

ISSN 0320-7919

Том 69, Номер 2

Март - Апрель 2023



АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

www.sciencejournals.ru



СОДЕРЖАНИЕ

Том 69, номер 2, 2023

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

Дифракция волны шепчущей галереи при скачкообразном распрямлении границы

Е. А. Злобина, А. П. Киселев

119

Интеграл Зоммерфельда в задачах моделирования дифракции акустических волн с помощью треугольной сетки

О. И. Макаров, А. В. Шанин, А. И. Корольков

129

АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА

Валидация двухточечной модели шума взаимодействия струи и крыла для реалистичной конфигурации

О. П. Бычков, Г. А. Фараносов

146

Метод оптимальной аналитической аппроксимации временных выборок в применении к анализу нестационарных периодических сигналов

А. Н. Вишняков, С. Ю. Макашов

155

Локализация и ранжирование источников шума самолета в летных испытаниях и сравнение с акустическими измерениями крупномасштабной модели крыла

М. Ю. Зайцев, В. Ф. Копьев, С. А. Величко, И. В. Беляев

165

Активное управление шумом взаимодействия струи и крыла с помощью плазменных актуаторов в узкой полосе частот

В. Ф. Копьев, О. П. Бычков, В. А. Копьев, Г. А. Фараносов, И. А. Моралев, П. Н. Казанский

177

Повышение точности локализации дипольных источников звука с помощью плоских микрофонных антенн

В. Ф. Копьев, В. В. Ершов, И. В. Храмцов, О. Ю. Кустов

191

Влияние высоты выступа на пристеночные пульсации давления вблизи его боковой кромки в турбулентном пограничном слое

С. В. Кузнецов, А. Ю. Голубев

207

Валидация метода определения модального состава тонального звукового поля в цилиндрическом канале на основе синхронных измерений в канале и дальнем поле при отсутствии потока

Н. Н. Остриков, М. А. Яковец, И. С. Ипатов, И. В. Панкратов

216

Оценка влияния переменности импеданса звукопоглощающей облицовки на шум вентилятора авиационного двигателя в расчете распространения звуковых мод в дальнее поле

В. В. Пальчиковский, А. А. Кузнецов, В. В. Павлоградский

230

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИИ

Наземные стендовые испытания плоского сопла с шумоглушением

И. В. Беляев, С. Ю. Макашов, М. Ю. Зайцев, В. Г. Юдин, А. В. Потапов

242

Сравнительный анализ акустических характеристик композитной и металлической панелей при звуковом и псевдозвуковом возбуждении

А. Я. Зверев

249

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

Исследование влияния ударных повреждений на усталостные характеристики композитного соединения “обшивка—стрингер” в условиях виброакустического нагружения

С. В. Дубинский, Ф. С. Севастьянов, В. М. Костенко, С. Л. Денисов

261

Тангенциальный импеданс

Н. Г. Канев

270

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.26;534.8

ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ РАСПРЯМЛЕНИИ ГРАНИЦЫ

© 2023 г. Е. А. Злобина^{а, *}, А. П. Киселев^{а, б, с, **}

^аСанкт-Петербургский Государственный Университет,
Университетская наб. 7-9, Санкт-Петербург, 199034 Россия

^бСанкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН,
наб. р. Фонтанки 27, Санкт-Петербург, 191023 Россия

^сИнститут Проблем Машиноведения РАН,
Большой проспект В.О. 61, Санкт-Петербург, 199178 Россия

*e-mail: ezlobina2@yandex.ru

**e-mail: aleksei.kiselev@gmail.com

Поступила в редакцию 12.09.2022 г.

После доработки 12.09.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Изучается дифракция высокочастотной волны шепчущей галереи с небольшим номером, набегающей вдоль вогнутой границы, кривизна которой испытывает скачок при переходе в плоскую границу. Рассмотрены случаи жесткой (условие Неймана) и мягкой (условие Дирихле) границы. В рамках метода параболического уравнения получена корректная задача рассеяния, которая решена явно и детально исследована асимптотически. Найдены аналитические выражения для всех волновых полей, возникающих в окрестности особой точки границы. В частности, описана расходящаяся из этой точки краевая волна. Для жесткой границы ее амплитуда пропорциональна величине скачка кривизны, а для мягкой — нет.

Ключевые слова: высокочастотная асимптотика, дифракция на негладкой границе, уравнение Гельмгольца, метод параболического уравнения

DOI: 10.31857/S0320791923600038, **EDN:** ITWTAS

1. ВВЕДЕНИЕ

С возникновением геометрической теории дифракции, сводящей нахождение коротковолновой асимптотики решений задач дифракции на телах сложной формы к изучению более простых эталонных задач, возникла потребность в их систематическом исследовании. Однако до сих пор остаются обширные пробелы в изучении круга задач, в которых граница препятствия обладает непрерывной или кусочно непрерывной кривизной с изолированными особенностями. Здесь не применимы ни разделение переменных, ни методы типа Винера—Хопфа, и получение надежных результатов должно опираться на достаточно изощренную асимптотическую технику. В настоящей работе мы исследуем одну из таких задач.

Задачи дифракции коротких волн на структурах, где кривизна границы меняется скачкообразно, привлекают внимание исследователей с 1960-х годов (см., например, [1–12]). Достаточно полно изучен пока лишь случай некасательного падения (и некасательного наблюдения), когда знаки кривизны по разные стороны особой точки границы

не имеют большого значения, см. недавние работы [9–11] и литературу в них. Задачи же с касательным падением описывают довольно разнообразные физические процессы, кардинально зависящие от знаков кривизны по разные стороны от точки сопряжения гладких участков границы. Отметим, что большое внимание привлекает на первый взгляд родственная, но в математическом отношении качественно другая задача о дифракции волны шепчущей галереи на контуре, гладко переходящем от вогнутости к выпуклости (типа кубической параболы), впервые рассмотренная в [13], свежий обзор этих исследований дан в [14].

Теория дифракции на препятствиях с негладкой кривизной еще далека от завершения. В настоящей работе изучается двумерная задача дифракции высокочастотной волны шепчущей галереи на границе с разрывом кривизны. Граница S представляет собою дугу окружности радиуса $a > 0$, переходящую в точке сопряжения O в касательную к ней прямую (см. рис. 1) так, что в O кривизна скачком меняется с $1/a$ на 0. Рассмотрение ведется в рамках метода параболического

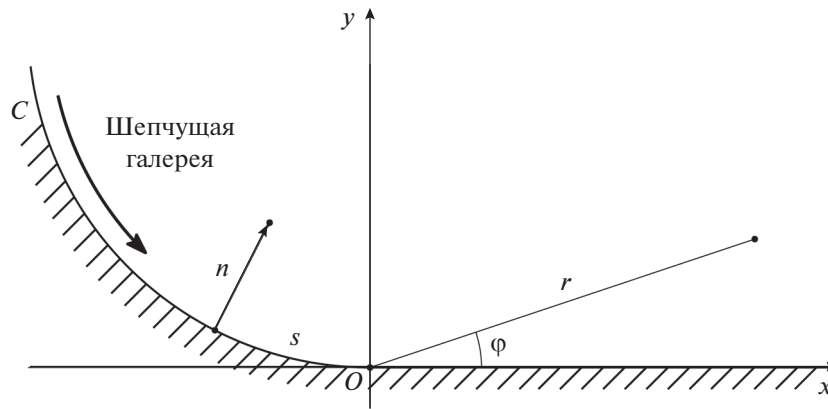


Рис. 1. Геометрия задачи.

уравнения, естественного для задач с касательным падением.

Метод параболического уравнения [15, 16] позволил открыть новые волновые явления. Оказалось, что в задаче дифракции на гладком выпуклом теле присутствуют не только волны, отвечающие геометрической оптике, слияние которых описывается интегралом Френеля, но и ранее не фигурировавшие в теоретических исследованиях волновые поля, описываемые специфическими, не везде допускающими асимптотическое упрощение специальными функциями — они называются теперь интегралами Фока. Соответствующие волновые поля, более слабые, чем геометроакустические и френелевские, были названы фоном. Похожий, но аналитически иной фон возникает и в, некоторым образом двойственной нашей, задаче А.В. Попова [3, 12] о дифракции плоской волны, набегающей вдоль прямой, переходящей в выпуклую кривую (для условия Неймана). При описании поля в окрестности особой точки методом параболического уравнения здесь возникают специальные функции, напоминающие по структуре интегралы Фока [15, 16], а поле в глубокой тени описывается волнами соскальзывания. В рассматриваемой нами задаче, в рамках метода параболического уравнения возникает фон с совершенно другой аналитической структурой, и для его исследования требуется совсем другой математический аппарат.

Высокочастотные задачи, где граница состоит из прямой и дуги выпуклого или вогнутого контура, сопряженных друг с другом так, что кривизна границы терпит разрыв, были предметом многочисленных исследований, среди которых отметим [3, 6, 8, 12]. К рассматриваемой нами задаче обращались Н.Я. Кирпичникова и В.Б. Филиппов [6], которых преимущественно интересовало построение тока на границе на основе своеобразной комбинации метода параболического уравнения и метода Кирхгофа. Поле вблизи границы

детально не изучалось, и дифрагированная точкой негладкости границы краевая волна не рассматривалась. Мы же исследуем ясно поставленную задачу математической физики, причем даем полное аналитическое описание всех волновых полей в окрестности точки O . В частности, мы находим выражение для расходящейся из O краевой волны. При этом мы используем некоторые приемы работы [6].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Мы исследуем скалярную двумерную задачу, описывая волновое поле u над границей C (см. рис. 1) уравнением Гельмгольца

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, \quad (1)$$

причем волновое число k играет роль формально-го большого параметра, $k \gg 1$; соответствующий безразмерный параметр вводится ниже, см. (12). Предполагается гармоническая зависимость поля от времени $\exp(-i\omega t)$. Мы отдельно рассматриваем случаи граничных условий Неймана

$$u_n|_C = 0, \quad (2)$$

(здесь u_n — производная поля по нормали к C), и Дирихле

$$u|_C = 0. \quad (3)$$

Если трактовать u как акустическое давление, то условие (2) описывает жесткий контакт, а (3) — мягкий [17]. При удалении от границы поле стремится к нулю.

Будем характеризовать положение точки (x, y) , лежащей вблизи O , расстоянием вдоль нормали до контура $n \geq 0$ и длиной дуги s , которая отсчитывается от точки O (см. рис. 1) и принимается отрицательной при $x < 0$ и положительной при $x > 0$ (там $s = x$ и $n = y$). Отметим, что переход от

декартовых координат $k(s, n)$ не является гладким.

Мы начнем с подробного рассмотрения случая жесткой границы (2). Случай мягкой границы (3) более кратко рассматривается в п. 6.

Вдоль вогнутой части границы, представляющей собой дугу окружности радиуса a , на точку O набегают волны шепчущей галереи u^{inc} . В приграничном слое

$$n/a \ll (ka)^{-1/3}, \quad (4)$$

см. [18], главный член ее асимптотики u^{inc} имеет вид [16, 18]:

$$u^{\text{inc}} = \exp(iks)U^{\text{inc}}, \\ U^{\text{inc}} = \exp(-i\tau' (k/2a^2)^{1/3} s) v \left((2k^2/a)^{1/3} n - \tau' \right). \quad (5)$$

Здесь v — функция Эйри–Фока [15, 16], удовлетворяющая уравнению Эйри

$$v''(t) = tv(t) \quad (6)$$

и имеющая асимптотику

$$v(t) = \frac{\exp(-2t^{3/2}/3)}{2t^{1/4}} \left(1 + O\left(\frac{1}{t^{3/2}}\right) \right), \quad t \rightarrow \infty, \quad (7)$$

а $(-\tau')$ — один из первых корней ее производной (они вещественны, отрицательны и просты),

$$v'(-\tau') = 0. \quad (8)$$

С ростом t функция $v(t)$ быстро убывает со всеми производными, см. (7), поэтому падающая волна шепчущей галереи (14) локализована в узкой, порядка $n \lesssim a^{1/3}/k^{2/3}$, окрестности вогнутой части границы.

Предполагается, что номер моды падающей волны не велик, и, следовательно, падающее поле не является быстроосциллирующим в направлении нормали. Это важно для дальнейших рассмотрений, иначе в задаче возник бы еще один большой параметр, что заметнo усложняло бы ее анализ.

Целью настоящей работы является асимптотическое описание всех волн, возникающих в рассматриваемой задаче. Среди них, в частности, предсказываемая геометрической теорией дифракции (например, [19]) краевая волна, расходящаяся из точки O :

$$u^{\text{dif}} = A(\varphi; k) \frac{\exp(ikr)}{\sqrt{kr}} (1 + \mathcal{E}(\varphi, r; k)), \quad (9)$$

$$kr \gg 1. \quad (10)$$

Здесь r и φ — классические полярные координаты, см. рис. 1,

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad 0 \leq r, \quad -\pi \leq \varphi < \pi, \quad (11)$$

A — дифракционный коэффициент (диаграмма направленности), а $\mathcal{E}$ — погрешность, которая не предполагается равномерной по φ . Нахождение дифракционных коэффициентов для разных задач дифракции на границах с негладкой кривизной привлекало внимание многих исследователей (например [3–5, 7, 9–11]). Обычно дифракционный коэффициент и погрешность $\mathcal{E}$ неограниченно растут при приближении к особому направлению — предельному лучу. Подобные явления рассматривают как возникновение переходных зон. Там волновые поля описываются подходящими специальными функциями. Перейдем к исследованию полного волнового поля в малой окрестности точки O в рамках метода параболического уравнения [15, 16] — погранслоного подхода, берущего начало в работах Фока. Сначала мы формулируем корректную задачу рассеяния (что отличает нашу работу от [6]), затем подробно исследуем ее решение для случая жесткой границы (2). Наконец, в п. 6 более кратко рассмотрим случай мягкой границы (3).

3. ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Следуя классическому подходу [3, 15, 16], введем безразмерный большой параметр

$$M = (ka/2)^{1/3}, \quad M \gg 1, \quad (12)$$

и перейдем в окрестности точки O к растянутым переменным

$$\sigma = Ms/a, \quad v = 2M^2 n/a \quad (13)$$

(напомним, что $s = x$ и $n = y$ при $x > 0$). Падающая волна (5) принимает вид

$$u^{\text{inc}} = \exp(iks)U^{\text{inc}}, \\ U^{\text{inc}}(v, \sigma) = \exp(-i\tau' \sigma) v(v - \tau'). \quad (14)$$

В дальнейшем нам будут полезны формулы для полярных координат (11) справа от точки O , которые легко получить из (13):

$$kr = kx + k \frac{y^2}{2x} + O\left(k \frac{y^4}{x^3}\right) = kx + \frac{v^2}{4\sigma} + O\left(\frac{v^4}{M^2 \sigma^3}\right), \\ \varphi = \frac{y}{x} + O\left(\frac{y^3}{x^3}\right) = \frac{v}{2M\sigma} + O\left(\frac{v^3}{M^3 \sigma^3}\right). \quad (15)$$

Исходя из основополагающего для метода параболического уравнения предположения [15, 20], что полное волновое поле имеет в пограничном слое общую быструю осцилляцию в продольном направлении, а в поперечном направлении осциллирует медленнее, будем искать асимптотику полного поля в виде, аналогичном (14):

$$u = \exp(iks)U(\sigma, v). \quad (16)$$

Следуя работам [15, 16], мы называем U множителем ослабления.

Метод параболического уравнения предназначен для описания волн с фазами, близкими к фазе падающей волны. Область его применимости, как и в классическом случае [15, 16], ограничивается малыми значениями n и s (соответственно, x и y), однако допускаются большие значения v и σ (ограничение на v непосредственно вытекает из (4)).

Подставляя (14) и (16) в уравнение Гельмгольца (1) и граничное условие (2), стандартным образом (см., например [12]) получаем для U параболическое уравнение с негладким коэффициентом

$$iU_{\sigma} + U_{vv} + vH(-\sigma)U = 0, \quad (17)$$

и однородное граничное условие:

$$U_v|_{v=0} = 0. \quad (18)$$

Здесь H — функция Хевисайда, $H(\sigma) = 0$ при $\sigma \leq 0$ и $H(\sigma) = 1$ при $\sigma > 0$.

Поставим для U математически корректную задачу рассеяния, потребовав, чтобы U переходило при $\sigma \rightarrow -\infty$ в множитель ослабления падающей волны U^{inc} , см. (14):

$$\int_0^{\infty} |U - U^{\text{inc}}|^2 dv \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \sigma \rightarrow -\infty.$$

Простыми стандартными рассуждениями (например [13, 21]) устанавливается независимость нормы $\int_0^{\infty} |U|^2 dv$ от σ , откуда следует единственность в классе решений, квадратично интегрируемых по v .

Очевидно, при $\sigma < 0$ решением (17) является множитель ослабления падающей волны, и $U = U^{\text{inc}}$. Поскольку U непрерывно при $\sigma = 0$, то для $\sigma \geq 0$ оно совпадает с решением задачи Коши, возникающей при добавлении к (17) и (18) начального условия

$$U|_{\sigma=0} = U^{\text{inc}}|_{\sigma=0} = v(v - \tau'). \quad (19)$$

Далее мы рассматриваем только область $\sigma \geq 0$. Решение задачи (17), (18), (19) можно получить, сворачивая начальное условие (19) с соответствующей функцией Грина

$$G = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \left(\exp\left(i\frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) + \exp\left(i\frac{(p+v)^2}{4\sigma}\right) \right)$$

(ее построение приведено, например, в [7]):

$$U = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \int_0^{\infty} v(p - \tau') \times \left(\exp\left(i\frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) + \exp\left(i\frac{(p+v)^2}{4\sigma}\right) \right) dp. \quad (20)$$

Выражение (20) было найдено Н.Я. Кирпичниковой и В.Б. Филипповым [7] в рамках эвристического подхода, родственного методу Кирхгофа.

Для удобства асимптотического исследования множителя ослабления (20) представим его в виде

$$U = I_- + I_+, \quad (21)$$

где

$$I_{\pm} = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \int_0^{\infty} v(p - \tau') \exp\left(i\frac{(p \pm v)^2}{4\sigma}\right) dp. \quad (22)$$

Хорошо известно, см. [22], что вклад в асимптотику интегралов от гладких быстроосциллирующих функций дается критическими точками фаз экспонент (где производная фазы обращается в нуль) и краем интервала интегрирования. Если критическая точка не приближается к краю, то их можно рассматривать по отдельности; в противном случае асимптотика интеграла дается соответствующей специальной функцией — у нас она окажется одной из функций параболического цилиндра.

4. ПОЛЕ ПРИ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЯХ σ В СЛУЧАЕ ЖЕСТКОЙ ГРАНИЦЫ

Рассмотрим сначала область, где

$$\sigma \ll 1, \quad (23)$$

и $1/4\sigma$ в фазах экспонент можно рассматривать как большой параметр.

4.1. Область, где критические точки фаз не близки к краю интервала интегрирования

Если v не слишком мало, то критические точки фаз $p = \pm v$ подынтегральных экспонент в (22) лежат далеко от края интегрирования. Критическая точка фазы в I_+ , $p = -v$, не вносит вклада, поскольку лежит вне интервала интегрирования. Асимптотика (20) дается суммой вкладов в I_- и I_+ краевой точки $p = 0$ и вклада критической точки фазы $p = v$ в I_- .

4.1.1. Вклад краевой точки. Вклад точки $p = 0$ находится путем многократного интегрирования по частям. Постараемся изложить это вычисление, избегая чересчур громоздких формул.

Четырехкратное интегрирование по частям дает для вклада краевой точки в асимптотику интеграла I_- выражение

$$I_-^{\text{end}} = -\frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \left\{ 2i\sigma \frac{v(p-\tau')}{p-v} + \dots \right. \\ \left. + (2i\sigma)^4 \frac{1}{p-v} \left(\frac{d}{dp} \frac{1}{p-v} \right)^3 v(p-\tau') \right\} \times \\ \times \exp \left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma} \right) \Bigg|_{p=0}^{\infty} + O(\sigma^5).$$

Учитывая, что $v'(-\tau') = 0$, а на бесконечности v стремится к нулю со всеми производными, и выражая старшие производные от v через v и v' с помощью уравнения Эйри (6), придем к формуле

$$I_-^{\text{end}} = \frac{\exp(iv^2/4\sigma - i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \left[-2i\sigma \frac{v(-\tau')}{v} - \right. \\ \left. - 4\sigma^2 \frac{v(-\tau')}{v^3} - 8i\sigma^3 v(-\tau') \left(\frac{3}{v^5} - \frac{\tau'}{v^3} \right) + \right. \\ \left. + 16\sigma^4 v(-\tau') \left(\frac{15}{v^7} - \frac{6\tau'}{v^5} + \frac{1}{v^4} \right) \right] + O(\sigma^5). \quad (24)$$

Вклад точки $p = 0$ в асимптотику интеграла I_+ отличается лишь заменой v на $-v$. При сложении I_-^{end} и I_+^{end} члены, в которых степень v нечетна, сокращаются. В результате вклад точки $p = 0$ в асимптотику множителя ослабления (20) дается удвоенным слагаемым в (24) с множителем $1/v^4$ и имеет вид

$$I_-^{\text{end}} + I_+^{\text{end}} = \\ = v(-\tau') \left(\frac{2\sigma}{v} \right)^4 \frac{\exp(iv^2/4\sigma - i\pi/4)}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(1 + O\left(\frac{\sigma}{v^2}\right) \right). \quad (25)$$

Поправочные члены малы в области, где

$$v^2 \gg \sigma, \text{ т.е. } kr\varphi^2 \gg 1. \quad (26)$$

Вклад края (25) сшивается с множителем ослабления, отвечающим краевой волне (9), в области, где выполнены неравенства (10) и

$$v^2 \ll M^2\sigma^2, \text{ т.е. } kr\varphi^4 \ll 1, \quad (27)$$

см. (15).

4.1.2. Вклад критической точки фазы. При умеренных значениях v ,

$$v \lesssim 1, \quad (28)$$

критическая точка фазы $p = v$ интеграла I_- лежит в области медленного изменения $v(p - \tau)$, и ее вклад находится стандартным методом стационарной фазы [22], дающим

$$I_-^{\text{cr}} = v(v - \tau') \left(1 + O(\sigma v) + O(\sigma^2/v) \right). \quad (29)$$

Остаточные члены малы в области, где выполняются неравенства (23), (26) и (28).

С ростом v критическая точка перемещается в область больших значений аргумента (и, соответственно, экспоненциального убывания) функции $v(p - \tau')$, и вклад ее в поле делается экспоненциально мал. Вклад критической точки в поле (16) (с учетом того, что $\exp(-i\tau'\sigma) \approx 1$) можно интерпретировать как продолжение падающей волны шепчущей галереи (14). Присутствие этой волны отмечалось в [6], правда, только при больших σ . В области, где v не слишком велико, вклад края (25) имеет меньший порядок, чем вклад критической точки (29).

4.1.3. Обсуждение волнового поля. В пересечении областей I и II (см. рис. 2), где выполнены неравенства (10), (23), (26) и

$$\varphi \ll 1, \quad (30)$$

волновое поле, согласно (16) и (21), дается выражением

$$u \approx \exp(ikx) v \left(\left(2k^2/a \right)^{1/3} y - \tau' \right) + \\ + A(\varphi; k) \frac{\exp(ikr)}{\sqrt{kr}}. \quad (31)$$

Первое слагаемое, отвечающее вкладу стационарной точки, интерпретируется как продолжение падающей волны шепчущей галереи, а второе, отвечающее вкладу края, — как краевая волна. Неравенство (26) означает, что разность фаз краевой и плоской волн велика, см. (15). Дифракционный коэффициент A имеет вид

$$A(\varphi, k) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v(-\tau') \exp(-i\pi/4)}{ka \varphi^4}. \quad (32)$$

Он линейен по скачку кривизны $1/a$, как это было и в ряде других задач со скачком кривизны [3–5, 9, 11]. Отметим, что в задаче А.В. Попова [3, 12] (которая двойственна нашей) дифракционный коэффициент также пропорционален φ^{-4} при $\varphi \ll 1$.

Обратимся теперь к той части области I, где φ нельзя считать малыми (вблизи оси y неравенство (30) не выполнено). Асимптотика волнового поля принимает вид суммы продолжения падающей волны, описываемой первым слагаемым, и фона, описываемого вторым слагаемым:

$$u \approx v \left(\left(2k^2/a \right)^{1/3} y - \tau' \right) \exp(ikx) + \\ + 2\sqrt{2/\pi} v(-\tau') \frac{x^4}{kay^4} \frac{\exp(ikx +iky^2/2x - i\pi/4)}{\sqrt{kx}}.$$

Второй член мы, следуя терминологии Фока, называем фоном, поскольку он, во-первых, не интерпретируется в рамках геометрической акустики как краевая волна, так как равенства (15) справедливы лишь для малых φ . Во-вторых, в той

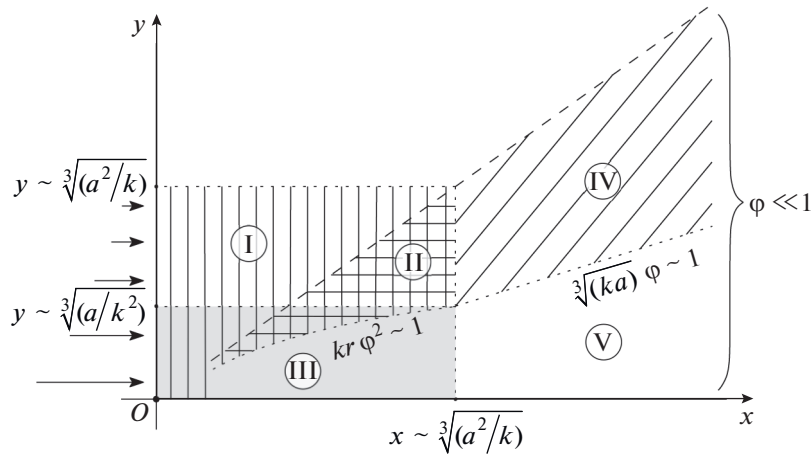


Рис. 2. Схематическое изображение областей с различными структурами волнового поля.

части области I, где $y \lesssim a^{1/3}/k^{2/3}$, он слабее продолжения падающей волны. Как и краевая волна, фон имеет там порядок $O(1/ka)$.

4.2. Область, где критические точки фаз близки к краю интервала интегрирования

Теперь рассмотрим область III (на рис. 2 выделена серой заливкой), где мало не только σ (23), но и v ,

$$v \ll 1, \quad (33)$$

и критические точки фаз экспонент близки к краю интервала интегрирования. Асимптотика интеграла (20) определяется поэтому малой окрестностью точки $p = 0$, где имеем

$$\begin{aligned} v(p - \tau') &= \\ &= v(-\tau') - \tau' v(-\tau') p^2/2 + v(-\tau') p^3/6 + O(p^4). \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь учтено равенство (8), а старшие производные выражены через функцию v с помощью уравнения Эйри (6). Подставим это разложение в (22) и проинтегрируем почленно¹. Интеграл от квадратичного по p члена рассматриваемой области окажется меньше, чем от нулевого, но имеет ту же структуру. Интеграл же от кубического члена еще меньше, однако выражается через нетипичную для теории дифракции специальную функцию и описывает другой волновой процесс.

Рассмотрим сначала интегралы от первых двух членов, сделав в интегралах, отвечающих I_+ , замену переменных $p \mapsto -p$. Пользуясь выражениями для интегралов от гауссовских функций

¹ Степенные расхождимости этих интегралов устраняются смещением контуров интегрирования в комплексную плоскость: кверху при $p \rightarrow +\infty$ и книзу при $p \rightarrow -\infty$.

$$\int_0^\infty p^{2n} \exp(-\mu p^2) dp = \frac{1 \times 3 \dots \times (2n-1)}{2^{n+1} \mu^n} \sqrt{\frac{\pi}{\mu}},$$

$$n = 0, 1, 2, \dots,$$

(например, [23], 861.7) и равенствами

$$\int_{-\infty}^\infty p^{2n+1} \exp(-\mu p^2) dp = 0,$$

$$\begin{aligned} & \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \times \\ & \times \int_0^\infty \left(\exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) + \exp\left(i \frac{(p+v)^2}{4\sigma}\right) \right) dp = \\ & = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \int_{-\infty}^\infty \exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) dp = 1, \\ & \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \times \\ & \times \int_0^\infty p^2 \left(\exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) + \exp\left(i \frac{(p+v)^2}{4\sigma}\right) \right) dp = \\ & = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \int_{-\infty}^\infty p^2 \exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) dp = 2i\sigma + v^2. \end{aligned}$$

Таким образом, вклад первых двух членов (34) в асимптотику интеграла (20) имеет вид

$$U^{(0,2)} = v(-\tau') (1 + O(\sigma) + O(v^2)). \quad (35)$$

Поскольку $v(v - \tau') \approx v(-\tau')$ в рассматриваемой области (см. (33)), то выражение (35) соответствует множителю ослабления для продолжения падающей волны (14).

Обратимся к интегрированию третьего слагаемого в (34). Рассмотрим сначала интеграл, отвечающий I_- . Сделав замену переменных $p = \sqrt{2\sigma} \zeta \exp(-i\pi/4)$, перепишем его в виде

$$\begin{aligned}
& \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi}\sigma} \int_0^\infty p^3 \exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) dp = \\
& = -\frac{2\sigma^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \exp\left(i \frac{v^2}{4\sigma} - i \frac{\pi}{4}\right) \times \\
& \times \int_0^\infty \zeta^3 \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2} + \zeta \frac{v}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right)\right) d\zeta = \\
& = -\Gamma(4) \frac{2\sigma^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \exp\left(i \frac{v^2}{8\sigma} - i \frac{\pi}{4}\right) D_{-4}\left(-\frac{v}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)\right),
\end{aligned}$$

где Γ — гамма-функция, $\Gamma(4) = 6$. Здесь мы воспользовались интегральным представлением для функции параболического цилиндра (см., например, [24]):

$$D_\mu(Z) = \frac{\exp(-Z^2/4)}{\Gamma(-\mu)} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{p^2}{2} - Zp\right) p^{-\mu-1} dp,$$

$\mu < 0$.

Выражение для интеграла, соответствующего I_+ , отличается лишь заменой v на $-v$.

Таким образом, вклад кубических по p членов в асимптотику U имеет вид

$$\begin{aligned}
U^{(3)} = & -\frac{2v(-\tau')}{\sqrt{\pi}} \sigma^{3/2} \exp\left(i \frac{v^2}{8\sigma} - i \frac{\pi}{4}\right) \times \\
& \times \left[D_{-4}\left(\frac{v}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)\right) + D_{-4}\left(-\frac{v}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)\right) \right]
\end{aligned} \quad (36)$$

и характеризует процесс слияния дифрагированной волны с продолжением падающей волны вблизи прямолинейного участка границы.

С помощью формул (35) и (36), учитывая (16), приходим к следующей асимптотической формуле для поля u в области III (см. рис. 2), характеризующейся неравенствами (23) и (33):

$$\begin{aligned}
u = & \exp(ikx)v(-\tau') + \sqrt{\frac{2k}{\pi}} \frac{v(-\tau')}{a} x^{3/2} \times \\
& \times \exp\left(ikx + i \frac{z^2}{2} - i \frac{\pi}{4}\right) \times \\
& \times \left[D_{-4}\left(\sqrt{2}z \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)\right) + D_{-4}\left(-\sqrt{2}z \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)\right) \right].
\end{aligned} \quad (37)$$

Величина

$$z = \sqrt{\frac{kr}{2}} \varphi \approx \frac{v}{2\sqrt{\sigma}} \quad (38)$$

(см. (15)) типична для описания переходных зон — окрестностей предельных лучей — где происходит слияние волн различной природы. В рассматриваемой задаче предельный луч совпадает с плоской частью границы. На предельном луче $z = 0$. В той части области III, где выполнено неравенство (30), второе слагаемое в (37) описывает слияние краевой и плоской волн вблизи предельного

луча. Там же, где (30) не выполнено, этот член не поддается геометроакустической интерпретации, и его следует рассматривать как малую поправку к первому слагаемому — продолжению падающей волны. В Приложении проверяется, что формулы (31) и (37) сшиваются между собой в пересечении областей их применимости, т.е. в пересечении областей II и III.

5. ПОЛЕ ПРИ УМЕРЕННЫХ И БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ σ В СЛУЧАЕ ЖЕСТКОЙ ГРАНИЦЫ

Рассмотрим теперь области IV и V (см. рис. 2), где неравенство (23) не выполнено, т.е.

$$\sigma \gtrsim 1, \quad (39)$$

и соответственно $1/4\sigma$ не является большим параметром в интегралах $I_\pm$ (22). Сделаем замену переменных $p = \sqrt{v}\zeta$, тогда в фазах экспонент появляется множитель v/σ :

$$I_\pm = \frac{\sqrt{v} \exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi}\sigma} \times$$

$$\times \int_0^\infty v(\sqrt{v}\zeta - \tau') \exp\left(i \frac{v}{4\sigma} (\zeta \pm \sqrt{v})^2\right) d\zeta. \quad (40)$$

Рассмотрим сначала такие значения v , что этот параметр велик:

$$v \gg \sigma, \text{ т.е. } \varphi \gg (ka)^{-1/3}, \quad (41)$$

и интегралы (40) допускают асимптотический анализ. Критические точки их фаз $p = \pm\sqrt{v}$ далеки от края интервала интегрирования.

Вклады краев интервалов интегрирования в интегралы (40) находятся так же, как в п. 4.1. Их сумма снова дается выражением (25), с той лишь разницей, что поправочный член $O(\sigma/v^2)$ заменяется на $O(\sigma/v)$. Оно сшивается с множителем ослабления для краевой волны (9) в области, где выполнено (27).

Критическая точка $\zeta = -\sqrt{v}$ фазы лежит вне интервала интегрирования далеко от края, а критическая точка фазы $\zeta = \sqrt{v}$ лежит в области, где $v(\sqrt{v}\zeta - \tau')$ экспоненциально мало, и потому их вклады в $I_\pm$ экспоненциально малы. Н.Я. Кирпичникова и В.Б. Филиппов в [6] отмечали родство этого малого члена в асимптотике I_- с продолжением волны шепчущей галереи.

Таким образом, согласно (21) и (16), в области IV, характеризующейся неравенствами (39) и (41), волновое поле u в главном порядке сводится к краевой волне с дифракционным коэффициентом (32).

Теперь обратимся к окрестности плоской части границы V , где неравенство (41) не выполняется. Там интегралы (40), а вместе с ними и множитель ослабления (20), не допускают асимптотического упрощения. Соответствующая волна убывает с ростом x :

$$|U \exp(ikx)| < \frac{\text{const}}{\sqrt{\sigma}} = \frac{\text{const}}{(ka/2)^{1/6} \sqrt{x/a}}. \quad (42)$$

С ростом y убывание ускоряется за счет осциллирующий экспонент в (40).

6. СЛУЧАЙ МЯГКОЙ ГРАНИЦЫ (3)

Исследование поля для мягкой границы (3) вполне аналогично рассмотрению пп. 4 и 5, и мы изложим его более кратко.

Падающая волна шепчущей галереи имеет теперь вид [18, 16]

$$u^{\text{inc}} = \exp(iks - i\sigma\tau)v(v - \tau),$$

где $-\tau > 0$ — один из первых корней функции Эйри, $v(-\tau) = 0$. Буквальное повторение рассуждений пункта 3 приводит к задаче Коши для уравнения (17) при $\sigma > 0$ с условиями

$$U|_{v=0} = 0, \quad U|_{\sigma=0} = v(v - \tau).$$

С помощью функции Грина задачи Дирихле

$$G = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \left(\exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) - \exp\left(i \frac{(p+v)^2}{4\sigma}\right) \right)$$

(см., например, [7]) для соответствующего множителя ослабления получается:

$$U = \frac{\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \int_0^\infty v(p - \tau) \times \left(\exp\left(i \frac{(p-v)^2}{4\sigma}\right) - \exp\left(i \frac{(p+v)^2}{4\sigma}\right) \right) dp = I_- - I_+. \quad (43)$$

Здесь $I_\pm$ отличаются от $I_\pm$ в (22) заменой τ' на τ . Вклады критических точек в асимптотику интеграла (43) находятся совершенно аналогично, а вычисление вклада от краевой точки несколько модифицируется.

6.1. Поле при малых значениях σ

Исследуем выражение (43) в области, где выполнено (23) и в фазах экспонент стоит большой параметр $1/\sigma$.

6.1.1. Область, где критические точки фаз далеки от края интервала интегрирования. Рассмотрим вклад края в I_- . Теперь для получения главного члена интегрировать по частям приходится пять раз. В результате элементарного, но длинного вычисления, использующего выражение старших

производных v через v и v' и учитывающего, что $v(-\tau) = 0$, приходим к аналогу формулы (24):

$$I_-^{\text{end}} = \frac{\exp(iv^2/4\sigma - i\pi/4)}{2\sqrt{\pi\sigma}} \left[-4\sigma^2 \frac{v'(-\tau)}{v^2} + 24i\sigma^3 \frac{v'(-\tau)}{v^4} - 8\sigma^4 v'(-\tau) \left(\frac{2\tau}{v^4} - \frac{9}{v^6} \right) - 64i\sigma^5 v'(-\tau) \left(\frac{1}{v^5} - \frac{5\tau}{v^6} + \frac{69}{v^8} \right) + O(\sigma^6) \right]. \quad (44)$$

Выражение для вклада I_+^{end} точки $p = 0$ в интеграл I_+ отличается заменой v на $-v$. В правых частях I_-^{end} и I_+^{end} слагаемые, содержащие четные степени v , одинаковы, и поэтому при подстановке в формулу (43) сокращаются. Следовательно, вклад точки $p = 0$ в U получается в результате удвоения единственного выписанного в (44) слагаемого с нечетной степенью v и имеет вид

$$I_-^{\text{end}} - I_+^{\text{end}} = -2v'(-\tau) \left(\frac{2\sigma}{v} \right)^5 \frac{\exp(iv^2/4\sigma + i\pi/4)}{\sqrt{\pi\sigma}} \left(1 + O\left(\frac{\sigma}{v^2}\right) \right).$$

Поправочные члены малы в области, где выполнено неравенство (26).

Критическая точка $p = -v$ фазы интеграла I_+ лежит вне интервала интегрирования и вклада не дает. При не слишком больших значениях v вклад критической точки $p = v$ фазы интеграла I_- равен

$$I_-^{\text{cr}} = v(v - \tau) \left(1 + O(\sigma v) + (\sigma^2/v) \right).$$

Поправочные члены малы в области, характеризующейся неравенствами (23), (26) и (28). При больших значениях v критическая точка дает экспоненциально малый вклад в поле. Как и в п. 4.1.2, мы получили описание проникновения падающей волны в область I .

Волновое поле в пересечении областей I и II , где выполнены неравенства (10), (23), (26) и (30), снова оказывается суммой дифрагированной краевой волны и продолжения падающей волны:

$$u \approx \exp(ikx)v \left(\left(2k^2/a \right)^{1/3} y - \tau \right) + A(\varphi; k) \frac{\exp(ikr)}{\sqrt{kr}}. \quad (45)$$

Дифракционный коэффициент имеет теперь вид

$$A(\varphi; k) \approx -2v'(-\tau) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{2}{ka} \right)^{4/3} \frac{\exp(i\pi/4)}{\varphi^5}. \quad (46)$$

В отличие от задачи с жесткой границей (и от многих других задач дифракции на скачке кривизны [4, 5, 9–12]), в случае мягкой границы дифракционный коэффициент (46) пропорционален нецелой степени амплитуды скачка кривизны $1/a$. Отметим, что дифракционный коэффициент,

полученный в [8] для задачи о рассеянии волны соскальзывания на распрямляющейся мягкой границе, содержал те же степени φ и ka (но другую функцию Эйри).

В той части области I, где φ не мало, асимптотика волнового поля дается выражением

$$u \approx \exp(ikx)v\left(\left(2k^2/a\right)^{1/3}y - \tau\right) - 2v'(-\tau)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{2}{ka}\right)^{4/3}\frac{x^5 \exp(ikx +iky^2/2x + i\pi/4)}{y^5 \sqrt{kx}}.$$

Как и в п. 4.1.3, фон, описываемый вторым слагаемым, не интерпретируется как краевая волна. В той части области I, где $y \lesssim a^{1/3}/k^{2/3}$, он является малой поправкой к продолжению падающей волны.

6.1.2. Область, где критические точки фаз близки к краю интервала интегрирования. Теперь обратимся к области III, характеризующейся неравенствами (23) и (33), и критические точки фаз сливаются с краевой точкой. Разложение (34) заменяется на

$$v(p - \tau) = v'(-\tau)p - \tau v'(-\tau)p^3/6 + v'(-\tau)p^4/12 + O(p^5).$$

Действуя, как в п. 4.2, приходим к следующей формуле для поля:

$$u \approx v'(-\tau)\left(k^2/2a\right)^{1/3}y \exp(ikx) + 4\sqrt{\frac{2}{\pi}}v'(-\tau)\left(\frac{4k}{a^2}\right)^{2/3}x^2 \exp\left(ikx + i\frac{z^2}{2}\right) \times \left[D_{-5}\left(\sqrt{2}z \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\right) - D_{-5}\left(-\sqrt{2}z \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\right)\right]. \quad (47)$$

Здесь величина z определена в (38). В пересечении областей II и III, где одновременно выполнены неравенства (26) и (33), выражения (47) и (45) сшиваются, см. Приложение.

6.2. Поле при умеренных и больших значениях σ

Пусть теперь σ не мало. Точно так же, как в п. 5, получим, что в области IV, характеризующейся неравенствами (30) и (41), волновое поле в главном порядке является краевой волной (9) с дифракционным коэффициентом (46). Вблизи границы, в области V, выражение (43) для множителя ослабления не упрощается. Как и в случае жесткой границы, для интенсивности поля справедлива оценка (42).

7. ВЫВОДЫ

В рамках корректного метода параболического уравнения мы рассмотрели волновое поле в окрестности точки O справа от нее. Полученные

выше результаты можно качественно сформулировать следующим образом.

Часть волнового поля допускает геометроакустическую интерпретацию — это краевая волна, излучаемая из точки O , и продолжение волны шепчущей галереи правее точки O , сливающиеся вблизи прямолинейного участка границы. Кроме того, вблизи оси y присутствует не допускающий такой интерпретации слабый фон, имеющий меньший порядок относительно большого параметра задачи.

При $x = 0$ поле совпадает с падающей волной шепчущей галереи. Она продолжается с фазовым множителем $\exp(ikx)$ в область I, находящуюся непосредственно правее точки O , экспоненциально ослабевая при удалении от границы. Выделившаяся в области II из фона краевая волна становится в области IV главным членом асимптотики поля.

Вблизи плоской части границы происходит слияние краевой волны и продолжения падающей волны. В области III волновое поле выражается через необычные для теории дифракции функции параболического цилиндра: D_{-4} в случае жесткой границы и D_{-5} в случае мягкой границы. На больших расстояниях от O , в области V, поле сводится к убывающему с ростом x фону, не допускающему ясной геометроакустической интерпретации.

Таким образом, мы детально описали коротковолновую асимптотику поля малоизученной эталонной дифракционной задачи в окрестности особой точки границы.

Волновые поля в других областях, в частности, краевую волну при немалых значениях φ , можно, как это намеревались делать авторы [6], найти с помощью формулы Грина.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант No 22-21-00557.

ПРИЛОЖЕНИЕ

СШИВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ (31) И (37)

Покажем, что для жесткой границы в пересечении областей II и III, где одновременно выполнены неравенства (23), (33) и (26), асимптотические формулы для поля (31) и (37) согласуются между собой. Там величина z велика, см. (38) и (26), и функции параболического цилиндра можно заменить их асимптотиками (см., например, [24]) — первую по формуле

$$D_{\mu}(Z) = Z^{\mu} \exp\left(-\frac{Z^2}{4}\right) \left(1 + O\left(\frac{1}{|Z|^2}\right)\right), |Z| \rightarrow \infty, (A1)$$

применимой для Z , лежащих в секторе $-3\pi/4 < \arg Z < 3\pi/4$, вторую – по формуле

$$D_\mu(Z) = \left(Z^\mu \exp\left(-\frac{Z^2}{4}\right) - \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(-\mu)} Z^{-\mu-1} \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{Z^2}{4} + i\mu\pi\right) \right) \left(1 + O\left(\frac{1}{|Z|^2}\right) \right), \quad |Z| \rightarrow \infty, \quad (\text{A2})$$

пригодной для Z , лежащих в секторе $\pi/4 < \arg Z < 5\pi/4$.

С помощью (A1) и (A2) находим асимптотику второго слагаемого в (37):

$$-\sqrt{\frac{2k}{\pi}} \frac{v(-\tau')}{a} x^{3/2} \exp\left(ikx + i\frac{z^2}{2} - i\frac{\pi}{4}\right) \times \\ \times \left[D_{-4}\left(\sqrt{2}z \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\right) + D_{-4}\left(-\sqrt{2}z \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)\right) \right] \approx \\ \approx 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v(-\tau') \exp\left(ikx + ikr\varphi^2/2 - i\pi/4\right)}{ka\varphi^4 \sqrt{kr}} + \\ + \frac{v(-\tau')}{3a} k^2 r^3 \varphi^3 \exp(ikx).$$

Фаза первого слагаемого в рассматриваемой области близка к фазе краевой волны, см. (15), а его амплитудный множитель в точности таков, что оно переходит в краевую волну, см. (32). Второе слагаемое имеет вид малой поправки к продолжению падающей волны – первому слагаемому в (37).

Итак, (37) принимает вид

$$u \approx \exp(ikx) v(-\tau') + A(\varphi; k) \frac{\exp(ikr)}{\sqrt{kr}}, \quad (\text{A3})$$

где A оказывается совпадающим с (32). Таким образом, учитывая, что при условии (33) $v(v - \tau') \approx v(-\tau')$, мы установили, что выражение (A3) сшивается с (31).

Сшивание возникающих в случае мягкой границы выражений (45) и (47) прослеживается точно так же.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weston V.H.* The effect of a discontinuity in curvature in high-frequency scattering // IRE Trans. Antennas Propag. 1962. V. 10 (6). P. 775–780.
2. *Weston V.H.* Effect of a discontinuity of curvature in high-frequency scattering, Part II // IRE Trans. Antennas Propag. 1965. V. 13 (4). P. 611–613.
3. *Попов А.В.* Обратное рассеяние от линии разрыва кривизны // Тр. V Всес. симпоз. по дифр. и распр. волн. Л.: Наука, 1971. С. 171–175.
4. *Kamietzky L., Keller J.B.* Diffraction coefficients for higher order edges and vertices // SIAM J. Appl. Math. 1972. V. 22 (1). P. 109–134.
5. *Rogoff Z.M., Kiselev A.P.* Diffraction at jump of curvature on an impedance boundary // Wave Motion. 2001. V. 33. № 2. P. 183–208.
6. *Кирпичникова Н.Я., Филиппов В.Б.* Поведение поверхностных волн при переходе через линию сопряжения на границе упругого однородного изотропного тела // Зап. научн. сем. ПОМИ. 1995. Т. 230. С. 86–102.
7. *Кирпичникова Н.Я., Филиппов В.Б.* Дифракция волн шепчущей галереи вблизи линии разрыва кривизны // Зап. научн. сем. ПОМИ. 1997. Т. 239. С. 95–109.
8. *Филиппов В.Б., Кирпичникова Н.Я.* Краевая волна в задаче дифракции на границе с разрывом кривизны // Зап. научн. сем. ПОМИ. 1998. Т. 250. С. 274–287.
9. *Zlobina E.A., Kiselev A.P.* Boundary-layer approach to high-frequency diffraction by a jump of curvature // Wave Motion. 2020. V. 96. 102571.
10. *Злобина Е.А.* Коротковолновая дифракция на контуре с негладкой кривизной. Погранслоевой подход // Зап. научн. сем. ПОМИ. 2020. Т. 493. С. 169–185.
11. *Злобина Е.А., Киселев А.П.* Переходная зона в высокочастотной задаче дифракции на импедансной границе со скачком кривизны. Метод Кирхгофа и метод пограничного слоя // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. С. 130–139.
12. *Zlobina E.A., Kiselev A.P. A.V.* Popov's diffraction problem revisited // arXiv preprint arXiv:2206.05444. – 2022.
13. *Попов М.М.* К задаче о волнах шепчущей галереи в окрестности простого нуля эффективной кривизны границы // Зап. научн. сем. ЛОМИ. 1976. Т. 62. С. 197–206.
14. *Smyshlyaev V.P., Kamotski I.V.* Searchlight asymptotics for high-frequency scattering by boundary inflection // Алгебра и анализ. 2021. Т. 33. № 2. С. 275–297.
15. *Фок В.А.* Проблемы дифракции и распространения волн. М.: Наука, 1975. 517 с.
16. *Бабич В.М., Кирпичникова Н.Я.* Метод пограничного слоя в задачах дифракции. Л.: Изд. ЛГУ, 1974. 124 с.
17. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
18. *Бабич В.М., Булдырев В.С.* Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. Метод эталонных задач. М.: Наука, 1972. 456 с.
19. *Боровиков В.А., Кинбер Б.Е.* Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 247 с.
20. *Попов А.В.* Метод поперечной диффузии в задаче о дифракции звука на ленте // Акуст. журн. 1973. Т. 19. Вып. 4. С. 594–600.
21. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963. 702 с.
22. *Эрдейи А.* Асимптотические разложения. М.: Физматлит, 1962. 130 с.
23. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1966. 228 с.
24. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1973. 296 с.

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.23;534.26

**ИНТЕГРАЛ ЗОММЕРФЕЛЬДА В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С ПОМОЩЬЮ
ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКИ**

© 2023 г. О. И. Макаров^а, *, А. В. Шанин^а, А. И. Корольков^а

^аМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, Москва, ГСП-1, 119991 Россия

*e-mail: olegmakarovlip@gmail.com

Поступила в редакцию 14.12.2022 г.

После доработки 18.01.2023 г.

Принята к публикации 19.01.2023 г.

Получены аналитические решения двух задач для дискретного аналога уравнения Гельмгольца на треугольной сетке: 1) задача излучения точечного источника на плоскости; 2) задача дифракции на полупрямой с граничными условиями Дирихле. Показано, что в данных задачах полное поле может быть представлено как интеграл от алгебраической функции по семейству контуров, расположенных на некотором комплексном многообразии. Решение первой задачи найдено в виде интеграла от некоторой дифференциальной формы по этому многообразию, получена асимптотика дальнего поля для этого решения. Вторая задача решена с помощью аналога интеграла Зоммерфельда. Проверено, что полученное решение совпадает с решением данной задачи методом Винера–Хопфа.

Ключевые слова: дискретное уравнение Гельмгольца, дифракция на полупрямой, дискретная функция Грина, интеграл Зоммерфельда

DOI: 10.31857/S0320791923600105, **EDN:** IULQGZ

1. ВВЕДЕНИЕ

Точное решение задачи дифракции на идеальной отражающей полуплоскости впервые было получено А. Зоммерфельдом при помощи представления поля в виде контурного интеграла особого вида, позднее получившего название *интеграла Зоммерфельда* [1]. Этот интеграл представляет собой разложение по плоским волнам и в этом смысле близок к представлению Фурье, однако лишен некоторых его недостатков, так как представление Зоммерфельда инвариантно определено для всех точек плоскости. По словам самого Зоммерфельда, данный метод может быть обобщен на более широкий класс задач. Однако, как показало время, такое обобщение не является тривиальным.

Работу А. Зоммерфельда продолжил Г.Д. Малюжинец [2]. Разработанный им метод позволил однотипным образом решать задачи дифракции в угловых областях при различных краевых условиях и независимо от величины угла, сводя задачу к функционально-разностным уравнениям. Работа в данном направлении продолжается и сегодня. Так, например, формализм Зоммерфельда был расширен на задачи о конусах разной формы в [3]. Подробный обзор работ последователей А. Зоммерфельда и Г.Д. Малюжинца был сделан в [4].

В настоящей работе рассматриваются двумерные волновые задачи на дискретной сетке, ячейкой которой является равносторонний треугольник. Такие задачи могут быть как физически мотивированы (узлы сетки представляют собой атомы или включения в метаматериале), так и возникать при численном моделировании непрерывных волновых процессов. Треугольная решетка имеет важную роль в кристаллоакустике, так как множество кристаллов имеет плотноупакованную кристаллическую решетку (например, ГЦК (гранецентрированный куб) или ГПУ (гексагональная плотная упаковка), см. рис. 1), поведение которой хорошо описывается моделью треугольной решетки [5, 6]. Различные дефекты в кристаллах представляют собой рассеиватели для волн; описание процесса рассеяния важно, например, для дефектоскопии кристаллов.

Треугольные решетки используются при создании акустических метаматериалов [7] и звукопоглощающих конструкций [8]. Такие метаматериалы не описываются сеточными уравнениями напрямую, однако мы надеемся, что методы, основанные на интегрировании по дисперсионной диаграмме, будут применимы и в этих случаях.

Сеточные волновые задачи часто естественным образом возникают в численных методах, в частности, при моделировании распространения

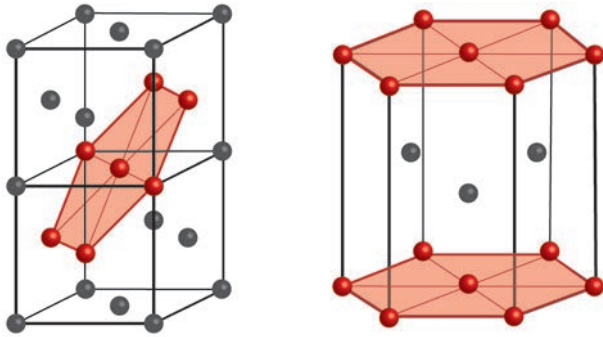


Рис. 1. Примеры проявления гексагональной структуры в кристаллах с ГЦК (слева) и ГПУ (справа) решетками.

акустических волн с помощью методов конечных разностей или конечных элементов. В одной из модификаций метода граничных интегральных уравнений, использующей дискретизацию пространства [9, 10], ставится задача быстрого и точного вычисления функции Грина сетки.

Ключевой математической работой в области распространения и дифракции волн в сетках является [11]. В ней представлен последовательный анализ современных концепций механики разрушений. Особую ценность представляет введенный в работе дискретный метод Винера–Хопфа, позволяющий решать задачи дифракции на дискретной полупрямой.

Имеется ряд работ, посвященных сеточным функциям Грина. Так, в [12] получена функция Грина для уравнения Гельмгольца на квадратной решетке и проделан ее асимптотический анализ: получено представление сеточной функции Грина в дальнем поле, проанализировано низкочастотное поведение. Существует способ нахождения функции Грина на треугольной решетке без взятия интегралов [13].

В работе [14] была получена функция Грина для уравнения Лапласа на сетках, показана связь между дискретной функцией Грина и двухточечной корреляцией сеточной модели газа. Работа [15] демонстрирует способ получения представления функции Грина для кубической решетки при помощи полного эллиптического интеграла.

Сеточная функция Грина может быть использована не только для решения задач дифракции. Так, в [16] показано, каким образом сеточная функция Грина может быть применена для расчета задачи нахождения сопротивления бесконечной сетки резисторов.

В работе [17] получено решение задачи дифракции на полупрямой на квадратной решетке, для решения построена асимптотика дальнего поля. В продолжении предыдущего исследования, в [18] изучено поле вблизи “вершины” полу-

прямой. Аналогичное решение для треугольной сетки получено в [19].

В недавней работе [20] был разработан новый метод решения задач дифракции, основанный на обобщении интеграла Зоммерфельда и интегрировании по комплексному многообразию, решены задача дифракции на полупрямой и новая задача — дифракция на клине, решение было получено в виде эллиптических функций. В [21] авторам удалось решить задачу алгебраически и построить решение задачи дифракции на клине в виде привычного интеграла Зоммерфельда.

Цель данной работы — расширить область применимости метода, построенного в [20, 21], обобщив его на треугольную решетку. В работе будет решена задача нахождения функции Грина и дифракции на полупрямой на решетке, состоящей из правильных треугольников. Функция Грина будет представлена в виде интеграла дифференциальной формы по дисперсионной поверхности, которая является комплексным многообразием [22, 23].

Как показано в [21], данный подход может быть использован для решения новой проблемы — задачи дифракции на четверти плоскости для квадратной решетки. Аналогичная задача может быть решена и на треугольной решетке для случая дифракции на клине с углом в 60° , что авторы и планируют сделать в дальнейшем.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА НА ТРЕУГОЛЬНОЙ РЕШЕТКЕ

2.1. Постановка задачи

Пусть существует двумерная треугольная решетка S , в которой каждый узел определяется парой чисел $m \times n$, где $m, n \in \mathbb{Z}$. Введем координатные оси, как показано на рис. 2. Угол между осями составляет $\pi/3$, как показано на рисунке. Зададим на S функцию $u(m, n)$, которая удовлетворяет уравнению Гельмгольца с возмущением в точке $(0, 0)$:

$$\Delta_S u(m, n) + K^2 u(m, n) = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta_{m,0} \delta_{n,0}, \quad (1)$$

где $\delta_{m,0}, \delta_{n,0}$ — символ Кронекера, а дискретный оператор Лапласа Δ_S на треугольной сетке [19] задан следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta_S u(m, n) = & \frac{2}{3} (u(m, n+1) + u(m+1, n) + \\ & + u(m+1, n-1) + u(m, n-1) + u(m-1, n) + \\ & + u(m-1, n+1) - 6u(m, n)). \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение (1) является аналогом непрерывного уравнения Гельмгольца на плоскости

$$\Delta u(x, y) + k^2 u(x, y) = \delta(x) \delta(y), \quad (3)$$

$k = \omega/c$ — волновое число. Для данного уравнения известно точное аналитическое решение, которое носит название функции Грина [24]:

$$u(x, y) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr), \quad (4)$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Нетрудно проверить, что при шаге сетки h существует связь между волновым числом k и параметром K :

$$K = hk. \quad (5)$$

Важной частью постановки задачи математической физики является формулировка условий излучения — аналитических условий, выделяющих единственное решение. Наиболее популярными из них являются условия излучения Зоммерфельда [25], имеющие два представления: дифференциальное и интегральное. В нашем же случае наиболее простым в применении условием излучения является принцип предельного поглощения [26]. Согласно данному принципу, решение в среде без поглощения можно представить в виде предела ограниченного решения в поглощающей среде при стремлении поглощения к нулю. В соответствии с принципом предельного поглощения, пусть $K = K_1 + iK_2$, где $K_1, K_2 \in \mathbb{R}$ и $K_2 > 0$, и пусть поле $u(m, n)$ затухает экспоненциально при

$$r = \sqrt{m^2 + n^2 + mn} \rightarrow \infty.$$

После получения ограниченного решения в поглощающей среде получим решение для среды без затухания, устремляя K_2 к нулю.

Задачей данного раздела будет нахождение точного решения уравнения (1) и сравнение этого решения с (4).

2.2. Представление поля в виде двойного интеграла

Выпишем пару (прямое и обратное) преобразований Фурье для функции $u(m, n)$:

$$U(\xi_1, \xi_2) = \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} u(m, n) \exp\{-i(m\xi_1 + n\xi_2)\}, \quad (6)$$

$$u(m, n) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\pi}^{\pi} U(\xi_1, \xi_2) \exp\{i(m\xi_1 + n\xi_2)\} d\xi_1 d\xi_2. \quad (7)$$

Для решения уравнения (1) мы воспользуемся прямым преобразованием Фурье. После применения (6) к (1) получаем:

$$D(\xi_1, \xi_2) U(\xi_1, \xi_2) = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad (8)$$

где

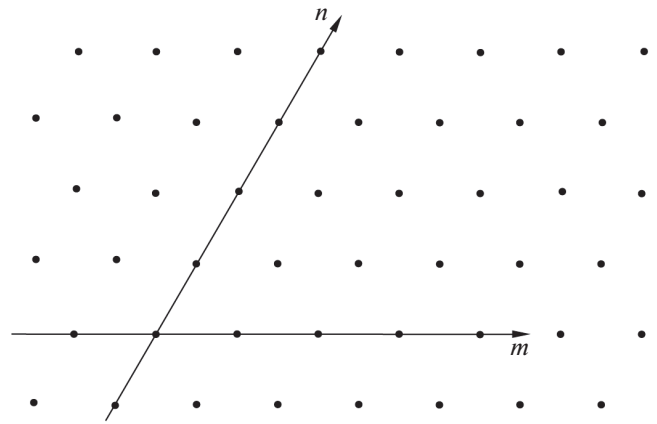


Рис. 2. Треугольная сетка S с координатами (m, n) .

$$D(\xi_1, \xi_2) = \frac{2}{3} \{2 \cos \xi_1 + 2 \cos \xi_2 + 2 \cos(\xi_1 - \xi_2) - 6\} + K^2. \quad (9)$$

Выпишем представление поля в виде прямого преобразования Фурье (7) с учетом решения (8):

$$u(m, n) = \frac{1}{2\sqrt{3}\pi^2} \iint_{-\pi}^{\pi} \frac{\exp\{i(m\xi_1 + n\xi_2)\}}{D(\xi_1, \xi_2)} d\xi_1 d\xi_2. \quad (10)$$

Для алгебраизации нашей задачи введем следующую замену переменных:

$$\begin{cases} x = e^{i\xi_1}, \\ y = e^{i\xi_2}. \end{cases} \quad (11)$$

При этом будем считать, что $x, y \in \mathbb{C}$. В новых переменных выражение $D(\xi_1, \xi_2)$ приобретает вид:

$$D(\xi_1, \xi_2) \equiv \hat{D}(x, y) = \frac{2}{3} (x + x^{-1} + y + y^{-1} + xy^{-1} + x^{-1}y) + K^2 - 4, \quad (12)$$

а представление поля в переменных (x, y) будет выглядеть так:

$$u(m, n) = -\frac{1}{2\sqrt{3}\pi^2} \oint_{\sigma} \frac{x^m y^n}{\hat{D}(x, y)} \frac{dx}{x} \frac{dy}{y}, \quad (13)$$

где контур σ — это единичная окружность с положительным направлением обхода (против часовой стрелки), рис. 3. Обратим внимание, что (13) является представлением функции Грина в виде двойного интеграла от мероморфной функции.

Плоской волной на решетке S будем называть выражение

$$x^m y^n = e^{i(m\xi_1 + n\xi_2)}, \quad (14)$$

если x и y подчиняются уравнению

$$\hat{D}(x, y) = 0. \quad (15)$$

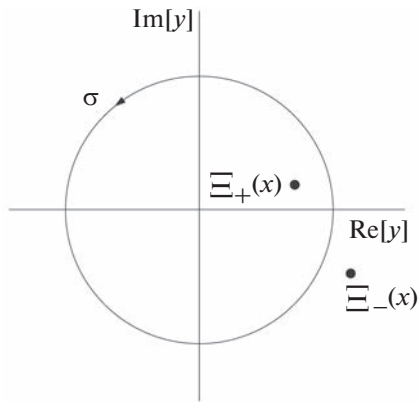


Рис. 3. Контур интегрирования и полюса $\Xi_+(x), \Xi_-(x)$ на комплексной плоскости y для фиксированного x .

Будем называть уравнение (15) **дисперсионным уравнением**, так как нетрудно проверить, что если оно выполнено, то плоская волна $x^m y^n$ автоматически удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta_S u(m, n) + K^2 u(m, n) = 0 \quad (16)$$

и, как следствие, может распространяться по сетке S . Обратим внимание, что решением уравнения (15) являются комплексные пары чисел, в общем случае по модулю не равные единице. Поэтому волны такого типа могут иметь затухание.

2.3. Снятие интегрирования по одной переменной

Рассмотрим знаменатель двойного интеграла (13). Заметим, что он обращается в ноль, когда (x, y) удовлетворяют дисперсионному уравнению (12). Дисперсионное уравнение является квадратным уравнением по переменной x при фиксированном y и наоборот. Следовательно, (13) имеет в общем случае два комплексных корня. Найдем решение (12) как функцию $y(x)$. Обозначим это решение как $\Xi(x)$:

$$\Xi(x) = \Xi_{+,-}(x) = -\frac{\left(\frac{3}{2}K^2 - 6 + x + x^{-1}\right)}{2(1 + x^{-1})} \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2}K^2 - 6 + x + x^{-1}\right)^2 - 4(x + x^{-1} + 2)}}{2(1 + x^{-1})}. \quad (17)$$

Квадратный корень является двузначной функцией. Обозначения $\Xi(x)_+$ и $\Xi(x)_-$ выбраны таким образом, чтобы:

$$\begin{aligned} |\Xi(x)_+| &\leq |\sqrt{x}|, \\ |\Xi(x)_-| &\geq |\sqrt{x}|. \end{aligned}$$

Следует также отметить, что данные корни связаны друг с другом соотношением

$$\Xi_+(x)\Xi_-(x) = x, \quad (18)$$

что также свидетельствует о наличии симметрии отражения, описанной в предыдущем пункте.

Таким образом, интеграл (13) может быть рассмотрен как повторный интеграл по одной из переменных. Его подынтегральное выражение в общем случае имеет два полюса первого порядка. Следовательно, мы можем воспользоваться теорией вычетов для однократного взятия интеграла. При этом, выбор переменной интегрирования (x или y) будет зависеть от координаты точки на S : (m, n) . Как будет показано ниже, процедура взятия интеграла зависит от положения точки наблюдения относительно оси координат (при переходе из одной полуплоскости относительно оси в другую, подынтегральное выражение меняет набор полюсов). Кроме осей, соответствующих координатам m и n , существует еще одна прямая ($m = -n$), которая разделяет плоскость на две полуплоскости, в которых подынтегральное выражение ведет себя аналогично первым двум случаям. Таким образом, возможны шесть различных случаев.

Случай 1: $n \geq 0$

В данном случае числитель подынтегрального выражения в (13) гарантированно является аналитической функцией по переменной y внутри контура σ . По этой причине мы можем применить теорию вычетов к интегралу по переменной y . Так как $|x| = 1$ (контур интегрирования по x — это единичная окружность) и выполняется (18), то

$$\begin{aligned} |\Xi_+| &< 1, \\ |\Xi_-| &> 1. \end{aligned}$$

Следовательно, два полюса подынтегральной функции (13) располагаются по разные стороны от контура интегрирования σ , рис 3.

Таким образом, внутри контура интегрирования оказывается лишь точка $\Xi_+(x)$, в которой мы и берем вычет:

$$\begin{aligned} u(m, n) &= -\frac{2\pi i}{2\sqrt{3}\pi^2} \int_{\sigma} dx \int_{\sigma} \frac{x^m y^n}{x \frac{\partial}{\partial y} [y \hat{D}(x, y)]} dy, \\ y &= \Xi_+(x). \end{aligned} \quad (19)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} [y \hat{D}(x, y)] &= \hat{D}(x, y) + y \frac{\partial}{\partial y} \hat{D}(x, y) = \\ &= \frac{2}{3} (y - y^{-1} - xy^{-1} + yx^{-1}), \end{aligned} \quad (20)$$

получаем представление поля в виде интеграла по переменной x :

$$u(m, n) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi i} \int_{\sigma} x^m y^n \frac{dx}{x(y - y^{-1} - xy^{-1} + yx^{-1})}, \quad (21)$$

$$y = \Xi_+(x), \quad n \geq 0.$$

Случай 2: $n \leq 0$

При $n < 0$ числитель подынтегрального выражения в (13) уже не является аналитической функцией. В этом случае подынтегральное выражение получает еще один полюс в точке $y = 0$ внутри контура σ .

Воспользуемся известной теоремой из ТФКП: если функция аналитична на полной комплексной плоскости за исключением конечного числа полюсов, включая ∞ , то сумма вычетов во всех полюсах равна нулю. Поэтому сумма вычетов внутри σ равна вычету снаружи контура с обратным знаком:

$$u(m, n) = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi i} \int_{\sigma} x^m y^n \frac{dx}{x(y - y^{-1} - xy^{-1} + yx^{-1})}, \quad (22)$$

$$y = \Xi_-(x), \quad n \leq 0.$$

Случай 3: $m \geq 0$

Повторяем процедуру, описанную в случае 1, для взятия интеграла по x :

$$u(m, n) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi i} \int_{\sigma} x^m y^n \frac{dy}{y(x - x^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})}, \quad (23)$$

$$x = \Xi_+(y), \quad m \geq 0.$$

Случай 4: $m \leq 0$

Повторяем процедуру, описанную в случае 2, для взятия интеграла по x :

$$u(m, n) = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi i} \int_{\sigma} x^m y^n \frac{dy}{y(x - x^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})}, \quad (24)$$

$$x = \Xi_-(y), \quad m \leq 0.$$

Введем замену переменных, которая поможет нам найти вид двух оставшихся представлений:

$$x = x,$$

$$y = \frac{x}{t}.$$

Новая координата t соответствует координатной оси $m = -n$ на S , рис. 4. Перепишем интеграл (13) с использованием новой координаты t :

$$u(m, n) = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi^2} \int_{\sigma} \int_{\sigma} \frac{x^{m+n} t^n}{\hat{D}(x, t)} \frac{dx dt}{x t}. \quad (25)$$

Случай 5: $m + n \geq 0$

Нетрудно убедиться, что если произвести взятие интеграла (25) по переменной x , а затем совершить обратную замену переменных ($y \rightarrow t$), то полученный результат будет иметь вид:

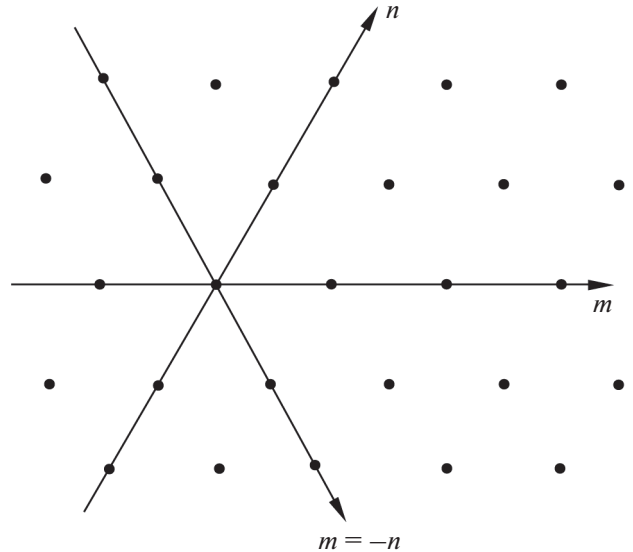


Рис. 4. Вспомогательная ось $m = -n$ на S .

$$u(m, n) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi i} \int_{\sigma} x^m y^n \frac{dy}{y(x - x^{-1} - tx^{-1} + xt^{-1})}, \quad (26)$$

$$x = \Xi_+(y), \quad m + n \geq 0.$$

Случай 6: $m + n \leq 0$

Аналогично случаю 5, получаем представление поля для данной области:

$$u(m, n) = -\frac{\sqrt{3}}{2\pi i} \int_{\sigma} x^m y^n \frac{dy}{y(x - x^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})}, \quad (27)$$

$$x = \Xi_-(y), \quad m + n \leq 0.$$

Таким образом, мы получили шесть различных представлений (21)–(27) функции Грина для уравнения Гельмгольца на треугольной решетке S . Каждое такое представление описывает поле в соответствующем секторе S , секторы для разных представлений могут пересекаться. На данном этапе можно считать решенной, однако, оказывается, что решения (21)–(27) могут быть сведены к единственному контурному интегралу по комплексному многообразию.

2.4. Представление поля в виде интеграла по комплексному многообразию

Проанализируем интеграл (21). Будем считать, что x и y — комплексные переменные на своих сферах Римана $\bar{\mathbb{C}}$. Так, точка (x, y) лежит на $\bar{\mathbb{C}} \times \bar{\mathbb{C}}$. Определим набор точек (x, y) , на котором удовлетворяется (12).

Пусть существует множество точек H , состоящее из всех пар значений (x, y) , которые являются решением уравнения (12). Поскольку (12) является дисперсионным уравнением для нашей сетки,

будем называть $\mathbf{H}$ дисперсионной поверхностью. Пара комплексных точек (x, y) имеет четыре действительных степени свободы, а дисперсионное уравнение можно рассматривать как пару действительных уравнений (действительную и мнимую часть). Таким образом, множество точек $\mathbf{H}$ имеет действительную размерность 2 (и комплексную размерность 1), а значит, является поверхностью.

Рассмотрим риманову поверхность R функции $\Xi(x)$, которая является проекцией $\mathbf{H}$ на x . Зададим отображение $\zeta: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{R}$ (проекция на переменную x). Также нас будет интересовать обратное отображение $\zeta^{-1}: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{H}$, имеющее вид:

$$x \xrightarrow{\zeta^{-1}} (x, \Xi(x)), \quad x \in \mathbf{R}.$$

ζ является гомеоморфизмом поверхностей, следовательно, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{R}$ топологически эквивалентны. Рассмотрим подробнее структуру римановой поверхности $\mathbf{R}$, а затем, пользуясь гомеоморфизмом поверхностей $\mathbf{R}$ и $\mathbf{H}$, перейдем к изучению $\mathbf{H}$.

Риманова поверхность $\mathbf{R}$ состоит из двух листов, так как ветвление обусловлено квадратным корнем, который является двузначной функцией. Назовем их *физическим* (содержащим контур интегрирования σ) и *не-физическим* соответственно. Функция $\Xi(x)$ имеет четыре точки ветвления. Найдем их, приравнявая к нулю подкоренное выражение в (17):

$$\left(\frac{3}{2}K^2 - 6 + x + x^{-1}\right)^2 - 4(x + x^{-1} + 2) = 0.$$

Получаем:

$$\begin{cases} x_{11} = \frac{1}{2}(A_1 + \sqrt{A_1^2 - 4}), \\ x_{12} = \frac{1}{2}(A_2 + \sqrt{A_2^2 - 4}), \\ x_{21} = \frac{1}{2}(A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4}), \\ x_{22} = \frac{1}{2}(A_2 - \sqrt{A_1^2 - 4}), \end{cases} \quad (28)$$

где

$$A_{1,2} = -\frac{3}{2}K^2 + 8 \pm \sqrt{6}(\sqrt{6 - K^2}).$$

Непосредственной проверкой установим, что часть подынтегрального выражения в (21), обозначим ее $Y(x)$, может быть переписана с использованием точек ветвления. Для $y = \Xi(x)$:

$$\begin{aligned} Y(x) &= x(y - y^{-1} - xy^{-1} + yx^{-1}) = \\ &= \sqrt{(x - x_{11})(x - x_{12})(x - x_{21})(x - x_{22})}. \end{aligned} \quad (29)$$

Перечислим все особенности подынтегрального выражения (21), которые имеются на $\mathbf{R}$. Бу-

дем обозначать точки на римановой поверхности парой чисел $(x_*, \Xi(x_*))$. Такое обозначение однозначно определяет положение точки на римановой поверхности. На листах $\mathbf{R}$ располагаются четыре точки ветвления $B(x, \Xi(x))$:

$$\begin{aligned} B_1(x_{11}, \sqrt{x_{11}}), \quad B_2(x_{12}, -\sqrt{x_{12}}), \quad B_3(x_{21}, \sqrt{x_{21}}), \\ B_4(x_{22}, -\sqrt{x_{22}}), \end{aligned}$$

и шесть точек, в которых x или $y = \Xi(x)$ равны 0 или ∞ (назовем их *бесконечностями*):

$$\begin{aligned} J_1(0, 0), \quad J_2(-1, 0), \quad J_3(\infty, -1), \\ J_4(\infty, \infty), \quad J_5(\infty, -1), \quad J_6(0, -1). \end{aligned}$$

Бесконечности $J_1, \dots, J_6$ имеют смысл особых точек выражения $x^m y^n$, которое является множителем подынтегрального выражения (21). Так как координаты m и n могут быть как больше, так и меньше нуля, то, очевидно, точки $J_1, \dots, J_6$ являются особыми точками такого выражения, и, соответственно, полюсами подынтегрального выражения (21). По этой причине, бесконечности стоит рассматривать отдельно.

Четыре точки ветвления $B_1, \dots, B_4$ на $\mathbf{R}$ попарно соединены разрезами, на каждом листе находится по три точки бесконечности. Схема римановой поверхности $\mathbf{R}$ показана на рис. 5а.

Вернемся к рассмотрению $\mathbf{H}$. Заменим листы в $\mathbf{R}$ на сферы Римана. Аналогично листам $\mathbf{R}$ на каждой сфере располагаются две точки ветвления, попарно соединенные разрезами. Склейка берегов разрезов повторяет аналогичную в $\mathbf{R}$. Следовательно, $\mathbf{H}$ можно представить в виде пары сфер Римана, соединенных друг с другом двумя "перешейками" (рис. 5б). Предположим, что наши сферы Римана сделаны из эластичного материала, что позволит нам непрерывно деформировать их. Нетрудно видеть, что данная конструкция может быть деформирована в тор (рис. 5в).

Задание локальных координат на многообразии не является однозначным. К примеру, система локальных координат и соответствующих окрестностей на $\mathbf{H}$ может быть задана следующим образом:

- x для всех точек за исключением точек ветвления $B_1, \dots, B_4$ и бесконечностей J_4 и J_5 ;
- y для точек ветвления $B_1, \dots, B_4$;
- $\frac{1}{x}$ для бесконечностей J_4 и J_5 .

Такая система окрестностей и локальных переменных будет удобна для нас далее. Легко проверить, что в области пересечения любой пары окрестностей выполнено условие биголоморфности, а значит, $\mathbf{H}$ является комплексным многообразием.

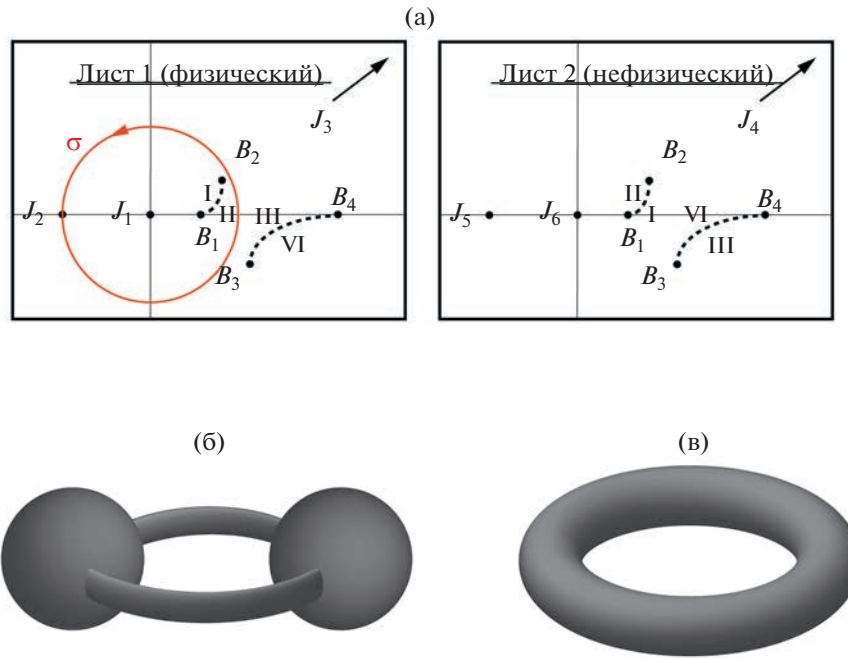


Рис. 5. (а) — Схема Римановой поверхности $\mathbf{R}$ и контур интегрирования σ на ней. (б) — Пара сфер Римана, соединенных двумя “перешейками”. (в) — Тор, полученный в результате деформации сфер Римана.

2.5. Представление поля в инвариантном виде

На данном этапе работы поле $u(m, n)$ описывается шестью разными представлениями в различных областях (21)–(27). Введенные выше понятия позволят нам перейти к инвариантному представлению в виде единственного интеграла, который опишет поле на всей поверхности $\mathbf{S}$.

Определим на $\mathbf{H}$ дифференциальную 1-форму:

$$\psi = \frac{dx}{x(y - y^{-1} - xy^{-1} + yx^{-1})}. \quad (30)$$

Заметим, что ψ — часть подынтегрального выражения в (21). Докажем, что дифференциальная форма ψ аналитична на комплексном многообразии $\mathbf{H}$. Это тривиальная задача всюду за исключением бесконечностей $J_1, \dots, J_6$ и точек ветвления $B_1, \dots, B_4$, определенных ранее.

Начнем с бесконечностей. Легко показать, что в точках J_1 и J_2 знаменатель (30) не обращается в ноль, а в точках J_3 и J_4 дифференциальная форма ψ ведет себя как $\sim x^{-2}$ при $x \rightarrow 0$. Замена переменной $x \rightarrow \tau = \frac{1}{x}$ показывает регулярность формы. Для окрестностей точек J_5 и J_6 произведем замену переменных $x \rightarrow \varepsilon = \frac{1}{x} + 1$. Такая замена

переменной обеспечивает аналитичность формы в данных окрестностях.

Перейдем к рассмотрению окрестностей точек ветвления $B_1, \dots, B_4$. Для них в качестве локальной переменной мы можем выбрать введенную ранее переменную y . По теореме о неявной функции:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial_x \hat{D}(x, y)}{\partial_y \hat{D}(x, y)} \quad (31)$$

везде на $\mathbf{H}$. Получаем, что:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{x(y - y^{-1} - xy^{-1} + yx^{-1})} &= \\ &= -\frac{dy}{y(x - x^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})}. \end{aligned} \quad (32)$$

Знаменатель правой части (32) не обращается в ноль в окрестностях $B_1, \dots, B_4$. Таким образом, мы доказали, что данная 1-форма аналитична.

Формула (32) устанавливает связь между представлениями (21), (22) и (23). Представление (21) переходит в (22) при переходе с физического листа $\mathbf{R}$ на не-физический, это же справедливо и для пар (23)–(24) и (26)–(27). Это значит, что поле на всей поверхности $\mathbf{S}$ для любой координаты (m, n) можно описать при помощи единственного интеграла по одной переменной, подставляя для различных частей плоскости различные контуры ин-

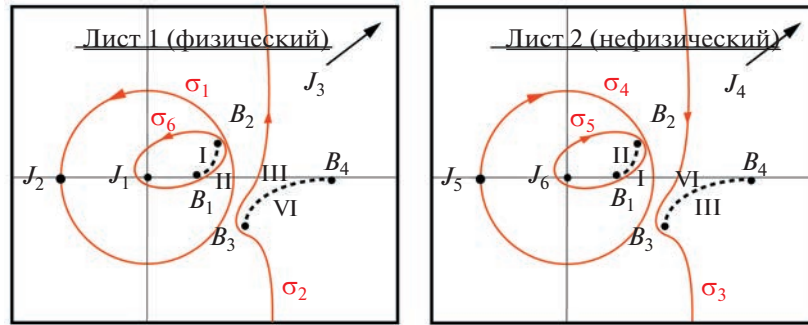


Рис. 6. Схема Римановой поверхности $\mathbf{R}$ и расположение контуров $\sigma_1, \dots, \sigma_6$ на ней.

тегрирования. Обозначим контуры интегрирования, которые переводят представление (21) в представления (23), (24), (26), (27) как $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$ и σ_6 соответственно. Контур σ переобозначим как σ_1 . Расположение семейства таких контуров на $\mathbf{R}$ показано на рис. 6, а на рис. 7 изображены те же контуры на $\mathbf{H}$.

Как было показано выше, представления поля $u(m, n)$ в виде (21)–(27) могут быть записаны в виде единственного контурного интеграла с различными контурами интегрирования, соответствующими различным областям $\mathbf{S}$. Выпишем данное представление:

$$u(m, n) = \int_{\zeta^{-1}(\sigma_i)} \Psi_{m,n}, \quad (33)$$

где $\Psi_{m,n} = \frac{3}{4\pi i} x^m y^n \psi$ – дифференциальная форма, которая, однако, аналитична всюду на $\mathbf{H}$ толь-

ко при $m = n = 0$. Во всех остальных случаях она имеет полюсы в точках бесконечностей. Вычислим условие регулярности формы $\Psi_{m,n}$ для каждой точки $J_1, \dots, J_6$:

$$J_1 : m + n \geq 0,$$

$$J_2 : n \geq 0,$$

$$J_3 : m \leq 0,$$

$$J_4 : m + n \leq 0,$$

$$J_5 : n \leq 0,$$

$$J_6 : m \geq 0.$$

Пользуясь условием теоремы Коши для интеграла (33), мы можем деформировать контуры интегрирования в областях, где выполнены условия регулярности формы $\Psi_{m,n}$. Можно заметить, что контуры $\sigma_1, \dots, \sigma_6$ могут быть продеформированы друг в друга в порядке $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2, \dots, \rightarrow \sigma_6$ при движении точки наблюдения (m, n) в направлении против часовой стрелки начиная с точки (m_0, n_0) , где $m_0 > 0, n_0 > 0$. Или, другими словами, *перенос контуров в положительном направлении по тору соответствует перемещению точки наблюдения в плоскости (m, n) против часовой стрелки (в положительном направлении)*.

2.6. Исследование функции Грина

Произведем численное интегрирование представления (21) функции Грина для треугольной решетки. В качестве контура интегрирования построим единичную окружность на физическом листе Римановой поверхности $\mathbf{R}$. Обход особой точки -1 осуществим при помощи построения вспомогательной полуокружности малого радиуса с центром в точке -1 . Обход контура произведем в положительном направлении.

Представление (21) справедливо лишь в полуплоскости $n \geq 0$, однако, мы можем получить поле на всей плоскости, воспользовавшись симмет-

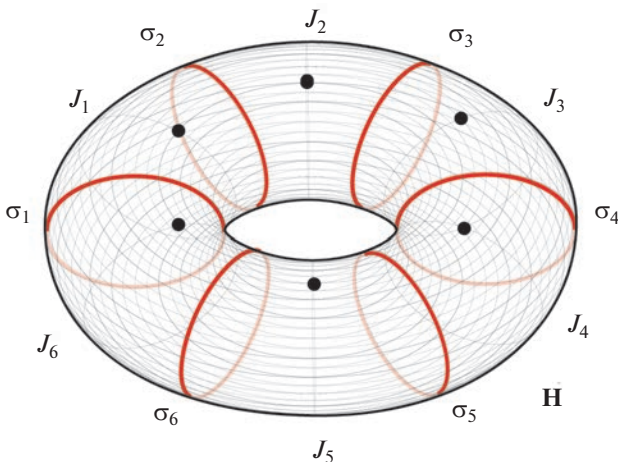


Рис. 7. Многообразие $\mathbf{H}$ с изображенными на нем контурами интегрирования $\sigma_1, \dots, \sigma_6$ и бесконечностями $J_1, \dots, J_6$.

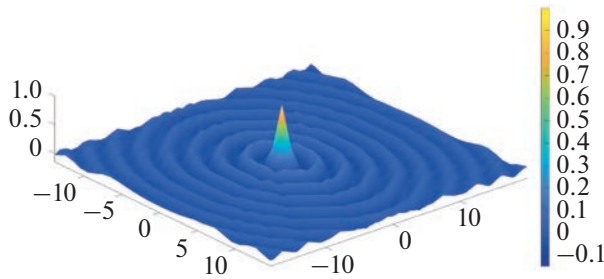


Рис. 8. График действительной части функции $u(m, n)$ при $K = 2$.

рией задачи. Для этого достаточно построить поле в области $n \geq 0$, $m \geq 0$ и с помощью поворота данного сегмента поля на $\pi/3$ получить поле на всей плоскости. Интегрирование производится методом трапеций.

Так как в нашем случае шаг сетки h равен единице, выберем для простоты длину волны $\lambda = \pi$. Тогда:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = 2. \quad (34)$$

Произведем интегрирование (21) по контуру σ при $K = 2$. В данном случае, на одну длину волны приходится около трех точек решетки по каждой из осей. График действительной части поля $u(m, n)$ показан на рис. 8. Увеличим длину волны в 10 раз. Пусть теперь $\lambda = 10\pi$, следовательно, $K = 0.2$. Повторим процедуру для данного значения K и построим аналогичный график, рис. 9. Видно, что в первом случае наблюдается анизотропия, вызванная параметрами решетки. Однако, на втором графике мы видим уже гораздо более изотропную функцию.

Проанализируем поведение поля функции Грина в дальнем поле с помощью метода седловой точки и построим диаграммы направленности для различных K . Пусть существует некоторый параметр $N \in \mathbb{Z}$, причем $N \rightarrow \infty$. Найдем асимптотику функции $u(mN, nN)$, описываемую интегралом (21). Заметим, что плоская волна (часть подынтегрального выражения в (21)) может быть переписана в виде:

$$x^m y^n = \exp\{m \ln x + n \ln y\}. \quad (35)$$

Пользуясь видом (35), найдем выражение для нахождения седловой точки x_s :

$$\frac{d}{dx_s}(m \ln x_s + n \ln y(x_s)) = 0. \quad (36)$$

Решение уравнения (36) может быть найдено численно при помощи метода Ньютона. После нахождения седловой точки x_s мы можем найти

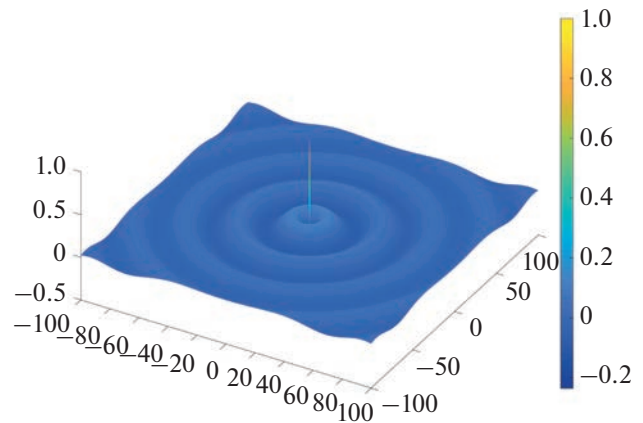


Рис. 9. График действительной части функции $u(m, n)$ при $K = 0.2$.

асимптотическое представление (21) в приближении дальнего поля:

$$u(mN, nN) \approx -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2\pi x_s}} \times \frac{\exp\left\{mN \ln x_s + nN \ln y_s + \frac{i\pi}{4}\right\}}{x_s(y_s - y_s^{-1} - x_s y_s^{-1} + y_s x_s^{-1})} \times \left(\frac{d^2}{dx_s^2}(m \ln x_s + n \ln y_s)\right)^{-1/2}, \quad (37)$$

где $y_s = y(x_s)$.

3. ДИФРАКЦИЯ НА ПОЛУПРЯМОЙ

3.1. Постановка задачи

Пусть поле $u(m, n)$ удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца на всей треугольной сетке S , за исключением линии $n = 0$, $m \geq 0$. Пусть на этой линии задано граничное условие Дирихле (рис. 10):

$$u(m, n) = 0, \text{ где } n = 0, m \geq 0. \quad (38)$$

Пусть на препятствие падает плоская волна, имеющая вид:

$$u_{\text{in}}(m, n) = x_{\text{in}}^m y_{\text{in}}^n, \quad (39)$$

где

$$\hat{D}(x_{\text{in}}, y_{\text{in}}) = 0. \quad (40)$$

Введем параметр

$$\phi_{\text{in}} = \frac{\sqrt{3}\psi_{\text{in}}}{2 + \psi_{\text{in}}}, \quad (41)$$

где, для удобства, введено обозначение

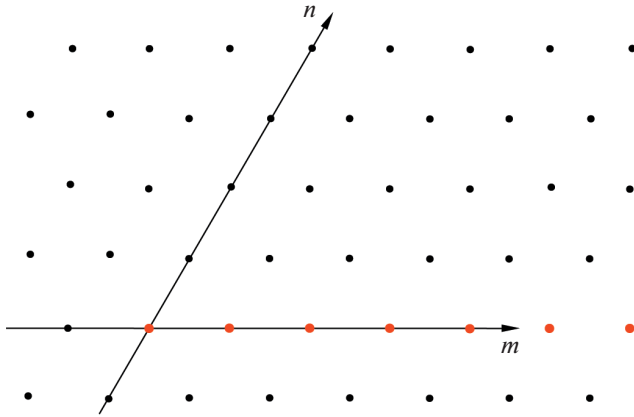


Рис. 10. Треугольная сетка S с определенными на ней условиями Дирихле $u(m, n=0) \equiv 0$.

$$\psi_{\text{in}} = \frac{y_{\text{in}} - y_{\text{in}}^{-1} - y_{\text{in}} x_{\text{in}}^{-1} + x_{\text{in}} y_{\text{in}}^{-1}}{x_{\text{in}} - x_{\text{in}}^{-1} - y_{\text{in}} x_{\text{in}}^{-1} + x_{\text{in}} y_{\text{in}}^{-1}}. \quad (42)$$

Параметр ϕ_{in} играет роль угла распространения падающей волны. Положим $-\pi/2 < \phi_{\text{in}} < \pi/2$.

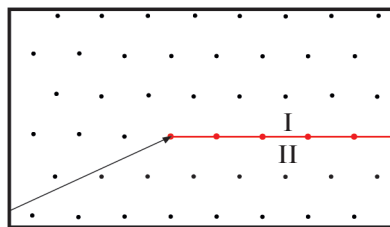
Введем понятие рассеянного поля u_{sc} как разность между полным полем $u(m, n)$ и падающей волной $u_{\text{in}}(m, n)$:

$$u_{\text{sc}}(m, n) = u(m, n) - u_{\text{in}}(m, n). \quad (43)$$

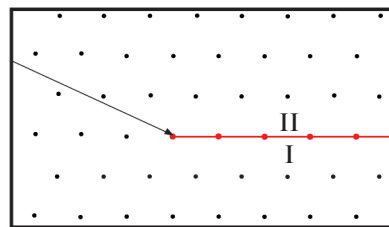
Рассеянное поле должно удовлетворять принципу предельного поглощения, т.е. $u_{\text{sc}}(m, n) \rightarrow 0$ при $r = \sqrt{m^2 + n^2 + mn} \rightarrow \infty$.

3.2. Построение разветвленной поверхности S_2

Для преобразования задачи воспользуемся методом Зоммерфельда [1]. Для этого “разрежем” физический лист поверхности S по полупрямой $n=0, m>0$. Далее, возьмем копию листа (S') и склеим их так, как показано на рис. 11. Стороны, помеченные одной римской цифрой, склеены между собой. Получившуюся разветвленную поверхность будем называть S_2 .



$S : 0 < \phi < 2\pi$



$S' : 2\pi < \phi < 4\pi$

Рис. 11. Схема разветвленной поверхности S_2 . Стрелками показаны падающие волны на S_2 . Сплошными линиями обозначены разрезы двух поверхностей, римскими цифрами показаны правила склейки.

Зададим функцию $\tilde{u}(m, n)$, которая будет описывать поле на всей поверхности S_2 , и докажем, что данная функция удовлетворяет уравнению Гельмгольца везде на S_2 за исключением точки $m=0, n=0$. Кроме того, покажем, что условие Дирихле выполнено на полупрямой $n=0, m \geq 0$.

Для начала, перейдем в полярную систему координат, которая будет более удобна для дальнейшего описания. Так как наша система координат не ортогональна, преобразование координат имеет не совсем привычный вид:

$$m = r \left(\cos \phi - \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}} \right), \quad n = \frac{2r}{\sqrt{3}} \sin \phi.$$

Очевидно, что пара координат (r, ϕ) также является дискретной и взаимно однозначно соответствует (m, n) .

Пусть $u(m, n)$ — функция, удовлетворяющая однородному уравнению Гельмгольца на S . Определим функцию $\tilde{u}(m, n)$, которая описывает поле на S_2 , следующим образом:

$$\tilde{u}(r, \phi) = u(r, \phi), \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi; \quad (44)$$

$$\tilde{u}(r, \phi) = -u(r, \phi), \quad 2\pi \leq \phi \leq 4\pi. \quad (45)$$

Докажем, что $\tilde{u}(m, n)$, заданная таким образом, удовлетворяет уравнению Гельмгольца на всей поверхности S_2 за исключением точки $(0, 0)$. На каждом листе поверхности $\tilde{u}(m, n)$ удовлетворяет уравнению, так как этому же уравнению по условию удовлетворяет функция $u(m, n)$. Таким образом, остается исследовать лишь полупрямую $n=0, m \geq 0$. На этой полупрямой оператор Лапласа имеет вид:

$$\Delta_S \tilde{u}(m, 0) = \frac{2}{3} (\tilde{u}(m, 1) + \tilde{u}(m+1, 0) + \tilde{u}(m+1, -1) + \tilde{u}(m, -1) + \tilde{u}(m-1, 0) + \tilde{u}(m-1, 1) - 6\tilde{u}(m, 0)). \quad (46)$$

Замечаем, что $\tilde{u}(m, n) = -\tilde{u}(m, -n)$ и $\tilde{u}(m, 0) = 0$ по определению $\tilde{u}$. Тогда

$$\Delta_S \tilde{u}(m, 0) = 0. \quad (47)$$

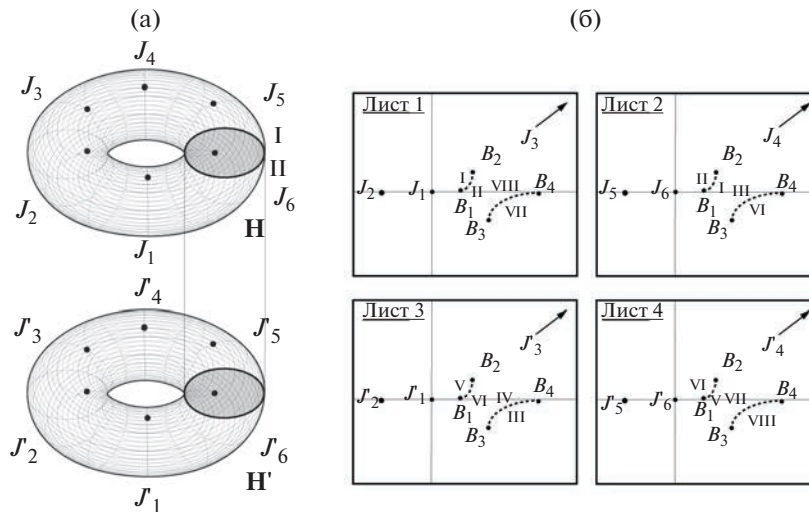


Рис. 12. (а) – Схема склейки поверхности $\mathbf{H}_2$. Черным цветом показан разрез на $\mathbf{H}$ и $\mathbf{H}'$, римскими цифрами обозначены правила склейки. (б) – Схема римановой поверхности $\mathbf{R}_2$.

На поверхности $\mathbf{S}_2$ уже не одна, а две падающих волны, рис. 11. Это волны с направлением волнового вектора $\phi = \phi_{\text{in}}$ на $\mathbf{S}$ и $\phi = 4\pi - \phi_{\text{in}}$ на $\mathbf{S}'$. Каждая из этих волн имеет свою область видимости, которая задается неравенством

$$\phi - \pi \leq \phi_{\text{vis}} \leq \phi + \pi \quad (48)$$

Сформулируем дифракционную задачу на разветвленной поверхности $\mathbf{S}_2$:

Найти поле $\tilde{u}$, определенное на $\mathbf{S}_2$, которое удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца на $\mathbf{S}_2$ и равно нулю в начале системы координат $(0,0)$. Рассеянное поле, определяемое разностью $\tilde{u} - \tilde{u}_{\text{in}}$ для падающих волн в пределах их областей видимости ϕ_{vis} , должно экспоненциально затухать при $r \rightarrow \infty$.

Главное преимущество такого подхода заключается в отсутствии на разветвленной поверхности рассеивателя. Если поле удовлетворяет поставленной задаче, то условие Дирихле на заданной полупрямой выполняется автоматически.

3.3. Построение интеграла Зоммерфельда

При решении задачи нахождения функции Грина для треугольной решетки было показано, что один обход в положительном направлении по сетке $\mathbf{S}$ ($\phi: 0 \rightarrow 2\pi$) соответствует одному обходу тора $\mathbf{H}$ вдоль одной из его направляющих. В случае с $\mathbf{S}_2$ полный обход точки наблюдения состоит из обхода по $\mathbf{S}$ ($\phi: 0 \rightarrow 2\pi$) и затем обхода по $\mathbf{S}'$ ($\phi: 2\pi \rightarrow 4\pi$). Напомним, что $u(r, 0) = u(r, 4\pi)$. Таким образом, полный обход точки наблюдения по $\mathbf{S}_2$ ($\phi: 0 \rightarrow 4\pi$) соответствует обходу тора $\mathbf{H}$ ($\phi: 0 \rightarrow 2\pi$), а затем его копии, $\mathbf{H}'$ ($\phi: 2\pi \rightarrow 4\pi$). По-

верхность, состоящая из $\mathbf{H}$ и $\mathbf{H}'$ и соединенная, как показано на рис. 12а, называется двойным накрытием тора, будем обозначать ее $\mathbf{H}_2$. Проекция $\mathbf{H}_2$ на переменную x (риманова поверхность $\mathbf{R}_2$) будет иметь четыре листа, рис. 12б. Такая Риманова поверхность называется абстрактной, так как на данный момент мы не знаем, существует ли такая функция, которая бы определяла $\mathbf{R}_2$ [27]. Далее мы покажем, что такая функция существует и найдем ее. Многообразие $\mathbf{H}_2$ топологически также является тором. Накрытие $\mathbf{H}_2$ имеет 12 точек бесконечности ($J_1, \dots, J_6, J'_1, \dots, J'_6$), которые являются прообразами $x = 1$, $x = -1$, $x = \infty$.

Такой подход является расширением метода А. Зоммерфельда [1], который в своей работе поставил в соответствие разветвленной поверхности распространения волн удвоенную по периоду частотную поверхность. В работе [20] проделана аналогичная процедура для квадратной решетки и показано, что построенная в таком виде поверхность $\mathbf{H}_2$ действительно является дисперсионной поверхностью задачи.

Обобщая метод А. Зоммерфельда [1], будем искать поле $\tilde{u}(m, n)$ в следующем виде:

$$\tilde{u}(m, n) = \int_{\Gamma_i} x^m y^n A(\tilde{x}) \frac{dx}{Y(\tilde{x})}, \quad y = y(x), \quad (49)$$

где $Y(x)$ задается выражением (29), $A(\tilde{x})$ – трансформанта Зоммерфельда, которая будет найдена позднее. Отметим, что трансформанта является мероморфной функцией на $\mathbf{H}_2$ и может иметь полюс только в точке, соответствующей падающей или отраженной волне. Γ_i – система контуров Зоммерфельда. В оригинальной работе определено

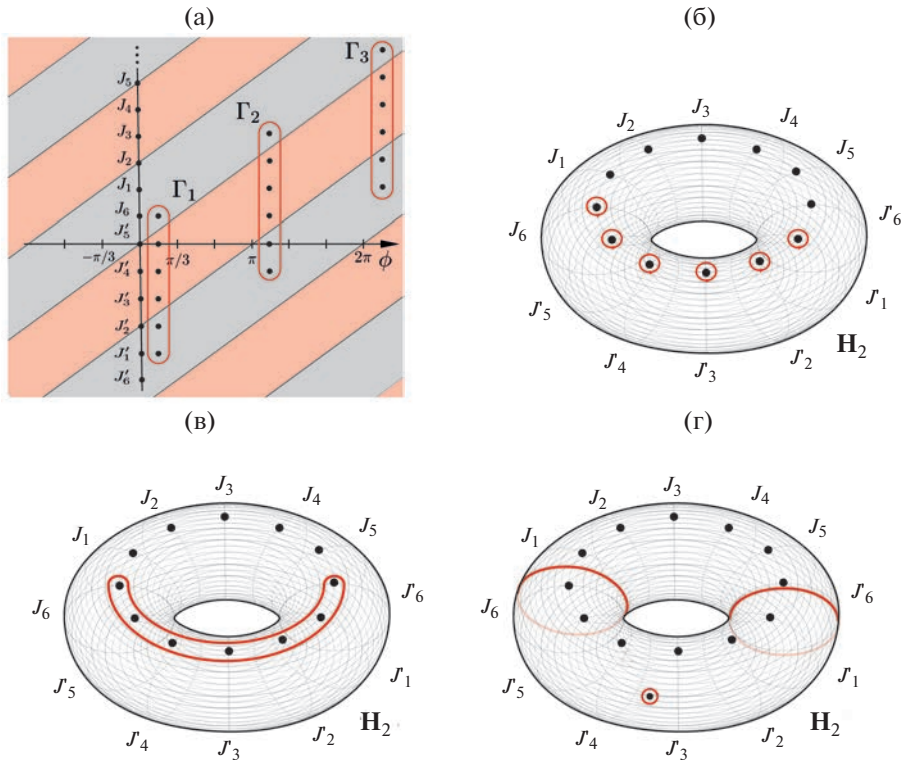


Рис. 13. (а) – Диаграмма аналитичности бесконечностей. (б) – Контур Γ_1 на $\mathbf{H}_2$ до деформации. (в) – Первый этап деформации контура Γ_1 на $\mathbf{H}_2$. (г) – Второй этап деформации контура Γ_1 на $\mathbf{H}_2$.

бесконечное множество контуров интегрирования. Ниже мы покажем, что для нашей задачи хорошо работает дискретный набор контуров интегрирования.

Контур Зоммерфельда должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Для любой точки $(m, n) \in \mathbf{S}_2$ должен существовать контур Γ_i , который бы давал правильный интеграл (49), описывающий поле в точке (m, n) и в шести ее соседях.
2. Если существуют два контура Γ_i и Γ_j , которые описывают поле в точке (m, n) , то контуры должны деформироваться друг в друга без прохождения сингулярностей подынтегрального выражения в (49).

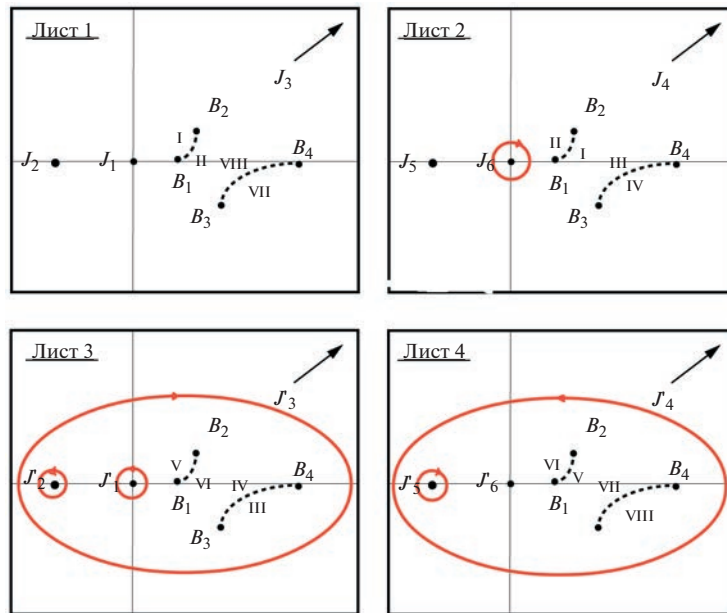
Построим “диаграмму аналитичности” бесконечностей, которая поможет нам правильно определить систему контуров для интеграла (49), рис. 13а. Такая диаграмма показывает, при каких углах наблюдения ϕ определенная точка бесконечности является полюсом подынтегрального выражения в (49): серым цветом выделены области, в которых точки аналитичны, красным – области, в которых точки являются полюсами. Введем обозначение

$$\Gamma_i = J_k + \dots + J_m.$$

Так мы будем обозначать контур, который обходит перечисленные бесконечности. К примеру, на рис. 13б и 14 показано, как выглядит контур

$\Gamma = J_6 + J'_5 + J'_4 + J'_3 + J'_2 + J'_1$ на $\mathbf{H}_2$ и $\mathbf{R}_2$ соответственно. Выберем контуры интегрирования так, чтобы внутри контура находилось шесть бесконечностей, три из которых являются аналитичными в заданной области. Пользуясь “диаграммой аналитичности”, мы можем определить набор контуров так, чтобы контуры попарно могли бы переходить один в другой в пересечении их областей применимости. Таким образом, мы получим инвариантное представление поля при всех интересующих нас углах наблюдения ϕ . Ограничимся рассмотрением физической области, т.е. $0 < \phi < 2\pi$. Выпишем набор контуров интегрирования, с помощью которого может быть описано поле $u(m, n)$ в физической области:

$$\bullet \quad \Gamma_1 = J_6 + J'_5 + J'_4 + J'_3 + J'_2 + J'_1 \text{ при } -2\pi/3 < \phi < 2\pi/3.$$

Рис. 14. Контур Γ_1 до деформации на $\mathbf{R}_2$.

• $\Gamma_2 = J_3 + J_2 + J_1 + J_6 + J_5' + J_4'$ при $\pi/3 < \phi < 5\pi/3$.

• $\Gamma_3 = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6'$ при $4\pi/3 < \phi < 8\pi/3$.

Легко проверить, что построенная таким способом система контуров удовлетворяют условиям 1) и 2), поставленным выше.

3.4. Деформация контуров интегрирования

Рассмотрим подробнее контур Γ_1 . Данный контур состоит из шести вспомогательных контуров, каждый из которых обходит свою бесконечность, изобразим его на $\mathbf{H}_2$ (рис. 13б) и на $\mathbf{R}_2$ (рис. 14). Пользуясь теоремой Коши для интеграла (49), мы можем деформировать каждую часть контура Γ_1 до тех пор, пока он не “задевает” особых точек на поверхности. Две части контура взаимно уничтожаются, если они совпадают друг с другом и при этом имеют противоположные направления.

Деформация контура Γ_1 на многообразии $\mathbf{H}_2$ в два этапа показана на рис. 13в, 13г. На первом этапе увеличиваются радиусы вспомогательных окружностей до их взаимного пересечения, области пересечения взаимно уничтожаются, получаем одну “петлю”, охватывающую шесть точек бесконечностей, рис. 13в. Н втором этапе происходит расширение контура вдоль малой направляющей тора до взаимного уничтожения вытянутых частей контура, в результате получаются две окружности, опоясывающие тор аналогично кон-

туру σ , и вспомогательный контур, отвечающий за обход полюса трансформанты Зоммерфельда.

На многообразии $\mathbf{H}_2$ деформация контуров Γ_i имеет довольно наглядный вид, однако в практическом применении используют представление на римановой поверхности $\mathbf{R}_2$. На ней деформированный контур приобретает вид, показанный на рис. 15.

Подчеркнем, что интегрирование по деформированному контуру Γ_1 дает такой же результат, что и интегрирование по исходному контуру, так как при деформации не была нарушена теорема Коши. Таким образом, контур Γ_1 состоит из двух единичных окружностей на листах 2 и 4 римановой поверхности $\mathbf{R}_2$ и полюсного вклада падающей волны на первом листе. Такой контур является куда более простым и удобным в использовании, чем контур до деформации. Аналогичным образом могут быть продеформированы и два других контура.

3.5. Функциональная задача построения трансформанты Зоммерфельда

Задача нахождения трансформанты Зоммерфельда является задачей теории функций. Сформулируем ее:

1. Трансформанта $A(p)$ должна быть мероморфной на $\mathbf{H}_2$.

2. $A(p)$ может иметь простые полюсы в точках $\mathbf{H}_2$, которые соответствуют падающей волне и ее зеркальному отражению ($\phi = 2\pi + \phi_{in}$ и $\phi = 4\pi - \phi_{in}$).

3. Вычеты дифференциальной формы $A(p)\psi$ в этих точках должны соответствовать $-(2\pi i)^{-1}$ и $(2\pi i)$ соответственно.

Рассмотрим четыре точки $p_1(x, y, n), \dots, p_4(x, y, n)$, которые имеют одинаковое значение x на $\mathbb{C}$, равное x_{in} . Для описания этих точек будем использовать следующее обозначение: $p(x, y, \text{№ листа на } \mathbf{R}_2)$. Перечислим эти точки:

$$\begin{aligned} p_1 &= (x_{in}, y_{in}, 1), \quad p_2 = (x_{in}, xy_{in}^{-1}, 2), \\ p_3 &= (x_{in}, y_{in}, 3), \quad p_4 = (x_{in}, xy_{in}^{-1}, 4). \end{aligned}$$

Можно показать, что точки p_1 и p_4 соответствуют падающей и отраженной волне. Дело в том, что, как было показано в предыдущем пункте, деформация контуров интегрирования приводит к “задеванию” полюсов соответствующих волн. После деформации всех контуров интегрирования было установлено, что лишь точки p_1 и p_4 попадают в область деформации, следовательно, являются полюсами подынтегрального выражения. По этой причине функция $A(p)$ должна иметь полюса в этих точках. Так как по условию нашей задачи падающая волна имеет единичную амплитуду, вычет функции A в точках p_1 и p_4 должен иметь вид

$$\text{Res}[A\psi, p_1] = -\text{Res}[A\psi, p_4] = -\frac{1}{2\pi i}. \quad (50)$$

В то же время $A(p)$ должна быть регулярна в точках p_2 и p_3 . Поэтому зададим условие:

$$\text{Res}[A\psi, p_2] = \text{Res}[A\psi, p_3] = 0. \quad (51)$$

Таким образом, проблема нахождения функции $A(p)$ становится проблемой нахождения четырехзначной функции на $\mathbb{C}$, которая также является однозначной на Римановой поверхности $\mathbf{R}_2$ и имеет полюса только в двух точках на заданной поверхности. Можно показать, что такая функция является алгебраической. В данном случае ее достаточно легко построить. Выберем четыре функции на $\mathbf{R}_2$, которые обладают всеми возможными симметриями данной поверхности, связанными с перестановкой ее листов. Эти четыре функции имеют вид:

$$f_0 = 1; \quad f_1 = \sqrt{(x - x_{11})(x - x_{12})(x - x_{21})(x - x_{22})}; \quad (52)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= \sqrt{(x - x_{21})(x - x_{22})}; \\ f_3 &= \sqrt{(x - x_{11})(x - x_{12})}. \end{aligned} \quad (53)$$

Представим $A(p)$ как линейную комбинацию функций $f_0, \dots, f_3$, где $R(x)$ – рациональные функции от x :

$$A(x) = R_0(x) + R_1(x)f_1(x) + R_2(x)f_2(x) + R_3(x)f_3(x). \quad (54)$$

Наша задача найти функции $R_i(x)$.

Обозначим вычеты функций $R_i(x)$ как c_i . Используя данное обозначение, запишем вычеты функции $A(p)$ в точках $p_1, \dots, p_4$:

$$\text{Res}[A\psi, p_1] = \frac{(c_0 + c_1 f_1(p_1) + c_2 f_2(p_1) + c_3 f_3(p_1))}{f_1(p_1)}; \quad (55)$$

$$\text{Res}[A\psi, p_2] = \frac{(c_0 + c_1 f_1(p_1) - c_2 f_2(p_1) - c_3 f_3(p_1))}{f_1(p_1)}; \quad (56)$$

$$\text{Res}[A\psi, p_3] = -\frac{(c_0 - c_1 f_1(p_1) - c_2 f_2(p_1) + c_3 f_3(p_1))}{f_1(p_1)}; \quad (57)$$

$$\text{Res}[A\psi, p_4] = -\frac{(c_0 - c_1 f_1(p_1) + c_2 f_2(p_1) + c_3 f_3(p_1))}{f_1(p_1)}. \quad (58)$$

Решая данную систему, получаем:

$$c_0 = -\frac{1}{4\pi i} f_1(p_1), \quad c_1 = 0, \quad c_2 = -\frac{1}{4\pi i} f_3(p_1), \quad c_3 = 0. \quad (59)$$

Простейшей функцией, которая имеет полюс в заданной точке, является функция вида:

$$R_i = \frac{c_i}{x - x_{in}}. \quad (60)$$

Подставляя (59) и (61) в (54), получаем формулу для трансформанты Зоммерфельда:

$$A(p) = -\frac{f_1(p_1) + f_3(p_1)f_2(p)}{4\pi i(x - x_{in})}. \quad (61)$$

3.6. Исследование интеграла Зоммерфельда, сравнение с методом Винера–Хопфа

Деформируя контур Γ как показано на рис. 15, мы можем представить (49) в виде:

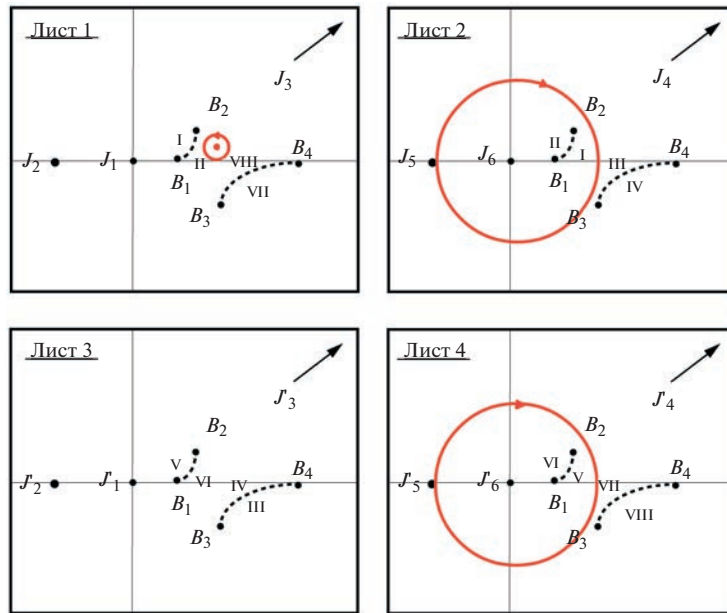
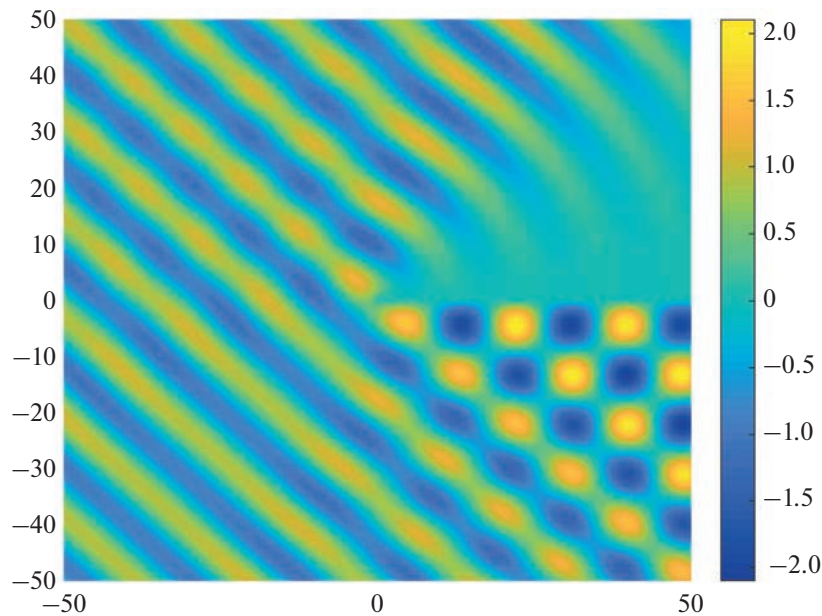
$$\tilde{u}(m, n) = x_{in}^m y_{in}^n + \int_{\sigma' + \sigma''} w_{m,n}(\tilde{x}, y(\tilde{x})) A(\tilde{x}) \psi. \quad (62)$$

Функции f_i на контурах σ' и σ'' различаются только знаком, поэтому возможно преобразовать интеграл по двум контурам к единичному интегралу:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(m, n) &= x_{in}^m y_{in}^n - \\ &- \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma'} \frac{x^m y^n}{x(y - y^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})} \frac{f_3(p_1)f_2(x)}{(x - x_{in})} dx. \end{aligned} \quad (63)$$

Таким образом:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(m, n) &= x_{in}^m y_{in}^n - \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma'} \frac{x^m y^n}{x(y - y^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})} \times \\ &\times \frac{f_3(p_1)f_2(x)}{(x - x_{in})} dx. \end{aligned} \quad (64)$$

Рис. 15. Продеформированный контур интегрирования Γ_1 на $\mathbf{R}_2$.Рис. 16. Действительная часть полного поля $u(m, n)$ для $\phi_{\text{in}} = \pi/4$ и $K = 0.5$.

Представление для рассеянного поля имеет вид:

$$\tilde{u}_{\text{sc}}(m, n) = -\frac{1}{2\pi i} \times \int_{\sigma} \frac{x^m y^n}{x(y - y^{-1} - yx^{-1} + xy^{-1})} \frac{f_3(p_1)f_2(x)}{(x - x_{\text{in}})} dx. \quad (65)$$

В работе [19] было получено представление поля для аналогичной задачи методом Винера–

Хопфа. Выпишем это решение в используемых нами обозначениях:

$$\tilde{u}_{\text{sc}}^*(m, n) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma} \frac{x^m y^n}{\sqrt{(x - x_{11})(x - x_{12})}} \times \frac{\sqrt{(x_{\text{in}} - x_{11})(x_{\text{in}} - x_{12})} dx}{(x - x_{\text{in}})}. \quad (66)$$

Нетрудно видеть, что подстановка (53) и (29) в (65) приводит нас к представлению (66). А значит,

наше решение (65) и решение задачи методом Винера–Хопфа (66) эквивалентны.

3.7. Численное исследование интеграла Зоммерфельда

Проинтегрируем полученное в предыдущем пункте решение (64) численно. В качестве контура интегрирования σ' будем использовать единичную окружность с обходом особой точки -1 , как в пункте 2.6. На рис. 16 показан график для действительной части полного поля $u(m, n)$ при $K = 0.5$ и $\phi_{in} = \pi/4$. Видно, что полное поле имеет характерные интерференционные области, а на полупрямой $n = 0, m \geq 0$ выполнено граничное условие Дирихле. Также отчетливо видна теневая зона.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получено инвариантное представление для функции Грина на треугольной решетке в виде контурного интеграла от дифференциальной формы по комплексному многообразию. Построена асимптотика дальнего поля, проведено ее численное исследование. Произведено сравнение функции Грина для треугольной сетки с известной функцией Грина на плоскости для разных значений волнового числа. Кроме того, была решена задача дифракции на полупрямой для треугольной решетки. Поле представлено в виде интеграла Зоммерфельда с различными контурами интегрирования на дисперсионной поверхности. Показано выполнение граничного условия Дирихле на полупрямой, показана эквивалентность данного решения и решения аналогичной задачи методом Винера–Хопфа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-29-06048.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зоммерфельд А. Оптика. М.: ИЛ, 1953. 486 с.
2. Малюжинец Г.Д. Возбуждение, отражение и излучение поверхностных волн от клина с произвольными поверхностными импедансам // ДАН СССР. 1985. Т. 3. С. 752–755.
3. Samokish B.A., Dement'ev D.B., Smyshlyaev V.P., Babich V.M. On evaluation of the diffraction coefficients for arbitrary “Nonsingular” directions of a smooth convex cone // SIAM J. Applied Mathematics. 2000. V. 60(2). P. 536–573.
4. Бабич В.М., Лялинов М.А., Грикуров В.Э. Метод Зоммерфельда–Малюжинца в теории дифракции. СПб.: СПбГУ, 2003. 104 с.
5. Kosevich A.M. The crystal lattice: phonons, solitons, dislocations, superlattices. John Wiley Sons, 2006.
6. Conway J.H., Sloane N.J.A. Sphere packings, lattices and groups, volume 290. Springer Science Business Media, 2013.
7. Yu S.-Y., Wang Q., Zheng L.-Y., He C., Liu X.-P., Lu M.-H., Chen Y.-F. Acoustic phase-reconstruction near the dirac point of a triangular phononic crystal // Applied Physics Letters. 2015. V. 106(15). 151906.
8. Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М., Бахтин Б.Н., Гребенников А.С., Асфандияров Ш.А., Карпов И.А., Ким А.А. Лабораторная установка для исследования звукопоглощающих покрытий из метаматериалов при скользящем распространении звука и влияние типа источника на их эффективность // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 3. С. 332–341.
9. Poblet-Puig J., Valyaev V.Yu., Shanin A.V. Boundary element method based on preliminary discretization // Mathematical models and computer simulations. 2014. V. 6(2). P. 172–182.
10. Поблет-Пуиг Ж., Шанин А.В. О новом численном методе решения задачи излучения акустических волн // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 257–265.
11. Slepnyan L.I. Models and phenomena in fracture mechanics. Springer Science Business Media, 2012.
12. Martin P.A. Discrete scattering theory: Green's function for a square lattice // Wave Motion. 2006. V. 43(7). P. 619–629.
13. Berciu M. On computing the square lattice Green's function without any integrations // J. Physics A: Mathematical and Theoretical. 2009. V. 42(39). 395207.
14. Arnold J.M. Discrete Green's functions and functional determinants // 2017 Int. Conf. on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2017.
15. Morita T., Horiguchi T. Lattice Green's functions for the cubic lattices in terms of the complete elliptic integral // J. Mathematical Physics. 1971. V. 12(6). P. 981–986.
16. Cserti J. Application of the lattice Green's function for calculating the resistance of an infinite network of resistors // American J. Physics. 1971. V. 12(6). P. 981–986.
17. Sharma B.L. Diffraction of waves on square lattice by semi-infinite crack // SIAM J. on Applied Mathematics. 2015. V. 75(3). P. 1171–1192.
18. Sharma B.L. Near-tip field for diffraction on square lattice by crack // SIAM J. on Applied Mathematics. 2015. V. 75(4). P. 1915–1940.
19. Sharma B.L. Diffraction of waves on triangular lattice by a semi-infinite rigid constraint and crack // International Journal of Solids and Structures. 2016. V. 80. P. 465–485.
20. Shanin A.V., Korolkov A.I. Sommerfeld-type integrals for discrete diffraction problems // Wave Motion. 2020. V. 97 P. 102606.

21. *Shanin A.V., Korolkov A.I.* Diffraction by a Dirichlet right angle on a discrete planar lattice // *Quart. Appl. Math.* 2022. V 80. P. 277–315.
22. *Шэн-шень Ч.* Комплексные многообразия. М.: ИЛ, 1961. 239 с.
23. *Шабат Б.В.* Введение в комплексный анализ. Часть 2. СПб: Лань, 2004. 464 с.
24. *Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г.* Дифференциальные уравнения. Курс высшей математики и математической физики. М.: Физматлит, 2002. 256 с.
25. *Steven S.* Eighty years of Sommerfeld's radiation condition // *Historia mathematica.* 1992. V. 19(4). P. 385–401.
26. *Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Лекции по математической физике. М.: Московский Университет, 2004. 416 с.
27. *Курант Р.* Теория функций. М.: Наука, 1968. 646 с.

УДК 534.23

ВАЛИДАЦИЯ ДВУХТОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ ШУМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТРУИ И КРЫЛА ДЛЯ РЕАЛИСТИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

© 2023 г. О. П. Бычков^a, *, Г. А. Фараносов^a

^aФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*e-mail: oleg.bychkov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 04.07.2022 г.

После доработки 04.07.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Для случая реалистичной маломасштабной конфигурации “двухконтурное сопло—механизированное крыло” проводится проверка разработанного ранее упрощенного полуэмпирического метода расчета низкочастотного шума взаимодействия струи и крыла самолета. В качестве входных данных для расчета шума используются результаты измерений амплитуды и конвективной скорости возмущений ближнего поля турбулентной струи вблизи задней кромки выпущенного закрылка, выполненных парой датчиков давления, установленных заподлицо с нижней поверхностью модели крыла. Показано, что результаты расчетной оценки спектральных характеристик и направленности шума взаимодействия хорошо согласуются с прямыми измерениями шума в дальнем поле как в статических условиях, так и при наличии спутного потока, имитирующего эффект полета.

Ключевые слова: шум взаимодействия струи и крыла, волны неустойчивости, дифракция

DOI: 10.31857/S032079192260055X, **EDN:** ITKVCH

ВВЕДЕНИЕ

В условиях ужесточающихся норм по шуму на местности [1] при проектировании новых или модернизации существующих самолетов гражданской авиации необходимо иметь представление об их основных источниках шума. Одним из заметных источников шума самолета с двигателями высокой степени двухконтурности, расположенными на пилонах под крылом, является эффект аэроакустического взаимодействия реактивной струи и крыла [2, 3], который в области низких и средних частот проявляется в виде существенного усиления шума струи. Экспериментальная оценка вклада данного источника в полное поле шума самолета в летных испытаниях затруднительна по ряду причин (стоимость, сложность проведения измерений и т.д. [4, 5]), и обычно проводятся исследования для маломасштабных моделей с последующим пересчетом на натурные условия (например, [6]). Однако и такой подход не всегда может быть реализован, например, на начальном этапе проектирования самолета, когда его геометрические параметры, в частности параметры системы “двигатель—крыло”, не зафиксированы окончательно. В таком случае для предварительной оценки шума проектируемого самолета на местности, в том числе с целью оптимизации некоторых параметров с точки зрения акустики, целесообразно использование расчетных моделей

основных источников шума, включающих эффект взаимодействия струи и крыла.

Существующие полуэмпирические модели аэроакустического взаимодействия струи и крыла самолета связывают появление дополнительного источника шума с рассеянием крупномасштабных гидродинамических возмущений ближнего поля струи на задней кромке крыла [7–11]. Изначально данные модели разрабатывались для упрощенной конфигурации, в которой рассматривалось взаимодействие одноконтурной струи, истекающей в покоящуюся среду, и которая моделирует крыло плоской пластины, параллельной оси струи. Задачей такого рода моделей является расчет шума взаимодействия струи и пластины на основе характеристик пульсаций в ближнем поле струи. Эти характеристики могут быть измерены или рассчитаны как для свободной струи в отсутствие пластины [8, 10, 11], так и непосредственно на поверхности пластины [9]. В последующих работах рассматривались различные модификации моделей с целью рассмотрения влияния на шумообразование по отдельности таких дополнительных факторов, как стреловидность крыла [12, 13], угол его установки [14], наличие спутного потока [15]. Между тем, представляет практический интерес задача расчетного определения характеристик шума взаимодействия струи и крыла для реалистичных конфигураций, соответствующих

тем, что реализуются в современных самолетах и содержащих стреловидное крыло с выпущенной механизацией и двухконтурное сопло.

В настоящей работе проводится проверка применимости ранее разработанной авторами “двухточечной” полуэмпирической модели шума взаимодействия [16] к случаю реалистичной маломасштабной конфигурации “двухконтурное сопло—механизированное крыло”. Ниже представлено краткое описание используемой модели шума взаимодействия струи и крыла. Далее приведены результаты экспериментального исследования в заглушенной камере АК-2 поля пульсаций на поверхности крыла и дальнего акустического поля системы “струя—крыло”. Затем показаны результаты сравнения расчетных характеристик шума взаимодействия, полученных на основе полуэмпирической модели с использованием характеристик пульсаций на поверхности крыла, с данными прямых измерений шума в дальнем поле. В заключении сформулированы основные выводы работы.

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ДВУХТОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ

В качестве полуэмпирической модели шума взаимодействия струи и крыла самолета в работе используется упрощенная двухточечная модель, описание и результаты валидации которой для упрощенной конфигурации “струя—пластина” представлены в работе [16]. При разработке данной модели рассматривалась задача о рассеянии пульсаций ближнего поля струи на задней кромке полуплоскости при наличии спутного потока скорости V_{cf} (рис. 1). Положение задней кромки относительно среза сопла характеризуется параметрами d и h , как показано на рис. 1. Предположение о неизменности характеристик ближнего поля струи при расположении вблизи нее рассеивающей поверхности [8, 9, 17] позволяет разбить данную задачу на подзадачи о моделировании ближнего поля струи (I) и последующем рассеянии найденных возмущений ближнего поля на задней кромке полуплоскости (II). В работе [11] было показано, что процесс рассеяния в основном определяется характеристиками ближнего поля вблизи кромки и поэтому для заданной частоты ω и азимутального числа n структура пульсаций давления на цилиндрической поверхности радиуса r_0 , окружающей струю, может быть описана в виде однородной волны амплитуды A , распространяющейся вниз по потоку вдоль оси X со скоростью V (рис. 1):

$$p(X, r_0, \varphi, t) = A e^{i\omega \frac{X}{V} - i\omega t - in\varphi}, \quad (1)$$

где (X, r, φ) — цилиндрическая система координат, t — время. Вообще говоря, пульсации ближ-

него поля являются суперпозицией бесконечного набора азимутальных мод вида (1), однако экспериментальные исследования характеристик модального состава продемонстрировали доминирование нескольких первых азимутальных мод [11], из которых основной вклад в поле рассеяния вносят лишь осесимметричная ($n = 0$) мода и первая ($n = 1$) косинус-мода. Благодаря тому, что структура поля рассеяния этих двух мод практически одинакова, то для нахождения рассеянного на кромке поля, вместо задачи о рассеянии каждой из доминирующих мод (с последующим энергетическим суммированием полученных полей), можно рассматривать задачу о рассеянии на кромке осесимметричной моды с характеристиками, соответствующими суммарному ближнему полю [18]. Таким образом, можно считать, что в модели (1) $n = 0$, а характеристики A и V соответствуют характеристикам полного поля вблизи рассеивающей кромки. Такой подход с практической точки зрения чрезвычайно удобен, поскольку позволяет избежать процедуры азимутальной декомпозиции поля пульсаций вблизи струи, которая даже для свободной струи достаточно сложна [11, 13, 18], не говоря о струе при наличии крыла.

Вне цилиндрической поверхности возмущение давления удовлетворяет конвективному волновому уравнению:

$$\Delta p - \left(-ik + M_{cf} \frac{\partial}{\partial X}\right)^2 p = 0, \quad r > r_0, \quad (2)$$

с граничным условием (1) и условием излучения на бесконечности, где M_{cf} — число Маха, посчитанное по скорости набегающего потока V_{cf} . Можно показать, что решение конвективного волнового уравнения для заданного граничного условия принимает следующий вид:

$$p(X, r, \varphi) = A \frac{K_0\left(\frac{k}{M} \sqrt{1 - (M_{cf} - M)^2} r\right)}{K_0\left(\frac{k}{M} \sqrt{1 - (M_{cf} - M)^2} r_0\right)} e^{i \frac{k}{M} X}, \quad (3)$$

где K_0 — модифицированная функция Бесселя второго рода 0-го порядка, k — волновое число, M — число Маха, посчитанное по конвективной скорости возмущений V . Временной множитель $e^{-i\omega t}$ здесь и далее для краткости опущен.

При решении второй подзадачи (рис. 1, II) производится поиск поля рассеяния возмущений (3) на задней кромке полуплоскости. Искомое решение должно удовлетворять конвективному волновому уравнению (2) и граничным условиям в виде непротекания на жесткой полуплоскости ($x < 0$) и равенству нормальных смещений границы между областями под и над полуплоскостью ($x > 0$), а также условию излучения на бесконечности. Из-за наличия разрывного граничного условия при $y = 0$ поиск решения производится

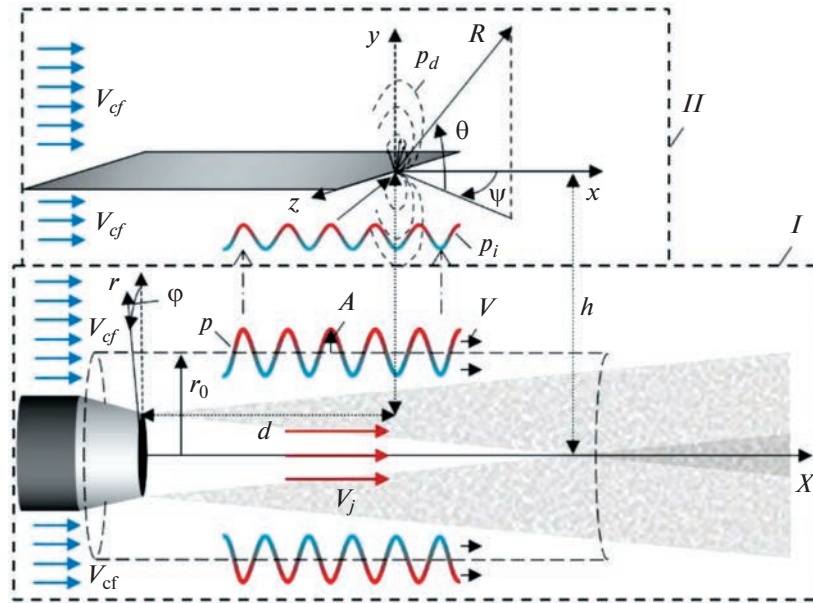


Рис. 1. Схема задачи и ее подразделение на две подзадачи.

методом Винера–Хопфа [19], а итоговое выражение, записанное в виде обратного преобразования Фурье, аппроксимируется в дальнем поле ($kR \gg 1$) при помощи двумерного метода перевала [20]. Здесь (x, y, z) и (R, θ, ψ) – декартова и сферическая системы координат, связанные с задней кромкой полуплоскости. Можно показать, что в плоскости, перпендикулярной к полуплоскости ($\sin \psi = 0$), решение принимает следующий вид:

$$p_d^2(R, \theta, 0) \approx \left(\frac{\tilde{A}(R) \sin(\theta/2)}{(1 - M_{cf}(M_{cf} - M)) - M \cos(\theta)} \right)^2, \quad (4)$$

$$\tilde{A}(R) = \frac{AM^{3/2} \sqrt{1 + M_{cf}}}{kR \sqrt{2} \sqrt{1 + (M_{cf} - M)}} \times$$

$$\times \frac{e^{-\frac{k}{M} \sqrt{1 - (M_{cf} - M)^2} h}}{K_0 \left(\frac{k}{M} \sqrt{1 - (M_{cf} - M)^2} r_0 \right)},$$

где p_d – звуковое поле от рассеяния на задней кромке ближнего поля (3), h – расстояния по нормали от полуплоскости до оси струи. Выражение (4) связывает пульсации давления ближнего поля с шумом взаимодействия в дальнем поле в плоскости $(R, \theta, 0)$, для предсказания которого необходимо иметь данные об амплитуде пульсаций полного поля A и о конвективной скорости возмущений V . В эксперименте данные параметры могут быть определены с помощью одной пары датчиков, расположенных со смещением в направлении истечения струи, например, на нижней поверхности крыла вблизи задней кромки (в этом случае $r_0 = h$).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Для проведения проверки применимости описанной выше модели шума взаимодействия струи и крыла к реалистичной конфигурации “двухконтурное сопло–механизированное крыло” использовались результаты двух серий испытаний, проведенных в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ. В рамках первой серии исследовалось распределение нестационарных нагрузок на поверхности крыла, что позволило определить характеристики ближнего поля A и V , входящие в формулу (4). В рамках второй серии исследовался шум в дальней зоне, что позволяло сравнить расчеты по формуле (4) с прямыми измерениями.

В качестве исследуемой конфигурации рассматривалась маломасштабная модель двухконтурного сопла с центральным телом, установленного вблизи консоли крыла с выпущенными во взлетное положение закрылками [6] (рис. 2). Данная конфигурация является типичной для современных магистральных самолетов. Скорости истечения холодной струи внутреннего контура 281 м/с и внешнего контура 243 м/с приблизительно моделируют режим набора высоты самолета. Скорость истечения полностью перемешанной струи в таком случае составляла $V_m = 251.5$ м/с. Эффективный диаметр двухконтурного сопла составляет $d = 62$ мм, а расстояние от оси струи до кромки закрылка по нормали равнялось $h = 0.78d$. Для моделирования эффекта полета использовалось сопло третьего контура диаметром 0.4 м, на выходе которого мог создаваться поток со скоростью до $V_{cf} = 80$ м/с.

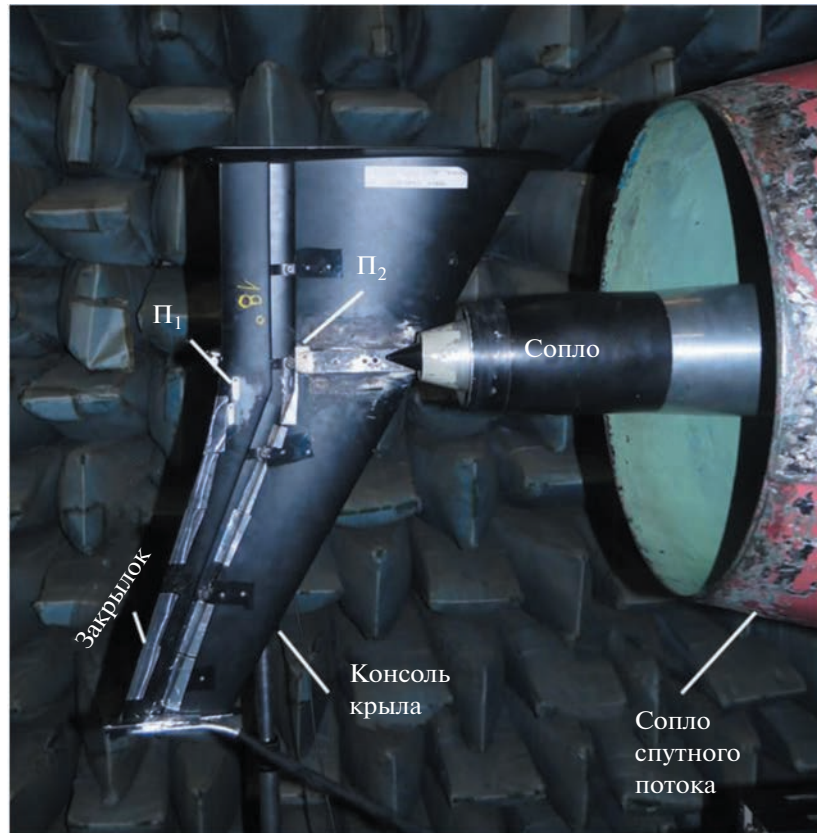


Рис. 2. Фотография исследуемой конфигурации.

В качестве измерительной аппаратуры использовались установленные заподлицо с нижней поверхностью крыла датчики давления Kulite типа LQ-47. Датчик P_1 располагался вблизи кромки закрылка, в то время как датчик P_2 был установлен на расстоянии $1.13d$ вверх по потоку от него (рис. 2), и измеренные им пульсации давления могли быть использованы для получения необходимых в модели (4) данных о ближнем поле струи (A , U). На рис. 3 представлены измеренные данные в виде амплитуды и конвективной скорости для случая статических ($M_{cf} = 0$) и полетных ($M_{cf} = 0.23$) условий. Можно отметить, что спектр пульсаций (рис. 3а) в отсутствие спутного потока имеет изрезанную форму с некоторым количеством существенных пиков, в то время как наличие спутного потока существенно снижает данные пики, и спектр становится более гладким. Данные пики в спектре можно объяснить наличием обратной связи между задней кромкой закрылка и кромкой сопла [21]. Кроме того, сниженные амплитуды гидродинамических пульсаций при наличии спутного потока приводят к тому, что акустические пульсации начинают доминировать при меньших частотах — это видно на рис. 3б по скачку конвективной скорости при $St = 1.2$ для условий полета и при $St = 1.8$ в случае отсутствия

спутного потока. Таким образом, частотный диапазон применимости модели (4) зависит от значения M_{cf} .

При подготовке измеренных данных к их использованию в модели учитывался тот факт, что, во-первых, датчик P_1 измеряет полное (падающее и отраженное) поле и, во-вторых, он находится не в области максимальных пульсаций, которая соответствует нормальной проекции оси струи на поверхность крыла, а сдвинут на $0.4d$ вдоль размаха крыла. Поэтому измеренные спектры приводились к свободному полю путем вычитания из них 6 дБ, а также корректировались с использованием выражения (3) для приведения к радиальному удалению $r_0 = h = 0.78d$, соответствующему минимальному расстоянию от оси струи до задней кромки закрылка.

Во второй серии экспериментов при исследовании дальнего акустического поля использовалась полярная решетка микрофонов, состоящая из 10-ти $\frac{1}{2}$ " микрофонов Briel&Kjaer (тип 4189) с предусилителями модели 2669 (диапазон частот 40–25600 Гц, чувствительность 50 мВ/Па). Микрофоны располагались в области “под крылом” на полуокружности радиуса $R = 2$ м с центром в середине среза сопла внешнего контура, в плос-

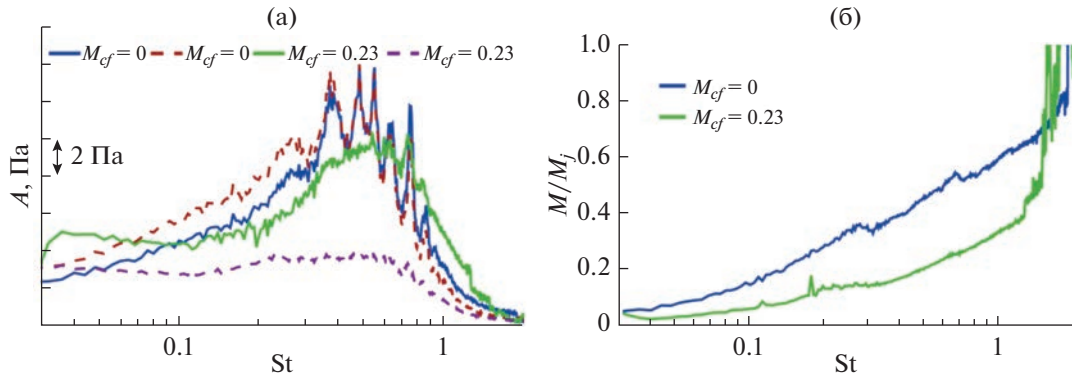


Рис. 3. Входные параметры для модели, полученные в эксперименте в отсутствие и при наличии спутного потока: (а) — амплитуда пульсаций вблизи кромки (пунктир — измерения, сплошные кривые — скорректированные спектры); (б) — относительная конвективная скорость пульсаций.

кости, проходящей через ось струи и перпендикулярной к крылу (рис. 4). Микрофоны заматали область полярных углов $\theta' = 30^\circ \dots 120^\circ$ с шагом в 10° .

В случае отсутствия спутного потока считалось, что полное акустическое поле складывается из двух некоррелированных источников: шум изолированной струи (L_{jet}) и шум взаимодействия струи и крыла (L_{inst}). Таким образом, для проверки модели (4) необходимым являлось проведение измерения шума изолированной струи и струи вблизи крыла (L_{tot}). При наличии спутного потока ситуация усложнялась: полный шум L_{tot} складывается из четырех источников, а именно из шума струи L_{jet} , шума взаимодействия L_{inst} , шума обтекания крыла L_{wing} и шума спутного потока L_{cf} . Поэтому для условий полета число необходимых измерений увеличивалось до четырех:

1) шум спутного потока ($V_{cf} = 80$ м/с, $V_m = 0$ м/с, крыло убрано) — L_{cf} ;

2) шум двухконтурной струи в спутном потоке ($V_{cf} = 80$ м/с, $V_m = 251.5$ м/с, крыло убрано) — $L_1 = L_{cf} + L_{jet}$;

3) шум обтекания крыла спутным потоком ($V_{cf} = 80$ м/с, $V_m = 0$ м/с, крыло установлено) — $L_2 = L_{cf} + L_{wing}$;

4) общий шум полной конфигурации ($V_{cf} = 80$ м/с, $V_m = 251.5$ м/с, крыло установлено) — L_{tot} .

На рис. 5 для бокового направления ($\theta' = 90^\circ$) представлен пример полученных в эксперименте результатов.

Как и в случае измерений в ближнем поле (рис. 3а), можно отметить пиковую структуру спектра суммарного шума (L_{tot}), которая наиболее заметно проявляется в статических условиях (рис. 5а) и несколько сглаживается при наличии спутного потока (рис. 5б). При этом видно, что наличие крыла около струи приводит к существенно-му усилению шума струи в области $0.2 < St < 1$

(сравнение красных и синих кривых). Именно это усиление и должно моделировать выражение (4) при подстановке в него измеренных на поверхности крыла данных (рис. 3).

ВАЛИДАЦИЯ МОДЕЛИ

Для оценки качества моделирования шума рассчитывался суммарный шум L_{tot}^{pred} конфигурации “двухконтурное сопло—механизированное крыло”. Расчет заключался в вычислении шума взаимодействия L_{inst}^{pred} по формуле (4) и последующем энергетическом суммировании данной величины с остальными компонентами шума, взятыми из эксперимента. Для случая статических условий к L_{inst}^{pred} прибавлялась компонента, связанная с шумом струи, а для условий полета — добавлялись еще шум крыла и шум спутного потока:

$$\begin{aligned} L_{tot}^{pred} &= L_{inst}^{pred} + L_{jet}, \quad M_{cf} = 0; \\ L_{tot}^{pred} &= L_{inst}^{pred} + L_1 + L_2 - L_{cf}, \quad M_{cf} \neq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

На рис. 6 представлен результат моделирования шума взаимодействия (серые кривые) при помощи выражения (4) и сравнение измеренного и расчетного (5) суммарного поля пульсаций давления в дальней зоне (соответственно синие и черные кривые), также для наглядности показаны измеренные спектры источников шума, входящие в выражение (5). Можно отметить, что двухточечная модель достаточно точно позволяет предсказать характеристики шума взаимодействия: спектральный состав, в том числе и сложную изрезанную форму спектров. При этом предсказать изрезанную форму спектра позволило именно применение упрощенной двухточечной модели шума взаимодействия и датчиков, установленных на поверхности крыла и закрылка. В этом случае прямое измерение поля пульсаций

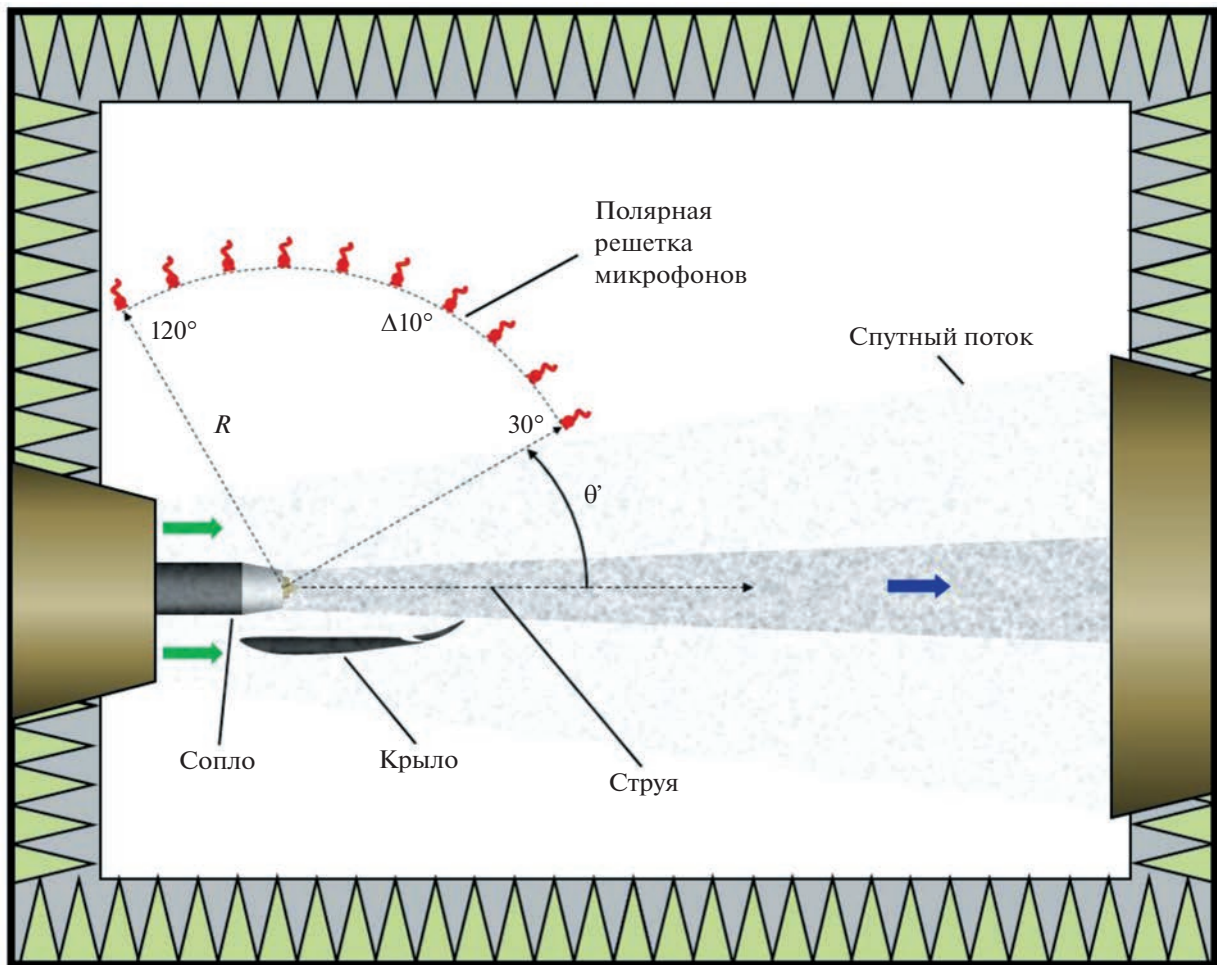


Рис. 4. Схема эксперимента по исследованию дальнего акустического поля конфигурации «двухконтурная струя—механизированное крыло».

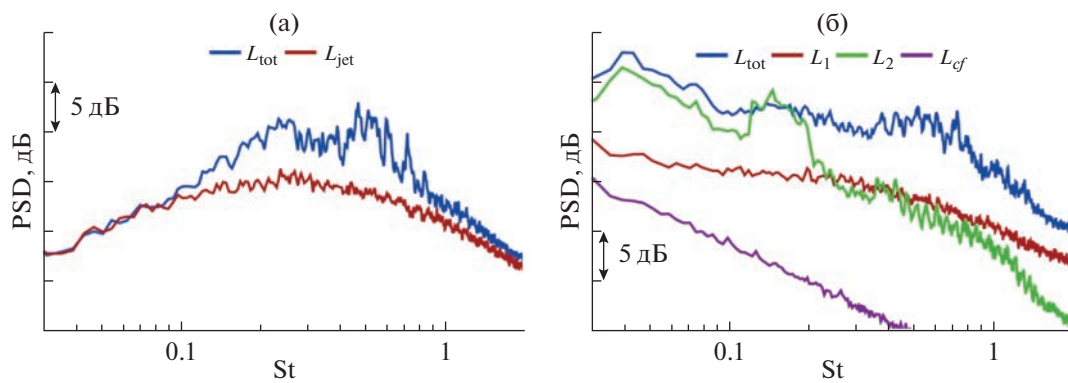


Рис. 5. Спектры различных источников шума конфигурации «двухконтурная струя—механизированное крыло» в дальнем поле (а) — в отсутствие и (б) — при наличии спутного потока.

вблизи рассеивающей кромки позволило опосредованно учесть и эффект обратной связи между кромкой крыла и кромкой сопла (рис. 3а), что было бы невозможно при использовании данных о

ближнем поле для свободной струи, как это делалось, например, в [11].

На рис. 7 представлено сравнение направленностей измеренного и рассчитанного с использо-

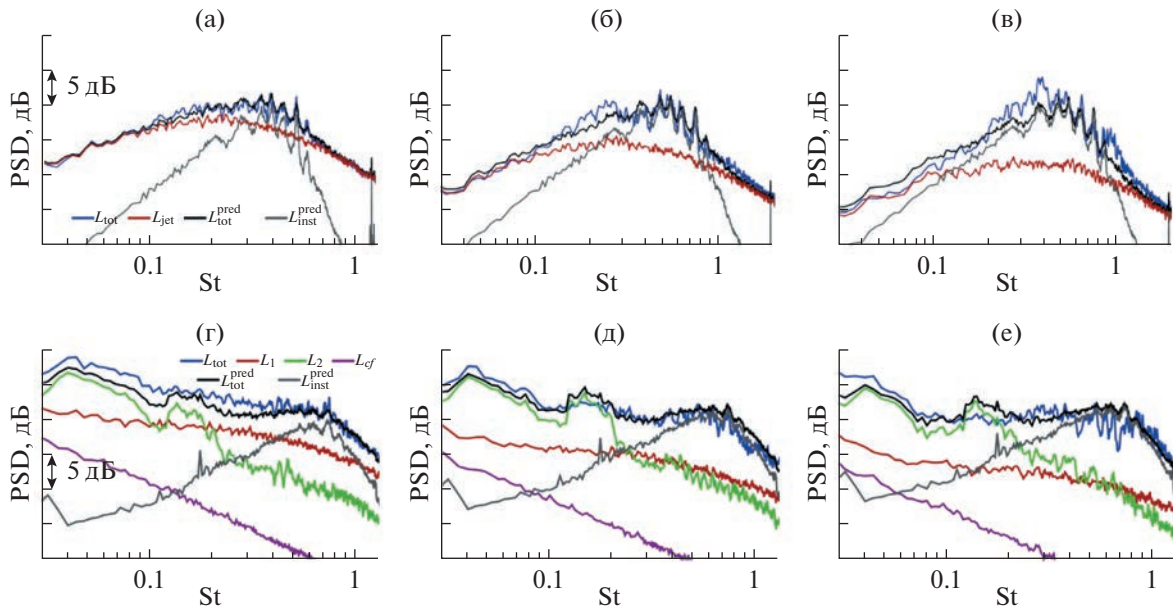


Рис. 6. Сравнение измеренных и предсказанных спектров полного шума для различных полярных углов θ' : (а) – 60° ; (б) – 90° ; (в) – 120° . Цветовая схема совпадает с рис. 5, но добавлены также спектры $L_{\text{inst}}^{\text{pred}}$ (4) и $L_{\text{tot}}^{\text{pred}}$ (5). Верхний ряд – $M_{cf} = 0$, нижний – $M_{cf} = 0.23$.

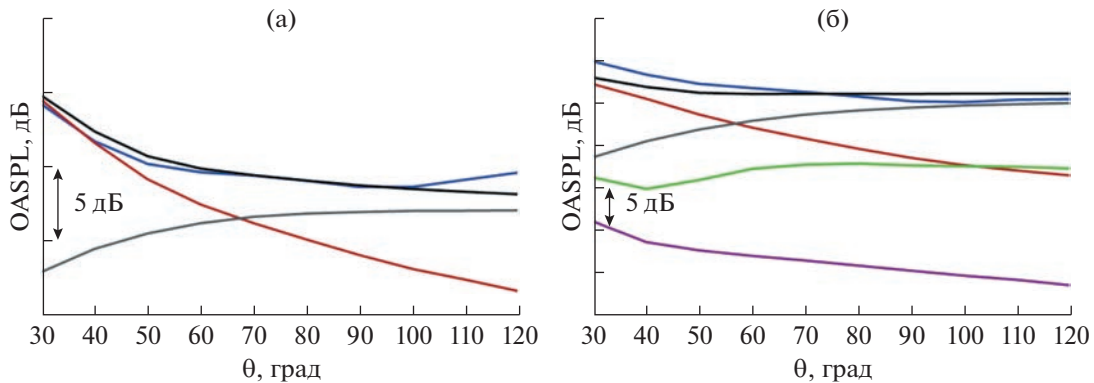


Рис. 7. Сравнение полярных направленностей суммарного шума в широкой полосе частот различных источников: (а) – $V_{cf} = 0$, $0.1 \leq St \leq 1$; (б) – $V_{cf} = 80$, $0.2 \leq St \leq 1.2$. Цветовые обозначения совпадают с рис. 6.

ванием полуэмпирической модели уровней шума в широкой полосе частот, и показаны направленности излучения составляющих источников шума.

Можно отметить, что в области вниз по потоку модель несколько завышает уровни шума (на 1–2 дБ), что можно связать с неучтенным поворотом рассеивающей поверхности – закрылка. Некоторое расхождение расчетных и измеренных значений шума в направлении вверх по потоку может быть обусловлено эффектом конечности хорды крыла, который не учитывается в используемой модели, но может быть значим именно в данной области углов наблюдения [10, 15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование применимости упрощенной двухточечной модели шума взаимодействия струи и пластины [16] к расчету шума реалистичной конфигурации “двухконтурное сопло–механизированное крыло”. Для этого на первом этапе из результатов синхронных двухточечных измерений пульсаций давления на нижней поверхности крыла и закрылка был определен спектр и конвективная скорость возмущений вблизи задней кромки закрылка. После подстановки этих величин в аналитическую модель рассеянного поля рассчитывались характеристики

шума взаимодействия струи и крыла в дальнем поле.

Показано, что достаточно простая расчетная модель позволяет в главном приближении корректно предсказывать основные характеристики шума взаимодействия: полярную направленность, амплитуду и спектральный состав. Важно отметить, что использование поверхностных датчиков при измерении пульсаций давления вблизи кромки закрылка, хотя и предполагает пренебрежение деталями азимутальной структуры пульсаций при расчете шума, все же имеет определенные преимущества по сравнению с измерениями пульсаций свободной струи без крыла. Во-первых, такие поверхностные измерения сравнительно легко реализуются в условиях наличия спутного потока, а во-вторых, позволяют опосредованно учесть изменение ближнего поля струи при расположении вблизи него модели крыла и возможное наличие обратной связи между кромками крыла и сопла.

Наблюдаемые, сравнительно малые, расхождения между расчетными и измеренными характеристиками шума взаимодействия струи и крыла могут быть связаны с рядом следующих эффектов: конечностью размаха и хорды крыла, углом отклонения закрылка, стреловидностью крыла, неоднородностью потока вокруг крыла. Учет данных эффектов при необходимости может быть выполнен за счет усложнения модели взаимодействия возмущений ближнего поля струи с задней кромкой закрылка, вплоть до перехода к численному расчету поля рассеяния, например, методом конечных элементов [8, 12] или полному численному моделированию системы струя–крыло [22]. Выбор расчетной модели зависит от допустимого компромисса между ее точностью и простотой. Модель, рассмотренная в настоящей работе, является моделью низкого уровня для получения быстрых и достаточно надежных оценок шума взаимодействия по минимальному числу параметров системы и может найти применение в качестве одного из инженерных инструментов аэроакустического проектирования воздушных судов.

Авторы выражают благодарность А.Ю. Голубеву и Г.А. Потокину за помощь в проведении измерений пульсаций давления на поверхности крыла, а также — В.Ф. Копьеву за интерес к работе и полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016). Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФГУП “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению №075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приложение 16 к Конвенции о международной гражданской авиации. Охрана окружающей среды. Том I. Авиационный шум. Издание 8. ISBN 978-92-58-261-6. © ICAO 2017.
2. Way D.J., Turner B.A. Model tests demonstrating underwing installation effects on engine exhaust noise // AIAA Aeroacoustics Conference. 1980. AIAA-80-1048.
3. Delfs J. Simulation of aircraft installation noise. A key to low noise aircraft design // 4th CEAA. Svetlogorsk, 2016.
4. Zaytsev M.Y., Kopiev V.F., Velichko S.A., Belyaev I.V. Fly-over noise source localization during acoustic flight tests of advanced passenger aircraft // 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2019. AIAA-2019-2426.
5. Величко С.А., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф. Подготовка и проведение летных испытаний по локализации и ранжированию источников шума самолета RRJ-95 с двигателями SAM-146 108-микрофонной решеткой // Материалы XXXI научно-технической конференции по аэродинамике. Г. Жуковский, 2020. С. 61–62.
6. Беляев И.В., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А. Исследование влияния угла отклонения закрылка на шум взаимодействия двухконтурной струи и стреловидного крыла в спутном потоке // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 17–29.
7. Бычков О.П., Фараносов Г.А. О возможном механизме усиления шума струи вблизи крыла // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 596–609.
8. Cavalieri A.V.G., Jordan P., Wolf W.R., Gervais Y. Scattering of wavepackets by a flat plate in the vicinity of a turbulent jet // J. Sound Vib. 2014. V. 333. P. 6516–6531.
9. Vera J., Lawrence J., Self R.H., Kinganz M.J. The prediction of the radiated pressure spectrum produced by jet–wing interaction // 21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2015. AIAA-2015-2216.
10. Lyu B., Dowling A.P., Naqavi I. Prediction of Installed Jet Noise // J. Fluid Mech. 2017. V. 811. P. 234–268.
11. Бычков О.П., Фараносов Г.А. Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
12. Piantanida S., Jaunet V., Huber J., Wolf W., Jordan P., Cavalieri A.V.G. Scattering of turbulent-jet wavepackets by a swept trailing edge // AIAA J. 2016. V. 140. № 6. P. 4350–4359.
13. Lyu B., Dowling A.P. Prediction of installed jet noise due to swept wings // 24th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2018. AIAA-2018-2980.
14. Nogueira P.A.S., Siroto J.R.L.N., Miotto R.F., Cavalieri A.V.G., Cordioli J.A., Wolf W.R. Acoustic radiation of subsonic jets in the vicinity of an inclined flat plate // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 146. № 1. P. 50–59.
15. Bychkov O., Faranosov G., Kopiev V., Soares L.F.M., Cavalieri A.V.G. Jet installation noise modeling in static and flight conditions using centerline fluctuations // AIAA Journal. 2022. <https://doi.org/10.2514/1.J060879>

16. Бычков О.П., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А. Валидация двухточечной модели предсказания низкочастотного усиления шума струи вблизи крыла // Ученые записки физического факультета Московского университета. 2020. № 1. 2010801.
17. Proenca A.R., Lawrence J.L.T., Self R.H. A survey of the turbulence statistics of a model-scale installed jet at low and moderate Mach numbers // 23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2017. AIAA-2017-3705.
18. Бычков О.П., Фараносов Г.А. Анализ взаимной связи модовой структуры пульсаций ближнего поля струи и шума взаимодействия струи и крыла // Акуст. журн. 2020. Т.66. № 1. С. 34–45.
19. Noble B. Methods based on the Wiener-Hopf technique. Pergamon Press, London. 1958.
20. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. I. М.: Мир, 1977. 552 с.
21. Bychkov O., Faranosov G. Diffraction of an acoustic plane wave by two staggered half-planes in a mean flow with velocity discontinuity // ICSV 2016 – 23rd Int. Congress on Sound and Vibration: From Ancient to Modern Acoustics. 2016.
22. Semiletov V.A., Yakovlev P.G., Karabasov S.A., Faranosov G.A., Kopyev V.F. Jet and jet–wing noise modelling based on the cabaret miles flow solver and the Ffowcs Williams–Hawkings method // Int. J. Aeroacoustics. 2016. V. 15. № 6–7. P. 631–645.

УДК 534.6.08, 519.654

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ВРЕМЕННЫХ ВЫБОРОК В ПРИМЕНЕНИИ К АНАЛИЗУ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

© 2023 г. А. Н. Вишняков^а, С. Ю. Макашов^{б, *}

^аООО “Экофизика”, Годовикова ул. 9, Москва, 129085 Россия

^бФАУ “ЦАГИ”, Радио ул. 17, Москва, 125040 Россия

*e-mail: sergey.makashov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 04.07.2022 г.

После доработки 04.07.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Разработан алгоритм определения частоты и амплитуды гармонических составляющих слабо нестационарного акустического сигнала, содержащего также случайный шум и дрейф постоянной составляющей. Алгоритм проверен на сигнале, моделирующем пролет летательного аппарата над точкой измерений. Для модельного источника, имитирующего винт БПЛА, на уникальной научной установке “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ продемонстрирована возможность определения амплитуд гармоник винта при изменяющихся оборотах и в условиях шумовой помехи.

Ключевые слова: нестационарный сигнал, дискретные составляющие, амплитуда, частота

DOI: 10.31857/S0320791922600433, **EDN:** ISXSIE

ВВЕДЕНИЕ

В авиационной акустике достаточно часто встречаются измерения сигналов с явно выраженными дискретными спектральными составляющими, например, шум винта, шум двигателя, дискретные тона в шуме струи и т.д. В ряде случаев источник движется, что требует специальных методов обработки сигналов [1–4]. Независимо от вида измерений при обработке данных используется практически один вид анализа — преобразование Фурье. Если обратиться к характеристикам любого измерительного комплекса, то среди его ключевых особенностей обязательно будет присутствовать этот вид узкополосного спектрального анализа, и зачастую количество линий выступает как показатель технического совершенства прибора. Безусловно, спектральный анализ на основе БПФ является мощным инструментом исследователя. Однако необходимо иметь в виду, что любая обработка сигнала вносит погрешность метода, обусловленную выходом за пределы области применимости метода.

Основным источником погрешности методов обработки сигнала, основанных на вычислении дискретного преобразования Фурье, является эффект “растекания” или “утечки” энергии спектральных компонент [5]. Этот эффект наблюдается, если период спектральной составляющей полезного сигнала не кратен периоду дискретизации

сигнала. В спектре появляются паразитные компоненты в виде боковых лепестков, а сама спектральная линия уширяется. Применение оконного взвешивания позволяет уменьшить эффект растекания, но вызывает ошибку определения амплитуды сигнала, которая зависит от соотношения частоты сигнала и частоты ближайшей линии БПФ. При измерениях, необходимых при валидации расчетов, а также в некоторых других случаях, погрешность при использовании основанных на БПФ методов может маскировать физические эффекты [6, 7]. Гладкая оконная функция существенно снижает уровень боковых лепестков, однако существенно расширяется основная лепесток, что ухудшает разрешающую способность метода по частоте.

Проблема выделения дискретных составляющих и точного определения частоты существует достаточно давно, можно найти большое количество работ по данной проблеме [8–13]. Существуют реализации многих методов и в популярных математических пакетах (например, в Matlab стандартные методы — Burg, Covariance, Modified Covariance, Yule-Walker). Однако данные методы ориентированы на определение доминирующих гармонических составляющих в предположении стационарности сигнала.

Если исключить случай анализа переходных процессов, то для улучшения статистической до-

стоверности данных практически во всех случаях используется усреднение спектров. За счет этого достигается снижение случайной составляющей погрешности измерений. Однако остается вопрос: как повлияет на результат такое усреднение, если сигнал нестационарный? Действительно, при пролете летательного аппарата звуковой сигнал может значительно изменяться даже в пределах одной выборки. При сокращении интервала анализа для смягчения влияния “нестационарности” ошибка оценки спектра становится неприемлемой большой. При последующем усреднении спектров становится непонятно, чему будут соответствовать полученные значения, т.к. за время осреднения действующие значения амплитуды и частоты дискретных составляющих полезного сигнала могут сильно измениться. Налицо противоречие — за малое время анализа ошибка измерения очень большая, а за большое время сам сигнал успеваает измениться. Поэтому возникает необходимость построения метода точных измерений амплитуды сигнала, частота которого может плавно меняться. Под плавностью изменения подразумевается, что на интервале нескольких периодов мгновенная частота хорошо описывается линейной по времени функцией, а полное изменение частоты на интервале анализа много меньше номинального значения.

В работе рассматривается метод анализа именно таких слабо нестационарных процессов, представленных в виде равнодистантных по времени измеренных значений физических величин, характеризующих такие процессы. Записи измеренных значений будем называть сигналом $x(n)$, где n — индекс, дискретное время. При изменении индекса на единицу, физическое время увеличивается на интервал квантования или, по-другому, период квантования T . Величина, обратная к периоду квантования, называется частотой дискретизации $f_d = 1/T$. Сами значения сигнала также оцифровываются с разрешающей способностью устройства, измеряющего физическую величину. Обычно шаг амплитудного квантования выбирают существенно меньше как действующего значения сигнала, так и собственных шумов измеряющего устройства, поэтому шумом квантования в большинстве случаев можно пренебречь.

Для стационарных эргодических процессов спектральные оценки ее параметров сколь угодно точно могут быть получены в результате усреднения по времени. В нашем случае параметры системы меняются с течением времени, поэтому существует предел точности, обусловленный ограниченнойностью выборки, для которой в достаточной мере выполняется свойство эргодичности. Достаточность в данном контексте определяется практической необходимостью. Например, для сигнала

с частотой доминантного гармонического сигнала, изменяющейся на 1 Гц за секунду, интуитивный выбор интервала обработки 0.1 с кажется достаточным для обеспечения точности ее отслеживания с погрешностью порядка 0.1 Гц. Таким образом, интервал обработки прямо связан с интервалом регулярности процесса. Термин “интервал регулярности”, а не “интервал стационарности” видится более подходящим для процессов, имеющих “регулярный” дискретный спектральный состав, например, упоминавшийся выше шум винта или шум двигателя. Собственно, для таких задач, связанных с отслеживанием амплитудных значений отдельных спектральных компонент полезного сигнала, и предлагается использовать описанный ниже метод.

МОДЕЛЬ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА

Будем полагать, что на интервале регулярности опорная частота $f(n) \approx f_o$ полезного сигнала $s(n)$ изменяется незначительно. Тогда, обозначив начало интервала индексом $n = -N$, а его конец индексом $n = N$, можно записать:

$$s(n) = \sum_{m=1}^M A_m \sin \left(2\pi \frac{k_m f_o}{f_d} n + \varphi_m \right), \quad n \in [-N, N], \quad (1)$$

где M — количество гармонических компонент в полезном сигнале, действительные коэффициенты A_m определяют амплитуды, а неравные друг другу коэффициенты k_m задают отношение частоты гармонической компоненты к значению опорной частоты. Каждая компонента полезного сигнала имеет индивидуальный фазовый сдвиг φ_m .

Сам сигнал $x(n)$ описывается более сложной формулой, учитывающей изменение частоты с течением времени. В первом приближении ограничимся линейным законом ее изменения $f(n) = f_o(1 + \delta_f + \kappa_f n)$, $N\kappa_f \ll 1$, $\delta_f \ll 1$. Степень отклонения модели от сигнала будем характеризовать скаляр e^2 — суммой квадратов ошибок по всем значениям n :

$$e^2 = \sum_{n=-N}^N (x(n) - s(n))^2, \quad (2)$$

$$x(n) = \sum_{m=1}^M A_m \sin \left(2\pi \frac{k_m f_o (1 + \delta_f + \kappa_f n)}{f_d} n + \varphi_m \right).$$

Во втором приближении по порядку малости параметра δ_f ошибка модели примет вид:

$$e^2 \approx c - b\kappa_f^2 \delta_f + a\delta_f^2, \quad (3)$$

где a , b и c — некоторые действительные числа. При фиксированном малом значении κ_f мини-

мальное значение e^2 будет достигаться при $\delta_f^* = b\kappa_f^2/2a$, т.е. модель (1) будет оптимальной для сигналов с линейным законом изменения частоты следующего вида:

$$f(n) = f_o(1 + \kappa_f n + O(\kappa_f^2)). \quad (4)$$

Таким образом, для сигналов с локально-линейным изменением частоты оптимальной моделью будет служить сигнал с опорной частотой, равной опорной частоте сигнала в середине интервала анализа.

МОДЕЛЬ НАБЛЮДЕНИЙ

Обозначим через $y(n)$ измерения полезного сигнала. Помимо собственно полезного сигнала измерения содержат помеху. Будем выделять две ее составляющих, первая — это совокупность процессов $\xi(n)$ с нулевым средним, например, неучтенные гармонические составляющие и случайные шумы различной природы. Вторая составляющая — это дрейф “нуля”, которую удобно выразить полиномом невысокого порядка L .

$$y(n) = s(n) + p(n) + \xi(n) = \sum_{m=1}^M A_m \sin\left(2\pi \frac{k_m f_o}{f_d} n + \varphi_m\right) + \sum_{l=0}^L p_l n^l + \xi(n). \quad (5)$$

Избавившись от фазы в аргументе $\sin(\dots)$, получим окончательное выражение для модели наблюдений, линейно зависящей от действительных коэффициентов a_m , b_m , p_l и нелинейно от опорной частоты f_o :

$$y(n) = \sum_{m=1}^M a_m \sin\left(2\pi \frac{k_m f_o}{f_d} n\right) + \sum_{m=1}^M b_m \cos\left(2\pi \frac{k_m f_o}{f_d} n\right) + \sum_{l=0}^L p_l n^l + \xi(n). \quad (6)$$

Выделим важный частный случай, когда $M = N$, $L = 0$, $f_o = f_d/2N$ и $k_m = m$, т.е.

$$y(n) = c_0 + \sum_{m=1}^N a_m \sin\left(\pi \frac{mn}{N}\right) + \sum_{m=1}^N b_m \cos\left(\pi \frac{mn}{N}\right), \quad n \in [-N, N]. \quad (7)$$

Формула (7) есть не что иное, как уравнение преобразования Фурье. Моделью сигнала при этом является эквидистантный набор гармонических составляющих, а моделью дрейфа является простой сдвиг, определяемый единственным коэффициентом $c_0 = p_0$. Эта модель полезного сигнала будет оптимальной только в случае, когда все частоты его гармонических составляющих будут кратны $f_d/2N$. Такое ограничение весьма жесткое, оно исключает возможность подстройки опорной частоты и понижает качество описания связей спектральных составляющих из-за потери свободы выбора коэффициентов k_m . На практике это выражается в неправильном определении амплитуд и частот спектральных компонент полезного сигнала. Другим недостатком столь жесткого ограничения является отсутствие усреднения по интервалу анализа, т.к. в модели Фурье количество неизвестных параметров совпадает с количеством отсчетов на интервале анализа.

Оптимальная аппроксимация

Для удобства введем следующие обозначения:

$$y_n = y(n), \quad S_{m,n} = \sin\left(2\pi \frac{k_m f_o}{f_d} n\right), \quad (8)$$

$$C_{m,n} = \cos\left(2\pi \frac{k_m f_o}{f_d} n\right).$$

Тогда модель наблюдений можно переписать в матричном виде:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{v} + \boldsymbol{\xi}, \quad (9)$$

где $\mathbf{R}$ — прямоугольная матрица, содержащая $2N + 1$ строку и $2M + L + 1$ столбец:

$$\mathbf{R} = \left(\begin{array}{ccc|ccc|cccc} S_{1,N} & \cdots & S_{M,N} & C_{1,N} & \cdots & C_{M,N} & 1 & N & \cdots & N^L \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{1,n} & \cdots & S_{M,n} & C_{1,n} & \cdots & C_{M,n} & 1 & n & \cdots & n^L \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{1,1} & \cdots & S_{M,1} & C_{1,1} & \cdots & C_{M,1} & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ S_{1,0} & \cdots & S_{M,0} & C_{1,0} & \cdots & C_{M,0} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{1,-N} & \cdots & S_{M,-N} & C_{1,-N} & \cdots & C_{M,-N} & 1 & -N & \cdots & (-N)^L \end{array} \right). \quad (10)$$

Вектор $\mathbf{v}$ имеет размерность $2M + L + 1$, а вектора $\mathbf{y}$ и $\boldsymbol{\xi}$ размерности $2N + 1$

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^T &= (a_1, \dots, a_M, b_1, \dots, b_M, p_0, p_1, \dots, p_L), \\ \mathbf{y}^T &= (y_N, \dots, y_n, \dots, y_1, y_0, \dots, y_{-N}), \\ \boldsymbol{\xi}^T &= (\xi_N, \dots, \xi_n, \dots, \xi_1, \xi_0, \dots, \xi_{-N}).\end{aligned}\quad (11)$$

Напомним, что элементы матрицы $\mathbf{R}$ вычисляются на основании модели полезного сигнала, а элементы вектора $\mathbf{y}$ равны отсчетам сигнала на выбранном интервале анализа, т.е. измерениям. Вектор $\mathbf{v}$ содержит заранее неизвестные амплитудные коэффициенты модели, которые следует найти таким образом, чтобы оценка полезного сигнала как можно лучше совпадала с измерениями. Критерием качества оценки выберем квадратичный функционал, равный сумме квадратов ошибки:

$$J_v = \sum_{n=-N}^N \xi^2(n) = \boldsymbol{\xi}^T \boldsymbol{\xi} = (\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{v})^T (\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{v}). \quad (12)$$

Нижний индекс в обозначении J_v показывает, что значение функционала определяется значением вектора-параметра $\mathbf{v}$. Оптимальное значение $\mathbf{v}^*$ минимизирует критерий, т.е.

$$\mathbf{v}^* = \arg \min_{\mathbf{v}} J_v. \quad (13)$$

Для того чтобы записать уравнение для $\mathbf{v}^*$, найдем экстремум функционала (12). Для этого проварьируем его по $\mathbf{v}^T$ и приравняем полученную вариацию нулю.

$$\mathbf{R}^T \mathbf{y} - [\mathbf{R}^T \mathbf{R}] \mathbf{v}^* = 0. \quad (14)$$

Матрица в квадратных скобках квадратная размерности $2M + L + 1$. Вектор $\mathbf{v}^*$, содержащий оптимальную оценку параметров модели полезного сигнала, может быть найден как решение системы линейных уравнений (14) или в результате обращения матрицы, что удобно для анализа решения, но для практических расчетов неэкономично:

$$\mathbf{v}^* = [\mathbf{R}^T \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{y}. \quad (15)$$

Подставляя это значение в уравнение (12), получим значения функционала в точке оптимума:

$$\begin{aligned}J_v^* &= (\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{v}^*)^T (\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{v}^*) = \\ &= \mathbf{y}^T (\mathbf{I} - \mathbf{R}[\mathbf{R}^T \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{R}^T) \mathbf{y}.\end{aligned}\quad (16)$$

Возвращаясь к модели Фурье (7), отметим, что при оптимальном выборе параметров, вследствие полного ранга квадратной матрицы $\mathbf{R}$, из уравнения (16) следует, что для этого случая оптимальное значение функционала равно нулю, т.е. вместо аппроксимации данных мы получаем точную их подгонку. Необходимое нам усреднение пара-

метров модели при работе с выборками измерений ограниченной длины возможно только при избыточности данных, когда количество свободных параметров модели существенно меньше количества отсчетов на интервале анализа.

ПРИМЕР 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПО КОРОТКОЙ ВЫБОРКЕ

Рассмотрим модельный сигнал, состоящий из смеси гармонических сигналов с частотами 6, 20, 45, 114 и 140 Гц, а также постоянной составляющей и белого шума. Низкочастотные составляющие и шум будем интерпретировать как помеху. Среднеквадратичные значения компонент полезного сигнала составляют 1 В для частот 20, 45 Гц, 0.4 В для частоты 140 Гц и 0.1 В для компоненты с частотой 114 Гц. Короткая выборка такого сигнала с частотой дискретизации 10240 Гц показана на рис. 1.

Оценка спектра сигнала по выборке длиной 1024 отсчета показана на рис. 2. Видно, что полученные спектральные составляющие не позволяют раскрыть структуру полезного сигнала. Применение оконных функций не приносит значимого эффекта.

Компонента полезного сигнала с частотой 140 Гц совпала с частотой 14-й линии БПФ, поэтому для нее возможно достаточно точно определить действующее значение, для компонент с частотами 45 и 114 Гц оценка амплитуды сильно осложнена, т.к. эти частоты не совпадают ни с какой частотой линий БПФ. Самая низкочастотная компонента полезного сигнала, 20 Гц, хотя и совпадает по частоте с 2-й линией БПФ, но из-за вклада низкочастотного дрейфа ее амплитуда так же не может быть правильно определена.

Если увеличить длину выборки, то спектральная картина становится четкой, как видно на рис. 3. В этом случае точность определения амплитуды будет определяться степенью близости частоты спектральной составляющей сигнала к частоте ближайшей линии БПФ. На практике длинные выборки для обработки могут быть неудобны по причине нестабильности измеряемых сигналов, за время накопления частоты и амплитуды полезного сигнала могут измениться, что неизбежно приведет к размыванию спектральных компонент и дополнительной потере точности.

Применим для обработки сигнала метод, описанный в предыдущем разделе. На рис. 4 показан сам сигнал и его аппроксимация. Использовалась модель, содержащая четыре гармонических компоненты, дрейф описывался полиномом третьей степени, т.е. число независимых параметров модели равнялось 12.

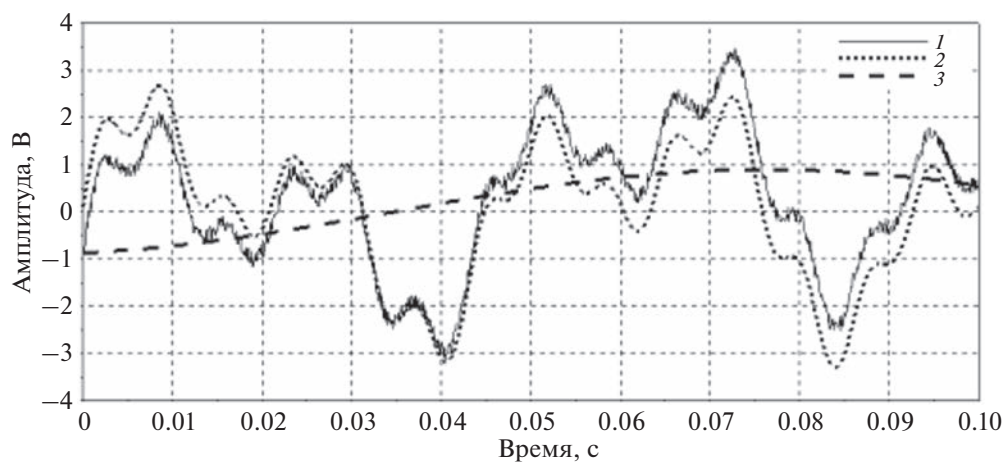


Рис. 1. Выборка сигнала длиной 1024 отсчета: 1 – полезный сигнал, 2 – сумма всех компонент, включая шум измерений, 3 – дрейф постоянной составляющей.

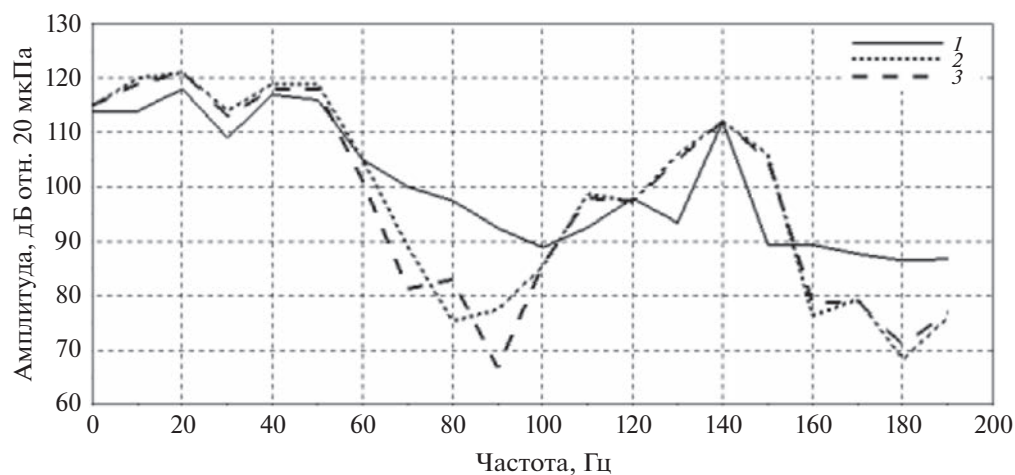


Рис. 2. БПФ выборки сигнала длиной 1024 отсчета (низкочастотная часть спектра): 1 – прямоугольное окно, 2 – окно Ханна, 3 – окно Хэмминга.

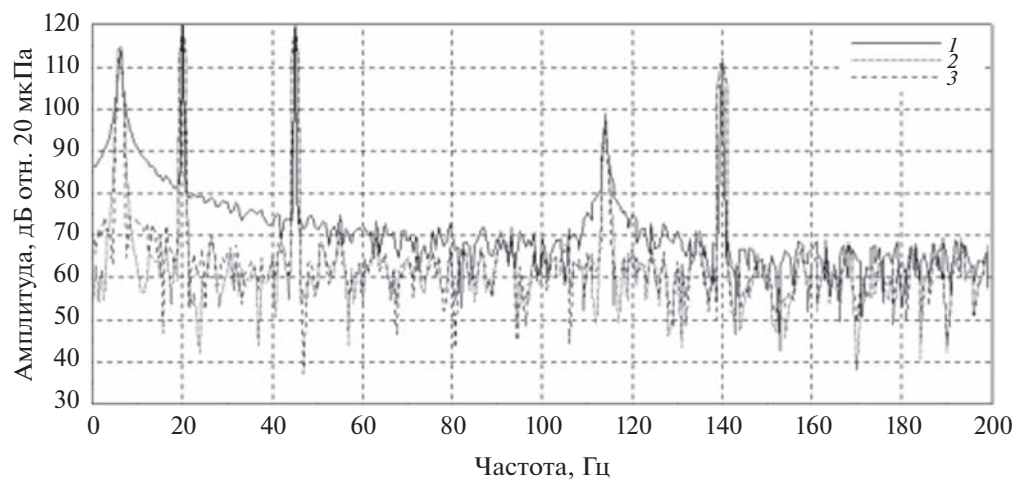


Рис. 3. БПФ выборки сигнала длиной 16384 отсчета (низкочастотная часть спектра): 1 – прямоугольное окно, 2 – окно Ханна, 3 – окно Хэмминга.

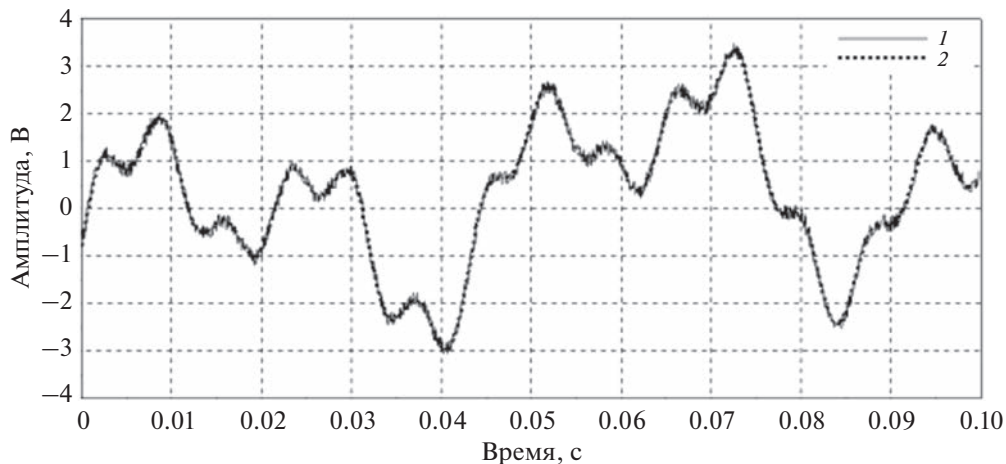


Рис. 4. Аппроксимация выборки сигнала длиной 1024 отсчета: 1 — исходный сигнал, 2 — результат обработки.

Высокое качество аппроксимации обусловлено эффектом осреднения из-за сильной избыточности, действительно, $12 \ll 1024$, т.е. число свободных параметров модели существенно меньше количества обрабатываемых данных. В данном методе точность определения амплитуды составляющих полезного сигнала в первую очередь зависит от энергии шума измерений, т.е. от стохастической компоненты помехи. Для рассмотренного примера ошибка определения действующих значений гармонических составляющих полезного сигнала лежит в пределах нескольких десятых процента. При уменьшении длины обрабатываемого сигнала ошибка будет расти и достигнет наибольшего значения, когда число свободных параметров модели совпадет с количеством отсчетов в выборке.

Условие равенства длины выборки и количества свободных параметров модели является естественным ограничением на применимость метода. Для практической значимости метода следует использовать выборки сигнала, содержащие хотя бы несколько периодов самой низкочастотной гармонической составляющей полезного сигнала. В приведенном примере на длине выборки 1024 отсчета, что составляет 0.1 с, для самой низкочастотной компоненты укладывается всего два периода.

ПРИМЕР 2. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО МОНОХРОМНОГО ИСТОЧНИКА ЗВУКА

Смоделируем запись шума пролета летательного аппарата, движущегося со скоростью $v = 30$ м/с на высоте $h_o = 100$ м. Траектория прямолинейная, проходит непосредственно над точкой измерений. Начало записи соответствует точке траектории, удаленной по горизонтали на $l_o = 300$ м, а конец —

на том же расстоянии в другую сторону. Доминантная звуковая частота составляет $f = 200$ Гц, что для двухлопастного винта соответствует 6000 об/мин двигателя. Будем считать, что частота дискретизации f_d синтезируемого сигнала равняется 48 кГц.

Мгновенная амплитуда звукового давления от точечного источника, связанного с летательным аппаратом, будет меняться по закону

$$y(n) = \frac{A_o \sin(2\pi f t_n)}{l(t_n)}, \quad (17)$$

$$l(t_n) = \sqrt{h_o^2 + (v(t_n - t_b) - l_o)^2}, \quad t_n \geq t_b,$$

где n — дискретное время, а A_o — масштабный коэффициент. Условимся считать, что индекс $n = 0$ соответствует моменту, когда звук от летательного аппарата, находившегося в стартовой точке, только что дошел до микрофона, тогда связь момента наблюдения летательного аппарата t_n и дискретного времени n определяется следующим уравнением

$$t_n + \frac{1}{c} \sqrt{h_o^2 + (l_o - v(t_n - t_b))^2} = \frac{n}{f_d}, \quad (18)$$

$$t_b = -\frac{1}{c} \sqrt{h_o^2 + l_o^2},$$

здесь буквой c обозначена скорость звука, а t_b — коррекция на время, затраченное звуковой волной для преодоления расстояния от стартовой точки до точки измерения. Уравнение (18) имеет два корня. Выбирать следует тот корень, для которого выполняется условие $t_0 = t_b$. Сопоставив каждому моменту n дискретного времени значение t_n и воспользовавшись уравнением (17), получим модельный временной ряд для обработки.

На рис. 5 показаны результаты обработки модельных данных. Оценивались текущее значение

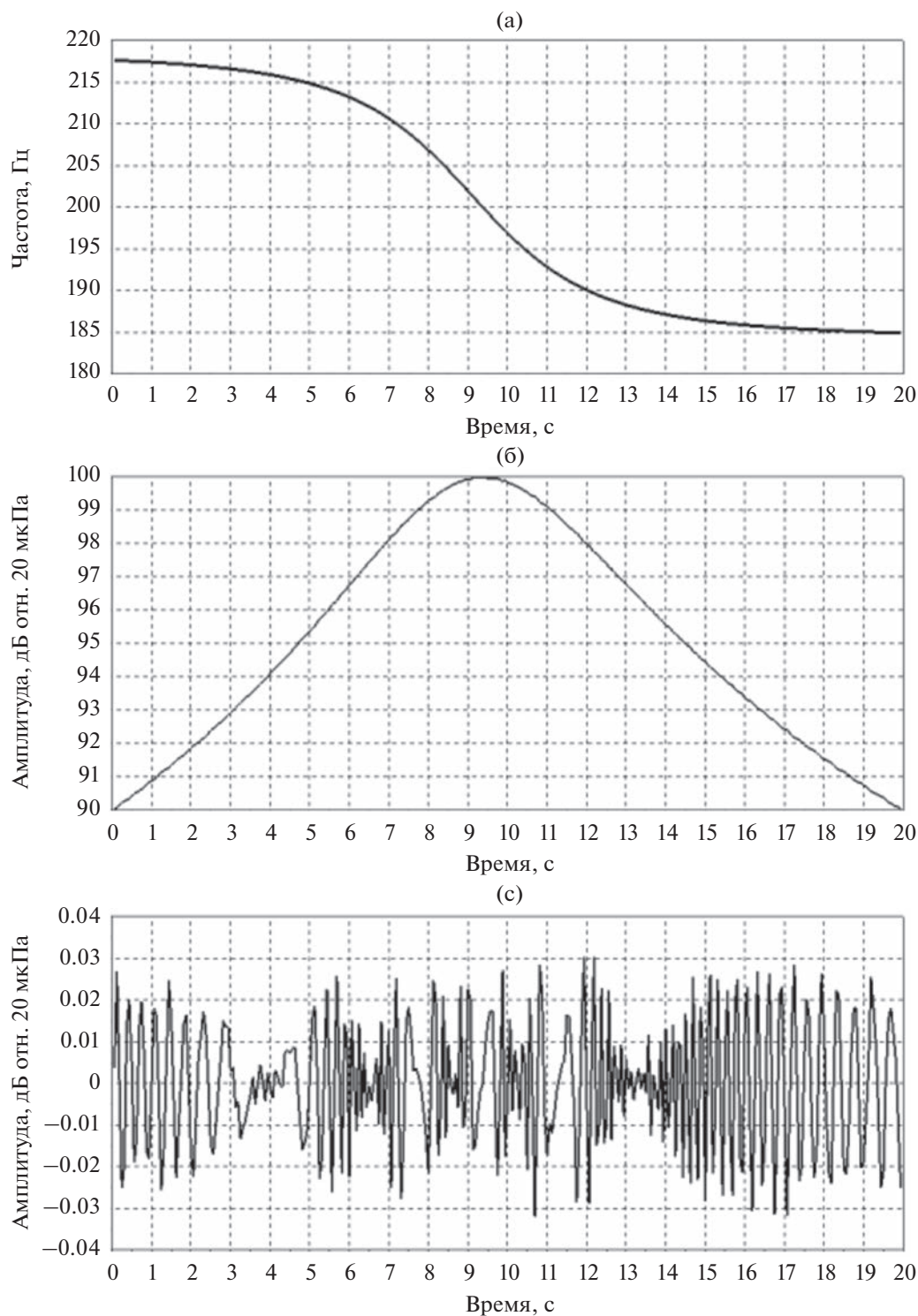


Рис. 5. Обработка модельных данных: (а) — результат слежения за частотой полезного сигнала, (б) — зависимость уровня звукового сигнала от времени, (в) — отклонение оценки уровня звука от теоретического значения.

частоты полезного сигнала и значение его амплитуды. Для этого сигнал был разбит на выборки длиной 3000 отсчетов и шагом 1500 отсчетов. Выборки последовательно обрабатываются начиная

с первой. Оптимальное значение частоты подбирается за несколько итераций методом деления отрезка пополам с использованием критерия (16). Полученная зависимость показана на верхнем

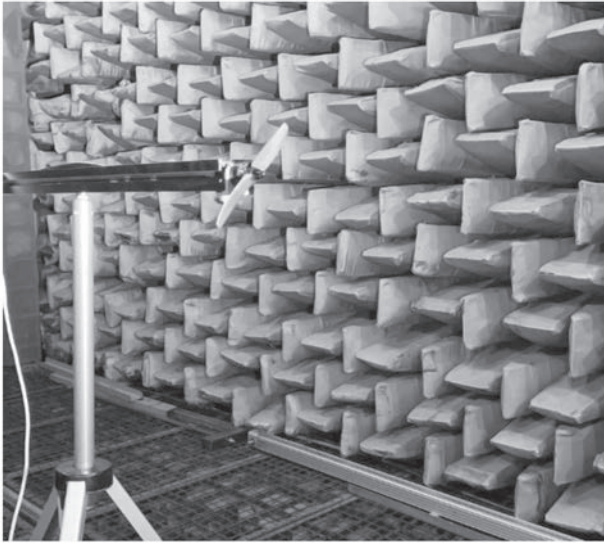


Рис. 6. Модель винта в заглушенном помещении уникальной научной установки “Заглушенная камера с потоком АК-2”.

графике рисунка. Кривая практически неотличима от теоретически предсказанной для эффекта Доплера. Это же утверждение справедливо и для оценки уровня звукового давления. Следящий алгоритм выдает результат, практически совпадающий с теорией. На нижнем графике показана ошибка, видно, что ее значение лежит в сотых долях децибела.

ПРИМЕР 3. СТЕНДОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ШУМА ВИНТА БПЛА В БЕЗЭХОВОЙ КАМЕРЕ

В данном примере полезным сигналом будем считать шум пропеллера беспилотного летатель-

ного аппарата. Шум высокооборотного электродвигателя и шум, создаваемый динамиком, являются помехой. Двигатель установлен на специальной стойке, расположенной в заглушенной камере “АК-2” ЦАГИ (рис. 6), в которой реализуются условия, близкие к условиям свободного поля. Три микрофона размещены на расстояниях 110, 220 и 440 см от точки крепления винта. Четвертый микрофон расположен на расстоянии 50 см перед винтом, именно его данные используются для отслеживания оборотов двигателя. Для анализа помехозащищенности алгоритма в камере расположен источник белого шума, мощность которого можно регулировать. Сигналы микрофонов регистрируются измерительным модулем “Экофизика-500”. В процессе регистрации происходит плавное изменение оборотов двигателя.

Измеренные сигналы разбиваются на интервалы анализа длительностью 0.2 с, следующие друг за другом с шагом 0.1 с. Лопастная частота оценивается по сигналу с ближайшего к винту микрофона и принимается как опорная. Для обработки сигналов с оставшихся микрофонов принимается модель данных, содержащая 20 первых гармоник опорной частоты и дрейф как полином 4-го порядка. Таким образом, модель данных имеет 45 свободных параметров для аппроксимации выборки, содержащих 6400 отсчетов, что приводит к хорошему осреднению результата. На рис. 7 показано изменение опорной частоты, а на рис. 8 — уровни звукового давления для суммы 20 первых гармоник. Следует отметить, что уровни звукового давления, обусловленные винтом, оказались как минимум на 10 дБ ниже общего уровня звука, включающего широкополосный фоновый шум и шум, создаваемый двигателем и структурной вибрацией. На рис. 8 также представлены линии тренда, как видно, они отстоят друг от друга примерно на 6 дБ, что и должно наблюдаться при

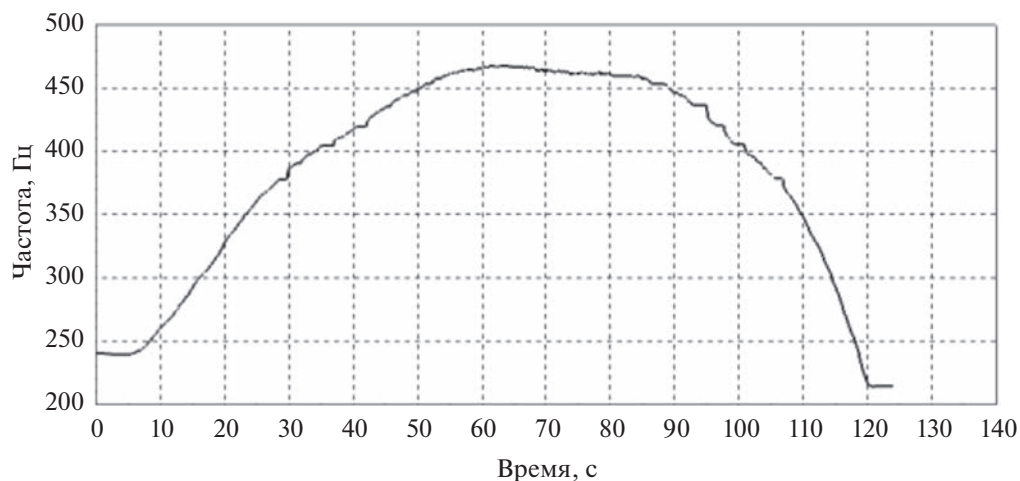


Рис. 7. Результат отслеживания лопастной частоты винта.

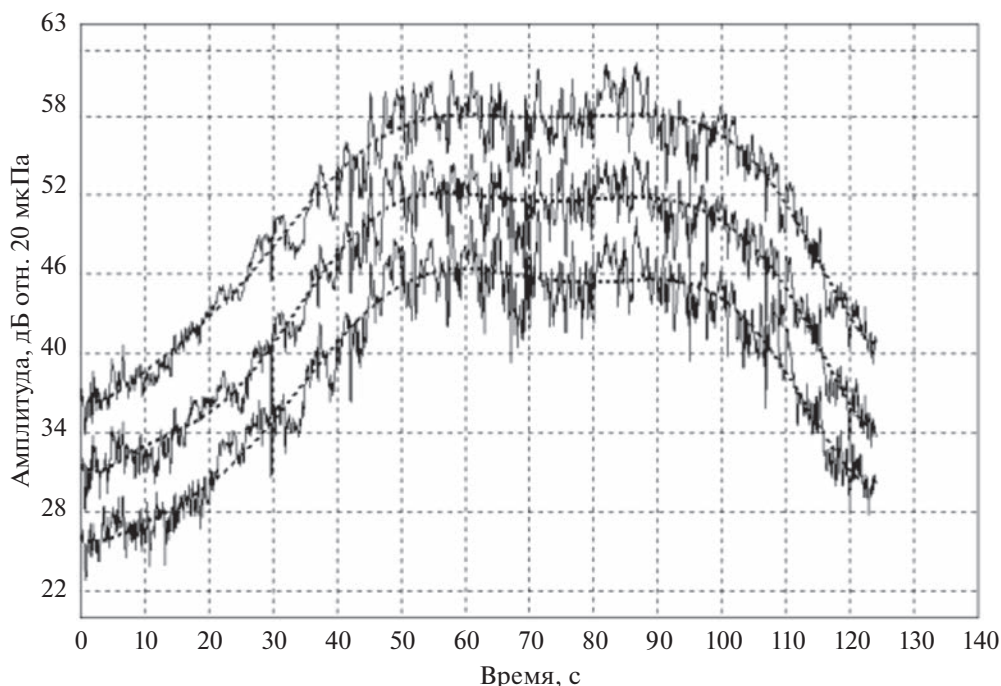


Рис. 8. Уровни звукового давления шума винта и линии тренда (пунктирные кривые).

заданных расстояниях между микрофонами и выполнении условия свободного поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод аналитической аппроксимации временных выборок определяет амплитуду гармонических составляющих сигнала. При этом обеспечивается точное измерение мгновенных значений амплитуды и частоты, т.е. относящихся к короткому интервалу, порядка нескольких периодов анализируемой составляющей. При этом предполагается, что нам заранее известен диапазон для значения опорной частоты, с которой пропорционально связаны все интересующие нас гармонические составляющие полезного сигнала.

Для полевых измерений метод позволяет с высокой точностью определять доли вклада в общий уровень сигнала различных источников. Метод отлично отслеживает динамику изменения процессов и способен работать в условиях сильных помех.

Для стендовых измерений еще большая точность может быть достигнута за счет использования опорного сигнала, по которому отслеживается главная частота изучаемого процесса. Параметры других, когерентно измеряемых с ним сигналов, хорошо определяются даже при наличии сильных помех, включающих в себя шум, паразитные дискретные компоненты и различного рода дрейфы постоянной составляющей. Высокая степень по-

мехозащищенности обеспечивается присущим методу внутренним механизмом усреднения результата, т.к. число свободных параметров, описывающих модель полезного сигнала, как правило, много меньше количества отсчетов в выборке для анализа. Последовательно перемещая интервал анализа по записи, можно строить зависимости изучаемых параметров от времени. Алгоритм эффективно реализуется на современных вычислительных устройствах, что позволяет проводить обработку параллельно с измерениями и наблюдать изучаемые процессы непосредственно в ходе экспериментов.

Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В., Гусев В.А. Движущийся объект: спектры сигналов пассивной, активной локации и переходное излучение // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 6. С. 599–609.
2. Копьев В.Ф., Храмов И.В., Пальчиковский В.В. Исследование частоты пика в шуме турбулентного вихревого кольца // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 353–361.
3. Копьев В.Ф., Храмов И.В., Ершов В.В., Пальчиковский В.В. О возможности использования единич-

- ной временной реализации для исследования шума вихревых колец // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 49–58.
4. Копьев В.Ф., Храмцов И.В., Зайцев М.Ю., Черенкова Е.С., Кустов О.Ю., Пальчиковский В.В. Параметрическое исследование шума вихревых колец различного диаметра // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 499–507.
 5. Рэндалл Р.Б. Частотный анализ. Пер. с англ. Глоstrup, Дания: К. Ларсен и сын А/О, 1989.
 6. Воронцов В.И., Фараносов Г.А., Карабасов С.А., Зайцев М.Ю. Сравнение направленности шума несущего вертолетного винта для режимов полета и висения // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 3. С. 308–318.
 7. Беляев И.В. Влияние пограничного слоя самолета на шум винта // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 425–433.
 8. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. Пер. с англ. М.: Мир, 1990.
 9. Pisarenko V.F. The retrieval of harmonics from a covariance function // Geophysical J. Royal Astron. Soc. 1973. V. 33. № 3. P. 347–366.
 10. Boashash B. Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency. Part 1: Fundamentals // Proc. IEEE. 1992. V. 80(4). P. 520–538.
 11. Boashash B. Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency. Part 2: Algorithms and Applications // Proc. IEEE. 1992. V. 80(4). P. 540–568.
 12. Quinn B.G. Estimation of frequency, amplitude, and phase from the DFT of a time series // IEEE Trans. Signal Processing. 1997. V. 45. № 3. P. 814–817.
 13. Aboutanios E., Mulgrew B. Iterative frequency estimation by interpolation on Fourier coefficients // IEEE Trans. Signal Processing. 2005. V. 53. № 4. P. 1237–1242.

УДК 534.83

ЛОКАЛИЗАЦИЯ И РАНЖИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ШУМА САМОЛЕТА В ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ И СРАВНЕНИЕ С АКУСТИЧЕСКИМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ КРУПНОМАСШТАБНОЙ МОДЕЛИ КРЫЛА

© 2023 г. М. Ю. Зайцев^а, В. Ф. Копьев^{а, *}, С. А. Величко^а, И. В. Беляев^а

^аФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия

*e-mail: vkopiev@mktsagi.ru

Поступила в редакцию 04.07.2022 г.

После доработки 04.07.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Проведены измерения шума современного регионального самолета с помощью метода бимформинга при летных испытаниях в конфигурации захода на посадку с выпущенными шасси и отклоненными элементами механизации крыла (предкрылками и закрылками). Проведена локализация и выполнено ранжирование источников шума самолета при натурных числах Рейнольдса. Сравнение результатов летных испытаний с результатами акустических измерений шума обтекания для крупномасштабной модели крыла, полученных ранее в DNW-NWB, показало хорошее соответствие результатов измерений шума крупномасштабной модели, отмасштабированных на натурный размер, с результатами для шума обтекания крыла самолета в летных испытаниях.

Ключевые слова: шум крыла, шум обтекания, бимформинг, локализация, масштабирование

DOI: 10.31857/S0320791922600561, **EDN:** ITUPXJ

ВВЕДЕНИЕ

Разные источники шума вносят различный вклад в общий уровень шума самолета на различных режимах полета (взлет, набор высоты, посадка) [1]. Локализация этих источников в летном эксперименте и их ранжирование по уровню шума позволяет определить, какие из источников являются доминирующими и, соответственно, какие из них необходимо снижать в первую очередь, в целях выполнения сертификационных требований ИКАО.

Кроме того, значительный интерес представляют локализация и ранжирование источников шума на этапе проектирования самолета (например, в экспериментах с уменьшенными моделями крыла [2] и шасси [3]), чтобы заблаговременно выявить наиболее проблемные с точки зрения акустики элементы разрабатываемого летательного аппарата и внести необходимые модификации с целью снижения шума.

Однако ранжирование источников шума в летных испытаниях и в эксперименте с уменьшенными моделями может привести к разным результатам [4]. Это связано с большим количеством безразмерных параметров, определяющих процесс генерации звука турбулентным потоком. Как следствие, когда масштаб моделей изменяет-

ся, доли вкладов различных источников в общий излучаемый шум часто перераспределяются, в результате чего источники звука, которые дают доминирующий вклад в излучение в натурных условиях, являются вторичными для маломасштабных моделей. И наоборот, на маломасштабных моделях могут появляться эффективные обратные связи, которые теряют свою эффективность на крупномасштабных моделях. Таким образом, существует опасность того, что результаты исследований на уменьшенных моделях будут неправильно диагностированы, что приведет к концентрации основных усилий (с соответствующей потерей времени и денег) на разработке технологий подавления шума для источника, который становится вторичен в натурных условиях или даже исчезает при летных испытаниях самолета.

Как следствие, сравнение экспериментальных результатов шума обтекания для уменьшенной модели планера самолета и результатов летных испытаний для этого самолета представляет значительный интерес. По всей видимости, первой работой, где было проведено такое сравнение, является [5], в которой было получено хорошее (в пределах 3 дБ) совпадение результатов летных испытаний самолета Boeing 747-100 и результатов измерений шума обтекания 3% модели этого са-

молета в соответствии с достаточно простой формулой

$$\text{SPL}_F = \text{SPL}_M + 10 \lg \left[\lambda^{-2} \left(\frac{U_F}{U_M} \right)^n \left(\frac{r_M}{r_F} \right)^2 \right], \quad (1)$$

$$f_F = \lambda f_M \left(\frac{U_F}{U_M} \right),$$

где SPL — уровень шума в третьоктавной полосе частот с центральной частотой f , λ — масштаб модели, U — скорость полета, r — расстояние до наблюдателя, а нижние индексы F и M обозначают условия летных испытаний и испытаний модели, соответственно. Зависимость шума от скорости в работе [5] была принята равной $n = 5$.

Интересно отметить, что в отличие от шума обтекания крыла, масштабирование шума шасси на натурные масштабы в соответствии с уравнением (1) оказалось неудовлетворительным. Уже в работе [6] отмечалось, что хорошее совпадение летных и маломасштабных испытаний в работе [5] может быть связано с особенностями механизации крыла данного самолета (в частности, длинными участками трехщелевых закрылков), которые приводят к преобладанию в шуме обтекания шума задней кромки. Как следствие, для других самолетов с более простой механизацией способ пересчета шума на натурные масштабы в соответствии с уравнением (1) может также оказаться неудовлетворительным.

Аналогичное исследование было проведено в работе [7], в которой сравнивались результаты летных испытаний самолета DC-10 и результаты измерений шума его 4.7% модели. Способ пересчета в целом соответствовал уравнению (1) с учетом эффекта Доплера и затухания звука в атмосфере. Скорость полета U_F была равна скорости потока в испытаниях с моделью U_M , поэтому проблемы пересчета шума на разные скорости не возникало. Было получено, что пересчет испытаний маломасштабной модели на условия полета приводит к хорошему совпадению в области низких частот, но к значительному (до 10 дБ) занижению для высоких частот по сравнению с данными летных испытаний, причем это занижение шума было устойчивым эффектом почти для всех углов наблюдения. Так как в работе [7] локализация источников шума в летных испытаниях не проводилась, то более высокие уровни шума в условиях полета могут объясняться, например, вкладом двигателей.

Тот же самый подход к пересчету шума на натурные масштабы, что и в работе [7], был использован в [8], где исследовалась 9.1% (масштаб 1:11) модель крыла самолета Airbus A320/321. При этом результаты сравнения шума этой модели с данны-

ми летных испытаний показали, что пересчет на условия полета приводит к завышению шума в области низких частот (<400 Гц) по сравнению с данными летных испытаний, тогда как в области высоких частот наблюдается хорошее совпадение уровней шума. Максимум диаграммы направленности, полученной при пересчете данных измерений модели, оказался в очень хорошем (с точностью 1 дБ) соответствии с данными летных испытаний, однако форма диаграммы направленности заметно отличалась. Легко видеть, что выводы работ [7] и [8] оказались в целом противоречащими друг другу.

В перечисленных выше работах результаты летных испытаний сравнивались с результатами измерений шума маломасштабных моделей. В работе [4] с помощью метода бимформинга последовательно проводилась идентификация и ранжирование источников шума на малой (6.3%) и большой (26%) моделях крыла самолета Boeing 777-200 в условиях аэродинамической трубы, а затем то же самое было сделано непосредственно в летном эксперименте. Сравнение этих результатов показало значительное сходство в локализации источников, но также продемонстрировало значительное расхождение в их ранжировании: для испытаний с уменьшенными моделями шум передней кромки предкрылка устойчиво определялся как важный источник шума, в то время как в летных испытаниях этот источник шума отсутствовал. Такое расхождение может быть связано с различным характером обтекания передней кромки предкрылка (ламинарное в испытаниях в аэродинамических трубах, турбулентное в летных испытаниях) из-за разности в числах Рейнольдса, либо с геометрическими упрощениями модели при ее уменьшении. Можно отметить, что 26% модель крыла в целом лучше воспроизводила источники шума, полученные из летных испытаний, чем 6.3% модель.

Вместо метода пересчета, соответствующего уравнению (1), в работе [9] был предложен метод, где в качестве коэффициента подобия было взято не просто отношение размеров натурального самолета и модели, а отношение, зависящее от числа Рейнольдса. В частности,

$$f_F = \lambda^{2-\gamma} f_M, \quad \gamma = 1.1-1.2, \quad (2)$$

где коэффициент γ зависит от условий потока. Такой подход привел к значительному улучшению совпадения результатов летных испытаний для самолета MD-11 и измерения шума его 4.7% модели. Похожий подход был рассмотрен в [10], где в качестве отношения размеров была выбрана толщина пограничного слоя на поверхности предкрылка, но он не привел к улучшению совпа-

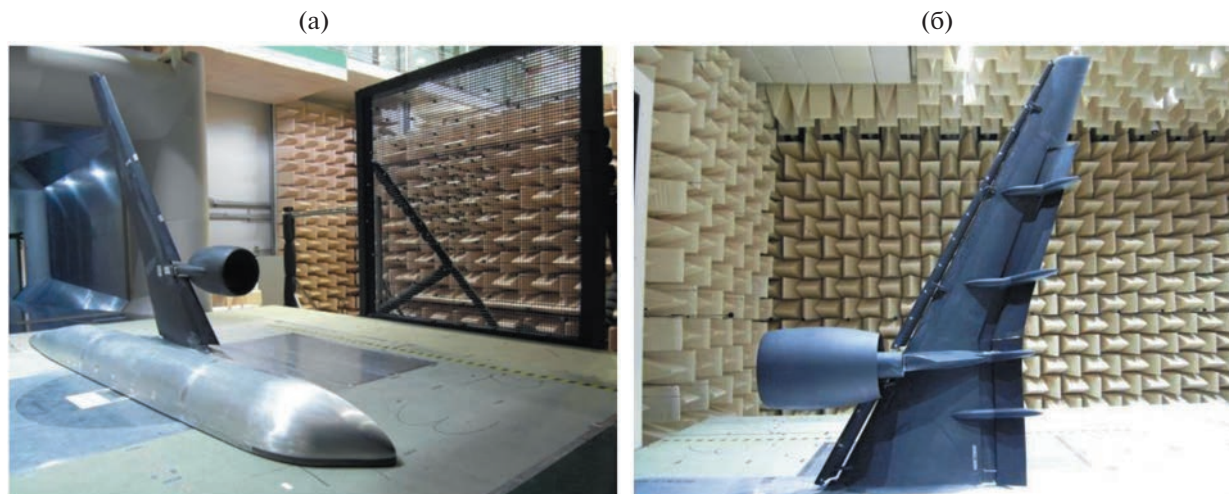


Рис. 1. Испытания модели крыла в безэховой рабочей части DNW-NWB.

дения спектров шума модели и летных испытаний по сравнению с работой [8].

В работе [11] было также проведено исследование по сравнению результатов измерения шума моделей в заглушенной аэродинамической установке (13.3% модель самолета Airbus A320 и полномасштабное крыло Airbus A320) и результатов летных испытаний самолета Airbus A319 (у самолетов Airbus A319 и A320 крылья идентичны). Модель пересчета была близка к уравнению (1) с той разницей, что степень зависимости шума от скорости была принята равной не $n = 5$, а $n = 4.5$; кроме того, при пересчете учитывалась дипольная направленность шума обтекания. Проведенное сравнение показало хорошее совпадение результатов.

Хорошее совпадение результатов измерений шума 18% модели крыла самолета Cessna Citation Sovereign и результатов летных испытаний этого самолета было также получено в работе [12] для зависимости шума от скорости, соответствующей $n = 6$.

Приведенный выше краткий обзор литературы показывает, что локализация и ранжирование источников шума на уменьшенных моделях, а также пересчет спектров шума на натурные условия, могут привести к хорошему совпадению с данными летных испытаний, но при этом различные исследователи используют различные методы такого пересчета.

В данной работе проводится локализация и ранжирование источников шума современного регионального самолета с помощью метода бимформинга, и полученные результаты сравниваются с результатами измерений шума 12.3% модели крыла этого самолета [2]. Зависимость уровня

шума от скорости при этом определялась из результатов испытаний с уменьшенной моделью, и затем использовалась для пересчета на условия летных испытаний. Локализация источников в летных испытаниях с помощью метода бимформинга была проведена впервые в отечественной практике.

Статья организована следующим образом. В Разделе 1 приведено краткое описание экспериментов и результатов локализации источников шума для 12.3% модели крыла самолета в аэродинамической трубе с заглушенной рабочей частью DNW-NWB (Брауншвейг, Германия). В Разделе 2 подробно рассматриваются летные эксперименты, в том числе карты локализации источников шума самолета и их ранжирование. В Разделе 3 проводится сравнение результатов измерений шума модели и летных испытаний.

1. РАНЖИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ШУМА МОДЕЛИ КРЫЛА

Экспериментальное исследование аэроакустических и аэродинамических характеристик 12.3% модели крыла (рис. 1) в конфигурации захода на посадку было проведено в 2013 г. в маломасштабной аэродинамической трубе DNW-NWB с заглушенной рабочей частью. Подробное описание этих экспериментов и полученных результатов приведено в работе [2].

В рамках этих экспериментов была выполнена локализация источников шума элементов механизации крыла и исследованы концепции снижения шума предкрылков и закрылков, изученные ранее на маломасштабных моделях участков крыла в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ [13, 14].

Модель крыла в посадочной конфигурации, исследованная в DNW-NWB, имела размах крыла 2.2 м и включала следующие элементы: крыло, двухсекционные однощелевые закрылки, двухсекционные предкрылки, фюзеляж, мотогондола двигателя, пилон, обтекатели механизмов выпуска закрылков. Двухсекционные предкрылки были выполнены с зазором в области пилона. Угол отклонения внутренней секции предкрылка составлял 24.6° , а внешней секции — 28.5° . Углы отклонения закрылков составляют 36.8° для внутреннего закрылка и 38.6° для внешнего закрылка. Гондола двигателя без внутреннего и внешнего смешивания потоков была смоделирована в виде корпуса с воздухопроводом, установленным на пилоне под крылом.

Для локализации и ранжирования источников шума модели крыла использовалась 140-микрофонная измерительная система для бимформинга (рис. 1а) диаметром около 3 м, установленная на расстоянии 3.4 м от модели. К данным измерений микрофонов этой решетки применялся ряд поправок, в частности поправка на рефракцию звука на слое смещения, поправка на направленность микрофонов, поправка на атмосферное поглощение и поправка на конвективное усиление. После этого скорректированные данные микрофонной решетки использовались для локализации источников шума модели крыла с помощью алгоритма бимформинга CLEAN-SC [15].

Полученные в результате карты локализации источников шума модели крыла приведены на рис. 2 для разных третьоктавных частотных полос для одного из исследованных режимов обтекания (скорость потока 70 м/с, геометрический угол атаки 7.9°). Частоты карт локализаций f_M , представленные на рис. 2, выбраны таким образом, чтобы при пересчете на натурный масштаб f_F в соответствии с выражением (1) или (2) при $\lambda = 0.123$ приводить к средним частотам (800–2000 Гц), оказывающим основной вклад в шум на местности в сертификационной метрике EPNL [16].

Из рис. 2 видно, что источники шума локализируются примерно в одних и тех же областях крыла, но при этом их относительная амплитуда для разных частот разная. Можно выделить следующие источники шума: полость корневого предкрылка, боковые кромки корневого предкрылка и закрылка в месте соединения с фюзеляжем, направляющие закрылков, боковая кромка концевого закрылка и направляющие предкрылков, зона соединения пилона двигателя с концевым предкрылком.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЛОКАЛИЗАЦИИ ИСТОЧНИКОВ ШУМА САМОЛЕТА В ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

Летные испытания проводились в 2018 г. для опытного самолета в конфигурации захода на посадку на аэродроме вблизи г. Жуковский (Московская область).

Локализация источников пролетного шума самолета в ходе летных испытаний проводилась с помощью 108-микрофонной измерительной системы для бимформинга производства Bruel & Kjaer [17]. Измерительная система представляет собой горизонтально установленную 9-лучевую микрофонную решетку диаметром 12 м, предназначенную для быстрого и точного развертывания в условиях летного эксперимента (рис. 3а). Стандартный диапазон частот измерительной системы составляет от 600 Гц до 6 кГц.

Микрофонная решетка должна устанавливаться на ровной плоской поверхности взлетно-посадочной полосы (бетон, асфальт), так как она использует инвертированные микрофоны, расположенные заподлицо с поверхностью земли, что позволяет эффективно учитывать эффект отражения звука от этой поверхности. В связи с тем, что исследования по локализации источников шума самолета проводились одновременно с предварительными сертификационными испытаниями этого самолета, размещение микрофонной решетки на взлетно-посадочной полосе аэродрома было невозможно. В результате измерительная система была развернута на аэродроме вблизи посадочной контрольной точки вдоль траектории воздушного судна (рис. 3б), так что высота траектории самолета над центром антенны находилась в диапазоне 100–180 м. Микрофонная решетка была размещена на ровном участке утрамбованного песка с фанерными листами, установленными сверху (рис. 3а).

Для синхронизации акустических данных с местоположением самолета относительно измерительной системы использовался генератор точного времени ES-292, причем сигнал IRIG-B записывался синхронно с акустическими данными. Система позиционирования обеспечивала измерения с частотой 10 Гц следующих параметров самолета: 1) абсолютное время, 2) три координаты самолета, 3) три компоненты скорости самолета, 4) углы тангажа, крена и рыскания самолета.

Возможность измерения этих параметров одновременно с акустическим сигналом является принципиальной для последующей обработки полученных данных, так как в летных испытаниях они менялись в широком диапазоне. Для всех пролетов носовое и основное шасси были выпущены. Стоит также отметить, что при пролете над

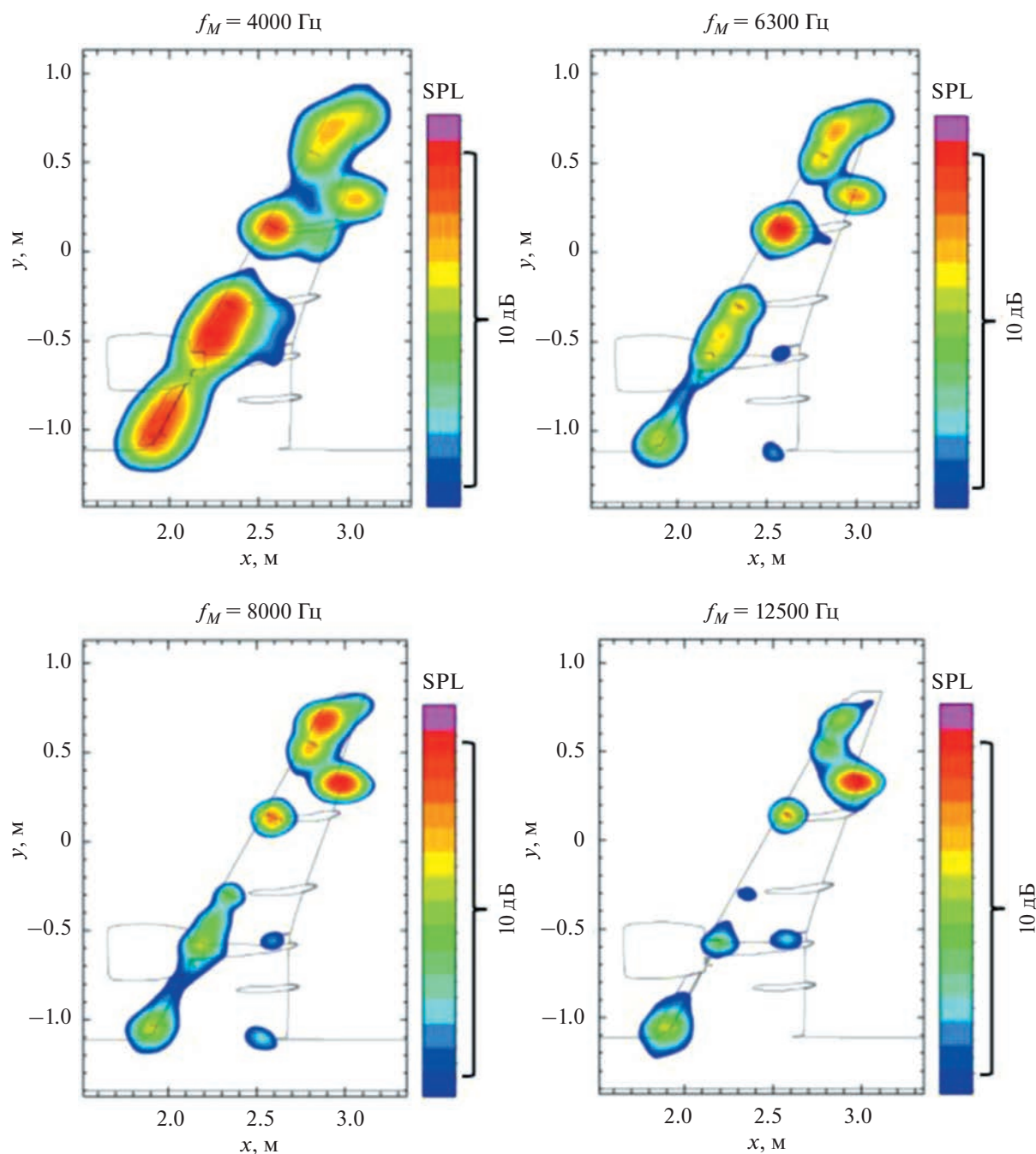


Рис. 2. Карты локализации источников шума обтекания модели крыла в разных полосах частот. Скорость потока 70 м/с, геометрический угол атаки 7.9° .

микрофонной решеткой самолет совершал не горизонтальный полет, а следовал по посадочной глиссаде.

Последующая обработка данных и построение карт источников пролетного шума выполнялись в программе NSI Array Acoustics Post Processing с синхронизацией файла акустических измерений с IRIG-B сигналом с помощью алгоритма NLLS.

На рис. 4 показана карта локализации источников шума самолета в широкой полосе частот (315 Гц–5 кГц) при пролете самолета над микрофонной решеткой на высоте 100 м со скоростью 72 м/с. Видно, что основными источниками шума при пролете самолета, наряду с двигателями (пилон за двигателем), являются шасси (носовое и основное) и элементы механизации крыла. Следует отметить, что анализируемый полет характе-



Рис. 3. (а) — Измерительная система из 108 микрофонов, развернутая на аэродроме; (б) — положение микрофонной антенны на аэродроме и используемая система координат.

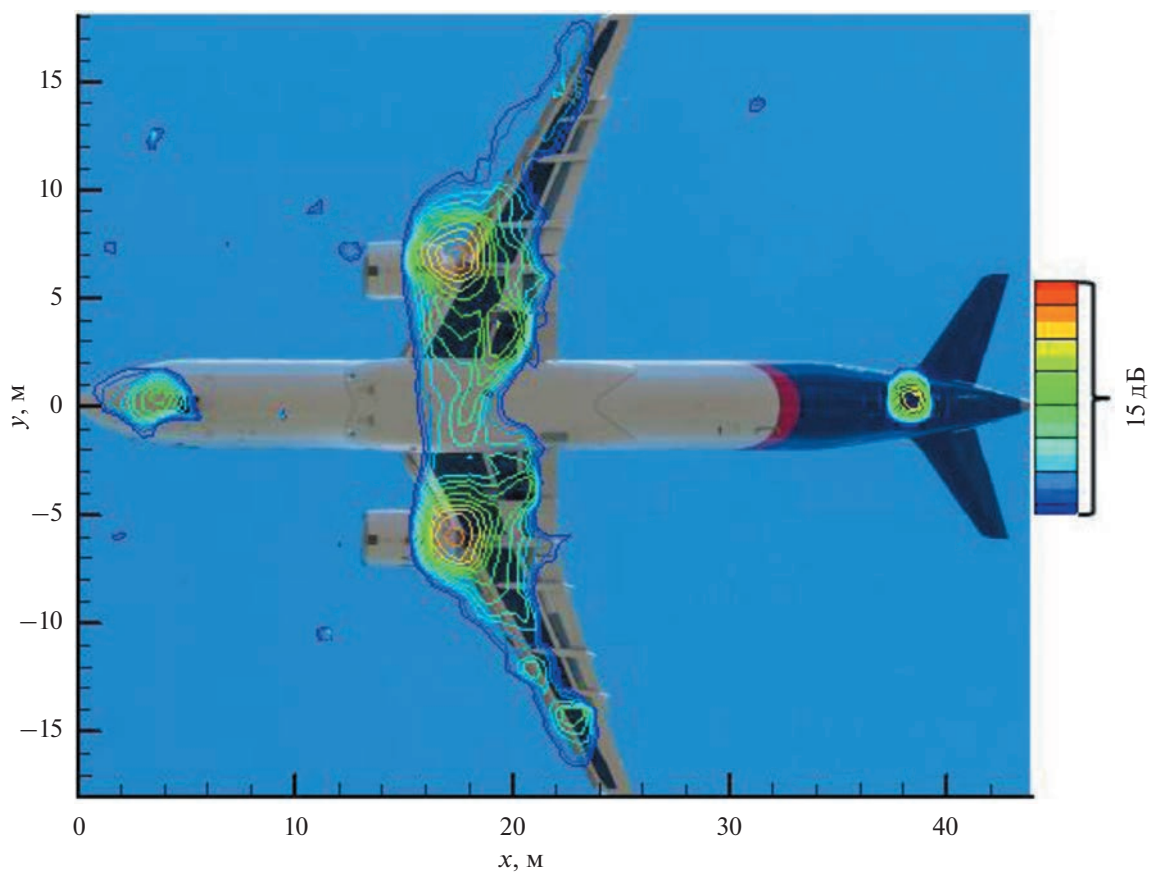


Рис. 4. Карта локализации источников шума, совмещенная с фотографией самолета. Диапазон частот 315 Гц–5 кГц. Динамический диапазон 15 дБ.

ризуется режимом работы двигателя с повышенной тягой и, соответственно, повышенным уровнем шума двигателя. Тем не менее, элементы планера вносят сопоставимый вклад в общий уровень шума, что свидетельствует о важности источников шума обтекания и необходимости их

уменьшения для снижения уровня шума самолета в целом.

В дополнение к этим хорошо известным источникам шума, на опытном образце самолета был обнаружен новый источник шума, а именно хвостовая пята, шум обтекания которой сравним

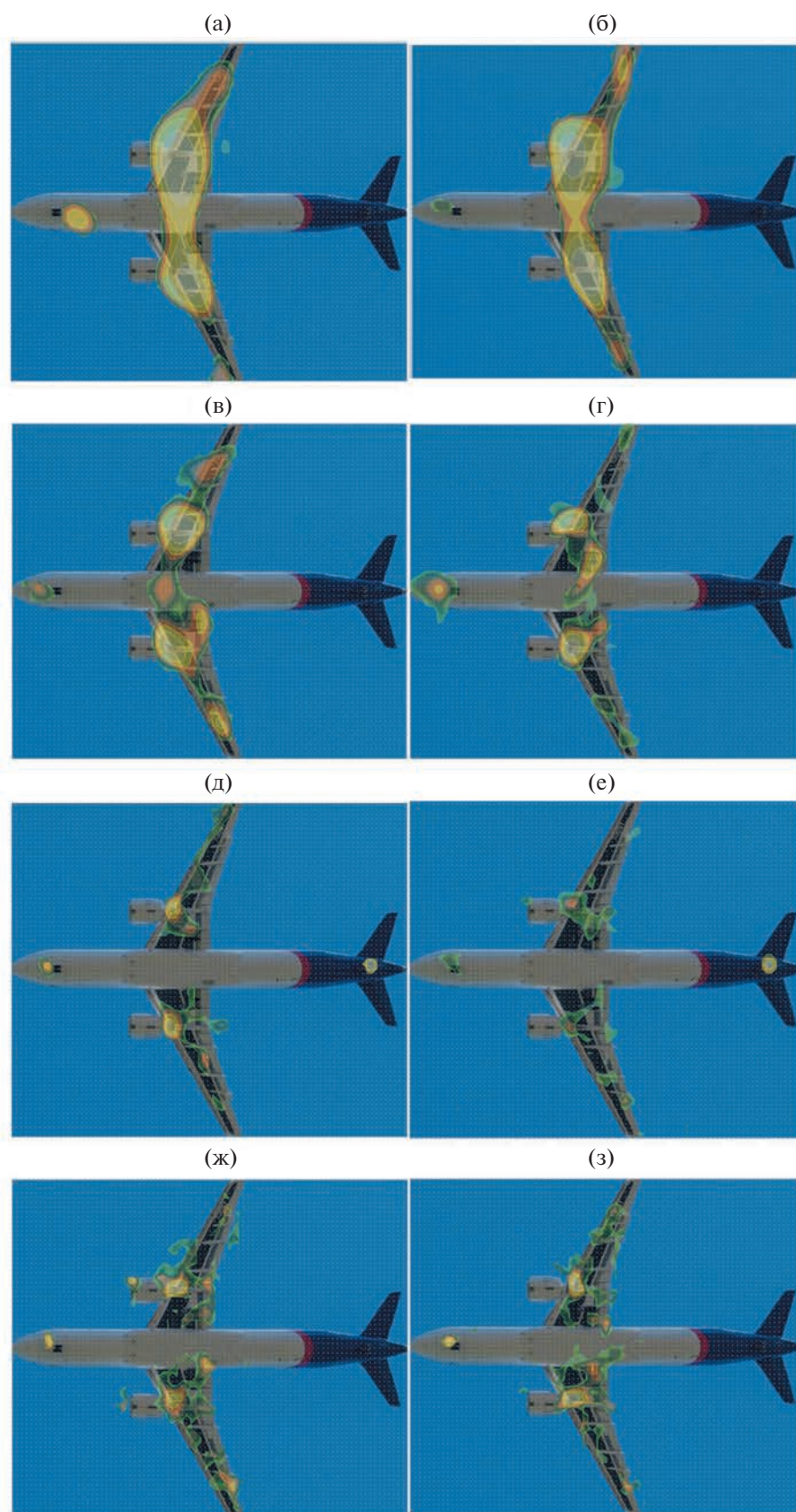


Рис. 5. Карты локализации, построенные для третьоктавных частотных полос с центральной частотой: (а) – 315, (б) – 400, (в) – 500, (г) – 630, (д) – 800, (е) – 1000, (ж) – 1250, (з) – 1600 Гц. Динамический диапазон 15 дБ.

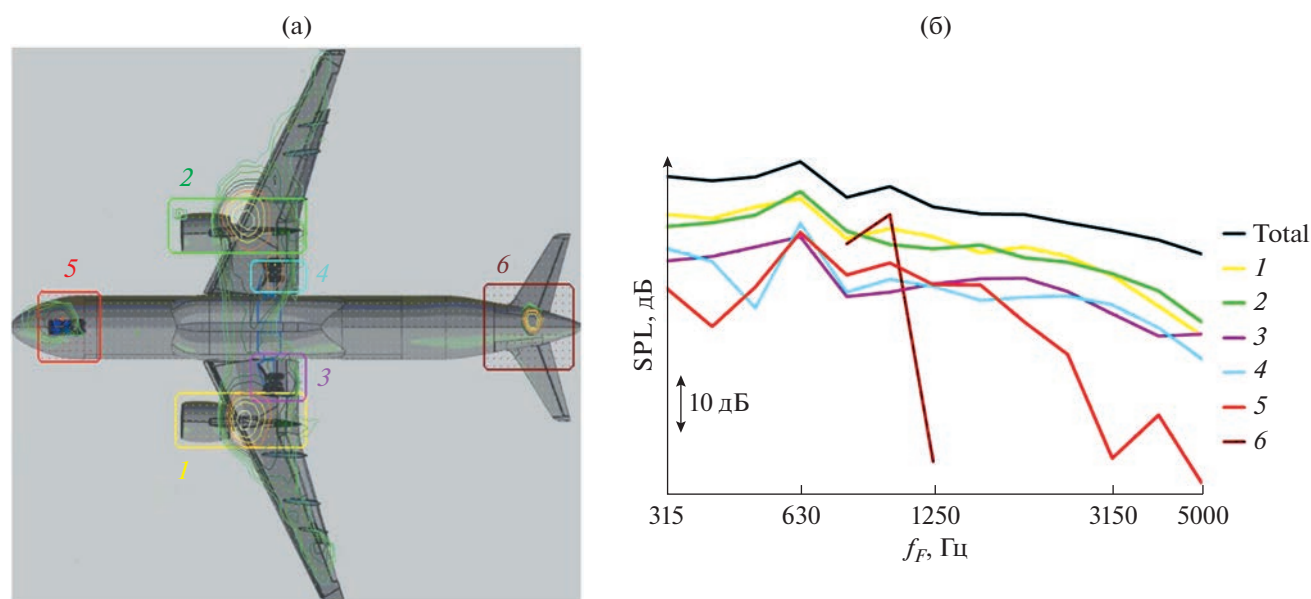


Рис. 6. (а) — Отдельные области самолета, соответствующие различным источникам шума, (б) — третьоктавные спектры шума отдельных источников.

с шумом двигателя. Это устройство устанавливается только на опытных образцах самолета по соображениям безопасности и отсутствует в серийной комплектации. Как следствие, шум обтекания хвостовой пяты обычно не измеряется при акустических испытаниях самолетов; в данной работе шум хвостовой пяты измерен и локализован с помощью метода бимформинга, по-видимому, впервые.

Карты локализации источников шума самолета в отдельных третьоктавных полосах частот приведены на рис. 5.

На рис. 5а показана карта локализации для третьоктавной полосы с центральной частотой 315 Гц. Основными источниками шума самолета для этой частоты являются носовое и основное шасси, а также зона пилона за обоими двигателями (что соответствует, скорее всего, шуму струи). Меньший уровень шума излучается внешним участком предкрылка. На рис. 5б и 5в представлены карты локализации для третьоктавных полос с центральной частотой 400 и 500 Гц, соответственно. Здесь основными источниками являются зона пилона позади двигателей, наружные секции предкрылков и внутренние секции закрылков. По сравнению с ними вклад носового и основного шасси заметно меньше. В полосе частот 630 Гц (рис. 5г) шасси и шум двигателя снова становятся доминирующими. Карты локализации на рис. 5д и 5е демонстрируют появление нового источника шума (хвостовой пяты), сопоставимого по амплитуде с носовым шасси и шумом двигателя. В полосах частот с центральными частотами 800 и

1000 Гц хвостовая пята является доминирующим источником, причем для полосы 1000 Гц шум обтекания этого конструктивного элемента превышает шум двигателя на несколько дБ. Для более высоких частот (1250 и 1600 Гц) шум обтекания хвостовой пяты пропадает, и в качестве основных источников шума вновь определяются зона пилона за двигателем, шасси и элементы механизации крыла.

Методика бимформинга позволяет не только определить доминирующие источники шума самолета в разных полосах частот, но и определить спектры шума для отдельных областей самолета, соответствующих различным акустическим источникам (рис. 6).

На рис. 6а выделены области, соответствующие следующим источникам: (1) левый двигатель, (2) правый двигатель, (3) левое основное шасси, (4) правое основное шасси, (5) носовое шасси, (6) хвостовая пята. Интегрируя плотность звуковой энергии по площади каждой области, можно получить спектр шума каждого из соответствующих источников летательного аппарата (рис. 6б).

Видно, что в рассматриваемой полосе частот (315 Гц–5 кГц) спектры шума как двигателей, так и основных шасси имеют максимум в районе частоты 630 Гц. При этом спектры шума левого и правого двигателей, а также левого и правого основного шасси близки друг к другу (за исключением частоты 500 Гц для основного шасси). Этого и следовало ожидать, так как оба двигателя работают на одинаковых режимах и должны создавать

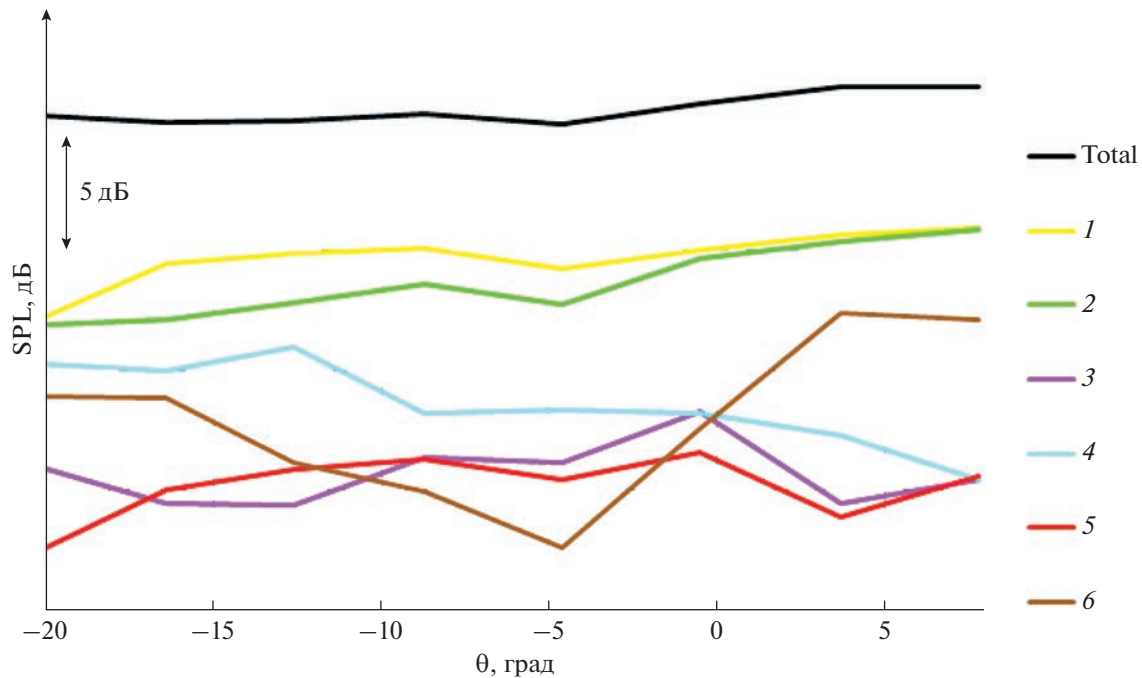


Рис. 7. Вклад отдельных источников в суммарный шум самолета для разных угловых положений самолета во время захода на посадку. Диапазон частот 315 Гц–5 кГц.

одинаковый шум; аналогично, основные шасси обтекаются одинаковым потоком и их шум также должен быть одинаковым. Таким образом, близость спектров двигателей и основных шасси свидетельствует о корректности выделения отдельных источников шума с помощью используемого алгоритма бимформинга. Спектр шума носового шасси также имеет максимум на частоте 630 Гц, но этот максимум более выражен, а спектр шума носового шасси уменьшается быстрее с ростом частоты, чем спектр шума основного шасси. Шум хвостовой пяты определяется в очень ограниченной области частот и имеет максимум на частоте 1000 Гц, на которой он становится доминирующим источником шума самолета.

Все предыдущие карты локализации были приведены для положения самолета ровно над центром микрофонной решетки. Однако используемая измерительная система позволяет провести локализацию и ранжирование источников и для других положений самолета при условии, что его угловое положение находится в диапазоне углов $\theta = \pm 30^\circ$ от вертикали, проходящей через центр микрофонной решетки, т.е. для диапазона углов, где пространственное разрешение микрофонной антенны ухудшается незначительно. Определенный таким образом вклад каждого из перечисленных выше источников в общий уровень шума для различных угловых положений самолета при пролете приведен на рис. 7. Времен-

ной интервал усреднения для акустических данных составлял 0.1 с. Основной особенностью, которая следует из рис. 7, является небольшое превышение уровней шума двигателя над уровнями шума планера (носовое шасси, основное шасси, хвостовая пята), несмотря на то, что данный полет был выполнен с повышенной частотой вращения вентилятора и, следовательно, повышенным уровнем шума двигателя.

Возможность выделения в результатах летных испытаний шума обтекания элементов планера позволяет провести сравнение этого шума с результатами измерений шума уменьшенной модели крыла в DNW-NWB.

3. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ С ИЗМЕРЕНИЯМИ ШУМА МОДЕЛИ КРЫЛА

В приведенных выше результатах летных испытаний шум крыла не рассматривался. Чтобы определить уровни шума крыла SPL_{wing} , из суммарного уровня шума самолета $OASPL$ был вычтен шум других источников SPL_j , приведенных на рис. 7 (носовое и основное шасси, двигатели и хвостовая пята):

$$SPL_{wing} = 10 \lg_{10} \left(10^{OASPL/10} - \sum_{j=1}^6 10^{SPL_j/10} \right). \quad (3)$$

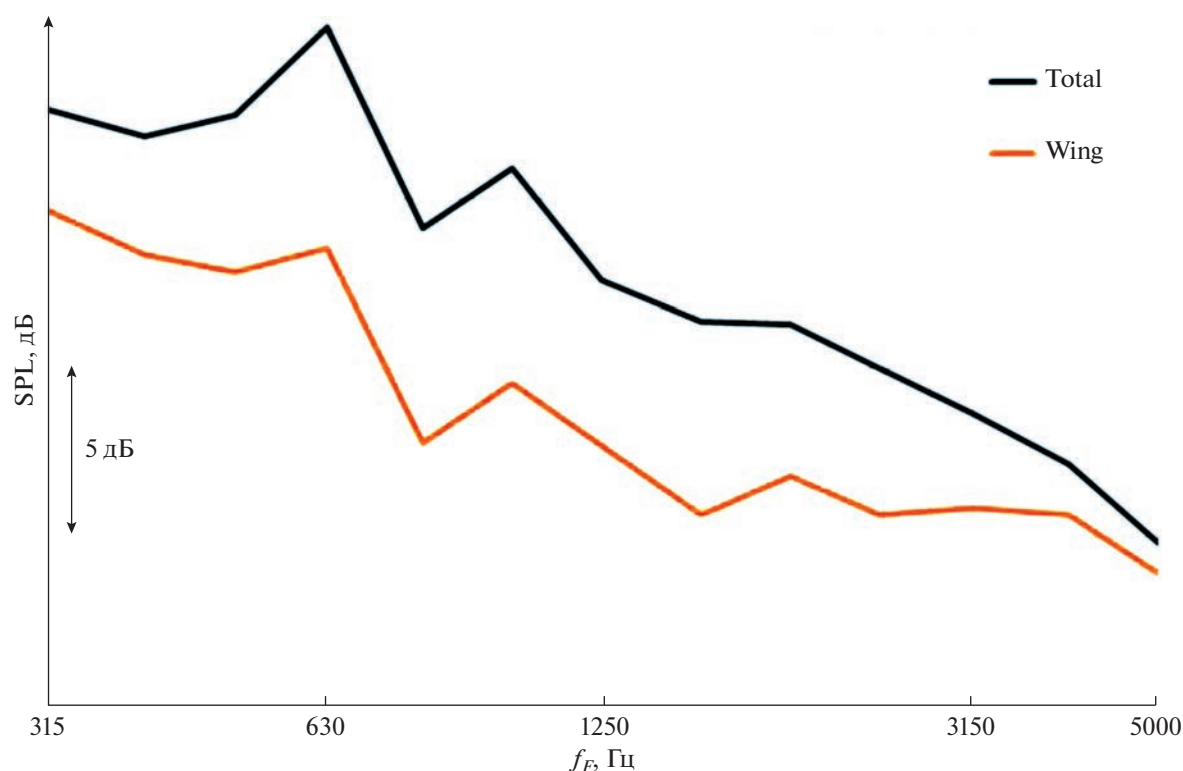


Рис. 8. Третьооктавный спектр общего шума самолета (черная кривая) и спектр шума обтекания крыла самолета (оранжевая кривая).

Можно ожидать, что получаемый в результате такого вычитания шум связан с двумя крыльями и элементами их механизации. На рис. 8 показан третьооктавный спектр определенного таким образом шума крыла в сравнении со спектром общего шума самолета. Видно, что крыло и его механизация являются значимым источником шума самолета.

Как уже упоминалось выше, масштабная модель крыла самолета с элементами механизации ранее была испытана в DNW-NWB. Таким образом, представляет интерес сравнение шума крыла, полученного в ходе проведенных летных испытаний, с результатами измерений шума в DNW-NWB. Чтобы выполнить такое сравнение, данные DNW-NWB должны быть масштабированы на натурный масштаб.

В работе [2] было показано, что использование степени зависимости шума от скорости $n = 5$ приводит к хорошему совпадению спектров шума обтекания модели крыла в DNW-NWB, измеренных для разных скоростей потока. Таким образом, для пересчета на натурный масштаб представляется естественным использовать уравнение (1) с $n = 5$. Коэффициент масштаба для полумодели при этом равен $\lambda = 0.123$, а отношение расстояний до микрофонов $r_M/r_F = 3.4/100 = 0.034$.

На рис. 9 приведено сравнение спектра шума крыла, полученного в летных испытаниях, с отмасштабированными результатами измерений шума модели крыла, полученных в DNW-NWB. Так как измерения в DNW-NWB проводились для полумодели крыла, а в летном эксперименте шум, полученный в соответствии с выражением (3), соответствует полному крылу, то отмасштабированный спектр шума в DNW-NWB был удвоен. Из рис. 9 видно, что спектры шума крыла демонстрируют приемлемое согласие, особенно для частот $f_F < 3$ кГц.

Увеличивающееся расхождение между данными летных испытаний и экспериментов в DNW-NWB для частот $f_F > 3$ кГц может быть связано с тем, что уровень шума в летных испытаниях, определяемый уравнением (3), включает в себя не только шум обтекания механизированного крыла, но и вклады от других источников шума, локализуемых методом бимформинга вне областей I–6 (рис. 6), например, шум вентилятора. Как следствие, хорошее совпадение спектров шума на рис. 9 в области частот $f_F < 3$ кГц свидетельствует о том, что в летных испытаниях в этом частотном диапазоне шум, определяемый уравнением (3), действительно является шумом механизированного

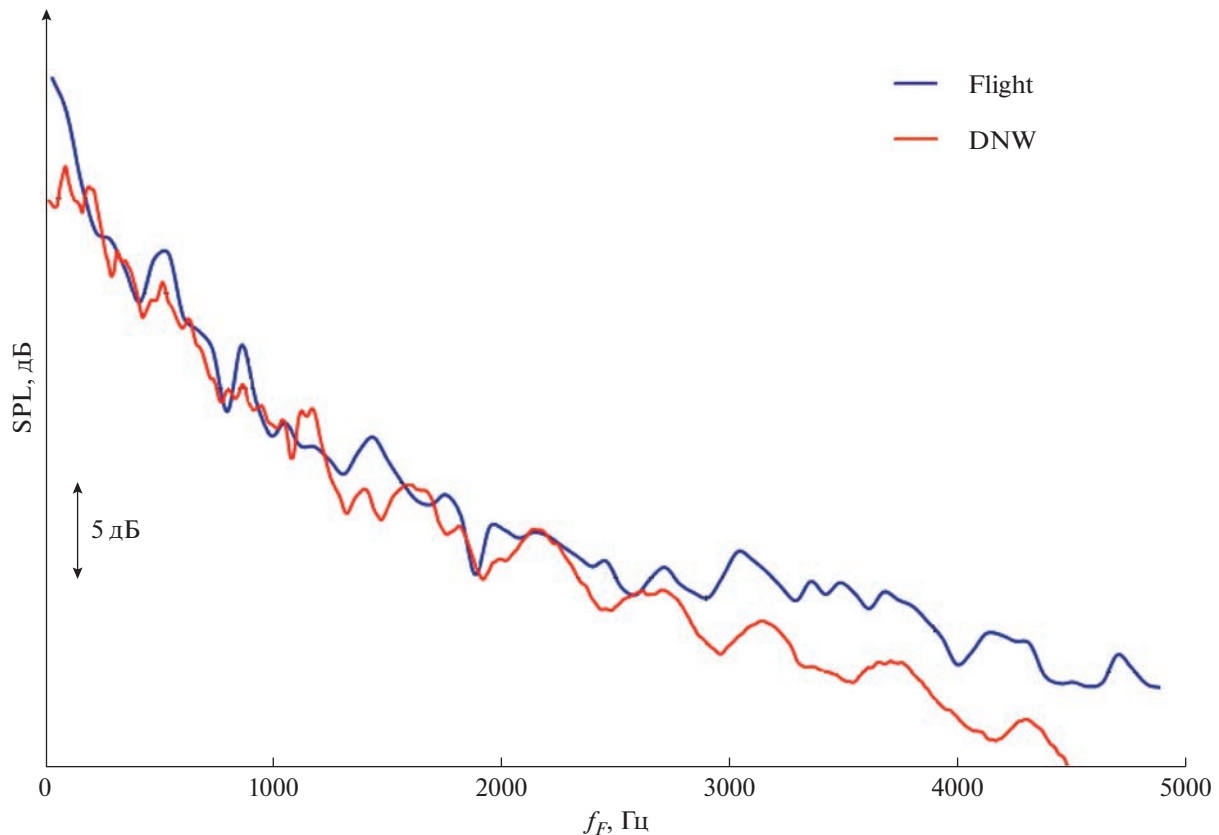


Рис. 9. Спектры шума крыла, полученные в ходе летных испытаний (синяя кривая) и основанные на модельных испытаниях (красная кривая).

крыла, тогда как для более высоких частот к шуму крыла добавляются дополнительные источники.

Таким образом, принимая во внимание масштабирование частоты, источники шума элементов механизации крыла, полученные на крупномасштабной модели в DNW-NWB, разумно согласуются с результатами летных испытаний. Для более надежного количественного сравнения необходимо выполнить серию полетов с уменьшенной тягой двигателя и убраным носовым и основным шасси, чтобы избежать маскировки источников шума механизации крыла.

ВЫВОДЫ

Одновременно с предварительными сертификационными летными испытаниями современного регионального самолета проводились акустические измерения по локализации и ранжированию источников шума самолета с помощью антенны из 108 микрофонов. Были рассчитаны карты локализации источников шума, а также спектры отдельных зон источников, и было представлено ранжирование источников на основе общих уровней звукового давления в каждой об-

ласти источника. Данные исследования были выполнены впервые в отечественной практике.

Анализ данных летного эксперимента по локализации и ранжированию источников пролетного шума самолета показал, что для испытательного самолета в конфигурации захода на посадку источники шума, связанные с силовой установкой, и источники, связанные с элементами планера, равны. С одной стороны, это может означать довольно низкий уровень шума двигателя, а с другой стороны, указывает на необходимость одновременного снижения шума многих источников с целью снижения шума в сертификационной контрольной точке самолета в целом.

В ходе летных испытаний впервые был локализован и измерен шум обтекания хвостовой части самолета. Было также показано, что результаты летных испытаний разумно согласуются с источниками шума элементов механизации крыла, полученными на крупномасштабной модели в DNW-NWB. Для более подробного количественного сравнения необходимо выполнить серию полетов с уменьшенной тягой двигателя и убраным носовым и основным шасси, чтобы избежать маскировки источников шума механизации крыла.

Данная работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант РНФ № 21-71-30061). Отработка экспериментальных методик была выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской федерации по соглашению № 075-15-2022-1036.

Авторы выражают благодарность сотрудникам ПАО “Корпорация “Иркут”” К.Ф. Поповичу, С.И. Богданову и Г.В. Паранину за интерес к данной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bertsch L.* Noise prediction within conceptual aircraft design, Doctoral dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2013.
2. *Копьев В.Ф., Зайцев М.Ю., Беляев И.В.* Исследование шума обтекания крупномасштабной модели крыла с механизацией // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 95–105.
3. *Kopiev V., Belyaev I., Zaytsev M., Zhao K.* Experimental study of truncated-cylinder struts for noise reduction of large-scale landing gears // J. Sound Vib. 2021. V. 511. 116362.
4. *Stoker R.W., Guo Y., Streett C., Burnside N.* Airframe noise source locations of a 777 aircraft in flight and comparisons with past model scale tests // AIAA Paper 2003–3232. 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit. Hilton Head, SC, USA. 12–14 May 2003.
5. *Shearin J.G., Fratello D.J., Bohn A.J., Burggraf W.D.* Model and full-scale large transport airframe noise // AIAA Paper 76–550. 3rd AIAA Aeroacoustics Conference. Palo Alto, CA, USA. 20–23 July 1976.
6. *Crichton D.G.* Airframe noise // Aeroacoustics of flight vehicles. Theory and practice. Ed. Hubbard H. V. 1. NASA Langley Research Center, Hampton, VA, 1991. P. 391–447.
7. *Hayes J.A., Bent P.H.* Airframe noise characteristics of a 4.7% scale DC-10 model // AIAA Paper 97–1594. 3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Atlanta, GA, USA. 12–14 May 1997.
8. *Davy R., Remy H.* Airframe noise characteristics of a 1/11 scale Airbus model // AIAA Paper 98–2335. 4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Toulouse, France. 02–04 June 1998.
9. *Guo Y.P., Yamamoto K.J., Stoker R.W.* Component-Based Empirical Model for High-Lift System Noise Prediction // J. Aircraft. 2003. V. 40. № 5. P. 914–922.
10. *Davy R., Moens F., Remy H.* Aeroacoustic behaviour of a 1/11 scale Airbus model in the open anechoic wind tunnel CEPRA 19 // AIAA Paper 2002–2410. 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit. Breckenridge, CO, USA. 17–19 June 2002.
11. *Pott-Pollenske M., Dobrzynski W., Buchholz H., Gehlhar B., Walle F.* Validation of a Semiempirical Airframe Noise Prediction Method through Dedicated A319 Flyover Noise Measurements // AIAA Paper 2002–2470. 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit. Breckenridge, CO, USA. 17–19 June 2002.
12. *Yokokawa Y., Murayama M., Takaishi T., Ura H. et al.* Acoustic Wind Tunnel Test with 18% Scale Half-span Model toward FQUROH Second Flight Demonstration // AIAA Paper 2018–4086. 2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Atlanta, GA, USA. 25–29 June 2018.
13. *Зайцев М.Ю., Беляев И.В., Копьев В.Ф., Миронов М.А.* Экспериментальное исследование снижения узкополосного шума предкрылка с помощью шевронов // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 450–458.
14. *Беляев И.В., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф.* Влияние шевронов на шум предкрылка прямого и стреловидного крыла // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 754–763.
15. *Sijtsma P.* CLEAN based on spatial source coherence // Int. J. Aeroacoustics. 2007. V. 6. № 4. P. 357–374.
16. ICAO. Environmental Protection. In Annex 16 to the Convention on International Civil Aviation, 8th ed.; V. I: Aircraft Noise; ICAO: Montreal, QC, Canada, 2017.
17. *Ishii Y., Hald J., Ishii T., Oinuma H., Nagai K., Yokokawa Y., Yamamoto K.* High-resolution fly-over beamforming using a practical array // Proc. 5th Berlin Beamforming Conference. Berlin, Germany. 19–20 February 2014.

АКТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ШУМОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТРУИ И КРЫЛА С ПОМОЩЬЮ ПЛАЗМЕННЫХ АКТУАТОРОВ В УЗКОЙ ПОЛОСЕ ЧАСТОТ

© 2023 г. В. Ф. Копьев^а, *, О. П. Бычков^а, В. А. Копьев^а, Г. А. Фараносов^а,
И. А. Моралев^б, П. Н. Казанский^б

^аФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ,
ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия

^бФГБУ ОИВТ РАН, ул. Ижорская 17, стр. 2, Москва, 125112 Россия

*e-mail: vkopiev@mktsagi.ru

Поступила в редакцию 04.07.2022 г.

После доработки 04.07.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Для струи, расположенной вблизи крыла, рассеяние на его задней кромке волн неустойчивости, развивающихся в слое смещения струи, приводит к генерации значительного шума. В работе экспериментально исследована возможность снижения данного шума за счет активного подавления естественных волн неустойчивости. Активная система управления состоит из микрофонов ближнего поля, с которых снимается сигнал обратной связи, модуля фильтровой обработки сигнала и плазменного актуатора на основе высокочастотного диэлектрического барьерного разряда. Показано, что снижение возмущений давления в ближнем поле турбулентной струи, связанных с осесимметричными волнами неустойчивости, в узкой полосе частот приводит к соответствующему снижению шума в дальнем поле.

Ключевые слова: турбулентная струя, шум взаимодействия струи и крыла, волны неустойчивости, активное управление

DOI: 10.31857/S0320791922600524, **EDN:** ITIMBG

ВВЕДЕНИЕ

Двигатель остается одним из наиболее значимых источников шума на местности для гражданских воздушных судов. Двигатели нового поколения, используемые на современных магистральных самолетах, обычно имеют высокие или сверхвысокие степени двухконтурности и соответственно больший диаметр, так что они расположены довольно близко к крылу самолета [1]. Хорошо известно [1–9], что шум струи, расположенной вблизи крыла (так называемой “струи в компоновке”), может значительно отличаться от шума свободной струи. В частности, на низких и умеренных частотах возникает дополнительный эффективный источник шума, связанный с взаимодействием между гидродинамическим ближним полем струи и задней кромкой крыла [4, 5, 10, 11].

Для снижения шума взаимодействия струи и крыла можно использовать несколько подходов. Наиболее популярные методы связаны с модификацией геометрии сопла и/или модификацией крыла/закрылков [1, 3, 4, 6, 12]. Однако изменение базовой геометрии системы “сопло–крыло”

может приводить к ухудшению аэродинамических характеристик на крейсерском режиме полета, что является нежелательным. Поэтому разработка технологий шумоподавления, не требующих изменений геометрии, является актуальной задачей. Одной из возможностей для реализации такого подхода является использование активных систем управления потоком.

В то время как проблема активного управления шумом свободных струй имеет достаточно богатую историю [13–22], шум взаимодействия лишь недавно стал рассматриваться с этой точки зрения [23]. Недавние исследования [4, 8, 10, 11] показали, что значительное усиление шума на низких и средних частотах, наблюдаемое для струй в компоновке, связано с рассеянием пульсаций давления ближнего поля струи на задней кромке крыла. Эти пульсации ассоциируются с волнами неустойчивости, развивающимися в слое смещения струи [23–25], поэтому задача снижения шума взаимодействия струи и крыла может быть сформулирована как задача управления волнами неустойчивости [23, 26]. Такой подход позволяет использовать способы управления

волнами неустойчивости, разработанные для свободных струй [19, 21].

Применительно к свободным струям в работах [27, 28] развита теоретическая база активного управления волнами неустойчивости в слое смещения струи, в рамках которой подавление волны неустойчивости на заданной частоте достигается за счет деструктивной интерференции между волной неустойчивости, которую требуется ослабить, и управляющей волной, которая создается внешним контролируемым источником (wave cancellation). Отметим, что аналогичные подходы достаточно давно используются в задачах управления возмущениями в пограничных слоях [29].

Предложенная концепция активной системы подавления волн неустойчивости в свободной струе далее была реализована с помощью плазменных актуаторов в маломасштабных экспериментах как для тонально возбужденных струй, в которых волны неустойчивости на частоте возбуждения носят детерминированный характер [19], так и для невозбужденных струй, где волны неустойчивости являются стохастическими [22]. При этом, поскольку волны неустойчивости в дозвуковых струях не являются значимыми источниками звука [30], снижение их интенсивности в свободной струе не приводит к снижению шума в дальнем поле [22].

В работе [26] аналогичный подход к управлению был проверен в эксперименте для возбужденных дозвуковых струй вблизи пластины, моделирующей крыло. Было показано, что при подавлении волны неустойчивости наблюдается соответствующее снижение шума взаимодействия струи и крыла на этой частоте.

Настоящая работа является продолжением работ [22, 26] и посвящена реализации концепции управления шумом взаимодействия струи и крыла для невозбужденной струи. Как и в работах [22, 26], для создания управляющих возмущений используется плазменный актуатор на основе высокочастотного диэлектрического барьерного разряда (ВЧ ДБР). Подобные актуаторы хорошо зарекомендовали себя в качестве генератора контролируемых возмущений в течениях различного типа: пограничных слоях [31], турбулентных струях [19], отрывных течениях [32–34].

В работе представлены результаты измерений пульсаций давления в ближнем поле и акустических возмущений вдали от струи как без управления, так и с включенной системой активного подавления волны неустойчивости. В узкой полосе частот продемонстрирован эффект подавления естественных возмущений в струе и в звуковом поле рассеяния.

1. СТРАТЕГИЯ УПРАВЛЕНИЯ

Основная идея управления шумом взаимодействия струи крыла основана на предположении о доминирующей роли волн неустойчивости в процессе генерации этого шума [4, 5, 8, 10, 11]. В работах [10, 11] было показано, что если задняя кромка крыла лежит в потенциальной части ближнего поля струи (вне слоя смещения), то задача моделирования низкочастотного шума взаимодействия может быть решена в линейном приближении. В этом случае для каждой частоты существует линейная передаточная функция между гидродинамическими пульсациями ближнего поля струи, падающими на заднюю кромку крыла, и звуком в дальнем поле, вызванным рассеянием этих пульсаций на кромке. Применительно к круглой струе возмущения ближнего поля представляются в виде суперпозиции азимутальных гармоник порядка m [10, 11] и тогда для каждой гармоники можно записать

$$p'_m(\mathbf{R}, \omega) = F_m(\mathbf{R}, \omega) p_m(\omega), \quad (1)$$

где p_m — пульсации давления m -й азимутальной моды в месте расположения задней кромки, p'_m — акустическое давление в дальнем поле в точке $\mathbf{R}$, обусловленное рассеянием m -й азимутальной моды ближнего поля, и F_m — соответствующая передаточная функция между ними. Подробное описание функций, входящих в (1), можно найти в работах [10, 11]. Значение p'_m определяется, главным образом, пакетами волн неустойчивости соответствующего азимутального порядка, развивающимися за счет неустойчивости слоя смещения струи. В работах [10, 11] показано, что в шум взаимодействии вносят основной вклад две первые азимутальные моды ближнего поля, причем их вклад сравним друг с другом и передаточные функции для них практически одинаковы $F_1 \approx F_0 \equiv F$. Поэтому подавление волн неустойчивости порядков $m = 0$ и/или $m = 1$ должно приводить к значимому снижению шума взаимодействия струи и крыла. В работе [26] этот эффект был подтвержден для искусственно возбужденных осесимметричных волн неустойчивости путем их подавления с использованием кольцевого плазменного актуатора, расположенного вблизи кромки сопла.

Целью настоящей работы является реализация указанного подхода для невозбужденных струй, в которых волны неустойчивости реализуются в виде стохастических волновых пакетов в сдвиговом слое струи. Предполагается, что эволюция этих пакетов происходит в соответствии с линейной теорией устойчивости, и в узких полосах частот динамические свойства естественных волн неустойчивости в среднем подобны свойствам детерминированных искусственно возбужденных

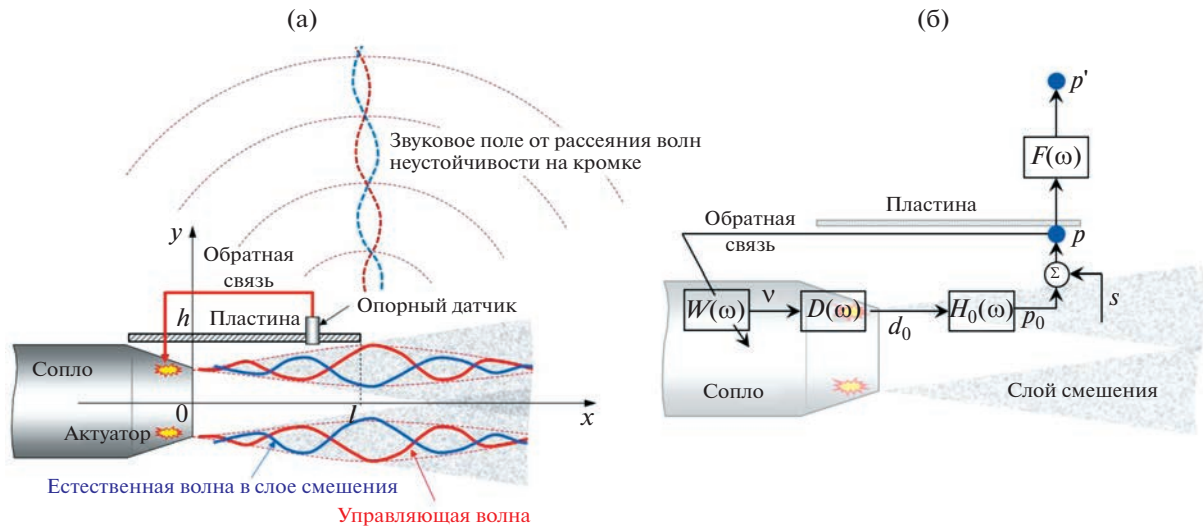


Рис. 1. Концепция управления шумом взаимодействия струи и пластины: (а) — общая идея; (б) — блок-схема системы управления.

волн, однако их мгновенные характеристики (фазовая скорость возмущений, пространственная огибающая пакета) являются случайными, хотя и относительно медленно меняющимися, функциями времени. Это обстоятельство осложняет реализацию системы управления, поскольку требует постоянной подстройки управляющего воздействия под “актуальные” характеристики возмущения, которое требуется погасить. В работе [22] соответствующая задача применительно к управлению волнами неустойчивости в узкой полосе частот в свободной струе была решена путем введения в систему управления обратной связи, использующей в качестве входных данных сигналы с микрофонов, расположенных вблизи границы струи, и на основе линейного алгоритма генерирующей управляющий сигнал на актуаторе.

В данной работе предлагается использовать аналогичную концепцию применительно к системе “сопло—пластина” (рис. 1), являющейся простейшей моделью системы “крыло—двигатель”. При линейной связи (1) волн неустойчивости в струе со звуковым полем, возникающим от их рассеяния на кромке пластины, подавление волн неустойчивости в ближнем поле струи должно приводить к пропорциональному ослаблению шума взаимодействия (рис. 1а). Таким образом, целью управления является ослабление возмущений ближнего поля вблизи задней кромки пластины. Это означает, что опорный датчик (или датчики) для формирования обратной связи должен располагаться в окрестности кромки пластины (рис. 1а), т.к. в работе [22] было показано, что максимальный эффект управления достигается именно в области расположения опорных датчиков вследствие потери когерентности естествен-

ных волновых пакетов [22]. Предварительные результаты по управлению шумом взаимодействия в невозбужденной струе были представлены в работе [35].

На рис. 1б представлена блок-схема системы управления с обратной связью. Предполагается, что все части системы линейны, и ее поведение можно рассмотреть в частотной области. Наличие обратной связи предполагает, что сигнал p , измеренный опорным датчиком, после некоторых преобразований подается обратно на вход системы. Преобразования заключаются в коррекции фазы и амплитуды сигнала на данной частоте и описываются передаточной функцией $W(\omega)$, соответствующей, по существу, линейному регулируемому фильтру. На выходе фильтра формируется сигнал

$$v = W(\omega)p, \quad (2)$$

который модулирует напряжение на актуаторе. Разряд, создаваемый кольцевым актуатором, в свою очередь, генерирует гармоническую, преимущественно осесимметричную, волну неустойчивости в слое смешения струи с начальной амплитудой

$$d_0 = D(\omega)v, \quad (3)$$

где функция $D(\omega)$ описывает восприимчивость слоя смешения к генерируемому разрядом гидродинамическим возмущениям, а также процессы в источнике питания актуатора и в разряде. Волна неустойчивости, распространяясь вниз по потоку, создает на опорном датчике возмущения

$$p_0 = H_0(\omega)d_0, \quad (4)$$

где передаточная функция $H_0(\omega)$ описывает линейную эволюцию волны неустойчивости от

кромки до датчика. На опорном датчике также регистрируется сигнал s , связанный со случайными возмущениями, присутствующими в ближнем поле струи. Предполагается, что на низких и умеренных частотах сигнал s практически полностью определяется естественными волнами неустойчивости в струе [11, 23, 24], а именно, суммой осесимметричной моды $m = 0$ и моды $m = 1$. Таким образом, вблизи кромки суммарные пульсации равны

$$p = p_0 + s. \quad (5)$$

Передаточная функция системы с замкнутой обратной связью запишется как

$$G(\omega) = \frac{1}{1 - H_0 D W}. \quad (6)$$

Из уравнения (1) следует, что задача минимизации шума в дальнем поле, как уже отмечалось выше, эквивалентна задаче минимизации интенсивности пульсаций ближнего поля вблизи заданной кромки, т.е. минимизации величины S_{pp} , являющейся автоспектром сигнала (5). Из системы уравнений (2)–(5) имеем для автоспектров сигналов p и s следующую связь

$$S_{pp} = |G|^2 S_{ss}. \quad (7)$$

В данной работе целью управления являлась минимизация мощности сигнала на заданной частоте ω_0 . Выделив явно модули и фазы функций $H_0(\omega)D(\omega) \equiv A(\omega) = a(\omega)e^{-i\alpha(\omega)}$, $W(\omega) = w(\omega)e^{-i\delta(\omega)}$ и введя обозначение $\varepsilon = aw$, получим из (6)

$$S_{pp} = \frac{S_{ss}}{1 - 2\varepsilon \cos(\alpha + \delta) + \varepsilon^2}. \quad (8)$$

Можно видеть, что в отсутствие шумов, эффектов нелинейности, насыщения и т.п., глубина подавления возмущений на данной частоте определяется лишь устойчивостью системы. Отметим, что при этом не налагается никаких априорных требований на сигнал s . При заданном значении коэффициента усиления ε минимизация интенсивности пульсаций на данной частоте, согласно (7), будет достигаться при $\delta = -\alpha + \pi$. В этом случае $p = s/(1 + \varepsilon)$ и $p_0 = -\varepsilon s/(1 + \varepsilon)$, т.е. созданные актуатором возмущения p_0 будут находиться в противофазе с естественными возмущениями s , как этого и следовало ожидать из общих соображений.

На данном этапе работы исследовалась принципиальная возможность контролируемого изменения уровня шума в узкой полосе частот вблизи заданной центральной частоты ω_0 , и измерения проводились по упрощенной процедуре.

Алгоритм обработки, определяющий функцию $W(\omega)$, включал в себя фильтрацию сигнала с

помощью узкополосного фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтра) [36], которому соответствует передаточная функция вида $W(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{-i\omega k / f_s}$, где f_s – частота дис-

кретизации, $b_k = r / N e^{i2\pi \frac{l}{N-1} k + i\varphi}$ – коэффициенты узкополосного фильтра, с центральной частотой $\omega_l = 2\pi f_s l / (N - 1)$, r – действительное число, определяющее общее усиление в канале обратной связи, φ – фазовый сдвиг, который выбирался исходя из требования общего сдвига фазы на π в центре полосы пропускания, чтобы обеспечить приход искусственных возмущений в точку измерения в противофазе с естественными.

Устойчивость системы (6) можно оценить, положив для простоты $D(\omega) = 1$, $H(\omega) = h e^{-i\Delta}$, где h характеризует усиление волны неустойчивости в сдвиговом слое, а Δ – гидродинамическую задержку возмущений. Тогда для передаточной функции системы получим оценку

$$G(\omega) = \left(1 + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{n=\lambda}^{N-1+\lambda} \hat{z}_k^{-n} \right)^{-1}, \quad \hat{z} = e^{i(\omega_k - \omega_0) / f_s}, \quad (9)$$

где $\varepsilon = hr$ – полный коэффициент связи, λ – целое положительное число, определяющее наклон гидродинамической задержки $\Delta(\omega)$.

Система (9) устойчива в случае, если все полюсы ω_p функции G лежат в верхней части комплексной плоскости (соответственно, все полюсы $\hat{z}_p$ лежат внутри круга единичного радиуса). Моделирование было выполнено для параметров, близких к тем, что реализованы в эксперименте (см. разделы 2, 3): $N = 128$, $l = 8$, $f_s = 10^4$ Гц. Приняв скорость конвекции возмущений в слое смещения равной 60% от скорости струи, составляющей в данной работе 137 м/с, а расстояние между актуатором и датчиков равным 0.025 м, получим $\lambda = 3$. Исследование поведения корней $\hat{z}_p$ характеристического уравнения $G^{-1} = 0$ показывает, что система устойчива при $\varepsilon < 26$.

На рис. 2 показана амплитудная передаточная характеристика системы (величина $|G|^2$ в дБ) при различных коэффициентах связи. При коэффициенте связи вблизи границы устойчивости теоретическое подавление для данного фильтра и выбранных параметров системы составляет около 28 дБ, при этом наблюдается сопутствующее усиление сигнала справа и слева от полосы подавления. Это явление связано с особенностью фазовой характеристики КИХ-фильтра: временная задержка, присущая системе управления с обратной связью, приводит к ненулевому наклону фазовой характеристики фильтра, вследствие чего по обеим сторонам от центральной частоты по-

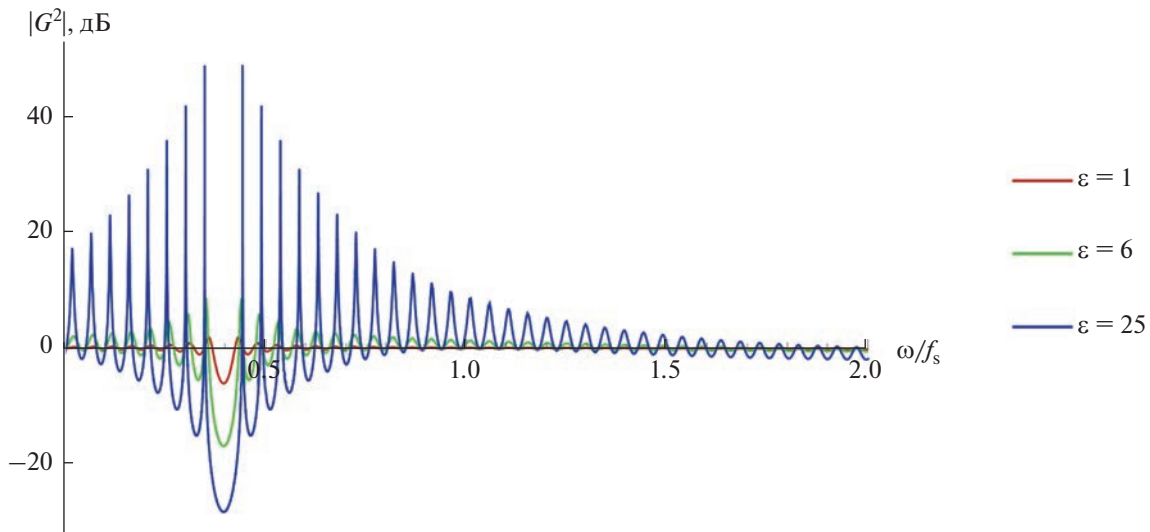


Рис. 2. Модельная передаточная характеристика системы при различных полных коэффициентах связи.

являются зоны, в которых фаза сдвигается на величину π , а значит, эффект управления инвертируется. Экспериментальная реализация системы управления описана в следующем разделе.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ. Использовалось коническое сопло с выходным диаметром $D = 50$ мм. Число Маха истечения струи составляло $M = 0.4$ (скорость около 137 м/с), число Рейнольдса по диаметру сопла и скорости истечения — $Re = 4.7 \times 10^5$. Крыло моделировалось плоской алюминиевой прямоугольной пластиной размерами $1.2 \times 0.35 \times 0.003$ м. Пластина была расположена параллельно оси струи так, что координаты ее задней кромки в плоскости симметрии системы составляли $l = 1.6D$, $h = 0.88D$ (рис. 1а).

Для генерации волн неустойчивости использовался актуатор высокочастотного диэлектрического барьерного разряда (ВЧ ДБР), установленный на внутренней поверхности сопла вблизи его кромки аналогично тому, как это было сделано в работе [22]. Использовались металлические сопла, покрытые алундовой керамикой толщиной 1 мм (рис. 3). Разряд создавался по краям металлического кольцевого электрода, наклеенного на внутреннюю поверхность сопла, а само сопло при этом служило вторым электродом (рис. 3б). Расстояние от кромки электрода до плоскости среза сопла составляло $l \approx 2-3$ мм (рис. 3), что обеспечивало достаточно высокую эффективность генерации волн неустойчивости.

Для измерения пульсаций использовалось пять 1/2" микрофонов Bruel & Kjaer типа 4189 в дальнем поле (далее обозначаются как $F1-F5$) и

пять 1/4" микрофонов Bruel & Kjaer типа 4935 в ближнем поле (далее обозначаются как $N1-N5$). Фотография экспериментальной установки и схема расположения микрофонов ближнего и дальнего поля показаны на рис. 4. Микрофоны дальнего поля были расположены на дуге радиусом $R = 24D$, которая была центрирована на задней кромке пластины. Два микрофона ($F1$ и $F2$) были расположены в точках, симметричных относительно пластины, под углом $\theta = 120^\circ$ к направлению потока для того, чтобы контролировать симметричность низкочастотного излучения, которая должна иметь место при рассеянии гидродинамических возмущений на задней кромке [5, 10, 11]. Микрофоны $F3$, $F4$, $F5$ располагались под углами $\theta = 90^\circ$, 60° , 30° соответственно. В ближнем поле четыре микрофона ($N1-N4$) были установлены в плоскости симметрии струи, параллельной пластине, в двух поперечных сечениях струи, микрофон $N5$, с которого брался опорный сигнал для системы управления, был установлен заподлицо в пластине на удалении $1.1D$ от ее задней кромки. Такое размещение опорного датчика несколько выше по потоку от кромки пластины было выбрано с целью уменьшения гидродинамической задержки и снижения влияния на сигнал рассеянного на кромке поля. Координаты микрофонов ближнего поля, безразмерные на диаметр сопла, в системе координат (x, y, z) , показанной на рис. 4б, приведены в таблице.

С целью определения базового уровня шума на микрофонах $F1-F5$ проводились вспомогательные измерения шума изолированной струи (без пластины).

Система управления в целом была аналогична той, которая использовалась в работе [22] для

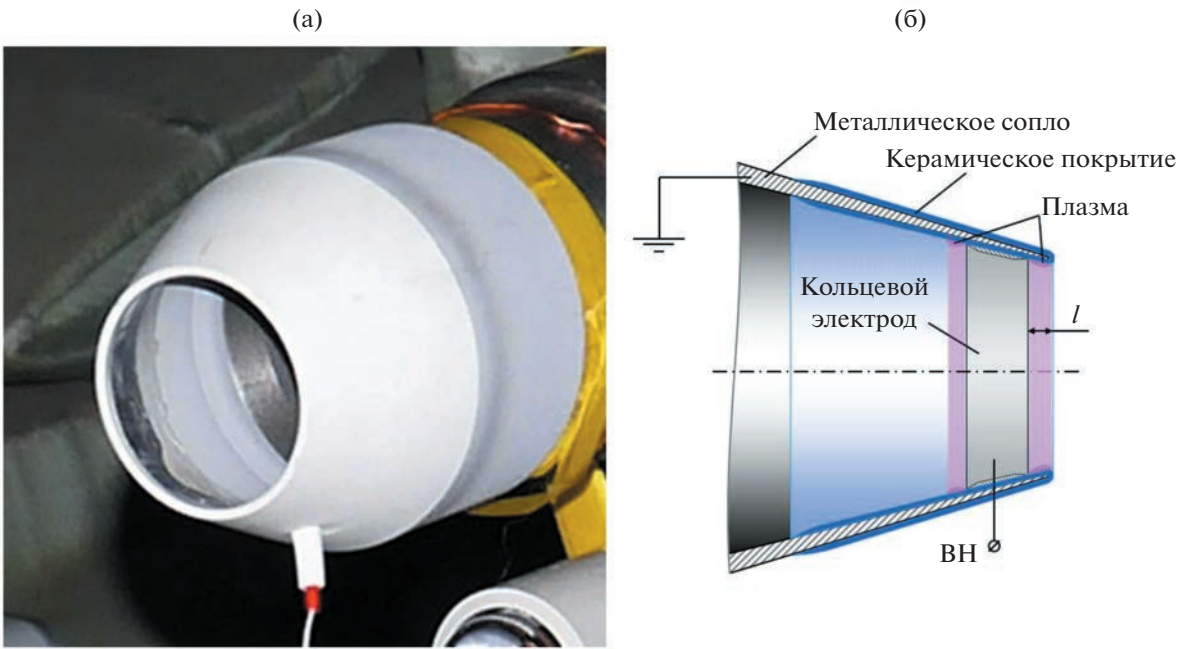


Рис. 3. Сопло с актуатором: (а) – фото; (б) – схема сопла в разрезе.

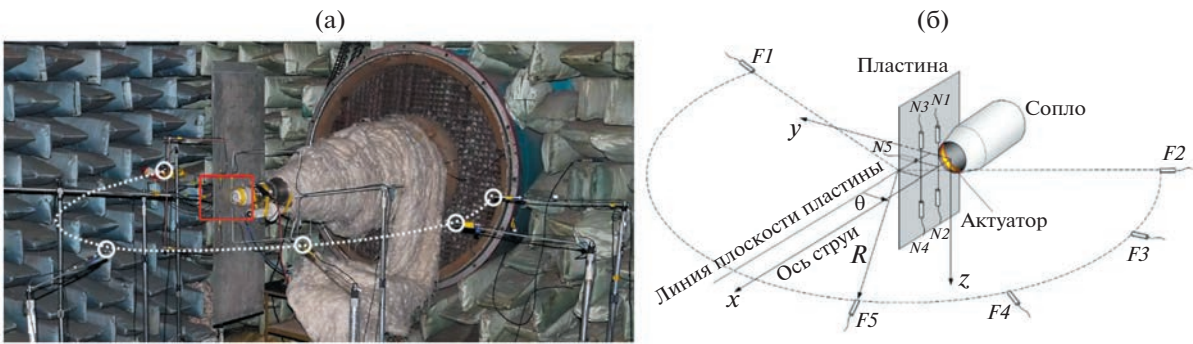


Рис. 4. (а) – Фотография экспериментальной установки в заглушенной камере АК-2, белыми маркерами отмечено расположение 5 микрофонов дальнего поля, красной рамкой отмечена область ближнего поля; (б) – схема расположения микрофонов в ближнем и дальнем поле струи.

свободных струй. Она была реализована на базе модуля LCARD E14-440D, объединяющего аналого-цифровой преобразователь (АЦП), цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) и цифровой сигнальный процессор (ЦСП) ADSP-2185M с тактовой частотой 48 МГц, микроконтроллер для

управления модулем и передачи данных через порт USB.

Таблица коэффициентов фильтра (9) загружалась в память модуля. Для ее замены производилась остановка АЦП и ЦАП. Фильтр использовал каждый 10-й отсчет АЦП, работающего с частотой 100 кГц на канал. Выходной сигнал, генерируемый с помощью ЦАП, использовался для модуляции частоты питающего напряжения. Высокое напряжение создавалось источником питания на основе транзисторных ключей с резонансным трансформатором в выходном каскаде. В результате модуляции частоты на правой ветви резонансной кривой выходного трансформатора ВЧ генератора напряжение питания разряда модулируется (уже на звуковых частотах) пропорцио-

Таблица 1. Координаты микрофонов ближнего поля

№ микр.	N1	N2	N3	N4	N5
x/D	0.4	0.4	1.7	1.7	0.5
y/D	0.0	0.0	0.0	0.0	0.88
z/D	-0.8	0.8	-0.98	0.98	0.0

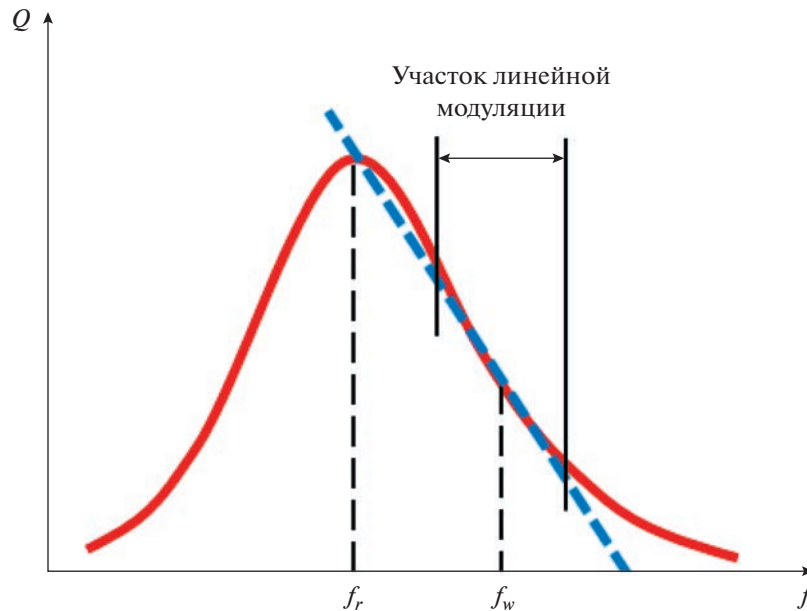


Рис. 5. Резонансная кривая выходного трансформатора ВЧ генератора.

нально выходному сигналу модуля (рис. 5). Эта линейность сохраняется вплоть до момента, когда отклонение частоты становится сопоставимым с расстоянием от рабочей точки f_w до максимума резонансной кривой f_r . Таким образом, интенсивность разряда изменялась сообразно сигналу, выходящему из ЦАП. В данной работе на актуатор подавалось синусоидальное напряжение с амплитудой 5–10 кВ и рабочей точкой $f_w = 185$ кГц при резонансной частоте $f_r = 160$ кГц.

Настройка параметров системы производилась вручную. Сначала были выбраны параметры КИХ-фильтра. Коэффициенты фильтра выбирались в виде $b_k = 2/N \cos(2\pi ki/N + \phi)$, $i = 8$, $N = 128$, что соответствовало центральной частоте $f_1 = 630$ Гц (число Струхала $St_1 = 0.23$). Выбор такой частоты обоснован в следующем разделе.

Затем соответствующая прошивка загружалась в модуль LCARD. Для реализации управления необходимо было отфильтрованный сигнал скорректировать по амплитуде и фазе (параметры ϵ и δ в формуле (8)). Соответствующие величины определялись эмпирически. Параметр ϵ варьировался за счет коэффициента модуляции β — коэффициента передачи между отфильтрованным сигналом и напряжением, приложенным к актуатору. Фазовый параметр δ регулировался введением временной задержки τ — эти параметры практически эквивалентны для узкополосных сигналов. Первое приближение для β выбиралось в режиме экспоненциального осреднения, при котором в реальном времени можно наблюдать за спектром сигналов. После нахождения β , при ко-

тором на спектре появлялся видимый эффект (усиления или ослабления), проводились серии измерений с пошаговым изменением параметров τ и β для нахождения режима, при котором эффект управления наиболее заметен. Параметр задержки τ изменялся в пределах $\Delta\tau \approx 1/f_c$ — характерного периода колебаний для узкополосного сигнала.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Сначала рассмотрим результаты измерений ближнего и дальнего поля струи в компоновке без управления. На рис. 6а приведены спектры пульсаций ближнего поля для всех микрофонов. Спектры пульсаций характеризуются повышенным уровнем в области низких частот, соответствующих числам Струхала $St < 1$. При смещении микрофонов вниз по потоку низкочастотный максимум в спектре становится более выраженным, и спектр приобретает известную структуру с характерным изломом в поведении спектра при переходе от средних частот, на которых спадание спектра близко к $St^{-20/3}$, к высоким, где уровень пульсаций спадает как St^{-2} (рис. 6а). Данная структура спектра пульсаций ближнего поля подробно изучена в работе [37]. Низкочастотная часть спектра пульсаций определяется гидродинамическими волнами неустойчивости, а высокочастотная — акустическими возмущениями. Именно рассеяние низкочастотных гидродинамических возмущений на задней кромке пластины объясняет увеличение шума струи при ее нахождении вблизи крыла [4, 5, 10, 11].

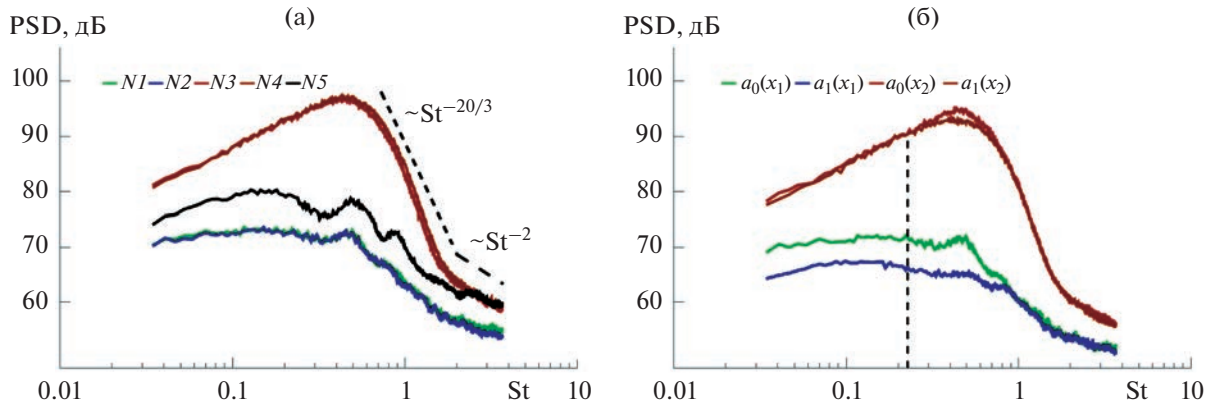


Рис. 6. Спектры ближнего поля установленной струи: (а) — полный сигнал; (б) — модальный состав. Управление включено.

В дополнение к спектрам суммарных сигналов для пар микрофонов $N1-N2$ (сечение x_1) и $N3-N4$ (сечение x_2) было проведено разложение на симметричные и антисимметричные компоненты в соответствии с формулами

$$\begin{aligned} a_0(x, t) &= (s_1(x, t) + s_2(x, t))/2, \\ a_1(x, t) &= (s_1(x, t) - s_2(x, t))/2, \end{aligned} \quad (10)$$

где s_1 и s_2 — сигналы, измеренные в симметричных противоположных точках ближнего поля струи в некотором поперечном сечении. Для пары $N1-N2$ обозначим симметричные и антисимметричные компоненты как $a_0(x_1)$ и $a_1(x_1)$, а для пары $N3-N4$ — как $a_0(x_2)$ и $a_1(x_2)$ соответственно. Поскольку, как показано в работе [11], в ближнем поле струи на низких частотах доминируют первые две азимутальные гармоники, можно считать, что выражение (10) дает приближенную оценку величин осесимметричной и первой косинус-мод в разложении акустического поля на азимутальные фурье-компоненты.

Спектры симметричной и антисимметричной компонент пульсаций показаны на рис. 6б. Для удобства последующего анализа целевая частота для управления показана вертикальной пунктирной линией. Как видно, в первом поперечном сечении (микрофоны $N1, N2$) доминируют осесимметричные возмущения, в то время как во втором сечении (микрофоны $N3, N4$) интенсивности симметричной и антисимметричной мод оказываются близкими.

Структура пульсаций ближнего поля, в которой доминируют осесимметричные возмущения, позволяет ожидать, что управление ими, реализуемое кольцевым актуатором, будет иметь заметный эффект как в ближнем, так и в дальнем поле. Спектры шума системы “сопло–пластина” в дальнем поле показаны на рис. 7. Для удобства на всех графиках приведены спектры шума свободной

струи (без пластины). Для микрофонов, расположенных в боковом направлении ($F3$) и направлении вверх по потоку ($F1, F2$), хорошо заметен низкочастотный ($St < 0.8$) шум взаимодействия струи и пластины, превышающий шум свободной струи на величину ~ 10 дБ. Отметим, что этот шум симметричен относительно пластины (рис. 7а), что согласуется с теоретическими моделями [5, 10, 11]. Данный шум имеет направленность с выраженным минимумом вниз по потоку вдоль плоскости пластины, поэтому для микрофонов $F4, F5$ его вклад в общий шум все менее заметен.

Далее рассмотрим ситуацию с включенной системой управления. Отметим, что разброс экспериментальных данных, связанных с повторяемостью измерений, составлял около 0.4 дБ, что меньше тех эффектов, которые обсуждаются ниже. На рис. 8а показан модуль функции когерентности γ между сигналом с микрофона $N5$, установленного на пластине, и микрофонами дальнего поля. Видно, что для микрофонов $F1, F3$ величина когерентности весьма велика и достигает 0.7, что говорит о доминирующем вкладе пульсаций ближнего поля, регистрируемых микрофоном $N5$, в шум взаимодействия струи и пластины. Именно поэтому микрофон $N5$ был выбран в качестве микрофона обратной связи для тестирования системы управления. Максимальная когерентность наблюдается в области $0.1 < St < 0.3$, поэтому частота для управления была выбрана из данной области ($St_l = 0.23$).

После настройки амплитудно-фазовых характеристик системы управления, процедура которой описана в разделе 2, были записаны сигналы при включенной системе управления. На рис. 8б показан модуль функции когерентности γ между сигналом с микрофона $N5$, установленного на пластине, и микрофонами дальнего поля при включенной системе. Видно, что на частоте управления когерентность существенно падает

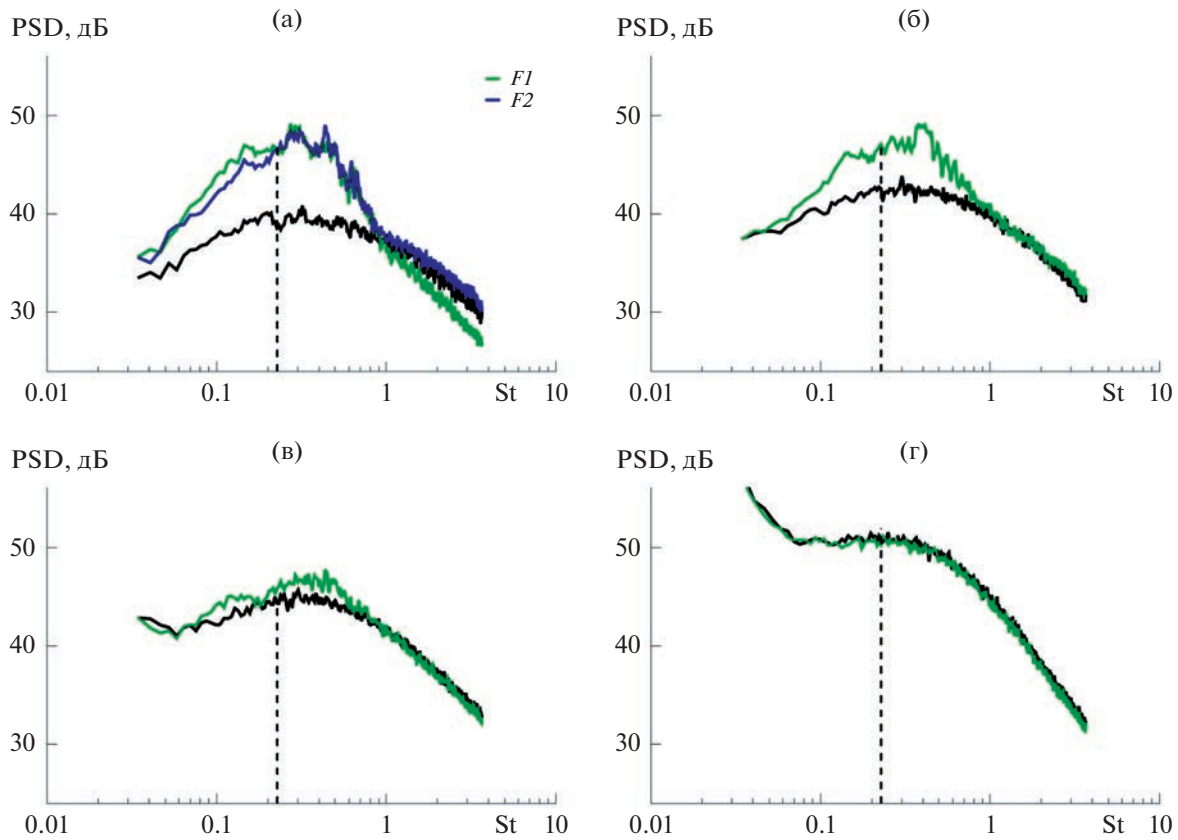


Рис. 7. Спектры дальнего поля установленной (цветные кривые) и изолированной (черные кривые) струи в различных точках наблюдения: (а) – микрофоны $F1$, $F2$; (б) – $F3$; (в) – $F4$; (г) – $F5$. Управление выключено.

(до уровней ~ 0.2), что говорит об эффективном подавлении той части пульсаций ближнего поля, которая отвечает за шум взаимодействия. Эффект управления не заметен лишь на микрофоне $F5$, для которого вклад шума взаимодействия в измеряемый сигнал, а значит, и значение когерентности с сигналом $N5$, очень малы. Для наглядности влияние управления на когерентность показано на рис. 9 в виде графиков величины $\partial\gamma = (|\gamma_{\text{вкл}}|/|\gamma_{\text{выкл}}| - 1) \times 100\%$ – относительного изменения модуля когерентности при активации системы управления.

Рассмотрим далее влияние управления непосредственно на спектры сигналов. На рис. 10 приведены спектры пульсаций в ближнем поле струи при включенной системе управления. Видно, что при включении системы управления изменяется именно осесимметричная часть ближнего поля в области расположения опорного датчика x_1 (рис. 10а). При этом в сечении x_2 , которое расположено на уровне задней кромки пластины, влияние управления не наблюдается. Это может быть связано с тем, что в данном сечении велик вклад рассеянного на кромке поля, а значит, состав азимутальных мод более богат, и па-

ры микрофонов уже недостаточно для корректного выделения осесимметричной части возмущений. На рис. 11 эффект управления показан в виде разностных спектров $\partial\text{PSD} = \text{PSD}_{\text{вкл}} - \text{PSD}_{\text{выкл}}$, где $\text{PSD}_{\text{выкл}}$ – спектр сигнала с выключенной системой управления, $\text{PSD}_{\text{вкл}}$ – с включенной системой. На опорном датчике эффект подавления пульсаций на центральной частоте фильтра достигает 3 дБ.

Рассмотрим результаты, полученные для дальнего поля. Соответствующие спектры для управляемой струи показаны на рис. 12 вместе с базовыми спектрами шума свободной струи (черные кривые) и шума системы “сопло–пластина” без управления (серые кривые). Сравнивая красные и серые кривые, можно отметить, что с использованием плазменного актуатора в системе с обратной связью в режиме подавления на управляющей частоте можно добиться заметного снижения в области вверх по потоку в боковом направлении (микрофоны $F1$ – $F3$), при этом поле на остальных частотах остается неизменным. Для области вниз по потоку (микрофоны $F4$ – $F5$, рис. 12г) изменение в спектре на частоте управления практически незаметно. Это объясняется тем, что вклад шума

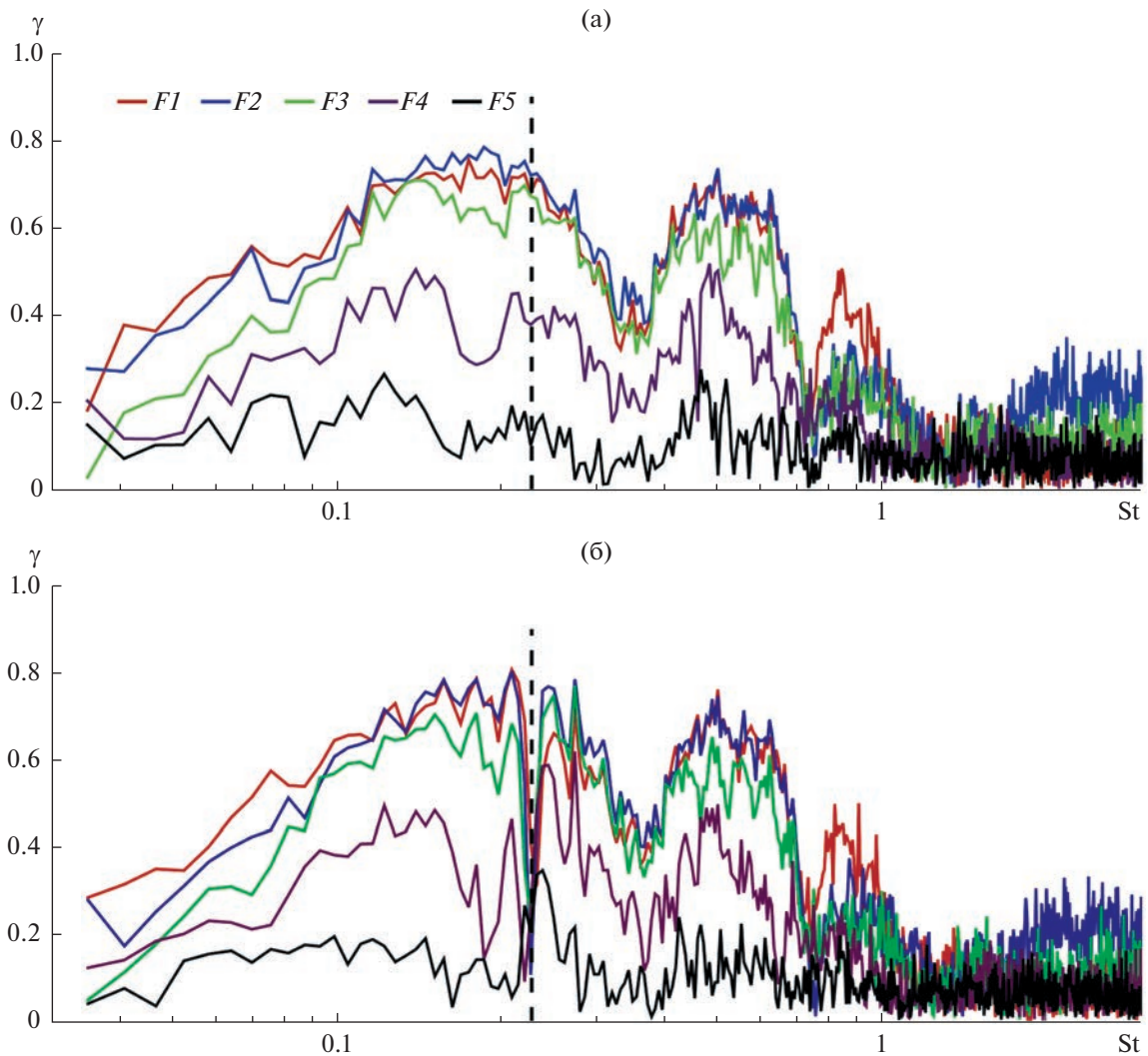


Рис. 8. Проверка статистической связи сигнала управляющего микрофона $N5$ с сигналами в дальней зоне $F1$ – $F5$: (а) – без управления ($|\gamma_{\text{выкл}}|$); (б) – с управлением в режиме подавления возмущений ($|\gamma_{\text{вкл}}|$). Вертикальной линией отмечено значение St_l .

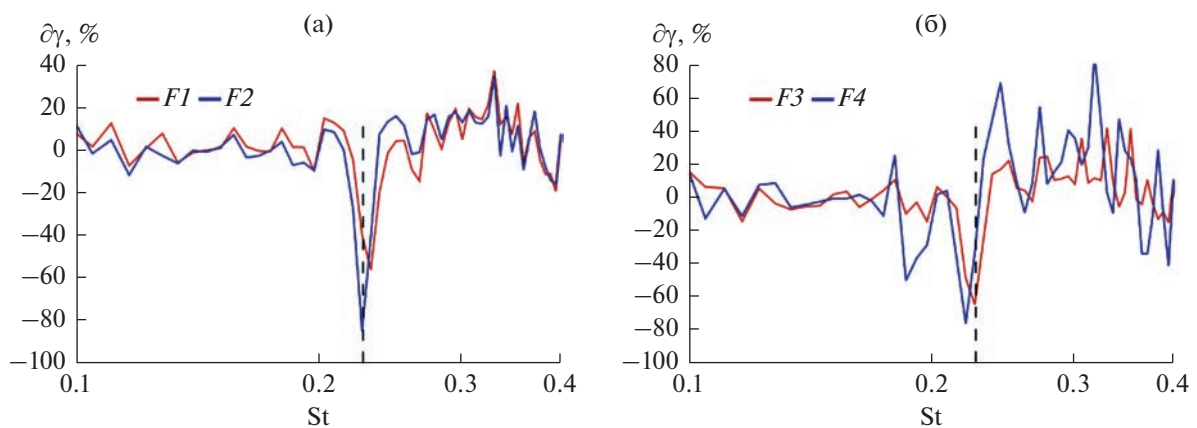


Рис. 9. Изменение когерентности между сигналом $N5$ и сигналами дальнего поля при включении управления: (а) – сигналами $F1, F2$; (б) – $F3, F4$. Вертикальной линией отмечено значение St_l .

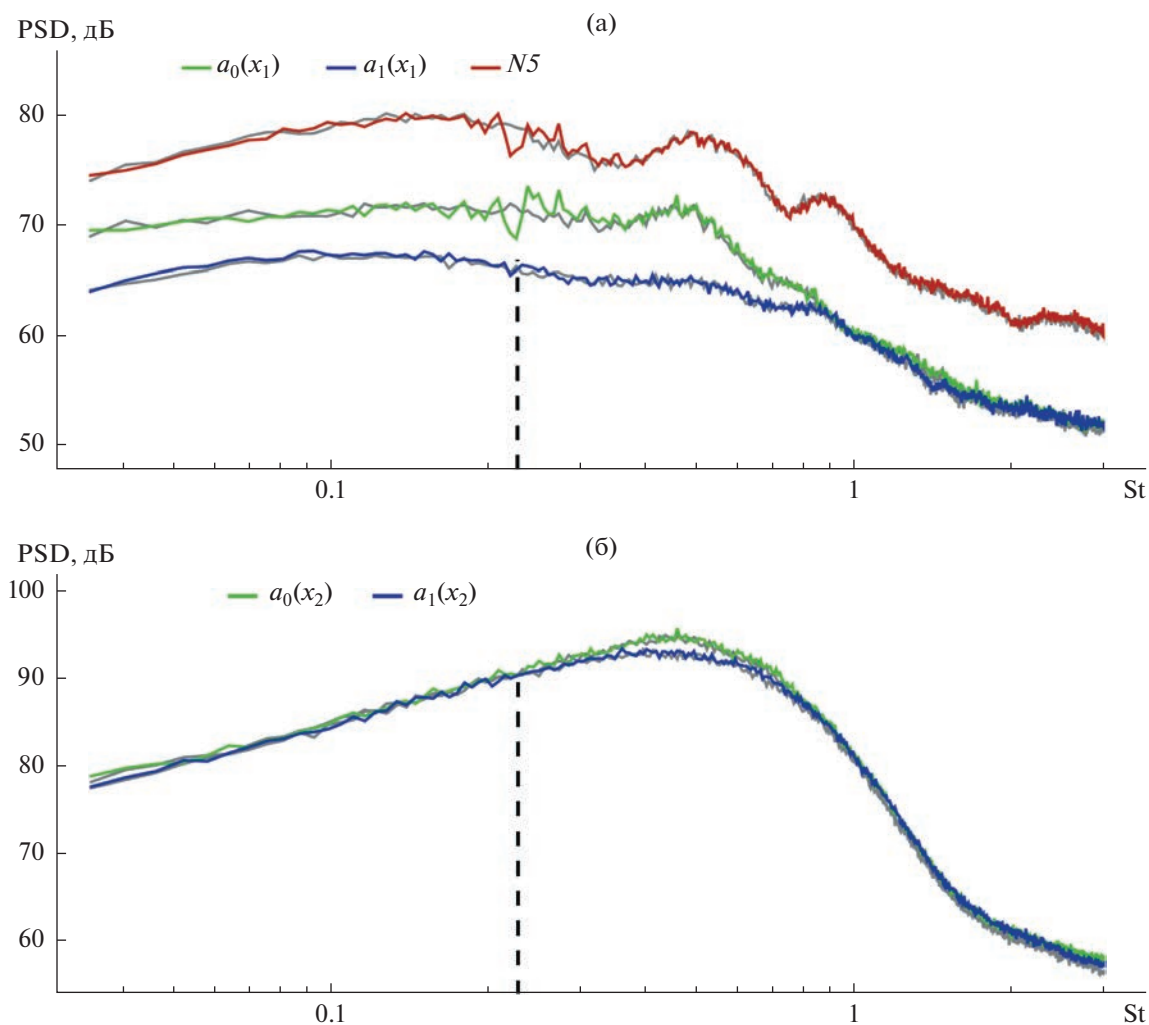


Рис. 10. Спектры пульсаций в ближнем поле струи при включенной системе управления ($PSD_{\text{вкл}}$): (а) – сечение x_1 ; (б) – сечение x_2 . Серым цветом представлены соответствующие спектры при выключенном управлении ($PSD_{\text{выкл}}$). Вертикальной линией отмечено значение St_1 .

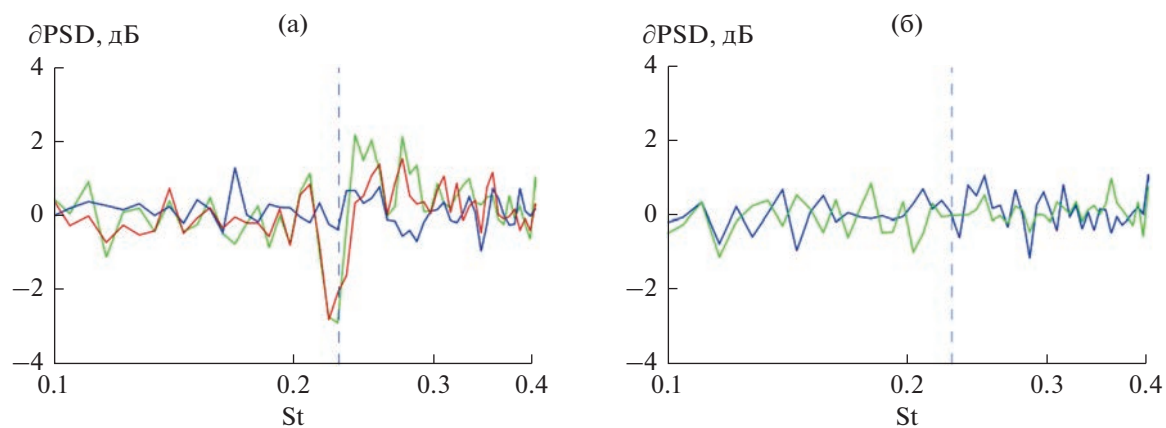


Рис. 11. Изменение спектров ближнего поля струи при включении системы управления $\delta PSD = PSD_{\text{вкл}} - PSD_{\text{выкл}}$: (а) – сечение x_1 ; (б) – сечение x_2 . Обозначение кривых представлено на рис. 10.

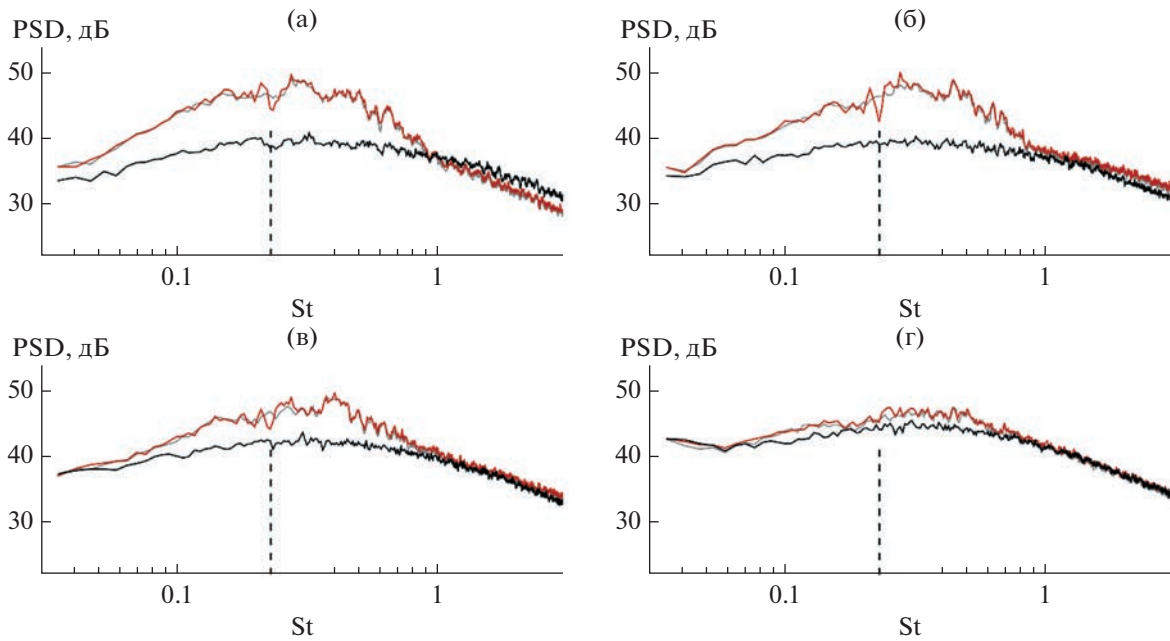


Рис. 12. Спектры шума в дальнем при включенном управлении (красные линии, $PSD_{вкл}$): (а) – микрофон $F1$; (б) – $F2$; (в) – $F3$; (г) – $F4$. Серым цветом представлены соответствующие спектры при выключенном управлении ($PSD_{выкл}$), черным цветом – спектры свободной струи.

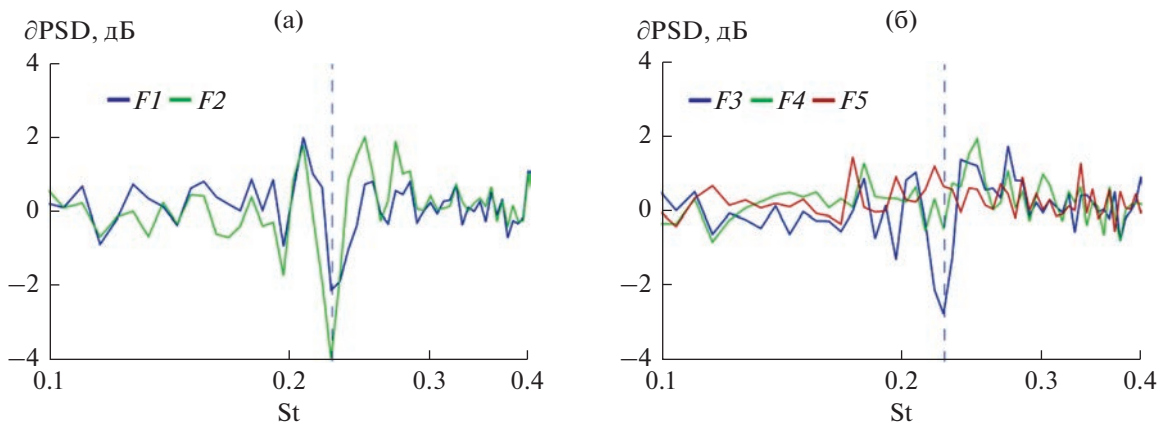


Рис. 13. Изменение спектров шума в дальнем при включении системы управления $\Delta PSD = PSD_{вкл} - PSD_{выкл}$: (а) – микрофоны $F1, F2$; (б) – $F3-F5$.

взаимодействия (ввиду особенности его направленности [11]) в суммарное поле для данной области углов наблюдения мал.

На рис. 13 более наглядно представлено изменение уровня шума дальнего поля при включении системы управления. Видно, что вверх по потоку и в боковом направлении снижение на центральной частоте фильтра достигает величины 2–4 дБ. При этом можно отметить, что зоны подавления возмущений в ближнем поле (рис. 11а) и шума в дальнем поле (рис. 13а) сопровождаются зонами

усиления сигнала в соответствии с моделью, описанной в разделе 1.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе реализована концепция активного подавления шума взаимодействия струи и пластины в узкой полосе частот с помощью плазменного актуатора ВЧ ДБР в составе системы управления с обратной связью. Алгоритм управления аналогичен тому, что использовался в работе [22]: он реализован с использованием модуля LCARD

E14-440D и основан на фильтрации опорного сигнала в узкой полосе частот в режиме реального времени и подаче этого сигнала в систему управления актуатором с введением амплитудной и фазовой коррекций. Представленная в данной работе система ориентирована на управление осесимметричными возмущениями ближнего поля в области задней кромки пластины, интенсивность которых линейно связана с интенсивностью шума взаимодействия.

Показано, что правильные настройки системы управления позволяют ослабить сигнал на опорном микрофоне примерно на 3 дБ в узкой полосе частот, определенной цифровым фильтром, реализованным в модуле управления. На частотах, несколько ниже и выше центральной частоты фильтра, наблюдаются боковые лепестки усиления сигнала, что связано с фазовыми характеристиками цифрового фильтра. Показано, что управляющее воздействие влияет только на осесимметричную моду возмущений ближнего поля.

Ослабление осесимметричной моды в ближнем поле струи на заданной частоте приводит к соответствующему снижению шума взаимодействия струи и пластины. Эффективность шумоподавления на целевой частоте составляет около 2–4 дБ на микрофонах, расположенных в направлениях выше по потоку, где шум взаимодействия доминирует, и уменьшается при движении наблюдателя вниз по течению по мере уменьшения вклада в суммарный сигнал шума взаимодействия вследствие его специфической направленности.

Результаты настоящей работы демонстрируют реальную возможность снижения шума взаимодействия струи и крыла в узкой полосе частот. Для усиления эффекта снижения шума, как по амплитуде, так и ширине полосы подавления, необходима более тщательная настройка системы управления, включающая в себя экспериментальное измерение входящих в уравнение обратной связи передаточных функций с целью определения требуемых амплитудно- и фазово-частотных характеристик фильтра, а также проектирование цифрового фильтра, реализующего данные характеристики.

Экспериментальные результаты получены с использованием УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-15-2022-1036.

Работа сотрудников ФАУ “ЦАГИ” в части проведения измерений ближнего и дальнего поля и разработки концепции управления выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 21-71-30016).

Разработка и реализация плазменного актуатора с системой питания и управления была выполнена сотрудниками ФГБУ ОИВТ РАН в рамках государственного задания РФ № 075-01056-22-00.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mengle V.G.* The Effect of Nozzle-to-Wing Gulley Height on Jet Flow Attachment to the Wing and Jet-Flap Interaction Noise // AIAA Paper 2011-2705, 2011.
2. *Mead C.J., Strange P.J.R.* Under-wing installation effects on jet noise at sideline // AIAA Paper 98-2207, 1998.
3. *Mengle V.G., Brusniak L., Elkoby R.* Reducing Propulsion Airframe Aeroacoustic Interactions with Uniquely Tailored Chevrons: 3. Jet-Flap interaction // AIAA Paper 2006-2435, 2006.
4. *Kopiev V.F., Faranosov G.A., Zaytsev M.Yu., Vlasov E.V., Karavosov R.K., Belyaev I.V., Ostrikov N.N.* Intensification and suppression of jet noise sources in the vicinity of lifting surfaces // AIAA Paper 2013-2284, 2013.
5. *Cavalieri A.V.G., Jordan P., Wolf W.R., Gervais Y.* Scattering of wavepackets by a flat plate in the vicinity of a turbulent jet // J. Sound Vib. 2014. V. 333. P. 6516–6531.
6. *Kopiev V., Belyaev I., Faranosov G., Kopiev V.I., Ostrikov N., Zaytsev M., Paragin G.* Numerical and Experimental Study of JFI Effect on Swept Wing // AIAA Paper 2014-3060, 2014.
7. *Lawrence J.* Aeroacoustic Interactions of Installed Subsonic Round Jets // PhD thesis, Univ. of Southampton, 2014.
8. *Vera J., Self R.H., Kingan M.J.* The prediction of the radiated pressure spectrum produced by jet-wing interaction // AIAA Paper 2015-2216, 2015.
9. *Беляев И.В., Копьев В.Ф., Зайцев М.Ю., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А.* Исследование влияния угла отклонения закрылка на шум взаимодействия двухконтурной струи и стреловидного крыла в спутном потоке // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 17–29.
10. *Lyu B., Dowling A.P., Naqavi I.* Prediction of installed jet noise // J. Fluid Mech. 2017. V. 811. P. 234–268.
11. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
12. *Piantanida S., Jaunet V., Huber J., Wolf W., Jordan P., Cavalieri A.V.G.* Scattering of turbulent-jet wavepackets by a swept trailing edge // AIAA Paper 2015-2998, 2015.
13. *Mankbadi R.R.* Dynamics and Control Coherent Structures in Turbulent Jets // Applied Mechanics Reviews. 1992. V. 45. № 6. P. 219–248.
14. *Kopiev V.F.* On the possibility and prospects of turbulent flow noise control // CD-ROM Proceedings FM11-12156 XXI ICTAM. 15–21 August 2004. Warsaw. Poland.
15. *Samimy M., Kim J.H., Adamovich I., Utikin Y., Kastner J.* Toward Noise Mitigation in High Speed and High Reynolds Number Jets Using Plasma Actuators // AIAA Paper 2006-2703, 2006.

16. Копьев В.Ф., Битюрин В.А., Беляев И.В., Годин С.М., Зайцев М.Ю., Климов А.И., Копьев В.А., Моралев И.А., Остриков Н.Н. Управление шумом струи с помощью плазменных актуаторов диэлектрического барьерного разряда // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 473–482.
17. Samimy M., Kearney-Fischer M., Kim J.H. High-speed and high-Reynolds-number jet control using localized arc filament plasma actuators // Journal of Propulsion and Power. 2012. V. 28. № 2. P. 269–280.
18. Беляев И.В., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А. Акустическое управление волнами неустойчивости в турбулентной струе // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 1. С. 19–30.
19. Kopiev V.F., Akishev Y.S., Belyaev I.V., Berezhetskaya N.K., Bityurin V.A., Faranosov G.A., Grushin M.E., Klimov A.I., Kopiev V.A., Kossyi I.A., Moralev I.A., Ostrikov N.N., Taktakishvili M.I., Trushkin N.I., Zaytsev M.Yu. Instability wave control in turbulent jet by plasma actuators // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 47. P. 1–18.
20. Crawley M., Sinha A., Samimy M. Near-field and acoustic far-field response of a high-speed jet to excitation // AIAA Journal. 2015. V. 53. № 7. P. 1894–1909.
21. Sinha A., Towne A., Colonius T., Schlinker R.H., Reba R., Simonich J.C., Shannon D.W. Active control of noise from hot supersonic jets // AIAA J. 2017. V. 56. № 3. P. 933–948.
22. Копьев В.Ф., Бычков О.П., Копьев В.А., Фараносов Г.А., Моралев И.А., Казанский П.Н. Управление волнами неустойчивости в невозбужденной турбулентной струе с помощью плазменных актуаторов в узкой полосе частот // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 4. С. 431–439.
23. Беляев И.В., Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. Разработка стратегии активного управления волнами неустойчивости в невозбужденных турбулентных струях // Изв. РАН МЖГ. 2018. № 3. С. 14–27.
24. Suzuki T., Colonius T. Instability waves in a subsonic round jet detected using a near-field phased microphone array // J. Fluid Mech. 2006. V. 565. P. 197–226.
25. Jordan P., Colonius T. Wave Packets and Turbulent Jet Noise // Annual Review of Fluid Mechanics. 2013. V. 45. P. 173–195.
26. Kopiev V., Faranosov G., Bychkov O., Kopiev V.I., Moralev I., Kazansky P. Active control of jet-plate interaction noise for excited jets by plasma actuators // J. Sound Vib. 2020. V. 484. P. 115515.
27. Копьев В.Ф., Фараносов Г.А. Управление волной неустойчивости в двумерной задаче о кромке сопла // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 371–379.
28. Фараносов Г.А. Теоретическое исследование эффективности внешнего возбуждения волн неустойчивости в двумерной модели кромки сопла // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 549–555.
29. Milling R. Tollmien–Schlichting wave cancellation // Phys. Fluids. 1981. V. 24. № 5. P. 979–981.
30. Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. О двух подходах к моделированию шума низкоскоростных дозвуковых струй // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 506. № 1. (в печати).
31. Moralev I., Sherbakova V., Selivonin I., Bityurin V., Ustinov M. Effect of the discharge constriction in DBD plasma actuator on the laminar boundary layer // Int. J. Heat Mass Transf. 2018. V. 116. P. 1326–1340.
32. Kazansky P.N., Klimov A.I., Moralev I.A. High-frequency actuator control of air flow near a circular cylinder: Impact of the discharge parameters on the cylinder aerodynamic drag // High Temp. 2012. V. 50. № 3. P. 323–30.
33. Thomas F.O., Kozlov A., Corke T.C. Plasma actuators for cylinder flow control and noise reduction // AIAA J. 2008. V. 46. № 8 P. 1921–1931.
34. Kopiev V.F., Kazansky P.N., Kopiev V.A., Moralev I.A., Zaytsev M.Yu. HF DBD plasma actuators for reduction of cylinder noise in flow // Journal of Physics D: Applied Physics. 2017. V. 50. 475204.
35. Faranosov G., Bychkov O.P., Kopiev V., Kopiev V.A., Moralev I., Kazansky P. Plasma-based active closed-loop control of instability waves in unexcited turbulent jet. Part 2. Installed jet // AIAA Paper 2019–2558, 2019.
36. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. М.: Советское радио, 1980.
37. Arndt R.E.A., Long D.F., Glauser M.N. The proper orthogonal decomposition of pressure fluctuations surrounding a turbulent jet // J. Fluid Mech. 1997. V. 340. P. 1–33.

УДК 534.6.08

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ДИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЗВУКА С ПОМОЩЬЮ ПЛОСКИХ МИКРОФОННЫХ АНТЕНН

© 2023 г. В. Ф. Копьев^а, В. В. Ершов^б, *, И. В. Храмцов^б, О. Ю. Кустов^б

^аФАУ ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ,
ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия

^бПермский национальный исследовательский политехнический университет,
Комсомольский просп. 29, Пермь, 614990 Россия

*e-mail: ersvic@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.12.2022 г.

После доработки 15.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Разработан метод проведения настройки микрофонной решетки на оптимальное качество визуализации акустических диполей. Проведена генерация акустических диполей в экспериментальных условиях в заглушенной камере с помощью обтекания дозвуковым воздушным потоком тонкого металлического стержня и тонкой прямоугольной пластины. Для подтверждения работоспособности созданного подхода проведен сравнительный анализ карт визуализации, полученных с использованием разработанного подхода, с результатами, полученными с использованием решетки подобного класса, настроенной традиционным монополярным способом. Разработанный подход, адаптирующий решетку к дипольной модели излучения и основанный на модификации передаточных функций, учитывающих влияние направленности падения звуковых волн, демонстрирует повышение динамического диапазона решетки при использованном оптимальном размещении микрофонов.

Ключевые слова: микрофонная антенна, плоский бимформинг, акустический диполь, локализация источников шума

DOI: 10.31857/S0320791923600063, **EDN:** IUGYUM

ВВЕДЕНИЕ

Широкое применение в мировой практике микрофонных решеток для визуализации источников шума различного характера [1–3] обусловлено рядом причин. Одними из главных преимуществ использования многоканальных решеток является возможность проведения бесконтактной диагностики акустического излучения в широком диапазоне частот, простота постановки эксперимента в различных условиях его проведения (например, в открытом или ограниченном пространстве), а также вариативность интерпретации результатов измерений в зависимости от применяемых программных кодов пост-обработки, содержащих приоритетную информацию о модели излучения искомым звуковым источникам и об их когерентности. Существует множество различных типов микрофонных решеток, предназначенных для решения конкретных акустических задач. Широко распространены складные лучевые плоские решетки, сочетающие в себе большую измерительную площадь и простоту

транспортировки, которые применяются для измерения источников шума крупногабаритных объектов (например, воздухозаборника [4] или струи авиационного двигателя [5]).

Пост-обработка матрицы сигналов звукового давления, синхронно регистрируемых микрофонами в решетке, выполняется с помощью различных процедур бимформинга [6–10], в результате работы которых становится возможным провести модельную реконструкцию звукового поля в плоскости сканирования, удаленной от решетки на заведомо известное расстояние. Классический алгоритм плоского бимформинга (Conventional Beamforming) решает данную задачу путем разбиения исследуемой области пространства дискретной сеткой, в узлах которой находятся некоррелированные точечные монополярные источники с неизвестной амплитудой, подлежащей дальнейшей оценке [6]. Путем выполнения ряда математических операций, минимизирующих невязку экспериментально полученной самосопряженной матрицы взаимных пар ком-

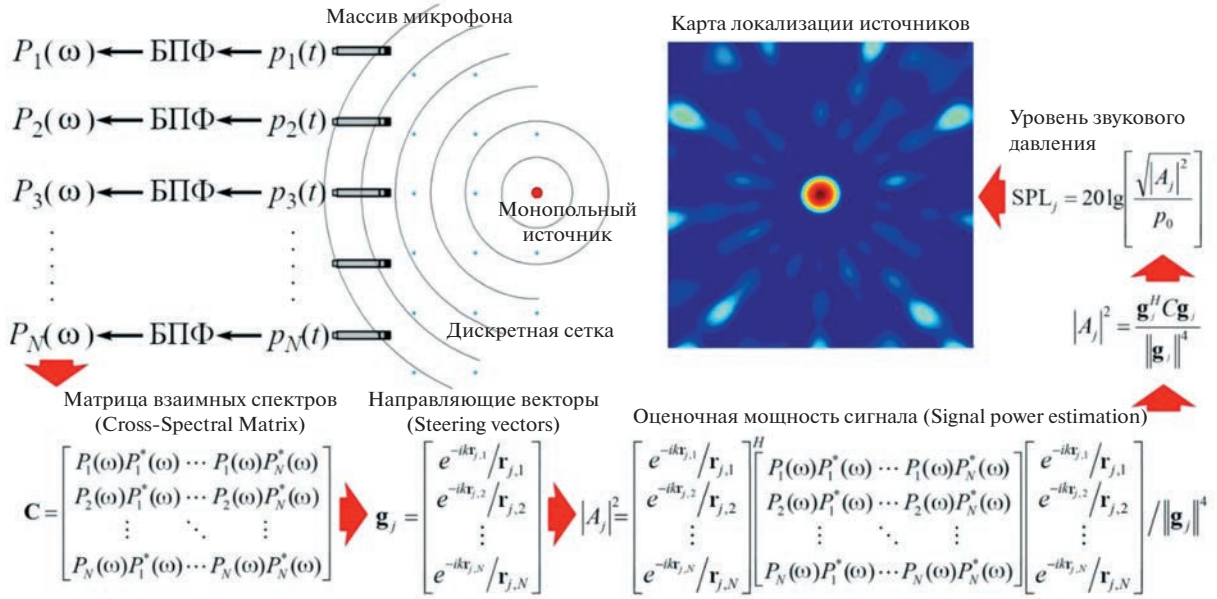


Рис. 1. Схематическое представление метода плоского бимформинга.

плексных сигналов с ее модельным представлением, определяются значения амплитуд для каждой точки дискретной сетки, на основе которых формируется конечная карта визуализации. Схематическое представление данного алгоритма представлено на рис. 1.

Звуковое давление монополя в частотной области в общем виде можно записать как $p(\mathbf{x}, \omega) = a(\omega)g(\mathbf{x}, \omega)$, где $a(\omega)$ — амплитуда давления; $g(\mathbf{x}, \omega)$ — передаточная функция, связывающая координаты узлов сетки с позициями микрофонов в решетке; $\mathbf{x}$ — вектор с координатами текущего узла сетки и позицией микрофона; ω — круговая частота. Далее формируется набор звуковых давлений в частотной области с помощью быстрого преобразования Фурье в виде N -мерного вектора $\mathbf{p} = (p_1(\omega) \dots p_N(\omega))^T$, где $p_n(\omega)$ — сигнал в частотной области; $n = 1 \dots N$ — индекс микрофона в диапазоне общего числа микрофонов N в решетке; $(\dots)^T$ — операция транспонирования. Затем формируется матрица взаимных спектров $\mathbf{C} = \mathbf{p}\mathbf{p}^*/2$ и проводится минимизация методом наименьших квадратов невязки экспериментально полученной самосопряженной матрицы $\mathbf{C}$ с ее модельным представлением, что можно записать как $J = \|\mathbf{p} - \bar{a}\mathbf{g}\|^2$, где $\mathbf{g} = (g_1(\omega) \dots g_N(\omega))^T$. Аналитическое решение набора комплексных амплитуд выражается в виде $\bar{a} = \mathbf{g}^*\mathbf{p}/\|\mathbf{g}\|^2$, на основе которого можно записать уравнение (1) для вычисления расчетной мощности сигналов в каждом узле дискретной сетки [11]:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{1}{2}|\bar{a}|^2 = \frac{1}{2}\bar{a}\bar{a}^* = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{g}^*\mathbf{p}}{\|\mathbf{g}\|^2}\right)\left(\frac{\mathbf{g}^*\mathbf{p}}{\|\mathbf{g}\|^2}\right)^* = \\ &= \frac{1}{2}\frac{\mathbf{g}^*\mathbf{p}\mathbf{p}^*\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|^4} = \frac{\mathbf{g}^*\mathbf{C}\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|^4}. \end{aligned} \quad (1)$$

Монопольной модели обработки зачастую бывает вполне достаточно для решения широкого круга задач. Однако в аэроакустике часто приходится встречаться с источниками немонопольного типа, например, шум обтекания имеет дипольный характер [12]. Существующие методы настройки микрофонных антенн также основаны на монопольном представлении источника звука. Очевидно, что для источников звука, имеющих другой характер, требуются специальные алгоритмы настройки, созданию которых и посвящена данная работа.

В мировой практике реализация алгоритмов локализации акустических диполей была проведена различными исследователями [13–16]. Существует два основных подхода, первый из которых заключается в коррекции непосредственно самих акустических сигналов, формирующих самосопряженную матрицу $\mathbf{C}$, после чего обработка производится традиционным способом, согласно уравнению (1) [17]. Однако данный подход требует наличия существенных вычислительных ресурсов из-за неидеального совмещения фаз сигналов и ограничивается рассмотрением только одного фиксированного диполя. Второй подход заключается в коррекции самого алгоритма бимформинг путем модификации направляющих пе-

редаточных функций с учетом ориентации дипольного момента относительно плоскости размещения решетки [13, 15]. Именно данный способ был реализован в настоящей работе.

Ключевым моментом в реализации дипольного алгоритма обработки является выбор направляющих функций $\mathbf{g}$. В отличие от монопольного источника, акустический диполь имеет свойство направленности — косинусоидальной зависимости величины амплитуды от угла падения звуковой волны относительно наблюдателя (в данном случае, относительно плоскости размещения решетки). С учетом данного факта, направляющие векторы для продольных и поперечных (x и y) диполей соответственно можно записать в виде системы уравнений [14, 18]:

$$\begin{aligned} g_{nj}^x(\omega, \vec{r}_n, \vec{r}_j) &= \frac{e^{-ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|}}{2k\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|^2} (-1 + ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|) \cos \phi = \\ &= \frac{e^{-ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|}}{2k\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|^3} (x_n - x_j) (-1 + ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|), \\ g_{nj}^y(\omega, \vec{r}_n, \vec{r}_j) &= \frac{e^{-ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|}}{2k\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|^2} (-1 + ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|) \cos \theta = \\ &= \frac{e^{-ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|}}{2k\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|^3} (y_n - y_j) (-1 + ik\|\vec{r}_n - \vec{r}_j\|), \end{aligned} \quad (2)$$

где x_n и y_n — проекции координат микрофонов на оси Ox и Oy соответственно; x_j и y_j — проекции координат сканируемых точек сетки на оси Ox и Oy соответственно; $\cos \phi$ и $\cos \theta$ — косинусы углов азимута и места соответственно. Для удобства проведения вычислений, алгоритмическую последовательность можно выразить в матричной форме, по аналогии с уравнением (1).

На степень достоверности и подробности конечной карты визуализации напрямую влияют два фактора: выбор типа микрофонной решетки и параметров ее настройки, а также способа постобработки регистрируемых сигналов. С целью повышения общего качества локализации, активно развиваются методы настройки решеток путем поиска оптимального размещения микрофонов, формирующих двумерную координатную схему акустического массива [19–21]. Выбор позиций микрофонов при сохранении их общего числа напрямую влияет на детализированность финальной карты визуализации за счет их прямого воздействия на уровни пиков паразитных боковых лепестков, которые в определенных случаях могут проявляться в качестве псевдоисточников, ошибочно принимаемых за реальное акустическое излучение. Кроме того, необходимо обеспе-

чить высокое разрешение системы локализации для качественного разделения близкорасположенных звуковых источников между собой. Таким образом, основная задача проведения оптимизации — добиться оптимального сочетания высоких значений динамического диапазона в совокупности с высокой разрешающей способностью решетки.

Для достижения данной цели применяются различные способы оптимизации, с учетом оптимальных затрат вычислительных мощностей, скорости сходимости, способности алгоритма к преодолению локальных минимумов целевой функции и т.д. Применяются такие методы, как минимаксная оптимизация [19], метод дифференциальной эволюции [21], являющийся одним из вариантов генетического алгоритма [22, 23], выпуклая оптимизация [24], численные методы глобальной оптимизации, например, алгоритм имитации отжига (Simulated Annealing) в комбинации с применением внутриблочного метода Монте-Карло (Intra-Block Monte Carlo) [25], а также многие другие [26, 27]. Однако в этих работах рассматриваются только методы настройки решеток на оптимальное качество локализации источников монопольного типа, и не уделяется внимание их адаптации к источникам дипольного характера.

В данной работе предлагается подход для адаптации решетки к дипольной модели излучения, в основе которого лежит модификация передаточных (направляющих) функций, учитывающих влияние направленности падения звуковых волн. Вторая часть работы посвящена проведению серии экспериментальных исследований, результаты которых демонстрируют повышение динамического диапазона решетки при использованном оптимальном размещении микрофонов.

НАСТРОЙКА РЕШЕТКИ НА ЗВУКОВЫЕ ИСТОЧНИКИ ДИПОЛЬНОГО ТИПА

Для адаптации микрофонной решетки к дипольному звуковому полю было решено использовать прямой расчет локализации точечного диполя, находящегося на известном конечном расстоянии относительно плоскости размещения решетки. Данное решение было принято исходя из следующих соображений: при рассмотрении радиального профиля максимального уровня боковых лепестков на различных частотах было выявлено, что при повышении частоты происходит сжатие профиля по оси абсцисс в сторону главного лепестка, однако форма профиля остается практически неизменной. Было установлено так-

же, что с ростом частоты наблюдаются колебания лепестков по уровню звукового давления, что в дальнейшем необходимо исследовать более тщательно для минимизации возможных погрешностей. Таким образом, было принято решение оценивать радиальный профиль только на верхней граничной частоте оптимизации.

Для обеспечения высокой вычислительной скорости, вместо выполнения полного алгоритма локализации, включающего в себя вычисление матрицы взаимных спектров $\mathbf{C}$, была использована функция рассеяния точки (Point Spread Function, или PSF). Данная функция описывает отклик микрофонной антенны на единичный точечный источник. Как было описано в предыдущих главах, аналитическое решение для нахождения неизвестных мощностей сигналов для каждой точки сетки j на определенной частоте ω можно записать в виде выражения (1). Матрицу взаимных спектров, индуцируемую точечным источником с единичной амплитудой в точке с индексом j , можно записать как $\mathbf{C}_j = \mathbf{g}_j \mathbf{g}_j^*$. Следовательно, аналитическое решение для нахождения амплитуд, основанное на применении PSF, запишется в виде:

$$A_{jk} = \mathbf{w}_k^* \bar{\mathbf{C}}_j \mathbf{w}_k = \mathbf{w}_k^* \left[\mathbf{g}_j \mathbf{g}_j^* \right] \mathbf{w}_k,$$

где $\mathbf{w}_k = \mathbf{g}_k / \|\mathbf{g}_k\|^2$ — весовой вектор с размерностью $[N \times 1]$; j, k — индексы точек дискретной сетки. По определению мы имеем $A_{jk} = 1$ при $j = k$, а в идеальном случае амплитуда должна выражаться как $A_{jk} = 0$ при $j \neq k$. Однако при использовании конечного числа микрофонов выполнение данного условия становится невозможным. Поэтому решетка должна быть спроектирована таким образом, чтобы A_{jk} при $j \neq k$ было минимальным в необходимом диапазоне частот. В конечном итоге, для применения функции рассеяния точки (PSF) с поправкой на дипольный источник, необходимо заменить направляющие векторы на соответствующие продольному или поперечному акустическому диполю, согласно уравнению (2):

$$A_{jk}^x = \frac{\mathbf{g}_k^{x*} \left[\mathbf{g}_j^x \mathbf{g}_j^{x*} \right] \mathbf{g}_k^x}{\|\mathbf{g}_k^x\|^4} = \mathbf{w}_k^{x*} \left[\mathbf{g}_j^x \mathbf{g}_j^{x*} \right] \mathbf{w}_k^x,$$

$$A_{jk}^y = \frac{\mathbf{g}_k^{y*} \left[\mathbf{g}_j^y \mathbf{g}_j^{y*} \right] \mathbf{g}_k^y}{\|\mathbf{g}_k^y\|^4} = \mathbf{w}_k^{y*} \left[\mathbf{g}_j^y \mathbf{g}_j^{y*} \right] \mathbf{w}_k^y.$$

Таким образом, в настоящей работе предлагается проводить оценку параметров настраиваемой микрофонной решетки на основе построения

функции максимального уровня боковых лепестков, извлекаемой напрямую с карты локализации точечного диполя, сформированного с помощью функции рассеяния точки на верхней частоте интересующего частотного диапазона, путем оценки радиального профиля боковых лепестков в исследуемой области пространства.

При проведении настройки микрофонной решетки на оптимальное качество локализации диполей было решено использовать линейные размеры, аналогичные 54-канальной микрофонной антенне “Брюль и Кьер”. Конструкция данной антенны состоит из 9 лучей равной длины, закрепленных на центральном теле диаметром около 0.3 м, размещенных по окружности с равномерным угловым шагом (40°) и формирующих виртуальную описанную окружность диаметром 2.5 м; на каждом луче располагается по 6 точек для установки микрофонов, положения которых идентичны на каждом луче. Данное решение было принято, во-первых, для обеспечения сопоставимой величины разрешения, напрямую зависящего от диаметра описанной наиболее удаленными от центра микрофонами окружности; во-вторых, для демонстрации достижения более эффективной локализации акустических диполей путем проведения настройки антенны при соблюдении прочих равных условий — общего числа микрофонов, линейных размеров лучевой антенны и соответствия ее основных геометрических параметров.

Постановка задачи условной оптимизации выполнялась в математическом пакете прикладных программ MATLAB. На значения аргументов накладывались следующие ограничения: отклонение координаты наиболее удаленного от центра микрофона: ± 0.05 м для обеспечения вариативности получаемых координат при сохранении ширины полосы главного лепестка в точке половинной мощности примерно в одних и тех же пределах; верхняя частота излучения, используемая для проведения оптимизации: 5000 Гц; расстояние между каждой парой соседних микрофонов на луче: не менее 0.04 м для обеспечения достаточного пространства при фиксации микрофонов; расстояние от плоскости положения антенны до виртуального источника: 2.5 м, соответствующее одному диаметру воображаемой описанной окружности антенны; радиус области сканирования для построения сетки: 1.45 м, рассчитанный по соотношению $L = 1.15z$ (где L — диаметр охватываемой области, z — расстояние до решетки), что соответствует радиусу охватываемой антенной области при угле раскрытия 30° . Значение данного угла определяется исходя из оценки величины разрешения $R(\theta)$ в общем виде

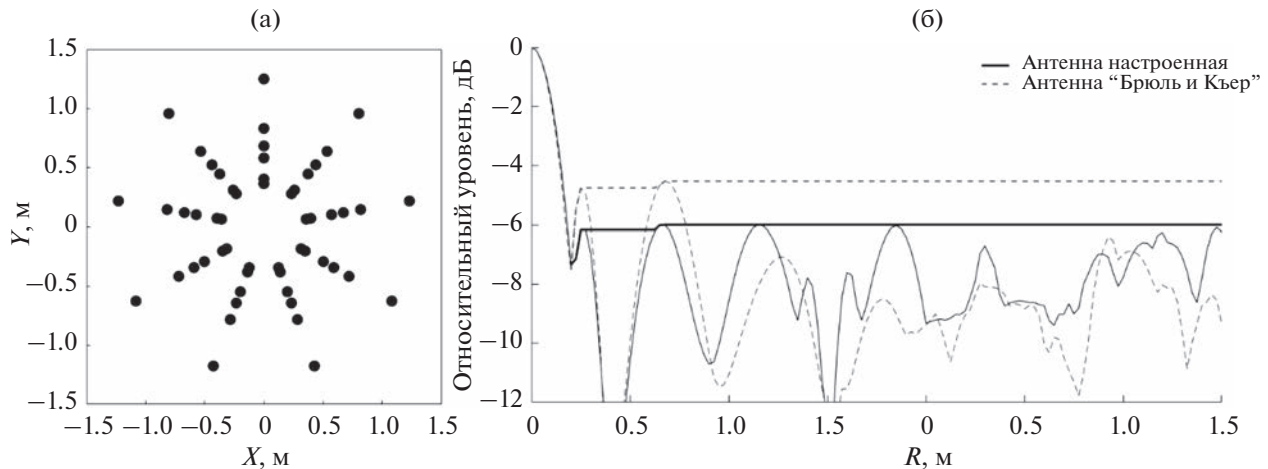


Рис. 2. (а) — Набор координат микрофонов для локализации акустических диполей и (б) — сравнение функций максимального уровня боковых лепестков дипольно-настроенной микрофонной решетки с решеткой “Брюль и Кьер”.

в зависимости от угла падения волнового фронта относительно оси, направленной по нормали к плоскости размещения антенны, но на практике угол раскрытия часто ограничивается значением 30° [6].

Решение оптимизационной задачи производилось с помощью метода минимаксной оптимизации. Число наборов координат микрофонов, используемых в качестве начальных условий, составляло более 100 тыс. После вычисления каждой итерации, путем оценки целевой функции, определялся динамический диапазон, соответствующий текущему набору координат. Для обеспечения сопоставимого с решеткой “Брюль и Кьер” разрешения, дополнительно контролировалась ширина полосы главного лепестка, определяемая в точке -3 дБ, для получения пространственной координаты которой применялась одномерная линейная интерполяция.

На каждой итерации оценивался радиальный профиль карты локализации для выявления максимального уровня боковых лепестков в заданной круговой области L . Шаг изменения радиуса был равен ширине одной ячейки сетки (0.01 м). Для выполнения процедуры полукольцевой выборки из координат точек прямоугольной сетки применялись операции округления до ближайших ячеек. Для нахождения первого минимума функции после главного лепестка, представляющего собой начало отсчета диапазона изменения уровней боковых лепестков, проводилось численное дифференцирование с применением метода правосторонней разности.

После проведения вычислительных операций была найдена оптимальная двумерная координатная

схема установки микрофонов, удовлетворяющая заданным параметрам. При сопоставимом значении разрешения, прирост динамического диапазона данного набора составил около 2 дБ в ширине полосы до 5000 Гц. Найденное распределение координат представлено на рис. 2. Сравнение функций максимального уровня боковых лепестков, соответствующих оптимальному набору координат и набору координат “Брюль и Кьер”, представлено на рис. 3.

Для проведения последующих экспериментальных исследований были разработаны собственные программные и аппаратные средства визуализации источников шума, позволяющие обойти ограничения коммерческих систем локализации, не предусматривающих внесения требуемых изменений в конструкцию и в методы постобработки измерений. Для этих целей была выполнена разработка и изготовление регулируемой конструкции лучевой микрофонной антенны [28–30], необходимой для проведения дальнейших исследований по оценке зависимости качества локализации источников шума от позиций размещения микрофонов. Элементы разработанной антенны изготовлены из алюминиевых сплавов, стальных конструкций и полимерных материалов, вследствие чего обеспечивается оптимальная масса всей сборки, сопоставимая с массой антенны “Брюль и Кьер”, в совокупности с необходимой жесткостью конструкции. Созданная конструкция имеет возможность изменения числа лучей и числа микрофонов на лучах, а также положения микрофонов с возможностью точного позиционирования по угловой (с шагом 1°) и по радиальной (с шагом 1 мм) координате.

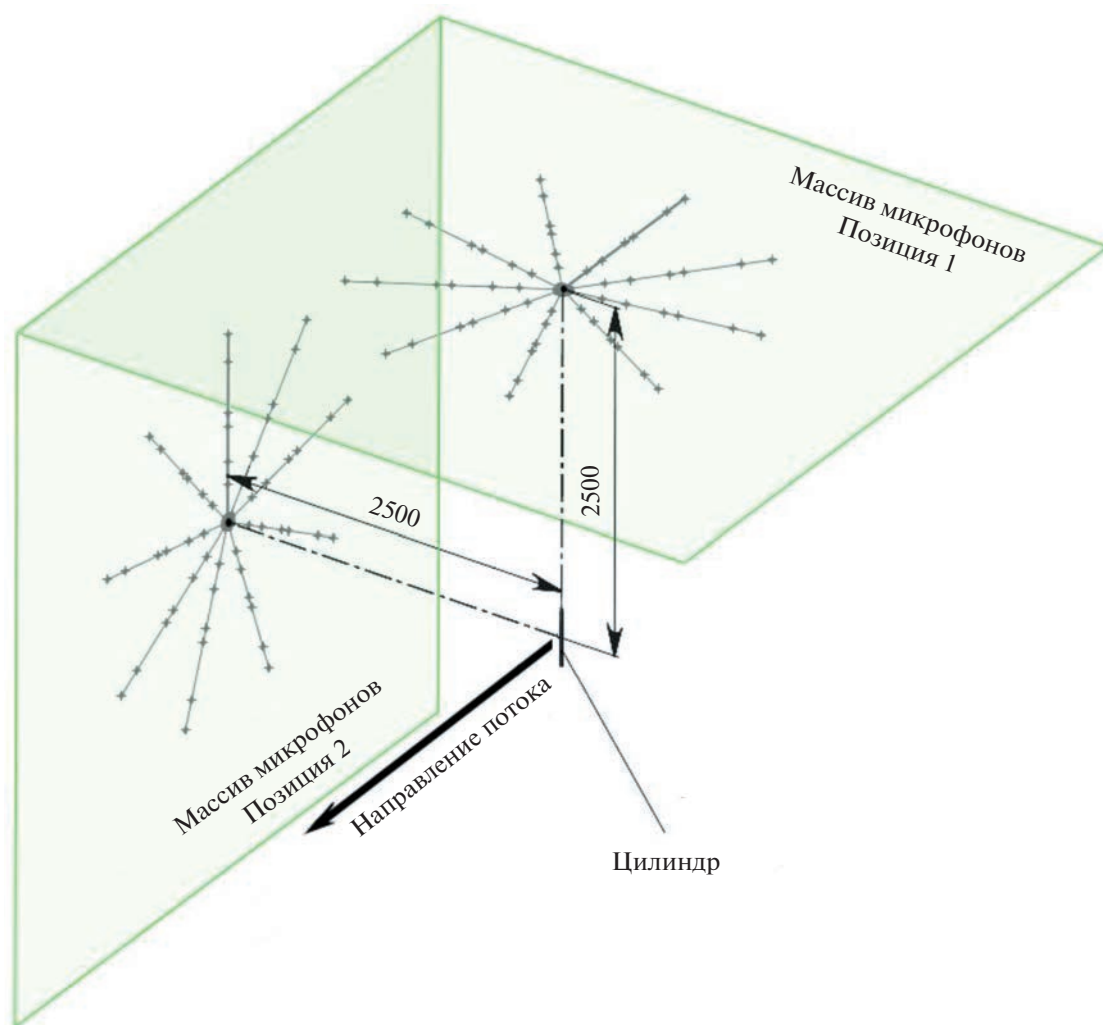


Рис. 3. Ориентация микрофонных антенн относительно металлического стержня.

Для обработки результатов было разработано программное обеспечение в математическом пакете прикладных программ MathWorks MATLAB. Была реализована тонкая настройка параметров последующей пост-обработки, в том числе: длины сигнала; частотного анализа (узкополосного или октавного и дробно-октавного); требуемой ширины полосы в герцах; числа линейных усреднений; типа оконной функции; настройки частотного диапазона; настройки параметров расчетной сетки; настройки положения фонового изображения.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ЛОКАЛИЗАЦИИ ДИПОЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ШУМА

Экспериментальные исследования локализации источников шума дипольного типа проводи-

лись в акустической заглушенной камере Центра акустических исследований ПНИПУ. Для проведения последующего сравнительного анализа в измерениях были задействованы обе микрофонные антенны (собственная дипольно-настроенная и 54-канальная решетка “Брюль и Кьер”). В качестве механизма для генерации акустических диполей рассматривалось взаимодействие воздушной турбулентной струи с твердым телом, в частности — обтекание тонкого металлического стержня цилиндрической формы, а также взаимодействие турбулентного потока с тонкой пластиной. Обе антенны располагались на расстоянии 2.5 м (одного диаметра своей описанной окружности) параллельно оси струи. В продольном направлении антенна устанавливалась таким образом, чтобы положение идентифицируемого акустического источника находилось как можно ближе к центру карты локализации.

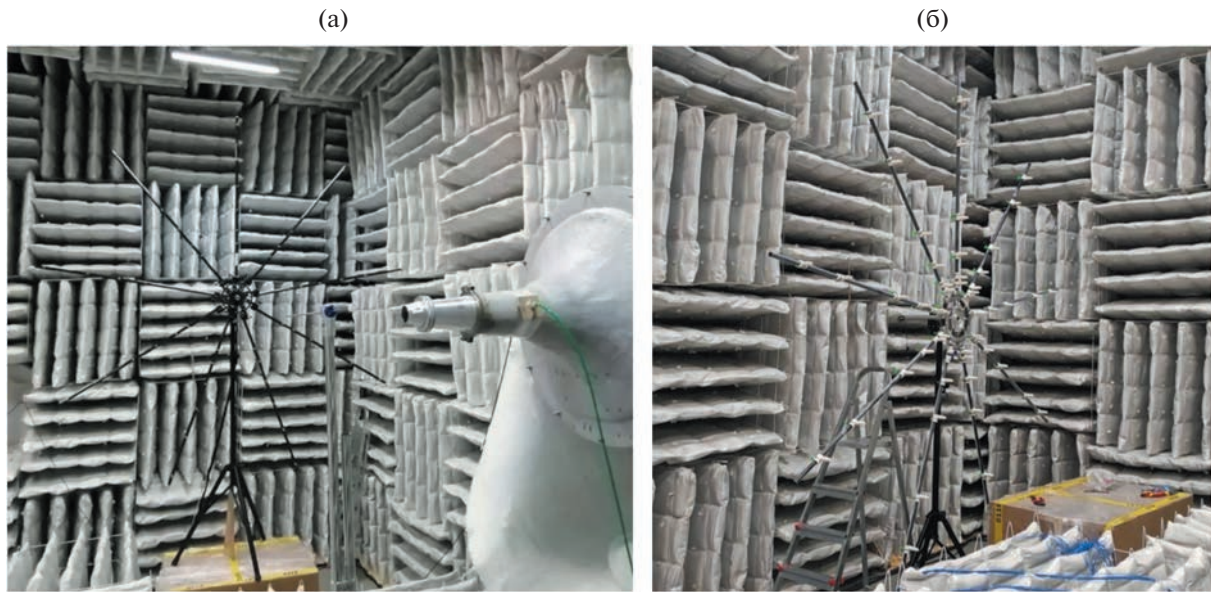


Рис. 4. Подготовленные к акустическим измерениям микрофонные антенны: (а) – “Брюль и Кьер” и (б) – разработанная лучевая антенна.

На первом этапе экспериментальных исследований проводилась локализация источников шума обтекания цилиндра. Данный эксперимент является классическим способом генерации аэродинамического шума обтекания, имеющего дипольно-ориентированный характер. Эксперимент был выполнен для двух случаев пространственной ориентации цилиндра: в первом случае продольная ось цилиндра пересекала центр микрофонной антенны, во втором случае была параллельна плоскости антенны и плоскости среза сопла. Если в первом случае рассматривалась классическая генерация поперечного y -диполя, то второй случай был выполнен для проверки корректности определения уровня звукового давления генерируемого диполя разработанным алгоритмом локализации: в данной пространственной ориентации область скачка фазы сигнала направлена прямо на антенну, и локализуемый монопольным алгоритмом уровень звукового давления в пике излучения сопоставим с уровнем звукового давления исходного акустического диполя [15]. Таким образом, с помощью монопольного метода Conventional Beamforming возможно провести отладку реализуемого алгоритма локализации диполей. Варианты расположения цилиндра относительно плоскости решетки показаны на схеме на рис. 3.

В системе генерации воздушной турбулентной струи [31] использовалось металлическое коническое сопло диаметром 50 мм. Диаметр тонкого металлического стержня был равен 5 мм, расстояние

от среза сопла до цилиндра составляло 6.25 калибров (312.5 мм). Стержень был закреплен на металлической стойке. Запись акустических сигналов звукового давления производилась в proprietарном программном обеспечении “Брюль и Кьер”, после чего выполнялась обработка в собственном приложении. Подготовленные к измерениям микрофонные решетки представлены на рис. 4.

Для построения частотного спектра компонент продольного и поперечного диполей с целью определения частоты пика излучения поперечного y -диполя было решено провести регистрацию звукового давления дополнительно еще в 6 точках (по 2 микрофона в 3 параллельных плоскостях) для применения упрощенного азимутального разложения звукового поля, по аналогии с работой [15]. Каждая пара микрофонов была удалена перпендикулярно оси потока на расстояние 0.75 м, первая плоскость находилась в плоскости расположения цилиндра, вторая и третья плоскости были удалены от первой на 0.5 и на 1 м соответственно. Схема установки микрофонов показана на рис. 5. Сигналы, соответствующие продольному (мода a_0) и поперечному (мода a_1) диполям, были вычислены по формулам [15]:

$$\begin{aligned} a_0(x, t) &\approx (p_1(x, t) + p_2(x, t))/2, \\ a_1(x, t) &\approx (p_1(x, t) - p_2(x, t))/2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $p_1(x, t)$ и $p_2(x, t)$ – сигналы, регистрируемые равноудаленной парой микрофонов во времен-

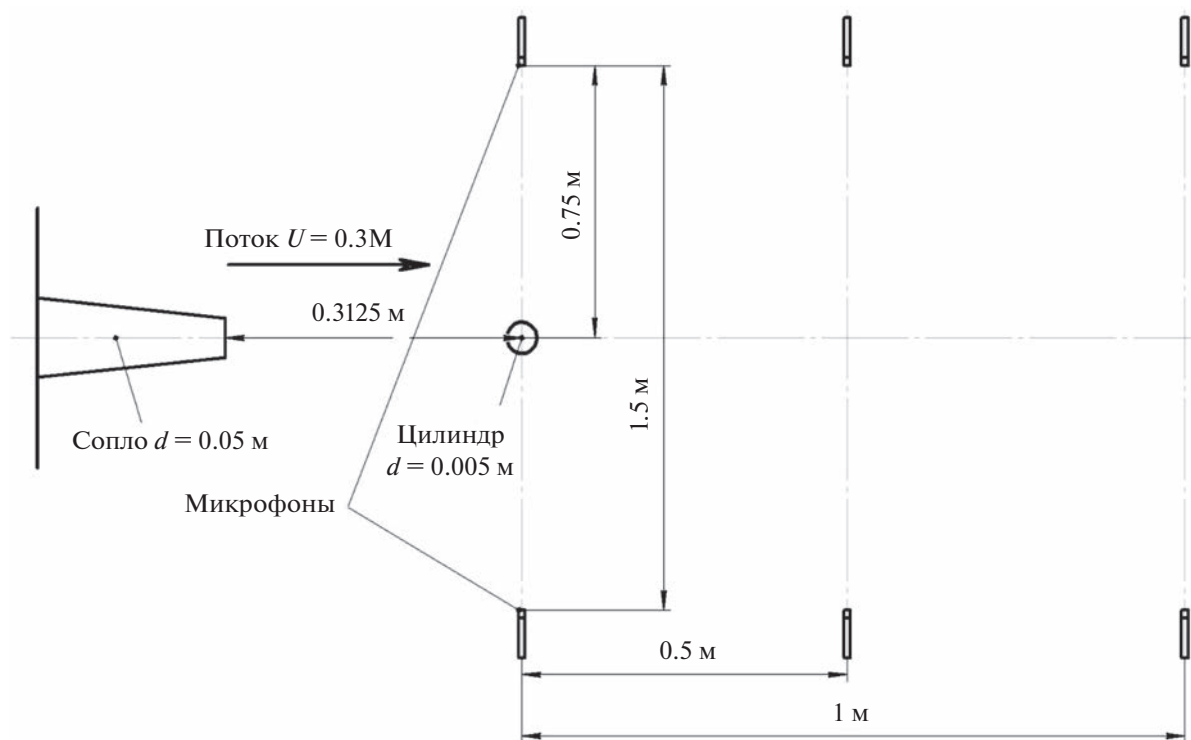


Рис. 5. Схема проведения измерений дипольных составляющих шума обтекания цилиндра с помощью 2-микрофонной решетки в трех плоскостях.

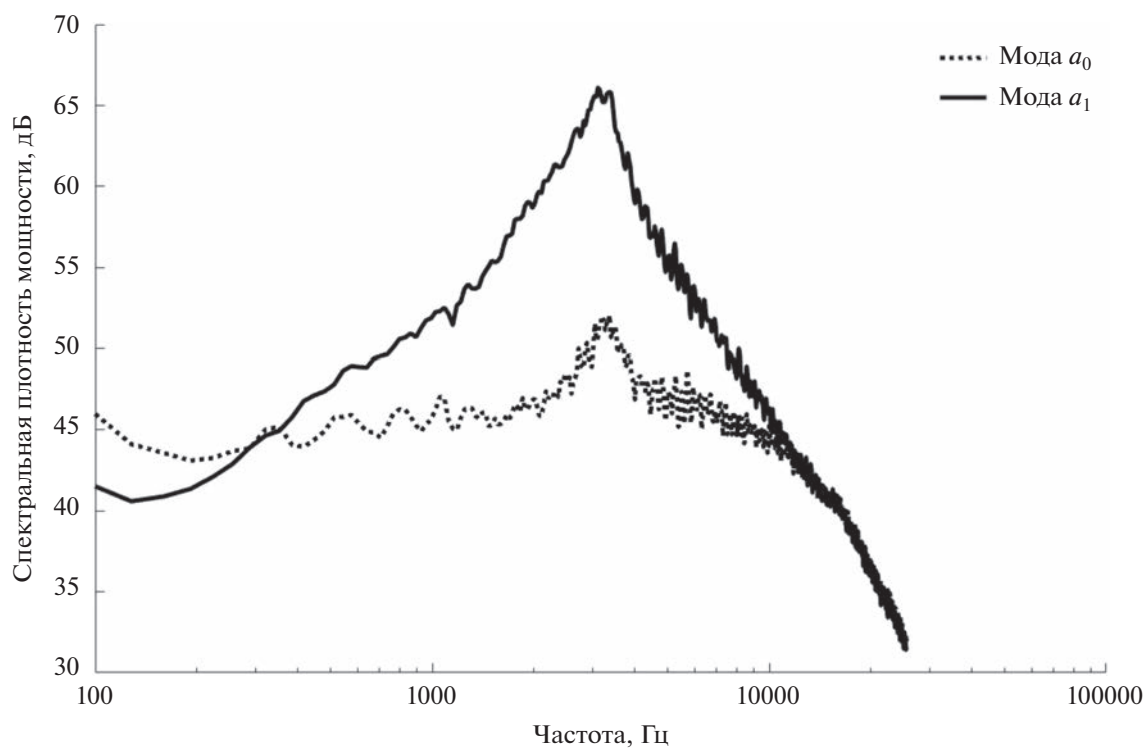


Рис. 6. Спектральные характеристики продольного (мода a_0) и поперечного (мода a_1) диполей, полученные с помощью азимутального разложения звукового поля в плоскости размещения цилиндра.

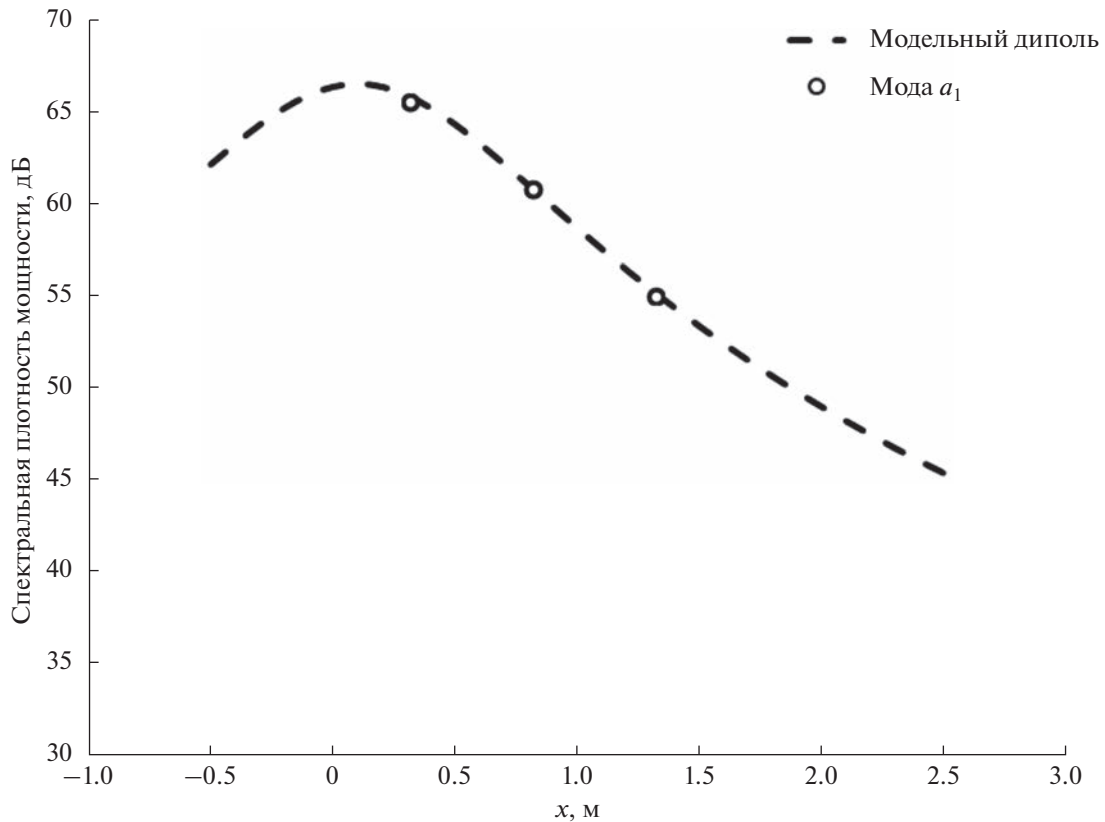


Рис. 7. Результаты сравнительного анализа распределения СПМ модельного диполя с экспериментальными точками для антисимметричной моды a_1 .

ной области. Вычисленные спектры сигналов a_0 и a_1 показаны на рис. 6.

Максимальный уровень спектральной плотности мощности (СПМ) для поперечного у-диполя составил 66 дБ на частоте около 3200 Гц. Дополнительно была смоделирована кривая распределения СПМ модельного диполя, рассчитанная в зависимости от изменения параллельно оси струи продольной координаты, с целью проведения сравнительного анализа с экспериментальными точками для доминирующей в области размещения цилиндра моды a_1 . Модельная кривая описывается выражением [32]:

$$\text{PSD}(x) = \frac{4 \times 10^{L/10-10}}{\Delta f} \frac{R_a^2}{(R_a^2 + (x - x_0^2))^2}, \quad (4)$$

где $\text{PSD}(x)$ — спектральная плотность мощности; x — продольная координата относительно среза сопла; L — уровень звукового давления; Δf — ширина частотного диапазона; R_a — расстояние от каждого микрофона до источника шума.

Уровень звукового давления, соответствующий представленной кривой СПМ, а также поло-

жение диполя по оси, параллельной оси струи, подбирались путем наилучшего соответствия с экспериментальными точками. Радиус виртуальной окружности 2-микрофонной решетки составлял 1.5 м. Ширина полосы для вычисления СПМ составляла 256 Гц. В результате был получен модельный диполь, находящийся в точке $x = 0.1$ м (относительно среза сопла в точке $x = 0$ м) и излучающий с уровнем звукового давления, эквивалентным 88 дБ. Результаты сравнительного анализа распределения СПМ модельного диполя с экспериментальными точками для моды a_1 представлены на рис. 7. Визуализация шума обтекания цилиндра показана на рис. 8. Динамический диапазон дипольных карт 7 дБ, монопольных карт 5 дБ.

По результатам локализации шума обтекания стержня можно заключить, что дипольно-настроенная антенна дает менее зашумленную карту, чем антенна “Брюль и Кьер”. На рис. 8а–8б представлен традиционный монопольный алгоритм локализации; пятна распределения источников практически идентичны в обоих случаях. На рис. 8в–8г представлена обработка реализованным дипольным алгоритмом. Как можно уви-

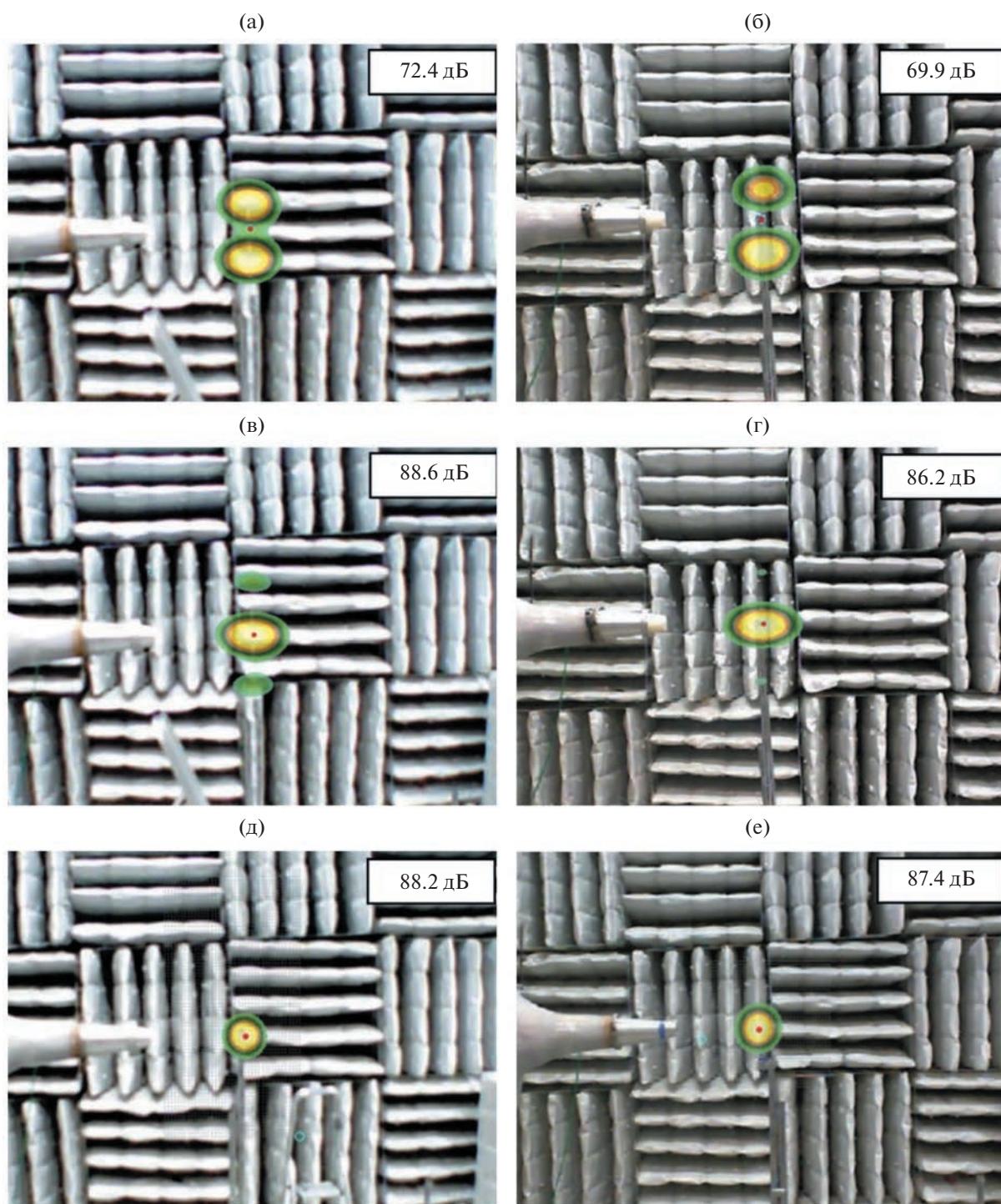


Рис. 8. Локализация шума обтекания цилиндра с помощью двух микрофонных антенн: (а), (б) — монопольный алгоритм, антенны в позиции 1; (в), (г) — дипольный алгоритм, антенны в позиции 1; (д), (е) — монопольный алгоритм, антенны в позиции 2.

деть, настроенная антенна дает повышение динамического диапазона до 2 дБ по сравнению со своим фирменным аналогом при сопоставимом разрешении — ширина основного пика практически идентична. На рис. 8д–8е представлена обра-

ботка монопольным алгоритмом при ориентации цилиндра в параллельной относительно размещения антенны плоскости. Данные карты были построены для контроля уровней звукового давления, определяемых после выполнения диполь-

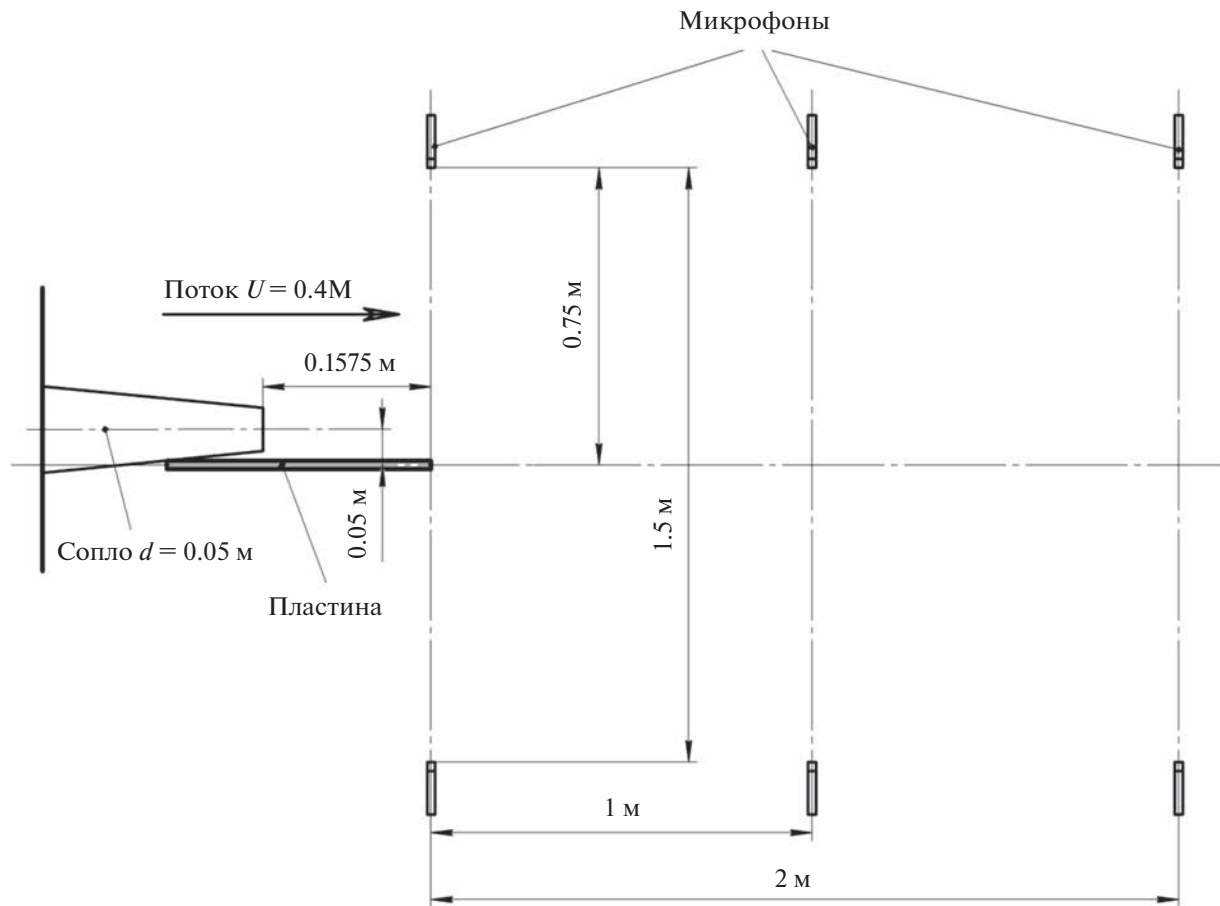


Рис. 9. Схема установки микрофонов относительно пластины для реализации упрощенного метода азимутального разложения звукового поля.

ного алгоритма: путем оценки уровней в области скачка фазы, направленного на антенну, выполняется сравнительный анализ с уровнями звукового давления локализуемого диполя. Максимальное расхождение по уровням во всех случаях не превышает 3 дБ. Среднее значение уровня звукового давления локализуемого диполя составляет около 88 дБ, что соответствует значению, полученному с помощью азимутального разложения; однако существует различие в определении положения модельного диполя (312.5 против 100 мм). Данный факт может объясняться недостаточным количеством экспериментальных измерительных точек, используемых в азимутальном разложении — для получения точного результата необходимо увеличение числа рассматриваемых сечений относительно положения стержня. В целом можно заключить, что эксперимент поставлен корректно и согласуется с данными, полученными другими исследователями.

В качестве еще одного случая генерации звукового поля, близкого к полю излучения акустического диполя, рассматривалось взаимодействие воздушной турбулентной струи и задней кромки тонкой пластины. Данное взаимодействие объясняется дипольным характером доминирующего в боковом направлении звукового источника, связанного с рассеянием пульсаций ближнего поля струи на задней кромке пластины [33]. Пластина была изготовлена из фанерного листа с размерами $450 \times 900 \times 6$ мм. При генерации воздушной струи использовалось металлическое коническое сопло диаметром 50 мм. Скорость истечения струи составляла 0.4 м/с. Пластина устанавливалась на каркасную металлическую систему. Расстояние от среза сопла до кромки пластины в продольном направлении составляло 3.15 калибра (157.5 мм). Расстояние от оси струи до кромки пластины в поперечном направлении было равным 1 калибру (50 мм).



Рис. 10. Фотографии проведения экспериментальных исследований.

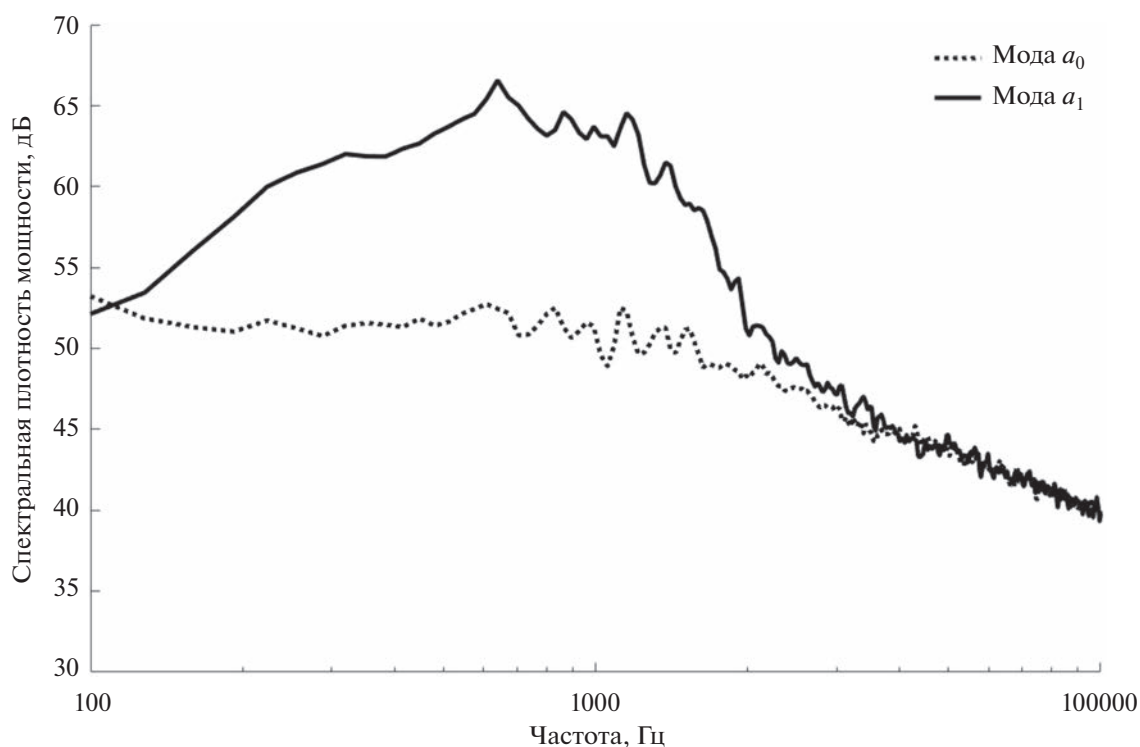


Рис. 11. Спектры продольного (мода a_0) и поперечного (мода a_1) диполей, полученные с помощью азимутального разложения звукового поля в плоскости задней кромки пластины.

Для проведения сравнительного анализа распределения СПМ антисимметричной моды с распределением СПМ излучения модельного диполя (4), как и в предыдущем случае, было реализовано применение упрощенного метода азимутального разложения путем установки 6 микрофонов по трем сечениям вдоль оси струи, соответствующим

ординатам $\{x = 0.1575; x = 1.1575; x = 2.1575\}$ м относительно плоскости среза сопла в точке $x = 0$. Схема установки пластины относительно сопла и микрофонов представлена на рис. 9. Фотографии проведения эксперимента в заглушенной камере показаны на рис. 10. Спектры продольного и поперечного диполей, получен-

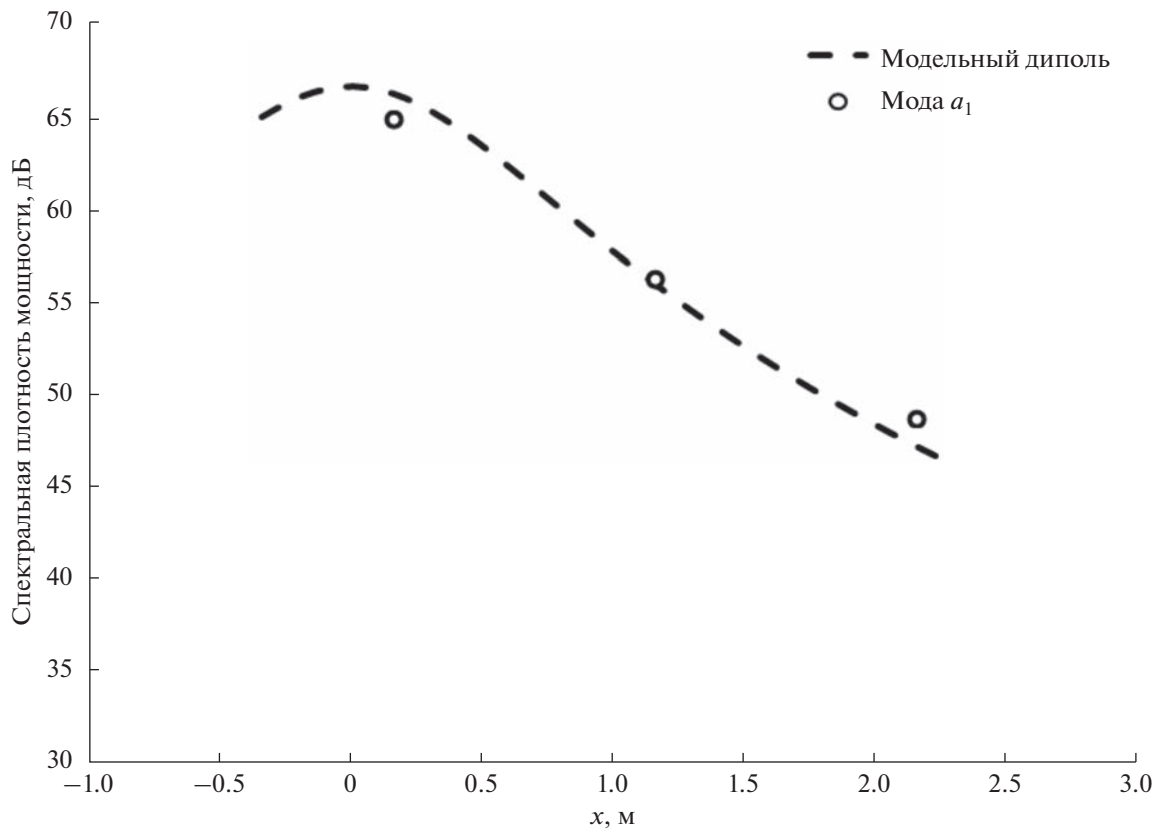


Рис. 12. Результаты сравнительного анализа распределения СПМ модельного диполя с экспериментальными точками для антисимметричной моды a_1 .

ные с помощью выражения (3) в плоскости задней кромки пластины, представлены на рис. 11.

Путем сравнительного анализа, как и в предыдущем случае, был получен модельный диполь (4), находящийся в точке $x = 0$ м относительно положения среза сопла (с координатой $x = 0$) и излучающий с уровнем звукового давления, эквивалентным 88.2 дБ. Результаты сравнительного анализа распределения СПМ модельного диполя с экспериментальными точками для моды a_1 представлены на рис. 12.

Результаты локализации источников шума взаимодействия турбулентного потока и тонкой пластины, полученные с помощью двух микрофонных антенн, представлены на рис. 13. Ширина частотной полосы для расчета карт визуализации составила 256 Гц относительно центральной частоты 600 Гц, соответствующей частоте пика. На рис. 13а–13б представлен традиционный монополярный алгоритм локализации, на рис. 13в–13г — модифицированный дипольный алгоритм.

По результатам акустических измерений шума взаимодействия струи и пластины можно заклю-

чить, что результаты локализации хорошо сопоставимы. На низких частотах, в диапазоне которых находится пик доминирующего источника (около 600 Гц), пятна локализации, как и ожидалось, довольно большие, и на таких частотах, как правило, не проявляются ярко выраженные боковые лепестки, как это было в предыдущем случае с металлическим стержнем, что обычно связано с замещением значительной области плоскости наблюдения одним главным лепестком.

Максимальное расхождение по уровням между локализуемыми обеими антеннами диполями не превышает 1.5 дБ. Среднее значение определяемого уровня звукового давления диполей составляет около 88.9 дБ, что хорошо соответствует значениям, полученным с помощью азимутального разложения звукового поля (88.2 дБ). Максимум пика излучения модельного диполя соответствует координате среза сопла ($x = 0$), что соответствует картам локализации, показанным на рис. 13. В целом также можно заключить, что эксперимент поставлен корректно и согласуется с данными, полученными другими исследователями.

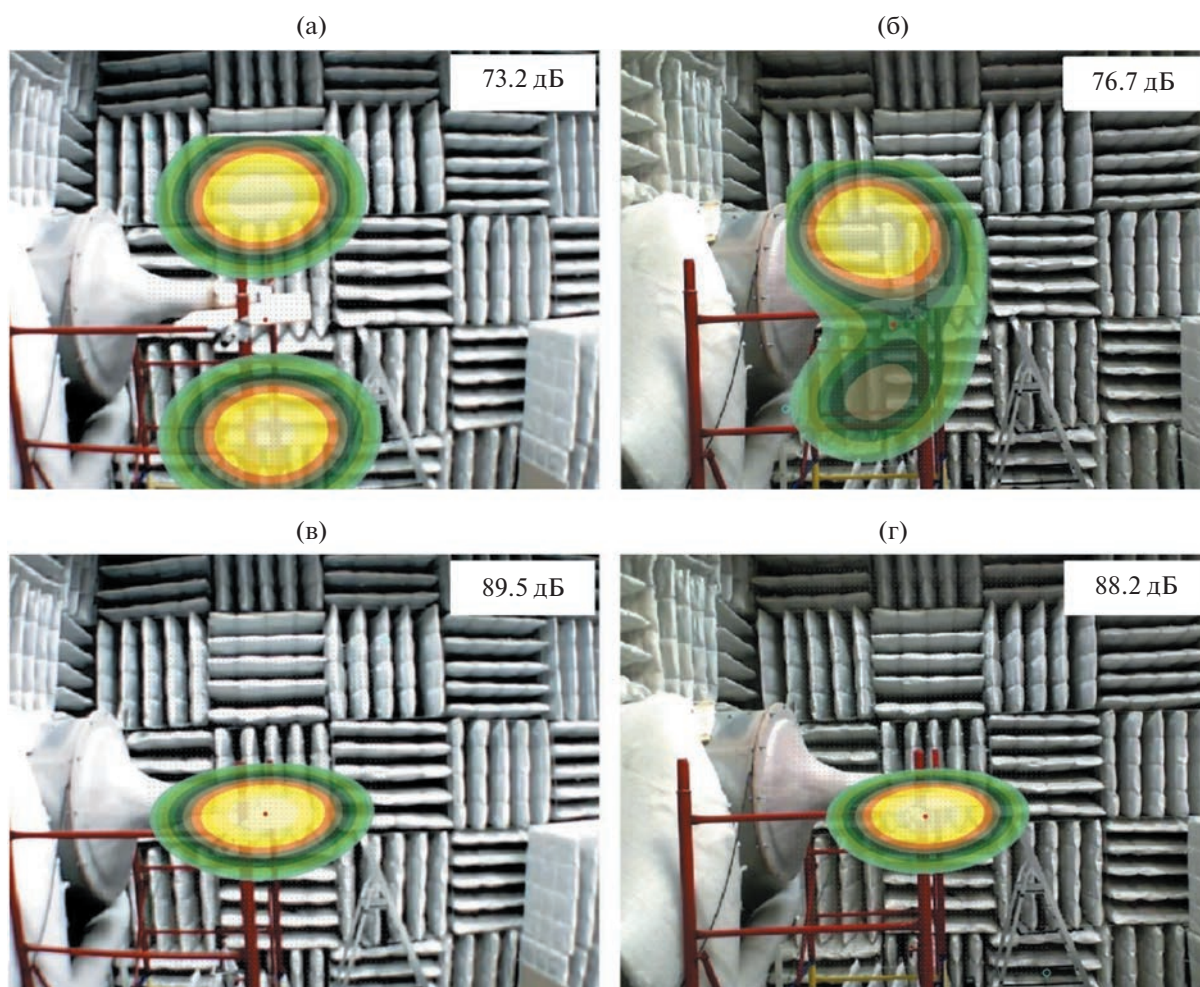


Рис. 13. Локализация источников шума взаимодействия потока и задней кромки тонкой пластины с помощью двух микрофонов: (а), (б) — монопольный алгоритм; (в), (г) — дипольный алгоритм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Усовершенствована математическая модель для поиска оптимальных схем установки микрофонов в антенну для высокоэффективной локализации акустических диполей. Лежащее в основе модели использование функции рассеяния точки (PSF) для оценки боковых лепестков, полученных напрямую с карты локализации точечного диполя, позволяет производить оптимальную дипольную настройку микрофонной антенны с минимальным количеством необходимых вычислений, что обеспечивается за счет свойства продольного масштабирования радиального профиля PSF при изменении частоты в фиксированной области. Проведенный в лабораторных условиях сравнительный анализ карт локализации диполей, полученных с помощью антенны “Брюль и Кьер” и новой антенны, настроенной для этих целей специальным образом, подтверждает природу динамического диапазона около 2 дБ. В каче-

стве механизма для генерации диполей рассматривалось взаимодействие воздушной турбулентной струи с твердым телом, в частности — обтекание тонкого металлического стержня цилиндрической формы, а также взаимодействие турбулентного потока с тонкой пластиной. В результате было получено визуальное подтверждение эквивалентности областей распределения источников на картах локализации, что свидетельствует об обеспечении сопоставимого разрешения с фирменной антенной подобного класса.

Исследование проведено при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы деятельности научно-образовательного центра мирового уровня “Рациональное недропользование”. Исследования выполнены на уникальной научной установке “Акустическая заглушенная камера с аэродинамическими источниками шума”, регистрационный номер 500617. Часть работы, связанная с настройкой

традиционной решетки на извлечение диполей, выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zaytsev M.Y., Kopiev V.F., Velichko S.A., Belyaev I.V. Fly-over noise source localization during acoustic flight tests of advanced passenger aircraft // AIAA. 2019–2426.
2. Bahr C.J., Humphreys W.M., Ernst D., Ahlefeldt T., Spehr C., Pereira A., Leclère Q., Picard C., Porteous R., Moreau D., Fischer J.R., Doolan C.J. A comparison of microphone phased array methods applied to the study of airframe noise in wind tunnel testing // AIAA 2017–3718.
3. Копьев В.Ф., Храмов И.В., Ершов В.В., Пальчиковский В.В. О возможности использования единичной временной реализации для исследования шума вихревых колец // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 48–57.
4. Берсенев Ю.В., Вискова Т.А., Беляев И.В., Пальчиковский В.В., Кустов О.Ю., Ершов В.В., Бурдаков Р.В. Применение метода плоского бимформинга к идентификации вращающихся звуковых мод // Вестник ПНИПУ. Механика. 2016. № 1. С. 26–38.
5. Ishii T., Ishii Y., Hald J., Nagai K., Oinuma H. Application of Sound Source Identification using CLEAN-SC to a Turbofan Engine // 7th Berlin Beamforming Conference. 2018. BeBeC-2018-D25.
6. Christensen J.J., Hald J. Beamforming. Technical review // Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurements A/S, Denmark, Nærum, 2004. 48 p.
7. Sijtsma P. CLEAN Based on Spatial Source Coherence // AIAA 2007–3436.
8. Steinhardt A., Van Veen B. Adaptive beamforming // Int. J. Adapt. Contr. Signal Process. 1989. V. 3. P. 253–281.
9. Brooks T.F., Humphreys W.M. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays // J. Sound Vib. 2006. V. 294. № 4–5. P. 856–879.
10. Zavala P., Roeck W., Janssens K., Arruda J., Sas P., Desmet W. Monopole and Dipole Identification Using Generalized Inverse Beamforming // AIAA 2010–3740.
11. Sijtsma P. Experimental techniques for identification and characterisation of noise sources // National Aerospace Laboratory (NLR). 2004. Report No. NLR-TP-2004-165. 47 p.
12. Curle N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // Proc. R. Soc. A. 1955. V. 231. P. 505–514.
13. Liu Y., Quayle A., Dowling A., Sijtsma P. Beamforming correction for dipole measurement using two-dimensional microphone arrays // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. № 1. P. 182–191.
14. Suzuki T. L1 generalized inverse beam-forming algorithm resolving coherent/incoherent, distributed and multipole sources // J. Sound Vib. 2011. V. 330. № 24. P. 5835–5851.
15. Бычков О.П., Демьянов М.А., Фараносов Г.А. Локализация дипольных источников шума плоскими микрофонными решетками // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 675–687.
16. Porteous R., Prime Z., Doolan C.J., Moreau D.J., Valeau V. Three-dimensional beamforming of dipolar aeroacoustic sources // J. Sound Vib. 2015. V. 355. P. 117–134.
17. Jordan P., Fitzpatrick J., Valiere J. Measurement of an aeroacoustic dipole using a linear microphone array // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 3. P. 1267–1273.
18. Oudompheng B., Pereira A., Picard C., Leclère Q., Nicolas B. A theoretical and experimental comparison of the iterative equivalent source method and the generalized inverse beamforming // 5th Berlin Beamforming Conference. 2014. BeBeC-2014-12.
19. Hald J., Christensen J.J. A class of optimal broadband phased array geometries designed for easy construction // Proc. the 2002 Int. Congress and Exposition on Noise Control Engineering (Inter-Noise 2002), Dearborn, MI, USA, 2002.
20. Hald J., Christensen J.J. A novel beamformer array design for noise source location from intermediate measurement distances // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 112. № 5. P. 2448.
21. Malgoezar A., Snellen M., Sijtsma P., Simons D. Improving beamforming by optimization of acoustic array microphone positions // 6th Berlin Beamforming Conference. 2016. BeBeC-2016-S5.
22. Lashi D., Quevy Q., Lemeire J. Optimizing microphone arrays for delay-and-sum beamforming using genetic algorithms // Proc. the 4th Int. Conf. on Cloud Computing Technologies and Applications (Cloudtech), Brussels, Belgium, 2018.
23. Soltankarimi F., Nourinia J., Ghobadi Ch. Side lobe level optimization in phased array antennas using Genetic Algorithm // Eighth IEEE Int. Symp. on Spread Spectrum Techniques and Applications – Programme and Book of Abstracts (IEEE Cat. No. 04TH8738), 2004. P. 389–394.
24. Gerstoft P., Hodgkiss W. Improving beam patterns of two-dimensional random arrays using convex optimization // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 129. № 4. P. 135–140.
25. Bai M., Lin J., Liu K. Optimized microphone deployment for near-field acoustic holography: To be, or not to be random, that is the question // J. Sound Vib. 2010. V. 329. № 14. P. 2809–2824.
26. Li M., Wei L., Fu Q., Yang D. Ghost image suppression based on particle swarm optimization-MVDR in sound field reconstruction // J. Vib. Acoust. 2015. V. 137. № 3. P. 031007.
27. Prime Z., Doolan C., Zajamsek B. Beamforming array optimisation and phase averaged sound source mapping on a model wind turbine // Proc. the 43rd Int. Congress and Exhibition on Noise Control Engineering (Inter-Noise 2014), 2014, Melbourne, Australia.
28. Ершов В.В. Проектирование конструкции лучевой микрофонной антенны с возможностью быстрой перенастройки ее конфигурации // Научно-технический вестник Поволжья. 2019. № 11. С. 20–23.

29. *Khramtsov I.V., Ershov V.V., Cherenkova E.S.* Investigation of the position of noise sources in a turbulent subsonic jet using the beamforming technique // Proc. the 2020 Int. Conf. on Dynamics and Vibroacoustics of Machines (DVM), 2020, Samara, Russia.
30. *Ershov V.V., Sorokin E.V., Palchikovskiy V.V., Korin I.A.* Study of new beam microphone array operation based on aerodynamic noise sources localization // Proc. the 2020 Int. Conf. on Dynamics and Vibroacoustics of Machines (DVM), 2020, Samara, Russia.
31. *Palchikovskiy V.V., Khramtsov I.V., Ershov V.V., Gornova D.A., Selivanova A.A.* Aeroacoustic investigations of subsonic jet in PNRPU anechoic chamber // IOP Conference Series — Materials Science and Engineering. 2017. V. 208. № 012032.
32. *Demyanov M., Bychkov O., Faranosov G., Zaytsev M.* Development of beamforming methods for uncorrelated dipole sources // 7th Berlin Beamforming Conference. 2018. BeBeC-2018-D16.
33. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Анализ взаимной связи модовой структуры пульсаций ближнего поля струи и шума взаимодействия струи и крыла // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 34–45.

ВЛИЯНИЕ ВЫСОТЫ ВЫСТУПА НА ПРИСТЕНОЧНЫЕ ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ ВБЛИЗИ ЕГО БОКОВОЙ КРОМКИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

© 2023 г. С. В. Кузнецов^а, *, А. Ю. Голубев^а

^аЦентральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского,
ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия

*e-mail: international44@yandex.ru

Поступила в редакцию 14.06.2022 г.

После доработки 11.07.2022 г.

Принята к публикации 27.07.2022 г.

Пристеночные пульсации давления в турбулентном течении являются источником шума и вибраций обтекаемых потоком упругих конструкций. В работе представлены результаты экспериментального исследования влияния высоты выступа на пространственно-временную структуру пристеночных пульсаций давления в окрестности его боковой кромки в турбулентном пограничном слое. Измерения проводились в дозвуковой малозумной аэродинамической трубе Московского комплекса ЦАГИ. Высота выступа варьировалась от 3% до 17% толщины набегающего пограничного слоя. Показано, что область наиболее интенсивных пульсаций давления локализована вблизи переднего бокового угла выступа. Установлено характерное число Струхала, определяющее спектры пульсаций давления за передней кромкой выступа. Показано существенное влияние высоты выступа на пространственно-временную структуру поля давления в окрестности боковой кромки. Полученные результаты свидетельствуют о наличии значительной корреляции с полем пульсаций давления набегающего турбулентного пограничного слоя в случае уступов малой высоты.

Ключевые слова: аэроакустические нагрузки, отрывное течение, турбулентный пограничный слой

DOI: 10.31857/S0320791922060089, **EDN:** SRKFJE

ВВЕДЕНИЕ

Пристеночные пульсации давления в турбулентных течениях являются одной из разновидностей аэроакустических нагрузок, воздействующих на поверхность летательного аппарата [1]. В отличие от акустических волн, обусловленных сжимаемостью среды и распространяющихся со скоростью звука, турбулентные пульсации давления связаны с вихревыми возмущениями жидкости или газа, т.е. имеют гидродинамическую природу. Скорость распространения турбулентных пульсаций одного порядка со скоростью среднего течения. По этой причине, их частотно-волновой состав существенно отличается от акустического поля [1–6]. Актуальные сведения об экспериментальных исследованиях турбулентных пристеночных пульсаций давления представлены, например, в работах [7–10].

Турбулентный пограничный слой на поверхности фюзеляжа пассажирского самолета является одним из основных источников шума в салоне [1, 6]. Это связано с тем, что воздействие пристеночных пульсаций давления на обтекаемую поверхность возбуждает колебания упругой кон-

струкции. В свою очередь, вибрации панелей обшивки приводят к излучению звука во внутреннее пространство фюзеляжа.

Выступающие элементы на поверхности самолета вызывают отрыв пограничного слоя [11]. Это сопровождается существенным увеличением интенсивности турбулентных пульсаций, изменением спектрального состава и пространственно-временной структуры пристеночных пульсаций давления. Это необходимо учитывать при решении задач авиационной акустики, усталостной прочности и аэроупругости.

К настоящему моменту накоплен немалый объем сведений о поле пристеночных пульсаций давления в окрестности прямых и обратных уступов [12–22], а также их комбинаций [23–26]. Однако, в литературе практически не освещен вопрос влияния конечности поперечного размера уступа, а также связанный вопрос изучения поля пристеночных пульсаций давления вблизи боковой кромки. Здесь можно выделить работы [16, 24]. Кроме того, стоит вопрос о влиянии взаимодействия набегающего пограничного слоя с отрывным течением в окрестности уступов и высту-

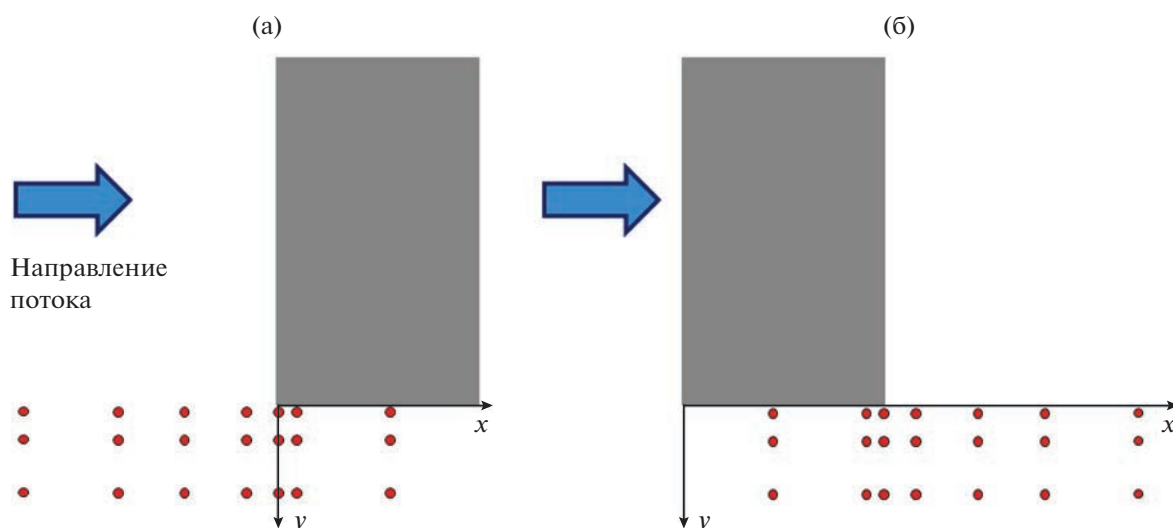


Рис. 1. Схема расстановки датчиков (а) — вблизи передней кромки, (б) — вблизи задней кромки выступа.

пов [27–29] на пространственно-временную структуру поля пульсаций давления.

Данная работа демонстрирует особенности полей пульсаций давления вблизи боковой кромки выступов различной высоты. Полученные сведения могут быть использованы при определении направлений для дальнейших исследований пристеночных пульсаций давления в отрывных турбулентных течениях, а также при разработке и уточнении моделей соответствующих аэроакустических воздействий для последующей оценки вибраций и акустического излучения тонкостенных конструкций фюзеляжа самолета.

ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальные исследования проводились на аэроакустической установке П-2 Научно-исследовательского московского комплекса ЦАГИ. Установка представляет собой дозвуковую аэродинамическую трубу, в которой были предприняты меры по снижению шума в рабочей части. Рабочая часть трубы — это канал прямоугольного сечения 500×160 мм длиной 6 м. На входе в нее располагается конфузор с односторонним поджатием порядка 9.5. На входе в конфузор устанавливается мелкоячеистая сетка. За рабочей частью трубы размещается безотрывной диффузор длиной 3 м, за которым следует глушитель с эффективным диаметром 450 мм. Далее поток попадает в заглушенную камеру объемом 2 м^3 . Течение создается системой из 4 вентиляторов, размещенных за капитальной кирпичной стеной.

Эксперименты проводились при скорости в ядре набегающего потока $U = 41$ м/с. Толщина пограничного слоя δ составляла 60 мм, толщина вытеснения $\delta^* = 5.5$ мм, а толщина потери им-

пульса $\delta^{**} = 4.3$ мм. Число Рейнольдса по толщине пограничного слоя и скорости на его внешней границе составляло примерно 1.7×10^5 , а по толщине потери импульса и скорости на внешней границе — 1.2×10^4 . Размер исследуемых выступов составлял 38 мм в продольном (вдоль потока) направлении и 66 мм — в поперечном. Устанавливались выступы высотой $h = 2, 5$ и 10 мм. Таким образом, отношение высоты к толщине пограничного слоя равнялось 0.03, 0.08 и 0.17 соответственно.

Измерения осуществлялись линейкой из 7 датчиков пульсаций давления Endevco model 8514-10, ориентированной вдоль направления потока. Расстояния между соседними датчиками в линейке: 18, 12, 12, 6, 3 и 18 мм. Различные положения линейки датчиков (6 штук), а также система координат представлены на рис. 1. Ближайшее к выступу положение соответствует $y \approx 1$ мм от центра датчика. Сдвиг в поперечном направлении (вдоль оси y) осуществлялся пропорционально высоте выступа на $y/h = 1$ и $y/h = 3$.

Оцифровка производилась при помощи АЦП National Instruments PCI-4472 с частотой дискретизации 30 кГц. Перед оцифровкой сигнал обрезался аналоговым фильтром низких частот с частотой среза 12.5 кГц. Длительность реализации составляла 15 с.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Наличие выступа в турбулентном пограничном слое (ТПС) на гладкой плоской поверхности приводит к значительному увеличению интенсивности пристеночных пульсаций давления. На рис. 2 представлена разность среднеквадратичных уровней мощности пульсаций давления в из-

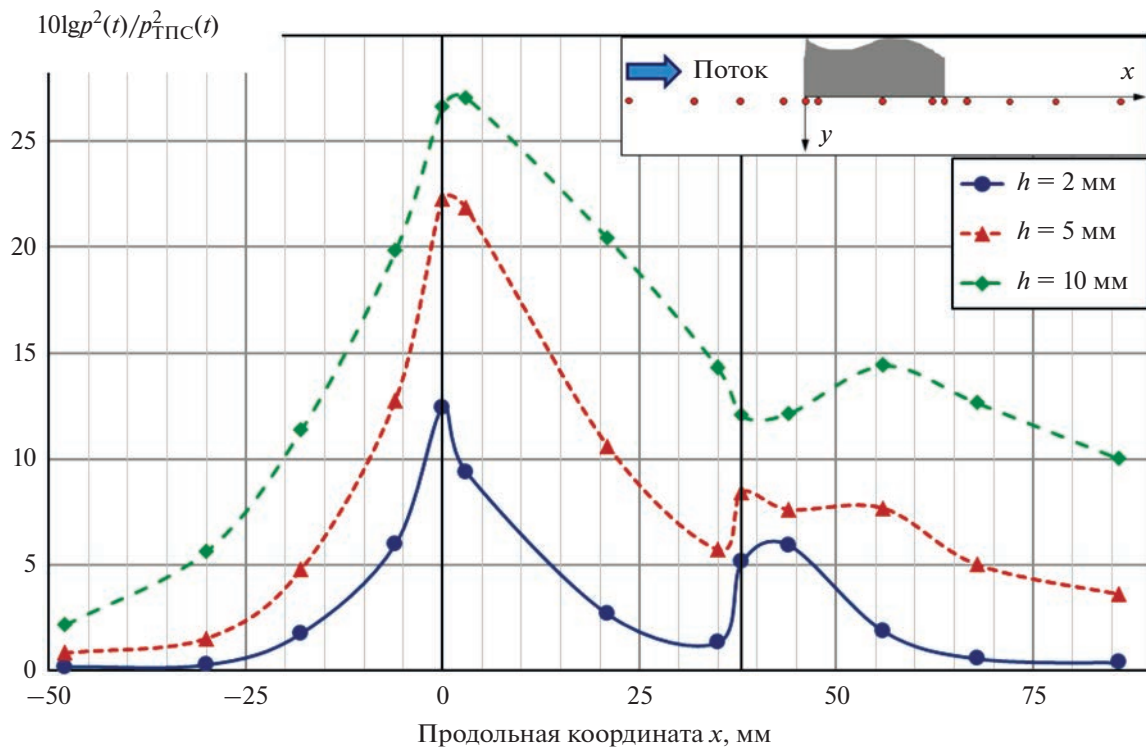


Рис. 2. Логарифм отношения среднего квадрата пульсаций давления в различных точках вблизи выступа к среднему квадрату пульсаций давления в невозмущенном турбулентном пограничном слое.

мерительных точках на расстоянии 1 мм (в поперечном направлении) от боковой кромки выступа и пульсаций давления невозмущенного ТПС (в децибелах). Данные представлены для различных высот выступа. Жирными линиями на рисунке обозначены положения передней и задней кромок выступа. Видно, что максимальные уровни пульсаций достигаются в непосредственной близости от передней кромки выступа, увеличение высоты выступа сопровождается ростом их интенсивности. Так, максимальное превышение над пульсациями давления невозмущенного ТПС увеличивается с 12 дБ при высоте выступа $h = 2$ мм до 27 дБ при $h = 10$ мм. Помимо этого, возрастает размер возмущенной области. При высоте выступа $h = 2$ мм пристеночные пульсации давления практически соответствуют уровням пульсаций давления ТПС на расстоянии 30 мм ($15h$) вверх по потоку от передней кромки и $34h$ вниз по потоку. При высоте выступа 5 мм размер возмущенной зоны перед выступом увеличивается, как минимум, до 48 мм ($9.6h$). Следует отметить, что протяженность возмущенной зоны существенно больше в направлении вниз по потоку от передней кромки, чем в направлении вверх по потоку. Это особенно заметно вблизи уступов высотой 5 и 10 мм.

Приведенные на рис. 2 графики показывают, что областью локального увеличения интенсив-

ности турбулентных пульсаций является также задняя кромка выступа. При этом для выступов высотой 2 и 5 мм характерно увеличение средне-квадратичных уровней пульсаций давления как в непосредственной близости от задней кромки ($x = 38$ мм), так и на некотором удалении от нее. За выступом высотой 10 мм локальное усиление пульсаций также наблюдается, однако этот максимум несколько смещен ниже по потоку. Увеличение интенсивности пристеночных пульсаций давления по мере удаления от кромки вплоть до расстояния порядка 5 высот выступа характерно для поля пульсаций давления за обратным уступом [14]. Данный эффект объясняется постепенным развитием слоя смешения за обратным уступом [30]. Для рассматриваемой линии установки приемников локальное увеличение наблюдается на расстоянии $0-2h$ от задней кромки.

Спектральная плотность мощности пристеночных пульсаций давления в точке максимума (в окрестности передней кромки уступа $x = 0$ мм, $y = 1$ мм) демонстрируется на рис. 3 для различной высоты выступа. Для сравнения приводится спектр пристеночных пульсаций давления невозмущенного ТПС. Форма спектра достаточно слабо зависит от высоты выступа. Наибольшие уровни регистрируются на частотах менее 250 Гц. В этой же частотной области наблюдается наи-

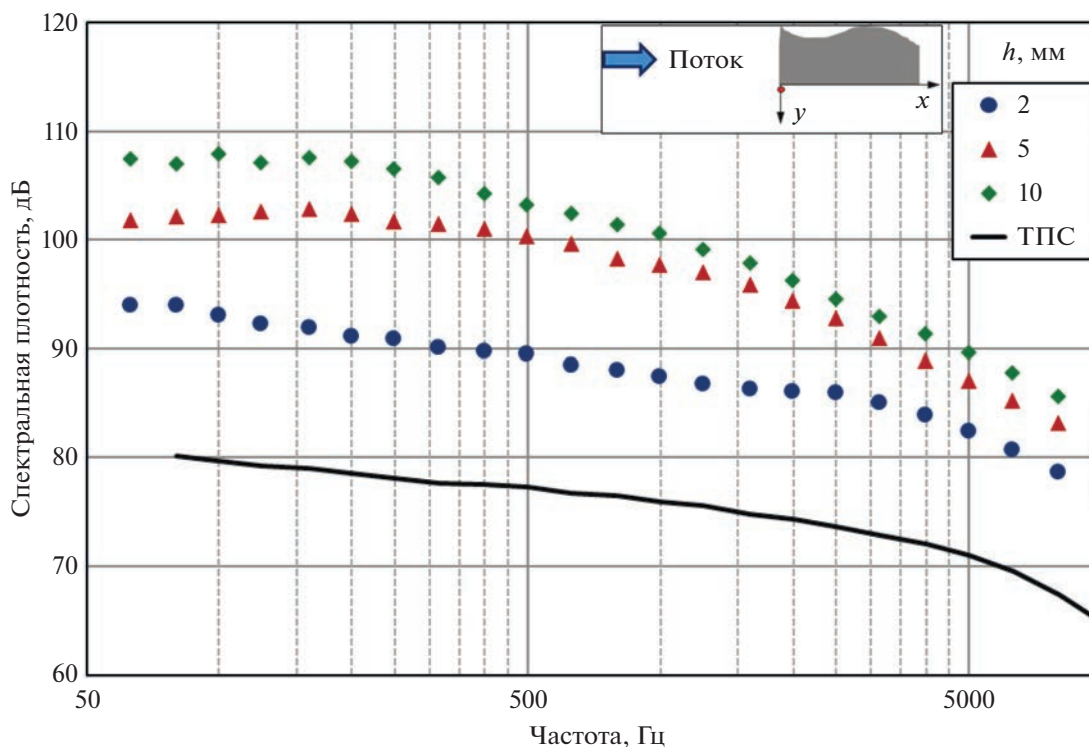


Рис. 3. Влияние высоты выступа на спектральную плотность пульсаций давления вблизи передней кромки; $y = 1$ мм.

большее превышение над спектральной плотностью пульсаций давления ТПС.

Эволюция спектров вверх и вниз по потоку от передней кромки выступа иллюстрируется на рис. 4. Спектральная плотность мощности пристеночных пульсаций давления для различных высот выступа при примерно одной и той же безразмерной координате $x/h \approx -3$ представлена на рис. 4а. Видно, что при данной безразмерной координате спектры практически совпадают для различных значений h . Указанный результат свидетельствует о том, что размер области интенсивных пульсаций давления перед уступом пропорционален высоте выступа. Спектр здесь имеет низкочастотный характер, типичный для отрывных течений [31]. Превышение над уровнями невозмущенного ТПС не превосходит 3 дБ на частотах выше 500 Гц, в то время как на более низких частотах превышение достигает 8–9 дБ.

За передней кромкой выступа (рис. 4б) спектральная плотность пульсаций давления приводится на фиксированном расстоянии $x = 21$ мм. На низких частотах спектральная плотность практически равномерна вплоть до характерной частоты среза, после которой начинается спад интенсивности турбулентных пульсаций по степенной зависимости от частоты. Характерная частота среза равна 500 Гц (при $h = 10$ мм) и 1000 Гц (при $h = 5$ мм), в результате чего характерное число Струхала для обеих высот выступа $St = fh/U = 0.13$.

При данном числе Струхала регистрируется максимальное превышение спектральной плотности пульсаций давления вблизи выступа над уровнями невозмущенного ТПС. При $h = 2$ мм ввиду малости уровней не удастся четко определить частотный диапазон, в котором спектр приблизительно равномерный. Несмотря на это, указанную характерную частоту среза можно определить из условия максимума превышения над ТПС. Из этих соображений получается значение 2500 Гц, которое соответствует числу Струхала $St = 0.13$. Аналогичное значение получается также по характерной частоте среза спектра на меньшем расстоянии от передней кромки. Аналогичное поведение спектров характерно для пульсаций давления на поверхности прямого уступа за его передней кромкой [20], где соответствующее число Струхала лежит в пределах 0.12–0.08 [11]. При более детальном рассмотрении данная характерная безразмерная частота зависит от размера области возвратного течения (т.н. отрывного пузыря) за передней кромкой уступа [21, 22]. Как показано в работе [32], данная частота характерна для образования вихрей в слое смешения между замедленной жидкостью внутри отрывного пузыря и внешним течением. Полученный результат имеет особое значение, ввиду того что именно этой частотой определяется форма спектра за передней кромкой уступа [11].

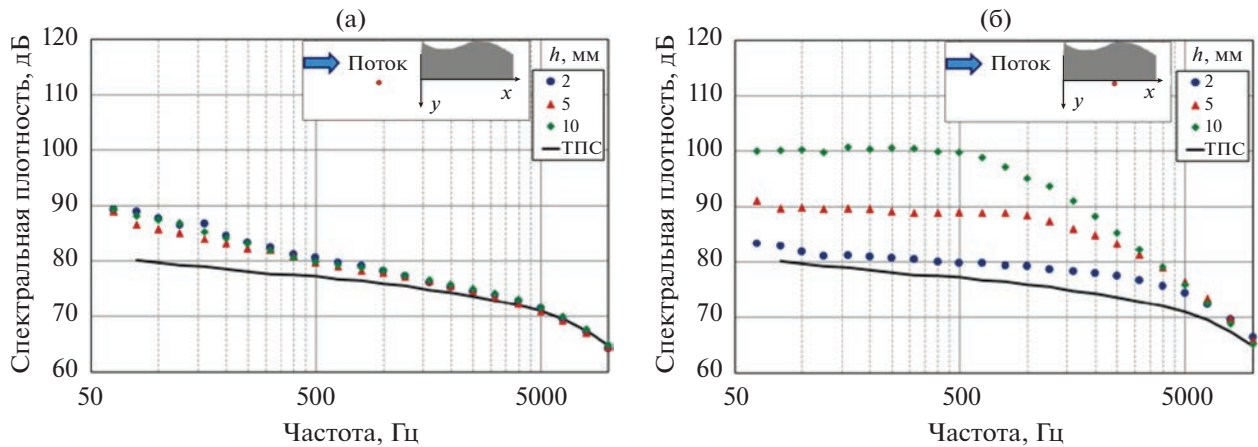


Рис. 4. Спектральная плотность пульсаций давления (а) — вверх и (б) — вниз по потоку от передней кромкой в зависимости от высоты выступа; $y = 1$ мм.

На рис. 5 представлены результаты измерений на различном расстоянии от передней кромки выступа высотой 5 мм вниз по потоку ($x = 21$ мм и более). Как и во всех предыдущих случаях, данные приводятся для поперечного расстояния $y = 1$ мм от боковой кромки. Если исключить из рассмотрения измерительную точку возле задней кромки ($x = 38$ мм), то анализ развития спектров пристеночных пульсаций давления вблизи выступа при дальнейшем удалении от передней кромки показывает, что форма спектра остается подобной той, что получена на расстоянии $x = 21$ мм. Наблюдается лишь уменьшение спектральных уровней и некоторое снижение характерной частоты среза. Аналогичная картина наблюдается на поверхности прямого уступа за его передней кромкой [11], а также за обратным уступом [14]. Вблизи задней кромки выступа ($x = 38$ мм) регистрируются значительные отклонения от описанной зависимости. В данной измерительной точке наблюдается увеличение низкочастотных спектральных уровней вплоть до 6 дБ, а также фиксируется снижение высокочастотных спектральных уровней вплоть до 3 дБ. Сравнение со спектром за задней кромкой выступа (в частности, $x = 86$ мм) показывает, что описанные особенности спектральной плотности имеют локальный характер, низкочастотное возмущение распространяется не дальше 3 высот выступа вниз по потоку от задней кромки.

Рассмотрим изменение спектральных уровней пристеночных пульсаций давления в поперечном направлении, иллюстрируемое на рис. 6. На расстоянии $y/h = 1$ наблюдается некоторое снижение интенсивности низкочастотных пульсаций и повышение высокочастотных (по сравнению с пульсациями давления, регистрируемыми при $y/h = 0.1$). Однако среднеквадратичные уровни пульсаций давления в области $y/h \leq 1$ практиче-

ски постоянны. Дальнейшее удаление от кромки ($y/h = 3$) сопровождается резким снижением спектральной плотности, достигающим 20 дБ в средне-частотной области. При $y/h = 3$ пульсации давления незначительно превышают уровни пульсаций давления ТПС на большей части частотного диапазона, за исключением низких частот.

При решении задач возбуждения вибраций и акустического излучения упругих конструкций под воздействием турбулентных течений жидкости и газа ключевую роль играет пространственно-временная структура поля пристеночных пульсаций давления. Определенное представление о ней можно получить по пространственно-временным корреляционным функциям, которые характеризуют степень взаимосвязи поля пульсаций давления в различных измерительных точках в различные моменты времени.

На рис. 7 представлены корреляционные функции для линейки датчиков для измерительных точек, располагающихся ниже по потоку относительно опорной. Сплошной жирной линией показана экспоненциальная аппроксимация зависимости корреляционного пика от временной задержки в невозмущенном турбулентном пограничном слое. Обработка результатов измерений показывает, что при выборе опорной точки в невозмущенной области перед уступом (рис. 7а) наблюдается значительная корреляция между полем давления в набегающем потоке и в отрывном течении вокруг выступа. Величина корреляции и временная задержка сигнала соответствуют случаю невозмущенного ТПС. Значительная корреляция с набегающим потоком, вероятно, объясняется тем, что в ТПС корреляция на больших расстояниях обусловлена крупными вихрями, движущимися во внешней области пограничного слоя [33]. Отклонение от описанной закономерности наблюдается лишь в зоне наиболее интен-

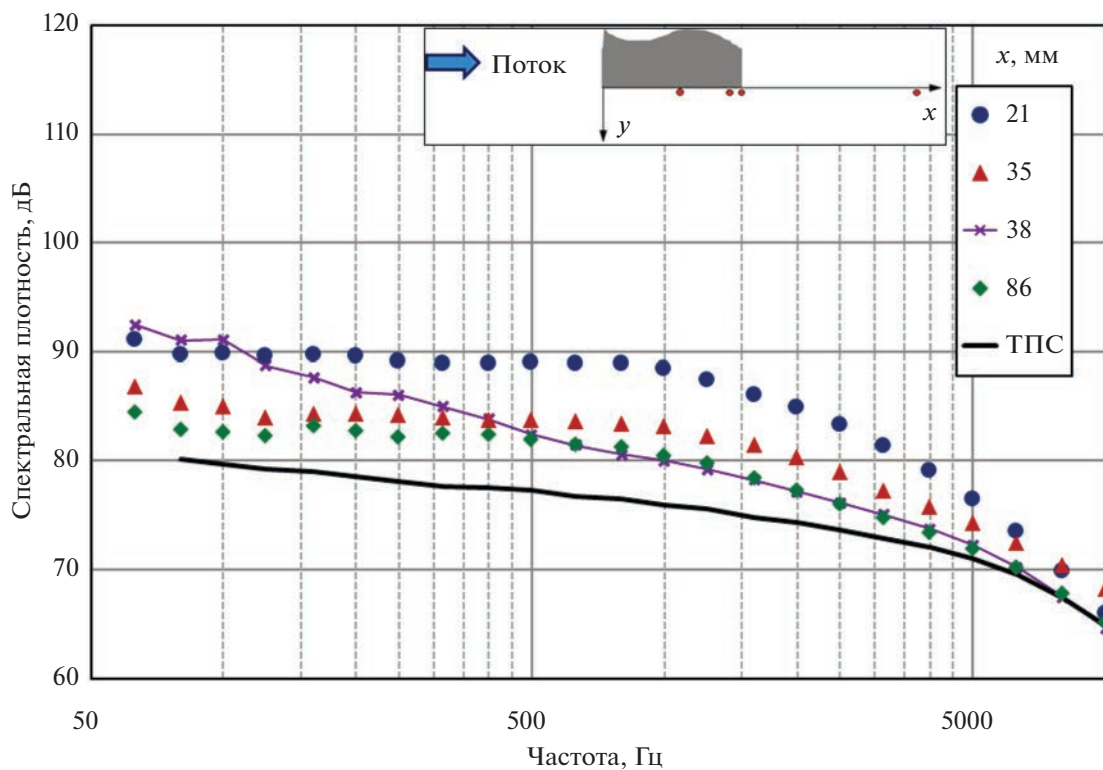


Рис. 5. Эволюция спектральной плотности пульсаций давления вниз по потоку от передней кромки выступа высотой 5 мм; $y = 1$ мм.

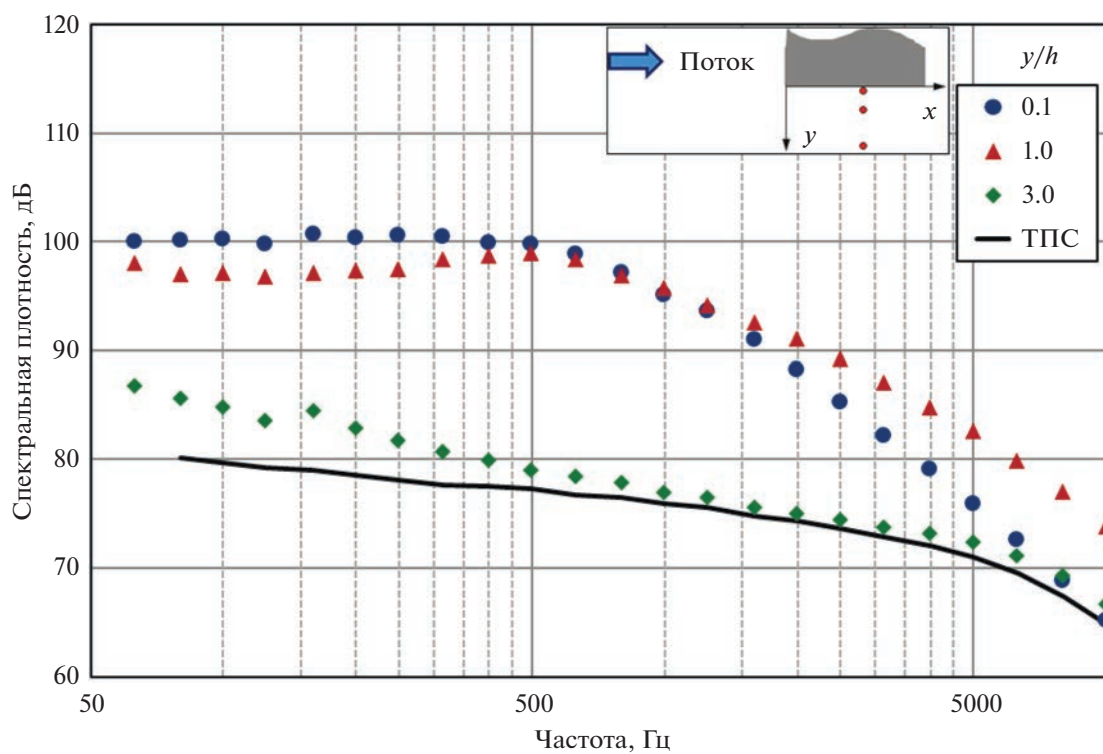


Рис. 6. Изменение спектральной плотности пульсаций давления в поперечном направлении для выступа высотой 10 мм при $x = 21$ мм.

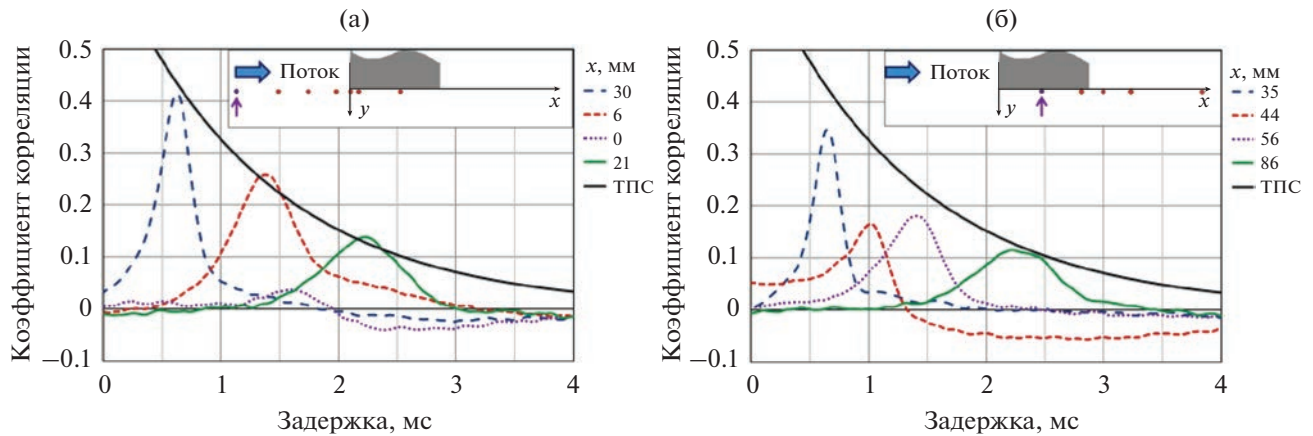


Рис. 7. Пространственно-временные корреляции пульсаций давления с опорной точкой (а) — вверх по потоку, (б) — вниз по потоку от передней кромки выступа высотой 2 мм; $y = 1$ мм.

сивных пульсаций давления в непосредственной близости от передней кромки выступа, где корреляция с набегающим потоком минимальна. В приведенных на рис. 7б данных опорная точка выбрана вблизи боковой кромки выступа. Видно, что возмущенное поле пульсаций давления также обладает конвективными свойствами, о чем свидетельствует пропорциональное увеличению задержки сигнала при удалении измерительной точки от опорной. Конвективная скорость составляет 0.6–0.7 скорости набегающего потока, что характерно для пристеночных пульсаций давления в турбулентном пограничном слое [1, 33]. При этом величина корреляции выходит на невозмущенный уровень только при максимальном удалении от опорного датчика. Можно отметить, что непосредственно за задней кромкой в корреляции проявляется локальное низкочастотное возмущение, корреляция с опорной точкой снижается.

Рассмотрим влияние высоты выступа на пространственно-временную структуру поля пульсаций давления, показанное на рис. 8. Корреляция между пульсациями давления перед выступом ($x = -6$ мм) и полем давления вблизи боковой кромки при $x = 21$ мм (рис. 8а) снижается по мере уменьшения высоты выступа, что свидетельствует о постепенном исчезновении взаимосвязи с набегающим потоком. В то же время возникает альтернативный пик отрицательной корреляции со значительно большей временной задержкой, соответствующей скорости распространения возмущения, равной 0.4 скорости набегающего потока. Отрицательная корреляция свидетельствует о том, что пульсации давления в области отрыва вблизи передней кромки находятся в противофазе с пульсациями вниз по потоку. При перемещении опорной точки в область максимальных уровней пульсаций давления вблизи кромки при $x = 0$ мм (рис. 8б) снижается величина положи-

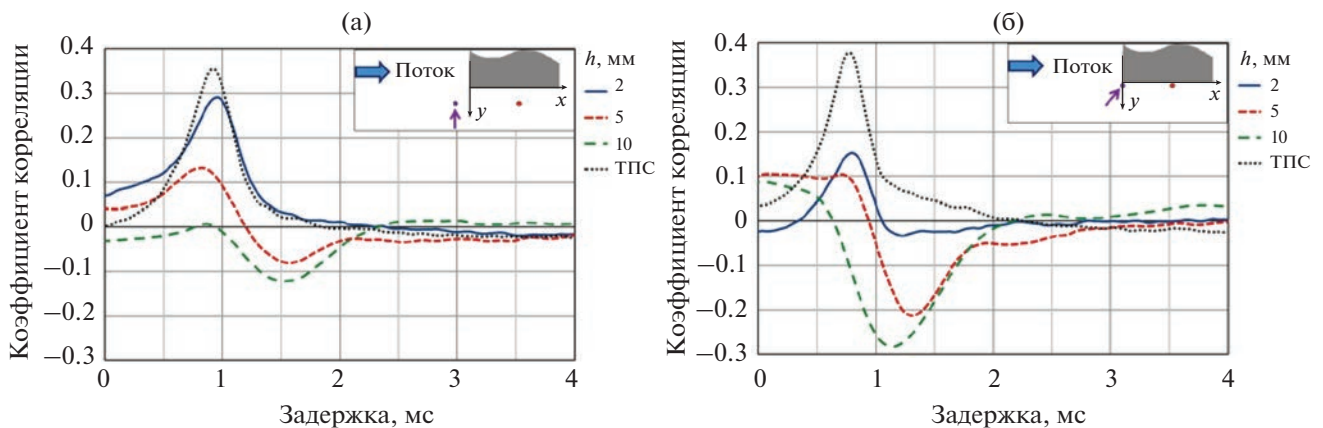


Рис. 8. Влияние высоты выступа на корреляцию между пульсациями давления (а) — вверх и вниз по потоку от передней кромки, (б) — вблизи передней кромки выступа и за ней.

тельного пика при $h = 2$ и 5 мм и возрастает величина отрицательного при $h = 5$ и 10 мм. Это свидетельствует о значительном сокращении вклада набегающего ТПС в корреляцию поля давления, а также о существенном изменении пространственно-временной структуры поля пульсаций давления по мере увеличения высоты выступа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты исследования особенностей поля пристеночных пульсаций давления вблизи боковой кромки выступов различной высоты. Измерения проводились в толстом (по сравнению с высотой выступов) турбулентном пограничном слое.

Результаты измерений демонстрируют, что даже в случае уступа высотой 2 мм (0.03 толщины пограничного слоя) наблюдается значительное (на 13 дБ) увеличение интенсивности пульсаций давления вблизи передней кромки выступа. При увеличении высоты до 10 мм (0.17 толщины пограничного слоя) превышение среднеквадратичного уровня мощности пульсаций давления над уровнем пульсаций давления невозмущенного турбулентного пограничного слоя достигает 27 дБ.

Область интенсивных пристеночных пульсаций давления существенно зависит от высоты выступа. Ее протяженность составляет порядка 3 высот выступа вверх по потоку от передней кромки и 1 высоты выступа в поперечном (относительно потока) направлении. В направлении вниз по потоку от передней кромки возмущения распространяются на значительно большие расстояния, особенно в случае выступов большой высоты. В этой пространственной области спектральная плотность пульсаций давления определяется характерным числом Струхала $fh/U = 0.13$.

Пространственно-временная структура поля пристеночных пульсаций давления существенно зависит от высоты выступа. При малой высоте выступа наблюдается значительная корреляция с пульсациями давления набегающего пограничного слоя, которая падает с ростом высоты. Наблюдается конвективный перенос возмущений со скоростью 0.6–0.7 скорости набегающего потока. При большой высоте уступа ситуация меняется и на первый план выходит корреляция поля давления, обусловленная формированием возмущений в отрывном течении вокруг выступа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда, проект 21-71-30016. Отработанная методика измерения пульсаций давления предполагает в дальнейшем использование на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего обра-

зования Российской Федерации по соглашению № 075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ефимцов Б.М.* Характеристики поля пристеночных пульсаций давления при больших числах Рейнольдса // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 491–497.
2. *Ефимцов Б.М.* Критерии подобия спектров пристеночных пульсаций давления турбулентного пограничного слоя // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 1. С. 58–61.
3. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Модели поля псевдозвуковых турбулентных пристеночных давлений и опытные данные // Акуст. журн. 1991. Т. 36. № 6. С. 1199–1207.
4. *Howe M.S.* Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 95. P. 1041–1047.
5. *Зверев А.Я., Ефимцов Б.М.* Сравнительная оценка акустического излучения тонкостенных конструкций, возбуждаемых турбулентным пограничным слоем, для различных представлений взаимного спектра // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 459–464.
6. *Haxter S., Spehr C.* Comparison of model predictions for coherence length to in-flight measurements at cruise conditions // J. Sound Vib. 2017. V. 390. P. 86–117.
7. *Blake W.K.* Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration. V. 2. Complex Flow-Structure Interactions. Second Edition. Academic Press, 2017. Elsevier Inc. 670 p.
8. *Голубев А.Ю., Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Турбулентные пульсации давления в акустике и аэродинамике. М.: Физматлит, 2019.
9. *Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р.* Развитие экспериментальных исследований турбулентных пристеночных пульсаций давления. Критический анализ и обобщение накопленных опытных данных // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 6. С. 639–649.
10. *Flinovia: Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects-III* / Eds. Ciappi E., De Rosa S., Franco F., Hambric S.A., Leung R.C.K., Clair V., Maxit L., Tota-ro N. Springer: Nature, 2021. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-64807-7>
11. *Awasthi M., Devenport W.J., Glegg S.A.L., Forest J.B.* Pressure fluctuations produced by forward steps immersed in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 2014. V. 756. P. 384–421.
12. *Farabee T.M., Casarella M.J.* Measurements of fluctuating wall pressure for separated/reattached boundary layer flows // ASME J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des. 1986. V. 108. P. 301–307.
13. *Efimtsov B.M., Kozlov N.M., Kravchenko S.V., Anderson A.O.* Wall Pressure Fluctuation Spectra at Small Forward-Facing Steps // AIAA Paper. 1999. 99–1964.
14. *Efimtsov B.M., Kozlov N.M., Kravchenko S.V., Anderson A.O.* Wall Pressure Fluctuation Spectra at Small Backward-Facing Steps // AIAA Paper. 2000. 2000–2053.

15. *Lee I., Sung H.J.* Multiple-arrayed pressure measurement for investigation of the unsteady flow structure of a reattaching shear layer // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 463. P. 377–402.
16. *Largeau J.F., Moriniere V.* Wall pressure fluctuations and topology in separated flows over a forward-facing step // *Exp. Fluids.* 2007. V. 42. P. 21–40.
17. *Camussi R., Felli M., Pereira F., Aloisio G., Di Marco A.* Statistical properties of wall pressure fluctuations over a forward-facing step // *Phys. Fluids.* 2008. V. 20. № 7. P. 75113.
18. *Ji M., Wang M.* Surface pressure fluctuations on steps immersed in turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 2012 V. 712. P. 471–504.
19. *Бибко В.Н., Голубев А.Ю.* Основные закономерности влияния скоса потока на характеристики полей пульсаций давления перед прямым и за обратным уступом // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 5. С. 483–491.
20. *Голубев А.Ю., Кузнецов С.В.* Особенности полей пульсаций давления на поверхности выступов // *Известия РАН. МЖГ.* 2018. № 6. С. 67–75.
21. *Awasthi M., Devenport W.J., Alexander W.N., Glegg S.A.L.* Aeroacoustics of rounded forward-facing steps: near-field behavior // *AIAA Journ.* 2019. V. 57. № 3. P. 1237–1249.
22. *Golubev A., Kuznetsov S.* Wall pressure fluctuations on the surface of sloped forward-facing steps // *AIAA Journ.* 2020. V. 58. № 10. P. 4595–4599.
23. *Leclercq D.J.J., Jacob M.C., Louisot A., Talotte C.* Forward-Backward Facing Step Pair: Aerodynamic Flow, Wall Pressure and Acoustic Characterisation // *AIAA Paper.* 2001. 2001-2249.
24. *Голубев А.Ю., Ефимцов Б.М.* Особенности структуры полей пульсаций давления в окрестности выступов // *Известия РАН. МЖГ.* 2015. № 1. С. 55–66.
25. *Голубев А.Ю., Ефимцов Б.М.* Взаимная корреляция полей пристенных пульсаций давления перед конфигурацией “прямой уступ–обратный уступ” и в следе за ней // *Ученые записки ЦАГИ.* 2015. Т. 46. № 1. С. 30–41.
26. *Голубев А.Ю.* Особенности полей пульсаций давления в окрестности конфигурации “прямой уступ–обратный уступ” // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 1. С. 56–62.
27. *Pearson D.S., Goulart P.J., Ganapathisubramani B.* Turbulent separation upstream of a forward-facing step // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 724. P. 284–304.
28. *Graziani A., Kerherve F., Martinuzzi R.J., Keirsbulck L.* Dynamics of the recirculating areas of a forward-facing step // *Exp. Fluids.* 2018. V. 59. № 154. P. 1–18.
29. *Fang V., Tachie M.F.* Spatio-temporal dynamics of flow separation induced by a forward-facing step submerged in a thick turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech.* 2020 V. 892. A40-1-30.
30. *Chandrsuda C., Bradshaw P.* Turbulence structure of a reattaching mixing layer // *J. Fluid Mech.* 1981. V. 110. P. 171–194.
31. *Simpson R.L., Ghodbane M., McGrath B.E.* Surface pressure fluctuations in a separating turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 177. P. 167–186.
32. *Kiya M., Sasaki K.* Structure of a turbulent separation bubble // *J. Fluid Mech.* 1983. V. 137. P. 83–113.
33. *Haxter S., Brouwer J., Sesterhenn J., Spehr C.* Obtaining phase velocity of turbulent boundary layer pressure fluctuations at high subsonic Mach number from wind tunnel data affected by strong background noise // *J. Sound Vib.* 2017. V. 402. P. 85–103.

УДК 534.2

ВАЛИДАЦИЯ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДАЛЬНОГО СОСТАВА ТОНАЛЬНОГО ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ НА ОСНОВЕ СИНХРОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В КАНАЛЕ И ДАЛЬНОМ ПОЛЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПОТОКА

© 2023 г. Н. Н. Остриков^a, *, М. А. Яковец^a, И. С. Ипатов^a, И. В. Панкратов^a

^aФАУ “ЦАГИ”, Акустическое отделение, ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия

*e-mail: nikolay.ostrikov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 12.12.2022 г.

После доработки 12.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Разработан метод определения модального состава коррелированных звуковых мод, распространяющихся в цилиндрическом канале, особенностью которого является учет эффекта отражения звука от открытого конца канала с помощью численного или аналитического расчета коэффициентов отражения. В заглушенной камере АК-2 проведена валидация данного метода, в которой звуковое поле создавалось в канале маломасштабной модели воздухозаборника с помощью 12 динамиков на фиксированных частотах, определение модального состава осуществлялось с помощью 48 микрофонов, установленных заподлицо стенок канала, и проводились синхронные измерения направленности излучения звука из открытого конца канала в дальнем поле. При этом на основе найденных амплитуд звуковых мод в канале проводился расчет характеристик излучения в дальнем поле с использованием аналитического решения по излучению звука из полубесконечного цилиндрического канала, результаты которого сравнивались с результатами измерений. Показано, что амплитуды звуковых мод, найденные согласно разработанному методу, позволяют с высокой точностью восстановить характеристики дальнего звукового поля в тех случаях, когда число сгенерированных распространяющихся мод в канале не превышает количества установленных микрофонов в цилиндрической решетке.

Ключевые слова: модальный анализ звукового поля в каналах, когерентные звуковые моды, цилиндрический канал, коэффициенты отражения звуковых мод от открытого конца канала, излучение звука из открытого конца канала

DOI: 10.31857/S0320791923600099, EDN: IULPLA

ВВЕДЕНИЕ

Знание модального разложения звукового поля, генерируемого вентилятором авиационного двигателя в воздухозаборном канале, позволяет повысить эффективность настройки параметров звукопоглощающих конструкций, устанавливаемых на стенках каналов. С развитием элементной базы в 1990-е годы, стали активно разрабатываться экспериментальные методы определения модального состава звукового поля в каналах с использованием микрофонных решеток, расположенных заподлицо с жесткими стенками канала. К настоящему времени разработаны различные подходы к определению модального состава звукового поля в каналах различной геометрии [1–11]. При этом большинство разработанных методов основаны на предположении, что различные звуковые моды, сгенерированные в каналах, являются некоррелированными между собой, и

поэтому такие методы в той или иной степени базируются на идеологии метода “плоского” бимформинга, позволяющего локализовать и ранжировать некоррелированные источники звука с помощью плоских антенн. Предположение о некоррелированности различных звуковых мод в канале обычно делается исходя из того, что в реальном двигателе одновременно существует множество некоррелированных источников шума на каждой частоте. Однако исследования, проведенные в работе [8], показывают, что это предположение выполняется не полностью.

Непосредственной мотивацией настоящих исследований послужили выводы из углубленного анализа результатов работы [12]. В этой работе на основе испытаний маломасштабной модели воздухозаборника в заглушенной камере АК-2 было экспериментально подтверждено, что независимое изменение скорости всасываемого в воздухо-

заборник потока и скорости набегающего потока при одинаковой генерации звукового поля в канале приводит к существенно различным диаграммам направленности излучения в дальнем поле, что было предсказано в работе [13] на основе численных исследований. При этом звуковое поле в канале маломасштабной модели воздухозаборника создавалось 12 динамиками на различных тональных частотах, причем настройка динамиков с использованием метода, описанного в работе [14], позволяла генерировать различную коррелированную модальную структуру звукового поля на каждой частоте. В частности, удалось экспериментально реализовать звуковое поле, состоящее из небольшого числа звуковых мод, амплитуда которых превышала амплитуды других звуковых мод на 20–25 дБ. Модальный состав звукового поля определялся с использованием решетки из 48 микрофонов, а метод модального анализа был сфокусирован в этой работе на определении звуковых мод с доминирующими амплитудами.

В то же время оказалось, что модальное разложение звукового поля, определяемое с помощью микрофонной решетки в канале, не позволяет рассчитать направленность излучения в дальнем поле даже в простейшем случае отсутствия потока в воздухозаборнике. При этом для таких расчетов было использовано аналитическое решение задачи об излучении звука из полубесконечного цилиндрического канала, полученное с использованием метода Винера–Хопфа [15–17]. Наиболее явно это проявилось в случаях генерации только одной звуковой моды вблизи условия отсечки, амплитуда которой превышала амплитуды других звуковых мод на 15–20 дБ, но измеренная направленность излучения в дальнем поле абсолютно отличалась от соответствующей направленности излучения этой звуковой моды. Анализ причин этих расхождений показал, что разные моды имеют существенно различную эффективность излучения в дальнее поле из-за различного отражения от края канала обратно в канал. В результате в дальнем поле могут доминировать звуковые моды, амплитуда которых в канале на 10–15 дБ меньше амплитуд доминирующих мод.

Этот анализ привел к следующим выводам. Во-первых, эффект отражения звуковых мод от края канала обратно в канал очень важен с точки зрения излучения звука в дальнее поле. Во-вторых, метод модального разложения звукового поля должен позволять точно определять амплитуды *всех* распространяющихся звуковых мод в канале для заданной частоты, особенно если рассматривается генерация коррелированных звуковых мод. В-третьих, валидация метода модальной декомпозиции звукового поля в канале не может быть проведена только по критерию совпадения звукового поля, восстановленного на микрофонах в канале в соответствии с найденными ам-

плитудами звуковых мод, со звуковым полем, измеренным на этих микрофонах. Этот вывод является следствием плохой обусловленности обратной задачи определения коррелированного модального состава звукового поля в канале по результатам измерений на микрофонах решетки, в результате чего реализуется ситуация приблизительного совпадения экспериментальных и восстановленных звуковых давлений на микрофонах в канале для широкого состава амплитуд звуковых мод. Следовательно, способ проверки работоспособности метода модальной декомпозиции должен основываться на возможности правильного прогнозирования направленности дальнего поля по найденным амплитудам звуковых мод. Этот вывод соответствует точке зрения, изложенной в работах [3–6], в которых представлена проверка метода модальной декомпозиции некоррелированных звуковых мод в канале наружного контура двигателя, основанного на возможности прогнозирования направленности дальнего поля.

В настоящей работе была поставлена цель разработки метода декомпозиции звукового поля, сгенерированного в канале на фиксированной частоте, на коррелированные звуковые моды без выделения доминирующих и минорных мод, который мог бы пройти проверку на точность расчета направленности излучения в дальнем поле по найденным амплитудам звуковых мод. Особенностью разработанного метода является то, что эффект отражения звуковых мод от края канала обратно в канал учитывается на основе предварительного численного или аналитического расчета коэффициентов отражения. При этом используется стандартное представление отраженного звукового поля через амплитуды падающих звуковых мод и коэффициенты отражения звуковых мод (например, такое представление используется в работе [18], но в другой постановке задачи). Такое представление звукового поля позволяет почти вдвое сократить количество неизвестных амплитуд звуковых мод, т.е. неизвестны только амплитуды звуковых мод в падающей звуковой волне, а отраженное звуковое поле вычисляется по звуку, падающему на открытый конец канала.

Ниже в работе дано общее описание разработанного метода и приведены результаты его проверки в заглушенной камере АК-2 с использованием того же оборудования, что и в работе [12], но при условии отсутствия потока. Поскольку случай генерации коррелированных звуковых мод очень чувствителен к присутствию посторонних источников звука, например, к звуку, создаваемому вибрациями внешней поверхности модели воздухозаборника, то для повышения точности измерений пришлось провести значительные методические исследования. В отличие от работы [12], в настоящих исследованиях не использовалась специальная настройка динамиков для гене-

рации малого числа доминирующих звуковых мод. Напротив, сдвиг фазы между тональными сигналами, подаваемыми на различные динамики, выбирался случайным образом, чтобы генерировать на каждой частоте относительно полную комбинацию коррелированных звуковых мод в канале. Измерения в дальнем поле и в канале были синхронизированы друг с другом, чтобы последующая обработка измеренных сигналов могла выполняться единообразно на микрофонах, установленных в канале и в дальнем поле, с целью последующего сравнения как амплитудных, так и фазовых характеристик. На основе найденных амплитуд звуковых мод согласно разработанному методу рассчитывались амплитудные и фазовые характеристики звукового поля на микрофонах в дальнем поле с использованием аналитического решения по излучению звука из полубесконечного цилиндрического канала [15–17]. Использование этого аналитического решения оправдано тем, что толщина стенок канала значительно меньше длин волн, генерируемых в канале. Далее полученные расчетные значения сравнивались с экспериментальными данными. В результате разработанный метод модальной декомпозиции был успешно апробирован до частоты 6400 Гц ($ka \approx 11.7$, где k — основное волновое число, a — радиус канала). При этом на этой верхней частоте число распространяющихся коррелированных падающих звуковых мод в канале составляло 46 при использовании 48 микрофонов в решетке. Таким образом, метод декомпозиции коррелированных мод оказался валидированным для случая, когда количество распространяющихся падающих мод в канале не превышает количество микрофонов.

1. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛАХ

В настоящей работе разработан метод для экспериментального определения с помощью решетки микрофонов различных звуковых мод в цилиндрических каналах с потоком в предположении об их коррелированности. Данный метод разработан применительно к стендовым акустическим испытаниям двигателя, когда используется лемнискатный воздухозаборник с жесткими стенками, в который всасывается неоднородный поток (рис. 1). При этом микрофоны решетки устанавливаются в той части канала вдали от среза, где с высокой степенью точности реализуется однородный поток, но вблизи жестких границ имеется пограничный слой относительно малой толщины по сравнению с радиусом канала.

Под звуковыми модами подразумеваются собственные решения линейной задачи о распространении звука в канале. При наличии осевой

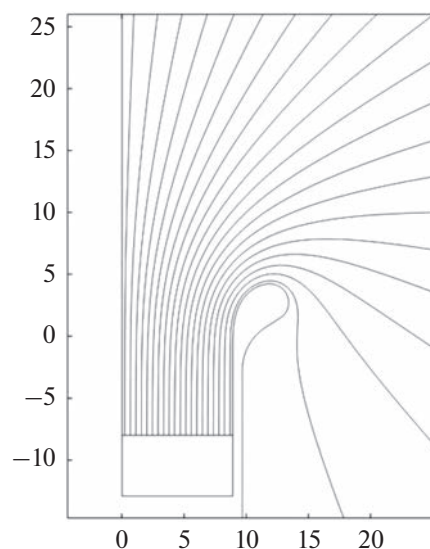


Рис. 1. Схематичное изображение потока, всасываемого в лемнискатный воздухозаборник.

симметрии канала и потока для фиксированной частоты звука ω звуковые моды образуют двухпараметрическое семейство вида $p_{mn}^{\pm}(r, x)e^{im\varphi - i\omega t}$, описываемое азимутальным m и радиальным n числами, где верхний индекс “+” соответствует волнам, распространяющимся по потоку, а индекс “–” — против потока (пусть ось x направлена против потока в направлении среза воздухозаборника). Если рассматривается часть канала, в которой поток с высокой степенью точности является плоскопараллельным с произвольным профилем скорости, то собственное решение имеет вид

$$p_{mn}^{\pm}(r, x) = p_{mn}^{\pm}(r)e^{i\alpha_{mn}^{\pm}x}, \quad (1)$$

где $\alpha_{mn}^{\pm}$ — осевое волновое число звуковой моды при распространении по и против потока соответственно.

Основная трудность определения модального состава звукового поля, состоящего из коррелированных мод, состоит в том, что каждая звуковая мода, падающая из внутренней части канала на его срез, отражается обратно внутрь канала, в результате чего звуковое поле $p(r, x, \varphi)$ в зоне расположения решетки микрофонов оказывается суперпозицией неизвестного звукового поля, сгенерированного вентилятором, и неизвестного отраженного звукового поля, причем эти два поля коррелированы между собой:

$$p(r, x, \varphi) = \sum_{m=-M_0}^{M_0} \sum_{n=0}^{N_0(m)} A_{mn} p_{mn}^{-}(r, x) e^{im\varphi} + \sum_{m=-M_0}^{M_0} \sum_{l=0}^{L_0(m)} B_{ml} p_{ml}^{+}(r, x) e^{im\varphi}, \quad (2)$$

где A_{mn} — амплитуды звуковых мод, сгенерированных вентилятором, B_{ml} — амплитуды звуковых мод, отраженных от открытого среза канала. В представлении (2) учитывается только конечное число распространяющихся мод, хотя, если решетка микрофонов расположена близко от вентилятора или среза канала, то могут быть учтены и не распространяющиеся моды. В результате описанной особенности число неизвестных амплитуд A_{mn} и B_{ml} оказывается достаточно большим в диапазоне частот до 5 кГц (для натурального двигателя это число исчисляется несколькими сотнями), что при ограниченном числе микрофонов в решетке делает задачу распознавания модальной состава плохо обусловленной.

В разработанном методе предполагается расчетное определение амплитуд отраженных звуковых мод с целью практически двукратного уменьшения числа неизвестных. Действительно, если в направлении среза канала распространяется одна звуковая мода $A_{mn}p_{mn}^-(r, x)e^{im\varphi}$, то при отражении от среза она сохранит свое азимутальное число в силу азимутальной однородности канала и потока, а отраженное звуковое поле будет состоять из суперпозиции звуковых мод со всевозможными радиальными числами. Поскольку задача является линейной, то отраженное поле в этом случае будет иметь вид $\sum_{l=0}^{L_0(m)} R_{n \rightarrow l}^m A_{mn} p_{ml}^+(r, x)e^{im\varphi}$, где $R_{n \rightarrow l}^m$ — комплексный коэффициент отражения падающей звуковой моды с радиальным номером n в отраженную звуковую моду с радиальным номером l . Коэффициенты отражения $R_{n \rightarrow l}^m$ могут быть определены с помощью численных методов заранее до проведения измерений для каждого режима работы двигателя или с помощью аналитического решения, если рассматривается модельная ситуация, близкая к полубесконечному цилиндрическому каналу. В результате представление звукового поля (2) приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} p(r, x, \varphi) &= \\ &= \sum_{m=-M_0}^{M_0} \sum_{n=0}^{N_0(m)} A_{mn} \left(p_{mn}^-(r, x) + \sum_{l=0}^{L_0(m)} R_{n \rightarrow l}^m p_{ml}^+(r, x) \right) e^{im\varphi} \equiv (3) \\ &\equiv \sum_{m=-M_0}^{M_0} C_m(r, x) e^{im\varphi}. \end{aligned}$$

Первая форма записи разложения (3) является полноценным разложением звукового поля на звуковые моды, а вторая форма записи — разложением на азимутальные моды, каждая из которых определяется амплитудой

$$C_m(r, x) = \sum_{n=0}^{N_0(m)} A_{mn} \left(p_{mn}^-(r, x) + \sum_{l=0}^{L_0(m)} R_{n \rightarrow l}^m p_{ml}^+(r, x) \right). \quad (4)$$

Пусть теперь заподлицо стенок канала радиуса a установлено S микрофонов с координатами (x_j, φ_j) , где $j = 1, \dots, S$. Можно считать толщину пограничного слоя приближенно постоянной, что позволяет рассматривать поток в этой зоне в качестве плоскопараллельного. В этом случае в разложениях (2), (3) и (4) можно использовать представление полей $p_{mn}^\pm(r, x)$ в виде (1), в котором осевые волновые числа $\alpha_{mn}^\pm$ определяются из решения уравнения Придмора—Брауна о распространении звука в каналах с плоскопараллельным потоком. Если толщина пограничного слоя мала относительно радиуса канала, то решение данного уравнения в случае жестких стенок канала может быть найдено приближенно для любых дозвуковых скоростей потока с помощью асимптотического метода, развитого в работе [19].

Кроме этого, будем считать, что нормировка собственных решений уравнения Придмора—Брауна выбрана таким образом, что $p_{mn}^\pm(a) = 1$ в (1), т.е. амплитуда звукового поля на стенках канала полностью определяется соответствующими амплитудными коэффициентами A_{mn} и B_{ml} .

Для того чтобы решетка микрофонов позволяла распознавать звуковые моды с различными азимутальными и радиальными числами, необходимо, чтобы ее микрофоны были распределены по поверхности стенки как в азимутальном, так и радиальном направлениях. Рассмотрим случаи, когда в конфигурации решетки присутствует хотя бы одна круговая подрешетка, микрофоны которой имеют одинаковую осевую координату x_c и различаются азимутальными углами установки.

Пусть S_c — число микрофонов в круговой подрешетке, которая содержит наибольшее число микрофонов среди остальных круговых подрешеток. Номера микрофонов в этой подрешетке обозначим как $j \in Cy_l$. Тогда наибольшее азимутальное число M_0 , которое могут иметь распространяющиеся по каналу звуковые моды без затухания, азимутальные амплитуды которых $C_m(a, x_c)$ могут быть определены с максимальной степенью точности, равно $M_0 = [(S_c - 1)/2]$, где квадратные скобки обозначают целую часть числа.

Предположим, что в канале с потоком генерируется детерминированное звуковое поле на фиксированной частоте, которое измеряется с помощью микрофонов решетки. Вычисляя при обработке результатов измерений автокорреляционные и взаимные корреляционные функции по отношению к некоторому опорному микрофону, каждому микрофону можно сопоставить комплексное значение звукового давления $p_j^{(ex)}$.

Если азимутальное число распространяющихся по каналу звуковых мод на выбранной частоте не превышает $M_0 = [(S_c - 1)/2]$, то азимутальные амплитуды распространяющихся звуковых мод $C_m(a, x_c)$ ($-M_0 \leq m \leq M_0$) могут быть определены или с помощью стандартных формул разложения в ряд Фурье при равномерном расположении микрофонов в круговой подрешетке, или в противном случае с помощью решения задачи минимизации функционала

$$\sum_{j \in \text{Cyl}} \left| p_j^{(\text{ex})} - \sum_{m=-M_0}^{M_0} C_m(a, x_c) e^{im\varphi_j} \right|^2 \rightarrow \min. \quad (5)$$

Заметим, что способ (5) всегда более предпочтителен, поскольку речь идет об обработке экспериментов, в которых могут иметь место систематические ошибки, вызванные, например, вибрациями стенок канала или приходом внутрь канала звука, отраженного от стенок помещения, в котором расположен канал.

После определения азимутальных амплитуд $C_m(a, x_c)$ может быть составлена следующая недоопределенная система уравнений

$$\sum_{n=0}^{N_0(m)} A_{mn} \left(e^{i\alpha_{mn}^- x_c} + \sum_{l=0}^{L_0(m)} R_{n \rightarrow l}^m e^{i\alpha_{mn}^+ x_c} \right) = C_m(a, x_c), \quad (6)$$

$$-M_0 \leq m \leq M_0.$$

Далее, согласно разработанному методу задача определения неизвестных амплитуд A_{mn} звуковых мод должна решаться с помощью нахождения условного минимума функционала

$$\sum_j \left| p_j^{(\text{ex})} - p(a, x_j, \varphi_j) \right|^2 \rightarrow \min, \quad (7)$$

где в качестве условий выступают соотношения (6),

$$p(a, x_j, \varphi_j) = \sum_{m=-M_0}^{M_0} \sum_{n=0}^{N_0(m)} A_{mn} \left(e^{i\alpha_{mn}^- x_j} + \sum_{l=0}^{L_0(m)} R_{n \rightarrow l}^m e^{i\alpha_{mn}^+ x_j} \right) e^{im\varphi_j}. \quad (8)$$

Если на данной частоте общее число распространяющихся звуковых мод в направлении среза канала равно N_{mod} , т.е. это число неизвестных амплитуд A_{mn} , M_0 — максимальное азимутальное число среди распространяющихся мод, а число микрофонов в решетке подчиняется условиям $S \geq N_{\text{mod}}, M_0 \leq [(S_c - 1)/2]$, то задача (6)–(7) является хорошо обусловленной. Данные условия позволяют определять верхнюю границу рабочих частот решетки микрофонов при заданном числе микрофонов, или определять необходимое число микрофонов в решетке по заданной верхней границе рабочих частот.

Таким образом, разработанный метод для случая коррелированных звуковых мод позволяет уменьшить общее число микрофонов решетки, так как практически вдвое снижает число неизвестных амплитудных коэффициентов. Данное преимущество достигается за счет увеличения трудоемкости обработки результатов измерений, возникающего из-за необходимости выполнения предварительных расчетов коэффициентов отражения $R_{n \rightarrow l}^m$. Эти коэффициенты отражения могут быть рассчитаны численно или получены из аналитического решения в случаях простой геометрии канала.

Заметим, что вычисление коэффициентов отражения наиболее робастно при использовании именно аналитического решения. В случае же использования численных решений удобно поступать другим эквивалентным способом: необходимо в канале “запустить” каждую распространяющуюся звуковую моду с единичной амплитудой в качестве волны, падающей на открытый конец канала, и для нее определить звуковое поле $p_{mn}^{(A=1)}(r, x)$:

$$p_{mn}^{(A=1)}(r, x, \varphi) = \left(p_{mn}^-(r, x) + \sum_{l=0}^{\infty} R_{n \rightarrow l}^m p_{ml}^+(r, x) \right) e^{im\varphi}, \quad (9)$$

состоящее из суперпозиции поля падающей моды и поля отраженной волны. Именно это звуковое поле входит во все выражения (3)–(8). Тем самым, при использовании численных методов нет необходимости непосредственного расчета коэффициентов отражения $R_{n \rightarrow l}^m$, а достаточно сразу определить поле $p_{mn}^{(A=1)}(r, x)$ (9), чтобы найти модальный состав из минимизации функционала (7).

В настоящей работе метод используется для случая цилиндрического канала при отсутствии потока. В этом случае давление $p_{mn}^{\pm}(r)$ в выражении (1) выражается через функцию Бесселя

$$p_{mn}^{\pm}(r) = \frac{J_m(\mu_{mn} r)}{J_m(\mu_{mn} a)}, \quad (10)$$

где радиальные волновые числа μ_{mn} являются корнями уравнения

$$J_m'(\mu_{mn} a) = 0. \quad (11)$$

При этом осевые волновые числа звуковой моды $\alpha_{mn}^{\pm}$ выражаются через радиальные волновые числа с помощью дисперсионного уравнения

$$\alpha_{mn}^{\pm} = \pm \sqrt{k^2 - \mu_{mn}^2}. \quad (12)$$

Коэффициенты отражения $R_{n \rightarrow l}^m$ получены в настоящей работе из аналитического решения для полубесконечного цилиндрического канала с жесткими стенками [17]. Аналитическое решение

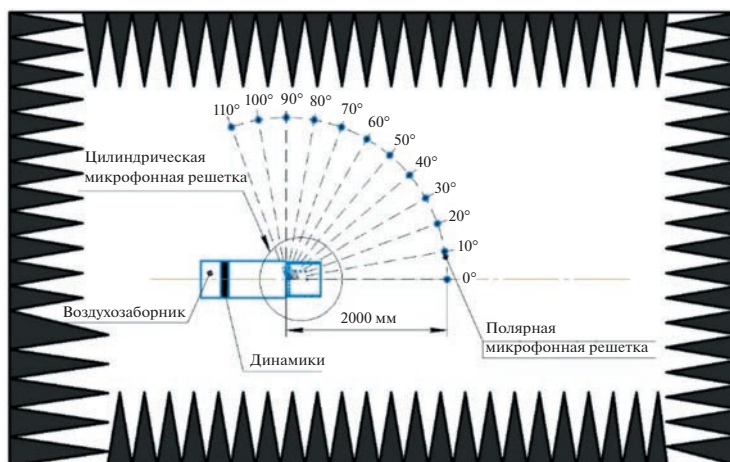


Рис. 2. Схема проведения эксперимента в заглушенной камере АК-2.

этого же типа используется для определения направленности излучения каждой звуковой моды в дальнем поле.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема проведения экспериментов по валидации разработанного метода в заглушенной камере АК-2 представлена на рис. 2.

Основной частью собранного экспериментального стенда является маломасштабная модель воздушозаборника (рис. 3а, 3б) с внутренним диаметром канала 20 см, содержащая генератор звука, состоящий из 12 акустических динамиков, равномерно установленных заподлицо стенок канала в азимутальном направлении (на 3D-модели воздушозаборника кольцо с динамиками обозначено красным цветом). Revamp1680 использовался в качестве усилителя сигналов от динамиков, а в качестве генератора сигналов на динамики использовался модуль NI PXIe-6738, входящий в состав измерительной системы на базе шасси NI PXIe-1071.

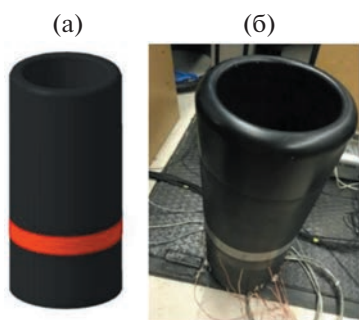


Рис. 3. (а) — 3D модель воздушозаборника, (б) — фото.

Для определения модального состава звукового поля в канале модели воздушозаборника использовалась цилиндрическая 48-микрофонная решетка, трехмерная (3D) модель которой показана на рис. 4а. В таблице на рис. 4б приведены координаты посадочных мест для микрофонов в цилиндрической системе координат (r, q, Z) , где $r = 100$ мм. Решетка, оснащенная 48-ю $\frac{1}{4}$ " микрофонами V&K, в сборе с моделью воздушозаборника показана на рис. 5а. При этом для точного позиционирования цилиндрической решетки по оси канала, устранения стыков между каналами решетки и воздушозаборника был изготовлен переходник, полностью повторяющий геометрию носка модели воздушозаборника. На рис. 5б показана 3D-модель адаптера для цилиндрической решетки, состоящая из 2 кольцевых частей.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Особое внимание было уделено устранению паразитных источников шума, оказывающих влияние на измерения в дальнем поле. В данном случае полезным сигналом является звук, излучаемый из открытого конца модели воздушозаборника, а паразитными источниками являются стенки и нижняя часть модели воздушозаборника, через которые проходит звук, генерируемый динамиками. С этой целью был поставлен методический эксперимент, в котором проведены два типа измерений в дальнем поле с использованием 12 микрофонов с полярной микрофонной решеткой с открытым и закрытым концом воздушозаборника. Открытый конец канала закрывался жесткой стенкой, изготовленной из толстого листа дерева, на поверхность которого был наклеен вибропоглощающий материал. На рис. 6а показана фотография сборки модели воздушозаборника

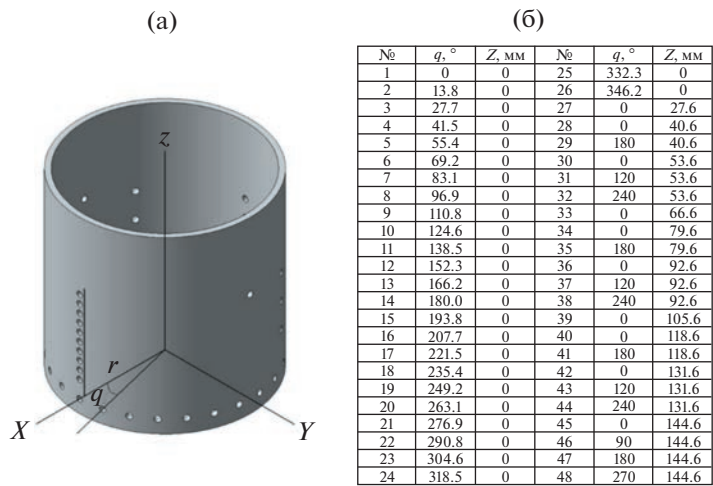


Рис. 4. (а) – 3D модель цилиндрической 48-микрофонной решетки, (б) – координаты посадочных мест для микрофонов в цилиндрической системе координат.

с открытым каналом, а на рис. 6б – с закрытым. Кроме этого, для минимизации паразитного излучения были использованы звукопоглощающие и вибропоглощающие материалы, которые покрывали боковые стенки воздухозаборника.

В табл. 1 показана разница в уровнях звукового давления на 12 микрофонах дальнего поля между конфигурациями с закрытым и открытым концом канала при разных частотах генерации звука. Указанные мероприятия привели к снижению интенсивности звука в среднем на 10–20 дБ. Однако на некоторых частотах и при некоторых углах обзора закрытие канала приводило к небольшому уменьшению амплитуды звукового поля (4–6 дБ), а в некоторых случаях даже к увеличению интенсивности излучаемого звука.

По результатам измерений был сделан вывод о недостаточности звукоизоляции боковых стенок модели и необходимости ее усиления за счет использования, так называемого, закона массы. В итоге было реализован следующий способ звукоизоляции боковых стенок: модель воздухозаборника была помещена внутрь железной трубы, диаметр которой на 30 мм больше наружного диаметра модели, затем кольцевой канал, образованный между наружной боковой поверхностью модели воздухозаборника и внутренней боковой поверхностью железной трубы, был заполнен песком (рис. 7).

В табл. 2 показана разница в уровнях звукового давления на 12 микрофонах между конфигурациями с закрытым и открытым концом канала при разных частотах генерации звука после улучшения звукоизоляции боковых стенок. Закрытие канала в модифицированном варианте привело к снижению интенсивности звука более чем на

20 дБ на всех микрофонах дальнего поля, а в среднем более чем на 30 дБ. Полученный результат был признан удовлетворительным для проведения валидационного эксперимента.

Следующее методическое исследование было проведено с целью выбора основных параметров разработанного метода. Фактически, представленный выше метод модальной декомпозиции содержит на каждой частоте только два параметра: число радиальных мод $N_0(m)$, которые необходимо учитывать в расчете падающего звука с заданным азимутальным номером, и число радиальных мод $L_0(m)$, которые необходимо учитывать в расчете отраженного звука с заданным азимутальным номером. Поскольку расстояние от динамиков до начала микрофонной решетки в модели воздухозаборника составляет 443.8 мм, то можно с уверенностью учитывать только распространяющиеся моды на каждой рассматриваемой частоте, т.е. число $N_0(m)$ совпадает с числом рас-

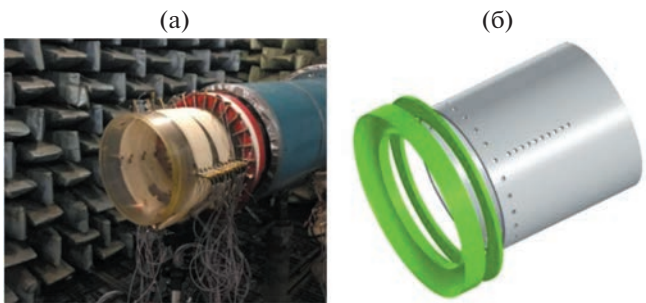


Рис. 5. (а) – 48-микрофонная решетка в сборе с моделью воздухозаборника, (б) – 3D модель адаптера для цилиндрической решетки, состоящая из 2 кольцевых частей.

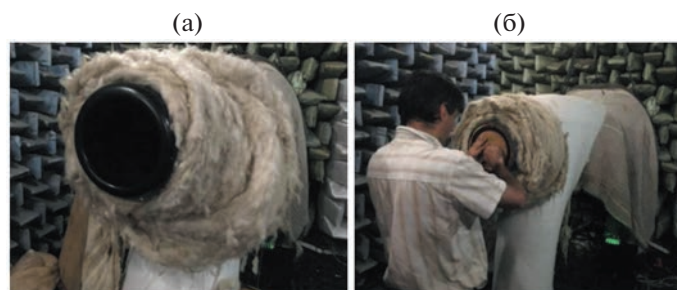


Рис. 6. Фотографии модели воздухозаборника с использованием звукопоглощающих и вибропоглощающих материалов на боковых стенках воздуховода: (а) – с открытым концом канала, (б) – с закрытым концом канала жесткой стенкой из вибропоглощающего материала.

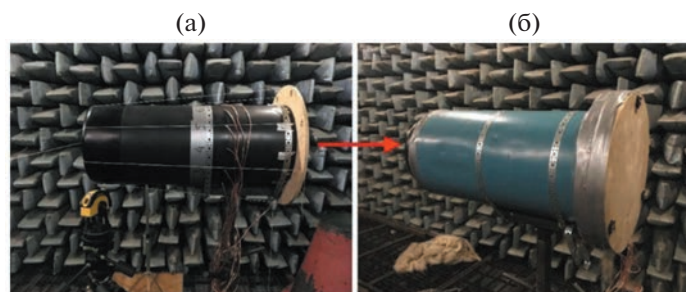


Рис. 7. Модификация модели воздухозаборника с целью улучшения звукоизоляции боковых стенок.

Таблица 1. Разница в уровнях звукового давления на 12 микрофонах дальнего поля между конфигурациями с закрытым и открытым концом канала при разных частотах генерации звука

Дельты уровня звукового давления на полярной решетке микрофонов, дБ												$f, \text{Гц}$
№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 10	№ 11	№ 12	
12.6	13.0	13.9	10.4	6.2	5.7	6.1	4.3	3.3	10.1	16.3	8.9	1248
22.8	24.5	28.9	32.2	20.5	22.3	18.3	9.8	0.4	2.4	3.5	−3.4	1600
20.0	24.2	23.3	20.3	17.3	24.8	11.6	17.3	20.4	7.5	0.2	17.5	2000
17.2	29.4	20.0	31.3	16.4	26.6	15.6	7.4	6.8	6.9	5.4	2.4	2496
20.9	29.1	36.4	24.3	21.3	5.4	13.4	4.2	−6.3	22.1	18.6	13.8	3152
22.3	33.5	33.0	35.9	39.7	26.6	27.1	19.6	11.9	6.9	12.5	7.2	4000
21.3	23.5	29.4	−1.0	6.7	15.3	19.6	19.5	39.9	9.3	15.1	13.4	5000
14.6	15.7	45.6	26.5	31.1	24.3	−1.3	10.3	1.1	10.6	7.4	12.7	6296

Таблица 2. Разница в уровнях звукового давления на 12 микрофонах между конфигурациями с закрытым и открытым концом канала при разных частотах генерации звука после улучшения звукоизоляции боковых стенок

Дельты уровня звукового давления на полярной решетке микрофонов, дБ												$f, \text{Гц}$
№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9	№ 10	№ 11	№ 12	
35.1	38.3	37.6	34.7	28.6	26.4	25.4	20.9	21.5	25.7	21.8	2.8	1248
48.6	47.8	41.8	43.1	37.3	32.7	26.1	26.9	26.2	15.8	28.4	28.1	1600
44.2	40.2	42.2	51.3	31.7	31.3	28.8	22.6	25.8	22.1	15.9	20.9	2000
39.1	41.4	21.9	47.6	36.6	38.5	41.1	40.1	52.1	37.4	35.3	40.8	2496
61.3	42.0	44.0	47.0	52.3	55.8	61.4	60.5	57.6	37.7	57.8	43.4	3152
53.4	58.1	55.1	47.7	50.5	47.5	59.5	44.3	37.8	27.7	47.7	30.5	4000
41.4	49.6	48.2	45.6	45.4	39.4	36.2	45.2	37.6	32.6	23.6	28.6	5000
50.5	55.0	52.9	42.1	45.6	50.5	43.4	40.6	37.6	34.4	36.7	38.5	6296

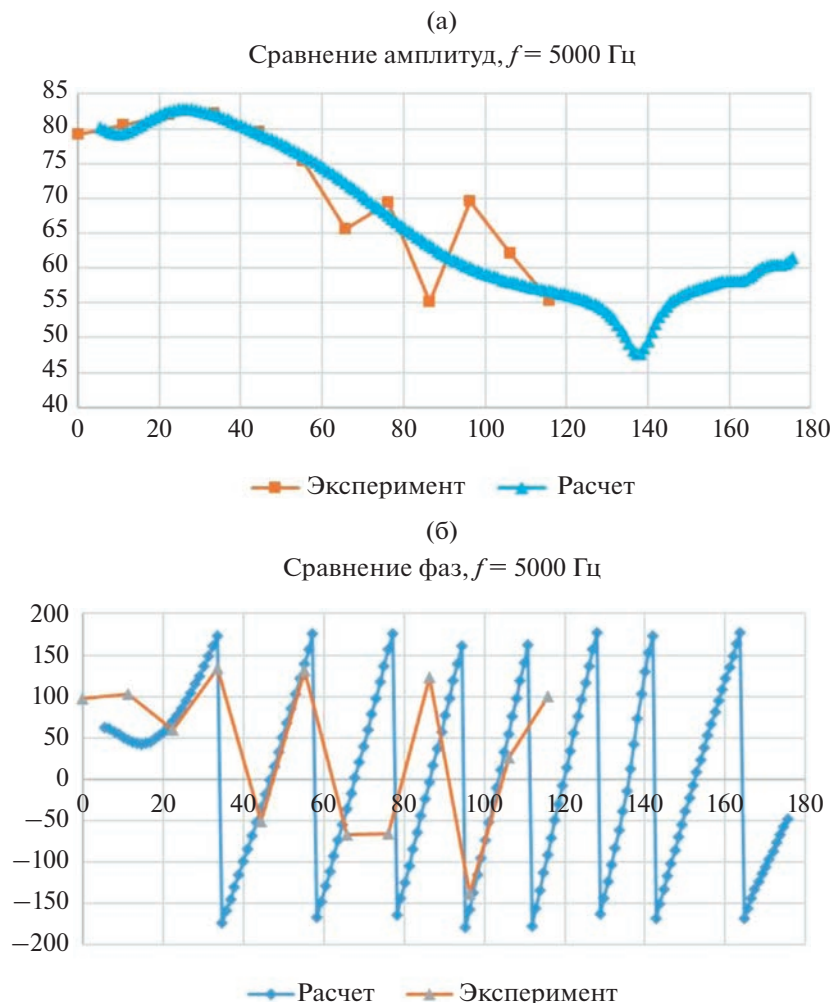


Рис. 8. Сравнение экспериментальных и расчетных амплитуд давления и фаз в дальнем поле для частоты $f = 5000$ Гц: (а) – амплитуды, (б) – фазы.

пространяющихся мод при заданном азимутальном числе. Напротив, расстояние от ближайшего микрофона до открытого конца канала составляет всего 54.2 мм, и поэтому вопрос о необходимости учета нераспространяющихся мод в отраженном звуке требует ответа. В работе эта проблема была решена следующим методом.

В канале полностью собранной установки генерировалось звуковое поле на частоте 2000 Гц при произвольном включении всех динамиков. На этой частоте распространяется всего пять звуковых мод с азимутальными числами $-2 \leq m \leq 2$ и радиальным числом $n = 0$. Это означает, что амплитуды A_{m0} всех этих звуковых мод могут быть однозначно определены из соотношения (6) только на основе измерений на микрофонах круговой подрешетки, содержащей 26 микрофонов, которые позволяют однозначно находить амплитуды $C_m(a, x_c)$ азимутальных мод. Безусловно, при

этом используются коэффициенты отражения $R_{0 \rightarrow l}^m$, входящие в соотношение (6), а предельное радиальное число $L_0(m)$ варьируется. Далее, после определения всех амплитуд A_{m0} , с помощью соотношения (8) вычислялись комплексные значения звукового давления на остальных микрофонах решетки, не входящих в круговую подрешетку, которые сравнивались с экспериментальными значениями. При этом особое внимание уделялось четырем микрофонам, которые наиболее близко располагаются к открытому концу канала. Результаты сравнения восстановленного и экспериментального звуковых давлений на этих микрофонах оказались отличными, если среди отраженных мод учитывались нераспространяющиеся звуковые моды, которые затухают на расстоянии 54.2 мм менее чем на 40 дБ. Заметим, что, если не учитывались отраженные звуковые моды, которые затухают на этом расстоянии более чем на

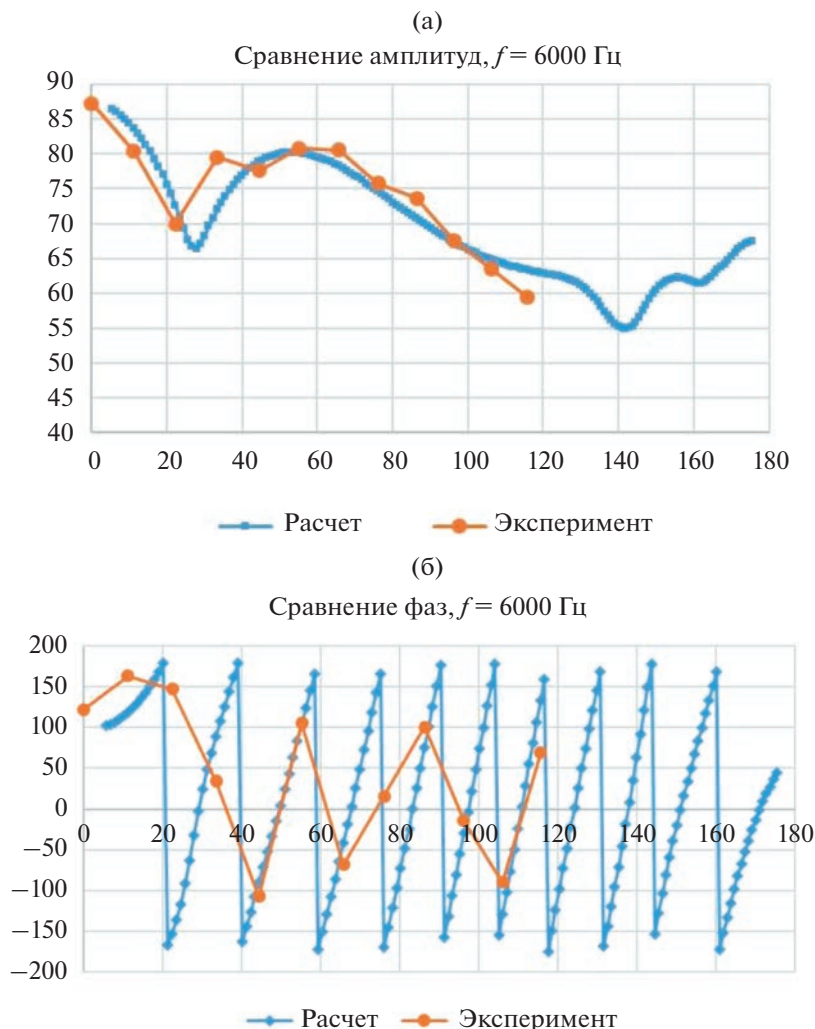


Рис. 9. Сравнение экспериментальных и расчетных амплитуд давления и фаз в дальнем поле для частоты $f = 6000$ Гц: (а) – амплитуды, (б) – фазы.

30 дБ, то восстанавливаемое звуковое давление уже заметно отклонялось от экспериментальных значений на этих четырех микрофонах. Таким образом, в алгоритм, реализующий разработанный метод модального анализа, был заложен критерий: в отраженном поле учитываются все нераспространяющиеся звуковые моды, затухающие на расстоянии 54.2 мм менее чем на 40 дБ.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВАЛИДАЦИИ РАЗРАБОТАННОГО МЕТОДА

На рис. 8–10 выборочно представлены результаты сравнения амплитудных и фазовых характеристик звукового давления, измеренных экспериментально на микрофонах в дальнем поле и полученных путем расчета на основе экспериментально определенных комплексных амплитуд звуковых мод, распространяющихся в канале в направлении

его края. Обратим внимание, что поскольку рассматривается случай коррелированных звуковых мод, то для получения расчетного значения звукового давления на микрофонах в дальнем поле необходимо сложить все комплексные давления отдельных звуковых мод.

Как видно из рис. 8–10, рассчитанные характеристики звукового давления в дальнем поле качественно соответствуют экспериментальным данным для всех частот и в целом имеют довольно близкие значения, хотя при некоторых углах наблюдается отклонение амплитуд порядка 10 дБ, а в фазовых значениях на несколько десятков градусов. Возникает естественный вопрос: в какой степени результаты этого сравнения можно охарактеризовать как хорошие.

Чтобы ответить на этот вопрос, построим в комплексной плоскости диаграммы звукового давления последовательного суммирования вы-

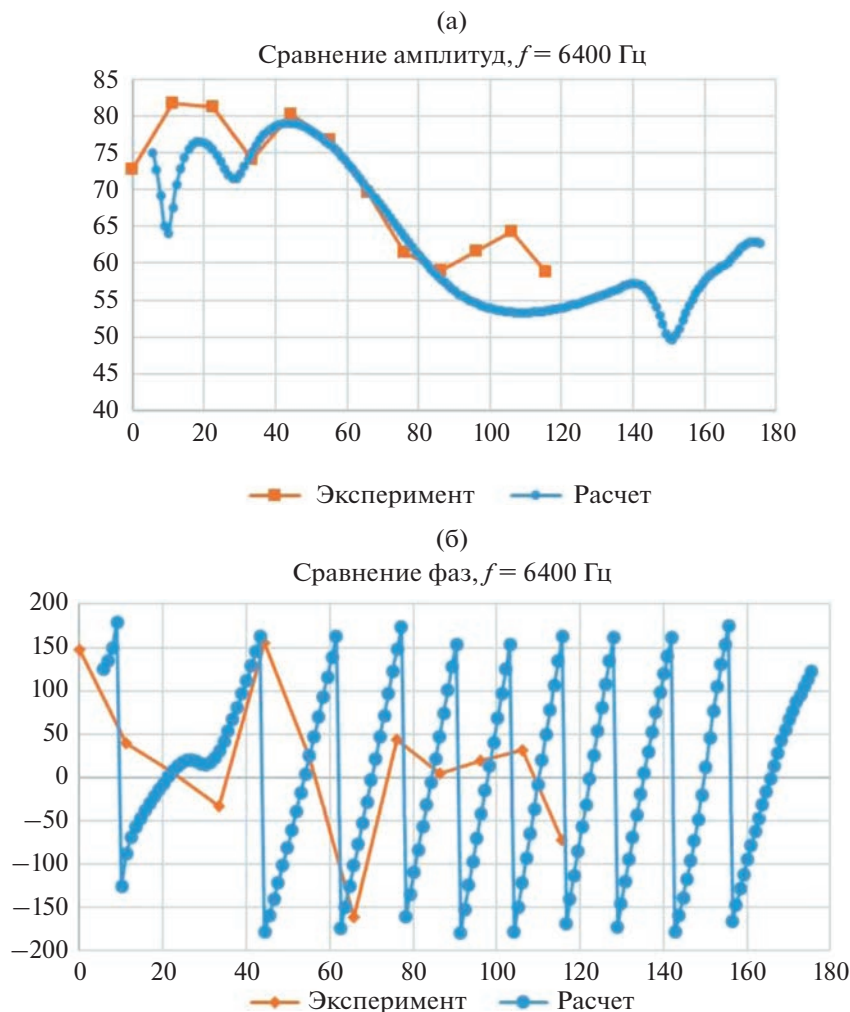


Рис. 10. Сравнение экспериментальных и расчетных амплитуд давления и фаз в дальнем поле для частоты $f = 6400$ Гц: (а) – амплитуды, (б) – фазы.

численных комплексных амплитуд звуковых мод на микрофонах дальнего поля при углах наблюдения, для которых существует наибольшая близость расчетного и экспериментального комплексных значений давлений. Эти результаты представлены на рис. 11а–11г. Красная линия соответствует измеренному комплексному давлению, а синяя линия соответствует вычисленному комплексному давлению, полученному путем суммирования комплексных амплитуд отдельных звуковых мод. Черная ломаная линия описывает процедуру последовательного суммирования амплитуд отдельных звуковых мод, причем каждый отрезок этой линии соответствует отдельному вкладу некоторой звуковой моды.

Во-первых, диаграммы, представленные на рис. 11а–11г, демонстрируют, что почти все коррелированные звуковые моды участвуют в формировании направленности дальнего поля, даже

если они имеют очень малую амплитуду в канале. Во-вторых, векторный тип сложения более 40 отдельных звуковых мод в дальнем поле может привести к значительным отклонениям при относительно небольших ошибках в определении комплексных амплитуд звуковых мод. Кроме этого, необходимо еще учитывать и паразитный шум, сгенерированный стенками канала (табл. 2), который также коррелирован с полезным сигналом. Поскольку аналогичная картина наблюдается для всех рассмотренных случаев и частот, можно сделать вывод, что результаты валидации можно охарактеризовать как очень хорошие.

5. ВЫВОДЫ

В настоящей работе разработан метод модального анализа звукового поля в каналах применительно к коррелированным звуковым модам. Особенностью метода является то, что эффект от-

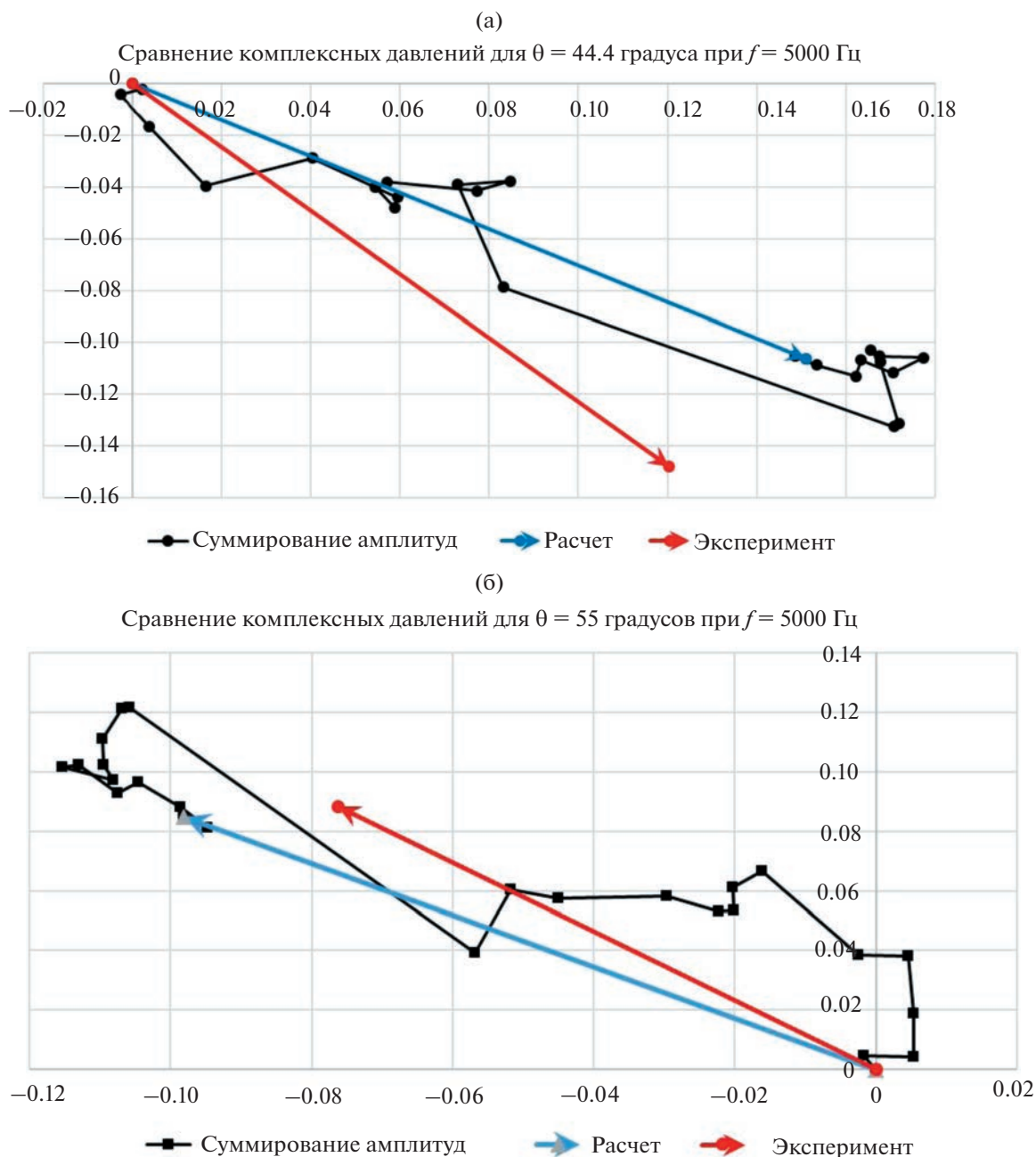


Рис. 11. Сравнение экспериментальных и расчетных комплексных давлений в дальнем поле: (а) — частота 5000 Гц, угол наблюдения 44.4 градуса; (б) — частота 5000 Гц, угол наблюдения 55 градусов; (в) — частота 6000 Гц, угол наблюдения 55 градусов; (г) — частота 6400 Гц, угол наблюдения 55 градусов (Продолжение см. на следующей странице).

ражения звуковых мод от открытого конца канала обратно в канал учитывается на основе численного или аналитического расчета коэффициентов отражения. Такое представление звукового поля позволяет почти вдвое сократить количество неизвестных амплитуд звуковых мод, т.е. неизвестны только амплитуды звуковых мод в падающей звуковой волне, а отраженное звуковое поле вычисляется по амплитудам падающего звука.

Валидация метода была проведена в заглушенной камере АК-2 с помощью маломасштабной модели воздухозаборника в условиях отсутствия потока на основе сравнения расчетной и экспериментальной направленности в дальнем поле. Для выделения модального состава звукового поля использовалась решетка из 48 микрофонов. Измерения в дальнем поле и в канале были синхронизированы друг с другом, так что последующая обработка могла выполняться единообразно

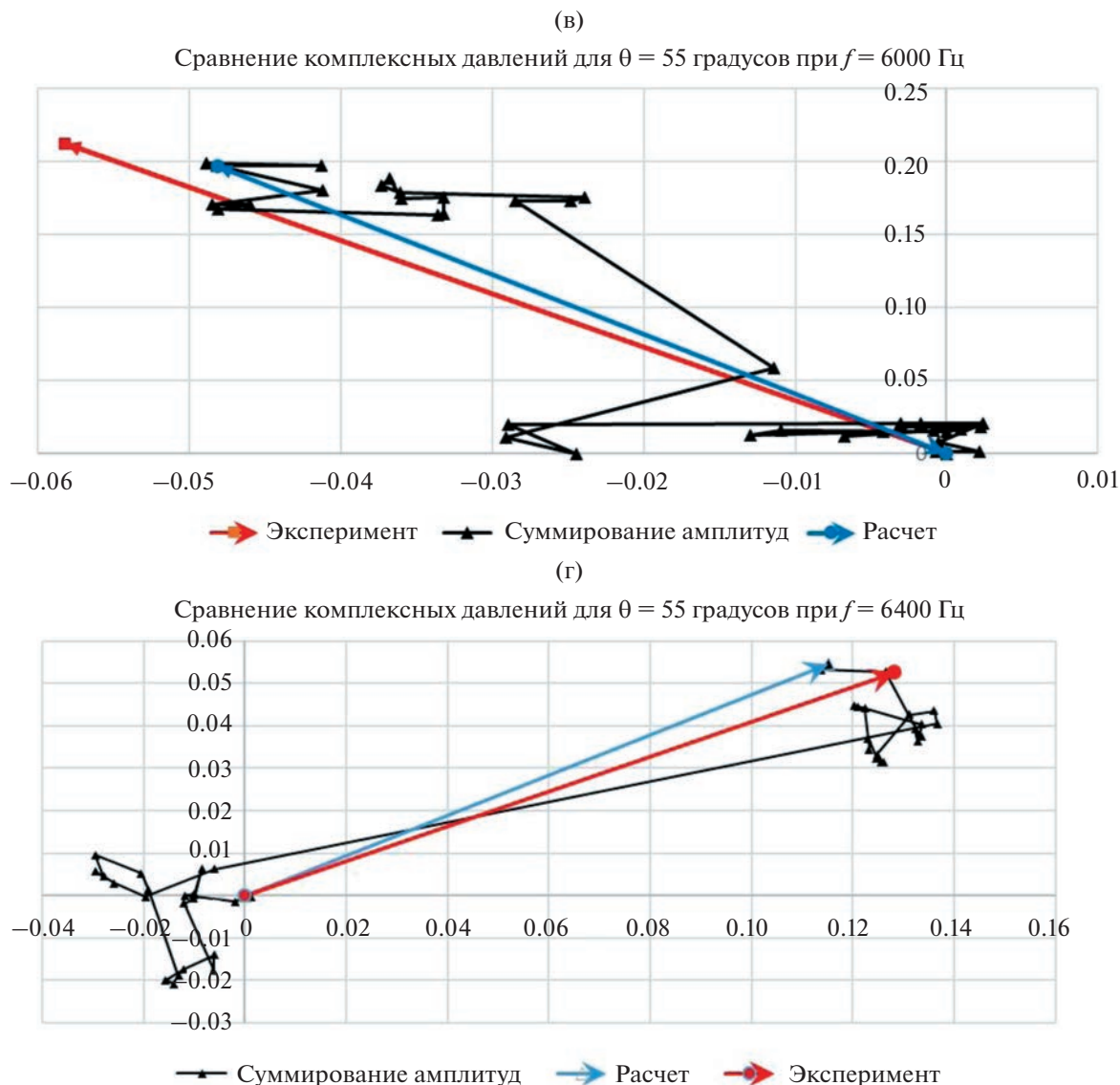


Рис. 11. Окончание.

с целью последующего сравнения как амплитудных, так и фазовых значений. Поскольку случай генерации коррелированных звуковых мод очень чувствителен к присутствию посторонних источников звука, например, к звуку, генерируемому вибрациями внешней поверхности модели воздухозаборника, то для повышения точности пришлось приложить значительные усилия в методической части экспериментальных исследований.

На основе найденных амплитуд звуковых мод с использованием аналитического решения по излучению звука из полубесконечного цилиндрического канала были рассчитаны амплитудные и фазовые характеристики звукового поля на микрофонах полярной решетки в дальнем поле. Далее полученные расчетные значения сравнивались с экспериментальными данными.

В результате разработанный метод модальной декомпозиции был успешно апробирован до частоты 6400 Гц ($ka \approx 11.7$). На этой верхней частоте количество распространяющихся коррелированных звуковых мод в канале составляло 46 при использовании 48 микрофонов в решетке. Таким образом, метод декомпозиции коррелированных мод оказался валидированным для случая, когда количество распространяющихся мод в канале не превышает количество микрофонов.

Основной вывод настоящей работы состоит в том, что случай генерации коррелированных звуковых мод в канале является наиболее сложным для прогнозирования направленности излучения в дальнем поле, поскольку в его формировании участвуют почти все звуковые моды, даже если их амплитуды в канале очень малы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016) на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Минобрнауки России по соглашению № 075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dougherty R.P., Mendoza J.M.* Nacelle In-duct Beamforming using Modal Steering Vectors // AIAA Paper. 2008. 2008–2812.
2. *Sijtsma P.* CLEAN based on spatial source coherence // Int. J. Aeroacoustics. 2009. V. 6. № 4. P. 357–374.
3. *Lowis C.R., Joseph P.F., Kempton A.J.* Estimation of the far-field directivity of broadband aeroengine fan noise using an in-duct axial microphone array // J. Sound. Vib. 2010. V. 329. P. 3940–3957.
4. *Tester B.J., Murray P.B.* An in-duct to far-field phased array technique for validation of fan broadband liner performance at representative Mach numbers // AIAA Paper. 2013. 2013–2211.
5. *Tester B.J., Özyörük Y.* Predicting far-field broadband noise levels from in-duct phased array measurements // AIAA Paper. 2014. 2014–2913.
6. *Tester B.J., Özyörük Y., Sutliff D.L., Bozak R.F.* Predicting far-field broadband noise levels from in-duct phased array measurements // ICSV-22. Florence (Italy) 12–16 July. 2015.
7. *Dougherty R.P.* Mutual Incoherence of Broadband Duct Acoustic Modes // AIAA Paper. 2016. 2016–3032.
8. *Tapken U., Pardowitz B., Behnz M.* Radial mode analysis of fan broadband noise // AIAA Paper. 2017. 2017–3715.
9. *Dougherty R.P., Bozak R.F.* Two-dimensional Modal Beamforming in Wavenumber Space for Duct Acoustics // AIAA Paper. 2018. 2018–2805.
10. *Fauqueux S., Davy R.* Modal Deconvolution Method in a Finite Circular Duct, using Flush-mounted Microphones // AIAA Paper. 2018. 2018–3927.
11. *Fauqueux S., Davy R., Méry F.* Duct modal detection tool to characterize the noise source generated by an air pump // AIAA Paper. 2019. 2019–2419.
12. *Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Яковец М.А., Ипатов М.С., Кругляева А.Е., Сидоров С.Ю.* Излучение звука из открытого конца канала, моделирующего воздухозаборник авиадвигателя в статических условиях и в потоке // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 59–73.
13. *Tam C.K.W., Parrish S.A., Envia E., Chien E.W.* Physics of Acoustic Radiation from Jet Engine Inlets // AIAA Paper. 2012. 2012–2243.
14. *Ostrikov N.N., Yakovets M.A., Ipatov M.S., Pankratov I.V., Denisov S.L.* Experimental study of the effect of flow velocity at the inlet on the azimuthal mode radiation: static and flight // 24th Int. Congress on Sound and Vibration, ICSV 2017, 2017.
15. *Вайнштейн Л.А.* // Докл. АН СССР. 1947. Т. 58. № 11. С. 1957.
16. *Levine H., Schwinger J.* Radiation of sound from a circular pipe // Phys. Rev. 1948. V. 73. P. 383–406.
17. *Вайнштейн Л.А.* Теория дифракции и метод факторизации. М.: Советское радио, 1966. 432 с.
18. *Lympany S.V., Karon A.Z., Wadsworth M.L., Funk R., Ahuja K.K.* An Experimental Facility for Measuring the Acoustic Reflection and Transmission of Higher-Order Modes in Heated Flows, Part 1: Design and Methodology // AIAA Paper. 2018. 2018–3133.
19. *Остриков Н.Н.* Асимптотический метод учета влияния пограничного слоя высокоскоростного потока на характеристики распространения звуковых мод в цилиндрическом канале с жесткими стенками // Докл. Рос. Акад. наук. Физика, технические науки. 2022. Т. 506. № 1. С. 104–112.

УДК 534.231

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПЕРЕМЕННОСТИ ИМПЕДАНСА ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕЙ ОБЛИЦОВКИ НА ШУМ ВЕНТИЛЯТОРА АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В РАСЧЕТЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ МОД В ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ

© 2023 г. В. В. Пальчиковский^а, *, А. А. Кузнецов^а, В. В. Павлоградский^а

^аПермский национальный исследовательский политехнический университет,
Комсомольский просп. 29, Пермь, 614990 Россия

*e-mail: vvpal@pstu.ru

Поступила в редакцию 12.12.2022 г.

После доработки 12.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Исследовано влияние переменности импеданса звукопоглощающей конструкции (ЗПК) воздухозаборника на шум вентилятора авиационного двигателя в дальнем поле. Расчеты проводились в осесимметричной постановке для одиночных мод на основе решения методом конечных элементов уравнения Блохинцева для акустического потенциала. Импеданс ЗПК определялся по хорошо развитой полуэмпирической модели, учитывающей влияние высокого уровня звукового давления (УЗД) и скользящего потока. Разработана процедура расчета распространения одиночных звуковых мод через воздухозаборник авиационного двигателя, облицованный ЗПК с переменным импедансом, зависящим от скорости потока и УЗД в локальной точке ЗПК. Выполнена валидация расчетной процедуры. Проведены расчеты распространения одиночных мод в переднюю полусферу для воздухозаборника, на стенке которого задавались условия жесткой стенки, постоянного импеданса (импеданс не меняется по длине ЗПК) и переменного импеданса (импеданс изменяется по длине ЗПК в зависимости от изменений скорости скользящего потока и УЗД). По результатам расчетов установлено, что постоянный и переменный импеданс дают отличные друг от друга значения УЗД в дальнем поле, при этом учет переменности импеданса меняет не только значения УЗД в дальнем поле, но и направленность максимального излучения моды.

Ключевые слова: авиационный двигатель, звукопоглощающая облицовка, переменный импеданс, акустические моды, численное моделирование, метод конечных элементов

DOI: 10.31857/S0320791923600087, **EDN:** IUJLXT

ВВЕДЕНИЕ

Доминирующим источником шума современного авиационного двухконтурного двигателя является вентилятор. В связи с этим важно уметь с хорошей точностью определять расчетным способом шум вентилятора в дальнем поле. Прогнозирование шума вентилятора в дальнем поле может строиться на моделировании распространения одиночных звуковых мод с заданными амплитудными коэффициентами от сечения вентилятора в дальнее поле, где затем выполняется суммирование мод. Моделирование представляет собой обычно численное решение математической модели в стационарной постановке с заданными граничными условиями, которая описывает распространение звуковых волн в движущейся среде до границ, где скорость среды уже довольно мала. Далее с помощью интеграла Гельмгольца–Кирхгофа акустическое давление пересчитывается в

дальнее поле. Такая постановка существенно экономит вычислительные ресурсы и время расчетов. Модальный состав генерируемого вентилятором шума предварительно можно получить из решения нестационарной газодинамической задачи взаимодействия набегающего потока с вентиляторной ступенью [1–4].

Кроме того, описанная постановка используется и для расчетного исследования влияния на уровни звукового давления в дальнем поле: разных значений импедансов [5, 6]; разной длины звукопоглощающих конструкций (ЗПК) и места установки ЗПК в воздухозаборнике [7]; формы воздухозаборника [2, 7, 8]; математических моделей распространения звука [8–10].

ЗПК локально-реагирующего типа, используемые для облицовки каналов авиационного двигателя, представляют собой изолированные ячейки различной геометрической формы (обычно пра-

вильный шестиугольник), перекрытые тонкими перфорированными листами. Основная характеристика ЗПК — импеданс — зависит как от геометрических параметров (степень перфорации, глубина ячеек, толщина перфорированного листа), так и от специфических внешних условий, к которым в первую очередь можно отнести высокий уровень звукового давления (УЗД) и наличие в канале скользящего потока. Оба данных параметра являются величинами, изменяющимися вдоль канала воздухозаборника. Скорость скользящего потока достигает максимальных значений на губе воздухозаборника и уменьшается по мере приближения потока к вентилятору. Уровень звукового давления уменьшается, наоборот, при удалении от вентилятора, вследствие поглощения части звуковой энергии при прохождении волн через зону звукопоглощающей облицовки. Данные эффекты ведут к тому, что импеданс по факту является величиной переменной вдоль ЗПК. Тем не менее, во множестве расчетов импеданс принимается величиной постоянной (например, в [5–10]), установленной для некоторого среднего значения скорости и звукового давления, что, конечно, отражается на точности получаемых результатов.

Существует ряд способов, которыми можно определить зависимость импеданса от скорости и УЗД. Прежде всего, это полуэмпирические модели, построенные на аналитических решениях упрощенных математических моделей физических процессов, происходящих в ЗПК при их эксплуатации, с использованием некоторых эмпирических констант. Подробнее с основными полуэмпирическими моделями локально-реагирующих ЗПК можно познакомиться в работах [11–14]. Можно также определить импеданс ЗПК на основе численного моделирования распространения волн в канале интерферометра при установленном в нем образце ЗПК [15–18]. Однако для этого требуется заметно больше вычислительного времени и ресурсов, чем при расчете по полуэмпирической модели (даже при малом числе резонаторов в геометрической модели), т.к. расчеты необходимо проводить для разных скоростей потока и уровней звукового давления. Наиболее трудоемким способом является экспериментальное определение импеданса. Чтобы определить зависимость импеданса образца ЗПК от скорости потока и УЗД, требуется провести большое количество измерений при разных условиях испытаний образца в установке “Интерферометр со скользящим потоком” [19–21]. Безусловно, все перечисленные подходы имеют разную точность определения импеданса, но для проведения оценочных исследований наиболее рациональным является использование полуэмпирических моделей.

Необходимо также заметить еще одну особенность при расчете распространения звуковых мод через воздухозаборник с переменным импедансом ЗПК. Поскольку импеданс зависит от скорости потока и УЗД, то для задания импеданса нужно знать распределение данных параметров вдоль ЗПК. Если распределение скорости можно определить из проведения предварительного газодинамического расчета данной зависимости остается без изменений, то с УЗД дело обстоит сложнее. Это связано с тем, что, с одной стороны, импеданс зависит от УЗД, а с другой — распределение УЗД вдоль ЗПК зависит от импеданса. В результате расчетная процедура распространения звуковых мод должна представлять собой итерационный процесс, который выполняется до тех пор, пока не установится постоянное распределение УЗД вдоль воздухозаборника.

Таким образом, целями данного исследования являются:

- разработка процедуры расчета распространения одиночных звуковых мод через воздухозаборник авиационного двигателя, облицованный ЗПК с переменным импедансом, зависящим от скорости потока и уровня звукового давления в локальной точке ЗПК;
- проведение расчетов распространения звуковых мод для разных условий стенки воздухозаборника (жесткая стенка, постоянный импеданс, переменный импеданс);
- сравнительный анализ уровней звукового давления для разных мод в дальнем поле с оценкой влияния переменности импеданса звукопоглощающей облицовки на шум в дальнем поле.

Важно отметить, что исследование носит в первую очередь оценочный характер, т.е. является проверкой — насколько сильно учет изменения скорости скользящего потока и УЗД вдоль ЗПК в расчете импеданса влияет на результаты распространения одиночных мод в дальнее поле относительно результатов, получаемых при расчетах с постоянным импедансом. В исследовании также валидируется разработанная процедура учета переменности импеданса в расчете распространения одиночных мод в дальнее поле.

МОДЕЛЬ ИМПЕДАНСА И ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССМАТРИВАЕМЫХ ЗПК

Как было отмечено выше, полуэмпирическая модель позволяет быстро определить импеданс ЗПК при заданной совокупности всех необходимых параметров. Поскольку импедансная граница в численном моделировании распространения звуковых мод через воздухозаборник разбивается

Таблица 1. Геометрические параметры ЗПК

Параметр	Обозначение	Значение	
		однослойная ЗПК	двухслойная ЗПК (1-й слой/2-й слой)
Длина стороны стенки сотового резонатора, мм	<i>a</i>	8	8/8
Высота полости резонатора, мм	<i>h</i>	60	30/30
Толщина перфорированной пластины, мм	<i>t</i>	1	1/1
Диаметр отверстия, мм	<i>d</i>	1	1/1
Доля перфорации	σ	0.13	0.10/0.05

на множество точек, в которых имеется разная скорость и УЗД, и расчетная процедура для каждой моды носит итерационный характер, то преимущество использования полуэмпирической модели в подобных исследованиях перед другими методами определения импеданса весьма ощутимо. Для расчета нормализованного импеданса была выбрана хорошо развитая полуэмпирическая модель А.Ф. Соболева, представленная в работе [11].

Для облицовки воздухозаборника авиационного двигателя обычно применяются однослойные или двухслойные ЗПК локально-реагирующего типа. Таким образом, в работе рассматриваются два варианта разных геометрических параметров, характерных для ЗПК, применяемых в облицовке воздухозаборника, которые представлены в табл. 1. Указанные параметры используются в дальнейших расчетах определения импеданса на основе полуэмпирической модели.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ
ОДИНОЧНЫХ ЗВУКОВЫХ МОД
В ПЕРЕДНЮЮ ПОЛУСФЕРУ

Расчетная область представляет собой осесимметричную модель воздухозаборника авиационного двигателя и небольшую область вокруг него. В геометрии воздухозаборника использовались некоторые типовые размеры, характерные для двигателей среднемагистральных самолетов. Внешний радиус кольцевого канала в сечении вентилятора составляет 1 м, внутренний радиус – 0.2 м. На входе в воздухозаборник радиус канала равен 0.96 м. Внешняя граница расчетной области удалена от центра входа в воздухозаборник на расстояние 8.6 м.

Вся расчетная область разбита на несколько подобластей (рис. 1), для каждой из которых используется своя математическая модель.

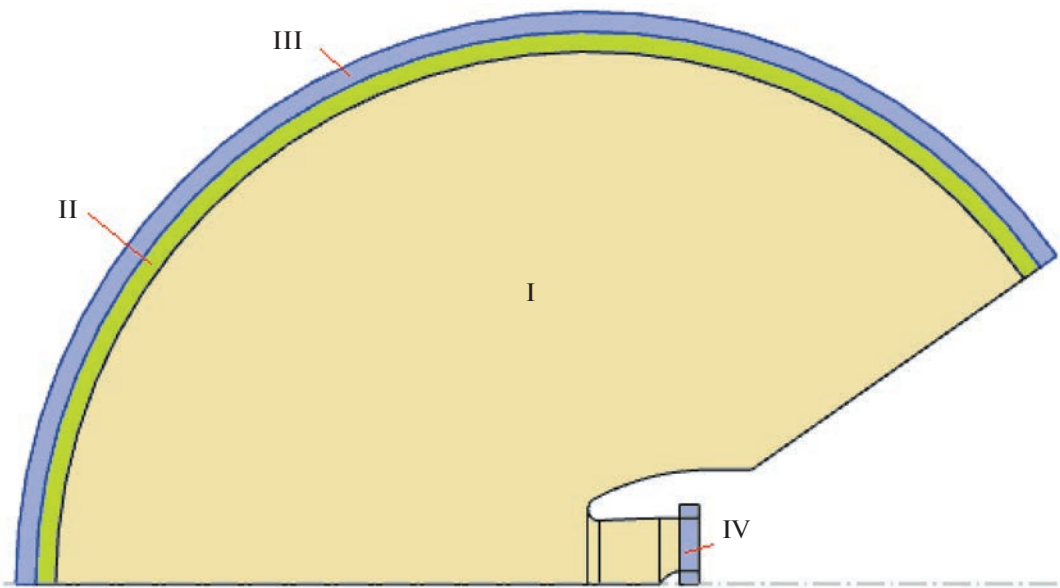


Рис. 1. Нумерация подобластей расчетной области.

Таблица 2. Опорные параметры в газодинамическом расчете

Параметр	Обозначение	Значение
Давление, Па	p_{ref}	101 325
Плотность, кг/м ³	ρ_{ref}	1.2
Температура, °C	T_{ref}	20
Скорость, м/с	v_{ref}	103

Для подобласти I расчет потока проводился в осесимметричной постановке на основе предположения о том, что поток является безвихревым, изоэнтропийным, невязким и сжимаемым. Поля скорости и плотности определяются из системы стационарных уравнений Эйлера для потенциального потока:

$$\begin{cases} \left(\frac{|\Phi|^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ref}}} \right)^{\gamma} \frac{p_{\text{ref}}}{\rho} \right) = \frac{v_{\text{ref}}^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_{\text{ref}}}{\rho_{\text{ref}}}, \\ \nabla(\rho \nabla \Phi) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где Φ — потенциал скорости потока; ρ — плотность; γ — отношение удельных теплоемкостей; параметры потока с подстрочными обозначениями “ref” соответствуют параметрам из табл. 2.

Моделируются условия испытания двигателя на открытом стенде, т.е. спутный поток отсутствует. Внешняя граница подобласти I находится на расстоянии 8 м от центра входа в воздухозаборник. Данное расстояние достаточно, чтобы ско-

рость среды на внешней границе подобласти I можно было считать близкой к 0. Таким образом, в качестве граничных условий для решения уравнений (1) на линии I (рис. 2) подобласти I задается нормальная скорость и плотность, характерные для работы вентилятора на режиме “Посадка”. На линии 3 (рис. 2) задается нулевое значение нормального к линии потенциала скорости. На остальных границах подобласти I для решения уравнений (1) задаются условия непротекания и проскальзывания.

Акустические расчеты в подобласти I и IV (рис. 1) выполнялись в осесимметричной постановке на основе уравнения Блохинцева для акустического потенциала:

$$\begin{aligned} & -\frac{\rho_0}{2} i \omega (i \omega \Phi + \mathbf{V} \nabla \Phi) + \\ & + \nabla \left(\rho_0 \nabla \Phi - \frac{\rho_0}{c_0^2} (i \omega \Phi + \mathbf{V} \nabla \Phi) \mathbf{V} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{V}$ — вектор скорости установившегося потока, компоненты которого находятся из предварительного газодинамического расчета.

Генерация одиночной моды с окружным номером m и радиальным номером n реализуется следующим образом. На линии источника I, принадлежащей подобласти I, задается поток массы:

$$m_{mn} = -i \xi_{mn} \Phi_{mn} \rho_0.$$

Акустический потенциал Φ_{mn} определяется как

$$\Phi_{mn} = \frac{p_{mn}}{-i \rho_0 c_0 (k - \xi_{mn} M_0)}, \quad (3)$$

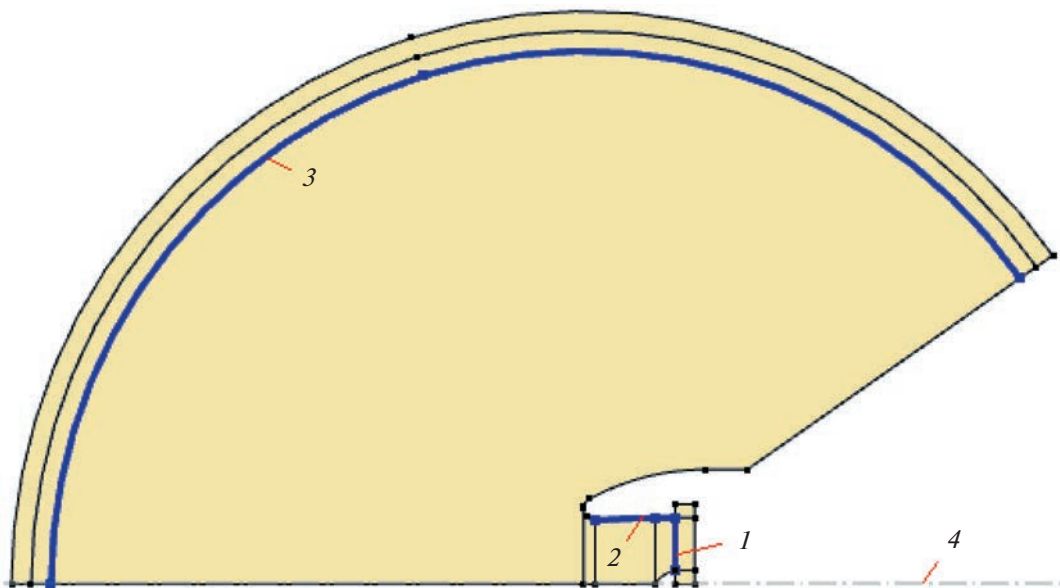


Рис. 2. Линии задания граничных условий: 1 — источник звука; 2 — импеданс ЗПК; 3 — граница вычисления интеграла Гельмгольца–Кирхгоффа; 4 — ось симметрии.

где $\xi_{mn} = \frac{-kM_0 + \sqrt{k^2 - \eta_{mn}^2(1 - M_0^2)}}{1 - M_0^2}$ – осевое волновое число; M_0 – число Маха. Акустическое давление определяется по формуле:

$$p_{mn} = A_{mn}N_{mn} \left(J_{|m|}(\eta_{mn}r) + C_{mn}Y_{|m|}(\eta_{mn}r) \right).$$

Здесь A_{mn} – амплитуда одиночной моды; $J_{|m|}$, $Y_{|m|}$ – функции Бесселя и Нейманна порядка m , соответственно; $\eta_{mn} = \lambda_{mn}/b$ – радиальное волновое число, где b – внешний радиус канала в сечении I (рис. 2); λ_{mn} – n -ый корень характеристического уравнения:

$$J'_{|m|}(\eta_{mn})Y'_{|m|}(\eta_{mn}h) - J'_{|m|}(\eta_{mn}h)Y'_{|m|}(\eta_{mn}) = 0,$$

где $h = a/b$ – отношение внутреннего радиуса a к внешнему радиусу канала b в сечении I (рис. 2).

Коэффициент C_{mn} находится по формуле:

$$C_{mn} = -J'_{|m|}(\eta_{mn}b)/Y'_{|m|}(\eta_{mn}b).$$

Коэффициент нормировки N_{mn} для плоской волны ($m = 0, n = 0$) равен 1, в остальных случаях определяется по выражению:

$$N_{mn} = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{\left[r^2 \left(1 - \left(\frac{m}{\eta_{mn}r} \right)^2 \right) \left(S_{|m|}(\eta_{mn}r) \right)^2 \right]_a^b}},$$

где $S_{|m|}(\eta_{mn}r) = J_{|m|}(\eta_{mn}r) + C_{mn}Y_{|m|}(\eta_{mn}r)$.

На линии I , принадлежащей подобласти IV (рис. 1), фиксируется разность потенциалов между областью I и IV

$$\varphi_{(I-IV)} = \varphi - \varphi_{mn},$$

где φ – потенциал, входящий в уравнение (2), который представляет собой сумму прямой и отраженной волны; φ_{mn} – потенциал, соответствующий генерируемой моде и определяемый по формуле (3).

Стоит отметить, что линия задания источника звука I на рис. 2 не соответствует точному положению вентилятора, а находится по факту немного перед вентилятором в сечении, где определяется модальный состав шума вентилятора на основе нестационарного газодинамического расчета вентиляторной ступени [1–4]. При этом в реальном шуме вентилятора амплитуды звуковых мод сильно разнятся по уровню, и моды с изначально низкой амплитудой будут оказывать слабое воздействие на изменение импеданса вдоль ЗПК. В нашем же исследовании амплитуды всех мод

A_{mn} являются одинаковыми и соответствуют уровню звукового давления 160 дБ. Такая постановка принята для удобства сопоставления влияния переменного импеданса на УЗД, формируемый в дальнем поле каждой отдельной модой при прочих равных условиях.

Линия 2 на рис. 1 моделирует звукопоглощающую облицовку воздухозаборника. На этой линии задается импедансное граничное условие в виде:

$$\begin{aligned} -\mathbf{n} \left(\rho_0 \nabla \varphi - \frac{\rho_0}{c_0^2} (i\omega \varphi + \mathbf{V} \nabla \varphi) \mathbf{V} \right) = \\ = \rho_0 \left(\frac{p}{Z} + \frac{1}{i\omega} (\mathbf{V} \nabla) \frac{p}{Z} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{n}$ – нормальный к границе вектор; $Z = Z_n \rho_0 c_0$ – импеданс; Z_n – известное значение нормализованного импеданса, которое определяется по полуэмпирической модели [11].

Распределение акустического давления в подобласти II (рис. 1) определялось на основе уравнения Гельмгольца:

$$\Delta p + k^2 p = 0. \quad (5)$$

Полученные для подобласти II значения акустического давления на границе 3 пересчитываются через интеграл Гельмгольца–Кирхгофа в дальнее поле:

$$p_{\text{ext}} = \int_{S(\mathbf{r})} (G(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \nabla p(\mathbf{r}) - \nabla G(\mathbf{R}, \mathbf{r}) p(\mathbf{r})) (-\mathbf{n}) dS, \quad (6)$$

где $G(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{R}|}$ – функция Грина; $\mathbf{R}$ – расстояние, на котором находится источник звука (в нашем случае соответствует линии 3 на рис. 2); $\mathbf{r}$ – расстояние, на которое пересчитывается акустическое давление (в нашем случае 50 м от центра входа в воздухозаборник, что соответствует положению микрофонов на открытом стенде).

Для обеспечения неотражающих условий на внешних границах с обоих краев расчетной области располагаются идеально согласованные слои – сферический в подобласти III и цилиндрический в подобласти IV (рис. 1). На остальных внешних границах расчетной области, кроме линии осевой симметрии 4 (рис. 2), для проведения акустических расчетов задается условие жесткой стенки.

Уравнения (1), (2), (5) с соответствующими граничными условиями решаются методом конечных элементов в программном пакете COMSOL Multiphysics.

ПРОЦЕДУРА РАСЧЕТА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОДИНОЧНЫХ МОД В ДАЛЬНЕЕ ПОЛЕ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ИМПЕДАНСА ЗПК ОТ СКОРОСТИ СКОЛЬЗЯЩЕГО ПОТОКА И УРОВНЯ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ

Как видно из полуэмпирической модели [11], импеданс ЗПК зависит от УЗД. При этом УЗД изменяется вдоль ЗПК из-за поглощения звуковой энергии и, соответственно, вдоль ЗПК изменяется и импеданс. Поскольку коэффициент звукопоглощения и нормализованный импеданс связаны друг с другом, то можно сказать, что и импеданс в свою очередь оказывает влияние на УЗД. Таким образом, взаимовлияние импеданса и УЗД должно быть учтено в граничном условии (4) путем задания соответствующих значений Z_n .

Также из полуэмпирической модели [11] и формулы (4) видно, что импеданс зависит от скорости скользящего потока, однако обратного воздействия импеданса на скорость потока нет. Поэтому достаточно один раз определить поле скорости в подобласти I (рис. 1) и далее использовать без изменений полученные значения скорости в акустическом расчете для одиночных мод с разными окружными и радиальными номерами.

Для учета взаимовлияния импеданса и УЗД была разработана расчетная процедура, блок-схема которой представлена на рис. 3. Расчетная процедура состоит из нескольких шагов. Шаги 1.1 и 1.2 являются предварительными шагами. На шаге 1.1 выполняется газодинамический расчет: решаются уравнения (1) с соответствующими граничными условиями, в результате чего определяется поле скорости, используемое на дальнейших шагах. На шаге 1.2 решаются уравнения (2) и (5) с соответствующими граничными условиями. При этом на линии 2 (рис. 2) может быть задано условие жесткой стенки или постоянный нормализованный импеданс Z_n , определенный по полуэмпирической модели при скорости скользящего потока V_{ref} и УЗД 160 дБ.

Шаг 2 представляет собой считывание вдоль линии 2 (рис. 2) скорости скользящего потока, найденной на шаге 1.1, и УЗД, найденного на шаге 1.2. Для этого вся линия 2 разбивается на 401 точку, в которых значения УЗД запоминаются в массив УЗД^{old} с целью дальнейшего его сравнения с новым приближением.

На шаге 3 по полуэмпирической модели определяется Z_n при скорости потока и УЗД в каждой из 401-ой точки. Затем найденные импедансы интерполируются на узлы конечно-элементной сетки вдоль линии 2 (рис. 2) и подставляются в импедансное граничное условие (4). На шаге 4 решаются уравнения (2) и (5) с соответствующими граничными условиями. На шаге 5 считывается

найденное на шаге 4 распределение УЗД вдоль линии 2 (рис. 2) и сохраняется в массив УЗД^{new}.

На шаге 6 выполняется проверка условия:

$$\Delta \text{УЗД} = \sum_{k=1}^K |\text{УЗД}_k^{\text{old}} - \text{УЗД}_k^{\text{new}}| \leq 1 \text{ дБ}, \quad (7)$$

где k — номер точки на линии 2; K — общее число точек на линии 2 (в нашем случае $K = 401$).

Если условие (7) истинно, то по формуле (6) определяется акустическое давление в дальнем поле, которое затем пересчитывается в УЗД, и расчетная процедура на этом останавливается. Если условие (7) ложно, то значения массива УЗД^{new} сохраняются в массив УЗД^{old} и вновь повторяются шаги 3–6 расчетной процедуры.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ АНАЛИЗ

Результаты газодинамического расчета представлены на рис. 4. Видно, что, начиная с координаты 0.6 м в направлении к входу в воздухозаборник, скорость потока значительно возрастает, что должно отражаться на импедансе ЗПК.

Акустические расчеты проводились для частот 500, 1000, 1500 Гц. В данный диапазон довольно часто попадают первые три гармоники вентилятора, имеющие наиболее высокие уровни генерации шума при работе двухконтурного турбореактивного двигателя среднемагистрального самолета на режиме “Посадка”. Данных частот вполне достаточно для проведения оценочного анализа влияния переменности импеданса на УЗД в дальнем поле. Выбор же более высоких режимов работы двигателя увеличит время расчетов, т.к. увеличится количество распространяющихся мод, но принципиально это не повлияет на выводы, сделанные по результатам исследований.

В расчете рассматривались следующие варианты условий на границе ЗПК: жесткая стенка; постоянный импеданс (импеданс не меняется по длине ЗПК); переменный импеданс (импеданс изменяется по длине ЗПК в зависимости от изменений скорости скользящего потока и УЗД). Поскольку расчеты проводились для большого количества мод, то на рис. 5–7 представлены только некоторые примеры, которые наиболее ярко демонстрируют соотношения между распределениями УЗД в дальнем поле, полученные для разных условий, реализуемых на границе ЗПК.

Из представленных графиков видно, что в зависимости от окружного и радиального номера моды, а также геометрических характеристик ЗПК могут получаться разные соотношения между УЗД в дальнем поле для постоянного и переменного импеданса:

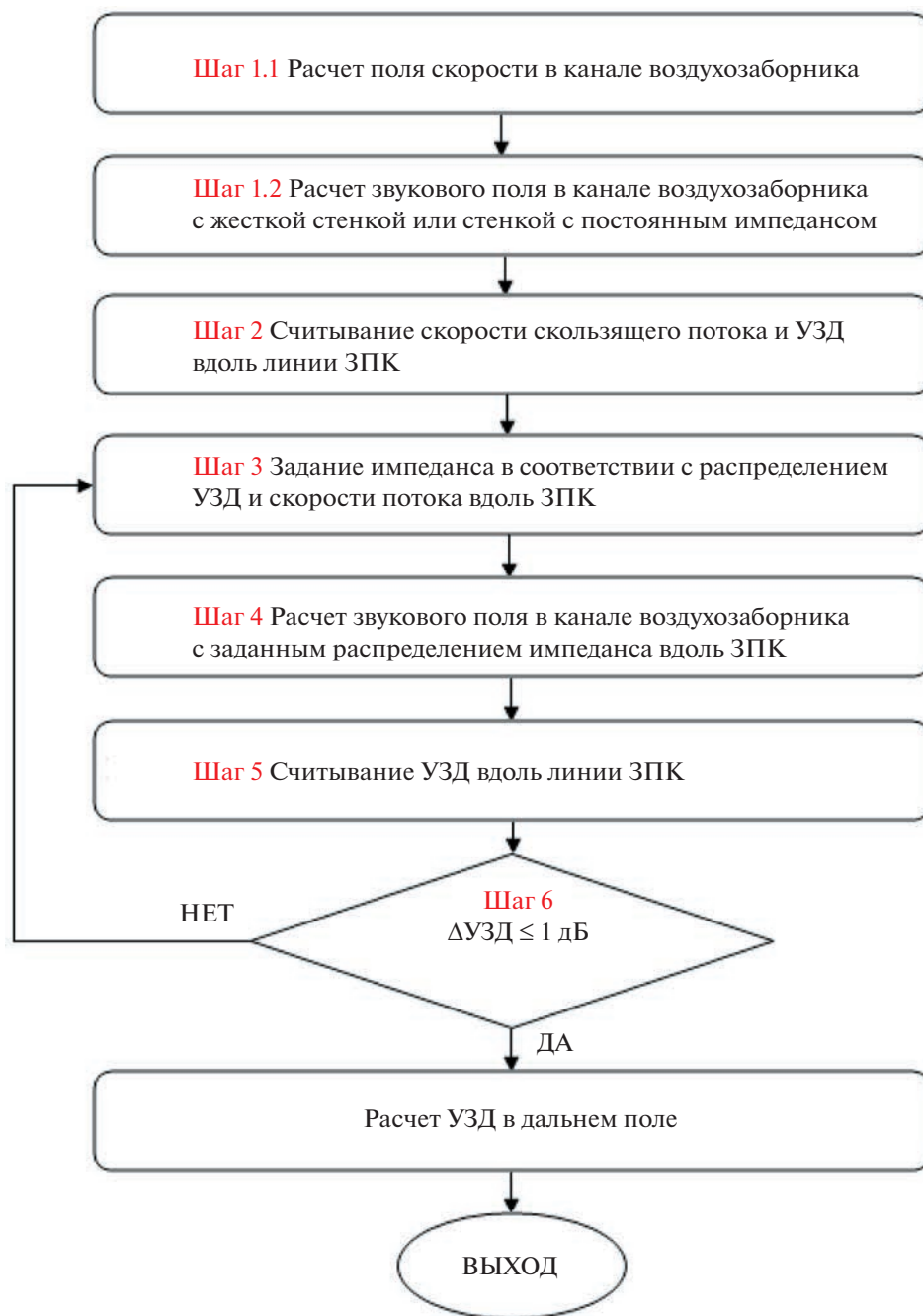


Рис. 3. Блок-схема алгоритма по учету зависимости импеданса от скорости скользящего потока и уровня звукового давления.

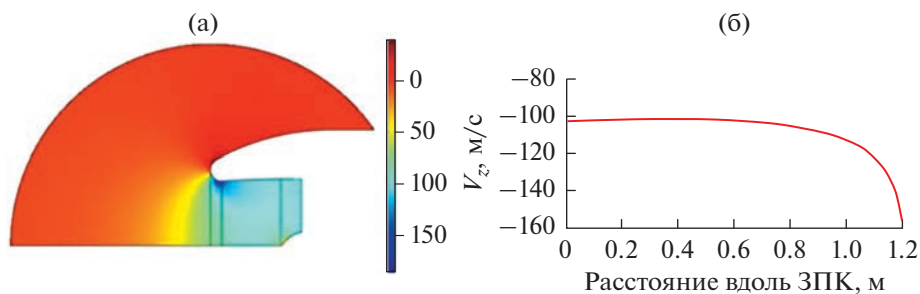


Рис. 4. Осевая компонента скорости потока: (а) – во всей области расчета; (б) – вдоль границы ЗПК.

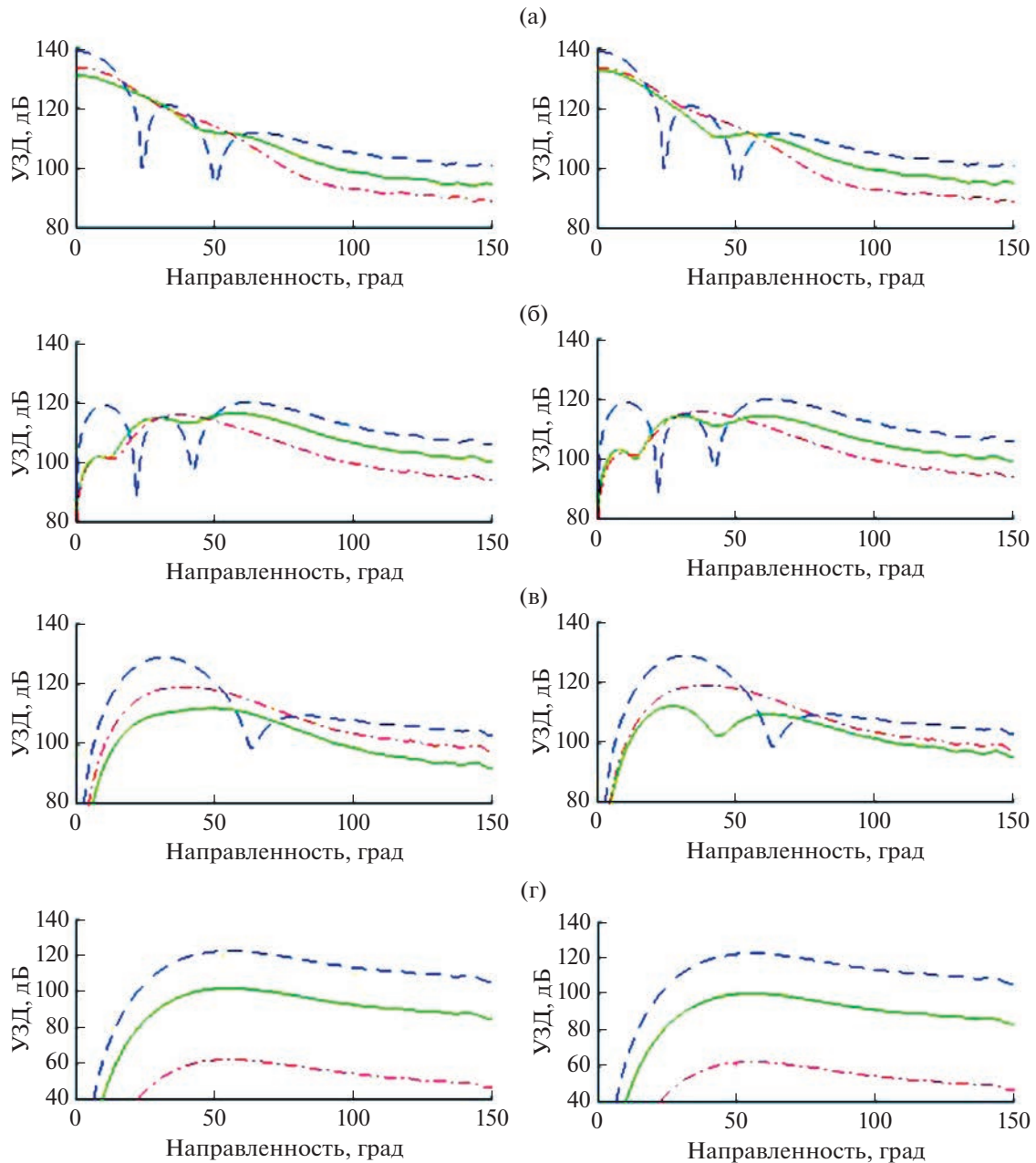


Рис. 5. УЗД в дальнем поле для некоторых одиночных мод на частоте 500 Гц: слева — однослойная ЗПК; справа — двухслойная ЗПК; (а) — мода ($m = 0, n = 0$); (б) — мода ($m = 1, n = 2$); (в) — мода ($m = 3, n = 0$); (г) — мода ($m = 6, n = 0$); — — жесткая стенка; — — постоянный импеданс; - - - переменный импеданс.

— переменный импеданс дает более высокий УЗД, чем постоянный импеданс во всей области направленности излучения (рис. 5в, 6г);

— постоянный импеданс дает более высокий УЗД, чем переменный импеданс во всей области направленности излучения (рис. 5г);

— постоянный и переменный импеданс дают примерно одинаковый УЗД в направлении углов

0–50 градусов, а затем УЗД начинают существенно отличаться (рис. 5а, 5б, 7б, 7г);

— постоянный и переменный импеданс дают примерно одинаковый УЗД в направлении больших углов 60–150 градусов (рис. 7в, двухслойная ЗПК).

— постоянный и переменный импеданс дают примерно одинаковый УЗД во всем диапазоне

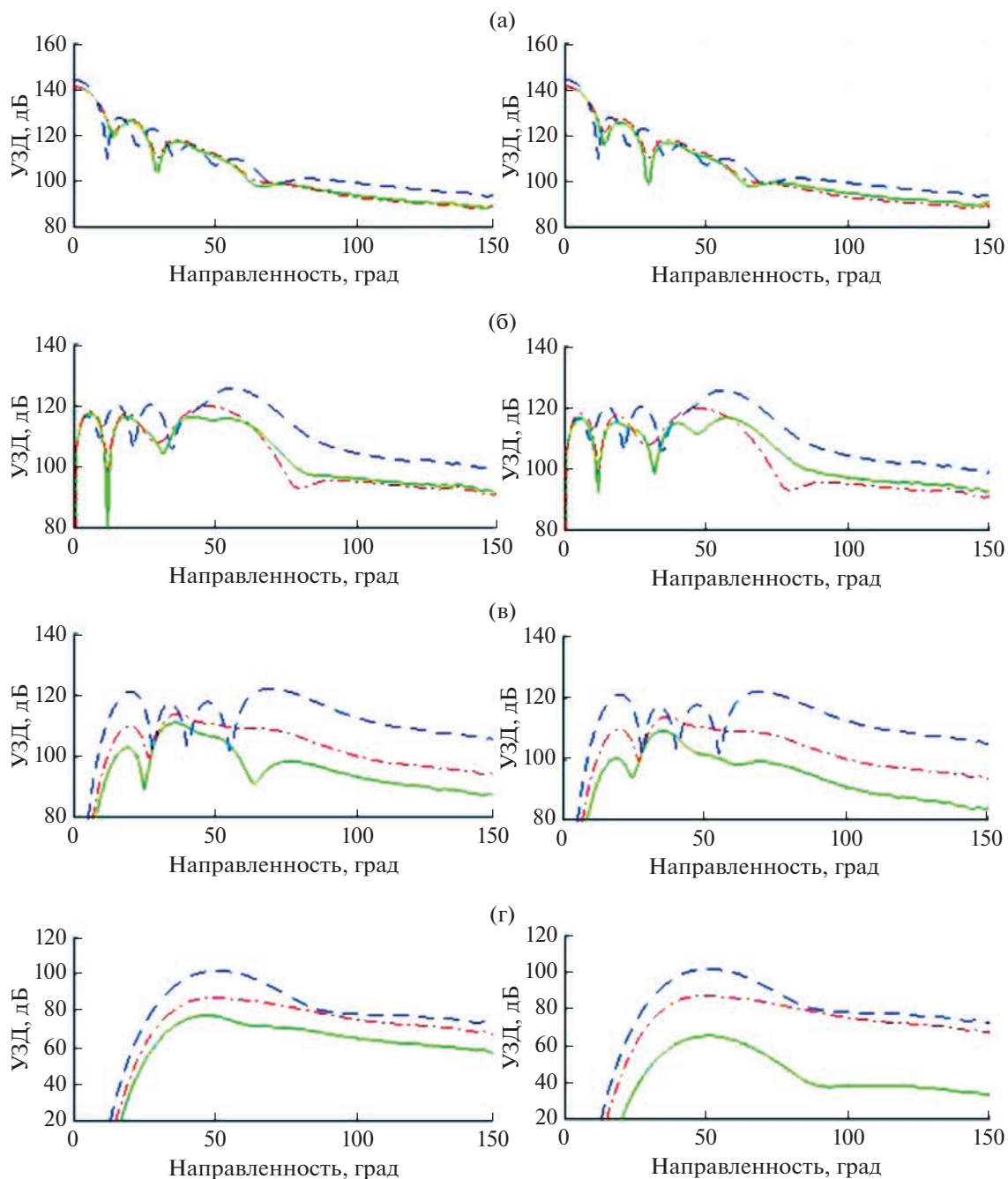


Рис. 6. УЗД в дальнем поле для некоторых одиночных мод на частоте 1000 Гц: слева — однослойная ЗПК; справа — двухслойная ЗПК; (а) — мода ($m = 0, n = 0$); (б) — мода ($m = 1, n = 4$); (в) — мода ($m = 5, n = 3$); (г) — мода ($m = 9, n = 0$); — жесткая стенка; — постоянный импеданс; - - переменный импеданс.

рассматриваемых углов (рис. 6а, однослойная ЗПК).

Оценив результаты для разных мод, можно сделать вывод, что в подавляющем большинстве случаев постоянный и переменный импеданс дают отличные друг от друга значения УЗД в дальнем поле, при этом учет переменности импеданса меняет не только значения УЗД в дальнем поле,

но и направленность максимального излучения моды.

Заметим также, что распределения УЗД в дальнем поле для однослойной и двухслойной ЗПК в случае переменного импеданса схожи между собой, тогда как при постоянном импедансе однослойные ЗПК ожидаемо дали несколько более высокие УЗД, чем двухслойные ЗПК. Однако для

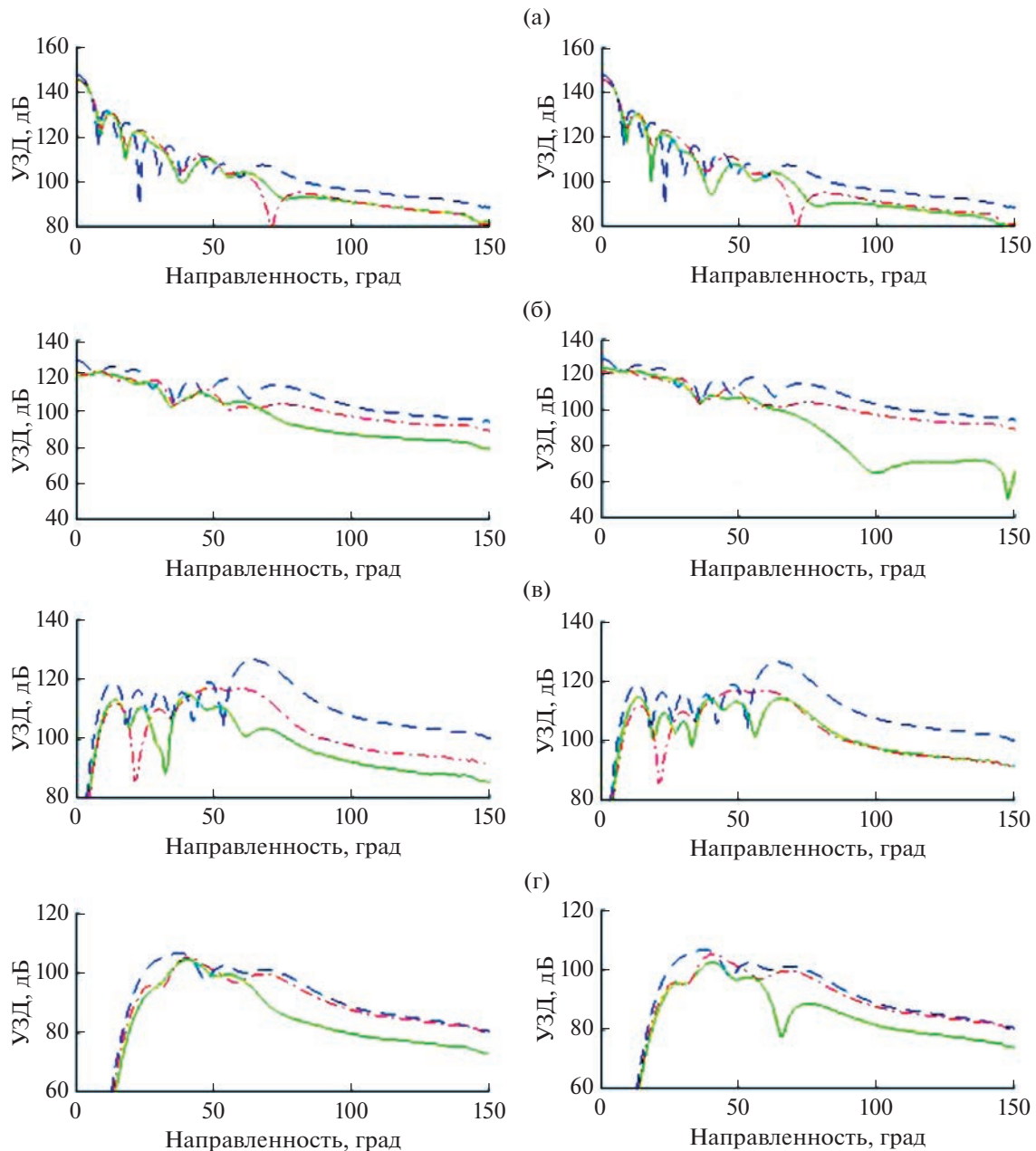


Рис. 7. УЗД в дальнем поле для некоторых одиночных мод на частоте 1500 Гц: слева — однослойная ЗПК; справа — двухслойная ЗПК; (а) — мода ($m = 0, n = 0$); (б) — мода ($m = 0, n = 7$); (в) — мода ($m = 5, n = 5$); (г) — мода ($m = 11, n = 4$); — жесткая стенка; — постоянный импеданс; - - - переменный импеданс.

всего многообразия геометрических параметров ЗПК, применяемых в облицовке воздухозаборников, вполне возможно найдутся и такие, которые дадут более сильные отличия в поведении УЗД в дальнем поле при учете переменности импеданса в расчете распространения мод. Безусловно, другие факторы также повлияют на перераспределение соотношений между УЗД в дальнем поле для постоянного и переменного импеданса, например, форма воздухозаборника [22] или проведе-

ние расчетов при набегающем потоке (полетные условия) [23].

Чтобы валидировать представленную на рис. 4 процедуру, расчеты с переменным импедансом проводились для разных начальных распределений УЗД вдоль стенки ЗПК (шаг 1.2 на рис. 3.). В первом случае в качестве начального приближения для вычисления переменного импеданса использовалось распределение УЗД, полученное в расчете распространения моды при жесткой

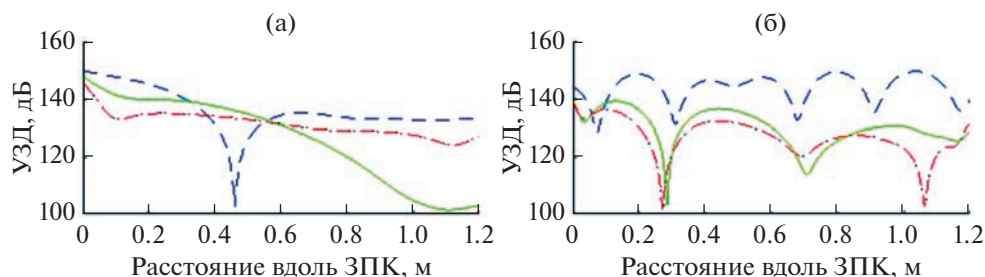


Рис. 8. Распределение УЗД вдоль линии ЗПК: (а) — мода ($m = 12, n = 1$) на частоте 1000 Гц при двухслойной ЗПК; (б) — мода ($m = 0, n = 7$) на частоте 1500 Гц при однослойной ЗПК; — — начальное распределение Вариант 1 (жесткая стенка); — — начальное распределение Вариант 2 (постоянный импеданс); конечное распределение для расчета с переменным импедансом при начальном распределении по Варианту 1; - - - - - конечное распределение для расчета с переменным импедансом при начальном распределении по Варианту 2.

стенке, а во втором случае — при стенке с постоянным импедансом. На рис. 8 показаны примеры вариантов начальных и конечных распределений УЗД вдоль линии ЗПК. Несмотря на то что варианты начальных распределений УЗД сильно отличаются друг от друга, видно, что расчетная процедура всегда приходит к одному и тому же конечному решению. Данный результат получен для всех расчетных случаев (все распространяющиеся моды на частоте 500, 1000 и 1500 Гц), что подтверждает корректность предложенной процедуры учета зависимости импеданса стенки от скорости потока и УЗД в задаче расчета распространения одиночных мод в дальнее поле.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показывают, что разработанная авторами процедура расчета распространения одиночных звуковых мод через воздухозаборник авиационного двигателя, облицованный ЗПК с переменным импедансом, зависящим от скорости потока и уровня звукового давления в локальной точке ЗПК, составлена корректно. Это доказывается тем, что абсолютно разные начальные приближения по распределению УЗД вдоль ЗПК для рассматриваемой моды приводят к одному и тому же конечному решению. Таким образом, валидированная процедура может быть предложена для применения в дальнейших расчетах по прогнозированию шума вентилятора в дальнем поле на основе тяжеловесных математических моделей, более полно учитывающих физические эффекты (например, наличие турбулентного пограничного слоя), сопровождающие распространение звуковых мод в канале с потоком, что позволит повысить точность определения значений УЗД.

Сравнительный анализ результатов расчетов, полученных по разработанной процедуре, показал, что в зависимости от окружного и радиального номера моды, а также геометрических характе-

ристик ЗПК могут получаться разные соотношения между УЗД в дальнем поле для постоянного и переменного импеданса. В общем случае постоянный и переменный импеданс дают отличные друг от друга значения УЗД в дальнем поле, при этом учет переменности импеданса меняет не только значения УЗД в дальнем поле, но и направленность максимального излучения моды. Это говорит о том, что эффект переменного импеданса необходимо учитывать при прогнозировании шума вентилятора в дальнем поле.

Работа выполнена при финансовой поддержке Пермского края и Российского научного фонда, номер проекта 22-22-20087.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reboul G., Polacsek C., Desquesnes G.* Towards numerical simulation of fan broadband noise propagation and radiation from aero-engines // AIAA Paper 2009–3337.
2. *Martin Doherty, Howoong Namgoong.* Impact of turbofan intake distortion on fan noise propagation and generation // AIAA Paper 2016–2018.
3. *Winkler J., Reimann C.A., Gumke Ch.D., Ali A.A., Reba R.A.* Inlet and aft tonal noise predictions of a full-scale turbofan engine with bifurcation and inlet distortion // AIAA Paper 2017–3034.
4. *Шуваев Н.В., Синер А.А., Большагин Н.Н., Колегов Р.Н.* Численное моделирование отражения акустической волны от вращающегося лопаточного венца // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника, 2018. № 52. С. 5–15.
5. *Shi Zheng, Mei Zhuang, Frank Thiele.* Noise prediction and optimization system for turbofan engine inlet duct design // AIAA Paper 2004–3031.
6. *Astley R.J., Sugimoto R., Mustafi P.* Computational aero-acoustics for fan duct propagation and radiation. Current status and application to turbofan liner optimization // J. Sound and Vibration, 2011. V. 330. P. 3832–3845.
7. *Xiong L., Sugimoto R., Quaranta E.* Effects of turbofan engine intake droop and length on fan tone noise // AIAA Paper 2019–2581.

8. *Sugimoto R., Murray P., McAlpine A., Astley R.J.* Prediction of in-duct and near-field noise for a fan rig intake // AIAA Paper 2013–2022.
9. *Justin H. Lan, Yueping Guo, Cyrille Breard.* Validation of acoustic propagation code with JT15D static and flight test data // AIAA Paper 2004–2986.
10. *Venditti D.A., Ait-Ali-Yahia D., Robichaud M., Girard G.* Spectral-element/Kirchhoff method for fan-tone directivity calculations // AIAA Paper 2005–2926.
11. *Соболев А.Ф.* Полуэмпирическая теория однослойных сотовых звукопоглощающих конструкций с лицевой перфорированной панелью // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 861–872.
12. *Jia Yu, Marta Ruiz, Hwa Wan Kwan.* Validation of Godrich perforate liner impedance model using NASA Langley test data // AIAA Paper 2008–2930.
13. *Spillere A., Reis D., Cordioli J.A.* A systematic review of semi-empirical acoustic liner models under grazing flow and high SPL // Proc. the 22-nd Int. Congress on Acoustics, Buenos Aires, 5–9 September 2016.
14. *Rienstra S.W., Singh D.K.* Nonlinear asymptotic impedance model for a Helmholtz resonator of finite depth // AIAA J. 2018. V. 56. № 5. P. 1792–1802.
15. *Hervé Denayer, Wim De Roeck, Wim Desmet, Thomas Toulorge.* Acoustic characterization of a Helmholtz resonator under grazing flow conditions using a hybrid-methodology // AIAA Paper. 2013–2076.
16. *Na W., Boij S., Efraimsson G.* Simulations of acoustic wave propagation in an impedance tube using a frequency-domain linearized Navier-Stokes methodology // AIAA Paper 2014–2960.
17. *Jensen M.H., Shaposhnikov K., Svensson E.* Using the linearized Navier–Stokes equations to model acoustic liners // AIAA Paper 2018–3783.
18. *Khramtsov I.V., Kustov O.Yu., Palchikovskiy V.V., Bulbovich R.V.* Comparison of acoustic characteristics of resonant liner samples at normal incidence of waves based on semiempirical model, natural experiment and numerical simulation // AIP Conf. Proc. 2021. V. 2351. No. 030036.
19. *Jones M.G., Watson W.R., Parrott T.L.* Benchmark data for evaluation of aeroacoustic propagation codes with grazing flow // AIAA Paper 2005–2853.
20. *Tatsuya Ishii, Kenichiro Nagai, Hideshi Oinuma, Shunji Enomoto.* Experimental study of acoustic liner panels shared in IFAR program // AIAA Paper 2019–2602.
21. *Остриков Н.Н., Яковец М.А., Инатов М.С.* Экспериментальное подтверждение аналитической модели распространения звука в прямоугольном канале при наличии скачков импеданса и разработка на ее основе метода извлечения импеданса // Акуст. журн. 2020. Т. 66. С. 128–147.
22. *Башикатов В.В., Остриков Н.Н., Яковец М.А.* Исследование влияния неоднородности скорости потока вблизи среза канала воздухозаборника на коэффициенты отражения звуковых мод // Материалы VII-ой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов “Акустика среды обитания”, Россия, Москва, 26–27 мая 2022. С. 21–34.
23. *Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Яковец М.А., Инатов М.С., Кругляева А.Е., Сидоров С.Ю.* Излучение звука из открытого конца канала, моделирующего воздухозаборник авиадвигателя в статических условиях и в потоке // Акуст. журн. 2019. Т. 65. С. 59–73.

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИИ

УДК 534.83

НАЗЕМНЫЕ СТЕНДОВЫЕ ИСПЫТАНИЯ ПЛОСКОГО СОПЛА С ШУМОГЛУШЕНИЕМ

© 2023 г. И. В. Беляев^а *, С. Ю. Макашов^а, М. Ю. Зайцев^а, В. Г. Юдин^а, А. В. Потапов^а

^аЦентральный аэрогидродинамический институт, Москва, Россия

*e-mail: ivan.belyaev@tsagi.ru

Поступила в редакцию 12.12.2022 г.

После доработки 12.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Важность шума струи для перспективного сверхзвукового гражданского самолета (СГС) на режимах взлета и набора высоты диктует необходимость разработки методов снижения шума струи и их последующей валидации в крупномасштабных и натурных испытаниях. В данной работе приводятся результаты первых в российской практике наземных акустических испытаний плоского сопла с системой шумоглушения, которое устанавливается на двигатель дозвукового самолета — демонстратора технологии. Было рассмотрено плоское косое сопло с эжектором и экранами — элементом планера СГС. Проведено сравнение результатов испытаний для трех вариантов геометрии сопла: круглого сопла, соответствующего измерениям для исходного двигателя без модификаций, плоского сопла без экранов и плоского сопла с экранами. Было получено, что при использовании плоского сопла без экранов имеется два противоположных эффекта: усиление шума по сравнению с круглым соплом для углов наблюдения, близких к оси струи, и ослабление шума при углах наблюдения, близких к плоскости вращения вентилятора. Установка экранов приводит к усилению шума на величину до 5 дБ в области низких частот менее 150 Гц и снижению шума на величину 2 дБ для частот 250 Гц и выше. Оценка шума на местности в метрике EPNL показала, что применение данного плоского сопла с системой шумоглушения приводит к эффекту снижения шума на местности по сравнению с исходным круглым соплом.

Ключевые слова: аэроакустика, шум струи, плоское сопло, шум на местности, снижение шума

DOI: 10.31857/S0320791923600075, **EDN:** IUNWXY

ВВЕДЕНИЕ

Воздействие сверхзвукового гражданского самолета (СГС) на окружающую среду представляет собой одну из важнейших проблем при разработке сверхзвукового гражданского самолета и включает в себя такие эффекты как влияние СГС на климат [1], звуковой удар [2] и шум СГС на местности (в районе аэропорта) [3]. Данная работа посвящена исследованию проблемы снижения шума СГС. Несмотря на то, что сейчас нормы по шуму на местности для перспективных СГС отсутствуют, Международная организация гражданской авиации (ИКАО) ведет активную работу по их созданию. При этом ожидается, что перспективные СГС будут демонстрировать низкие уровни шума на местности, в целом соответствующие уровням шума дозвуковых самолетов [4].

Это представляет собой очень сложную техническую задачу, так как современные дозвуковые самолеты прошли значительный эволюционный путь и достигли впечатляющих успехов в области снижения шума, в основном за счет увеличения степени двухконтурности двигателей. Использо-

вание таких двигателей в перспективных СГС затруднено тем обстоятельством, что двигатели с большой степенью двухконтурности серьезно ухудшают аэродинамические характеристики СГС на трансзвуковом и сверхзвуковом режимах полета [5]. Как следствие, усилия по снижению шума перспективных СГС вынуждены сосредотачиваться на других способах шумоподавления, в частности, экранировании шума двигателей элементами планера.

Так как для самолетов с двигателями малой и средней степени двухконтурности, которые рассматриваются в качестве силовой установки перспективных СГС, одним из доминирующих источников шума является реактивная струя [6], то ключевую роль в снижении шума СГС будут играть методы снижения шума струи. Если снижение шума струи для дозвуковых самолетов достиглось в основном за счет снижения ее скорости из-за увеличения степени двухконтурности двигателя, то для перспективных СГС требуются другие методы снижения шума, не связанные со снижением скорости струи. Среди таких методов



Рис. 1. Наземные стендовые испытания плоского сопла в составе самолета. Крайний правый двигатель самолета оборудован плоским соплом с экранами (внизу) или без экранов (вверху).

можно выделить использование сопла с эжектором [7, 8] и экранирование шума струи [9, 10].

В рамках данной работы были проведены акустические испытания плоского сопла с эжектором как при наличии экранирующих элементов, так и в их отсутствие. Шум плоского сопла с экранами и без экранов сравнивался с базовым круглым соплом, что позволяет оценить акустическую эффективность плоского сопла. Особенность данной работы состояла в том, что впервые в отечественной практике акустические испытания плоского сопла были проведены в составе самолета на натурном двигателе, что обеспечивает не только корректное моделирование параметров самой струи (температуру, скорость истечения, число Рейнольдса и т.д.), но и учет влияния других источников шума двигателя, например шума вентилятора. Для испытаний использовался 4-двигательный

дозвуковой самолет, который выступал в роли демонстратора технологий.

ОПИСАНИЕ ИСПЫТАНИЙ

Для проведения тестовых акустических испытаний силовой установки с системой шумоглушения один из двигателей самолета оснащался плоским соплом с экранами или без них (рис. 1). Во время испытаний самолет неподвижно располагался на земле.

Испытания проводились для трех режимов работы двигателя: посадочный малый газ, номинальный режим и максимальный режим. Двигатель последовательно работал на каждом из этих режимов в течение ~3 мин для обеспечения сбора достаточной статистики для усреднения спектров шума. После полного прохода от малого газа до максимального режима двигатель возвращался

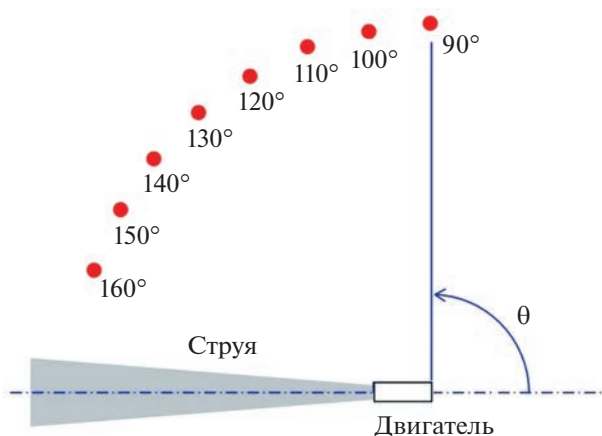


Рис. 2. Расположение точек измерений на гоночной площадке.

обратно к режиму малого газа и испытания повторялись. В результате каждый из режимов был измерен несколько раз: 3 раза для круглого сопла, 2 раза для плоского сопла без экранов и 2 раза для плоского сопла с экранами. Остальные двигатели самолета во время испытаний были выключены.

Акустические измерения проводились с помощью 1/4" микрофонов GRAS типа 40BE (частотный диапазон 4 Гц–80 кГц, динамический диапазон 30–168 дБ, чувствительность 4 мВ/Па), установленных непосредственно на бетонной поверхности измерительной площадки с использованием металлических державок. Данные с микрофонов регистрировались с помощью 8-канального регистратора акустических сигналов “Экофизика-500”. Перед проведением испытаний была выполнена калибровка микрофонов и проверка работоспособности измерительной аппаратуры в условиях заглушенной камеры АК-2 ЦАГИ.

Микрофоны для акустических измерений были размещены в фиксированных точках относительно двигателя. Точки измерения располагались на дуге окружности радиусом 60 м с центром, расположенным под входом в воздухозаборник. Положение точек измерения и их нумерация приведены на рис. 2. Микрофоны были установлены на поверхности земли в задней полусфере в диапазоне углов θ от 90° до 160° с шагом 10° .

Так как измерения шума проводились с помощью микрофонов, расположенных на бетонном основании, из измеренных уровней шума вычиталось значение в 6 дБ, соответствующее удвоению сигнала при измерении звука на твердой поверхности. Кроме того, к полученным спектрам шума применялась поправка на атмосферное затухание, учитывающая температуру и влажность воздуха во время измерений.

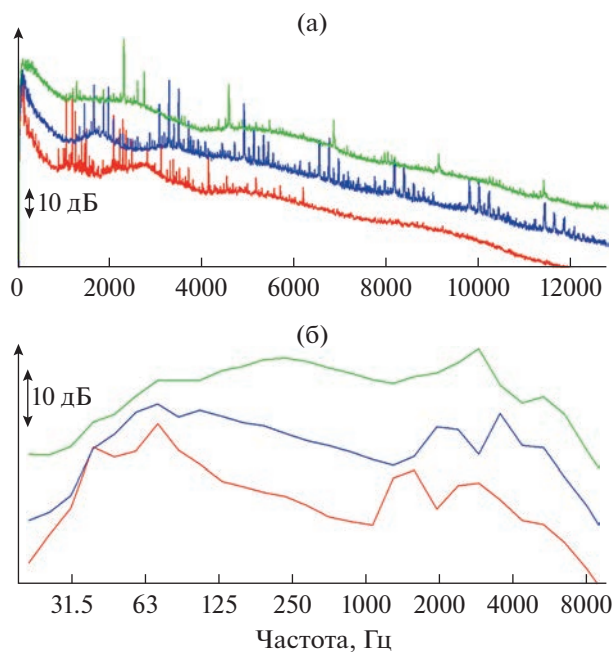


Рис. 3. Спектры шума для угла наблюдения 90° для трех режимов работы двигателя (красная кривая — малый газ, синяя — номинальный режим, зеленая — максимальный): (а) — узкополосные, (б) — третьоктавные.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

Для каждой конфигурации сопла и каждого режима работы двигателя были измерены узкополосные и третьоктавные спектры на каждом микрофоне. Пример спектров шума для микрофона под 90° приведен на рис. 3 для всех трех режимов работы двигателя в конфигурации сопла с экранами. Тональные пики в узкополосном спектре шума связаны, по всей видимости, с шумом вентилятора. Спектры для других углов наблюдения θ на максимальном режиме работы двигателя для плоского сопла с экранами для всех использованных микрофонов приведены на рис. 4.

Стоит отметить, что спектры на рис. 3–4 представляют собой первичные результаты измерений до введения поправок. Как уже отмечалось выше, при анализе результатов к этим спектрам применяются поправки на отражение от земли и на атмосферное затухание.

Сравнение третьоктавных спектров круглого сопла и плоского сопла с экранами и без экранов приведено на рис. 5 для максимального режима, под углами 90° и 160° от оси двигателя. Видно, что для угла наблюдения в плоскости вращения вентилятора ($\theta = 90^\circ$) плоское сопло без экранов приводит к снижению шума практически во всем диапазоне измеряемых частот. При этом для угла наблюдения вблизи оси струи ($\theta = 160^\circ$) плоское

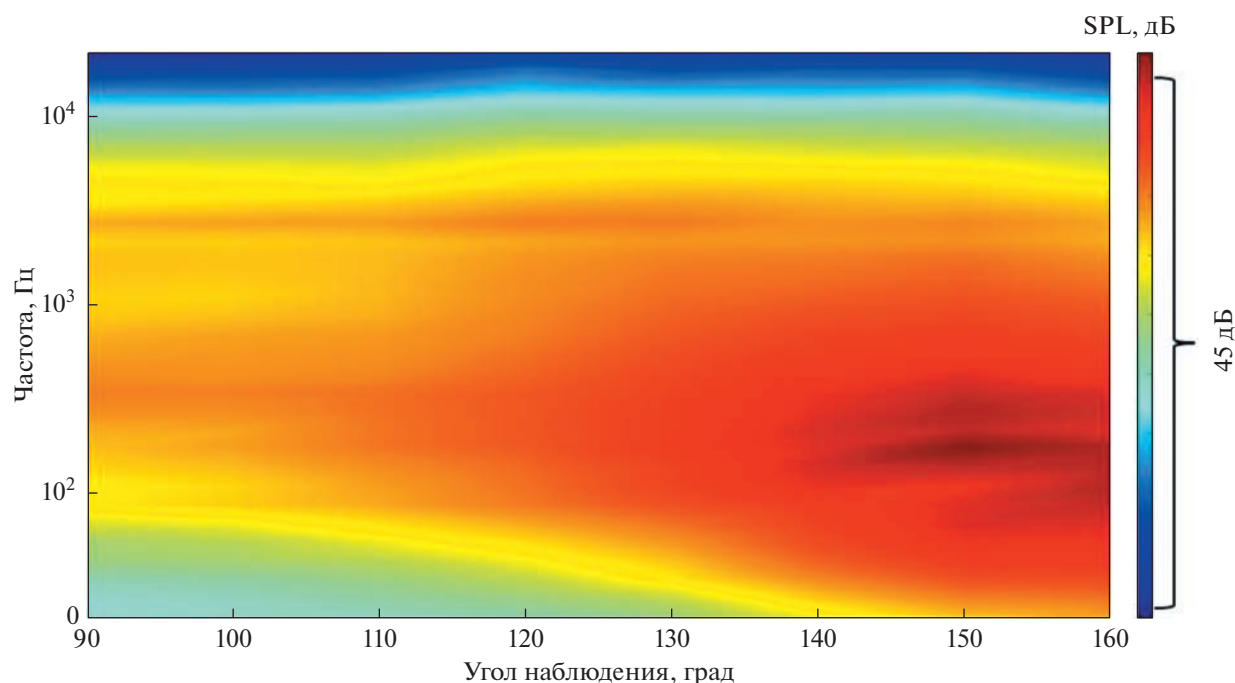


Рис. 4. Спектры уровней звукового давления для всех исследованных углов наблюдения θ на максимальном режиме работы двигателя.

сопло без экранов приводит к существенному снижению шума на величину до 9 дБ в области низких частот (до 200 Гц) и к значительному усилению шума на величину до 10 дБ для более высоких частот.

Установка экранов на плоское сопло играет скорее отрицательную роль для угла наблюдения вблизи струи ($\theta = 160^\circ$). В области низких частот (до 250 Гц) она приводит к увеличению шума на величину до 5 дБ при незначительном (менее 0.5 дБ) снижении для высоких частот (более 4 кГц) по сравнению с шумом струи из плоского сопла без экранов. По сравнению с круглым соплом шум струи из плоского сопла с экранами оказывается выше почти во всем частотном диапазоне, за исключением очень низких частот. Для угла наблюдения в плоскости вращения вентилятора ($\theta = 90^\circ$) экраны также приводят к некоторому усилению шума в области низких частот (менее 250 Гц) и к снижению шума на величину до 2 дБ в области высоких частот (более 1000 Гц) по сравнению с плоским соплом без экранов. По сравнению с круглым соплом плоское сопло с экранами также обеспечивает снижение шума почти во всем диапазоне частот.

Более наглядно эффект плоского сопла на шум струи можно представить в виде разности между уровнями шума для плоского сопла $SPL_{\text{плоское}}$ и для круглого сопла $SPL_{\text{круглое}}$, выраженными в дБ:

$$\Delta_1(f) = SPL_{\text{плоское}}(f) - SPL_{\text{круглое}}(f).$$

На рис. 6 приведен график зависимости $\Delta_1(f)$ в дБ для плоского сопла без экранов для максимального режима работы двигателя. Из рис. 6 видно, что при использовании плоского сопла без экранов имеется два противоположных эффекта: ослабление шума струи для углов наблюдения, близких к плоскости вращения вентилятора, и усиление шума для углов наблюдения, близких к оси струи для частот выше 200 Гц.

Аналогично, влияние экранов на шум плоского сопла можно наглядно представить в виде разности между уровнями шума для плоского сопла с экранами $SPL_{\text{экраны}}$ и сопла без экранов $SPL_{\text{плоское}}$, выраженными в дБ:

$$\Delta_2(f) = SPL_{\text{экраны}}(f) - SPL_{\text{плоское}}(f).$$

На рис. 7 приведен график зависимости $\Delta_2(f)$ в дБ для максимального режима работы двигателя. Видно, что в области низких частот (менее 300 Гц) для измеренных углов наблюдения θ установка экранов приводит в основном к усилению шума струи, истекающей из плоского сопла. В области более высоких частот экраны в целом приводят к снижению шума плоского сопла. Такое влияние экранов является ожидаемым, так как эффективность экранирования возрастает с увеличением частоты [11], так что в области высоких частот установка экранов приводит к снижению шума, особенно для углов наблюдения вдали от оси струи.

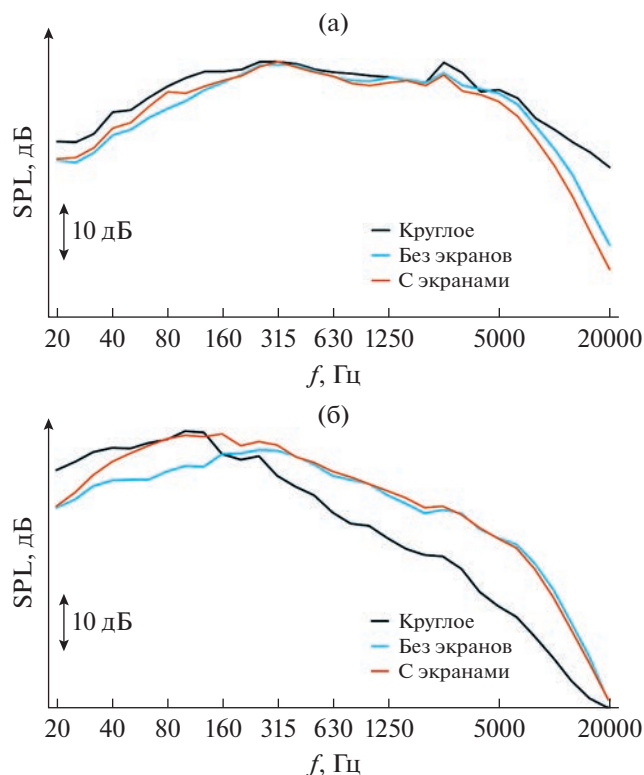


Рис. 5. Сравнение третьоктавных спектров для круглого сопла и плоского сопла с эжектором на максимальном режиме: (а) – 90° , (б) – 160° .

В целом можно сказать, что использование плоского сопла как с экранами, так и без экранов демонстрирует два противоположных эффекта: ослабление и усиление шума в определенных диапазонах частот и углов наблюдения.

Для того чтобы определить, какой из этих двух эффектов окажется преобладающим, была выполнена оценка шума самолета на местности в боковой точке [12] для случая, когда в качестве матриц шума двигателя использовались измеренные в данных акустических испытаниях третьоктавные спектры шума для круглого и плоского сопла с экранами и без них. Оценки шума на местности в метрике EPNL выполнялись для рассматриваемого дозвукового самолета – демонстратора технологии с соответствующей взлетной траекторией и параметрами работы двигателей. Расчеты шума проводились в программном пакете SOPRANO [13], разработанном в рамках европейского проекта SILENCE(R). Данный программный пакет был ранее провалидирован в ЦАГИ с помощью сравнения с результатами расчетов на основе внутренних расчетных программ и сравнения с экспериментальными данными, которое продемонстрировало хорошее согласие полученных результатов. Схема расчета шума на местности включала эффекты поглощения в атмосфере, бокового затухания и отражения от земли.

Было получено, что для рассматриваемого самолета использование плоского сопла без экра-

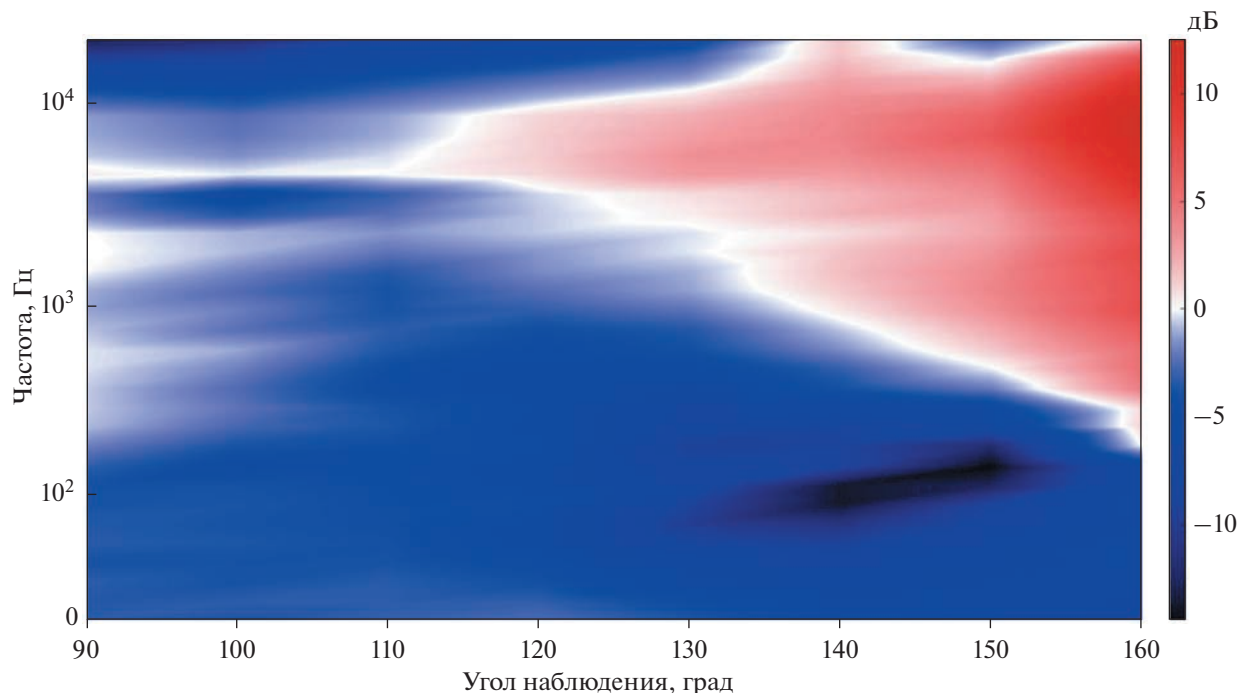


Рис. 6. Зависимость $\Delta L(f)$ в дБ для максимального режима работы двигателя.

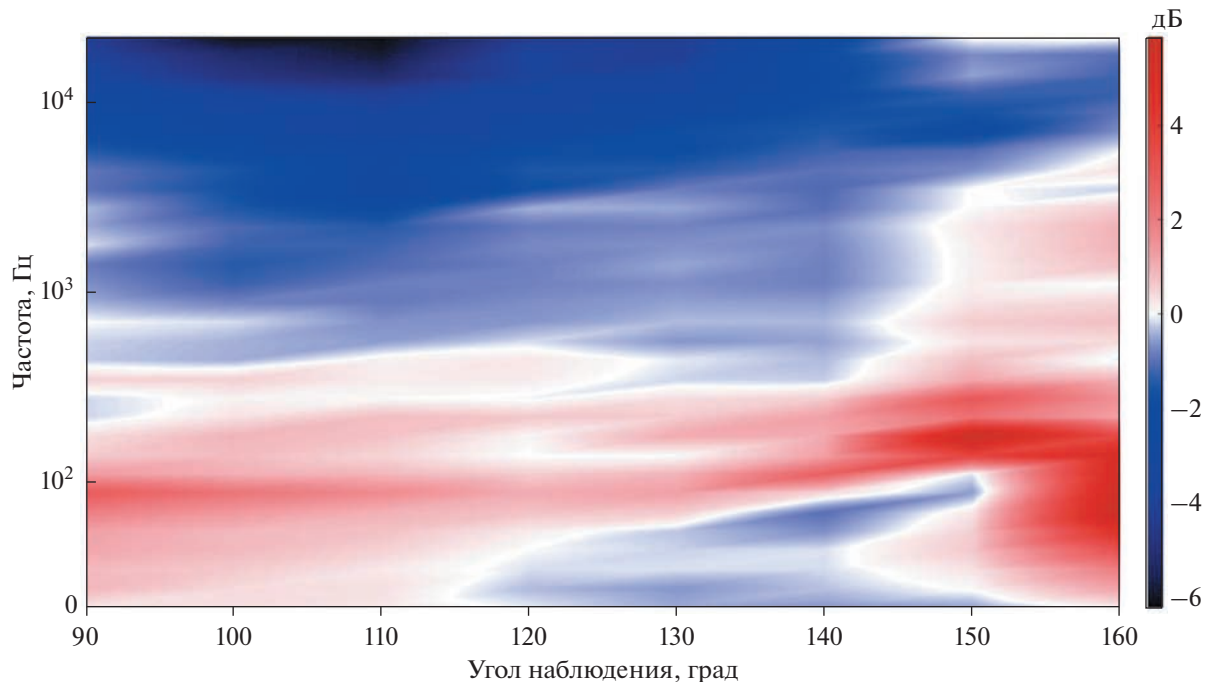


Рис. 7. Зависимость $\Delta_2(f)$ в дБ для максимального режима работы двигателя.

нов приводит к снижению шума в боковой точке на величину 4 ЕРНдБ по сравнению с круглым соплом. Установка экранов приводит к дополнительному эффекту снижения шума на величину 1 ЕРНдБ по сравнению с плоским соплом без экранов. Полученные результаты показывают, что рассматриваемое плоское сопло может использоваться для снижения шума струи.

Однако стоит отметить, что оценка шума на местности была выполнена только для одной сертификационной (боковой) точки, соответствующей взлету самолета, так как положение микрофонов в эксперименте соответствовало именно ей. Для других сертификационных точек влияние плоского сопла на шум струи не оценивалось. Так как азимутальная неоднородность диаграммы направленности плоского сопла становится значительной (до ± 5 дБ) для числа Струхала $St > 1$ [14], то можно ожидать, что в области средних и высоких частот рассматриваемое плоское сопло также будет иметь азимутально неоднородную диаграмму направленности шума струи. Как следствие, для остальных сертификационных точек влияние плоского сопла на шум струи требует отдельного дополнительного исследования, в котором будет исследована диаграмма направленности шума плоского сопла для других азимутальных углов, например, с помощью поворота плоского сопла относительно оси струи. Кроме того, представляет интерес проведение аналогичных исследований для различных сопел в условиях, когда сохраняются не режимы работы двигателя (т.е. оборо-

ты вентилятора), а его тяга. Тем не менее, полученный результат снижения шума в метрике EPNL для боковой сертификационной точки является обнадеживающим и указывает, что данное (или аналогичное) плоское сопло с системой шумоглушения может использоваться для снижения шума струи перспективного СГС.

ВЫВОДЫ

Проведены тестовые акустические испытания элементов системы шумоглушения силовой установки в составе 4-двигательного дозвукового самолета. Во время испытаний самолет находился неподвижно на земле, из 4 двигателей работал только один — крайний правый. Получены узкополосные и третьоктавные спектры уровней звукового давления для базового круглого сопла двигателя и для плоского сопла с экранами и без экранов.

Показано, что использование плоского сопла как с экранами, так и без экранов демонстрирует два противоположных эффекта: ослабление и усиление шума в определенных диапазонах частот и углов наблюдения. Так, по сравнению с круглым соплом установка плоского сопла без экранов приводит для различных углов наблюдения к двум противоположным эффектам: значительному усилению шума (на величину до 9 дБ) в направлении, близком к оси струи, и к значительному снижению шума (на величину до 8 дБ) для углов наблюдения, близких к плоскости враще-

ния вентилятора, в широком диапазоне частот. Применение экранов приводит к значительному усилению шума (на величину до 5 дБ) в области низких частот (до 250 Гц) и снижению шума в области высоких частот на величину до 6 дБ по сравнению с шумом плоского сопла без экранов.

Для того чтобы определить, какой из этих двух эффектов окажется преобладающим, была выполнена оценка шума на местности в боковой точке для случая, когда в качестве матриц шума двигателя использовались измеренные в данных акустических испытаниях третьоктавные спектры шума для круглого и плоского сопла с экранами и без них. Было получено, что для рассматриваемого самолета использование плоского сопла без экранов приводит к снижению шума в боковой точке на величину 4 ЕРНдБ по сравнению с круглым соплом. Установка экранов приводит к дополнительному эффекту снижения шума на величину 1 ЕРНдБ по сравнению с плоским соплом без экранов.

Полученный положительный результат требует проведения дальнейших исследований, включая продолжение стендовых испытаний для определения азимутальной неоднородности диаграммы направленности шума и для исследования влияния формы сопла на тягу двигателя, а также проведения летных испытаний на натурном самолете-демонстраторе технологий СГС.

Калибровка микрофонов и проверка работоспособности измерительной аппаратуры была выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Минобрнауки России по соглашению № 075-15-2022-1036. Расчет спектрограмм разностей уровней шума модифицированного и базового сопел был выполнен при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант РНФ 21-71-30016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Matthes S., Lee D.S., De Leon R.R., Lim L., Owen B., Skowron A., Thor R.N., Terrenoire E.* Review: The Effects of Supersonic Aviation on Ozone and Climate // *Aerospace*. 2022. V. 9(1). P. 41.
2. *Руденко О.В., Маков Ю.Н.* Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии (обзор) // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
3. *Knobloch K., Manoha E., Atinault O., Barrier R., Polacsek C., Lorteau M., Enghardt L.* Future Aircraft and the Future of Aircraft Noise // *Aviation Noise Impact Management*. 2022. P. 117–139. Springer, Cham.
4. *Connecting the World through Environmentally Responsible Supersonic Flight* // *ICAO Environmental Report 2022*. 2022. P. 63–66.
5. *Papamoschou D., Debiassi M.* Conceptual development of quiet turbofan engines for supersonic aircraft // *J. Propuls. Power*. 2003. V. 19. P. 161–169.
6. *Kopiev V.F., Belyaev I.V., Dunaevsky A.I., Poukhov A.A., Trofimovsky I.L.* On the Fundamental Possibility of a Supersonic Civil Aircraft to Comply with ICAO Noise Requirements Using Existing Technologies // *Aerospace*. 2022. V. 9. P. 187.
7. *Кузнецов В.М.* Эффективность методов снижения шума реактивных струй двигателей пассажирских самолетов // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. С. 91–102.
8. *Беляев И.В., Горбовской В.С., Кажан А.В., Фараносов Г.А.* Снижение шума высокоскоростной струи двигателя сверхзвукового гражданского самолета по результатам акустических испытаний модели плоского сопла в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ // *Докл. Рос. Академии наук. Физика, техн. науки*. 2022. Т. 506(1). С. 47–56.
9. *Salehian S., Mankbadi R.R.* Jet Noise in Airframe Integration and Shielding // *Appl. Sci.* 2020. V. 10. P. 511.
10. *Денисов С.Л., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А.* Использование корреляционной модели случайных квадрупольных источников для расчета эффективности экранирования шума турбулентной струи на основе геометрической теории дифракции // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66(5). С. 540–555.
11. *Broadbent E.G.* Noise shielding for aircraft // *Prog. Aerosp. Sci.* 1976. V. 17. P. 231–268.
12. *ICAO. Environmental Protection. In Annex 16 to the Convention on International Civil Aviation*, 8th ed. V. I: Aircraft Noise. ICAO: Montreal, QC, Canada, 2017.
13. *Van Oosten N.* SOPRANO Presentation (PDF) // *SOPRANO Workshop*: Madrid, Spain, 21–22 June 2007.
14. *Bridges J.E.* Azimuthal Noise Directivity of Non-Axisymmetric Jets // *AIAA Scitech 2021 Forum*, 2021. P. 1183.

**АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ.
ШУМЫ И ВИБРАЦИИ**

УДК 534.2

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
КОМПОЗИТНОЙ И МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПАНЕЛЕЙ ПРИ ЗВУКОВОМ
И ПСЕВДОЗВУКОВОМ ВОЗБУЖДЕНИИ**

© 2023 г. А. Я. Зверев*

ФАУ ЦАГИ, Московский комплекс, ул. Радио 17, Москва, 107005 Россия

*e-mail: zverev@dubna.ru

Поступила в редакцию 12.12.2022 г.

После доработки 12.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований по определению акустических и виброакустических характеристик панели из полимерного композиционного материала в сравнении с характеристиками подкрепленной металлической панели сопоставимой массы и относительной жесткости. Сравнительный анализ характеристик проведен для панелей без облицовки и облицованных вибропоглощающим материалом в случае их возбуждения звуковыми и псевдозвуковыми полями пульсаций давления.

Ключевые слова: звукоизоляция, отражение, диссипация, композитная панель

DOI: 10.31857/S0320791923600051, **EDN:** IUDXDA

ВВЕДЕНИЕ

Композиционные материалы с каждым годом играют все более значимую роль при создании авиационной техники. При этом темпы изучения свойств новых материалов зачастую отстают от темпов их создания. В частности, в настоящее время мы не имеем достаточно данных об акустических и виброакустических характеристиках конструкций, выполненных из композиционных материалов. Поэтому существует настоятельная потребность в экспериментальном определении основных акустических и виброакустических характеристик конструкций из полимерных композиционных материалов и их сравнения с хорошо изученными характеристиками традиционных подкрепленных металлических самолетных конструкций. Знание этих характеристик позволит оптимизировать конструкцию из композиционного материала с учетом эффектов влияния пространственно-временной структуры звуковых и псевдозвуковых полей пульсаций давления на обтекаемой поверхности самолета.

Акустическое воздействие пульсаций на конструкцию самолета может быть смоделировано в реверберационных камерах при возбуждении тестовых панелей диффузным звуковым полем, так как при таком моделировании могут быть воспроизведены как частотные, так и волновые характеристики реального возбуждающего поля. Измеренные при таких испытаниях характери-

стики панелей могут быть непосредственно использованы, например, при прогнозе шума в салоне самолета под акустическим воздействием силовой установки. Эффекты увеличения звукоизоляции панелей за счет их облицовки вибропоглощающими материалами, измеренные в лабораторных условиях, также могут быть непосредственно использованы при прогнозе шума в самолете от этого источника.

Воздействие псевдозвуковых пульсаций давления, обусловленных влиянием турбулентного пограничного слоя или струи двигателя на конструкцию, не может быть смоделировано при ее акустическом нагружении. Это связано с принципиальным различием волнового состава звуковых и псевдозвуковых полей. Частотно-волновой спектр диффузного звукового поля в реверберационной камере ограничен волновыми числами $|k| \leq \omega/c_0$. Это означает, что в заданной полосе частот звуковое поле не может возбудить коротковолновые моды панели с волновыми числами, большими $k_0 = \omega/c_0$, которые хорошо возбуждаются псевдозвуковыми пульсациями давления и могут определять характеристики отражения и прохождения в условиях полета. Поэтому для моделирования поведения конструкции под действием псевдозвуковых пульсаций используется ее точечное механическое возбуждение, при котором в конструкции возбуждается весь спектр структурных мод аналогично тому, как это проис-

ходит при обтекании фюзеляжа турбулентным потоком. Полученные при данном возбуждении характеристики могут быть использованы для прогноза шума, излучаемого в салон самолета и во внешнее акустическое пространство. В частности, звуковая мощность, излучаемая панелью в камеру низкого уровня при ее точечном возбуждении вибростендом, определяется отношением коэффициента потерь на излучение к полному коэффициенту потерь. Этим же параметром определяется звуковая мощность, излучаемая бортовой самолетной конструкцией в салон под действием пульсаций давления турбулентного пограничного слоя. Этот факт позволяет оценить эффективность применяемых материалов в условиях полета по результатам определения виброакустических характеристик голых и облицованных панелей в лабораторных условиях.

Ранее [1] были представлены данные по звукоизоляции, полному коэффициенту потерь, коэффициенту потерь на излучение, акустической вибровозбудимости и др. для многослойных панелей различной толщины, изготовленных из композиционного материала на основе ткани из углеволокна. Была также приведена оценка эффективности нескольких вариантов вибропоглощающих покрытий при диффузном звуковом и точечном механическом возбуждении панелей [2]. В данной статье представлены результаты определения основных виброакустических характеристик композитной панели в сравнении с характеристиками подкрепленной металлической панели сопоставимой массы и относительной жесткости. Сравнительный анализ проведен для панелей без облицовки и облицованных вибропоглощающим материалом (ВПМ) в случае их возбуждения звуковыми и псевдозвуковыми полями пульсаций давления.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА, ТЕСТОВЫЕ ПАНЕЛИ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальные исследования, результаты которых представлены в данной статье, были проведены в реверберационных камерах стенда АК-11. Описание стенда представлено в [1]. В экспериментах были задействованы две плоские панели с примерно одинаковой поверхностной массой, выполненные из разных материалов. Первая панель состоит из девяти слоев композиционного материала, изготовленного на основе ткани из высокопрочного углеродного волокна. Суммарная толщина панели 5.0 мм, поверхностная масса 7.0 кг/м². Вторая — тонкостенная плоская панель, выполненная из алюминиевого сплава и подкрепленная перекрестным набором стрингеров и шпангоутов, моделирует типовую борто-

вую конструкцию самолета. Поверхностная масса панели 7.2 кг/м².

Испытания проводились как на необлицованных панелях, так и на панелях, облицованных вибропоглощающим материалом ВТП-1В толщиной 1.0 мм с поверхностной массой 1.1 кг/м². Облицовка композитной панели производилась по всей ее площади, так что поверхностная масса облицованной панели составила 8.1 кг/м². У металлической панели облицовывались только шпации, так что ее поверхностная масса с облицовкой составила 8.12 кг/м².

В результате испытаний была определена звукоизоляция голых и облицованных панелей, а также их виброакустические характеристики — полный коэффициент потерь, коэффициент потерь на излучение в камеры высокого (КВУ) и низкого (КНУ) уровня, акустическая вибровозбудимость. Метод определения акустических и виброакустических характеристик панелей, методика проведения испытаний и используемое при измерениях оборудование и программное обеспечение описаны в работе [1].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрим последовательно и сравним между собой измеренные характеристики композитной и металлической панелей. На рисунках будем использовать букву “С” для обозначения композитной панели, букву “М” — для обозначения металлической панели. Индекс “0” означает необлицованную панель, индекс “1” — облицованную ВПМ. Например, обозначение “С0” соответствует необлицованной композитной панели, а “М1” — облицованной металлической.

На рис. 1 приведены значения измеренной звукоизоляции композитной панели в диффузном звуковом поле в сравнении со звукоизоляцией металлической панели. Здесь сплошными линиями с маркерами приведены кривые звукоизоляции необлицованных панелей, а пунктирными линиями без маркеров — панелей с облицовкой. Красные линии соответствуют композитной панели, синие линии — металлической.

Из рисунка видно, что, начиная с полосы частот 400 Гц, звукоизоляция голой композитной панели превышает звукоизоляцию металлической панели. В отдельных полосах частот превышение достигает 10 дБ. Исключение составляют полосы частот 2000–3150 Гц, в которых звукоизоляция композитной панели несколько меньше звукоизоляции металлической панели. Это объясняется тем, что в полосу 2500 Гц попадает критическая частота композитной панели, что и приводит к провалу ее звукоизоляции. Критическая частота металлической панели с толщиной об-

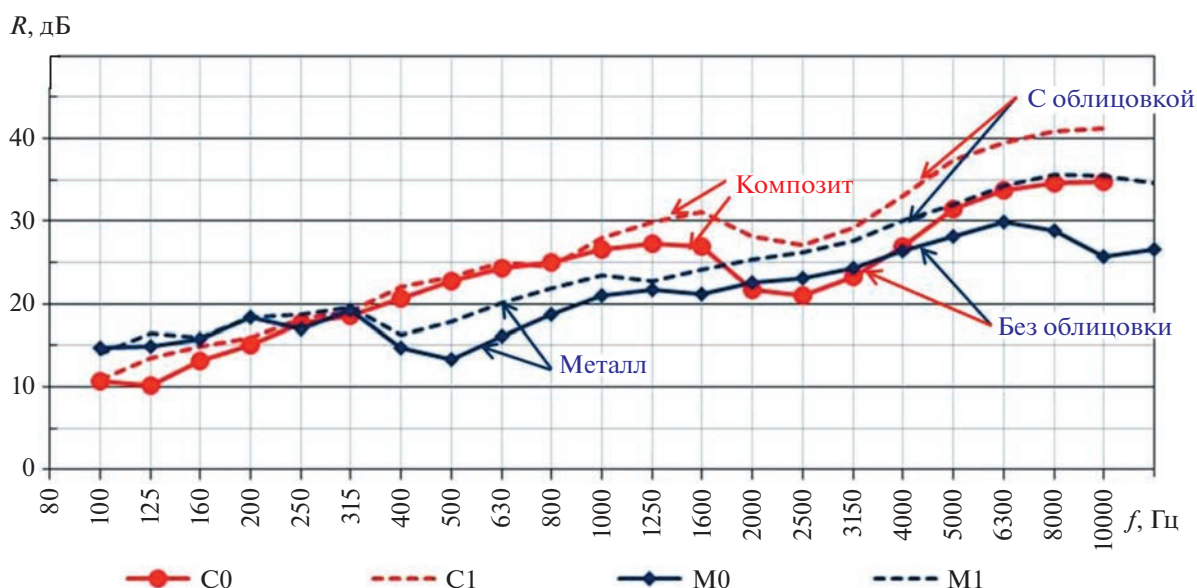


Рис. 1. Звукоизоляция композитной и металлической панели в диффузном поле.

шивки 1.2 мм лежит в полосе 10000 Гц, о чем свидетельствует провал ее звукоизоляции в этой частотной области.

Зная критическую частоту и массу композитной панели, можно рассчитать ее жесткость и оценить модуль Юнга материала. Для данной панели он равен $E = 3.8 \times 10^{10} \text{ Н/м}^2$. При известной плотности материала, которая составляет $\rho = 1.4 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, можно оценить относительную жесткость панели E/ρ . Для данной панели $E/\rho = 2.7 \times 10^7 \text{ м}^2/\text{с}^2$, что лишь на 4% выше аналогичной величины для панели из алюминиевого сплава. Таким образом, сравниваемые композитная и металлическая панели имеют не только одинаковую поверхностную массу, но и одинаковую относительную жесткость.

Облицовка панелей вибропоглощающим материалом приводит к увеличению звукоизоляции композитной панели на частотах выше 1000 Гц, металлической — на частотах выше 400 Гц. Как будет показано ниже, именно на этих частотах суммарная звукоизоляция панелей определяется резонансным механизмом прохождения звука. Облицовка панелей ВПМ приводит к тому, что звукоизоляция композитной панели становится выше звукоизоляции металлической панели на всех частотах выше 315 Гц, так как в окрестности критической частоты эффективность облицовки максимальная.

На рис. 2 приведены частотные зависимости полного коэффициента потерь для рассматриваемых вариантов панелей. Видно, что у необлицованной композитной панели полный коэффи-

циент потерь почти не изменяется с частотой и его значение равно примерно 0.01. У металлической панели полный коэффициент потерь изменяется от 0.002 на низких частотах до 0.06 в окрестности критической частоты. Почти во всем частотном диапазоне полный коэффициент потерь композитной панели выше, чем металлической.

Облицовка композитной панели вибропоглощающим материалом приводит к увеличению полного коэффициента потерь в 2–3 раза почти на всех частотах. У металлической панели на частотах ниже 500 Гц облицовка неэффективна, а эффективность ее применения на более высоких частотах заметно ниже, чем у композитной панели.

На рис. 3 приведены кривые значений коэффициента потерь на излучение в камеру низкого уровня. Этот коэффициент определяет долю энергии, излучаемой в рассматриваемое полупространство, относительно суммарной энергии колебаний панели.

Из рисунка видно, что коэффициент потерь на излучение в КНУ композитной панели выше этого коэффициента металлической панели практически во всем частотном диапазоне. Особенно сильно это выражено в низкочастотной части спектра, где коэффициент потерь на излучение композитной панели до 30 раз больше этой величины для металлической панели. Облицовка панелей ВПМ слабо влияет на коэффициент потерь на излучение в КНУ.

Акустическая вибровозбудимость, определяемая как отношение энергии колебаний панели E_2 к энергии звукового поля в камере высокого уровня E_1 , оценивается по результатам измерения

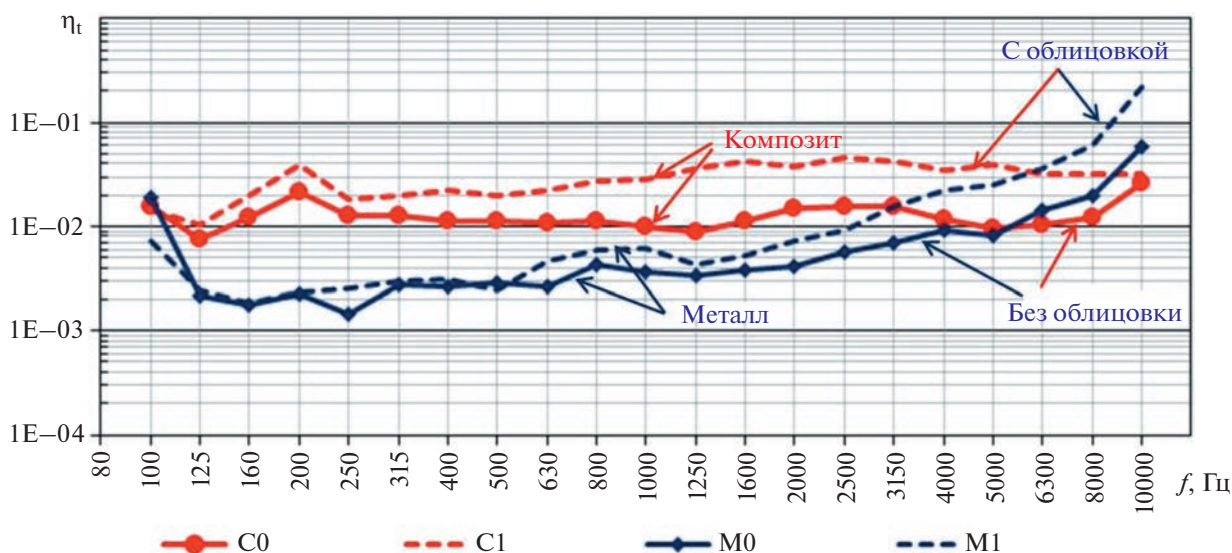


Рис. 2. Полный коэффициент потерь композитной и металлической панели.

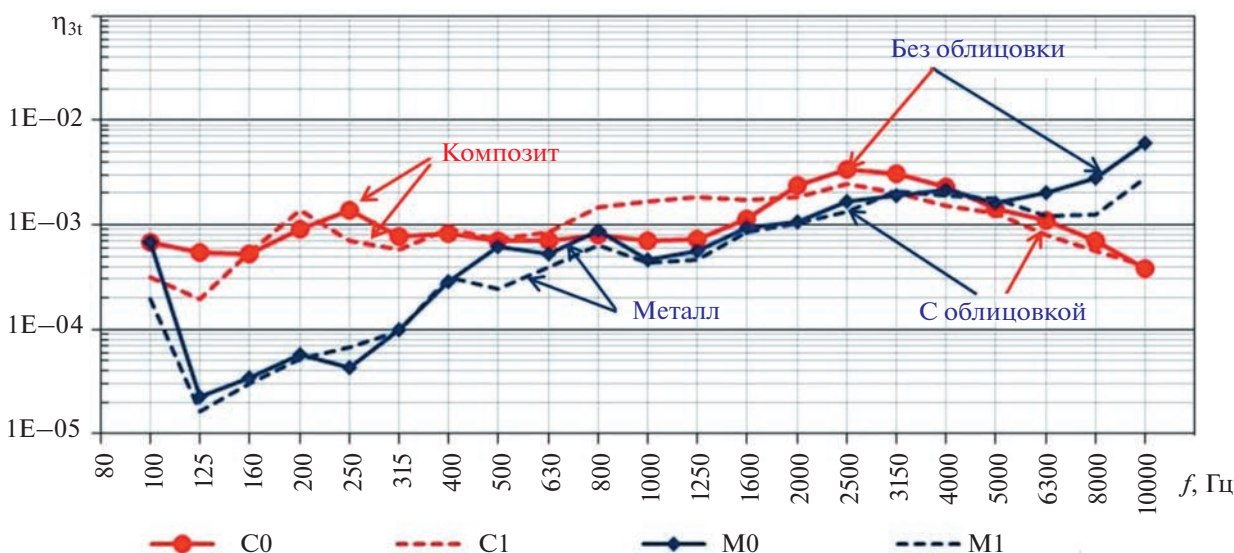


Рис. 3. Коэффициент потерь на излучение в КНУ композитной и металлической панели.

вибраций панели и уровней звукового давления в КВУ. На рис. 4 приведены результаты измерений этой характеристики для рассматриваемых панелей. Из рисунка видно, что вибровозбудимость необлицованной композитной панели значительно ниже вибровозбудимости металлической панели. На частотах 400–1600 Гц величина вибровозбудимости этих панелей отличается на порядок. Облицовка панелей вибропоглощающим материалом приводит к еще большему различию в их акустической вибровозбудимости. В указанном частотном диапазоне вибровозбудимость

композитной панели становится ниже в 20–60 раз по сравнению с металлической.

На основе измеренных характеристик может быть рассчитана резонансная составляющая звукоизоляции панелей при их акустическом возбуждении, а также получена оценка суммарной звукоизоляции и ее составляющих от пульсаций давления турбулентного пограничного слоя в условиях полета.

Звукоизоляция R преграды определяется через ее коэффициент звукоизоляции r или через ко-

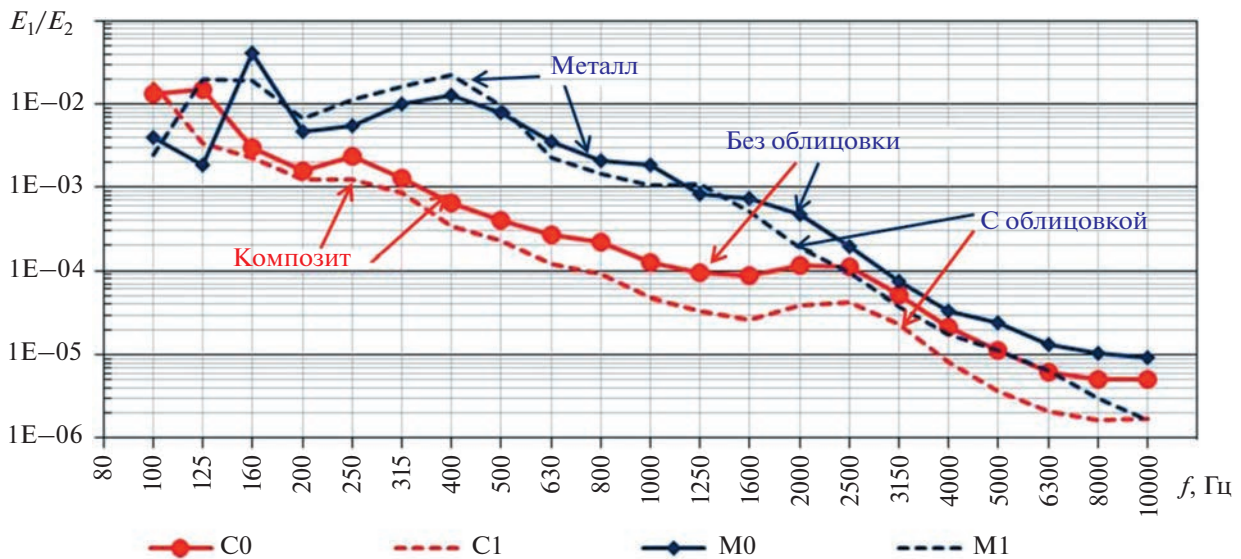


Рис. 4. Акустическая вибровозбудимость композитной и металлической панели.

эффицент прохождения (коэффициент звукопроницаемости) $\tau = 1/r$ как

$$R = 10 \lg r = 10 \lg 1/\tau.$$

Коэффициент прохождения τ связан с коэффициентом рассеяния (коэффициентом внутренних потерь) η_{in} и с коэффициентом отражения ε соотношением, выражающим закон сохранения энергии:

$$\eta_{in} + \tau + \varepsilon = 1.$$

Таким образом, определение суммарной звукоизоляции преграды и ее резонансной составляющей, а также потерь в ней на основе измеренных виброакустических характеристик для различного типа нагрузки идентично определению характеристик отражения и прохождения звуковых и псевдозвуковых пульсаций.

Выражение для коэффициента прохождения энергии через конструкцию за счет резонансного механизма звукопередачи τ_r в диффузном поле нагрузки можно получить из соотношений энергетического статистического метода:

$$\tau_r = \eta_{3r} \frac{E_2}{E_1} \frac{8\pi f_0 V_3}{c_0 A},$$

где V_3 — объем КВУ, A — площадь панели. Коэффициент τ_n за счет нерезонансного прохождения энергии не может быть измерен, но его можно рассчитать по закону масс для диффузного поля.

На рис. 5а для необлицованной композитной панели кривая резонансного коэффициента прохождения τ_r изображена сплошной синей линией. Красной прерывистой линией приведены

значения коэффициента нерезонансной передачи τ_n . Суммарный коэффициент прохождения $\tau_{sum} = \tau_r + \tau_n$ изображен сплошной зеленой линией с маркерами. Красными круглыми маркерами нанесены значения коэффициента прохождения τ_{exp} , полученного на основе измеренной звукоизоляции панели, приведенной на рис. 1.

Из рис. 5а следует, что суммарный коэффициент прохождения τ_{sum} , рассчитанный на основе закона массы и измеренных виброакустических характеристик, хорошо совпадает с экспериментально полученным коэффициентом τ_{exp} во всем частотном диапазоне. На частотах ниже 1600 Гц прохождение энергии обусловлено, в основном, нерезонансным механизмом звукопередачи при незначительном влиянии резонансного прохождения. На частотах 1600 Гц и выше прохождение энергии определяется исключительно резонансной звукопередачей.

Облицовка панели ВПМ приводит к ослаблению резонансной передачи. На рис. 5а резонансный коэффициент звукопередачи для облицованной панели показан пунктирной линией. Можно видеть, что облицовка приводит к существенному снижению резонансной передачи на всех частотах и, как следствие, к снижению суммарной передачи на частотах выше 1250 Гц, где резонансная передача превалирует.

Для металлической панели наблюдается отличное от композитной панели поведение коэффициентов прохождения. На рис. 5б приведены коэффициенты прохождения для необлицованной металлической панели. Из рисунка видно, что нерезонансная передача является определяю-

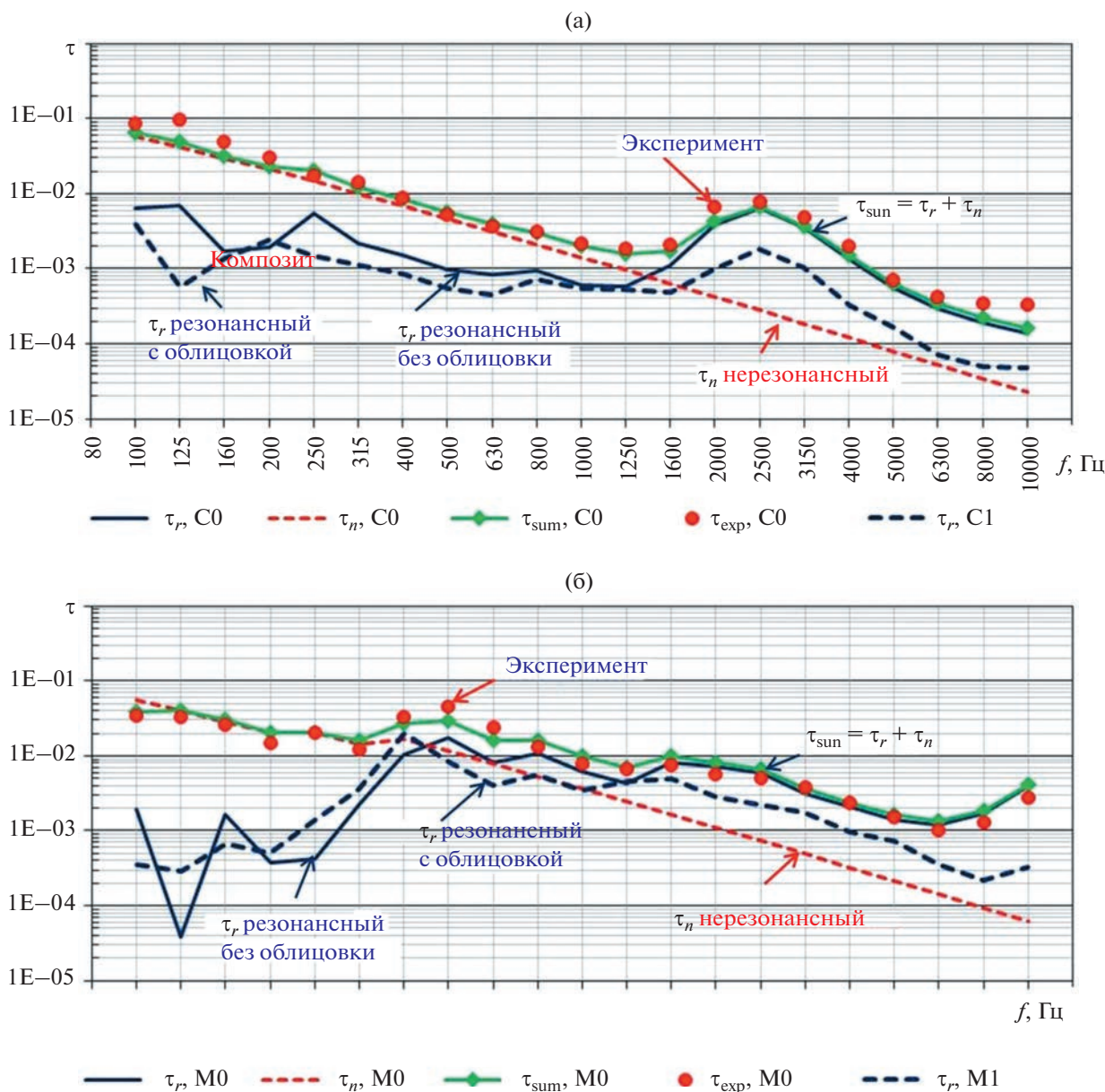


Рис. 5. Коэффициенты прохождения (а) — для композитной панели, (б) — для металлической панели.

щей только на частотах ниже 400 Гц. В диапазоне частот 400–1250 Гц резонансный и нерезонансный коэффициенты звукопередачи сопоставимы по величине. На более высоких частотах определяющей становится резонансная передача.

Облицовка металлической панели вибропоглощающим материалом не так эффективна, как облицовка композитной панели. На рис. 5б пунктирной линией приведены значения резонансного коэффициента для облицованной панели. Можно видеть, что максимальная эффективность облицовки наблюдается в окрестности критической частоты 10000 Гц. На частотах 250–400 Гц облицовка даже повышает резонансный коэффи-

циент прохождения, хотя это и не приводит к уменьшению суммарной звукоизоляции.

На рис. 6а приведены частотные зависимости коэффициентов прохождения и рассеяния для композитной панели при ее акустическом возбуждении. Сплошной зеленой линией с маркерами приведены значения суммарного коэффициента прохождения для необлицованной панели. Сплошной синей линией изображена кривая значений коэффициента внутренних потерь необлицованной панели. Прерывистыми линиями приведены значения коэффициентов для облицованной панели. Из рисунка следует, что для панели без облицовки на частотах выше 400 Гц

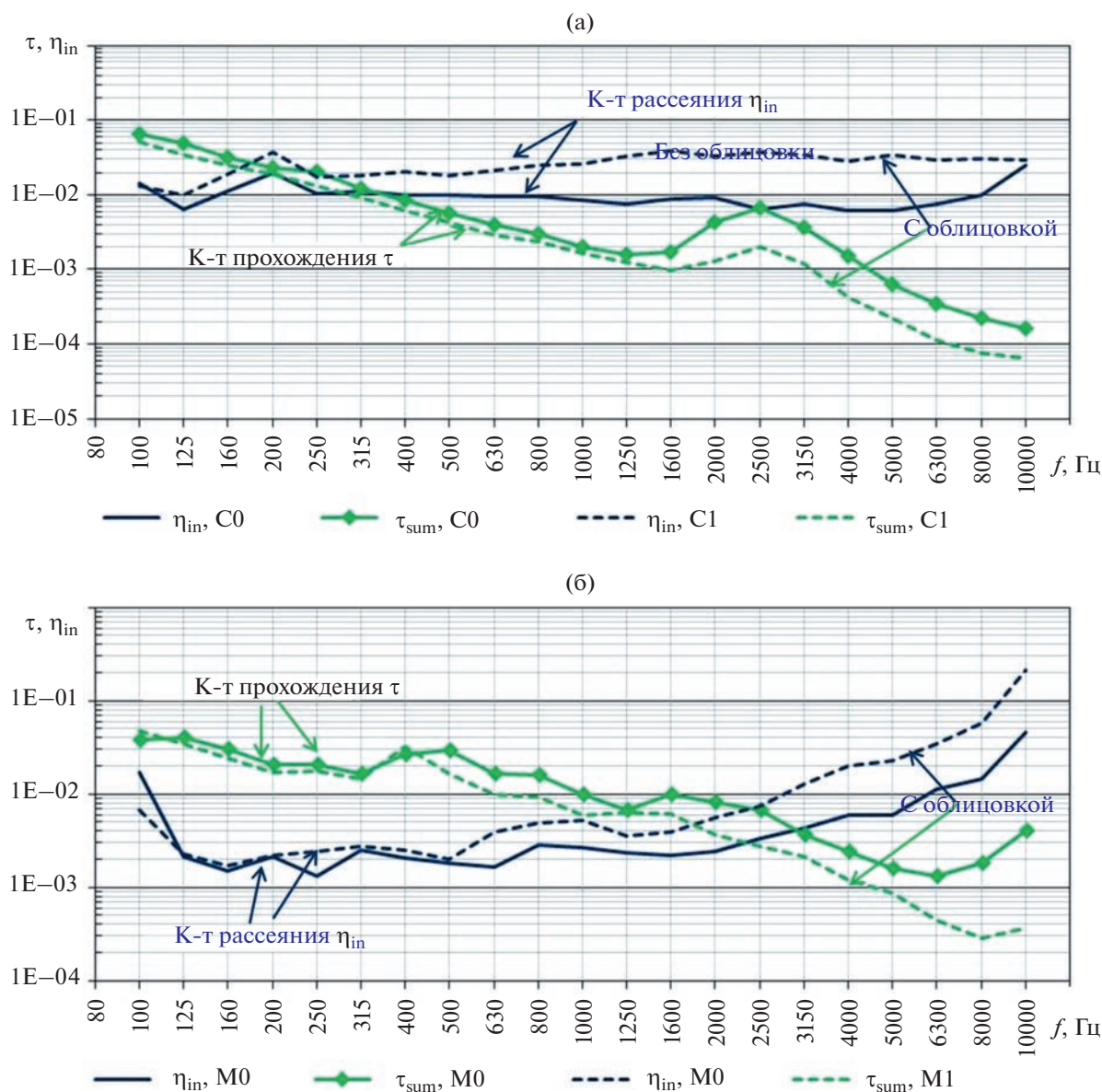


Рис. 6. Коэффициенты прохождения и рассеяния (а) — для композитной панели, (б) — для металлической панели.

коэффициент рассеяния значительно превышает коэффициент прохождения. Исключение составляет полоса частот 2500 Гц, в которой эти коэффициенты совпадают. В этой полосе находится критическая частота панели. Облицовка панели ВПМ приводит к увеличению коэффициента рассеяния и уменьшению коэффициента прохождения, как это показано прерывистыми линиями на рис. 6а.

Значения коэффициентов прохождения и рассеяния для металлической панели при ее акустическом возбуждении показаны на рис. 6б. Здесь для необлицованной панели коэффициент рассеяния превышает коэффициент прохождения

лишь на частотах выше 3150 Гц. Для облицованной панели эта частота равняется 1600 Гц, что в 10 раз превышает аналогичную частоту для композитной панели.

На рис. 7 приведены коэффициенты прохождения для композитной и металлической панелей при их звуковом возбуждении. Из этого рисунка видно, что композитная панель является более эффективной преградой на пути распространения звуковых волн в области частот выше 315 Гц.

На рис. 8 приведены значения коэффициентов отражения акустических пульсаций для всех испытанных вариантов панелей. Все значения лежат в диапазоне 0.92–0.99 за исключением полосы

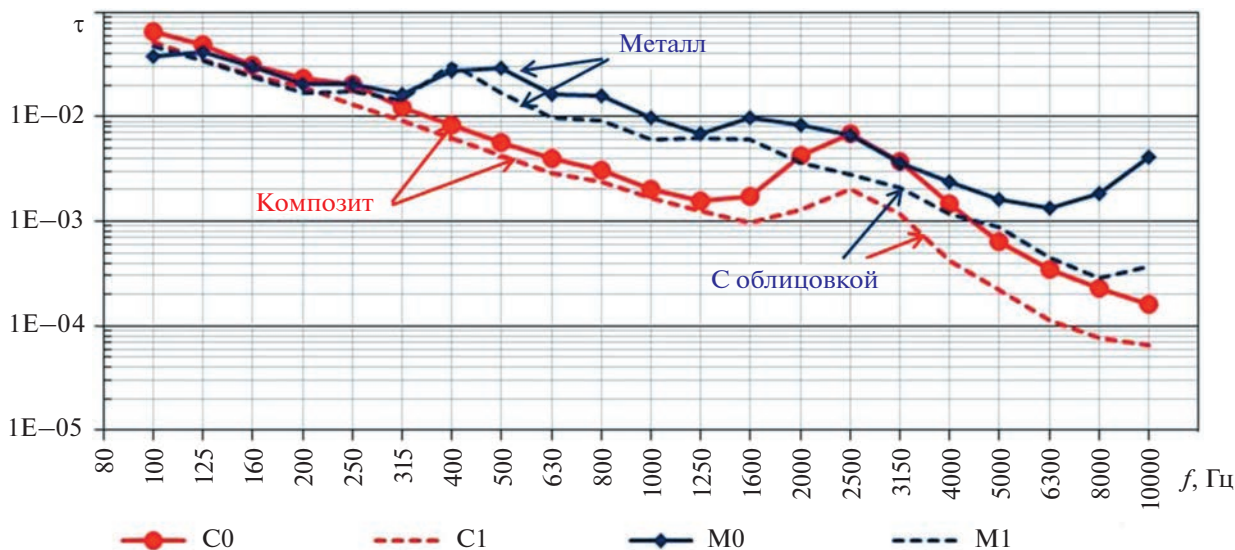


Рис. 7. Коэффициенты прохождения для композитной и металлической панели.

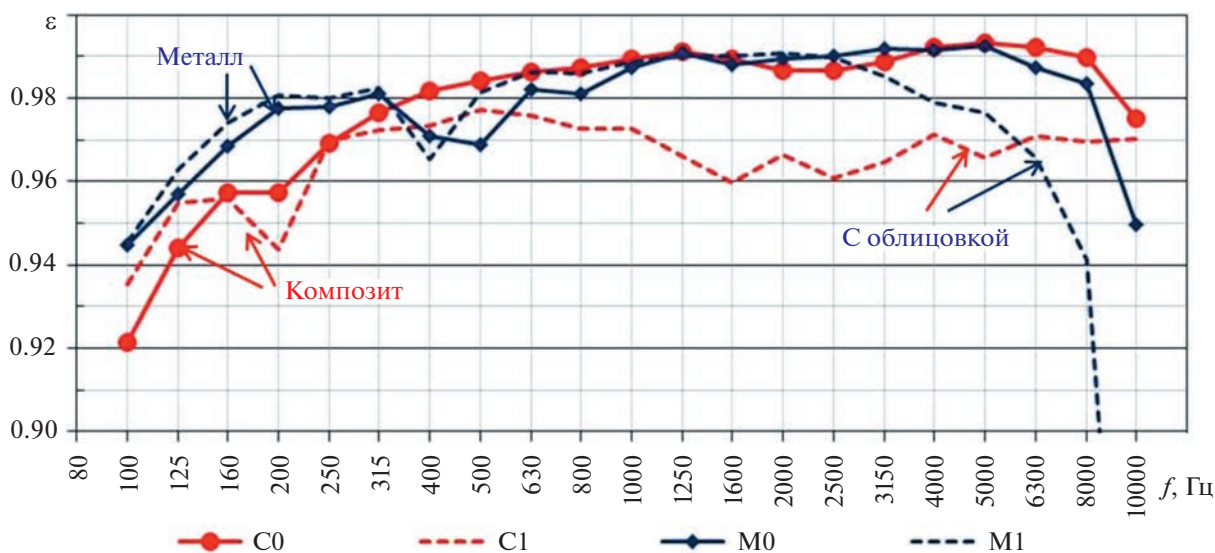


Рис. 8. Коэффициенты отражения для композитной и металлической панели.

10000 Гц, где величина коэффициента отражения облицованной металлической панели равняется 0.78. Этот эффект объясняется резким увеличением внутренних потерь в окрестности критической частоты.

Из рисунка видно, что в диапазоне частот 630–8000 Гц композитная и металлическая панели без облицовки отражают звуковую энергию почти одинаково, с коэффициентом отражения $\epsilon \approx 0.98$ –0.99. На частотах ниже 400 Гц коэффициент отражения металлической панели выше на 1–2%, а в полосе 10000 – ниже на 2.5%.

Облицовка металлической панели ВПМ почти не изменяет ее отражающую способность на частотах ниже 3150 Гц и значительно уменьшает на более высоких частотах за счет увеличения внутренних потерь. Облицовка композитной панели оказывает гораздо более сильное влияние на отражающую способность, которая уменьшается почти во всем диапазоне частот до 3% за счет сильного увеличения диссипации, как это следует из рис. 6а. Для облицованной панели коэффициент отражения на частотах выше 200 Гц лежит в диапазоне 0.96–0.98.

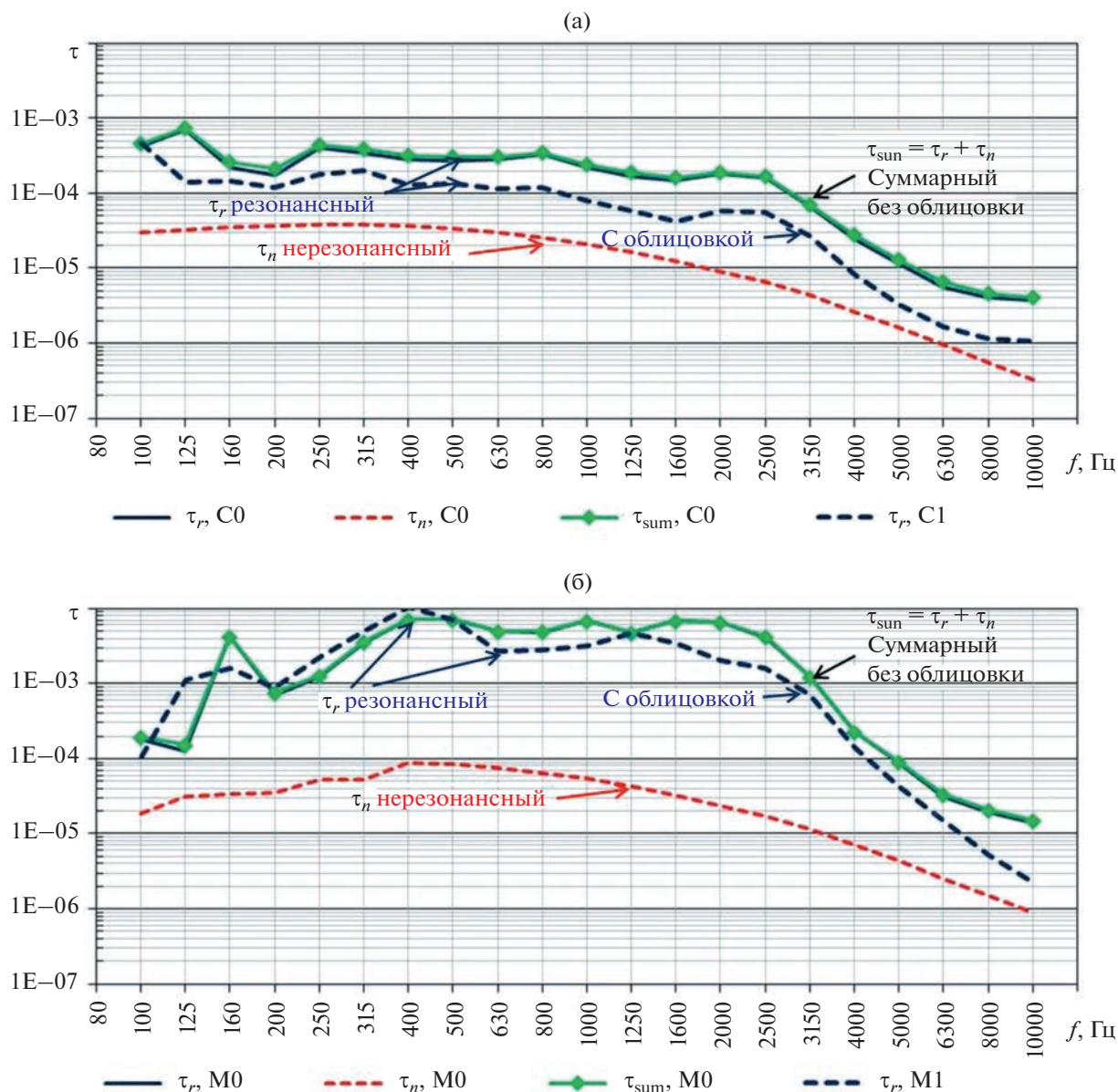


Рис. 9. Коэффициенты прохождения (а) — для композитной панели в потоке и (б) — для металлической панели в потоке.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАНЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ПОЛЕТА

В случае, когда конструкция подвержена воздействию псевдозвуковых пульсаций турбулентного потока, характеристики отражения и прохождения энергии изменяются. Коэффициенты прохождения при обтекании поверхности турбулентным потоком в условиях полета могут быть рассчитаны по известным соотношениям [3], в которые входят измеренные виброакустические характеристики панели и параметры потока.

На рис. 9а приведены значения резонансного, нерезонансного и суммарного коэффициентов

прохождения для необлицованной композитной панели. Здесь и ниже все коэффициенты получены для условий полета самолета на высоте $H = 10000$ м с числом Маха $M = 0.8$ и расстояния от носа самолета $x = 10$ м. Из рисунка видно, что в условиях полета суммарный коэффициент прохождения определяется исключительно резонансной передачей энергии в отличие от случая акустического возбуждения, когда большую роль играет нерезонансная звукопередача.

Облицовка панели ВПМ существенно понижает коэффициент прохождения, как это показано на рис. 9а пунктирной линией. Однако даже у облицованной панели определяющим является

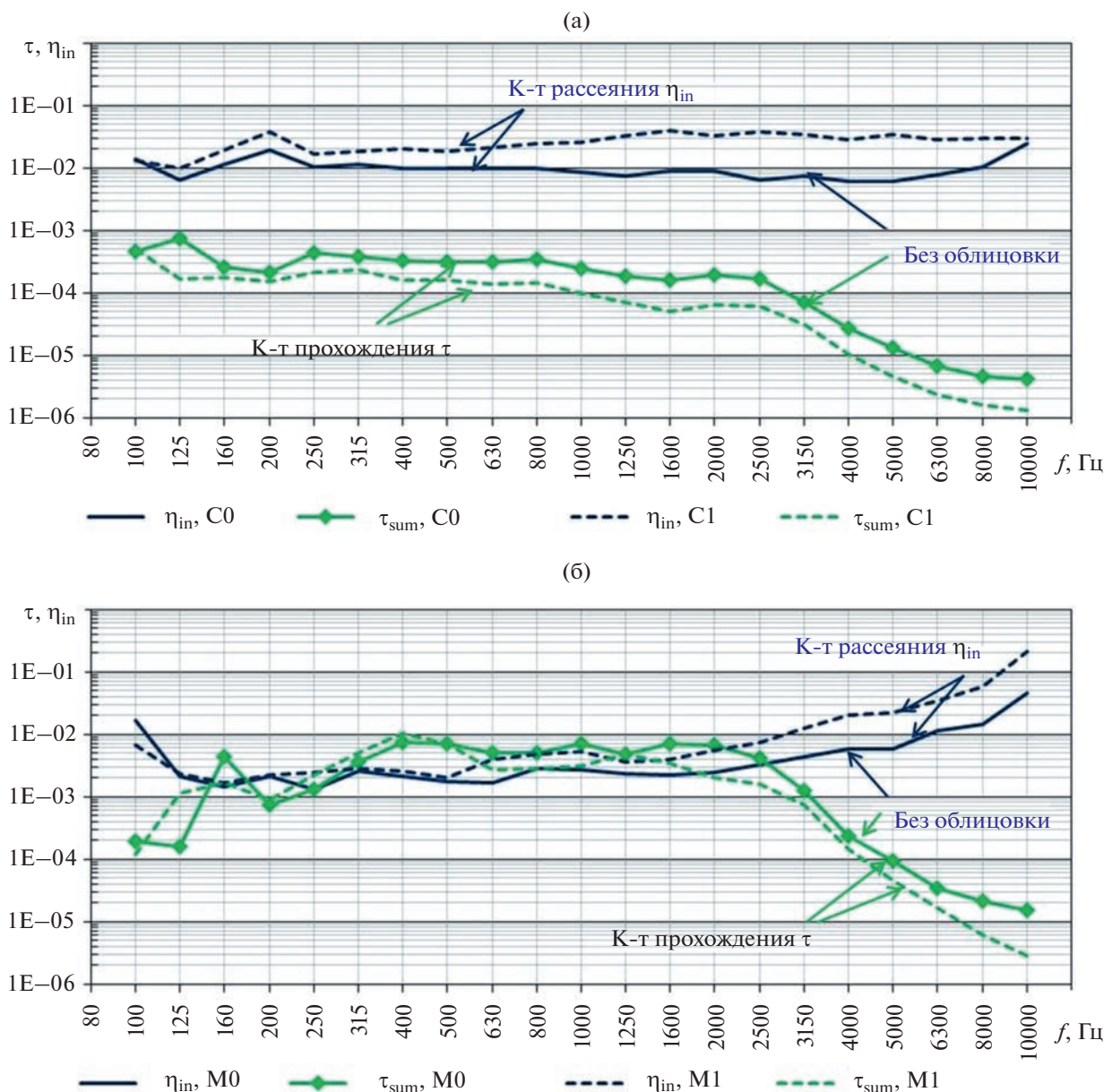


Рис. 10. Коэффициенты прохождения и рассеяния (а) — для композитной панели в потоке и (б) — для металлической панели в потоке.

резонансное прохождение энергии, как это и следует из рисунка. Влияние нерезонансной передачи слабо проявляется лишь в области высоких частот выше 4000 Гц.

Для металлической панели в условиях ее возбуждения псевдозвуковыми пульсациями давления определяющей также является резонансная передача. На рис. 9б приведены частотные зависимости для резонансного, нерезонансного и суммарного коэффициентов прохождения необлицованной металлической панели. Из рисунка видно, что суммарный коэффициент прохождения совпадает с резонансным во всем частотном

диапазоне. Значения нерезонансного коэффициента на один-два порядка ниже.

Облицовка металлической панели ВПМ несколько уменьшает резонансную передачу, однако она остается определяющей во всем частотном диапазоне. Значения коэффициента для облицованной металлической панели показаны на рис. 9б пунктирной линией.

На рис. 10а для композитной панели приведено сравнение коэффициентов прохождения и рассеяния при псевдозвуковом возбуждении. Можно видеть, что для голой панели коэффициент рассеяния более чем на порядок превышает коэф-

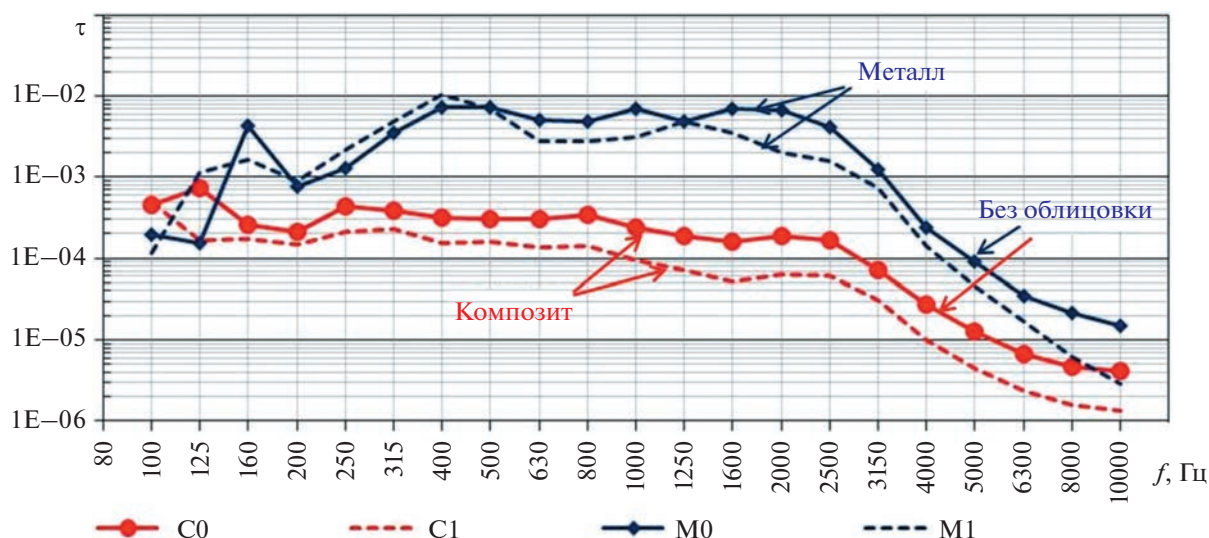


Рис. 11. Коэффициенты прохождения для композитной панели в потоке.

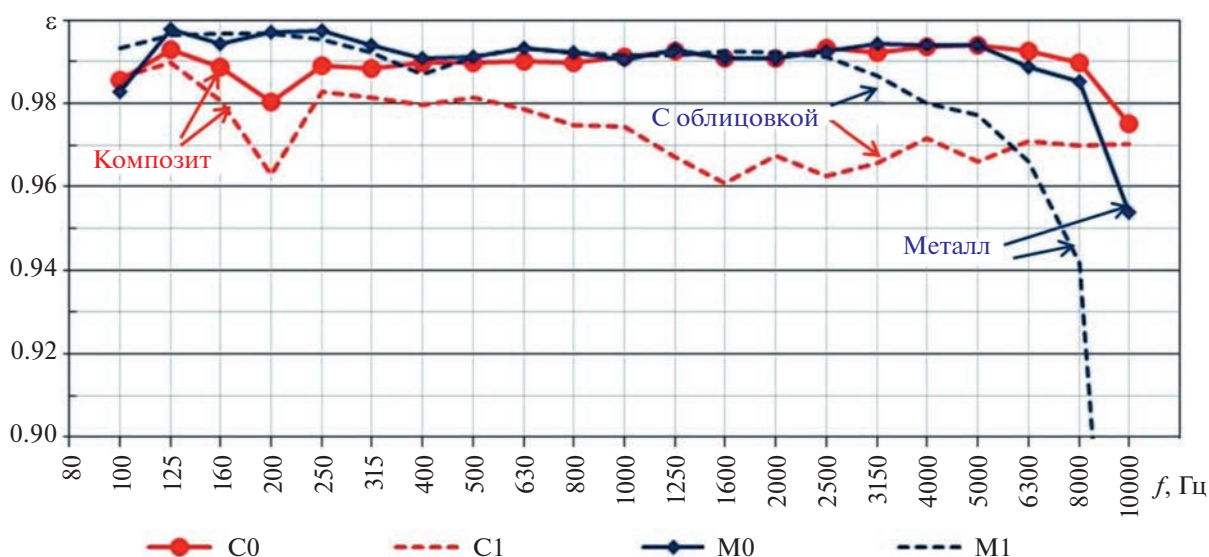


Рис. 12. Коэффициенты отражения для металлической панели в потоке.

коэффициент прохождения на всех частотах. Облицовка панели вибропоглощающим материалом увеличивает это различие до двух порядков и более.

Для металлической панели, возбуждаемой псевдозвуковыми пульсациями давления, коэффициенты прохождения и рассеяния сравнимы по величине на значительном протяжении частотной оси. На рис. 10б приведено сравнение этих коэффициентов для голой и облицованной металлической панели. На частотах выше 2500 Гц коэффициент прохождения уменьшается с частотой, а коэффициент рассеяния повышается и в полосе частот 10000 Гц различие между этими коэффициентами достигает от трех до пяти порядков.

ков для голой и облицованной панели соответственно.

На рис. 11 приведены суммарные коэффициенты прохождения для рассмотренных вариантов панелей при их возбуждении псевдозвуковыми пульсациями. Из рисунка видно, что в условиях полета коэффициент прохождения композитной панели примерно на порядок меньше коэффициента металлической панели. Облицовка конструкции ВПМ приводит к снижению коэффициента, но общая картина остается прежней — энергия псевдозвуковых пульсаций проникает через композитную панель примерно на порядок слабее, чем через металлическую.

На рис. 12 приведены значения коэффициента отражения для всех вариантов панелей в потоке. Для голой композитной панели коэффициент отражения почти постоянен во всем частотном диапазоне и равняется 0.99. Только в полосе 10000 Гц он уменьшается до величины 0.975. Облицовка композитной панели приводит к уменьшению коэффициента отражения до величины 0.96–0.98 за счет того, что значительная часть энергии поглощается.

Для голой металлической панели коэффициент отражения превышает значение 0.99 почти во всем диапазоне частот, а на низких частотах достигает величины 0.997. Уменьшение этого коэффициента наблюдается только в окрестности критической частоты, где его величина снижается до 0.95. Облицовка металлической панели практически не изменяет величину коэффициента отражения на частотах ниже 3150 Гц. На более высоких частотах его величина уменьшается с частотой и достигает величины 0.78 в полосе 10000 Гц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты анализа данных, полученных при проведении экспериментальных исследований в реверберационных камерах. Определены виброакустические характеристики композитной и подкрепленной металлической панелей, обладающих одинаковой поверхностной массой и относительной жесткостью. Проведено сравнение виброакустических характеристик композитной панели с характеристиками металлической панели.

Определены коэффициенты прохождения, отражения и рассеяния для композитной и металлической панели без облицовки и с облицовкой для случая их звукового возбуждения и возбуждения псевдозвуковыми пульсациями давления турбулентного пограничного слоя в условиях, со-

ответствующих крейсерскому полету самолета. Проведено сравнение коэффициентов композитной и металлической панели.

Показано, что при звуковом и особенно при псевдозвуковом возбуждении звукопроницаемость композитной панели, характеризуемая коэффициентом прохождения, значительно ниже звукопроницаемости металлической панели. Этот вывод справедлив как для панели без облицовки, так и с облицовкой.

Установлено, что отражающая способность композитной и металлической панели без облицовки примерно одинакова. При наличии облицовки отражающая способность композитной панели ниже почти на всех частотах за исключением окрестности критической частоты металлической панели.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016). Калибровка датчиков и измерительной системы проводилась на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зверев А.Я., Черных В.В.* Экспериментальное определение акустических и виброакустических характеристик многослойных композитных панелей // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 727–736.
2. *Zverev A., Chernyh V.* Experimental investigation of acoustic and vibroacoustic characteristics of composite panels / Proc. the 24th ICSV, London, 23–27 July. 2017.
3. *Ефимцов Б.М., Зверев А.Я.* Колебания и акустическое излучение тонкостенных конструкций при неоднородном аэроакустическом возбуждении // Ученые записки ЦАГИ. 2009. Т. 40. № 3. С. 60–69.

УДК 534-16:539.433

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УДАРНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ НА УСТАЛОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПОЗИТНОГО СОЕДИНЕНИЯ “ОБШИВКА–СТРИНГЕР” В УСЛОВИЯХ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ

© 2023 г. С. В. Дубинский^а, Ф. С. Севастьянов^а, В. М. Костенко^а, С. Л. Денисов^{а, *}

^аФАУ “Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского”,
ул. Жуковского 1, Жуковский, 140181 Россия

*e-mail: stl.denisov@gmail.com

Поступила в редакцию 22.09.2022 г.

После доработки 22.09.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Представлены результаты исследования усталостных характеристик выполненных из полимерного композиционного материала соединений типа “обшивка–стрингер” (Т-образов), подвергающихся случайному виброакустическому нагружению с широким спектром. На основе анализа экспериментальных данных определены механизмы возникновения и развития повреждений, а также критерии и мода разрушения для образцов с дефектами от ударного воздействия и для образцов без дефектов. Продемонстрировано влияние ударных повреждений на усталостные характеристики исследуемых образцов при различной энергии удара и уровнях виброакустического нагружения. Выявлены основные закономерности влияния дефектов на усталостные характеристики, которые могут использоваться в дальнейшем при создании расчетных моделей развития повреждений в конструкциях из полимерного композиционного материала при виброакустическом нагружении.

Ключевые слова: виброакустическое воздействие, динамический отклик, кривая усталости, ударное повреждение, полимерный композиционный материал (ПКМ)

DOI: 10.31857/S0320791922600512, **EDN:** ITFWCI

ВВЕДЕНИЕ

С конца 1950-х гг. исследование усталостных характеристик элементов конструкции планера самолета, подвергающихся интенсивному акустическому воздействию, является неотъемлемой частью выявления особенностей отклика упругих авиационных конструкций на стационарное возбуждение с произвольным спектром [1], а также важным аспектом при сертификации самолета [2]. За прошедшие 60 лет было выполнено значительное число расчетных и экспериментальных исследований, которые позволили создать методы расчета отклика и оценки долговечности различных элементов авиационных конструкций, подвергающихся интенсивному звуковому воздействию [3–5]. Однако основное внимание в этих работах было уделено элементам конструкций, выполненных из металлов, в то время как исследование композитных материалов носило фрагментарный или узкоспециализированный характер, что не позволяло определить физические особенности поведения композитов при акустическом воздействии, выявить для них основные моды и типы разрушения и, как след-

ствие, непосредственно исследовать усталостные характеристики.

Активное исследование свойств композитных и, в особенности, полимерных композиционных материалов (ПКМ) началось после их широкого внедрения в силовые элементы конструкции самолета, такие как крыло, фюзеляж, мотогондола. Результатом этого стали работы [6–14], в которых были проведены активные исследования отклика конструкций из ПКМ на акустическое и/или вибрационное воздействие с произвольным частотным спектром именно с точки зрения выявления основных физических причин, влияющих на усталостные характеристики конструкций, изготовленных из материалов такого типа. Главным объектом исследований в представленных работах было изучение образцов, которые изначально не имели дефектов, однако именно внутренние (скрытые) дефекты зачастую являются определяющими при зарождении и росте трещин или расслоения исследуемых образцов, приводя к разрушению конструкции. Таким образом, исследование влияния внутренних дефектов на усталостные характеристики элементов авиационных конструкций,

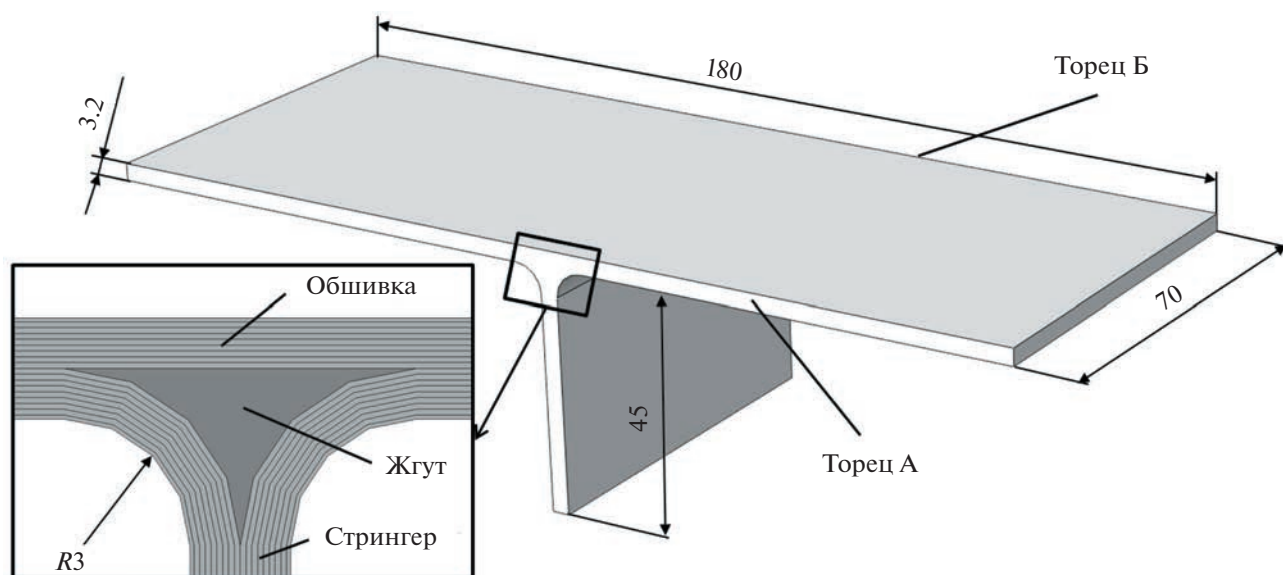


Рис. 1. Исследуемый Т-образец.

подвергающихся интенсивному акустическому и/или вибрационному воздействию, представляет значительный интерес как с прикладной, авиационно-конструкторской, так и с фундаментальной, материаловедческой точек зрения.

Представленная работа является непосредственным продолжением работы, выполненной в статье [14] и посвященной расчетно-экспериментальным исследованиям влияния виброакустических нагрузок на прочность композитных соединений. Здесь, используя экспериментальные и расчетные методики, развитые и валидированные в [14], представлен результат полного комплекса экспериментальных исследований изготовленных из ПКМ соединений типа “обшивка—стрингер” (так называемые Т-образцы), по результатам которых определены усталостные характеристики и построены кривые усталости, являющиеся основным результатом исследований такого рода. Помимо определения усталостных характеристик типовых Т-образцов, в данной работе проводится определение усталостных характеристик Т-образцов с предварительно нанесенными ударными повреждениями, что позволяет выявить основные механизмы возникновения и развития повреждений, а также вклад дефектов в расслоение исследуемых образцов, что является непосредственным критерием разрушения конструкции. Полученные в данной работе результаты могут использоваться для построения новых и совершенствования уже существующих расчетных моделей развития повреждений в конструкциях из ПКМ при вибрационном и/или акустическом нагружении.

ИССЛЕДУЕМЫЕ ОБРАЗЦЫ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

В качестве объекта исследований были выбраны Т-образцы однострингерных панелей (рис. 1), аналогичные уже рассмотренным в работе [14]. Армирование в образцах, как и ранее, было выполнено согласно схеме $[0^c/+45^y/-45^y/0^y/90^y/0_2^y/+45^y/-45^y]_{S1}$, где индекс “y” обозначает углеродные волокна, а индекс “с” — стеклоткань. В качестве базового материала был использован однонаправленный препрег HexPly на основе углеродного (M21/34%/UD194/IMA) и стеклянного (M21/45%/120) волокон. Жгут в корне ребра выполнен из углеленты M21/34%/UD194/IMA. Упругие характеристики монослоев, используемых при изготовлении исследуемых образцов, аналогичны рассмотренным в работе [14].

Всего при проведении измерений было исследовано 20 образцов, 10 из которых испытывались в исходном состоянии, а на другие 10 перед проведением вибрационных испытаний наносились ударные повреждения. Удары наносились копром InstronCEAST 9350 с вертикально-падающим грузом (диаметр ударника 25 мм). На один из образцов удар был нанесен в центр обшивки по оси стингера с энергией в 30 Дж, что привело к появлению видимого расслоения с обратной стороны образца. На четыре образца удары были нанесены соответственно с энергиями 20, 10, 10 и 5 Дж. Удары с такими энергиями приводили к видимым повреждениям обшивки без выхода расслоения на обратную сторону. Для оценки влияния напряженно-деформированного состояния на длительность роста расслоения, в пяти образцах место приложения удара было смещено от оси

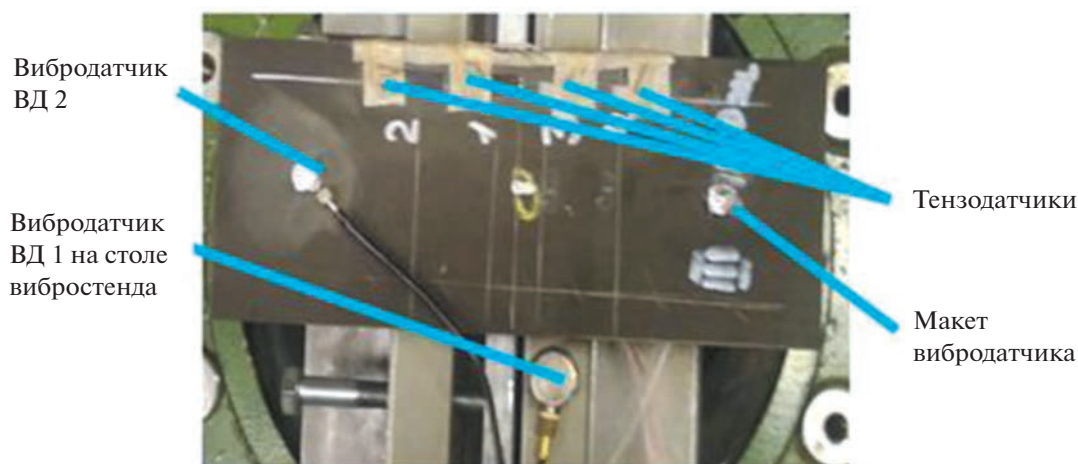


Рис. 2. Установка измерительных датчиков при проведении измерений.

стрингера на 6 мм в зону максимальных деформаций. На все эти образцы были нанесены удары с энергией 5 Дж (впоследствии, именно эти пять образцов использовались для построения усталостной кривой). Перед началом испытаний проводился неразрушающий ультразвуковой контроль (УЗК) всех образцов с ударом с наружной и внутренней стороны с использованием ультразвукового дефектоскопа Sitescan D-20. УЗК позволил выявить область внутренних повреждений образцов от удара, которая для всех 10 образцов, вне зависимости от энергии удара, имела схожий размер.

В настоящей работе за основу была принята методика [6, 15], моделирующая звуковое воздействие на конструкцию путем приложения к образцам вибрационного нагружения. Подробное описание данной методики в приложении к задаче исследования образцов из ПКМ и ее использование при проведении рассматриваемых экспериментальных исследований представлено в работе [14] (там же представлено подробное обсуждение возможности моделирования акустического нагружения вибрационным нагружением и пределы его применимости). Здесь мы сделаем несколько замечаний относительно размещения датчиков на исследуемом образце.

На рис. 2 представлена фотография размещения измерительных вибродатчиков и тензодатчиков при проведении измерений. Каждый исследуемый образец оснащался 1 вибродатчиком и 4 тензодатчиками. Тензодатчики наклеивались в зоне максимальных деформаций, которая была определена конечно-элементным расчетом [1, 14, 16]. Еще один вибродатчик, предназначенный для измерения задающего вибрационного воздействия, устанавливался непосредственно на вибростол (рис. 2). Макет вибродатчика (рис. 2) имел такую же массу, как и исходный вибродат-

чик, и был необходим для обеспечения симметричной нагрузки на исследуемый образец.

Вибрационное нагружение представляло собой узкополосный случайный процесс с равномерной спектральной плотностью в заданной полосе частот на различных уровнях среднеквадратичных значений деформаций. Ширина полосы выбиралась равной 1/3-октаве со среднегеометрической частотой, соответствующей 1-й резонансной частоте колебаний образца. Определение 1-й резонансной частоты проводилось путем приложения к образцу свип-сигнала с плавно изменяющейся частотой в диапазоне от 60 до 500 Гц и последующим определением максимального значения сигнала вибродатчика, размещенного на образце. Сравнение резонансных частот, вычисленных в работе [14] с помощью метода конечных элементов для данной экспериментальной конфигурации, показало хорошее совпадение с экспериментально измеренными частотами (ошибка расчета составила около 1% от экспериментально измеренной частоты).

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАЛОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК Т-ОБРАЗЦОВ

Испытания образцов без удара

Рассмотрим результаты исследования усталостных характеристик образцов без предварительно нанесенных ударных повреждений, которые являются дополнением к ранее приведенным в работе [14] данным. На предварительном этапе первый образец был испытан на статический трехточечный изгиб с целью определения доминирующей моды разрушения. Испытания остальных девяти образцов проводились на уровнях среднеквадратичных деформаций в диапазоне от 600 до 2000 мк. В процессе испытаний выполнялся непрерывный мониторинг резонансной частоты

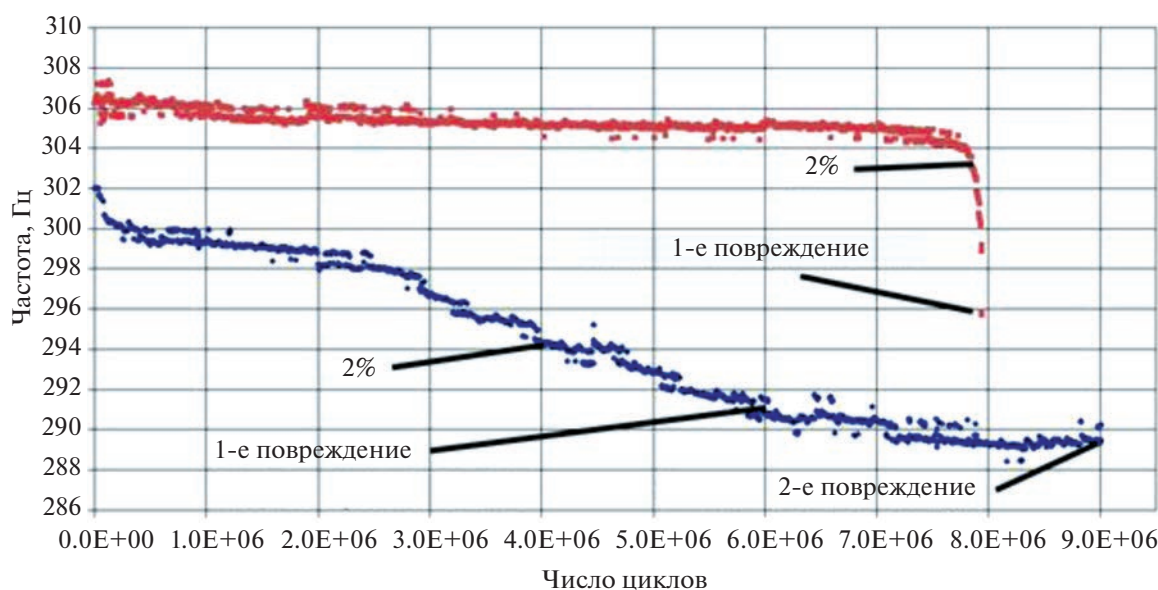


Рис. 3. Зависимость резонансной частоты от числа циклов для двух исследуемых образцов без удара (красная кривая — 800 мк, синяя кривая — 1000 мк).

ты, снижение которой [6, 15] является индикатором падения жесткости вследствие появления внутренних неоднородностей (в данном случае расслоений). Для иллюстрации этого факта на рис. 3 приведены графики снижения резонансной частоты в зависимости от числа циклов (наработки) для двух исследуемых образцов (амплитуда 1000 и 800 мк).

В качестве критерия разрушения принималось одно из двух состояний исследуемого образца: визуально регистрируемое появление расслоения на одном или двух торцах (рис. 4), либо снижение резонансной частоты (рис. 3). Отечественный [5] и зарубежный [6, 7] опыт показывает, что снижение частоты в композитном образце на 2–3% позволяет зафиксировать момент зарождения внутренних расслоений, приводящих к снижению жесткости упругой системы. При таком уменьшении резонансной частоты относительное повреждение в сечении составляет 10–20%, а при уменьшении частоты на 10–15% обычно происходит разрушение образца [6, 7].

Таким образом, на основе полученных экспериментальных данных для десяти исследуемых образцов, с использованием методики, описанной в работе [17], была построена средняя кривая усталости, представленная на рис. 5. На этом же рисунке для сравнения представлены также данные из базы данных ESDU 84027 [4] для конструктивно подобных образцов типа интегральный стрингер (точками со стрелками на рис. 5 обозначены образцы, не доведенные до разрушения).

Сравнительный анализ зависимостей числа циклов до разрушения от уровня среднеквадрати-

ческих деформаций, представленных на рис. 5, показывает, что полученные в рамках настоящей работы точки лежат в одном диапазоне с точками из ESDU. Это свидетельствует о том, что усталостные характеристики образцов из ПКМ по большей части зависят не от самого материала, а от типа концентратора напряжений, которым в данном случае является соединение типа “обшивка-стрингер”.

Испытания образцов с ударом

Рассмотрим далее результаты исследования образцов с предварительно нанесенными ударными повреждениями. Примеры графиков снижения резонансной частоты в зависимости от числа циклов (наработки) для двух рассмотренных образцов (энергии удара 10 Дж в центр и 5 Дж в зону максимальных деформаций) показаны на рис. 6. Как видно, процессы появления и развития повреждений в образцах с ударом (рис. 6) и без удара (рис. 3) имеют схожий характер. Повреждение зарождается внутри образца в виде расслоения в переходной радиусной зоне и развивается вплоть до выхода в виде межслоевой трещины сначала на один торец образца, а затем на второй (рис. 7).

Тщательный анализ полученных зависимостей резонансной частоты от числа циклов показывает, что для всех рассмотренных образцов они носят индивидуальный характер, но в некоторых случаях совпадают по характеру изменения. В 6-ти случаях из 10 в зависимостях выделяются участки ускоренного падения частоты, совпадающие с

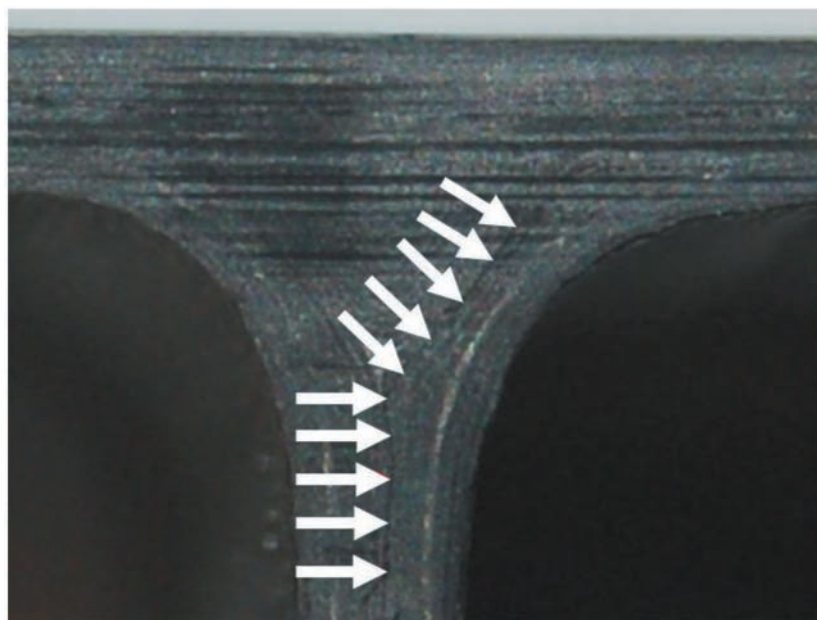


Рис. 4. Пример расслоения на боковой поверхности (торец А) исследуемого образца.

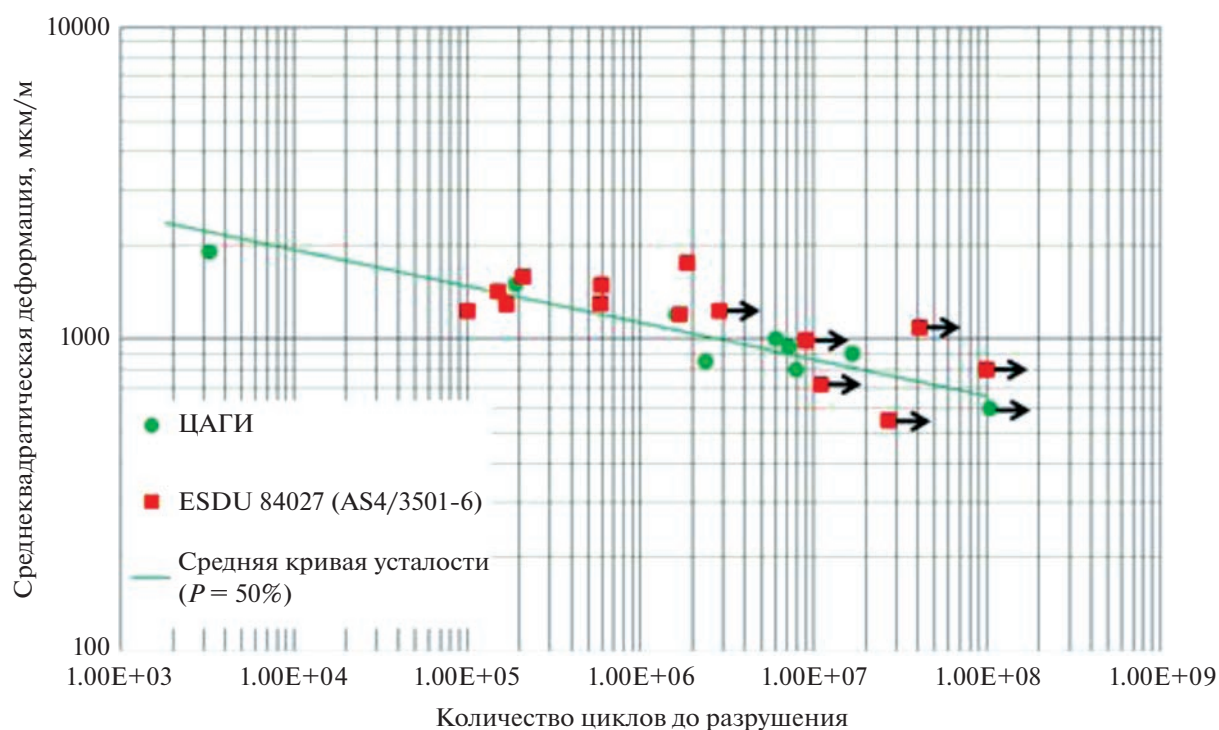


Рис. 5. Сравнение усталостных кривых для исследуемого композитного соединения с данными ESDU для конструктивно подобных образцов типа интегральный стрингер.

моментами обнаружения выхода повреждений на одну или две боковые поверхности образца. В остальных случаях наблюдается монотонное падение частоты. Зависимости изменения частот для образцов с ударом по виду не отличаются от

зависимостей, полученных для образцов без удара [10]. Для четырех рассмотренных образцов падение частоты достигло 2%, прежде чем был обнаружен выход повреждения на одну из внешних поверхностей. Также в 4-х случаях внешнее по-

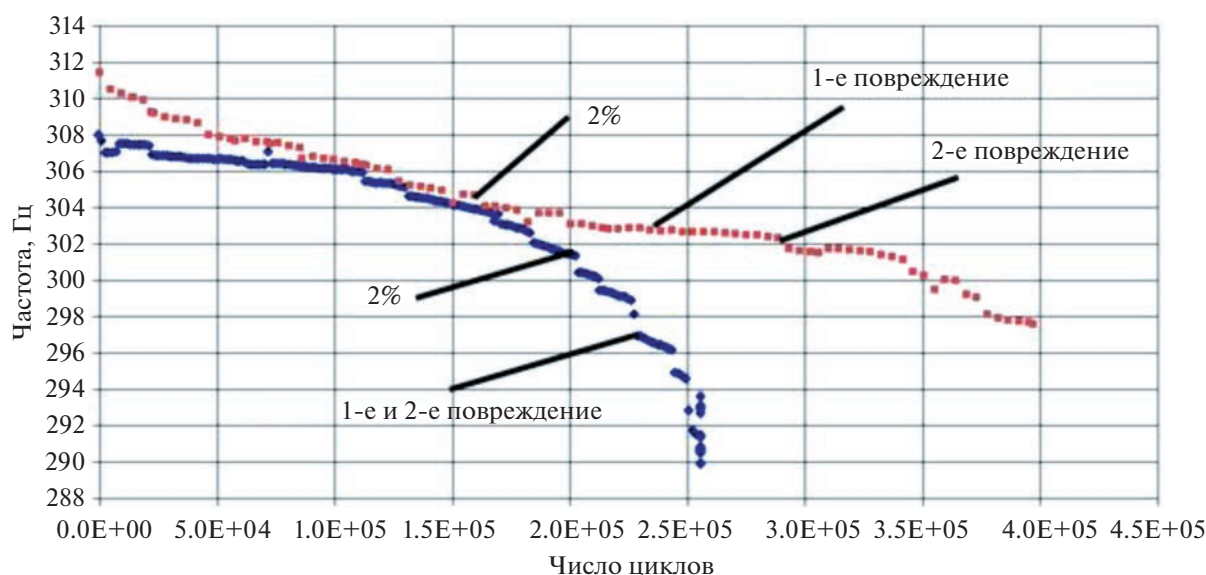


Рис. 6. Зависимость резонансной частоты от числа циклов для двух исследуемых образцов с ударом (красная кривая — 10 Дж, синяя кривая — 5 Дж).

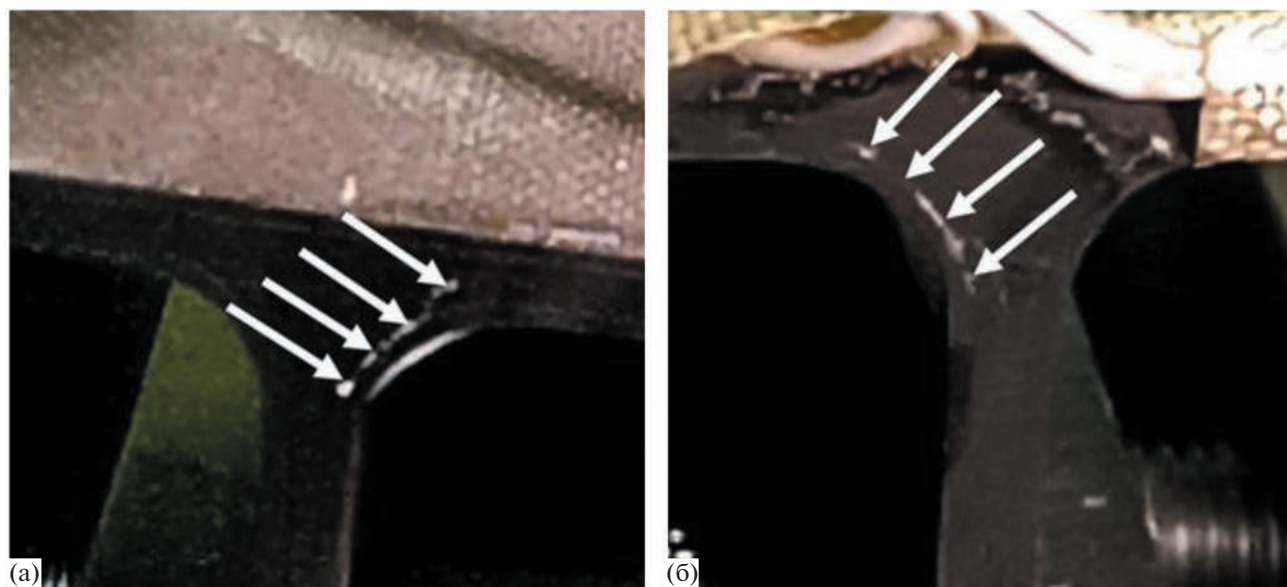


Рис. 7. Пример расслоения на боковой поверхности исследуемого образца с предварительно нанесенным ударным повреждением: (а) — торец А, (б) — торец Б.

вреждение было обнаружено до достижения частотой пороговой величины, лежащей на 2% ниже начального значения. В одном случае эти события совпали.

По результатам испытаний на момент обнаружения выхода повреждения на один из торцов падение частоты лежало в пределах от 0.2 до 4.4% от начального значения. Соответственно, на момент выявления повреждений на 2-й поверхности падение частоты достигало значений от 1.8 до 4.9%.

Таким образом, было установлено, что хотя критерий разрушения, основанный на 2%-ом снижении собственной частоты, является широко применимым в практике проведения вибрационных испытаний, он не всегда является надежным индикатором реального повреждения исследуемого образца, в том числе и визуально обнаруживаемого расслоения на боковой поверхности.

Для построения усталостной кривой в случае образцов с начальными ударными повреждения-

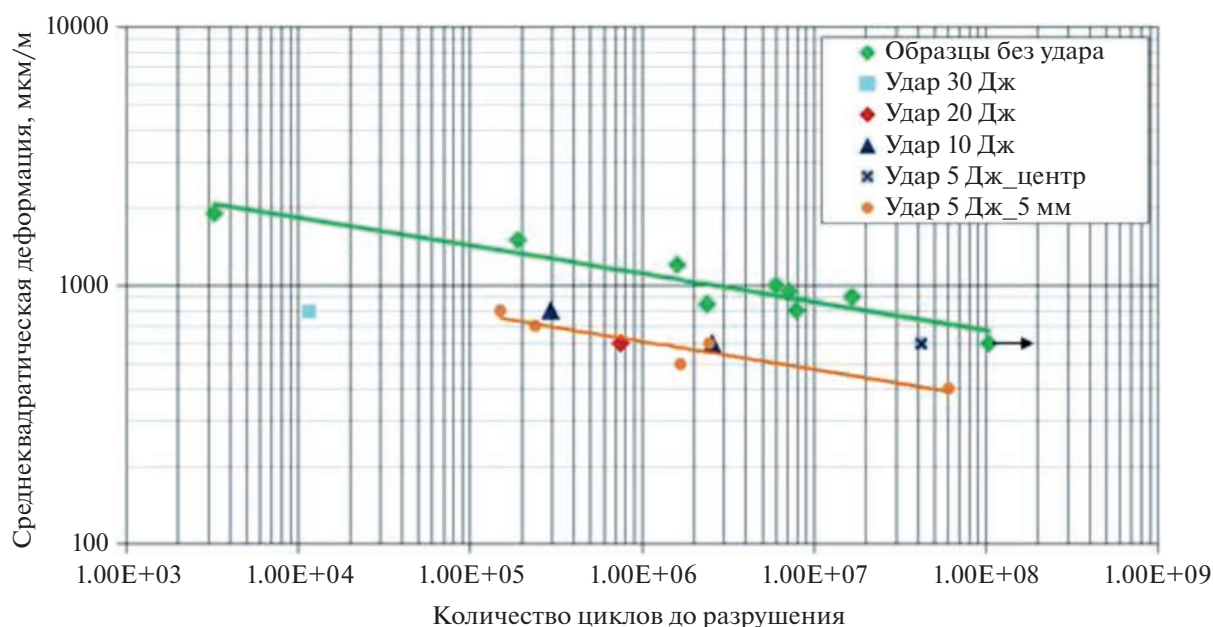


Рис. 8. Сравнение усталостной кривой для образцов без предварительно нанесенных ударных повреждений с усталостной кривой для образцов с предварительно нанесенными ударными повреждениями.

ми использовались результаты испытаний образцов, для которых удары с энергией 5 Дж были нанесены в зону максимальных деформаций. Данные образцы испытывались на 5-ти уровнях нагружения, соответствующих среднеквадратичным значениям деформаций от 400 до 800 мк. На рис. 8 представлено сравнение построенных усталостных кривых для образцов в исходном состоянии и образцов с ударными повреждениями. В качестве критерия разрушения при построении кривых усталости в обоих случаях принято визуально обнаруживаемое расслоение на одной из боковых поверхностей образца.

Из представленных данных видно, что кривая усталости образцов с ударом практически эквидистанта кривой усталости для образцов без удара. Значение коэффициента наклона кривой усталости составляет $m \approx 9.2$. Долговечность при наличии ударного повреждения в данном случае снижается более чем в 240 раз.

Уравнения полученных кривых усталости для образцов без удара и с ударом соответственно могут быть записаны в виде:

$$\text{RMS}\varepsilon = 4996.2N^{-0.109}, \quad (1)$$

$$\text{RMS}\varepsilon = 2754.1N^{-0.109}. \quad (2)$$

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Представленные результаты исследований Т-образов позволяют выявить ряд закономерностей их усталостного поведения при вибра-

ционном нагружении. В частности, вне зависимости от уровня деформаций при испытаниях на усталость, наличия/отсутствия ударного повреждения в образце или энергии удара, мода разрушения во всех образцах остается неизменной — расслоение в зоне радиусного перехода (рис. 1, 4, 7). Таким образом, ударные повреждения не влияют не только на моду разрушения, но и на значение коэффициента наклона кривой усталости, записанной в виде степенной функции (выражения (1) и (2)).

Проводимый во время усталостных вибрационных испытаний мониторинг резонансной частоты образцов позволил выявить определенную закономерность развития повреждений, характерную именно для образцов с предварительно нанесенным ударом. Так, в результате мониторинга 9 образцов с ударными повреждениями различных энергий и мест расположения удара наблюдалось стабильное снижение резонансной частоты от начала циклического нагружения и вплоть до выхода повреждения на обе боковые поверхности образца, что считалось разрушением образца.

Для трех из шести образцов без удара также наблюдалось похожее поведение в виде стабильного снижения резонансной частоты, однако другие три образца показали практически полное отсутствие эффекта снижения резонансной частоты с последующим скачкообразным снижением непосредственно в момент разрушения образца.

Такое усталостное поведение образцов может объясняться тем, что при наличии в образце явно выраженного концентратора напряжения в виде

удара или некоторого необнаруживаемого внутреннего дефекта, накапливаемая в ходе усталостных вибрационных испытаний энергия уходит в раскрытие трещины (расслоения), в результате чего наблюдается ее стабильный рост по направлению к боковым сторонам образцов.

В то же время для образцов без концентратора напряжения эта энергия, вероятнее всего, вызывает микроповреждения композитной матрицы, которые на первом этапе не влияют на жесткость всего образца, но затем объединяются в одно большое повреждение, в результате чего возникает скачкообразный рост расслоения и, как следствие, снижение жесткости, что приводит к снижению резонансной частоты образца.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований виброакустического нагружения для композитного соединения типа “обшивка—стрингер” (Т-образец) были определены механизмы возникновения и развития повреждений в образцах такого типа. Рассмотрено 2 различных критерия разрушения, в том числе появление видимого расслоения на одной или двух боковых поверхностях и 2%-ное снижение резонансной частоты образца. Данные критерии основаны на результатах мониторинга развития повреждений в образце в процессе усталостных вибрационных испытаний, в том числе с помощью методов визуального контроля и мониторинга изменения резонансной частоты образца.

По результатам экспериментальных исследований построены кривые усталости для композитного соединения типа “обшивка—стрингер” в случае образцов без предварительно нанесенных ударных повреждений и с предварительно нанесенными ударными повреждениями. Выполнено сравнение полученных кривых усталости для образцов без предварительно нанесенных повреждений с данными из ESDU [4, 10] для конструктивно подобных образцов типа интегральный стрингер, которое показало, что усталостное поведение рассмотренного концентратора, а именно композитного соединения “обшивка—стрингер”, имеет схожий характер, несмотря на различные материалы, из которых были изготовлены образцы.

При помощи сравнения кривых усталости для образцов с предварительно нанесенными ударными повреждениями и для образцов без предварительно нанесенных повреждений было проанализировано влияние ударных повреждений на усталостные характеристики исследуемого композитного соединения типа “обшивка—стрингер”.

Полученные по результатам данной работы закономерности могут быть полезны при создании

расчетных моделей развития повреждений в конструкциях из ПКМ при виброакустическом нагружении.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 21-71-30016. Валидация виброакустических методов измерения проводилась на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской федерации по соглашению № 075-15-2022-1036.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Clarkson B.L.* Review of Sonic Fatigue Technology // NASA Contractor Report 4587. 1994.
2. Нормы летной годности самолетов транспортной категории. Авиационные правила. Ч. 25 (АП-25).
3. *Thomson A.G.R.* Acoustic fatigue design data. AGAR-Dograph 162. 1972.
4. ESDU Engineering Data: Acoustic Fatigue Series. V. 1. General, endurance under acoustic loading; V. 2. Loading actions, damping; V. 3. Stress/strain response of plate structures; V. 4. Natural frequencies of plate structures; V. 5. Natural frequencies of shell structures; V. 6. Natural frequencies of sandwich panels and box structures.
5. *Панкратов А.И., Врачев А.В., Григорьев А.А., Макаревич В.И., Можжерова Н.А., Николаев В.С.* Руководство для конструкторов по проектированию самолетов. Т. 3. Прочность самолета. Книга 4. Усталостная прочность. Ресурс и надежность планера самолета. Выпуск 9. Методика испытания авиационных конструкций при акустическом нагружении. ЦАГИ. Инв. № 1292. 1981.
6. *Xiao Y., White R.G., Aglietti G.S.* An experimental characterization of the acoustic fatigue endurance of GLARE and comparison with that of CFRP // Composite Structures. 2005. V. 68. P. 455–470.
7. *Xiao Y., White R.G., Aglietti G.S.* Comparison of structural response and fatigue endurance of aircraft flap-like box structures subjected to acoustic loading // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 5. P. 2820–2834.
8. *Ajaj R.M., Allegri G., Isikveren A.T.* Conceptual design and sizing of airframe panels according to safe-life acoustic fatigue criteria // Aeronautical J. 2011. V. 114. № 1162. P. 15–27.
9. *Денисов С.Л., Медведский А.Л.* Отклик ортотропных пластин на широкополосное акустическое воздействие при различных видах взаимной спектральной плотности действующей нагрузки // Механика композиционных материалов. 2012. Т. 18. № 4. С. 527–543.
10. ESDU 84027: Endurance of Fiber-Reinforced Composite, Laminated Structural Elements Subjected to Simulated Random Acoustic Loading. 16 (2014).
11. *Di Spirito G.* Acoustic Fatigue Analysis Of Composite Outboard And Inboard Flap Of A Commercial Aircraft. Ph.D Thesis, University of Naples Federico II. July 2015.

12. *Uz C., Ata T.T.* Acoustic fatigue and dynamic behavior of composite panels under acoustic excitation // Conf. Proc. Of The Society For Experimental Mechanics Series. Jan. 25–26, 2016. P. 219–229. Orlando, Florida.
13. *Dubinskii S.V., Safonov A.A.* Composite-Friendly Approach to Certification of Advanced Materials and Fabrication Methods Used in Aviation Industry // J. Machinery Manufacture and Reliability. 2017. V. 46. № 5. P. 501–506.
<https://doi.org/10.3103/s1052618817050041>
14. *Дубинский С.В., Севастьянов Ф.С., Голубев А.Ю., Денисов С.Л., Костенко В.М., Жаренов И.А.* Расчетно-экспериментальное исследование влияния виброакустических нагрузок на прочность композитного соединения // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 460–470.
15. *Langley R.S.* On the Forced Response of One-Dimensional Periodic Structures: Vibration Localization by Damping // J. Sound Vib. 1994. V. 178. P. 411–428.
16. *Langley R.S.* A Dynamic Stiffness Technique for the Vibration Analysis of Stiffened Shell Structures // J. Sound Vib. 1992. V. 156. P. 521–540.
17. *Селихов А.Ф., Сеник В.Я., Хлебникова И.Г.* Методика статистического анализа характеристик выносливости, прочности, живучести планера самолета. Руководство для конструкторов по проектированию самолетов. Т. III. Книга 4. Вып. 11. Издательский отдел ЦАГИ. 1979. 72 с.

ТАНГЕНЦИАЛЬНЫЙ ИМПЕДАНС

© 2023 г. Н. Г. Канев^{a, b, *}

^aАкустический институт им. акад. Н.Н. Андреева, ул. Шверника 4, Москва, 117036 Россия

^bМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
2-я Бауманская ул. 5, стр. 1, Москва, 105005 Россия

*e-mail: nikolay.kanev@mail.ru

Поступила в редакцию 07.10.2022 г.

После доработки 11.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Решена задача об отражении плоской звуковой волны от жесткой поверхности, покрытой дипольными резонаторами. Показано, что такая поверхность реагирует на наклонно падающие волны, при этом найденная угловая зависимость коэффициента отражения не может быть получена для поверхностей, свойства которых описываются обычным импедансом. В связи с этим предложено понятие тангенциального импеданса — отношения касательного акустического воздействия на поверхность к ее нормальной скорости. Показано, что тангенциальный импеданс может быть как изотропным, так и анизотропным, т.е. величина последнего зависит от направления падающей волны. Соответствующие поверхности предложено называть неполяризованными и поляризованными. В некоторых случаях тангенциальный импеданс может быть полезен для макроскопического описания метаповерхностей со сложной структурой.

Ключевые слова: метаповерхность, дипольный резонатор, коэффициент отражения, поляризация, граничные условия

DOI: 10.31857/S0320791922600445, **EDN:** ITDVVH

ВВЕДЕНИЕ

Акустическими метаматериалами называют сложноустроенные структуры, обладающие необычными свойствами и состоящие из элементов малого волнового размера — метаатомов, связанных между собой определенным образом. Поверхность, покрытую метаатомами, называют метаповерхностью. Метаповерхности могут обладать высокими звукопоглощающими свойствами [1, 2], иногда даже большими по сравнению с обычными материалами [3]. Также резонансные структуры предлагается использовать для покрытия объектов [4, 5], чтобы делать их акустически невидимыми.

Согласно недавним обзорам по акустическим метаматериалам [6–8] в качестве метаатомов чаще всего используются резонаторы различного устройства: резонаторы Гельмгольца, четверть и полуволновые резонаторы [9, 10], мембранные элементы [11, 12]. Если метаатомы являются рассеивателями звука монопольного типа, то взаимодействие метаповерхностей со звуковой волной может быть описано привычными параметрами — импедансом или адмитансом [13].

Однако для создания метаматериалов исследователи почти не используют резонаторы, обладающие иным типом рассеяния звука, например,

дипольным, квадрупольным и т.д. Хотя можно ожидать, что метаповерхности из резонаторов немонопольного типа будут иметь другие свойства. Резонатор дипольного типа был предложен, а также теоретически и экспериментально изучен для гашения звука в узкой трубе в работе [14]. Впоследствии дипольный резонатор успешно применен для гашения звука, излучаемого из открытой трубы [15], а также вместе с монопольным резонатором для поглощения звука в трубах [16, 17]. Плоские решетки монопольных и дипольных резонаторов при достаточной плотности расположения образуют звукопоглощающую поверхность [18]. На рис. 1 приведены примеры устройства дипольных резонаторов. Простейшая физическая модель — это сфера на пружине (рис. 1а). Экспериментально исследована мембранная конструкция — трубка, короткая по сравнению с длиной волны, один конец которой затянут мембраной, а другой открыт (рис. 1б). На первой собственной частоте колебаний мембраны такой осциллятор имеет дипольную характеристику излучения. Если мембрана встроена в жесткий экран (рис. 1в), то второе собственное колебание является совокупностью двух противофазных монополей, центры которых находятся на расстоянии, равном половине размера мембраны. Другими

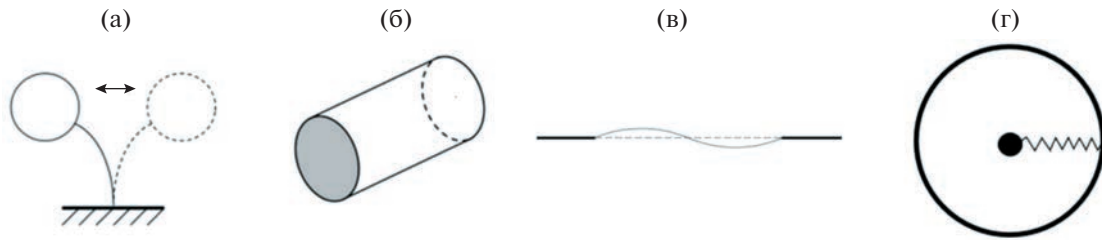


Рис. 1. Дипольные резонаторы.

словами, на второй моде мембрана является дипольным резонатором, момент которого направлен вдоль экрана. Метаатом типа “масса в массе” [19] также является дипольным резонатором (г).

В работе [20] исследовано распространение звука в узкой трубе, стенки которой покрыты дипольными резонаторами, и обнаружен эффект волноводной изоляции, но его параметры отличаются от аналогичного эффекта, полученного с помощью монопольных резонаторов [21]. Такие же отличия могут иметь место при использовании дипольных резонаторов в качестве метаатомов для метаповерхности. В развитие идеи, предложенной в [20], в настоящей работе рассмотрена плоская поверхность, покрытая дипольными резонаторами, и решена задача об отражении плоской гармонической волны от нее.

ПОВЕРХНОСТЬ С ДИПОЛЬНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ

Традиционная физическая модель диполя — несжимаемая осциллирующая сфера [22]. Если на сферу действует сила, создаваемая, например, пружиной и возвращающая сферу к начальному положению, то такая система становится резонатором. Сфера, закрепленная к жесткой поверхности на стерженьке, совершающем изгибные колебания, является дипольным резонатором [14]. Далее рассмотрим два типа дипольных резонаторов.

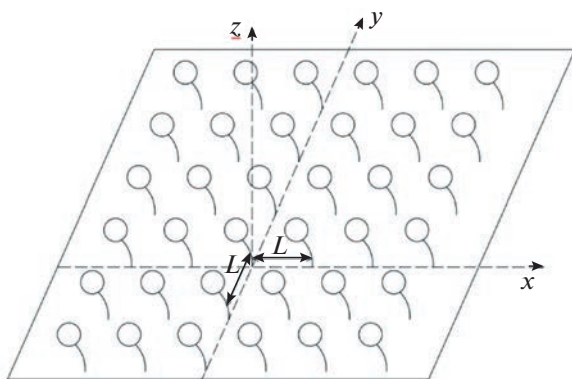


Рис. 2. Поверхность с дипольными резонаторами.

Резонаторы первого типа могут колебаться только вдоль одного направления. Если стерженек имеет поперечное сечение в виде вытянутого прямоугольника, то стерженек изгибается только вдоль короткой стороны; его колебаниями вдоль длинной стороны пренебрежем. Резонаторы второго типа могут осциллировать в любом направлении на некоторой плоскости. Очевидно, что это происходит, если стерженек имеет круглое поперечное сечение. Из физических соображений ясно, что резонаторы второго типа одинаково реагируют на акустические возмущения, пришедшие с разных направлений, а движение резонаторов первого типа зависит от направления распространения звуковой волны.

Рассмотрим квадратную решетку с пространственным периодом L сфер радиуса a (рис. 2), закрепленных стерженьками к абсолютно жесткой поверхности, лежащей в плоскости $z = 0$. Считая высоту стерженька малой по сравнению с длиной звуковой волны, будем полагать, что резонаторы расположены в точках с координатами $(Ls, Lq, 0)$. Пара целых чисел s и q определяют резонатор в решетке. Пусть на поверхность падает плоская гармоническая волна с круговой частотой ω и амплитудой звукового давления A . Отраженная от жесткой поверхности волна имеет такую же амплитуду. Опуская временной множитель $e^{-i\omega t}$, t — время, запишем поле звукового давления в полупространстве $z \geq 0$ без учета резонаторов в виде

$$P_0 = Ae^{i(\xi_0 x + \zeta_0 y - \kappa_0 z)} + Ae^{i(\xi_0 x + \zeta_0 y + \kappa_0 z)}. \quad (1)$$

Падающую волну можно также задать волновым числом $k^2 = (\omega/c)^2 = \xi_0^2 + \zeta_0^2 + \kappa_0^2$, углом падения θ и углом φ , характеризующим направление распространения волны (1). Введенные величины связаны между собой следующими соотношениями: $\xi_0 = k \sin \theta \cos \varphi$, $\zeta_0 = k \sin \theta \sin \varphi$, $\kappa_0 = k \cos \theta$. Кроме этого, удобно использовать вектор единичной длины $\tau_0 = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$, направление которого совпадает с направлением проекции волнового вектора падающей волны на поверхность.

Возмущение (1) вызывает движение резонаторов, которое охарактеризуем дипольными мо-

ментами $\mathbf{D}_{sq}$. Согласно теореме Блоха запишем $\mathbf{D}_{sq} = \mathbf{D}e^{i(\xi_0 s L + \zeta_0 q L)}$, здесь $\mathbf{D}$, $D = |\mathbf{D}|$ — дипольный момент резонатора с номером $s = q = 0$. Дифференцируя известное выражение для поля решетки монополей [23, 24], найдем поле, излучаемое дипольными резонаторами,

$$P_1 = -\frac{\omega \rho}{L^2} \mathbf{D} \nabla \left(\sum_{n,m} \frac{e^{i(\xi_n x + \zeta_m y + \kappa_{nm} z)}}{\kappa_{nm}} \right), \quad (2)$$

где ρ — плотность среды, n, m — целые числа, $\xi_n = \xi_0 + 2\pi n/L$, $\zeta_m = \zeta_0 + 2\pi m/L$, $\kappa_{nm} = \sqrt{k^2 - \xi_n^2 - \zeta_m^2}$. Поле (2) является суперпозицией плоских волн. Если период решетки менее половины длины звуковой волны, то однородным является только нулевой спектр $n = m = 0$. Далее будем рассматривать решетки, в которых расстояние между соседними резонаторами не превышает половину длины волны.

Полное звуковое поле равно $P = P_0 + P_1$. Для его расчета необходимо найти дипольный момент. Сделаем это для резонаторов первого типа. Зададим направление, вдоль которого резонатор совершает колебания, вектором единичной длины $\mathbf{t}$. Уравнение движения резонатора запишем, следуя [20, 22],

$$M\dot{v} = -K \int v dt - \gamma v - \mu(\dot{v} - \dot{u}) + \rho \Omega \dot{u}, \quad (3)$$

где v — скорость резонатора, u — скорость среды в окрестности резонатора вдоль вектора $\mathbf{t}$, M , Ω — масса и объем сферы, K — жесткость пружины, γ — коэффициент трения, μ — присоединенная масса.

Дипольный момент связан со скоростью сферы соотношением $\mathbf{D} = 2\pi a^3 \mathbf{v}$. Из (3) при гармонической зависимости получаем

$$D = -i\omega \frac{a(\mu + \rho\Omega)}{2Z} u, \quad (4)$$

$$Z = \frac{1}{4\pi a^2} \left[\gamma - i\omega \left(M + \mu - \frac{K}{\omega^2} \right) \right], \quad (5)$$

где Z — импеданс резонатора.

Давление и скорость среды связаны соотношением $i\omega \rho \mathbf{u} = \nabla P$, скорость среды вдоль дипольного момента равна $u = \mathbf{t} \mathbf{u}$. Подставляя эти выражения в (4), находим дипольный момент резонатора, возникающий под воздействием поля (1),

$$D = -ika \frac{\mu + \rho\Omega}{\rho} \frac{2A}{Z + Z_r} \sin \theta \mathbf{t} \mathbf{t}_0, \quad (6)$$

$$Z_r = R + iX = \frac{a\omega(\mu + \rho\Omega)}{L^2} \times \left[\frac{k^2 \sin^2 \theta (\mathbf{t} \mathbf{t}_0)^2}{\kappa_0} - i \sum_{n,m \neq 0} \frac{(\xi_n \cos \varphi + \zeta_m \sin \varphi)^2}{\alpha_{nm}} \right], \quad (7)$$

где Z_r — импеданс излучения, $\alpha_{nm}^2 = -\kappa_{nm}^2$.

Подставляя (6) в (2), находим амплитуду нулевого спектра

$$P_1^{(0)} = -\frac{2R}{Z + Z_r} A. \quad (8)$$

Амплитуда отраженной волны равна $A + P_1^{(0)}$, что дает выражение для коэффициента отражения плоской волны от поверхности, покрытой резонаторами,

$$V = \frac{Z + iX - R}{Z + iX + R}. \quad (9)$$

Рассмотрим отражение звука на резонансной частоте, определяемой из уравнения $\text{Im}(Z + Z_r) = 0$. Введем безразмерный вещественный импеданс резонатора $Z' = \text{Re } ZL^2 / (ka\omega(\mu + \rho\Omega))$ и угол ψ между векторами $\mathbf{t}$ и $\mathbf{t}_0$. Тогда из (9) получаем зависимость коэффициента отражения от направления падающей волны

$$V = \frac{Z' \cos \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \psi}{Z' \cos \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \psi}. \quad (10)$$

Коэффициент отражения зависит, во-первых, от угла падения θ : при нормальном падении $V = 1$, поскольку движение диполей не возбуждается, и поверхность остается жесткой для падающей волны. Во-вторых, коэффициент отражения зависит от направления распространения волны относительно направления колебаний сфер. Если волна падает поперек дипольного момента, т.е. $\psi = \pi/2$, то $V = 1$ при любом угле падения θ .

Итак, рассмотренная поверхность реагирует на наклонное падение звуковой волны, при этом очевидно, что акустические свойства поверхности нельзя описать некоторым эквивалентным импедансом, определяемым как отношение давления около поверхности к ее нормальной скорости, поскольку такой импеданс дает зависимость коэффициента поглощения от угла падения, отличную от (10).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО ИМПЕДАНСА

Из практических соображений акустические свойства микроненормальных поверхностей описывают макроскопическими параметрами, например, некоторым эквивалентным импедансом [13]. Эквивалентность применения импеданса в каждом случае требует особых оговорок, в настоящей работе поверхности будем считать эквивалентными, если в дальнем поле они создают одинаковое поле, или, другими словами, они имеют одинаковый коэффициент отражения V .

Граничное условие на импедансной поверхности принято задавать в виде отношения

$$Z_{\perp} = -\frac{P}{v_z}, \quad (11)$$

где P — звуковое давление у поверхности, v_z — ее нормальная скорость. Знак “—” возникает в (11), поскольку волна, падающая из полупространства $z > 0$ на поверхность $z = 0$, оказывает воздействие на поверхность в отрицательном направлении оси z . Это воздействие приложено по нормали к поверхности и вызывает ее движение, поэтому естественно величине $Z_{\perp}$ дать уточненное название — нормальный импеданс.

Коэффициент отражения плоской волны, задаваемой первым слагаемым в правой части (1), от поверхности $z = 0$, на которой выполняется граничное условие (11), хорошо известен:

$$V = \frac{Z_{\perp} \cos \theta - \rho c}{Z_{\perp} \cos \theta + \rho c}. \quad (12)$$

Теперь зададим граничное условие на поверхности $z = 0$ в виде

$$Z_{\parallel} = -\frac{\Delta_{\tau} P}{v_z}, \quad (13)$$

где τ — некоторый известный вектор единичной длины, лежащий в плоскости xy , $\Delta_{\tau} = \tau_x^2 \partial^2 / \partial x^2 + \tau_y^2 \partial^2 / \partial y^2$.

Коэффициент отражения от такой поверхности равен

$$V = \frac{Z_{\parallel} \cos \theta - \rho c k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \psi}{Z_{\parallel} \cos \theta + \rho c k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \psi}, \quad (14)$$

где ψ — угол между векторами τ и τ_0 . Нетрудно заметить, что выражения (10) и (14) имеют одинаковую зависимость от углов θ и ψ и совпадают, если $Z_{\parallel} = \rho c k^2 Z'$. В оговоренном смысле граничное условие (13) является эквивалентной заменой поверхности с решеткой дипольных резонаторов.

Таким образом, мы можем охарактеризовать поверхность с достаточно сложной микроскопической структурой (рис. 2) простым граничным условием (13), которое в физическом смысле является отношением воздействия, касательного к плоскости, к ее нормальной скорости. Поэтому назовем величину $Z_{\parallel}$ тангенциальным импедансом, а поверхность с граничным условием (13) тангенциально реагирующей.

Проведем краткое сравнение выражений (12) и (14). При нормальном падении коэффициент отражения от тангенциально реагирующей поверхности всегда равен +1, а при отражении от нормально реагирующей поверхности его абсолютное значение меньше 1, если $\text{Re} Z_{\perp} \neq 0$. При

скользящем падении $\theta \rightarrow \pi/2$ коэффициент отражения от поверхностей обоих типов $V \rightarrow -1$, т.е. поверхности ведут себя как мягкая граница. Для полного поглощения падающей волны мнимые части импедансов $Z_{\perp}$ и $Z_{\parallel}$ должны быть равны нулю, при этом действительная часть нормального импеданса должна быть не менее ρc . Но для любого значения действительной части тангенциального импеданса существуют углы (за исключением $\theta = 0$ и $\psi = \pi/2$), при которых происходит полное поглощение падающей волны.

ПОЛЯРИЗОВАННАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

Для характеристики поверхности граничным условием (13) необходимо знать значение параметра $Z_{\parallel}$ и направление τ . В случае резонаторной поверхности (рис. 2) вектор τ задает направление дипольного момента резонаторов. Зафиксированная ориентация диполей создает выделенное направление, определяющее анизотропные отражающие свойства поверхности. По аналогии с электродинамикой, называющей среды, в которых электрический дипольный момент по разным причинам упорядочен, поляризованными, рассматриваемую поверхность можно назвать поляризованной, а τ — вектором поляризации. Поверхность тем лучше взаимодействует с падающей волной, чем ближе направление ее распространения к вектору поляризации.

Рассмотренная поверхность с резонаторами поляризована, поскольку устройство резонатора таково, что он может колебаться только в одном направлении. Резонаторы второго типа — с круглым сечением стерженька — одинаково реагируют на воздействие с любых направлений. В первом приближении можно считать, что векторы τ и τ_0 совпадают [23], поэтому $\psi = 0$, а коэффициент отражения от поверхности с учетом этого определяется формулой (10). У такой поверхности нет выделенного направления τ , ее назовем неполяризованной.

Граничное условие для неполяризованной тангенциально реагирующей поверхности легко получаем из (13):

$$Z_{\parallel} = -\frac{\Delta_{xy} P}{v_z}, \quad (15)$$

где $\Delta_{xy} = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ — касательный лапласиан.

Коэффициент отражения от неполяризованной поверхности определяется выражением (14), в котором $\psi = 0$. На рис. 3 приведен расчет зависимости коэффициента отражения от угла падения для нормально и тангенциально реагирующих поверхностей с вещественными импедансами $Z_{\perp} / (\rho c) = Z_{\parallel} / (\rho c k^2) = 2$.

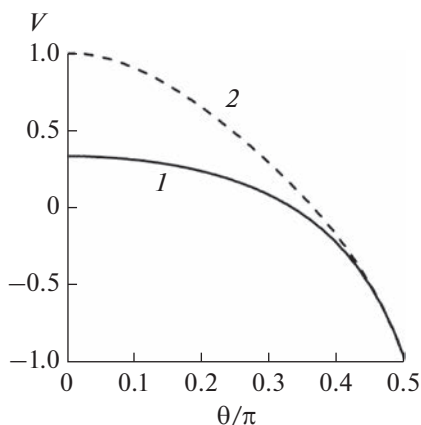


Рис. 3. Коэффициент отражения от нормально (1) и тангенциально (2) реагирующих поверхностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена граница — жесткая поверхность, покрытая дипольными резонаторами малого волнового размера, расположенными на малом волновом расстоянии друг от друга — макроскопические свойства которой не могут быть описаны нормальным импедансом, т.е. отношением давления у границы к ее нормальной скорости. Показано, что движение поверхности вызывает касательное воздействие. Для описания акустических свойств таких поверхностей предложено понятие тангенциального импеданса — отношение второй производной давления по направлению вдоль поверхности к ее нормальной скорости.

Отметим, что определения тангенциального импеданса (13) и (15) не являются универсальными. Выбор параметра, характеризующего воздействие среды на метаповерхность и задаваемого числителем в граничных условиях (13) и (15), зависит от структуры поверхности. Если, например, поверхность покрыта решеткой квадрупольных резонаторов, то воздействие на поверхность будет пропорционально четвертой производной давления по координатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Li J., Wang W., Xie Y., Popa B.-I., Cummer S.A. A sound absorbing metasurface with coupled resonators // *Appl. Phys. Lett.* 2016. V. 109. P. 091098.
2. Dogra S., Gupta A. Design, manufacturing, and acoustical analysis of a Helmholtz resonator-based metamaterial plate // *Acoustics*. 2021. V. 3. P. 630–641.
3. Бобровницкий Ю.И., Морозов К.Д., Томилина Т.М. Периодическая поверхностная структура с экстремальными акустическими свойствами // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 2. С. 147–151.
4. Wang Y., Cheng Y., Liu X. Ultrathin acoustic cloaking by a conformal hybrid metasurface // *Scientific Reports*. 2019. V. 9. P. 12700.
5. Esfahlani H., Karkar S., Lissek H., Mosig J.R. Acoustic carpet cloak based on an ultrathin metasurface // *Phys. Rev. B*. 2016. V. 94. P. 014302.
6. Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М. Поглощение звука и метаматериалы (Обзор) // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 5. С. 517–525.
7. Li J., Wen X., Sheng P. Acoustic metamaterials // *J. Appl. Phys.* 2021. V. 129. 171103.
8. Du Y., Wu W., Chen W., Lin Y., Ghi Q. Control the structure to optimize the performance of sound absorption of acoustic metamaterial: A review // *AIP Advances*. 2021. V. 11. P. 060701.
9. Wang H., Mao Q. Development and investigation of fully ventilated deep subwavelength absorbers // *Symmetry*. 2021. V. 13. P. 1835.
10. Li Y., Liang B., Gu Z.M., Zou X.Y., Cheng J.C. Reflected wavefront manipulation based on ultrathin planar acoustic metasurfaces // *Sci. Rep.* 2013. V. 3. 02546.
11. Yang Z., Mei J., Yang M., Chan N.H., Sheng P. Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. 204301.
12. Lu Z., Yu X., Lau S.-K., Khoo B.C., Cui F. Membrane-type acoustic metamaterial with eccentric masses for broadband sound isolation // *Appl. Acous.* 2020. V. 157. 107003.
13. Schwan L., Umnova O., Boutin C. Sound absorption and reflection from a resonant metasurface: Homogenisation model with experimental validation // *Wave Motion*. 2017. V. 72. P. 154–172.
14. Канев Н.Г., Миронов М.А. Дипольный резонансный рассеиватель звука // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 3. С. 372–375.
15. Канев Н.Г., Миронов М.А. Дипольный резонансный глушитель на выходе узкой трубы // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 3. С. 335–339.
16. Лапин А.Д. Резонатор монопольно-дипольного типа в узкой трубе // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 6. С. 855–857.
17. Канев Н.Г., Миронов М.А. Монопольно-дипольный резонансный поглотитель в узком волноводе // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 1. С. 111–116.
18. Лапин А.Д., Миронов М.А. Поглощение звука плоской решеткой монопольно-дипольных рассеивателей // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 4. С. 497–501.
19. Ерофеев В.И., Колесов Д.А., Мальханов А.О. Нелинейные локализованные продольные волны в метаматериале, задаваемом как цепочка “масса-в-массе” // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 5. С. 475–478.
20. Mironov M. The dipole resonator and dipole waveguide insulator in dense liquid medium // *Acoustics*. 2022. V. 4. P. 469–478.
21. Исакович М.А. Теория волноводной изоляции волн в длинных линиях // *Труды Всесоюзной конференции “Распространение и дифракция волн”*, Ереван. 1973. Т. 60. № 2. С. 145–151.
22. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.
23. Лапин А.Д., Миронов М.А. Изоляция звукового поля плоской решеткой малых рассеивателей // *Труды XI сессии РАО*. 2001. Т. 1. С. 192–194.
24. Канев Н.Г. Поглощение звука решеткой активных резонаторов вблизи импедансной поверхности // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 6. С. 744–747.