значений ЧОТ в разных эмоциональных состояниях в женской речи больше, по сравнению с мужской ($p < 0.05$). Не выявлено значимых различий по средним значениям ЧОТ в высказываниях, произнесенных

Таблица 5. Временные и спектральные характеристики речи мужчин в разных эмоциональных состояниях

Состояние \ Характеристики	Нейтральное	Радость	Гнев	Печаль	Страх
F_{0cp} , Гц	150 ± 7	160 ± 13	156 ± 38	148 ± 5	150 ± 6
F_{0max} , Гц	178 ± 6	206 ± 13	187 ± 42	172 ± 6	169 ± 20
F_{0min} , Гц	103 ± 6	103 ± 6	109 ± 24	109 ± 11	103 ± 7
$F_{0max} - F_{0min}$, Гц	75 ± 13	103 ± 6	125 ± 48	62 ± 10	65 ± 13
Длительность высказывания, мс	4128 ± 395	3764 ± 11	3950 ± 625	$4391^* \pm 5$	4005 ± 62

Примечание: в таблице представлены средние значения и стандартные отклонения каждого параметра, * – $p < 0.05$ – критерий Манна–Уитни.

Таблица 6. Временные и спектральные характеристики речи женщин в разных эмоциональных состояниях

Состояние \ Характеристики	Нейтральное	Радость	Гнев	Печаль	Страх
f_{0cp} , Гц	219 ± 24	250 ± 64	250 ± 64	226 ± 19	256 ± 58
F_{0max} , Гц	265 ± 24	$367^* \pm 80$	$312^* \pm 57$	289 ± 55	305 ± 65
F_{0min} , Гц	188 ± 1	188 ± 19	188 ± 29	188 ± 1	196 ± 19
$F_{0max} - F_{0min}$, Гц	78 ± 23	$186^* \pm 72$	$125^* \pm 48$	101 ± 55	109 ± 48
Длительность высказывания, мс	4429 ± 782	4383 ± 444	4321 ± 273	4795 ± 998	4434 ± 633

Примечание: в таблице представлены средние значения и стандартные отклонения каждого параметра, * – $p < 0.05$ – критерий Манна–Уитни.

Таблица 7. Индивидуальные различия в группах дикторов

Дикторы	UAR экспертов и аудиторов	Степень выраженности эмоционального состояния ¹	Изменение ЧОТ	Временные характеристики	Стратегия
Мужчины					
1	0.57	1.85 ± 0.24	–	+	2
2	0.79	2.48 ± 0.42	+	+	3
3	0.68	1.93 ± 0.31		+	2
4	0.24	1.55 ± 0.34	–	–	–
5	0.66	1.88 ± 0.48	–	+	2
6	0.54	2.1 ± 0.44	+	+	3
Женщины					
7	0.68	2.1 ± 0.35	+	+	3
8	0.69	2.3 ± 0.64	+	–	1
9	0.74	1.7 ± 0.27	–	+	2
10	0.58	1.85 ± 0.24	+	–	1
11	0.92	2.68 ± 0.30	+	+	3
12	0.85	2.4 ± 0.36	+	–	1

¹ – Согласно балльной оценке аудиторов, представлены средние значения и стандартные отклонения.

мужчинами и женщинами в разных эмоциональных состояниях.

По длительности высказываний в разных эмоциональных состояниях значимых различий не выявлено.

В речи мужчин паузы отсутствовали в состоянии радости и нейтральном, паузы присутствовали в высказываниях в состоянии страха, печали и гнева, максимальные значения длительности пауз между словами в состоянии страха. У женщин паузы в высказываниях присутствовали в состоянии печали, радости и нейтральном, максимальные значения длительности пауз зарегистрированы в состоянии печали.

В табл. 7 на основе данных перцептивного эксперимента и инструментального спектрографического анализа представлены индивидуальные различия в группах дикторов. Показано, что при высокой точности распознавания эмоциональных состояний, демонстрируемых дикторами, за исключением диктора № 4, наблюдаются различия в стратегиях проявления эмоционального состояния. Стратегия 1 — изменение значений диапазона ЧОТ в разных эмоциональных состояниях, стратегия 2 — изменение временных характеристик высказывания, стратегия 3 — изменение значений диапазона ЧОТ и временных характеристик высказывания. Для дикторов-мужчин № 1, 3, 5 характерна стратегия 2, для дикторов-мужчин № 2 и № 6 — стратегия 3. У трех дикторов-женщин (№ 8, 10, 12) выявлена стратегия 1, у двух — стратегия 3 и только у 1 диктора-женщины — стратегия 2 (№ 9).

Представлены значения разности между максимальным и минимальным ЧОТ диктора-женщины

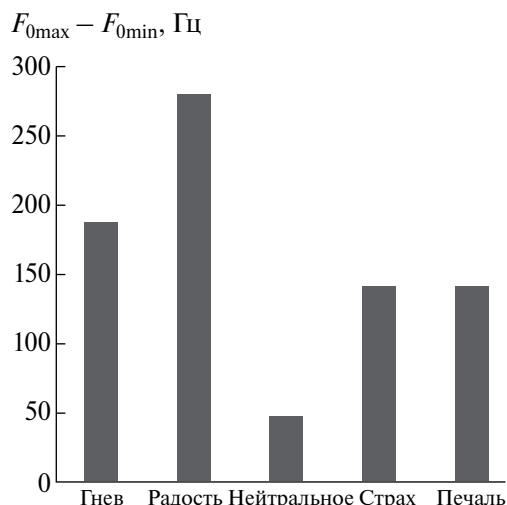


Рис. 1. Значения диапазона ЧОТ в речи диктора-женщины № 12 в разных эмоциональных состояниях.

№ 12, в речи которой эмоции были выражены наиболее ярко (рис. 1). Минимальное значение диапазона ЧОТ характерно для нейтрального состояния — 48 Гц, максимальное для состояния радости — 279 Гц, в состоянии агрессии и страха не выявлено различий по значениям диапазона ЧОТ — 188 Гц, печаль 140 Гц.

У другого участника исследования (диктора № 1) различий по значениям диапазона ЧОТ не выявлено. При этом высказывания в разных эмоциональных состояниях различались по временным характеристикам: по длительности высказывания, по

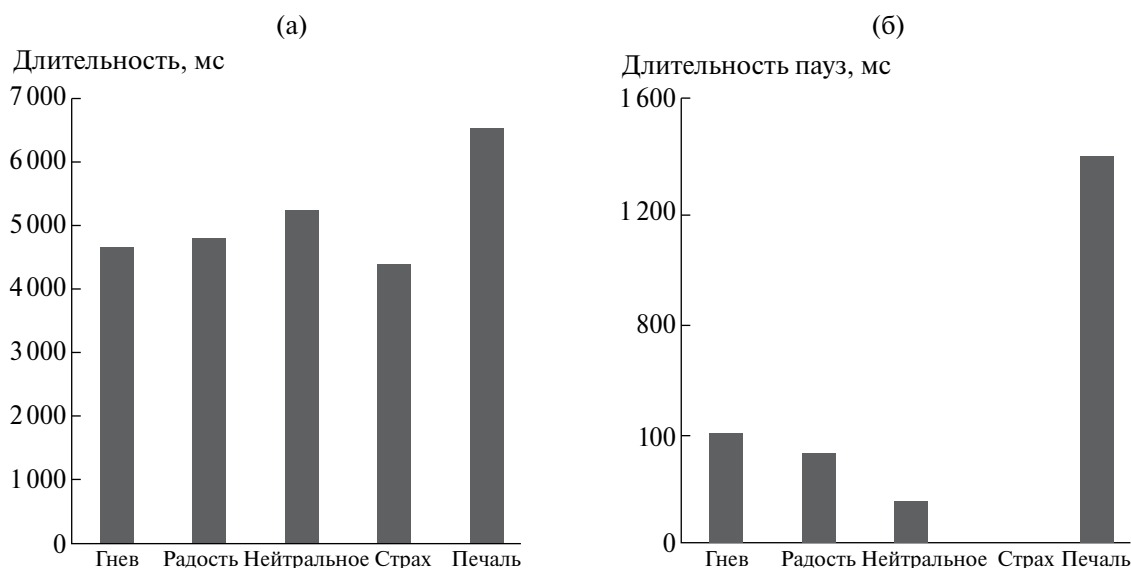


Рис. 2. (а) — Значения длительности высказывания и (б) — пауз внутри высказывания в речи диктора № 1 в разных эмоциональных состояниях.

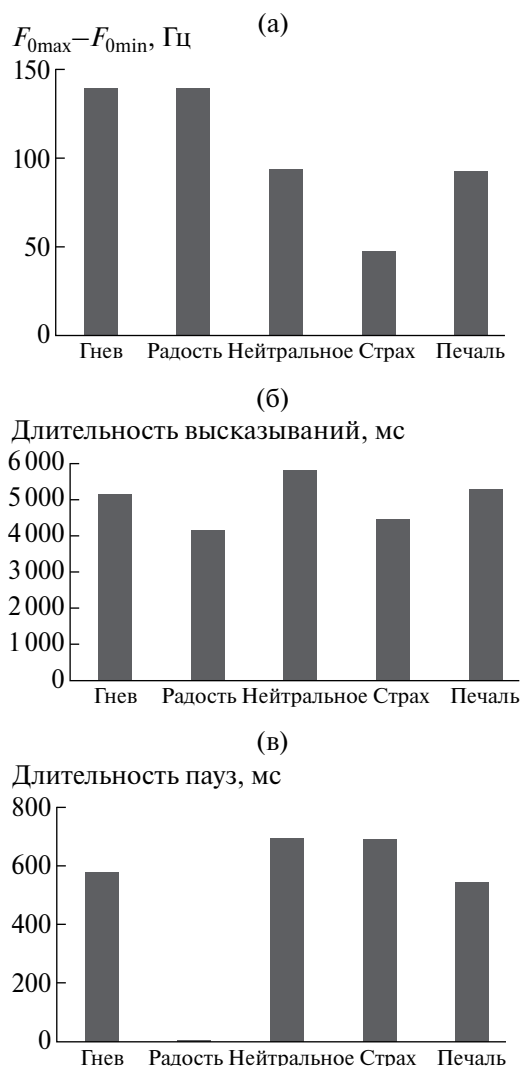


Рис. 3. (а) — (а) — Значения диапазона ЧОТ, (б) — длительности высказываний и (в) — пауз внутри высказывания диктора-женщины № 11 в разных эмоциональных состояниях.

длительности пауз внутри высказывания (рис. 2). Наибольшая длительность высказывания была характерна для состояния печали — 6569 мс. Выявлены большие паузы между словами. Наиболее коротким было высказывание в состоянии страха — 4785 мс, при этом пауз между словами не выявлено. Высказывание в состоянии гнева было незначительно короче, чем в состоянии радости, но длительность пауз в состоянии гнева была больше.

Еще одна стратегия проявления эмоционального состояния в речи — высказывания, произнесенные диктором № 11 в разных эмоциональных состояниях, различаются по совокупности спектральных и временных характеристик (рис. 3).

Максимальные значения диапазона ЧОТ, зарегистрированные в высказываниях диктора № 11

в состоянии гнева и радости (140 Гц), превышают значения диапазона ЧОТ в нейтральном состоянии и в состоянии печали. Минимальное значение диапазона ЧОТ зарегистрировано в состоянии страха. В состоянии гнева общая длительность высказывания больше, чем в состоянии радости. При этом диктор в состоянии гнева делает паузы между словами (574 мс), в состоянии радости паузы между словами отсутствуют. В нейтральном состоянии и в состоянии печали диапазон ЧОТ одинаков. Длительность высказывания в нейтральном состоянии больше за счет более длительных пауз, по сравнению с состоянием печали, в котором в высказывании длительность гласных в конце слова больше, чем в высказывании в нейтральном состоянии.

ОБСУЖДЕНИЕ

В работе представлены данные о временных и спектральных характеристиках высказываний взрослых, произнесенных в разных эмоциональных состояниях. В качестве дикторов выбраны взрослые — носители русского языка, не имеющие профессионального актерского опыта, т.е. участники исследования воспроизводили эмоции согласно своему личному опыту. Такой подход позволил получить записи с учетом индивидуальных особенностей речи информантов. Соответствие продемонстрированных дикторами эмоциональных состояний заданным условиям эксперимента подтверждено результатами перцептивного анализа. С одной стороны, показано, что каждая эмоция характеризуется совокупностью отличительных акустических признаков голоса [11], с другой стороны, установлена большая вариативность и индивидуальные особенности в проявлении эмоций разными дикторами [12]. В настоящей работе инструментальный анализ высказываний позволил выявить следующие общие закономерности в изменении акустических характеристик речи говорящего в разных эмоциональных состояниях: максимальный диапазон ЧОТ в состоянии радости, минимальный — в состоянии печали.

Выявлены индивидуальные особенности эмоциональной речи участников исследования и разные стратегии проявления эмоциональных состояний в голосе и речи информантов. Первая стратегия основана на преимущественном изменении ЧОТ в высказывании, вторая на изменении длительности высказывания и пауз внутри высказывания, третья предполагает одновременное изменение ЧОТ и временных характеристик высказывания.

Показано, что радость может проявляться значительным повышением значений диапазона ЧОТ по сравнению с ЧОТ высказываний, произнесенных в других эмоциональных состояниях, в том

числе состоянии гнева. В случае, если значения диапазона ЧОТ в высказываниях информанта практически не изменялись, то длительность высказываний в состоянии радости и гнева была больше, чем в нейтральном состоянии, но при этом в состоянии радости паузы внутри высказывания были короче, чем в состоянии гнева.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования с использованием инструментального анализа речи взрослых носителей русского языка показано, что высказывания, произносимые мужчинами и женщинами в разных эмоциональных состояниях, могут различаться как по спектральным, так и временным характеристикам. В качестве общих закономерностей можно отметить максимальные значения диапазона ЧОТ в состоянии радости по сравнению с другими состояниями и максимальные значения длительности высказываний в состоянии печали. Выявлены индивидуальные особенности, характерные для разных информантов, которые заключаются в разных стратегиях проявления эмоционального состояния в речи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект № 22-45-02007).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schwartz R., Pell M.D.* Emotional speech processing at the intersection of prosody and semantics // *PLoS One*. 2012. V. 7(10). P. e47279. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0047279>
2. *Papakostas M., Siantikos G., Giannakopoulos T., Spyrou E., Sgouropoulos D.* Recognizing Emotional States Using Speech Information // *Adv. Exp. Med. Biol.* 2017. V. 989. P. 155–164. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57348-9_13
3. *Величко А.Н., Верхоляк О.В., Карнов А.А.* Программная система для распознавания эмоций в речи (ProSpER — Program for Speech Emotion Recognition). 2020.
4. *Matveev Y., Matveev A., Frolova O., Lyakso E., Ruban N.* Automatic speech emotion recognition of younger school age children // *Mathematics*. 2022. V. 10. P. 2373. <https://doi.org/10.3390/math10142373>
5. *Lyakso E., Frolova O., Dmitrieva E., Grigorev A.* EmoChildRu: Emotional Child Russian Speech Corpus // *Ronzhin A., Potapova R., Fakotakis N. (Eds.) Speech and Computer. SPECOM 2015. Lecture Notes in Computer Science*. 2015. V. 9319.
6. *Галунов В.И.* Некоторые проблемы акустической теории речеобразования // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 6. С. 845–848.
7. *Галунов В.И.* О возможности определения эмоционального состояния говорящего по речи // *Речевые технологии*. 2008. № 1. С. 60–66.
8. *Галунов В.И., Манеров В.Х., Тарасов В.И.* Слуховой анализ речи, полученной при использовании различных методов моделирования эмоциональных состояний // *Материалы симпозиума “Речь и эмоции”*. Ленинград, 1974. С. 79–83.
9. *Галунов В.И., Манёров В.Х.* Пути решения проблемы создания систем определения эмоционального состояния говорящего // *Вопр. кибернетики*. Вып. 22. М., 1976. С. 95–114.
10. *Морозов В.П.* Акустический язык эмоций в жизни и науке // *Язык эмоций, мозг и компьютер. Вычислительная техника и ее применение*. М.: Знание, 1989. Вып. 9. С. 3–18.
11. *Морозов В.П.* Язык эмоций и эмоциональный слух. Избранные труды 1964–2016. М.: ФГБУН Институт психологии РАН, 2017. 397 с.
12. *Потапова Р.К., Потапов В.В.* Язык, речь, личность. М: Языки славянской культуры, 2006. 491 с.
13. *Михайлов В.Г., Златоустова Л.В.* Измерение параметров речи. М.: Радио и связь, 1987. 168 с.
14. *Сорокин В.Н., Леонов А.С.* Фазовый анализ активности голосового источника // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 2. С. 185–202.
15. *Сорокин В.Н., Леонов А.С.* Фазовые модуляции в речевом сигнале // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 2. С. 218–232.
16. *Ляко Е.Е., Фролова О.В., Гречаный С.В., Матвеев Ю.Н., Верхоляк О.В., Карнов А.А.* Голосовой портрет ребенка с типичным и атипичным развитием / Под ред. Ляко Е.Е., Фроловой О.В. СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2020. 204 с.
17. *Schuller D.M., Schuller B.W.* A Review on Five Recent and Near-Future Developments in Computational Processing of Emotion in the Human Voice // *Emotion Review*. 2021. V. 13. № 1. P. 44–50. <https://doi.org/10.1177/1754073919898526>
18. *Singh J., Saheer L.B., Faust O.* Speech Emotion Recognition Using Attention Model // *Int. J. Environ. Res. Public Health*. 2023. V. 20. P. 5140. <https://doi.org/10.3390/ijerph20065140>
19. *Двойникова А.А., Маркитантов М.В., Рюмина Е.В., Уздяев М.Ю., Величко А.Н., Рюмин Д.А., Ляко Е.Е., Карнов А.А.* Анализ информационного и математического обеспечения для распознавания аффективных состояний человека // *Информатика и автоматизация*. 2022. Т. 21. № 6. <https://doi.org/10.15622/ia.21.6.2>
20. *Verweridis D., Kotropoulos K.* Emotional speech recognition: Resources, features, and methods // *Speech Communication*. 2006. V. 48. № 9. P. 1162–1181.
21. *Xu M., Zhang F., Zhang W.* Head fusion: Improving the accuracy and robustness of speech emotion

- recognition on the IEMOCAP and RAVDESS dataset // IEEE Access. 2021. V. 9. P. 74539–74549.
22. *Потанова Р.К.* Лингвистические знания и новые технологии // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 552–559.
23. *Lyakso E., Frolova O.* Emotion State Manifestation in Voice Features: Chimpanzees, Human Infants, Children, Adults // Ronzhin A., Potapova R., Fakotakis N. (Eds.) Speech and Computer. SPECOM 2015. Lecture Notes in Computer Science. V. 9319. Springer, Cham.
24. *Grigorev A.S., Gorodnyi V.A., Frolova O.V., Kondratenko A.M., Dolgaya V.D., Lyakso E.E.* Acoustic and Perceptual Features of the Emotional Speech of Adolescents Aged 14–16 Years // Neurosci Behav Physi. 2020. V. 50. P. 1224–1231.
25. *Lyakso E., Frolova O., Kleshnev E., Ruban N., Mekala M.M., Arulalan K.V.* Approbation of the Child's Emotional Development Method (CEDM) // Companion Publication of the 2022 International Conference on Multimodal Interaction (ICMI '22 Companion). New York, NY, USA. 2022. P. 201.

РАСПОЗНАВАНИЕ ЛИЧНОСТИ ПО ГОЛОСУ НА БАЗЕ ПАРАМЕТРОВ СПЕКТРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ГОЛОСОВОГО ИСТОЧНИКА

© 2024 г. И. С. Макаров^{а, *}, Д. С. Осипов^{б, с, **}

^аООО “БиометрикЛабс”, 4-я ул. 8-го Марта 3, стр. 3, Москва, 125319 Россия

^бИнститут проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,
Большой Каретный переулок 19, стр. 1, Москва, 127051 Россия

^сНациональный исследовательский университет “Высшая школа экономики”,
ул. Мясницкая 20, Москва, 101000 Россия

*e-mail: im@biometriclabs.ru

**e-mail: d_osipov@iitp.ru, dosipov@hse.ru

Поступила в редакцию 15.02.2023 г.

После доработки 07.07.2023 г.

Принята к публикации 19.09.2023 г.

Исследована информативность параметров спектральной модели голосового источника в задаче автоматического распознавания личности по голосу. Для голосовых параметров ошибка распознавания личности составила 20.8%; совместное использование этих параметров с периодом основного тона понизило ошибку до 13.8%. Наконец, совместное использование параметров спектральной модели с периодом основного тона и мел-частотными кепстральными коэффициентами обеспечило наивысшую точность (ошибка распознавания составила 1.2%).

Ключевые слова: обратная фильтрация, голосовой источник, математические модели голосообразования, распознавание личности по голосу

DOI: 10.31857/S0320791924010132 EDN: ZNOOAD

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос об информативности параметров голосового источника в задаче автоматического распознавания личности по голосу является дискуссионным. В то время как высокая информативность характеристик передаточной функции речевого тракта в системах голосовой идентификации/верификации личности несомненна [1], полезность голосового источника для биометрических приложений неочевидна, а результаты разных публикаций зачастую противоречивы. Так, в [2] сделан вывод о достаточно высокой информативности характеристик голосового возбуждения в задаче распознавания личности по голосу (процент равновероятных ошибок 1-го и 2-го рода Equal Error Rate (EER) составил порядка 14%). Напротив, по мнению [3], голосовой источник практически не содержит индивидуальной информации о голосе человека (EER около 40%).

Отмеченное несовпадение результатов, полученных авторами разных работ, объясняется использованием разных алгоритмов определения и анализа голосового источника, а также разных речевых баз для обучения и тестирования систем распознавания личности. Так, в [4] источник

аппроксимируется некоторой математической моделью первой производной голосового возбуждения, а в качестве речевой базы используется акустическая база TIMIT (600+ дикторов, записанных в студийных условиях с отношением сигнал/шум >25 дБ и частотой дискретизации 16 кГц). В [5] голосовое возбуждение параметризуется набором

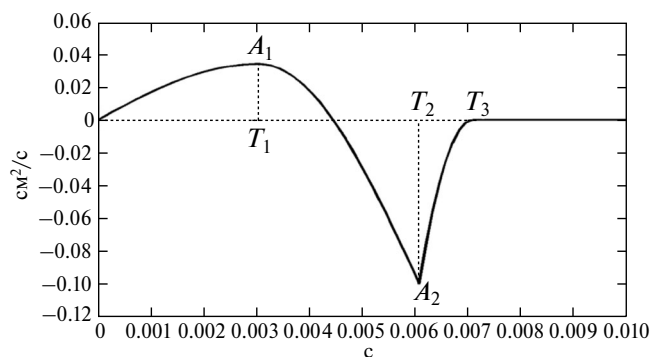


Рис. 1. Один период голосового источника, порождаемый моделью из [9]. $T_0 = 10$ мс (частота основного тона 100 Гц).

мел-частотных кепстральных коэффициентов, а в качестве речевой базы используется TIMIT и YOHO (100+ дикторов, записанных через телефонный канал с частотой дискретизации 8 кГц). В [2] в качестве параметров голосового источника выступают отклики одного из внутренних слоев авто-ассоциативной нейронной сети (автоэнкодера), а обучение и тестирование системы распознавания личности по голосу осуществляется с помощью базы из 30-ти дикторов, записанных через микрофон (16 кГц) и телефон (8 кГц) при отношении сигнал/шум < 20 дБ. Авторы [3, 6, 7] в качестве речевых баз используют базы NIST SRE 2006 и 2010 (телефонный канал) и параметризуют голосовой источник набором мел-частотных кепстральных коэффициентов. В [8] по речевому сигналу вычисляется спектр Фурье голосового возбуждения путем нахождения отношения спектров на открытой и закрытой фазах голосовой щели; несколько коэффициентов при главных компонентах, аппроксимирующих спектр голосового источника, применяются для автоматического распознавания личности по голосу. В качестве речевых баз используется а) база записей 200+ дикторов через четыре типа микрофонов (16 кГц), б) та же база, но пропущенная через низкоскоростной кодек, в) база TIMIT.

Задача настоящей статьи — исследовать вопрос об информативности параметров некоторой модели голосового источника в задаче автоматического распознавания личности по голосу. В качестве модели источника выбрана модель, построенная в [9]. В качестве метода распознавания личности по голосу использован подход на базе i -векторов, который долгое время (примерно до 2019 г.) являлся *state of the art* в голосовой биометрии. Хотя в настоящее время подход существенно потеснен системами, использующими так называемые глубокие признаки (т.е. отклики слоев глубокой нейронной сети определенной топологии, например, x -векторы [10]), точность систем на базе i -векторов до сих пор используется в качестве референтной при исследовании и сравнении алгоритмов на базе глубоких нейронных сетей [11]. Кроме того, комбинация i -векторов с глубокими признаками, как правило, повышает точность общей системы [12, 13].

Структура статьи следующая. Раздел 1 посвящен построению спектральной модели голосового источника. В Разделе 2 описываются эксперименты по автоматическому распознаванию личности на базе параметров построенной модели и обсуждаются полученные результаты.

СПЕКТРАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ГОЛОСОВОГО ИСТОЧНИКА

В основе дальнейшего изложения — модель голосового источника, построенная в [9] и исследованная в [14, 16]. Выбор модели продиктован,

с одной стороны, ее вычислительной простотой, а с другой стороны, ее эффективностью при решении ряда практических задач речевых технологий: задачи определения пола человека по голосу [14], голосовой идентификации личности [15] и обратной фильтрации речевого сигнала [16].

Исходная модель сформулирована во временной области и описывает форму голосового источника как функцию времени t на одном периоде основного тона T_0 . Модель определяется следующими соотношениями:

$$W = \begin{cases} W_1 = A_1 \sin\left(\frac{\pi t}{2T_1}\right), 0 \leq t \leq T_1, \\ W_2 = (A_1 + A_2) \cos\left(\frac{\pi(t - T_1)}{2(T_2 - T_1)}\right) - \\ - A_2, T_1 < t \leq T_2, \\ W_3 = -A_2 \left(\frac{T_3 - t}{T_3 - T_2}\right)^2, T_2 < t \leq T_3, \\ 0, T_3 < t \leq T_0. \end{cases} \quad (1)$$

Форма голосового источника, порожаемая данной моделью, для $T_0 = 10$ мс (т.е. для частоты основного тона 100 Гц) показана на рис. 1. На том же рисунке показаны параметры, использованные в соотношении (1): A_1 — максимальная амплитуда голосового импульса, A_2 — минимальная амплитуда голосового импульса (= амплитуда голосового возбуждения), T_1 — момент времени, соответствующий максимуму объемной скорости воздушного потока, протекающего через голосовую щель, T_2 — момент времени, соответствующий моменту схлопывания голосовых складок, T_3 — момент времени, соответствующий началу фазы сомкнутых голосовых складок.

Соотношения (1) зависят от пяти независимых параметров A_2 , T_0 , T_1 , T_2 , T_3 , а шестой параметр A_1 является функцией остальных:

$$A_1 = \frac{A_2}{6T_2} [(6 - 3\pi)T_1 + (2\pi - 6)T_2 + \pi T_3]. \quad (2)$$

Основной недостаток исходной модели заключается в необходимости автоматически оценивать по речевому сигналу моменты времени T_1 , T_2 , T_3 для аппроксимации голосового возбуждения. Такая оценка нередко затруднительна из-за искажений речевого сигнала различными помехами и индивидуальными особенностями голоса человека [17]. Чтобы уйти от необходимости оценки этих параметров, переведем модель (1)–(2) в частотную область. Предполагая функцию W квази-периодической и разлагая ее в ряд Фурье, получим значение

n -ной комплексной амплитуды спектра модели:
 $c_n = S_1 + S_2 + S_3$, где:

$$S_1 = \frac{A_1}{\left(\frac{\pi^2}{4T_1^2} - n^2\omega_0^2\right)T_0} \times \left(\frac{\pi}{2T_1} - jn\omega_0 \exp(-jn\omega_0 T_1)\right), \quad (3a)$$

$$S_2 = \frac{A_1 + A_2}{\left(\frac{\pi^2}{4(T_2 - T_1)^2} - n^2\omega_0^2\right)T_0} \times \left(\frac{\pi \exp(-jn\omega_0 T_2)}{2(T_2 - T_1)} + jn\omega_0 \exp(-jn\omega_0 T_1)\right) + \frac{A_2}{jn\omega_0 T_0} (\exp(-jn\omega_0 T_2) - \exp(-jn\omega_0 T_1)), \quad (36)$$

$$S_3 = -\frac{A_2}{T_0(T_3 - T_2)^2} \times \left[\frac{2}{jn^3\omega_0^3} \exp(-jn\omega_0 T_3) + \frac{(T_3 - T_2)^2}{jn\omega_0} \times \exp(-jn\omega_0 T_2) + \frac{2(T_3 - T_2)}{n^2\omega_0^2} \times \exp(-jn\omega_0 T_2) - \frac{2}{jn^3\omega_0^3} \exp(-jn\omega_0 T_2) \right]. \quad (3b)$$

Здесь $j = \sqrt{-1}$, $\omega_0 = 2\pi / T_0$.

На рис. 2 показано абсолютное значение спектра модели (3) для функции на рис. 1, вычисленного на сетке из 9-ти гармоник на частотах 200, 300, ..., 1000 Гц с основной гармоникой на частоте 100 Гц.

Комплексная амплитуда c_n n -ной гармоники спектральной модели (3) зависит от пяти параметров: T_0 , A_2 , T_1 , T_2 и T_3 . Параметр T_0 , соответствующий периоду основного тона, определялся непосредственно по речевому сигналу с помощью алгоритма из [18]. Остальные параметры вычислялись следующим образом:

1. Для каждого вокализованного участка входного речевого сигнала определялась функция сигнала-остатка с помощью процедуры линейного предсказания [14].

2. Сигнал-остаток разбивался на последовательность перекрывающихся временных фреймов (мы использовали окно Хэмминга длительностью 20 мс с перекрытием 10 мс).

3. Для каждого временного фрейма оценивался соответствующий ему период основного тона.

4. Для каждого фрейма сигнала-остатка вычислялся соответствующий ему спектр Фурье (мы использовали 1024-точечное Быстрое Преобразование Фурье).

5. По известной частоте основного тона определялся модуль M_0 амплитуды основной гармоники, а также модули $M_1, \dots, M_N$ амплитуд N высших гармоник (во всех наших экспериментах $N = 9$) для каждого фрейма сигнала-остатка.

6. Для каждого фрейма параметры A_2 , T_1 , T_2 и T_3 подбирались путем минимизации невязки в евклидовой метрике $\|\bullet\|_2^2$ между амплитудами $M_0, M_1, \dots, M_N$ и амплитудами $\bar{M}_0, \bar{M}_1, \dots, \bar{M}_N$, вычисленными по модели (3). Минимизация осуществлялась методом градиентного спуска с ограничениями на искомые параметры: $0.05 \leq A_2 \leq 0.3$; $0.1 \leq T_1 \leq T_2 - 0.1$; $T_2 \leq T_3 - 0.1$; $T_3 \leq T_0$. Поскольку описанная задача минимизации является многоэкстремальной [17], для получения удовлетворительной точности аппроксимации спектра голосового источника моделью (3) необходим удачный выбор начальных приближений. Для решения этой задачи нами была составлена база данных, содержащая различные значения параметров A_2 , T_1 , T_2 и T_3 (всего около 10000 векторов). Эта база была подвергнута процедуре кластеризации методом К-средних и разбита на 16 кластеров. Процедура минимизации последовательно запускалась для каждого из 16-ти центроидов, после чего в качестве окончательного решения брались такие значения параметров A_2 , T_1 , T_2 и T_3 , которые обеспечивали глобальный минимум среди всех итераций.

2. РАСПОЗНАВАНИЕ ЛИЧНОСТИ ПО ПАРАМЕТРАМ СПЕКТРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Для исследования информативности параметров спектральной модели голосового источника в задаче распознавания личности по голосу была использована база записей русских цифр (от нуля до девяти) в произнесении 200 носителей русского языка с частотой дискретизации 16 кГц. При сборе базы каждая цифра произносилась каждым человеком 20 раз через пять параллельно расположенных микрофонов, имеющих существенно различные диаграммы направленности (направленный микрофон, кардиоидный микрофон, головная гарнитура с шумоподавлением, репортерский всенаправленный микрофон и микрофон сотового телефона NOKIA). Запись осуществлялась в две сессии – по 10 произнесений каждой цифры во все микрофоны в первую сессию и по 10 произнесений – во вторую. Перерыв между сессиями в среднем составлял 7 дней. Общее количество собранных файлов составило 200000 (200 человек ×

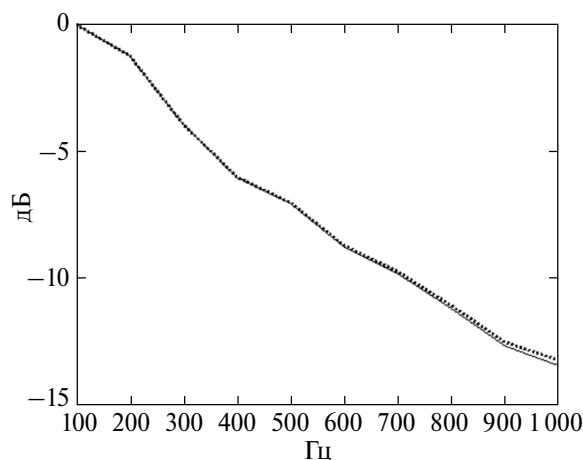


Рис. 2. Модуль спектра источника (рис. 1), вычисленного по модели (3) (сплошная линия) и с помощью 1024-точечного Быстрого Преобразования Фурье (пунктир).

$\times 10$ цифр $\times 20$ произнесений $\times 5$ микрофонов). Отметим, что объем собранной базы выше, чем объем базы VoxCeleb 1 (= 153516 файлов), широко используемой для обучения и тестирования алгоритмов распознавания личности по голосу [19].

100 человек были использованы для обучения классификатора, 20 человек — для валидации параметров классификатора и 80 человек — для тестирования. Общий объем обучающей базы составил 100000 файлов (100 человек $\times 10$ цифр $\times 20$ произнесений $\times 5$ микрофонов). Общее количество акустических фреймов обучающей выборки, по которым определялись необходимые акустические векторы, составил около 30 млн сегментов. В качестве акустических векторов использовались следующие наборы: а) параметры A_2 , T_1 , T_2 и T_3 , б) те же параметры + T_0 , в) 25 мел-частотных кепстральных коэффициентов вместе с их первыми производными и нулевым коэффициентом, г) параметры а) + в), д) параметры б) + в). Распознавание личности по голосу осуществлялось в рамках подхода на базе i -векторов [20], которые вычислялись по входным сигналам и затем сравнивались друг с другом в PLDA-метрике [21]. Универсальная модель (Universal Background Model, UBM), построенная на базе модели из 1024-х Гауссовых смесей с диагональными ковариационными матрицами, а также соответствующая матрица полной изменчивости обучались на данных всех ста дикторов из обучающей выборки. Предварительная кластеризация исходного акустического пространства осуществлялась с помощью алгоритма К-средних (10 итераций); дальнейшее уточнение параметров Гауссовых смесей (определение взвешивающих коэффициентов, средних векторов и векторов дисперсий) выполнялось с помощью ЕМ-алгоритма

(Expectation-Maximization) на 5-ти итерациях [1]. При вычислении матрицы полной изменчивости использовался алгоритм из [22], при этом число столбцов этой матрицы полагалось равным 800. Соответствующие 800-размерные i -векторы усекались до размерности 450 с помощью вероятностного линейного дискриминантного анализа (Probabilistic Linear Discriminant Analysis, PLDA). Отклики классификаторов по разным параметрам подвергались процедуре калибровки, после чего объединялись с помощью процедуры логистической регрессии [23].

Для каждого человека из тестовой выборки были сгенерированы 40 парольных фраз, где каждая парольная фраза представляла собой случайным образом склеенные цифры (после удаления неречевых сегментов) в произнесении этого человека. При склейке не учитывался тип микрофона, через который данная цифра была записана (иначе говоря, в одну и ту же парольную фразу могли попасть цифры, записанные с различных микрофонов). Средняя длительность парольных фраз по всей базе для всех дикторов составила примерно 4 с (от двух до 4-х произнесений цифр по каждой парольной фразе). В процессе тестирования на вход системы подавалась пара парольных фраз (эти фразы могли быть произнесены одним и тем же диктором либо двумя различными дикторами). Для каждой пары система возвращала либо индекс “0” (по мнению системы, обе фразы произнесены одним и тем же диктором), либо “1” (по мнению системы, фразы произнесены различными дикторами). Поскольку отклики классификаторов по всем параметрам были откалиброваны, во всех случаях порог принятия решений был равен нулю. По полученным оценкам вычислялись ошибки 1-го и 2-го рода, а по ним — EER (Equal Error Rate, процент равновероятных ошибок). Общее число пар для тестирования было равно $(80 \times 40)^2 = 10.24$ млн пар. Никакой предварительной настройки (enrollment) системы на голоса пользователей из тестовой базы не осуществлялось. Результаты тестов указаны в таблице.

Видно, что сами по себе параметры голосового источника ожидаемо не очень информативны (EER = 20.8%); совместное их использование с периодом основного тона T_0 понижает EER до 13.8%. Наконец, совместное использование этих параметров с мел-частотными кепстральными коэффициентами дает наивысшую точность (EER = 1.2%).

Представляет интерес сопоставление полученных результатов с результатами других исследователей, занимавшихся вопросом информативности параметров голосового источника в задаче голосовой биометрии.

В [4, 5] ошибка распознавания личности по параметрам голосового источника на базе TIMIT

составила 28.6 и 12.94% соответственно. Поскольку эта база имеет открытый доступ, мы провели на ней эксперименты по распознаванию личности с использованием двух наборов голосовых параметров: а) параметры A_2 , T_1 , T_2 и T_3 , б) те же параметры + T_0 (при этом никакого дообучения наших моделей на базе TIMIT не осуществлялось — в экспериментах использованы только те модели, которые были обучены на 100 дикторах из нашей исходной акустической базы). Для набора а) ошибка распознавания составила 12.1%, а для б) 8.4%. Таким образом, на базе TIMIT наши модели голосового источника продемонстрировали значительно более высокую точность распознавания личности, чем модели, построенные в работах [4, 5]. Следует отметить, что база TIMIT записана в очень благоприятных с акустической точки зрения условиях (студийная запись через высококачественный микрофон с шумоподавлением, отношение сигнал/шум >25 дБ). Поэтому точность распознавания личности, полученная на этой базе, заведомо выше, чем точность на речевых базах, записанных в более реалистичных акустических условиях.

В [8] на речевой базе произнесений русских цифр, записанной через четыре типа микрофонов, ошибка распознавания мужчин по параметрам голосового источника составила 8%, а женщин — 15%. На первый взгляд, это очень хороший результат. Вместе с тем, в той же статье обученные на этой базе модели продемонстрировали на базе TIMIT крайне низкую точность распознавания (ошибка порядка 44%). Для TIMIT это худший результат среди всех известных работ, посвященных распознаванию по параметрам голосового источника. Это очень странно, если принять во внимание утверждение автора [8] о том, что исходная модель была обучена на акустически гораздо более разнообразной базе, чем TIMIT. На наш взгляд, это объясняется неустойчивостью алгоритмов из [8] относительно условий записи речевых сигналов; высокая точность распознавания личности, достигнутая на исходной базе, связана либо с переобучением моделей, либо с некорректно проведенными экспериментами. Попутно отметим, что в [8] делается ошибочное утверждение о том, что точность современных систем распознавания личности по голосу не превышает 85–90%. Это, разумеется, неверно: некоторые современные системы голосовой биометрии на базе VoxCeleb 1 демонстрируют точность $\geq 99\%$ [24]. Кроме того, в данной статье делается совершенно некорректное сопоставление точности тексто-зависимой системы голосовой биометрии (составляющей, по утверждению [8], 99.9%), требующей для тестирования обязательной предварительной настройки на диктора длительностью более 10 мин и парольных фраз длительностью десятки секунд,

Таблица. Точность системы распознавания личности по голосу (EER, %)

Параметры	EER, %
A_2, T_1, T_2, T_3	20.8%
$A_2, T_1, T_2, T_3 + T_0$	13.8%
25 MFCC + 25 deltas + нулевой коэффициент	2.0%
$A_2, T_1, T_2, T_3 + 25 \text{ MFCC} + 25 \text{ deltas} +$ нулевой коэффициент	1.6%
$A_2, T_1, T_2, T_3 + T_0 + 25 \text{ MFCC} +$ 25 deltas + нулевой коэффициент	1.2%

с точностью современных тексто-независимых систем, не предполагающих никакой настройки на диктора и работающих с фразами длительностью несколько секунд.

В работах [3, 6, 7] обучение и тестирование систем распознавания личности по параметрам голосового источника осуществлялось на базах NIST SRE 2006 и 2010. В [3] ошибка распознавания (измеренная как EER) составила 40%. Ошибка распознавания личности только по параметрам голосового источника в [6, 7] не приведена; вместе с тем, указано, что использование параметров источника наряду с мел-частотными кепстральными коэффициентами повысило точность распознавания на 3%. Прямое сопоставление этих результатов с нашими крайне затруднительно в связи с тем, что базы NIST SRE 2006 и 2010 — это телефонный канал с частотой дискретизации 8 кГц, а наша база — микрофонный канал с частотой 16 кГц. К сожалению, эти базы не имеют открытого доступа, поэтому мы не могли проверить на них наши модели. Отметим только, что и в наших экспериментах, и в экспериментах [3, 6, 7] обнаруживается одна и та же тенденция: добавление параметров источника к мел-частотным кепстральным коэффициентам приводит к повышению точности распознавания личности.

В [2] ошибка распознавания личности по параметрам голосового источника на микрофонном канале с частотой дискретизации 16 кГц составила 13.57%. Эта ошибка ниже, чем ошибка, полученная нами для параметров A_2 , T_1 , T_2 и T_3 , (20.8%), и сопоставима с ошибкой распознавания для параметров T_0 , A_2 , T_1 , T_2 и T_3 (13.8%). Отметим, что речевая база, использованная в [2], записана с одного микрофона, при этом в записи участвовало только 30 человек. Поскольку наша база существенно более разнообразна (как с точки зрения числа дикторов, так и с точки зрения акустических условий записи), мы полагаем, что

полученные нами оценки точности распознавания по параметрам голосового источника более достоверны.

Задача настоящей статьи — исследование вопроса информативности параметров голосового источника в распознавании личности по голосу. Авторы не ставили перед собой цели достичь более высокой точности распознавания, чем точность, демонстрируемая некоторыми современными нейросетевыми системами голосовой биометрии. Вместе с тем кратко остановимся на этом вопросе. Современные системы голосовой биометрии, построенные на базе глубоких нейронных сетей различных топологий, демонстрируют впечатляющую точность распознавания личности по голосу на акустически очень богатых выборках, содержащих голоса десятков и даже сотен тысяч человек, записанных в различных акустических условиях. Например, авторы [24] достигли точности распознавания 99% на базе VoxCeleb 1. Следует отметить, что существенное снижение ошибки распознавания в таких системах достигнуто не за счет использования определенных наборов акустических признаков, а за счет оптимизации топологии нейронных сетей, выбора специальной метрики для сравнения откликов скрытых слоев или же применения особых скрытых слоев (например, слоя внимания). По нашим результатам, использование параметров голосового источника в дополнение к стандартным мел-частотным кепстральным коэффициентам приводит к увеличению точности общей системы. Можно предположить, что встраивание модели голосового источника в существующие системы распознавания на базе глубоких нейронных сетей также может привести к снижению ошибки распознавания. Кроме того, представляет интерес построение классификатора параметров голосового источника не на базе i -векторов (как это сделано в настоящем исследовании), а на базе глубокой нейронной сети той или иной топологии (например, на базе x -признаков). Мы планируем проведение подобного исследования с дальнейшим объединением откликов по обоим классификаторам. Кроме того, мы планируем проведение тестов по исследованию информативности параметров голосового источника на базах VoxCeleb 1 и 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статья посвящена анализу информативности параметров голосового источника в задаче автоматического распознавания личности по голосу. В качестве модели голосового источника использовался спектральный вариант модели, построенной в [9]. Параметрами модели служили: амплитуда голосового возбуждения речевого тракта, а также некоторые параметры, характеризующие моменты

открытия и закрытия голосовой щели. Распознавание личности по голосу осуществлялось в рамках парадигмы i -векторов; сравнение i -векторов друг с другом выполнялось в PLDA-метрике.

Для параметров спектральной модели голосового источника EER составил 20.8%; совместное использование этих параметров с периодом основного тона T_0 понизило EER до 13.8%. Наконец, совместное использование параметров спектральной модели с T_0 и мел-частотными кепстральными коэффициентами обеспечило наивысшую точность (EER = 1.2%).

В дальнейшем планируется провести эксперименты с параметрами спектральной модели голосового источника на открытых базах Vox Celeb 1 и 2 [19], а также использовать совместно с i -векторами классификаторы на базе глубоких нейронных сетей (напр., сравнение x -векторов в косинус-метрике) [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kinnunen T., Li H. An overview of text-independent speaker recognition: From features to supervectors // Speech Commun. 2010. V. 52. P. 12–40.
2. Yegnanarayana B., Mahadeva Prasanna S., Zachariah J., and Gupta Ch. Combining Evidence from Source, Suprasegmental and Spectral Features for a Fixed-Text Speaker Verification System // IEEE Trans. on Speech and Audio Process. 2005. V. 13. № 4. P. 575–582.
3. Kinnunen T., Alku P. On separating glottal source and vocal tract information in telephony speaker verification // Proc. the IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP 2009.
4. Plumpe M., Quatieri T., Reynolds D. Modelling of the Glottal Flow Derivative Waveform with Application to Speaker Identification // IEEE Trans. on Speech and Audio Process. 1999. V. 7. № 5. P. 569–586.
5. Gudnason J., Brookes M. Voice Source Cepstrum Coefficients for Speaker Identification // IEEE ICASSP. 2008. P. 4821–4824.
6. Mazaira-Fernández L., Álvarez-Marquina A., Gómez-Vilda P., Martínez Olalla R., Muñoz C. Glottal Source Cepstrum Coefficients Applied to NIST SRE 2010 // V Jornadas de Reconocimiento Biométrico de Personas JRBP10, Huesca, España. 2010.
7. Mazaira-Fernandes L., Alvares-Marquina A., Gomez-Vilda P. Improving speaker recognition by biometric voice deconstruction // Front. Bioeng. Biotechnol. 2015. V. 3. P. 126.
8. Sorokin V.N. Vocal Source Contribution to Speaker Recognition // Pattern Recognition and Image Analysis. 2018. V. 28. № 3. P. 546–556.
9. Ananthapadmanabha T. Acoustic Analysis of Voice Source Dynamics // STL-QPSR. 1984. V. 2–3. P. 1–24.

10. *Snyder D., Garcia-Romero D., Sell G., Povey D., Khudanpur S.* X-vectors: Robust DNN Embeddings for Speaker Recognition // 2018 IEEE Int. Conf. on Speech, Audio, and signal Process. (ICASSP).
11. *Jessen M., Bortlik J., Schwarz P., Solewicz Y.* Evaluation of Phonexia Automatic Speaker Recognition Software under Conditions Reflecting Those of a Real Forensic Voice Comparison Case // Speech Communication 111. 2019. P. 22–28.
12. *Guo J., Xu N., Qian K., Shi Y., Wu Y., Alwan A.* Deep Neural Network based i-vector Mapping for Speaker Verification Using Short Utterances // Speech Communication 105. 2018. P. 92–102.
13. *Bai Z., Zhang X., Chen J.* Cosine Metric Learning based Speaker Verification // Speech Communication 118. 2020. P. 10–20.
14. *Сорокин В.Н., Макаров И.С.* Определение пола диктора по голосу // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 4. С. 659–668.
15. *Sorokin V.N., Leonov A.S.* Multisource Speech Analysis for Speaker Recognition // Pattern Recognition and Image Analysis. 2019. V. 29. № 1. P. 181–193.
16. *Леонов А.С., Сорокин В.Н.* Верхняя граница ошибок решения обратной задачи определения голосового источника // Акуст. журн. 2017. Т. 63. С. 532–545.
17. *Сорокин В.Н., Макаров И.С.* Обратная задача для голосового источника // Информационные процессы. 2006. Т. 6. № 4. С. 375–395.
18. *Цыплихин А.И.* Анализ импульсов голосового источника // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 1. С. 119–133.
19. *Nagrani A., Chung J.S., Xie W., Zisserman A.* Voxceleb: Large-scale speaker verification in the wild // Computer Science and Language, 2019.
20. *Dehak N., Kenny P., Dehak R., Dumouchel P., and Ouellet P.* Front-end factor analysis for speaker verification // IEEE Trans. on Audio, Speech, and Lang. Process. 2011. V. 19. № 4. P. 788–798.
21. *Kenny P., Stafylakis T., Ouellet P., Alam M., Dumouchel P.* PLDA for speaker recognition with utterances of arbitrary duration // Proc. ICASSP. 2013. P. 76449–7653.
22. *Vestman V., Kinnunen T.* Supervector Compression Strategies to Speed up i-Vector System Development // Speaker Odyssey 2018: The Speaker and Language Recognition Workshop.
23. *Morrison G.* Tutorial on logistic regression calibration and fusion: converting a score to a likelihood ratio // Australian Journal of Forensic Sciences. 2013. V. 45. № 2. P. 173–197.
24. *Zhu W., Kong T., Lu S., Li J., Zhang D., Deng F., Wang X., Yang S., Liu J.* SpeechNAS: Towards Better Trade-off between Latency and Accuracy for Large-Scale Speaker Verification // arXiv – CS – Artificial Intelligence, 2021. <https://doi.org/doi.org/10.48550/arxiv-2109.08839>

МОДЕЛИРОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ РАСКРОЯ СОТОВЫХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ АЛЮМИНИЯ И АРАМИДА (КЕВЛАРА)

© 2024 г. А. А. Вьюгинова^{а, *}, С. Н. Вьюгинов^{б, **}, А. А. Новик^{б, ***}

^аСПбГЭТУ «ЛЭТИ», ул. проф. Попова 5, Санкт-Петербург, 197022 Россия

^бООО «ИНЛАБ – Ультразвук», ул. Чугунная 20, Санкт-Петербург, 194044 Россия

*e-mail: aavyuginova@etu.ru

**e-mail: inlab@utinlab.ru

***e-mail: novik.jr@gmail.com

Поступила в редакцию 15.03.2023 г.

После доработки 25.09.2023 г.

Принята к публикации 19.12.2023 г.

Сотовые панели из алюминия и композиционных материалов — арамида, или кевлара, широко используются в авиационной, космической, автомобильной и других областях благодаря своим уникальным характеристикам: высокой прочности и жесткости, низкой плотности и хорошим теплоизоляционным свойствам. При этом механическая обработка изделий из сотовых материалов сопряжена с рядом трудностей, и одной из технологий, позволяющих эффективно решать задачи раскроя изделий из сотовых материалов, является ультразвуковая резка. В данной работе с помощью метода конечных элементов исследуются необходимые для проектирования частотные свойства инструментов для ультразвуковой резки изделий из сотовых материалов с рабочими частотами около 20 кГц с различными геометрическими параметрами для реализации раскроя различных вариантов сотовых конструкций. Приведены результаты анализа зависимостей волновых размеров специализированных треугольных и дисковых ультразвуковых инструментов от особенностей геометрии, представлены экспериментальные результаты для ряда разработанных вариантов.

Ключевые слова: ультразвуковая резка, сотовая панель, алюминий, арамид, кевлар

DOI: 10.31857/S0320791924010143 EDN: ZNNLOC

ВВЕДЕНИЕ

Сотовые панели, выполненные из композиционных материалов (арамида, или кевлара) и алюминия, широко применяются в аэрокосмической, автомобильной и других областях благодаря своим уникальным характеристикам, таким как высокая прочность, жесткость, низкая плотность и хорошие теплоизоляционные свойства. В то же время обработка сотовых материалов сопряжена с рядом трудностей, и одной из технологий, позволяющих эффективно решать задачи раскроя сотовых материалов, является ультразвуковая резка.

В технологии ультразвуковой резки сотовых материалов используются треугольные (для осуществления раскроя перпендикулярно изделию, рис. 1а) и дисковые ножи (для осуществления раскроя параллельно изделию, рис. 1б), которые

применяются в составе систем ручной, роботизированной и автоматической резки сотовых панелей.

Исследования технологии ультразвуковой резки проводились, в том числе отечественными авторами, со второй половины XX века [1–3]. Для исследования свойств ультразвуковых инструментов и ультразвуковых преобразователей могут применяться различные математические модели — одномерные [4, 5] и трехмерные [6] — и метод конечных элементов (МКЭ). МКЭ широко и успешно используется для задач геометрии и особенности которых не удается с достаточной точностью описать математическими функциями, в случаях необходимости анализа взаимодействия нескольких физических полей [7, 8]. Ультразвуковые инструменты и процессы резания сотовых панелей из различных материалов в настоящий

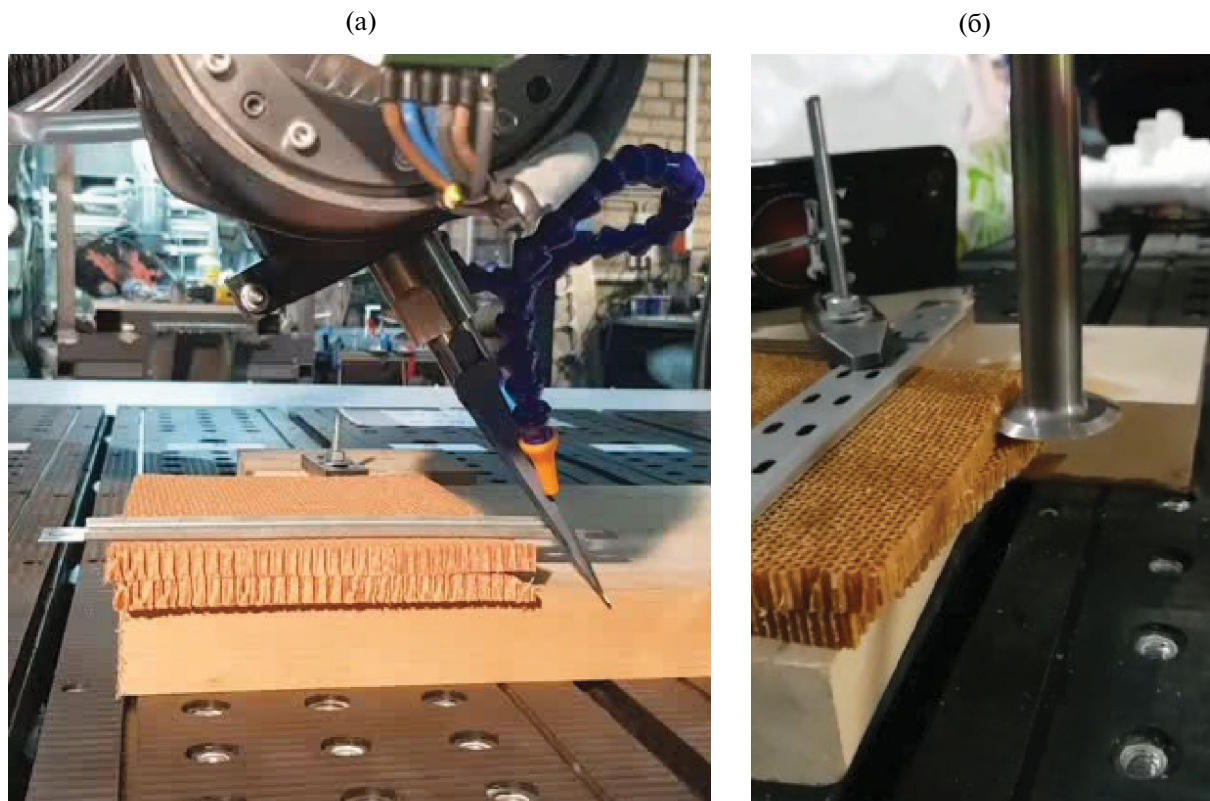


Рис. 1. Раскрой арамида ультразвуковым ножом: (а) — треугольный нож, (б) — дисковый нож.

момент активно исследуются. В работах [9, 10] рассматриваются треугольные ультразвуковые ножи, анализируется влияние ряда особенностей их конструкции на рабочие параметры. В работе [11] подробно рассмотрено влияние некоторых особенностей геометрии дискового ножа на его свойства. В работах [12–14] анализируется и оптимизируется процесс ультразвуковой резки сотовых материалов на основе МКЭ и экспериментальных исследований. Аналитические модели процесса резания сотовых материалов можно также найти в ряде публикаций для различных случаев [15–18]. В работе [19] осуществлено моделирование дискового ножа с зубчатой геометрией, в работе [20] рассматривается задача повышения качества позиционирования инструмента в процессе роботизированной ультразвуковой резки, в работе [21] анализируются возможности ультразвуковой системы для резки сотовых материалов на основе гигантской магнитострикции.

Конструкцию и режим колебаний треугольного ультразвукового ножа необходимо оптимизировать при заданном наборе требований к инструменту, таких как длина режущей части с учетом поддержания рабочей частоты, ширина торца ножа, что не было исследовано в упомянутых выше работах; частично эти вопросы были

рассмотрены в [22]. Для дискового ножа рассматривалось влияние особенностей геометрии диска без учета относительных размеров цилиндрической части инструмента, не рассматривались цельноточенные конструкции. Кроме того, предыдущие работы, связанные с моделированием ультразвуковых инструментов, носили в основном прикладной характер, в них не ставились задачи анализа общих физических закономерностей и влияния соотношения волновых размеров инструментов на их свойства.

В данной работе с использованием МКЭ получены общие закономерности, связывающие волновые размеры треугольных и дисковых ультразвуковых инструментов для резки сотовых панелей с относительными размерами режущей части, были экспериментально исследованы три варианта конструкции треугольного ножа и два варианта конструкции дискового.

ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Эскизы ультразвуковых инструментов для раскроя сотовых панелей представлены на рис. 2а–2б. На рисунках также обозначены анализируемые особенности геометрии инструментов.

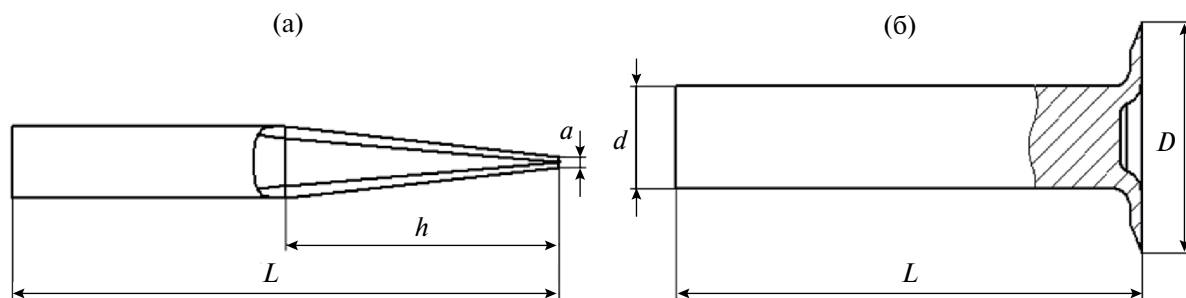


Рис. 2. Геометрия рассматриваемых ультразвуковых инструментов: (а) – треугольный нож, (б) – дисковый нож.

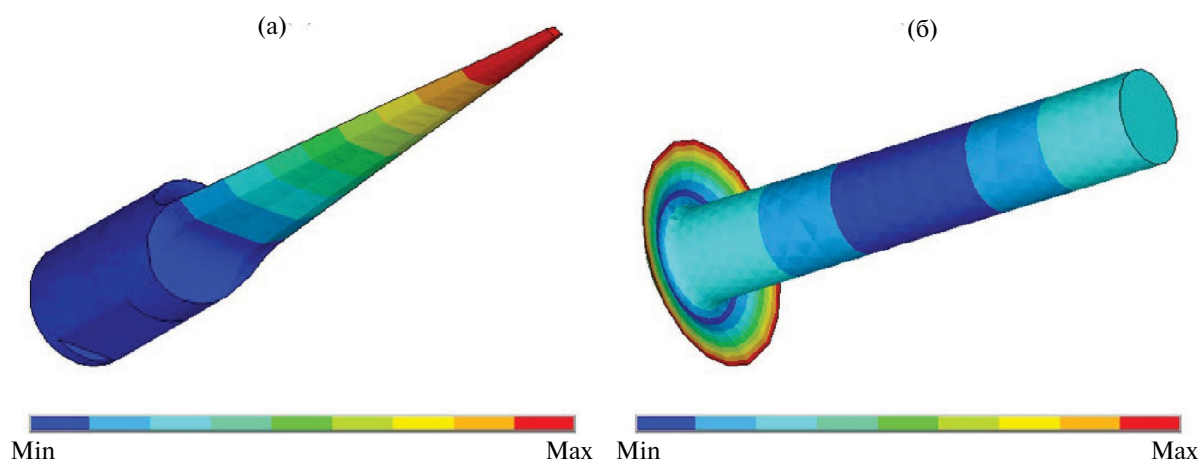


Рис. 3. Рассматриваемые моды колебаний ультразвуковых инструментов: (а) – треугольный нож, (б) – дисковый нож.

Для оценки влияния относительной длины режущей части треугольного ножа h/L на волновой размер ножа kL (где k – волновое число: $k = \omega/c$, ω – круговая частота, c – фазовая скорость звука в материале инструмента) были рассмотрены инструменты с длиной режущей части 55–115 мм с шагом 10 мм при условии необходимости сохранения рабочей частоты вблизи 20 кГц. Для анализа влияния ширины треугольного ножа a она рассматривается в качестве параметра кривой $kL(h/L)$ в диапазоне 2–5 мм с шагом 1 мм для трех вариантов соотношения h/L .

Для оценки влияния относительного размера режущей части дискового ножа D/d на волновой размер ножа kL были рассмотрены диаметры режущей части D , равные 50 и 100 мм, диаметры цилиндрической части d , равные 16, 22, 32 и 42 мм. Все остальные параметры геометрии диска, в частности, толщина (2.5 мм) и угол наклона режущей части (22.5°) зафиксированы. Рассматриваемые дисковые ножи являются сплошными, твердотельными, полностью выполненными из одного материала.

Перечисленные варианты геометрии ультразвуковых инструментов были исследованы с помощью МКЭ: свободные колебания были проанализированы с применением Ansys Multiphysics для следующих параметров материала: модуль Юнга, плотность и коэффициент Пуассона титана $E = 110$ ГПа, $\rho = 4500$ кг/м³, $\nu = 0.3$; для анализа был использован 3D-элемент с 10 узлами. Во всех случаях анализировалась основная продольная мода. На рис. 3а–3б в качественном виде приведены результаты моделирования рассматриваемых основных мод колебаний треугольного и дискового инструмента.

В следующем разделе результаты моделирования представлены в анализируемой форме в виде зависимостей волновых размеров инструментов от относительных размеров режущей части и рассматриваемых параметров. Функции демонстрируют общие закономерности и позволяют осуществлять анализ влияния геометрии ножей на их частотные свойства. Полученные зависимости дополнены результатами экспериментальных исследований, подтверждающими их характер.

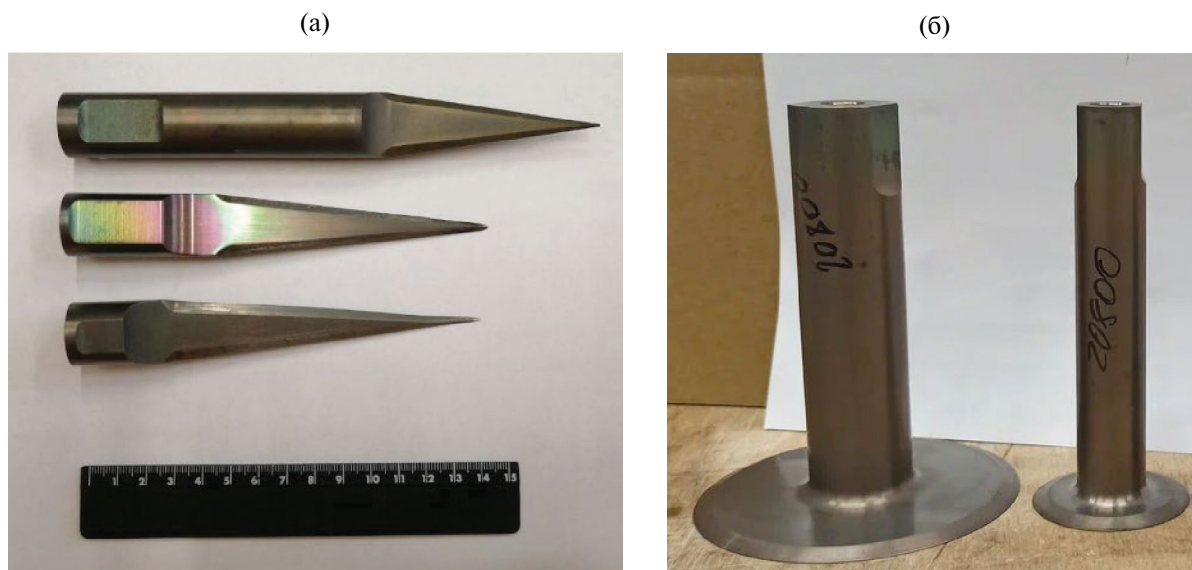


Рис. 4. Изготовленные ультразвуковые инструменты: (а) — варианты изготовленных треугольных ультразвуковых ножей, (б) — варианты изготовленных дисковых ультразвуковых ножей.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для экспериментального подтверждения полученных закономерностей было изготовлено несколько вариантов треугольных и дисковых ультразвуковых ножей — они представлены на рис. 4а-4б. Изготовленные треугольные ножи имеют различную длину режущей части в соответствии с различными задачами технологии раскроя сотовых материалов; аналогично изготовленные дисковые ножи имеют различный диаметр режущей части в соответствии с технологическими задачами, при этом все предназначены для работы на частоте около 20 кГц. Эксперименты проводились на ультразвуковом оборудовании производства ООО «ИНЛАБ — Ультразвук», состоящего из ультразвукового генератора мощностью 2 кВт и соответствующего магнитострикционного преобразователя, измерение рабочей частоты осуществлялось с помощью частотомера, встроенного в ультразвуковой генератор.

На рис. 5 представлена зависимость между волновой длиной kL и относительной длиной режущей части h/L для 7 точек, на рис. 6 представлена зависимость между волновой длиной kL и относительной длиной режущей части h/L для трех точек с изменяемым параметром ширины торца a , которым соответствуют описанные в предыдущем разделе модели. С помощью данных зависимостей можно определить геометрические параметры треугольного ножа с выбранной рабочей частотой и необходимой для конкретной технологии длиной режущей части и шириной торца. Как видно, по мере

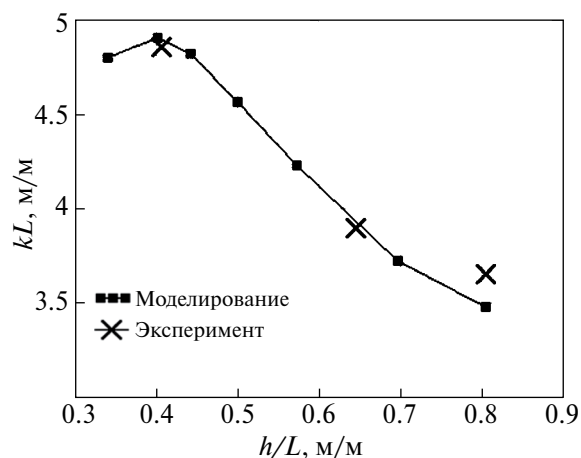


Рис. 5. Зависимость волновой длины треугольного ножа от относительной длины режущей части в сравнении с результатами эксперимента.

увеличения относительной длины режущей части волновой размер инструмента kL для большей части кривой уменьшается, но также видно, что эта функция имеет максимум вблизи $h/L = 0.4$ — при таком соотношении h и L волновой размер инструмента достигает максимума. Для оптимизации геометрии ножа необходимо учитывать особенности этой зависимости. Как видно на рис. 6, с увеличением ширины торца a волновой размер инструмента kL уменьшается, максимальное уменьшение волнового размера при увеличении значения параметра a от 2 до 5 мм, составляющее около 8.5%, наблюдается для максимальной рассмотренной

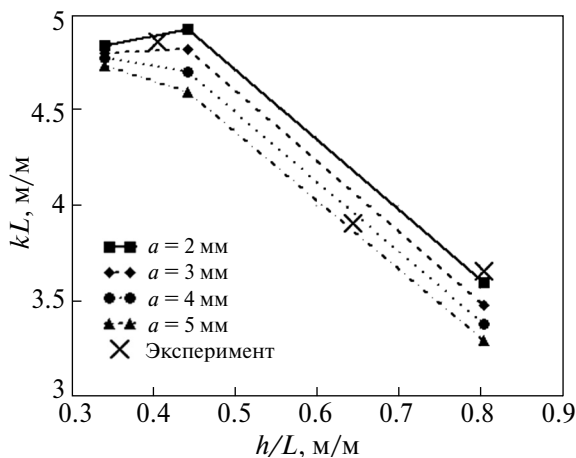


Рис. 6. Зависимости волновой длины треугольного ножа от относительной длины режущей части с изменяемым параметром ширины торца.

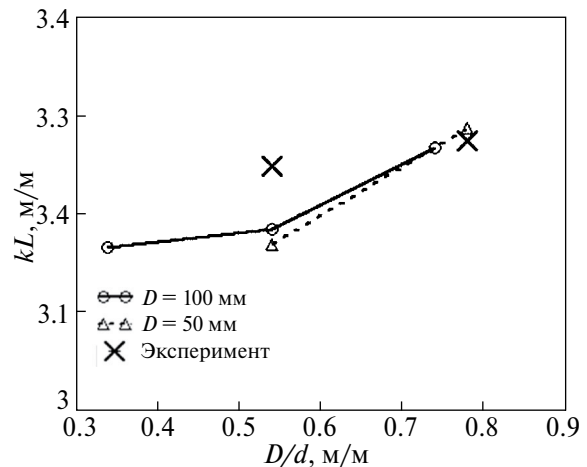


Рис. 7. Зависимость волновой длины дискового ножа от отношения диаметров инструмента в сравнении с результатами эксперимента.

относительной длины режущей части вблизи $h/L = 0.8$. Для оптимизации геометрии ножа также необходимо учитывать, что амплитуда ультразвуковых колебаний больше для геометрии с меньшей шириной торца a , так как выше коэффициент усиления. На графики также нанесены точки, соответствующие экспериментально полученным значениям для изготовленных треугольных ножей, которые подтверждают характер полученных зависимостей.

На рис. 7 представлена зависимость волнового размера kL дискового ножа от отношения диаметров D/d : для диаметра режущей части диска $D = 100$ мм были рассмотрены варианты с диаметром цилиндрической части d , равные 22, 32, 42 мм, а для диаметра режущей части диска $D = 50$ мм были рассмотрены варианты с диаметром цилиндрической части d , равные 16 и 22 мм, что соответствует вариантам реально возможного исполнения таких конструкций. Как видно, по мере увеличения относительного размера D/d волновой размер kL дискового ножа увеличивается, что подтверждается и полученными экспериментальными точками.

Таким образом, результаты моделирования и результаты экспериментов близки для различных участков полученных зависимостей, что подтверждает возможность их использования при проектировании и оптимизации ультразвуковых инструментов данных типов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе результаты моделирования с помощью МКЭ ультразвуковых треугольных и дисковых ножей, предназначенных для раскроя сотовых панелей из алюминия и арамида (кевлара), представлены в виде графиков зависимости

волнового размера от относительного размера режущей части и показано, что:

- при увеличении относительной длины режущей части треугольного ножа, равной отношению длины режущей части к общей длине инструмента, волновой размер уменьшается для большей части зависимости, при этом функция имеет максимум;
- при увеличении ширины торца волновой размер треугольного ножа уменьшается;
- при увеличении относительного размера режущей части дискового ножа, равного отношению диаметра диска к диаметру цилиндрической части, волновой размер дискового ножа увеличивается;
- результаты экспериментов подтверждают полученные зависимости.

Полученные результаты демонстрируют общие закономерности частотных свойств для ультразвуковых ножей данного типа, они могут быть использованы для оптимизации геометрии и рабочей частоты ультразвуковых инструментов для реализации технологий раскроя сотовых панелей из различных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розенберг Л.Д., Казанцев В.Ф., Макаров Л.О., Яхимович Д.Ф. Ультразвуковое резание. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
2. Борун Г.М., Поляков З.И. Величина разрежения в зоне резания ультразвукового инструмента // Акуст. журн. 1963. Т. 9. С. 231–232.
3. Ганева Л.И., Голямина И.П., Марголин В.С. Механическое сопротивление нагрузки при ультразвуковом резании хрупких материалов // Акуст. журн. 1973. Т. 19. С. 542–530.

4. Меркулов Л.Г., Харитонов А.В. Теория и расчет составных концентраторов // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 2. С. 183–190.
5. Сазонов И.А. Расчет трансформирующих свойств концентраторов продольных колебаний // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 1. С. 182–185.
6. Саркисян А.А., Саркисян С.О. Собственные колебания микрополярных упругих гибких пластин и пологих оболочек // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 139–151.
7. Коробов А.И., Изосимова М.Ю., Агафонов А.А., Кокшайский А.И., Жостков Р.А. Упругие волны в цилиндрических металлических клиньях с разной геометрией // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 3. С. 251–257.
8. Yadav S., Gupta A. Parametric Study of Driver and Reflector of Single Axis Acoustic Levitator using Finite Element Method // Acoust. Phys. 2020. V. 66. № 3. P. 242–249.
9. Zhang Y., Shen Y., Lu Z. Design of an Ultrasonic Pointed Cutter // Appl. Mech. and Mat. 2014. V. 494–495. P. 569–572.
10. Wu X., Hu X., Yu B., Ji H., Lu Z., Xia X. Design of ultrasonic cutting tool for an ultrasonic assisted cutting process of Nomex honey-comb materials based on substitution method [in Chinese] // China Mech. Eng. 2015. V. 26. P. 809–813.
11. Xia Y., Zhang J., Wu Z., Feng P., Yu D. Study on the Design of Cutting Disc in Ultrasonic-assisted Machining of Honeycomb Composites // Conf. Ser.: Mat. Sci. Eng. 2019. V. 611. P. 012032.
12. Sun J., Dong Z., Wang X., Wang Y., Qin Y., Kang R. Simulation and experimental study of ultrasonic cutting for aluminum honeycomb by disc cutter // Ultrasonics. 2020. V. 103. P. 106102.
13. Sun J., Kang R., Qin Y., Wang Y., Feng B., Dong Z. Simulated and experimental study on the ultrasonic cutting mechanism of aluminum honeycomb by disc cutter // Com. Struct. 2021. V. 275. P. 114431.
14. Sun J., Kang R., Guo J., Dong Z., Wang Y. Study on Machining Quality of Aluminum Honeycomb in Ultrasonic Cutting by Disc Cutter. // ASME. J. Manuf. Sci. Eng. 2023. V. 145. P. 051009.
15. Hu X.P., Yu B.H., Li X.Y., Chen N.C. Research on Cutting Force Model of Triangular Blade for Ultrasonic Assisted Cutting Honeycomb Composites // Procedia CIRP. 2017. V. 66. P. 159–163.
16. Xiang D., Wu B. Yao Y., Liu Z., Feng H. Ultrasonic longitudinal-torsional vibration-assisted cutting of Nomex honeycomb-core composites // J. Adv. Manuf. Technol. 2019. V. 100. P. 1521.
17. Kang D., Zou P. Wu H., Duan J., Wang W. Study on ultrasonic vibration-assisted cutting of Nomex honeycomb cores // J. Adv. Manuf. Technol. 2019. V. 104. P. 979.
18. Wang Y., Wang X., Kang R., Sun J., Jia Z. Dong Z. Analysis of Influence on Ultrasonic-assisted Cutting Force of Nomex Honeycomb Core Material with Straight Knife [in Chinese] // J. Mech. Eng. 2017. V. 53. P. 73.
19. Ahmad S., Zhang J., Feng P., Yu D., Wu Z., Ke M. Research on Design and FE Simulations of Novel Ultrasonic Circular Saw Blade (UCSB) Cutting Tools for Rotary Ultrasonic Machining of Nomex Honeycomb Composites // 2019 16th Int. Bhurban Conf. Appl. Sci. Tech. (IBCAST), Islamabad, Pakistan. 2019. P. 113.
20. Vakilinejad M., Olabi A. Gibaru O., Botton B. Geometrical error improvement of Aramid honeycomb workpieces in robot-based triangular knife ultrasonic cutting process // J. Adv. Manuf. Tech. 2020. V. 110. P. 523.
21. Ma K., Wang J., Zhang J., Feng P., Yu D., Ahmad S. A force-insensitive impedance compensation method for giant magnetostriction ultrasonic cutting system of Nomex honeycomb composites // Com. Struct. 2022. V. 294. P. 115708.
22. Vjuginova A.A., Durukan Y., Vjuginov S.N., Novik A.A. Design and Simulation of Ultrasonic Triangular Blades for Honeycomb Structures Cutting // 2021 IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), St. Petersburg, Moscow, Russia, 2021, P. 1293–1296.

АНАЛИЗ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ВНУТРИ АКУСТИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ АНТЕННЫ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РЕВЕРБЕРАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

© 2024 г. А. О. Субботкин^{a, b, *}

^aИнститут общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Вавилова ул. 38, Москва, 119991 Россия

^bНаучно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектурно-строительных наук, Локомотивный проезд 24, Москва, 127238 Россия

*e-mail: subov-an@yandex.ru

Поступила в редакцию 10.11.2022 г.

После доработки 09.05.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Представленное в настоящей статье теоретическое исследование процесса формирования звукового поля в акустической интерференционной антенне мотивировано анализом физического принципа работы остронаправленного интерференционного микрофона. Одной из задач работы является определение звукового давления, действующего на мембрану микрофона внутри антенны. Анализ звукового поля внутри интерференционной антенны проводится с помощью матричного метода, схожего с методом реверберационной матрицы. Решение формально представляется в виде ряда Шварцшильда. Результат расчета по представленному методу хорошо совпадает с экспериментальными данными.

Ключевые слова: остронаправленный интерференционный микрофон, волновод с импедансными включениями, дифракционный ряд Шварцшильда, матричный формализм, метод реверберационной матрицы, дисперсия в волноводе, электроакустика

DOI: 10.31857/S0320791924010152 EDN: ZNNKFI

ВВЕДЕНИЕ

Интерференционная антенна — узкая трубка постоянного сечения с перфорациями (отверстиями) на боковой поверхности по всей своей длине. Такие антенны используются в остронаправленных микрофонах интерференционного типа. Одним концом антенну подсоединяют к микрофонному капсюлю (направленному или ненаправленному), а другой конец остается открыт. Центры боковых отверстий обычно расположены на одинаковом расстоянии друг от друга, но их диаметр может уменьшаться по мере приближения к микрофонному капсюлю. Отверстия также затягиваются тканью (как правило, шелком). Остронаправленные интерференционные микрофоны (т.н. микрофон-пушка от англ. shotgun microphone) в основном применяются для звукозаписи преимущественно в сфере телевидения, также в [1] указывается о применении при акустических измерениях в области архитектурно-строительной акустики для измерения направления прихода звуковых отражений в концертных залах (т.н. характеристика “ежик”). Интерференционный микрофон также называют микрофоном бегущей волны. Технический анализ

интерференционных микрофонов, историю развития их конструкции и обзор современных промышленных образцов можно найти в работе [2].

В обобщенном виде интерференционную антенну можно представить, как волновод специфической конфигурации — узкая цилиндрическая труба конечной длины с абсолютно жесткими стенками, нагруженная с двух сторон на некоторые импедансы. По всей своей длине волновод имеет импедансные включения, реализованные в виде отверстий, которые также могут быть нагружены дополнительным импедансом. Помимо интерференционных микрофонов, волноводы с импедансными включениями применяются в разных областях техники, в частности, при решении задач шумоглушения. Поэтому распространение волн в подобных волноводах различной конфигурации изучается давно и достаточно подробно. В работах [3–6] рассматривается распространение звука в волноводах, имеющих ответвления или присоединенные к стенкам резонаторы Гельмгольца. В работах [7–9] рассматривается излучение звука из волноводов с отверстиями и перфорациями. Несмотря на широкое применение таких волноводов

и большой исследовательский интерес к ним, работ, посвященных изучению звукового поля в волноводах типа “интерференционная антенна”, найти так и не удалось.

Первый теоретический анализ похожих интерференционных микрофонов был предпринят около 80 лет назад [10] и без особых изменений дошел до наших дней через работы отечественных и зарубежных авторов [11–18]. С современной теорией остронаправленных микрофонов можно ознакомиться в [19, 20]. Теория дает простейшее качественное описание физического принципа работы микрофона, представляя результирующее звуковое давление на мембране микрофона как сумму давлений на каждом боковом отверстии с дополнительной задержкой на геометрическую разность хода от этого отверстия до мембраны микрофона. Такое представление подобно линейной акустической интерференционной антенне, состоящей из отдельных приемников, в сигнал которых вносится временная задержка. Описанная в теории математическая модель интерференционной антенны получила название “delay-and-sum model” [21]. В этой модели не учитываются процесс переотражений звуковых волн внутри антенны, дополнительный вносимый акустический импеданс отверстий, волновые свойства антенны. Все это не дает возможности рассчитать амплитудно-частотную характеристику интерференционной антенны и получить следующие из нее уравнения основных электроакустических характеристик микрофона. Тем не менее, известное уравнение характеристики направленности для интерференционного микрофона с ненаправленным капсюлем хорошо совпадает с экспериментальными данными. В работах [20, 22] получено уравнение для характеристики направленности интерференционного микрофона с односторонне направленным капсюлем. Здесь стоит отметить, что рассчитанная по существующей теории [19, 20, 22] характеристика направленности интерференционного микрофона совпадает с измеренной только в случае, если боковым отверстиям антенны дано дополнительное акустическое сопротивление определенной величины (они закрыты тканью или сеткой), хотя никаких дополнительных указаний на это нет. Эта особенность выявлена в процессе работы над статьей, и объяснение этому явлению будет дано в Заключение статьи. При этом утверждение, представленное в [23], о том, что применение дополнительного акустического сопротивления направлено на сглаживание резонансной структуры амплитудно-частотной характеристики микрофона, не дает представления о физическом явлении, которым обусловлено такое инженерное решение.

В работах [21, 27–31] звуковое поле в интерференционной антенне анализируется с помощью метода электроакустических аналогий

(в отечественной литературе чаще используется метод электромеханических аналогий [18]). Интерференционная антенна разделяется на сегменты между отверстиями, представляющими собой цилиндрическую трубку. Сегменты замещаются электрическим четырехполюсником (П- или Т-образным). Отверстия представляются в виде комплексного импеданса, состоящего из активного сопротивления излучению и реактивного инерционного сопротивления. Воздействующее на отверстия звуковое давление представляется в виде источников электродвижущей силы.

Предложенное в настоящей статье теоретическое исследование процесса формирования звукового поля в интерференционной антенне мотивировано анализом физического принципа работы остронаправленного интерференционного микрофона. Одной из задач работы является определение звукового давления, действующего на мембрану микрофона внутри антенны. Анализ звукового поля внутри интерференционной антенны проводится с помощью матричного метода, схожего с методом реверберационной матрицы, изложенным в [24]. Решение содержит в себе элементы метода [25] и формально представляется в виде ряда Шварцшильда [26]. В сравнении с вышеперечисленными методами анализа звукового поля предложенный метод является более содержательным с физической точки зрения, дает более удобное описание переходных процессов в интерференционной антенне и является оптимальным для решения некоторых задач, например, для исследования распространения импульсов в антенне. Отметим, что расчет звукового давления на мембране интерференционного микрофона с ненаправленным капсюлем по предложенному в работе методу совпадает с расчетом по методу электроакустических аналогий.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим интерференционную антенну длиной L с n боковыми отверстиями. Слева антенна открыта, а справа закрыта мембраной микрофона. Боковые отверстия пронумеруем слева направо — ближайшее отверстие к открытому торцу будет иметь номер $i = 1$, а ближайшее к концу, закрытому мембраной микрофона, $i = n$. Пусть центрам боковых отверстий соответствуют координаты $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$. Открытый торец антенны мы обозначим $i = 0$, он расположен в x_0 , а закрытый торец — $i = (n + 1)$, он расположен в $x_{(n+1)}$. Внутренний радиус антенны обозначим r_0 , а толщину стенки антенны — Δ . Каждое боковое отверстие имеет радиус r_i , а центры отверстий находятся на расстоянии d друг от друга. Открытый торец и боковое отверстие находятся на расстоянии d друг от друга, так же, как и боковое отверстие $i = n$ от мембраны микрофона. На рис. 1 показано модельное представление

интерференционной антенны. Требуется получить аналитическую запись результирующего звукового поля внутри интерференционной антенны на поршневой (нулевой) моде.

Пусть антенна находится в поле плоской гармонической волны, падающей под углом θ к оси антенны, тогда на торцевое и каждое боковое отверстие антенны i действует звуковое давление p_i , которое можно записать в виде:

$$p_i = p_m e^{j\omega t} e^{-j i k d \cos \theta}, \quad (1)$$

где p_m — амплитуда звукового давления, Па; ω — круговая частота, рад/с; t — время, с; $k = \omega/c_0$ — волновое число, рад/м; c_0 — скорость звука в среде, м/с; i — номер бокового отверстия; d — расстояние между боковыми отверстиями, м; θ — угол падения звуковой волны, рад. В дальнейших математических выкладках множитель $e^{j\omega t}$ будем опускать. Антенна находится в газообразной (или жидкой) среде, внутри антенна заполнена той же средой.

Волна звукового давления p_i частично рассеивается на отверстии i (в виде волны p_i) и возбуждает в антенне колебательный процесс. От отверстия в двух противоположных направлениях начинают распространяться две волны — волна прямого хода $A_{i(i+1)}^{[0]}(x)$, которая распространяется в сторону отверстия $(i+1)$, и волна обратного хода $B_{(i-1)i}^{[0]}(x)$, которая распространяется в сторону отверстия $(i-1)$. Будем называть эти волны элементарной прямой и обратной волнами нулевого дифракционного порядка. Сечение центров боковых отверстий делят антенну на $(n+1)$ сегментов. В записи волны нижний индекс показывает сегмент, в котором распространяется данная волна (это индексы координат левой и правой границы сегмента), а верхний индекс показывает дифракционный порядок.

Таким образом, вследствие воздействия на антенну звуковой волны в каждом сегменте трубы образуется пара элементарных прямых и обратных волн нулевого дифракционного порядка. Исключением является сегмент, ограниченный координатами x_n и $x_{(n+1)}$, в котором действующая на боковое отверстие i_n волна образует только прямую волну $A_{n(n+1)}^{[0]}(x)$. В этом сегменте будут существовать элементарные обратные волны только более высоких дифракционных порядков, начиная с порядка 1.

Прямую и обратную волны нулевого дифракционного порядка, распространяющиеся по антенне от бокового отверстия i , можно записать в виде:

$$\begin{aligned} A_{i(i+1)}^{[0]}(x) &= a_i e^{-j\gamma(x-x_i)} \vartheta_{i(i+1)}^{\text{in}}, \\ B_{(i-1)i}^{[0]}(x) &= b_i e^{j\gamma(x-x_i)} \vartheta_{(i-1)i}^{\text{out}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_i и b_i — некоторые начальные амплитудно-фазовые коэффициенты элементарной прямой и обратной волны нулевого дифракционного порядка; γ — постоянная распространения; ϑ_j^{in} и ϑ_j^{out} — функции Хэвисайда, ограничивающие границы существования элементарной прямой и обратной волны данного дифракционного порядка, распространяющейся от входа с номером i . Они имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \vartheta_{i(i+1)}^{\text{in}} &= \vartheta(x-x_i) \vartheta(x_{(i+1)}-x), \\ \vartheta_{(i-1)i}^{\text{out}} &= \vartheta(x-x_{(i-1)}) \vartheta(x_i-x). \end{aligned} \quad (3)$$

Элементарные волны нулевого дифракционного порядка $A_{i(i+1)}^{[0]}$ и $B_{(i-1)i}^{[0]}$ рассеиваются, проходя через границы своих сегментов (сечение центров боковых отверстий $(i+1)$ и $(i-1)$ соответственно), — волны частично проходят в следующий сегмент, частично отражаются от сечения и распространяются в обратную сторону, а также частично уходят из антенны в отверстие (т.е. в каждом сечении для звукового давления и потока среды справедливы условия Кирхгофа). Прошедшие и отраженные от сечения волны образуют прямые и обратные элементарные волны следующего дифракционного порядка $m=1$. Прохождение волны через сечение внутри антенны описывается коэффициентом прохождения T_i , а отражение от сечения — коэффициентом отражения R_i .

Например, в сегменте между отверстием i и отверстием $(i+1)$ (ограниченным координатами $x_i \leq x \leq x_{(i+1)}$) элементарная прямая волна $A_{i(i+1)}^{[1]}(x)$ образуется вследствие прохождения через сечение отверстия i прямой волны $A_{(i-1)i}^{[0]}(x)$ и отражения от сечения отверстия i обратной волны $B_{i(i+1)}^{[0]}(x)$. Аналогично обратная волна $B_{i(i+1)}^{[1]}(x)$ образуется вследствие отражения от сечения отверстия $(i+1)$ прямой волны $A_{i(i+1)}^{[0]}(x)$ и прохождения через сечение отверстия $(i+1)$ обратной волны $B_{(i+1)(i+2)}^{[0]}(x)$. Таким образом, волны $A_{i(i+1)}^{[1]}(x)$ и $B_{i(i+1)}^{[1]}(x)$ записываются с помощью рекуррентных выражений:

$$\begin{aligned} A_{i(i+1)}^{[1]}(x) &= (A_{(i-1)i}^{[0]}(x_i) T_i + \\ &+ B_{i(i+1)}^{[0]}(x_i) R_i) e^{-\gamma(x-x_i)} \vartheta_{i(i+1)}^{\text{in}}, \\ B_{i(i+1)}^{[1]}(x) &= (A_{i(i+1)}^{[0]}(x_{(i+1)}) R_{(i+1)} + \\ &+ B_{(i+1)(i+2)}^{[0]}(x_{(i+1)}) T_{(i+1)}) e^{\gamma(x-x_{(i+1)})} \vartheta_{i(i+1)}^{\text{out}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где T_i , $T_{(i+1)}$ и R_i , $R_{(i+1)}$ — коэффициенты прохождения и отражения волны внутри антенны при

прохождении через сечение бокового отверстия i и $(i + 1)$. Раскрывая волны нулевого дифракционного порядка по формуле (2), уравнение (4) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_{i(i+1)}^{[1]}(x) &= (a_i T_i + b_i R_i) e^{-\gamma d} e^{-\gamma(x-x_i)} \vartheta_{i(i+1)}^{\text{in}}, \\ B_{i(i+1)}^{[1]}(x) &= (a_i R_{i+1} + \\ &+ b_i T_{i+1}) e^{-\gamma d} e^{\gamma(x-x_{i+1})} \vartheta_{i(i+1)}^{\text{out}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Такой процесс переотражений продолжается бесконечно. Каждая из волн дифракционного порядка m образует по две волны дифракционного порядка $(m + 1)$. Результирующее поле в каждом сегменте интерференционной антенны можно представить следующей суммой

$$\begin{aligned} p_{i(i+1)}(x) &= A_{i(i+1)}(x) + B_{i(i+1)}(x) = \\ &= \sum_{m=0}^{m=\infty} A_{i(i+1)}^{[m]}(x) + \sum_{m=0}^{m=\infty} B_{i(i+1)}^{[m]}(x), \end{aligned} \quad (6)$$

результатирующей прямой и обратной волн, каждая из которых состоит из сумм элементарных волн всех дифракционных порядков. Уравнение (6) является дифракционным рядом Шварцшильда [26]. Решение этого уравнения будет показано в разделе 2.

Теперь определим начальные амплитудно-фазовые коэффициенты a_i и b_i элементарной прямой и обратной волн нулевого дифракционного порядка $A_{i(i+1)}^{[0]}$ и $B_{(i-1)i}^{[0]}$, коэффициенты прохождения T_i и отражения R_i при прохождении звуковой волны через сечение бокового отверстия i , а также коэффициент отражения R_0 обратной элементарной волны от открытого конца антенны.

Коэффициенты a_i и b_i будут равны между собой в силу равенства площади сечений сегментов трубы и будут определяться как $a_i = b_i = p_i T'_i$. В этом соотношении записано, что звуковая волна с давлением p_i , воздействуя на приемные отверстия антенны i , проходит в интерференционную антенну только частично с некоторым коэффициентом прохождения T'_i . Коэффициенты прохождения для торцевого отверстия $i = 0$ и боковых отверстий i имеют вид:

$$T'_0 = \frac{\rho c S_0}{Z_0 + \rho c S_0}; \quad T'_i = \frac{Z_i}{2Z_i + \rho c S_0 \frac{S_i^2}{S_0^2}}, \quad (7)$$

где S_0 — площадь сечения антенны, м^2 ; S_i — площадь сечения i -го бокового отверстия, м^2 ; Z_0 — выходной импеданс торцевого отверстия, рад кг/с; Z_i — выходной импеданс бокового отверстия, рад кг/с; ρ — объемная плотность среды, кг/м³; c — скорость

звука в среде, м/с. Выражения (7) легко получить с помощью метода электроакустических аналогий (представив эквивалентную электрическую схему полубесконечной трубы с открытым концом с сопротивлением излучению Z_0 для T'_0 и участок бесконечной трубы с боковым отверстием с сопротивлением излучению Z_i для T'_i) как отношение напряжения на элементе, замещающем полубесконечную трубу, к ЭДС.

Коэффициенты прохождения T_i и отражения R_i при прохождении звуковой волны через сечение бокового отверстия i , согласно работам [5, 32], определяются формулами:

$$\begin{aligned} T_i &= \left(1 + \frac{1}{2} \frac{S_0 \rho c}{Z_i \frac{S_0^2}{r_i^2}} \right)^{-1}; \\ R_i &= \left(-\frac{1}{2} \frac{S_0 \rho c}{Z_i \frac{S_0^2}{S_i^2}} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{S_0 \rho c}{Z_i \frac{S_0^2}{S_i^2}} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где обозначения величин совпадает с обозначениями для выражения (7).

Коэффициент отражения R_0 обратной элементарной волны от открытого конца антенны определяется соотношением

$$R_0 = \frac{Z_0 - S_0 \rho c}{Z_0 + S_0 \rho c}. \quad (9)$$

При этом величина концевой поправки открытого торца антенны, т.е. выходной импеданс Z_0 , определялся согласно работам [33, 34] по формуле, полученной Коссе и его соавторами:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \rho c S_0 Z_0^* \text{ для } ka < 1,5, \text{ где} \\ Z_0^* &= jk \cdot 0.6133 r_0 - j(ka)^3 [0.036 - \\ &- 0.034 \ln(ka) + 0.0187(ka)^2] + \frac{(ka)^2}{4} + \\ &+ (ka)^4 [0.0127 - 0.082 \ln(ka) + 0.023(ka)^2]. \end{aligned} \quad (10)$$

Во многих отечественных работах выходной импеданс открытого торца определяется по формуле

$$Z_0 \approx \frac{\rho \pi r_0^4 \omega^2}{c} + j2\omega \rho r_0^3 \quad (11)$$

согласно работе Л.Я. Гутина [35], однако формула (10) дает более точный результат. Величина Z_i в формулах (7)–(8) определялась аналогично величине Z_0 с поправкой на форму бокового отверстия.

Возвращаясь к выражению (2), раскроем значение постоянной распространения $\gamma = \beta + j\alpha$.

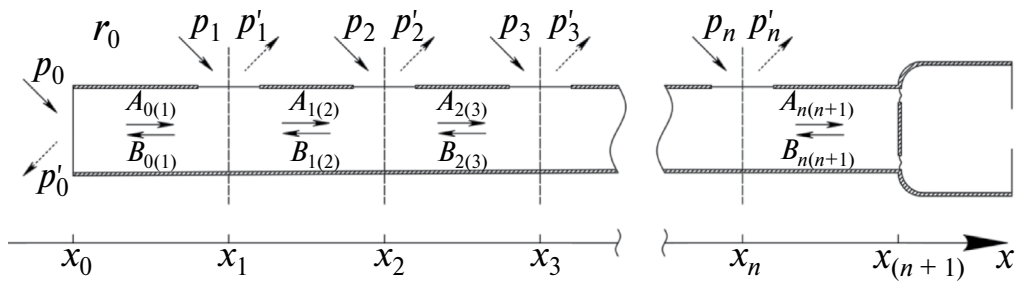


Рис. 1. Модельное представление интерференционной антенны.

Постоянная γ состоит из коэффициента затухания β , характеризующего ослабление амплитуды волны на единицу длины пути, и фазовой постоянной $j\alpha$, имеющей смысл волнового числа при некоторой скорости c_1 , отличной от скорости звука в свободной среде. Величины определялись по следующим формулам согласно [32]:

$$\alpha = k \left| \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 + 4\varphi^2}}}{\sqrt{2}} \right|; \quad \beta = k\varphi \left| \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + 4\varphi^2}}} \right|, \quad (12)$$

где $\varphi = r_{\text{тр}}/2\omega r$; $r = \sqrt{(2\rho\mu\omega)} / r_0$ — коэффициент трения; $\mu = 2 \times 10^{-4}$ — коэффициент вязкости, пуаз; r_0 — внутренний радиус антенны.

В завершение раздела стоит отметить, что поршневая мода может существовать не на всей протяженности антенны, а значит, строго говоря, предлагаемая математическая модель описывает звуковое поле не в каждой точке антенны. В частности, мы не можем представлять фронт волны плоским на участке антенны с боковым отверстием i , т.е. в координатах $x_{(i-r)} \geq x \geq x_{(i+r)}$. Описать звуковое поле в этой зоне мы не можем, поэтому ограничиваемся только описанием прохода звуковой волны через эту зону с помощью коэффициентов прохождения T_i и отражения R_i . Кроме того, при прохождении через зону отверстия фронт волны деформируется и перестает быть плоским. Возвращение к плоскому фронту (выпрямление фронта) происходит только на некотором расстоянии от отверстия. Однако результаты акустических измерений (раздел 3 и 4) показывают, что для реальной геометрии интерференционной антенны результаты измерений хорошо совпадают с результатами расчета.

2. МАТРИЧНЫЙ ФОРМАЛИЗМ

Для описания звукового поля в интерференционной антенне требуется определить сумму всех элементарных прямых и сумму всех элементарных обратных волн любого заданного порядка

дифракции m на каждом участке антенны. Известно, что подобные задачи можно решить с помощью системы матричных уравнений [25]. В частности, похожая задача прохождения волн через многослойную среду была решена в [24] методом, который получил название метода реверберационной матрицы. Решим поставленную нами задачу в терминах, предложенных для метода реверберационной матрицы, и представим ответ в виде матричного уравнения.

В целях наглядности сначала продемонстрируем решение для частного случая интерференционной антенны с $n = 2$ боковыми отверстиями, а потом распространим его на произвольно взятое количество отверстий n . Иллюстрацию этого случая легко представить из рис. 1.

Антенна разделена на $(n + 1) = 3$ сегмента. В каждом сегменте образуется по паре элементарных волн, а в последнем сегменте (в координатах $x_n - x_{(n+1)}$) образуется только прямая волна $A_{n(n+1)}^{[0]}(x)$, обратную волну примем $B_{n(n+1)}^{[0]}(x) = 0$. Теперь запишем все волны первого дифракционного порядка в координатах начала своего распространения в своих сегментах в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} A_{0(1)}^1(x_0) = B_{0(1)}^0(x_1)e^{-\gamma d} R_0, \\ A_{1(2)}^1(x_1) = A_{0(1)}^0(x_0)e^{-\gamma d} T_1 + B_{1(2)}^0(x_2)e^{-\gamma d} R_1, \\ A_{2(3)}^1(x_2) = A_{1(2)}^0(x_1)e^{-\gamma d} T_2 + B_{2(3)}^0(x_3)e^{-\gamma d} R_2, \\ B_{0(1)}^1(x_1) = A_{0(1)}^0(x_0)e^{-\gamma d} R_1 + B_{1(2)}^0(x_2)e^{-\gamma d} T_1, \\ B_{1(2)}^1(x_2) = A_{1(2)}^0(x_1)e^{-\gamma d} R_2 + B_{2(3)}^0(x_3)e^{-\gamma d} T_2, \\ B_{2(3)}^1(x_3) = A_{2(3)}^0(x_2)e^{-\gamma d} R_3. \end{cases} \quad (13)$$

Если в каждое из уравнений записать отсутствующие в нем волны с нулевым множителем, то нетрудно переписать систему (13) в виде матричного уравнения:

$$\begin{pmatrix} A_{0(1)}^1(x_0) \\ A_{1(2)}^1(x_1) \\ A_{2(3)}^1(x_2) \\ B_{0(1)}^1(x_1) \\ B_{1(2)}^1(x_2) \\ B_{2(3)}^1(x_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & R_0 & 0 & 0 \\ T_1 & 0 & 0 & 0 & R_1 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 & 0 & 0 & R_2 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 & T_1 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & T_2 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{-\gamma d} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\gamma d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\gamma d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\gamma d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-\gamma d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-\gamma d} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_{0(1)}^0(x_0) \\ A_{1(2)}^0(x_1) \\ A_{2(3)}^0(x_2) \\ B_{0(1)}^0(x_1) \\ B_{1(2)}^0(x_2) \\ B_{2(3)}^0(x_3) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Полученное уравнение (14) можно представить в виде $X^{[1]} = SPX^{[0]}$, где S – матрица рассеяния; P – фазовая матрица; $X^{[0]}$ и $X^{[1]}$ – векторы-столбцы с волнами нулевого и первого дифракционного порядка.

Волны каждого следующего дифракционного порядка $X^{[m+1]}$ записываются аналогичным рекуррентным образом – умножением вектора волн предыдущего дифракционного порядка $X^{[m]}$ на матрицу рассеяния и фазовую матрицу. При этом, как видно из уравнения (14), матрицы S и P не зависят от дифракционного порядка m , а стало быть, волны произвольного порядка $X^{[m+1]}$ будут связаны с $X^{[0]}$ следующим уравнением:

$$X^{[m+1]} = SPX^{[m]} = (SP)^m X^{[0]} = R^m X^{[0]}, \quad (15)$$

где $R = SP$ – реверберационная матрица.

Результирующее звуковое поле в каждом сегменте антенны определяется суммой элементарных прямых и обратных волн всех дифракционных порядков при бесконечном процессе переотражений, т.е. при $m = \infty$. Сумма такого бесконечного ряда (при условии его сходимости) определяется выражением

$$\begin{aligned} X &= \sum_{m=0}^{\infty} X^{[m]} = \\ &= \left(\sum_{m=0}^{\infty} R^m \right) X^{[0]} = (I - R)^{-1} X^{[0]}, \end{aligned} \quad (16)$$

где I – единичная матрица. Выражение (16) и является решением поставленной задачи. Вопрос о сходимости ряда по степеням реверберационной матрицы нигде не рассматривался [36], и он является достаточно тонким. Мы будем полагать, что ряд априори сходится, критерием чего для данного случая является сравнение полученных в работе расчетных и экспериментальных данных.

Уравнение (16) описывает прямые и обратные волны в точках центров боковых отверстий и позволяет рассчитать поле звукового давления в любой точке каждого из сегментов антенны. В частности, звуковое давление на мембране микрофона в точке $x_{(n+1)}$, учитывая, что $A_{n(n+1)}(x_{(n+1)}) = A_{n(n+1)}(x_n)e^{-\gamma d}$, определяется уравнением

$$\begin{aligned} p(x_{(n+1)}) &= A_{n(n+1)}(x_n)e^{-\gamma d} + \\ &+ B_{n(n+1)}(x_{(n+1)}). \end{aligned} \quad (17)$$

Полученное решение распространяется на любое произвольно взятое количество боковых отверстий n . Легко видеть, что размер векторов и матриц в уравнении (14) зависит от числа сегментов $(n + 1)$. Размер волновых векторов-столбцов X определяется количеством пар элементарных волн в каждом сегменте антенны и равен $2(n + 1)$, а размер каждой из матриц соответственно $2(n + 2) \times 2(n + 2)$.

Волновые векторы-столбцы X для произвольного n будут записываться в виде

$$X = \begin{pmatrix} A_{0(1)}(x_0) \\ \dots \\ A_{n(n+1)}(x_n) \\ B_{0(1)}(x_1) \\ \dots \\ B_{n(n+1)}(x_{(n+1)}) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

а фазовая матрица P в виде

$$P = \begin{pmatrix} e^{-\gamma d} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & e^{-\gamma d} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{-\gamma d} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & e^{-\gamma d} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Из уравнения (14) видно, что матрица рассеяния S состоит из 4-х блоков с диагональной записью коэффициентов отражения и прохождения, причем запись коэффициентов прохождения происходит со смещением. Для произвольного n матрица рассеяния S будет иметь вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & R_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ T_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & R_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & R_{(n-1)} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & T_n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & R_n \\ R_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & T_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R_n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & T_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R_{(n+1)} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Было изготовлено несколько лабораторных образцов интерференционных антенн и проведены акустические измерения в полузаглушенной камере НИИ Строительной Физики РААСН. Цель измерений – определить частотный отклик интерференционных антенн разных конфигураций при разных углах падения звуковой волны.

Были подготовлены три образца: образец цилиндрической трубки без боковых отверстий и образец двух интерференционных антенн. Продольные и поперечные разрезы образцов показаны на рис. 2, а вид – на рис. 3. Образцы напечатаны на 3D-принтере из фотополимера (белый) и стеклонаполненного акрилонитрил бутадиен стирола (черные).

Образец надевается на 1/2 дюймовый измерительный ненаправленный электретный микрофон свободного поля РСВ 378В02. Примыкание дифракционной решетки микрофона к стенкам образцов уплотнялось для исключения щелей.

Таким образом, экспериментальный образец представляет собой ненаправленный микрофон

с присоединенной к нему трубкой или интерференционной антенной длиной 180 мм. Главным и важным отличием наших образцов от интерференционных микрофонов являются боковые отверстия, которые не закрыты тканью или специальными сеточками. В интерференционных микрофонах боковые отверстия закрывают материалами с активным акустическим сопротивлением. Как покажут результаты эксперимента, это играет определяющую роль в формировании характеристики направленности.

Схема экспериментального стенда показана на рис. 4. Исследуемые образцы устанавливались на штатив с микрофонным держателем, который ставился на поворотный стол таким образом, чтобы мембрана микрофона находилась на линии вертикальной оси поворота стола. В качестве излучателя использовалась 16-сантиметровая электродинамическая головка громкоговорителя Harman REF 6530сх, смонтированная в специальный фанерный измерительный щит (щит соответствует требованиям ГОСТ Р 53575–2009 (IEC 60268–5:2003)).

Излучатель находился на расстоянии 3.6 м от исследуемого микрофона. На участок пола камеры между излучателем и микрофоном (размерами 3600 на 3600 мм) в несколько рядов были уложены минераловатные плиты толщиной 50 мм и объемной плотностью порядка 40–80 кг/м³. Для снижения влияния на измерения дифрагирующей волны, излученной с тыльной стороны излучателя, обратная сторона щита была закрыта перегородками из минераловатных плит толщиной 150 мм.

Акустические измерения проводились для трех образцов и микрофона РСВ 378В02 без образца. Измерения характеристики направленности проводились в диапазоне углов поворота микрофона от 0° до 345° с шагом 15° отдельно для каждого угла поворота микрофона. Штатив с микрофоном был установлен на поворотный стол марки RFT.

Схема измерительного тракта показана на рис. 5. Акустические измерения проводились с помощью DAQ системы Dewesoft SIRIUSi, работающей под управлением установленного на ноутбук ПО DewesoftX. С помощью функции воспроизведения пользовательских сигналов на выход DAQ системы (1) подавалась ранее сгенерированная последовательность максимальной длины 18-го порядка (maximum-length sequence, MLS). Сигнал подавался на усилитель звуковой мощности (4), а затем на клеммы головки громкоговорителя (ГГ) (3) и дополнительно на аналоговый вход DAQ системы (1) и записывался. Микрофон (2) подключался к аналоговому входу для ICP датчиков DAQ системы (1). Сигнал с микрофона записывался.

С помощью DAQ системы синхронно были записаны сигналы с микрофона и сигналы с клемм излучателя. Последующая обработка сигналов

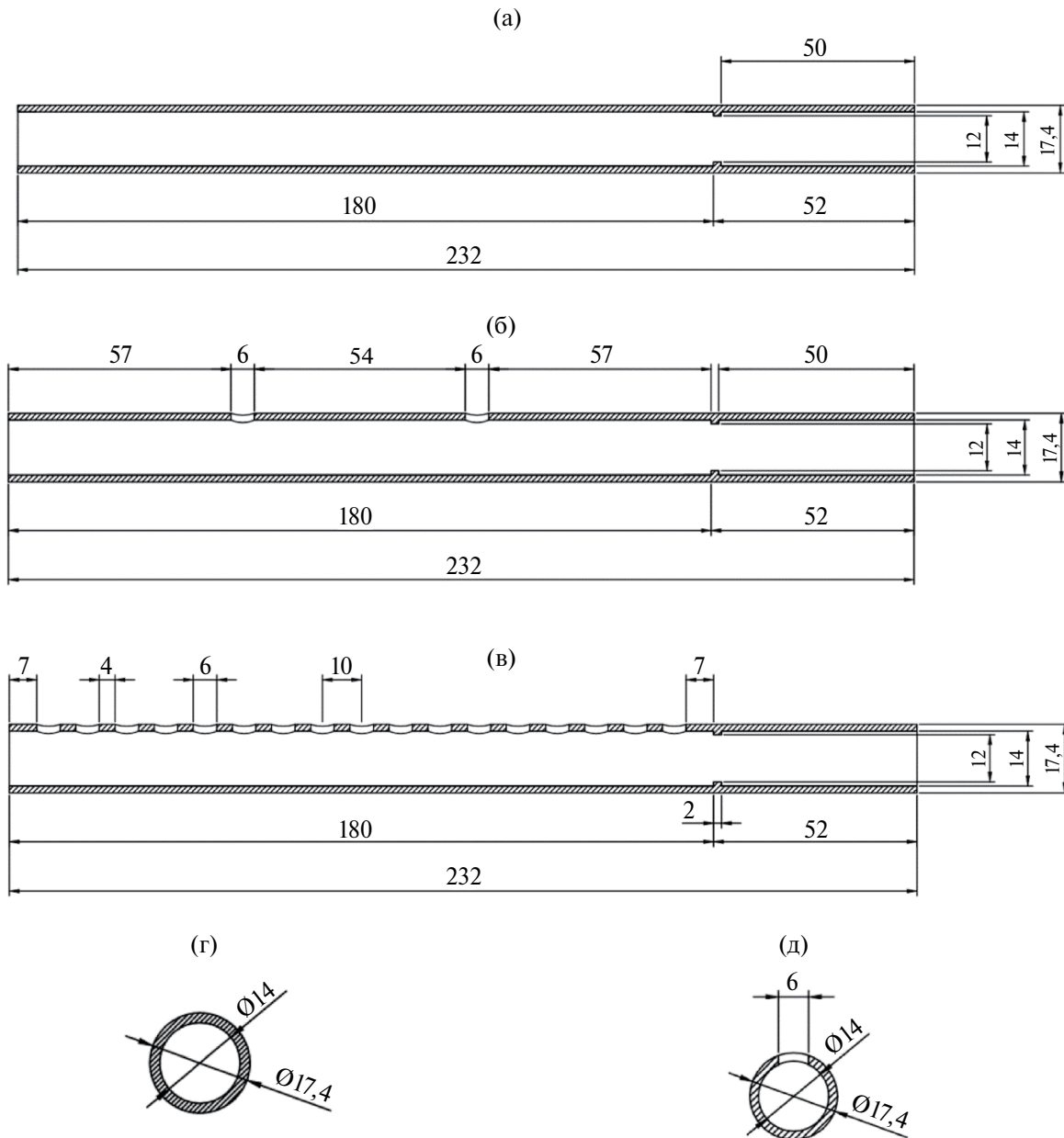


Рис. 2. Продольные и поперечные разрезы: (а, г) — образцы цилиндрической трубки без боковых отверстий, (б, д) — образцов интерференционной антенны с двумя боковыми отверстиями, (в, д) — семнадцатью боковыми отверстиями.

проводилась в Matlab. Схема обработки сигналов показана на рис. 6. Записанные сигналы обрезались по времени таким образом, чтобы длительность записи соответствовала распространению звуковой волны на расстояние 10 м.

Далее проводилась корреляционная обработка сигналов. Отдельно для микрофона без образца и микрофона с образцом определялась взаимная корреляция сигнала микрофона (давления) и сигнала на клеммах громкоговорителя (напряжения).

Далее проводилась Фурье обработка и фильтрация спектров взаимной корреляции. Для взаимных спектров делалось обратное быстрое преобразование Фурье, затем полученная функция взаимной корреляции для микрофона с образцом делилась на полученную функцию взаимной корреляции микрофона без образца и умножалась на ранее подготовленную фильтрационную маску. Полученное значение являлось частотным откликом образца.



Рис. 3. (а) – Вид образцов и (б) – вид образца, надетого на микрофон.

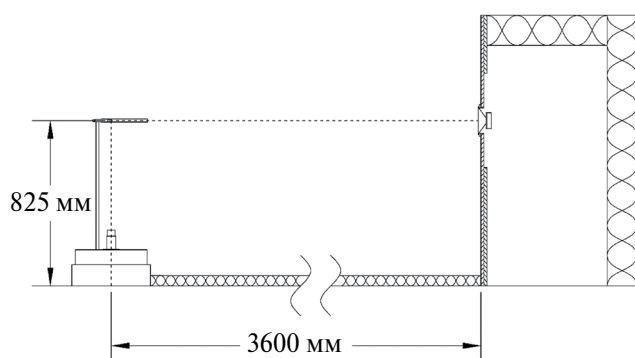


Рис. 4. Схема экспериментального стенда.

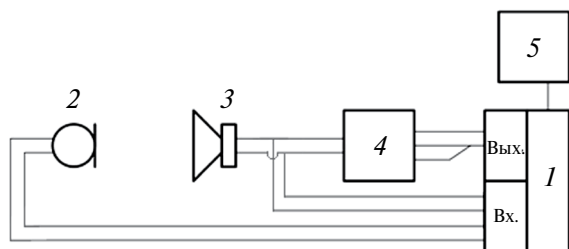


Рис. 5. Схема измерительного тракта: 1 – измерительный блок системы сбора данных Dewesoft SIRIUSi, 2 – рабочий измерительный микрофон PCB 378B02, 3 – головка ГГ Harman REF 6530cx, 4 – усилитель звуковой мощности Crown XLi 1500, 5 – компьютер с предустановленным ПО DewesoftX.

Отметим, что М-последовательность ранее неоднократно применялась для экспериментальных исследований в акустике. В работах [37–43] можно ознакомиться с полученными результатами и техникой экспериментов.

4. РАСЧЕТ МЕТОДОМ РЕВЕРБЕРАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ И СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Проанализируем возможность применения разработанной математической модели для расчета звукового поля в интерференционной антенне к экспериментальным образцам.

Предложенная модель расчета звукового поля применима при распространении звуковых волн на нулевой моде. Как известно (например, [18, 32]), в трубке цилиндрического сечения на нулевой моде волна может распространяться только в некотором диапазоне частот, который зависит от диаметра трубки и определяется соотношением

$$\frac{\lambda}{2r_0} > 1.7, \quad (21)$$

где $\lambda = c_0/f$ – длина волны, м; f – частота, Гц. Внутренний диаметр всех экспериментальных образцов составлял 14 мм, таким образом, одномерное распространение звуковой волны в них может происходить до частоты 14 кГц.

При прохождении звуковой волны внутри антенны через зону бокового отверстия ее фронт деформируется и перестает быть плоским, “выравниваясь” на некотором расстоянии от отверстия, сопоставимом с диаметром отверстия. Для лабораторного образца антенны с $n = 2$ боковых отверстий длина сегмента значительно превышает

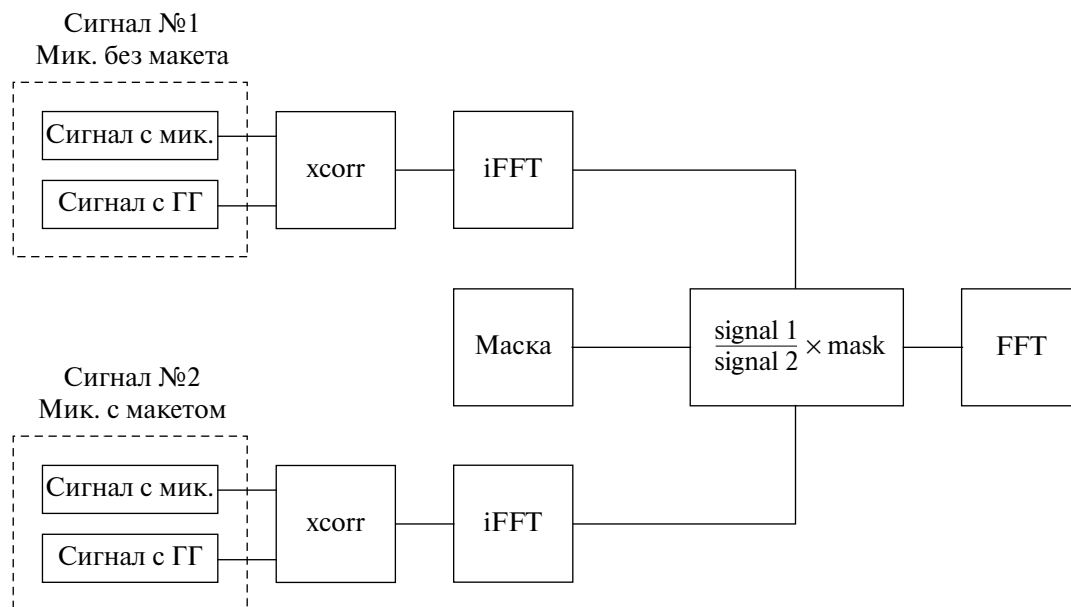


Рис. 6. Схема обработки сигналов.

диаметр отверстия, а вот для антенны с $n = 17$ диаметр отверстия составляет половину длины сегмента. Приближенность фронта волны к плоскому внутри антенны в этом случае оценить затруднительно. Таким образом, расчет звукового поля по предложенной модели должен хорошо соотноситься с результатами измерений в большей степени для трубки без боковых отверстий и для антенны с $n = 2$, и в меньшей степени для антенны с $n = 17$. Тем не менее, в реальных конструкциях интерференционных антенн расстояние d между боковыми отверстиями стремятся сделать небольшим для расширения верхней границы рабочего частотного диапазона микрофона, а именно — сопоставимым с длиной волны верхней граничной частоты [20].

Именно этими обстоятельствами был обусловлен выбор двух вариантов лабораторных образцов антенны — с большим и маленьким расстоянием d относительно радиуса бокового отверстия. Сопоставление результатов измерений с расчетами позволит оценить как точность метода для одномерного распространения волны в антенне, так и применимость метода к реальным конструкциям антенн с многомодовым распространением.

С помощью метода реверберационной матрицы были проведены расчеты звукового давления в образце на мембране ненаправленного капсюля при разных углах падения звуковой волны в частотном диапазоне до 10 кГц. Полученные результаты сопоставлялись с результатами измерений для всех образцов. Для двух образцов интерференционной антенны сопоставлялись результаты расчетов и измерений характеристики направленности на двух частотах. Характеристика направленности образца трубки без

боковых отверстий близка к ненаправленной, поэтому специальный анализ ее не проводился.

На рис. 7 представлены результаты измерений уровня звукового давления на мембране ненаправленного капсюля для трубки без отверстий ($n = 0$) при фронтальном падении звуковой волны в сравнении с результатами расчета при учете концевой поправки по формуле Коссе (10) и по формуле Гутин (11). Видно, что оба выражения дают одинаковые значения резонансных частот (соответствующие четвертьволновому резонансу), но начиная с 3–4 кГц с увеличением частоты рассчитанный уровень звукового давления с использованием (11) становится пропорционально меньше результатов измерений. Расчеты с формулой Коссе (10) лучше соотносятся с результатами измерений. Однако все же имеет место расхождение 2–5 дБ в амплитуде. Вероятнее всего, расхождение обусловлено меньшими расчетными значениями активной составляющей импеданса (сопротивления излучению), чем это имело место на экспериментальном стенде, а также меньшими расчетными значениями коэффициента затухания. Такое расхождение будем считать несущественным для задач нашего исследования, т.к. в первую очередь мы стремимся оценить пригодность разработанной модели к расчетам интерференционной антенны, а не уточнить значения сопротивления излучения и затухания в трубах, что является отдельной задачей. Во всех дальнейших расчетах использовалась формула Коссе (10).

На рис. 8 представлены результаты расчета уровня звукового давления на мембране ненаправленного капсюля для интерференционных антенн с количеством отверстий (а) $n = 2$ и (б) $n = 17$ при

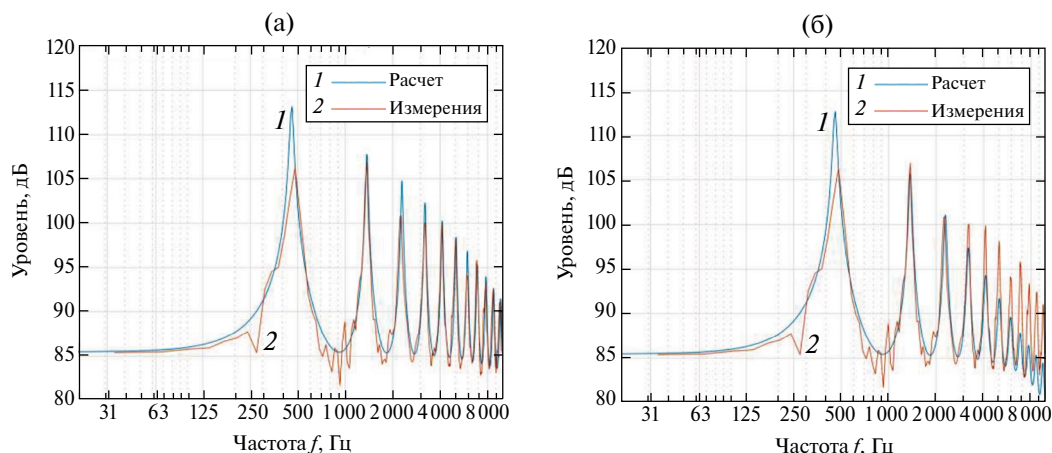


Рис. 7. Результаты измерений уровня звукового давления на мембране ненаправленного капсюля для трубки без отверстий ($n = 0$) при фронтальном падении звуковой волны в сравнении с результатами расчета при учете концевой поправки: (а) – по формуле Коссе (10), (б) – по формуле Гутина (11).

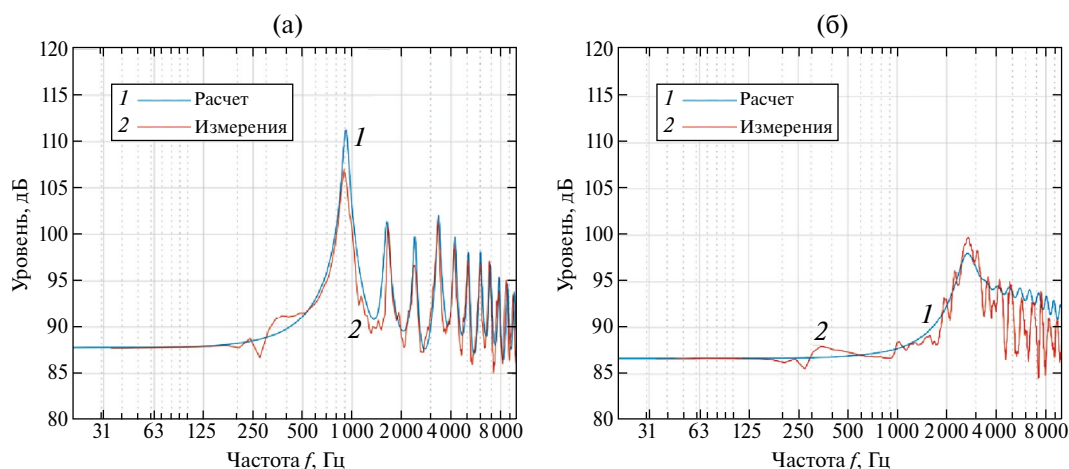


Рис. 8. Результаты расчета уровня звукового давления на мембране ненаправленного капсюля для интерференционных антенн с количеством отверстий (а) – $n = 2$ и (б) – $n = 17$ при фронтальном падении звуковой волны в сравнении с результатами измерений.

фронтальном падении звуковой волны в сравнении с результатами измерений. Видно, что для $n = 2$ результаты расчета хорошо соотносятся с результатами измерений. Причины отклонения 2–5 дБ прежде всего в районе резонансов связаны с отклонением расчетных значений сопротивления излучения боковых отверстий от реального сопротивления, имеющим место на экспериментальном стенде. Для $n = 17$ форма расчетной кривой уровня звукового давления хорошо повторяет форму огибающей измеренных значений, однако расчетная кривая не повторяет всех “провалов” измеренной кривой. Причиной этого, вероятнее всего, является несоответствие реальной формы фронта звуковой волны плоскому внутри интерференционной антенны, а также отличие между расчетными

и реальными значениями сопротивления излучения бокового отверстия. Тем не менее, как и раньше, для целей нашего исследования такое соотношение расчетных и измеренных значений будем считать удовлетворительным.

На рис. 9 представлены результаты расчета (а, в) и результаты измерения (б, г) уровня звукового давления на мембране ненаправленного капсюля для интерференционных антенн с количеством отверстий (а, б) $n = 2$ и (в, г) $n = 17$ при фронтальном ($\theta = 0^\circ$), боковом ($\theta = 90^\circ$) и тыловом ($\theta = 180^\circ$) падении звуковой волны. Для $n = 2$ наблюдается хорошее совпадение формы кривых для расчетов и измерений при всех углах падения звуковой волны. Для $n = 17$ совпадение носит более качественный характер. Для обоих образцов

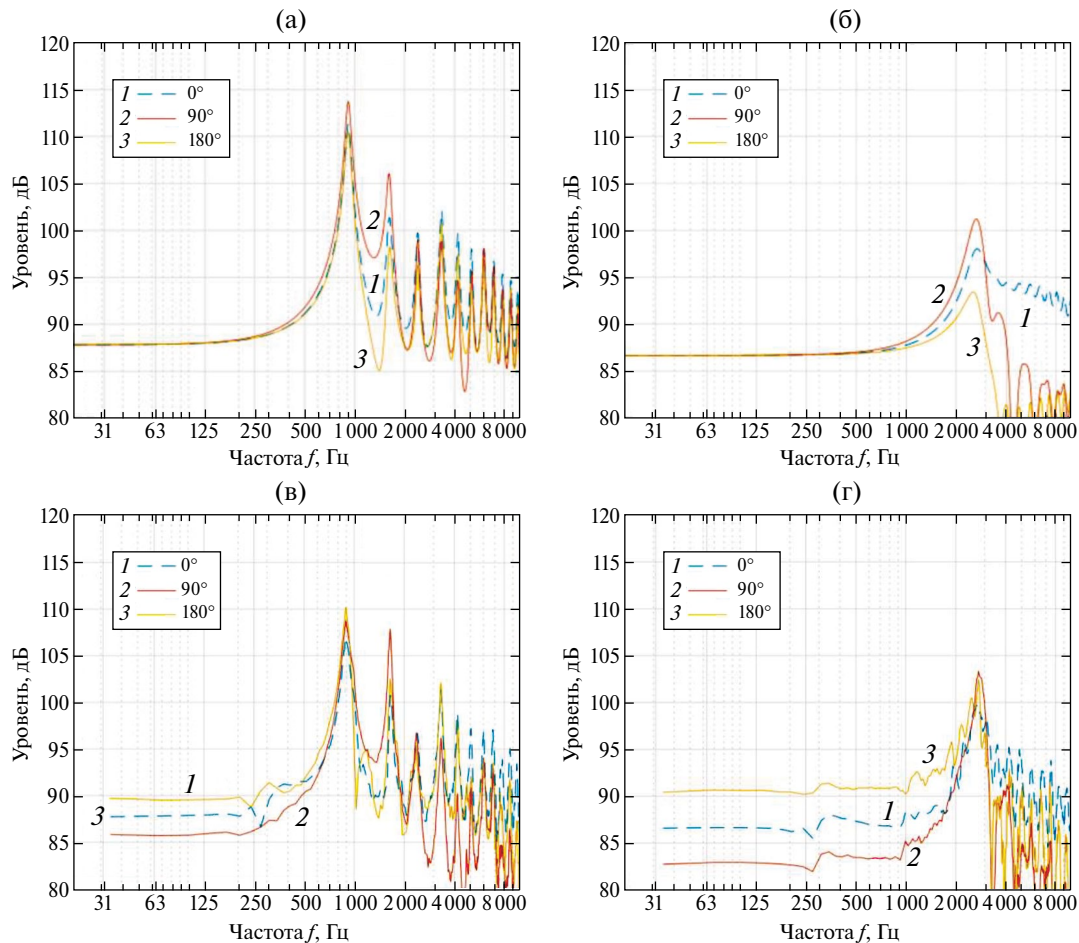


Рис. 9. (а, в) – Результаты расчета и (б, г) – результаты измерений уровня звукового давления на мембране ненаправленного капсюля для интерференционных антенн с количеством отверстий (а, б) – $n = 2$ и (в, г) – $n = 17$ при фронтальном, боковом и тыловом падении звуковой волны.

измеренный уровень звукового давления при тыловом падении волны на 2.5 дБ выше расчетного, а на частотах ниже первого резонанса превышает кривую для фронтального падения звуковой волны (эта особенность отмечалась в работе [21]).

Из взаимного расположения кривых при разных углах падения звуковой волны видно, что антенна с $n = 2$ не будет иметь однонаправленных свойств, а антенна с $n = 17$ такие свойства имеет.

На рис. 10 представлены результаты расчета характеристики направленности (ХН) лабораторных образцов с количеством отверстий $n = 2$ и $n = 17$ в сравнении с результатами измерений на частотах 4220 и 6040 Гц. Характеристика направленности для каждой частоты $R(\theta)$ определялась как зависимость от угла падения звуковой волны θ отношения звукового давления $p(f, \theta)$ к значению звукового давления $p(f, \theta_{\max})$ при угле максимальной чувствительности микрофона $\theta_{\max}$ и рассчитывалась по формуле

$$R(f, \theta) = \frac{p(f, \theta)}{p(f, \theta_{\max})}, \quad (22)$$

где $p(f, \theta)$ – звуковое давление на мембране микрофона на частоте f при падении звуковой волны под углом θ ; $\theta_{\max}$ – угол падения звуковой волны, при котором на мембране микрофона регистрируется наибольшее звуковое давление на частоте f .

Видно, что антенна с $n = 2$ не имеет однонаправленных свойств, в отличие от антенны с $n = 17$. Однако у антенны с $n = 17$ присутствует провал при осевом (фронтальном) падении звуковой волны, а максимумы чувствительности симметрично находятся в углах от $\pm 60^\circ$ до $\pm 30^\circ$, “сходясь” к центру с ростом частоты. Причиной этого является дисперсия в канале интерференционной антенны. Частоты для построения характеристики направленности выбраны из соображений удобства демонстрации выявленного эффекта: внутри частотного диапазона, в котором наблюдается провал осевой

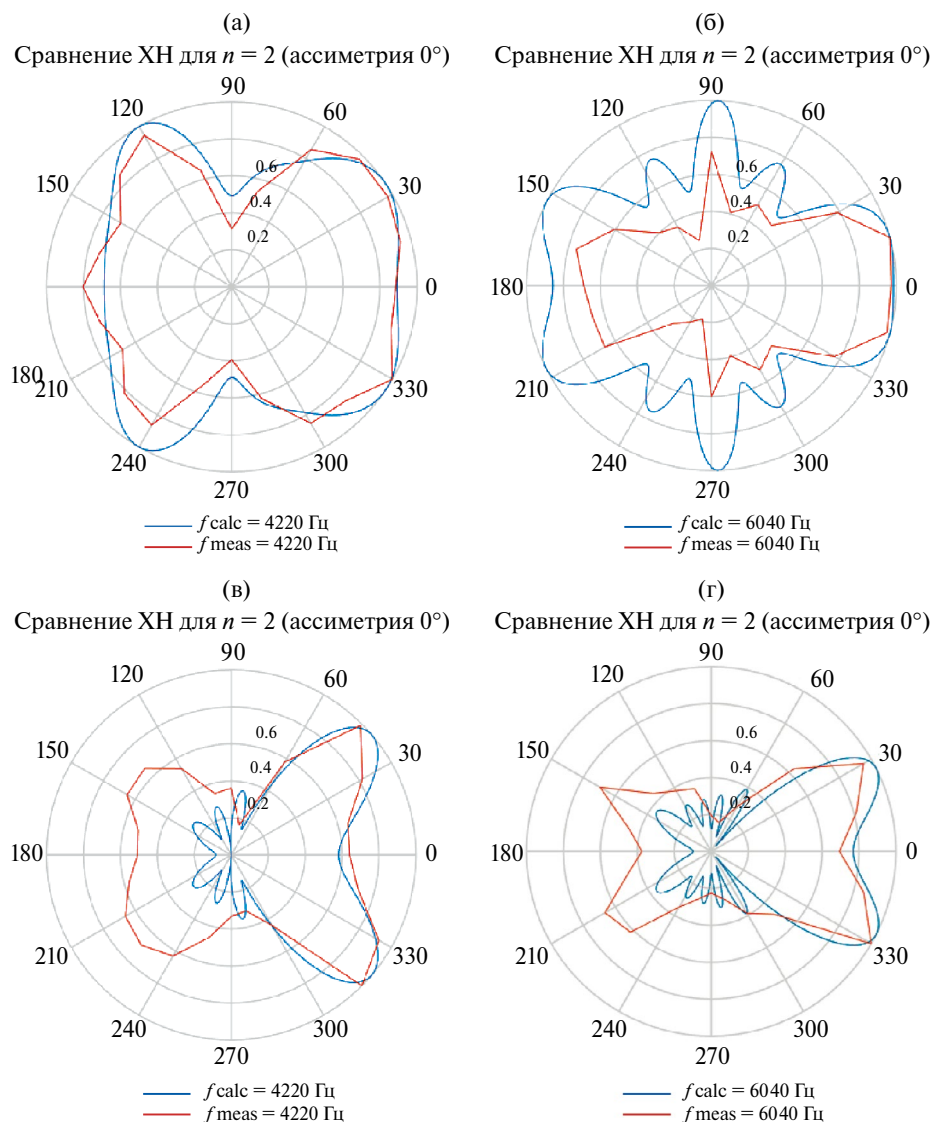


Рис. 10. Результаты расчета характеристики направленности интерференционных антенн с количеством отверстий (а, б) — $n = 2$ и (в, г) — $n = 17$ с ненаправленным микрофонным капсюлем в сравнении с результатами измерений на частотах 4220 и 6040 Гц.

чувствительности образца $n = 17$, были выбраны частоты, соответствующие резонансным для образца $n = 2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен матричный метод расчета амплитудно-частотной характеристики акустической интерференционной антенны, развитый на основе ранее известного метода реверберационной матрицы. Результаты расчета по разработанному методу хорошо сходятся с результатами лабораторных измерений.

На рассчитанной и измеренной характеристике направленности видны провалы чувствительности

при фронтальном (осевом) падении звуковой волны. Это нехарактерно для интерференционного микрофона, который, напротив, должен обеспечивать прием в фронтальном направлении с высоким коэффициентом направленности. Причиной этого является отсутствие дополнительного акустического сопротивления на боковых отверстиях, что было предусмотрено специально для демонстрации ранее не обсуждаемой в литературе особенности интерференционной антенны. Интерференционная антенна является волноводом со специфическими граничными условиями в зоне боковых отверстий. На участках антенны с боковыми отверстиями происходит скачок импеданса границы волновода, что является причиной возникновения дисперсии

в интерференционной антенне. Внесение дополнительного активного сопротивления (в виде ткани или специальных сеточек) на боковые отверстия позволит снизить влияние дисперсии на характеристику направленности антенны. Таким образом, исследование дисперсии в волноводе такого типа имеет существенное прикладное значение и требует отдельного рассмотрения.

Автор выражает благодарность доценту кафедры акустики физического факультета МГУ д.ф.-м.н. Андрею Владимировичу Шанину за проявленный интерес к работе и научную консультацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вахитов Ш.Я., Фадеев А.А., Ковалгин Ю.А., Шевьев Ю.П. Акустика: учебник для ВУЗов. М.: Горячая линия-Телеком, 2009. 660 с.
2. Субботкин А.О., Вахитов Ш.Я. Развитие и технический анализ современных остронаправленных интерференционных микрофонов // Мир техники кино. 2018. Т. 12. № 3. С. 24–31.
3. Лапин А.Д. Распространение звука в волноводе, имеющем ответвления и объемные резонаторы на стенках // Акуст. журн. 1961. Т. 7. № 2. С. 218–223.
4. Горин С.В., Лесняк А.Н. Распространение звука в волноводе, содержащем импедансные включения // Акуст. журн. 1987. Т. 23. № 5. С. 856–862.
5. Лапин А.Д. Распространение звука в волноводе с боковым ответвлением при критических частотах мод // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 6. С. 1001–1002.
6. Лапин А.Д. Отражение звука решеткой резонаторов в многомодовом цилиндрическом волноводе // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 580–582.
7. Урусовский И.А. Излучение звука из перфорированной трубы, внутри которой распространяется гармоническая волна // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 448–455.
8. Батенчук-Туско В.М., Голубицкий Д.Т., Елагин В.В. Излучение звука из плоского волновода с одной перфорированной стенкой // Акуст. журн. 1980. Т. 16. № 2. С. 167–172.
9. Dix G.R. Development and Comparison of Highly Directional Loudspeakers. Provo: Brigham Young University Scholars Archive Citation, 2006. 179 p.
10. Mason W.P., Marshall R.N. A tabular directional microphone // J. Acoust. Soc. Am. 1939. V. 10. P. 206–215.
11. Beranek L. Acoustic measurements. New York / London: John Wiley & Sons Inc. / Chapman & Hall, Limited, 1949. 914 p.
12. Беранек Л. Акустические измерения. М.: Изд-во иностранной литературы, 1952. 627 с.
13. Иофе В.К. Электроакустика. М.: Связьиздат, 1954. 184 с.
14. Фурдуев В.В. Акустические основы вещания. М.: Связьиздат, 1960. 319 с.
15. Римский-Корсаков А.В. Электроакустика. М.: Связь, 1973. 272 с.
16. Скучик Е. Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. 542 с.
17. Сапожков М.А. Электроакустика. Учебник для ВУЗов. М.: Связь, 1978. 272 с.
18. Вахитов Ш.Я. Теоретические основы электроакустики и электроакустическая аппаратура. М.: Искусство, 1982.
19. Kleiner M. Electroacoustics. CRC Press, 2013.
20. Вахитов Ш.Я. Современные микрофоны. Теория, проектирование. СПб.: СПбГУКиТ, 2003.
21. Ono K., Sugimoto T., Ando A., Hamasaki K., Ishii T., Chiba Y., Imanaga K. Audio Engineering Society 129th Convention // Convention Paper 8216 “Modeling of leaky acoustic tube for narrow-angle directional microphone”. San Francisco, CA, USA. 2010. P. 8.
22. Vakhitov S. Audio Engineering Society 21st Conference // Conference Paper “Problems of theory and designing for directional interference microphones”. St. Petersburg, Russia. 2002. P. 3.
23. Дрейзен И.Г. Электроакустика и звуковое вещание. М.: Связьиздат, 1961. 544 с.
24. Pao Y.H., Su X.Y., Tian J.Y. Reverberation matrix method for propagation of sound in a multilayered liquid // J. Sound Vib. 2000. T. 230. № 4. С. 743–760.
25. Arnold J.M. Discrete Green’s functions and functional determinants // 2017 Int. Conf. on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA). IEEE, 2017. P. 1072–1075.
26. Schwarzschild K. Die beugung und polarisation des lichts durch einen spalt. I // Mathematische Annalen. 1901. T. 55. № 2. С. 177–247.
27. Carnes T.N., Reynolds D.D., Hixson E.L. Analytical modeling of wave interference directional microphones. 1981. P. 361–371.
28. Bai M.R., Lo Y.Y. Refined acoustic modeling and analysis of shotgun microphones // J. Acoust. Soc. Am. 2013. T. 133. № 4. С. 2036–2045.
29. Bai M.R., Lo Y.Y., Chen Y.S. Impedance measurement techniques for one-port and two-port networks // J. Acoust. Soc. Am. 2015. T. 138. № 4. С. 2279–2290.
30. Sasaki Y., Nishiguchi T., Ono K., Ishii T., Chiba Y., Morita A. Audio Engineering Society 141st Convention // Convention Paper 9639 “Development of shotgun microphone with extra-long leaky acoustic tube”. Los Angeles, USA. 2016. P. 6.
31. Brandão E., Fonseca W.D.A., Mareze P.H. An algorithmic approach to electroacoustical analogies // J. Acoust. Soc. Am. 2022. T. 152. № 1. С. 667–678.
32. Ржевский С.Н. Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во московского университета, 1960. 336 с.

33. *Causse R., Kergomard J., Lurton X.* Input impedance of brass instruments comparison between experiment and numerical models // *J. Acoust. Soc. Am.* 1984. V. 75. С. 241–254.
34. *Dalmont J.P., Nederveen C.J., Joly N.* Radiation impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations // *J. Sound Vib.* 2001. Т. 244. № 3. С. 505–534.
35. *Гутин Л.Я.* О звуковом поле поршневого излучателя // *Журн. техн. физ.* Т. 7. № 10. 1937. С. 1096–1106.
36. *Pao Y.H., Chen W.Q., Su X.Y.* The reverberation-ray matrix and transfer matrix analyses of unidirectional wave motion // *Wave Motion.* 2007. Т. 44. № 6. С. 419–438.
37. *Шанин А.В., Валяев В.Ю.* Метод последовательностей максимальной длины в дифракционном эксперименте // *Акуст. журн.* 2011. Т. 57. № 3. С. 420–425.
38. *Валяев В.Ю., Шанин А.В.* Экспериментальная оценка параметров пористого дорожного покрытия акустическим методом // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 6. С. 776–776.
39. *Денисов С.Л., Корольков А.И.* Исследование эффективности экранирования шума с помощью метода последовательностей максимальной длины в приложении к задачам авиационной акустики // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 4. С. 419–435.
40. *Белоус А.А., Корольков А.И., Шанин А.В.* Экспериментальная оценка частотной зависимости коэффициента отражения звукопоглощающего материала при наклонном падении // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 2. С. 155–161.
41. *Корольков А.И., Шанин А.В., Белоус А.А.* Дифракция на вытянутом теле вращения с импедансными границами. Метод граничного интегрального параболического уравнения // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 4. С. 440–447.
42. *Белоус А.А., Корольков А.И., Шанин А.В., Остриков Н.Н.* Измерение импульсного отклика акустического MLS-сигнала в среде с потоком // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 1. С. 42–48.
43. *Денисов С.Л., Остриков Н.Н., Панкратов И.В.* Исследование возможности замены планера самолета интегральной компоновки на плоский полигональный экран для оценки эффективности экранирования шума двигателей на основе геометрической теории дифракции // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 6. С. 622–631.