

ISSN 0320-7919

Том 69, Номер 3

Май - Июнь 2023



АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

www.sciencejournals.ru



СОДЕРЖАНИЕ

Том 69, номер 3, 2023

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

Дисперсионные и энергетические характеристики изгибных волн в пластине, лежащей на двухпараметрическом упругом основании

В. И. Ерофеев, Е. Е. Лисенкова 277

Внутренние антисимметричные волны Лэмба

В. В. Мокряков 284

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА

Об особенностях трансформации профиля акустических нелинейных волн, отраженных от ступенчатой структуры

В. К. Бахтин, С. Н. Гурбатов, М. С. Дерябин, Д. А. Касьянов 295

Взаимодействие конечных возмущений с фронтом и сингулярностью профиля нелинейной волны в диссипативной среде

В. А. Гусев, О. В. Руденко 304

ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

Рассеяние плоской звуковой волны на сферической границе раздела двух сред с учетом поглощения звука в акустическом пограничном слое

Н. С. Григорьева, Ф. Ф. Легуша, К. С. Сафронов 312

Акустоэлектронный метод измерения скорости ультразвуковых волн в жидкостях

И. С. Кольцова, А. С. Хомутова 317

Ультразвуковое регулирование вязкоупругих свойств нефтяных дисперсных систем

М. С. Муллакаев, Р. М. Муллакаев, И. Б. Есипов 322

Акустика периодических и множественных ударов капель о водную поверхность

Ю. Д. Чашечкин, В. Е. Прохоров 330

АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ. БИМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА

Изменение спектральных характеристик гласных звуков в русской речи на фоне шума

А. М. Луничкин, И. Г. Андреева, Л. Г. Зайцева, А. П. Гвоздева, Е. А. Огородникова 340

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ

Повышение частотного разрешения при измерении вибраций вращающихся тел с помощью лазерной виброметрии с неподвижным лучом

В. В. Артельный, А. А. Родионов, А. В. Стуленков 351

Адаптивная система активного гашения акустического широкополосного излучения с динамической калибровкой

А. В. Львов, В. А. Карасева, О. А. Потапов, А. М. Соков

357

О генерации звука поездами метро при торможении и метод его подавления

*С. Г. Сучков, В. Я. Явчуновский, А. И. Тимофеев, В. А. Николаевцев,
Д. С. Сучков, В. В. Третинников*

367

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

Импульсный корреляционный расходомер газа с накладными датчиками

А. Д. Мансфельд, Г. П. Волков, Р. В. Беляев, А. Г. Санин, Д. В. Мороскин

374

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

К вопросу о равной громкости звуков разных частот

В. А. Зверев, И. Н. Диденкулов, В. Н. Голубев

386

ИНФОРМАЦИЯ

Рецензия на монографию: Г.С. Малышкин, В.С. Мельканович. “Классические и быстрые проекционные адаптивные алгоритмы в гидроакустике” (СПб.: ГНЦ РФ АО “Концерн “ЦНИИ “Электроприбор””, 2022. 268 С. ISBN: 978-5-91995-086-8)

388

Поправка к статье “Исследования упругих свойств полимера PLA статическими и ультразвуковыми методами” [Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 4. С. 387–394]

390

**КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН**

УДК 534.1

**ДИСПЕРСИОННЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ИЗГИБНЫХ ВОЛН В ПЛАСТИНЕ, ЛЕЖАЩЕЙ
НА ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ**

© 2023 г. В. И. Ерофеев^а, *, Е. Е. Лисенкова^а, **

^аИнститут проблем машиностроения РАН – филиал ФГБНУ “Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики Российской академии наук”,
ул. Белинского 85, Нижний Новгород, 603024 Россия

*e-mail: erof.vi@yandex.ru

**e-mail: eelissen@yandex.ru

Поступила в редакцию 28.05.2022 г.

После доработки 23.10.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Рассматривается распространение изгибных волн в пластине, лежащей на двухпараметрическом упругом основании. В отличие от классической модели Кирхгофа, используемая здесь для исследования математическая модель учитывает не только кинетическую и потенциальную энергии изгибных колебаний, но и кинетическую энергию, обусловленную инерцией вращения элементов пластины при изгибе. Проводится анализ дисперсионного уравнения, фазовой скорости, скорости переноса энергии и энергетических характеристик волн, распространяющихся в пластине, в зависимости от соотношения коэффициентов, определяющих жесткости упругого основания на сдвиг и сжатие. Найдены условия, при которых возможно существование в пластине волн, фазовая и групповая скорости которых имеют противоположные направления (часто называемых “обратными” волнами). Показано, что такие волны существенно изменяют характер поведения потока энергии. Кроме того, найдены соотношения, связывающие кинематические и средние значения энергетических характеристик волн.

Ключевые слова: тонкая упругая пластина, обобщенное упругое основание, обратная волна, скорость переноса энергии, вектор плотности потока энергии, тензор плотности потока волнового импульса

DOI: 10.31857/S0320791922600342, **EDN:** ISWARR

ВВЕДЕНИЕ

Пластина на упругом основании широко используется как расчетная модель, описывающая различные элементы объектов авиации, судостроения, машиностроения, строительства и т.д.

Непрерывное увеличение скорости, времени работы и удельной мощности машин и механизмов, забота о снижении веса конструкции при улучшении ее надежности в работе, а также широкое внедрение в современную технику новых композиционных материалов – все это приводит к повышению требований к модели и точности расчетов. Современные тенденции исследования колебаний пластин на упругом основании идут по пути усложнения модели, которые в подавляющем большинстве случаев выполняются численными методами. Например, если ранее для проведения анализа изгибных волн выбиралась пластина модели Кирхгофа [1], то в последнее время все чаще используется модель Тимошенко

[1–3]. Это касается и упругого основания, для описания которого используются более сложные модели [4–6], чем линейная модель Винклера [7].

Как известно [8–16], в пластинах и тонких слоях существует особый тип волн, характеризующихся противоположным направлением фазовой и групповой скорости. Такие волны часто называют “обратными”, в отличие от обычных, “прямых” волн, у которых направления фазовой и групповой скоростей совпадают. При изучении “обратных” акустических волн в пластинах было установлено, что они весьма чувствительны к параметрам пластины [12, 17–19].

Данная работа посвящена нахождению параметров как пластины, так и упругого основания, при которых могут существовать “обратные” изгибные волны.

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ПЛАСТИНЫ

Рассмотрим изгибные колебания пластины, лежащей на упругом основании, свойства которого характеризуются двумя коэффициентами постели: на растяжение k_1 и на сдвиг k_2 . Коэффициент k_1 имеет размерность Н/м³, а коэффициент сдвига k_2 , который учитывает совместную работу соседних областей, имеет размерность Н/м. Такую модель упругого основания называют обобщенной, двухпараметрической, невинклеровой или моделью Пастернака [20–24]. Вырожденный случай ($k_2 = 0$) соответствует классической модели основания Винклера. Использование модели Пастернака позволяет не только сохранить простоту математического аппарата, которая присуща винклеровой модели, но и получить более достоверные результаты.

Для лагранжиана малых колебаний пластины с учетом инерции вращения ее элементов при изгибе будем иметь выражение [25]

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ \rho h_* u_t^2 + \frac{\rho h_*^3}{12} (u_{xt}^2 + u_{yt}^2) - \frac{h_*^3}{6} \left(\frac{\Lambda + 2\mu}{2} (u_{xx} + u_{yy})^2 + 2\mu (u_{xy}^2 - u_{xx}u_{yy}) \right) - k_1 u^2 - k_2 (u_x^2 + u_y^2) \right\}. \quad (1)$$

Здесь ρh_* – поверхностная плотность, Λ, μ – константы Ляме, h_* – толщина, $u(x, y, t)$ – поперечное смещение пластины, k_1 и k_2 – коэффициент “постели” на сжатие и коэффициент “сдвига” основания пластины, соответственно, индексами t и x, y обозначаются частные производные функции смещения по времени и пространственным координатам.

Подставляя (1) в уравнение Эйлера–Остроградского [1], получим уравнение изгибных колебаний пластины

$$\rho h_* \partial_{tt} u - \frac{\rho h_*^3}{12} \partial_{tt} \Delta u + \frac{(\Lambda + 2\mu) h_*^3}{12} \Delta \Delta u - k_2 \Delta u + k_1 u = 0. \quad (2)$$

$$\left(\partial_{tt} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \Delta = \partial_{xx} + \partial_{yy} \right),$$

решение которого можно представить в виде суперпозиции плоских волн

$$u(x, y, t) = A \exp[i(\omega t - k_x x - k_y y)],$$

где A, ω, k_x, k_y – комплексные постоянные.

УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ И ВОЛНОВОГО ИМПУЛЬСА

Особенностью распределенных упругих систем является возможность переноса с конечной скоростью энергии и волнового импульса. Для получения соответствующих уравнений переноса умножим уравнение динамики (1) на частные производные функции поперечного смещения $u(x, y, t)$ пластины u_t, u_x, u_y и приведем полученные соотношения к дивергентному виду. В результате будем иметь

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{S} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{T} = 0. \quad (3)$$

Здесь

$$h = \frac{1}{2} \left\{ \rho h_* u_t^2 + \frac{\rho h_*^3}{12} (u_{xt}^2 + u_{yt}^2) + \frac{h_*^3}{6} \left(\frac{\Lambda + 2\mu}{2} (u_{xx} + u_{yy})^2 + 2\mu (u_{xy}^2 - u_{xx}u_{yy}) \right) + k_1 u^2 + k_2 (u_x^2 + u_y^2) \right\}$$

– плотность энергии, $\mathbf{S} = \{S_x, S_y\}$ – вектор плотности потока энергии, часто называемый вектором Умова–Пойнтинга [26, 27], с компонентами:

$$S_x = u_t \left(\frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{12} (u_{xxx} + u_{xyy}) - \frac{\rho h_*^3}{12} u_{xtt} - k_2 u_x \right) - \frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{12} u_{xt} u_{xx} - \frac{h_*^3 \Lambda}{12} u_{xt} u_{yy} - \frac{h_*^3 \mu}{6} u_{yt} u_{xy}, \quad (x \leftrightarrow y)$$

$\mathbf{p} = \{p_x, p_y\}$ – вектор плотности волнового импульса с координатами:

$$p_x = -\rho h_* u_t u_x - \frac{\rho h_*^3}{12} u_{xt} u_{xx} - \frac{\rho h_*^3}{12} u_{yt} u_{xy},$$

$\mathbf{T}$ – тензор плотности потока волнового импульса с компонентами

$$T_{xx} = \left\{ \rho h_* u_t^2 + \frac{\rho h_*^3}{12} (u_{xt}^2 + u_{yt}^2 + 2u_x u_{xt}) + \frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{12} (u_{xx}^2 - u_{yy}^2 - 2u_x (u_{xxx} + u_{xyy})) - k_1 u^2 + k_2 (u_x^2 - u_y^2) \right\} / 2,$$

$$T_{xy} = u_y \left(\frac{\rho h_*^3}{12} u_{xii} - \frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{12} (u_{xxx} + u_{xyy}) + k_2 u_x \right) + \frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{12} u_{xy} (u_{xx} + u_{yy}), \quad (x \leftrightarrow y).$$

Вычисляя средние значения этих величин за период волны $2\pi\omega^{-1}$, получим:

$$\begin{aligned} \langle h \rangle &= \frac{1}{2} \rho h_* \left(1 + \frac{h_*^2}{12} (k_x^2 + k_y^2) \right) \omega^2 A A^*, \\ \langle S_x \rangle &= \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{6} (k_x^2 + k_y^2) - \frac{\rho h_*^3}{12} \omega^2 + k_2 \right) \omega k_x A A^*, \\ \langle p_x \rangle &= \frac{1}{2} \rho h_* \left(1 + \frac{h_*^2}{12} (k_x^2 + k_y^2) \right) \omega k_x A A^*, \quad (4) \\ \langle T_{xy} \rangle &= \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{6} (k_x^2 + k_y^2) - \frac{\rho h_*^3}{12} \omega^2 + k_2 \right) k_x k_y A A^*, \\ &\quad (x \leftrightarrow y). \end{aligned}$$

Верхний индекс * означает комплексное сопряжение.

На кинематические характеристики волны — частоту ω , компоненты волнового вектора $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ и параметры распределенной системы — уравнениями динамики накладывается связь, которую принято называть дисперсионным уравнением [28].

АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

На основе уравнения динамики пластины (2) получим, что частота ω и компоненты волнового вектора k_x, k_y связаны посредством дисперсионного соотношения

$$\omega = \pm \left(\frac{h_*^3 (\Lambda + 2\mu)}{12} (k_x^2 + k_y^2)^2 + k_2 (k_x^2 + k_y^2) + k_1 \right)^{1/2} \times \left(\rho h_* + \frac{\rho h_*^3}{12} (k_x^2 + k_y^2) \right)^{-1/2}. \quad (5)$$

Определяя наименьшую частоту возбуждаемых в пластине волн, будем иметь

$$\omega_{RP} = \frac{2}{\sqrt{\rho h_*}} \left(6(\Lambda + 2\mu) \left(\sqrt{1 - \frac{k_2}{h_* (\Lambda + 2\mu)} + \frac{k_1 h_*}{12(\Lambda + 2\mu)} + \frac{k_2}{2h_* (\Lambda + 2\mu)}} - 1 \right) \right)^{1/2}$$

при $\frac{k_2}{k_1 h_*^2} < \frac{1}{12}$. Низкочастотное поле с частотой $\omega < \omega_{RP}$ не распространяется, а экспоненциально спадает по мере проникновения в систему. Сравнивая с частотой

$$\begin{aligned} \omega_{RV} &= \\ &= 2 \left(6(\Lambda + 2\mu) \left(\sqrt{1 + k_1 h_* / 12(\Lambda + 2\mu)} - 1 \right) \right)^{1/2} / \sqrt{\rho h_*} \end{aligned}$$

для винклеровского основания, можно утверждать, что $\omega_{RV} < \omega_{RP}$. Следовательно, область непропускания для пластины с учетом инерции вращения ее элементов при изгибе, лежащей на винклеровском основании уже, чем для упругого основания модели Пастернака.

На рис. 1 представлены дисперсионные кривые (зависимость частоты ω от волнового числа k — модуля волнового вектора $\mathbf{k}$ волны) при различных значениях коэффициента сдвига основания пластины. Видно, что существует участок дисперсионной кривой, на котором тангенс угла наклона касательной отрицателен. Следовательно, для рассматриваемой модели имеется область

частот ($\omega_{RP}, \sqrt{k_1 / \rho h_*}$), где справедлив “эффект обратной волны” [29–31]. Для таких волн (как было сказано выше) имеет место противоположная направленность фазовой и групповой скоростей. На возможность этой ситуации впервые было указано Лэмбом [32], который построил ряд моделей сред, обладающих данным свойством.

Ширина частотной области существования “обратных” волн зависит от отношения величин коэффициентов постели на сдвиг и на сжатие. При $k_2 = 0$, что соответствует модели основания Винклера, частотная область наличия “обратных” волн шире, чем для модели основания Пастернака ($\omega_{RP}, \sqrt{k_1 / \rho h_*} \subset (\omega_{RV}, \sqrt{k_1 / \rho h_*})$). Увеличение коэффициента упругого основания пластины на сдвиг приводит к уменьшению частотной области, где имеют место быть “обратные” волны, а при $k_2 / k_1 h_*^2 > 1/12$ делает невозможным их существование. Следует также отметить, что в пластине модели Кирхгофа поперечные волны являются “прямыми” (направления фазовой и групповой скоростей совпадают) [33].

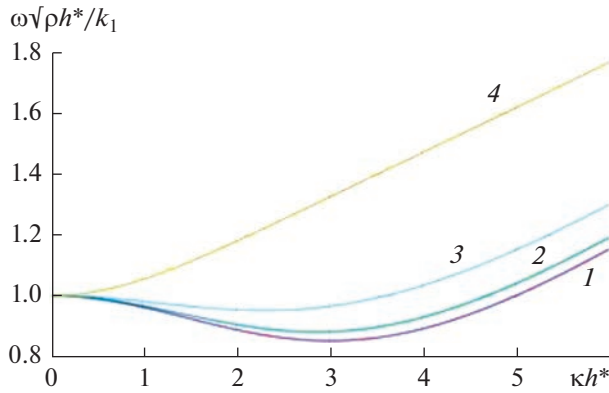


Рис. 1. Зависимость безразмерной частоты от безразмерного волнового числа при различных значениях приведенного коэффициента сдвига ($\tilde{k}_2 = k_2/k_1 h_*^2$) упругого основания: 1 – $\tilde{k}_2 = 0$; 2 – $\tilde{k}_2 = 0.01$; 3 – $\tilde{k}_2 = 0.04$; 4 – $\tilde{k}_2 = 0.2$.

Определяя фазовую скорость волн как $v_{ph} = \omega \kappa / \kappa^2$, в безразмерных переменных

$$a = \sqrt{\frac{\Lambda + 2\mu}{k_1 h_*}}, \quad \tilde{k}_2 = \frac{k_2}{k_1 h_*^2}, \quad \tilde{\omega} = \omega \sqrt{\rho h_* / k_1},$$

$$\tilde{k}_x = k_x h_*, \quad \tilde{k}_y = k_y h_*, \quad \tilde{v}_{ph} = |v_{ph}| \sqrt{\frac{\rho}{k_1 h_*}},$$

получим выражение для модуля фазовой скорости

$$\tilde{v}_{ph} = \tilde{\omega} \left(\frac{6}{a^2} \left(\frac{\tilde{\omega}^2}{12} - \tilde{k}_2 \pm \sqrt{\left(\frac{\tilde{\omega}^2}{12} - \tilde{k}_2 \right)^2 - \frac{a^2}{3} (1 - \tilde{\omega}^2)} \right) \right)^{-1/2}.$$

Знак “–” соответствует интервалу частот $\tilde{\omega} \in [\omega_{RP} \sqrt{\rho h_* / k_1}; 1]$, знак “+” – интервалу $[\omega_{RP} \sqrt{\rho h_* / k_1}; +\infty)$. На рис. 2 представлены зависимости модуля фазовой скорости от частоты при различных значениях коэффициента сдвига. Расчетные графики построены для безразмерных переменных при $a = 0.2$.

Фазовая скорость в безразмерных переменных имеет горизонтальную асимптоту $\tilde{v}_{ph} = a$ (при $\tilde{\omega} \rightarrow \infty$) и вертикальную асимптоту $\tilde{\omega} = 1$ (рис. 2). Частотная область $(\omega_{RP} \sqrt{\rho h_* / k_1}; 1)$ является областью существования “обратных”, а $(\omega_{RP} \sqrt{\rho h_* / k_1}; +\infty)$ – “прямых” волн.

Определяя минимальную фазовую скорость волн, получим

$$\tilde{v}_{ph}^{\min} = \left(\left(\sqrt{1 + 12a^2 - 12\tilde{k}_2} - 1 + 6\tilde{k}_2 \right) / 6 \right)^{1/2}.$$

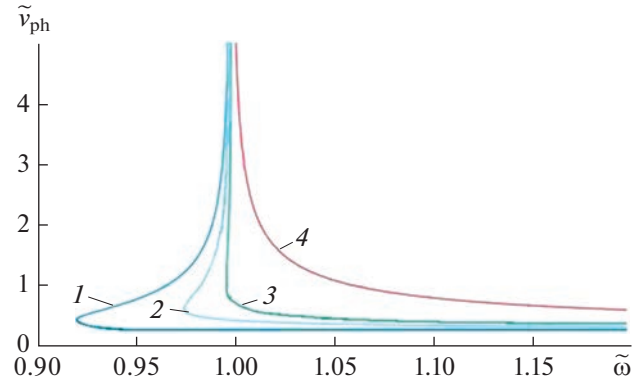


Рис. 2. Частотные зависимости фазовой скорости при различных значениях коэффициента сдвига упругого основания: 1 – $\tilde{k}_2 = 0$; 2 – $\tilde{k}_2 = 0.01$; 3 – $\tilde{k}_2 = 0.04$; 4 – $\tilde{k}_2 = 0.2$.

Эта скорость является одной из важных среди критических скоростей, которые рассматриваются в литературе. Так, например, как было показано в работах [34, 35], при равномерном движении объекта со скоростью, превышающей минимальную фазовую скорость излучаемой волны, его поперечные колебания, вследствие аномального эффекта Доплера [36, 37], могут быть неустойчивыми. В связи с этим при исследовании колебаний упругой системы, несущей высокоскоростную движущуюся нагрузку, определение минимальной фазовой скорости становится первоочередной задачей [35, 38–40].

Заметим, что скорость V переноса волновой энергии определяется как S/h [28]. Можно убедиться, что для квазигармонических волн среднее за период значение V равно $d\omega/d\kappa = \text{grad}_{\kappa} \omega$, что совпадает с известным приближенным выражением для групповой скорости [28].

Зависимость составляющей V_x скорости переноса волновой энергии (групповой скорости) от частоты при $k_y = 0$ и различных значениях коэффициента сдвига основания пластины в безразмерных переменных ($\tilde{V}_x = V_x \sqrt{\rho (k_1 h_*)^{-1}}$) представлено на рис. 3.

Для частоты ω_{RP} , где “обратные” волны переходят в “прямые”, групповая скорость обращается в нуль, а следовательно, энергия на этой частоте не переносится.

При высоких частотах значение скоростей V и v_{ph} близко к скорости продольной волны в безграничной среде. Следует ожидать, что путем введения поправочного коэффициента в модели (1)–(2) можно добиться более точного описания дисперсионных свойств реальной пластины, в частно-

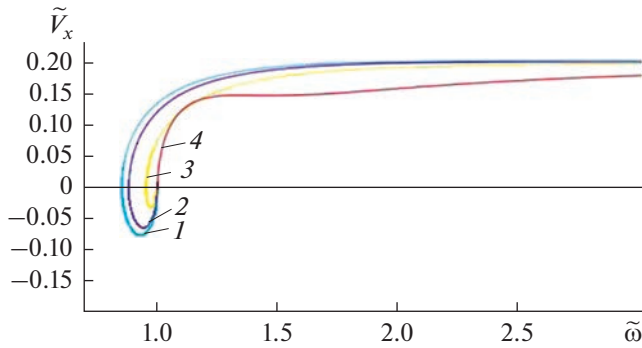


Рис. 3. Частотные зависимости групповой скорости при различных значениях коэффициента сдвига упругого основания: 1 – $\tilde{k}_2 = 0$; 2 – $\tilde{k}_2 = 0.01$; 3 – $\tilde{k}_2 = 0.04$; 4 – $\tilde{k}_2 = 0.2$.

сти, в пределе при $\omega \rightarrow \infty$ фазовая скорость будет близка к скорости сдвиговой волны.

Сравнивая фазовую и групповую скорости (при $k_y = 0$, рис. 4), следует также выделить две области волновых чисел. Для первой области – фазовая скорость больше групповой, для второй – фазовая меньше групповой скорости. Следовательно, в первой области имеем нормальную дисперсию волн, во второй – аномальную. Имеется волновое число (а соответственно, и частота), перенос энергии колебаний при котором осуществляется с максимальной скоростью.

АНАЛИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ

Представляет интерес оценить локальный поток энергии, переносимый волнами в пластине, изгибные колебания которой описываются уравнением (2). Следует отметить, что впервые, по-

видимому, изучение плотностей потоков энергии “обратных” волн в упругой полосе в зависимости от поперечной координаты слоя было проведено в работе [41], где для нормальных волн обнаружены локальные потоки энергии встречного направления. В [42] при исследовании продольных колебаний бесконечной пластины постоянной ширины было установлено, что на частоте возникновения “обратной” волны происходит принципиальная перестройка поля вектора потока энергии. В случае, когда у дисперсионной кривой нет участка, соответствующего “обратной” волне, плотность потока энергии остается знакопостоянной. Хотя в составной модели, как показано в работе [43], локальные потоки энергии могут носить знакопеременный характер не только для обратных, но и для прямых волн, которые не связаны с обратными волнами одной дисперсионной кривой.

На рис. 5 изображены зависимости плотности потока энергии $\tilde{S}_x = \langle S_x \rangle \sqrt{\rho} \left(\sqrt{k_1^3 h_* A A^*} \right)^{-1}$ от волнового числа при различных значениях приведенного коэффициента сдвига упругого основания (для случая $k_y = 0$).

Видно, что поведение плотностей потоков энергии носит знакопеременный характер, если $k_2/k_1 h_*^2 < 1/12$; в противном случае, а именно, при $k_2/k_1 h_*^2 > 1/12$ изменение знака плотности потока энергии не наблюдается.

Из (4) и (5) следует, что для средних значений локальных энергетических характеристик справедливы следующие соотношения:

– скалярное произведение фазовой скорости на вектор плотности волнового импульса равно плотности волновой энергии:

$$\langle h \rangle = \mathbf{v}_{ph} \langle \mathbf{p} \rangle;$$

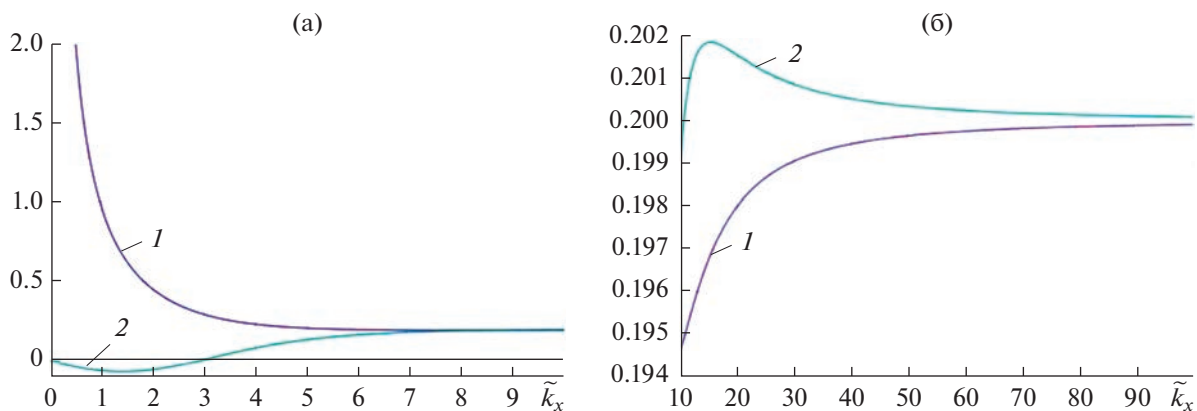


Рис. 4. Зависимость фазовой (1) и групповой (2) скоростей от волнового числа для приведенного коэффициента сдвига упругого основания $\tilde{k}_2 = 0.01$.

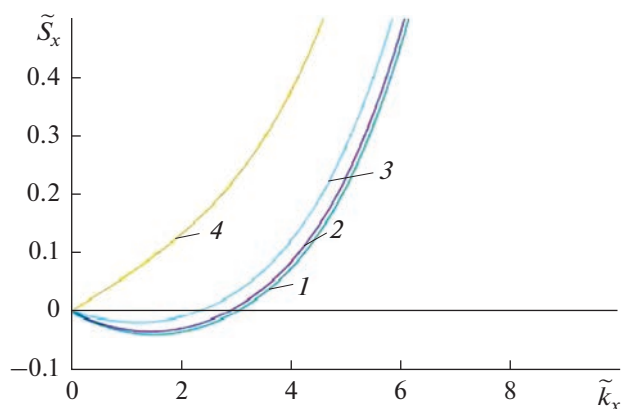


Рис. 5. Плотность потока энергии в зависимости от волнового числа при 1 – $\tilde{k}_2 = 0$; 2 – $\tilde{k}_2 = 0.01$; 3 – $\tilde{k}_2 = 0.04$; 4 – $\tilde{k}_2 = 0.2$.

– произведение вектор-столбца групповой скорости $\mathbf{V} = (V_x, V_y)^T$ на вектор-строку плотности волнового импульса равно тензору плотности потока волнового импульса:

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} (\langle p_x \rangle \langle p_y \rangle) = \begin{pmatrix} \langle T_{xx} \rangle & \langle T_{xy} \rangle \\ \langle T_{yx} \rangle & \langle T_{yy} \rangle \end{pmatrix}.$$

Отношение модулей средних значений плотности потока энергии к плотности волнового импульса равно произведению модулей фазовой и групповой скоростей волн:

$$\frac{\langle S \rangle}{\langle \mathbf{p} \rangle} = |\mathbf{v}_{ph}| |\mathbf{V}|.$$

Отношение плотности энергии к частоте равно отношению модуля вектора плотности волнового импульса к волновому числу.

$$\frac{\langle h \rangle}{\omega} = \frac{\langle \mathbf{p} \rangle}{k}.$$

ВЫВОДЫ

Таким образом, для пластины, лежащей на упругом основании, учет инерции вращения ее элементов при изгибе приводит к наличию частотной области существования “обратных” волн, т.е. волн, у которых фазовая и групповая скорости противоположно направлены.

При наличии двух коэффициентов постели (на сдвиг k_2 и на сжатие k_1), характерных для модели Пастернака, ширина этой области зависит от их соотношения. С уменьшением значения коэффициента сдвига упругого основания $k_2 \rightarrow 0$ частотная область существования “обратных” волн увеличивается. Пороговое значение, при котором

невозможно их существование, определяется равенством $k_2/k_1 h_*^2 = 1/12$.

На частоте возникновения “обратной” волны скорость переноса волновой энергии обращается в нуль и происходит принципиальная перестройка поля вектора плотности потока энергии.

Плотность волновой энергии связана с плотностью переносимого квазигармонической волной импульса посредством фазовой скорости.

Компоненты тензора плотности потока волнового импульса и плотности переносимого волной импульса связаны посредством групповой скорости.

Работа выполнялась в рамках государственного задания ИФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2021–2023 гг. по теме № 0030-2021-0025.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрации в технике. Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. Болотина В.В. М.: Машиностроение, 1999. 504 с.
2. Уфлянд Я.С. Распространение волн при поперечных колебаниях стержней и пластин // Прикладная математика и механика. 1948. Т. 12. № 3. С. 287–300.
3. Mindlin R.D. Influence of rotator inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1951. V. 18. № 1. P. 31–38.
4. Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. М.: Госстройиздат, 1954. 56 с.
5. Козин В.М., Жесткая В.Д., Погорелова А.В., Чижиков С.Д., Джабраилов М.Р., Морозов В.С., Кустов А.Н. Прикладные задачи динамики ледяного покрова. М.: Изд-во Академии естествознания, 2008. URL: <https://www.monographies.ru/ru/book/view?id=14>.
6. Иванченко И.И. Динамика транспортных сооружений: высокоскоростные подвижные, сейсмические и ударные нагрузки. М.: Наука, 2011. 574 с.
7. Winkler E. Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit. Prague, 1867.
8. Meitzler A.H. Backward-wave transmission of stress pulses in elastic cylinders and plates // J. Acoust. Soc. Am. 1965. V. 38. № 5. P. 835–842.
9. Викторев И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. 168 с.
10. Меркулов Л.Г., Рохлин С.И. Дифракция волн Лэмба в пластине на полубесконечном разрезе // Дефектоскопия. 1969. № 4. С. 24–36.
11. Бурлий П.В., Кучеров И.Я. Обратные упругие волны в пластинах // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 26. № 9. С. 644–647.
12. Бурлий П.В., Ильин П.П., Кучеров И.Я. Обратные упругие волны в изотропных пластинах // Журн. техн. физ. 1981. Т. 51. № 10. С. 2196–2198.
13. Бурлий П.В., Ильин П.П., Кучеров И.Я. О возможности существования поперечных обратных волн в

- пластинах // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. № 9. С. 568–571.
14. *Абрамова О.П., Сторожев В.И., Шпак В.А.* Дисперсия нормальных волн в ортотропном слое с закрепленными границами // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 1. С. 5–9.
 15. *Бурлий П.В., Ильин П.П., Кучеров И.Я.* Обратные поперечные акустические волны в пластинах кубических кристаллов // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 3. С. 310–314.
 16. *Toda K., Motegi K.* Propagation characteristics of leaky Lamb waves in a liquid-loaded double-layered substrate consisting of a thin piezoelectric ceramic plate and thin glass plate // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 105. № 6. P. 3290–3294.
<https://doi.org/10.1121/1.424657>
 17. *Бырдin В.М., Дюдин Б.В., Лепендин Л.Л.* Обратная симметричная волна Лэмба первого порядка // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4. Вып. 13. С. 781–785.
 18. *Rokhlin S.* Interaction of Lamb waves with elongated delaminations in thin sheets // Int. Advances in Nondest. Test. 1979. V. 6. P. 263–285.
 19. *Кучеров И.Я., Маляренко Е.В.* Потоки энергии обратных и прямых нормальных поперечных акустических волн в пьезоэлектрических пластинах // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 4. С. 492–497.
 20. *Ерофеев В.И., Лисенкова Е.Е., Царев И.С.* Динамическое поведение балки, лежащей на обобщенном упругом основании, с движущейся нагрузкой // Прикладная математика и механика. 2021. Т. 85. № 2. С. 193–209.
<https://doi.org/10.31857/S0032823521020041>
 21. *Большаков А.А.* Прямоугольная пластина на двухпараметрическом упругом основании: аналитическое решение // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2011. Т. 17. № 8. С. 128–133.
 22. *Высоковский Д.А., Русакова Е.Б.* Устойчивость плиты Э. Рейснера на упругом невинклировом основании // Инженерный вестник Дона. 2017. № 2(45). С. 10.
URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4250
 23. *Козел А.Г., Старовойтов Э.И.* Изгиб упругой трехслойной круговой пластины на основании Пастернака // Механика композиционных материалов и конструкций. 2018. Т. 24. № 3. С. 392–406.
https://doi.org/10.33113/mkmk.ras.2018.24.03.392_406.06
 24. *Feng Q., Fu Sh., Wang Ch., Liu W.W.* Analytical solution for fracture problem of stope roof based on Pasternak foundation model // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2019. V. 56. № 2. P. 142–150.
 25. *Весницкий А.И.* Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
 26. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. М.: Физматлит, 2003. 536 с.
 27. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005. 656 с.
 28. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.
 29. *Tolstoy I., Usdin E.* Wave propagation in elastic plates: low and high mode dispersion // J. Acoust. Soc. Am. 1957. V. 29. № 1. P. 37–42.
 30. *Гринченко В.Т., Мелешко В.В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наукова думка, 1981. 284 с.
 31. *Шевченко В.В.* Прямые и обратные волны: три определения, их взаимосвязь и условия применимости // Успехи физ. наук. 2007. Т. 177. № 3. С. 301–306.
<https://doi.org/10.3367/UFNr.0177.200703c.0301>
 32. *Lamb H.* On group velocity // Proc. Lond. Math. Soc. Ser. 2. 1904. V. 1. № 849. P. 473–479.
 33. *Ляпунов В.Т., Никифоров А.С.* Виброизоляция в судовых конструкциях. Л.: Судостроение, 1975. 232 с.
 34. *Метрикин А.В.* Неустойчивость поперечных колебаний объекта, равномерно движущегося вдоль упругой направляющей как следствие аномального эффекта Доплера // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 99–103.
 35. *Бутова С.В., Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г.* Устойчивость движения высокоскоростных объектов по направляющим ракетного трека // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 1. С. 3–8.
 36. *Гинзбург В.Л.* Теоретическая физика и астрофизика. Доп. главы. М.: Наука, 1975. 414 с.
 37. *Гапонов-Грехов А.В., Долина И.С., Островский Л.А.* Аномальный эффект Доплера и радиационная неустойчивость движения осциллятора в гидродинамике // Доклады АН СССР. 1983. Т. 268. № 4. С. 827–831.
 38. *Метрикин А.В., Веричев С.Н., Вострухов А.В.* Фундаментальные задачи высокоскоростного наземного транспорта. Saarbrücken, Germany. LAP Lambert Academic Publishing, 2014. 208 с.
 39. *Руденко О.В., Гусев В.А.* Движущийся объект: спектры сигналов пассивной, активной локации и переходное излучение // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 6. С. 599–609.
<https://doi.org/10.31857/S032079192006009X>
 40. *Руденко О.В., Маков Ю.Н.* Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии (обзор) // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
<https://doi.org/10.31857/S0320791921010032>
 41. *Veshev V.A., Kouzov D.P., Mirolybova N.A.* On opposite directions of the energy's flux of normal wave propagation in thin-wall waveguide // Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем: Тр. XXIV летней школы-семинара. СПб: Изд-во ИПМаш РАН. 1997. С. 71–78.
 42. *Коузов Д.П., Миролюбова Н.А.* Локальные потоки энергии вынужденных колебаний тонкой упругой полосы // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5. № 4. С. 397–404.
<https://doi.org/10.7242/1999-6691/2012.5.4.47>
 43. *Вешев В.А., Коузов Д.П., Миролюбова Н.А.* Потоки энергии и дисперсия нормальных волн изгибного типа в балке крестообразного профиля // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 3. С. 331–336.

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.1:539.3

ВНУТРЕННИЕ АНТИСИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ ЛЭМБА

© 2023 г. В. В. Мокряков*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
Российской академии наук, пр-т Вернадского 101, корп. 1, Москва, 119526 Россия

*e-mail: mokr@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 12.08.2022 г.

После доработки 16.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Исследован класс антисимметричных решений волновых уравнений Лэмба, имеющих нулевые деформации и напряжения на поверхности, так называемых внутренних волн Лэмба. Найдено два типа таких решений: первый соответствует фазовой скорости Ламе, второй — с фазовыми скоростями, превышающими скорость волны расширения в безграничной среде. Доказано, что внутренние волны с одной и той же фазовой скоростью образуют ряды, при этом частоты членов одного ряда кратны частоте первого члена ряда. Это же справедливо и для волновых чисел. Представлены профили деформированных пластин и распределения максимальных значений растяжения и сдвига.

Ключевые слова: волны Лэмба, упругость, неограниченная пластина, напряженно-деформированное состояние, коэффициент Пуассона, локализация напряжений, внутренняя волна Лэмба

DOI: 10.31857/S0320791922600573, EDN: QRNSOG

ОБОЗНАЧЕНИЯ:

x, y, z	координаты в декартовой системе координат
a	полутолщина пластины
ρ	плотность
E	модуль Юнга
ν	коэффициент Пуассона
λ, μ	параметры Ламе
ω	круговая частота
γ	круговое волновое число
l	длина волны
$\Omega = \gamma x - \omega t$	фаза волны в точке x в момент t
$c = \omega/\gamma$	фазовая скорость
$c_0 = \sqrt{E/\rho}$	скорость бесконечно длинных волн в бесконечном стержне
$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$	скорость волн расширения в бесконечной среде
$c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$	скорость волн сдвига в бесконечной среде
$c_L = c_2\sqrt{2}$	скорость Ламе
c_R	скорость волн Рэлея (поверхностных волн в полупространстве)
u_i	компоненты вектора смещений

ε_{ij}	компоненты тензора деформаций
Δ	первый инвариант тензора деформаций
σ_{ij}	компоненты тензора напряжений
U	обобщенная амплитуда волны

В формулах используются следующие сокращения и соотношения:

$$\alpha = \gamma\sqrt{c^2/c_1^2 - 1}, \quad \beta = \gamma\sqrt{c^2/c_2^2 - 1}, \quad (1)$$

$$c_1^2 = c_0^2 \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} = c_0'^2 \frac{(1 - \nu)^2}{1 - 2\nu}; \quad (2)$$

$$c_2^2 = \frac{c_0^2}{2(1 + \nu)} = c_0'^2 \frac{1 - \nu}{2};$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} = \rho(c_1^2 - 2c_2^2); \quad (3)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \rho c_2^2; \quad \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2\nu}{1 - 2\nu} = \frac{c_1^2}{c_2^2} - 2.$$

ВВЕДЕНИЕ

Для неразрушающего контроля напряженно-деформированного состояния конструкции широко применяются поверхностные тензодатчики,

которые хороши для измерения статических или медленно меняющихся деформаций [1]. Поскольку статические уравнения теории линейной упругости имеют эллиптический вид, то максимумы деформаций и напряжений имеют место на поверхности объекта [2], и этот факт дает обоснование использования поверхностных тензодатчиков.

Однако, если речь идет о быстро меняющихся деформациях, то необходимо учитывать влияние инерции материала. Динамические (или волновые) уравнения упругости имеют гиперболический вид, а это значит, что локализация деформаций и напряжений может происходить не только на поверхности, но и внутри материала.

Например, в работе [3] показано, что уравнения Лэмба в модели малых упругих деформаций допускают решение в виде симметричной волны внутреннего типа, т.е. распространяющейся в толще пластины и имеющий нулевые напряжения и деформации на поверхности. Необходимо отметить, что такие волны являются частными случаями уже известных общих решений.

Основные уравнения волны, бегущей в упругой пластине ненулевой толщины, впервые получены Лэмбом [4]. Решение этой системы уравнений можно также найти у многих других более поздних авторов (напр., [5–7]).

Уравнения Лэмба применимы для решения задач о пластинах из материалов различных свойств: анизотропных (напр., [8]), аусетических (напр., [9]), функционально-градиентных материалов (напр., [10, 11]). Еще одно применение уравнений Лэмба – решение задач о многослойных пластинах, слоистых структурах и т.п. [12].

С другой стороны, волны Лэмба применяются для диагностики конструкций. В работах [1, 13–17] представлены результаты исследований взаимодействия волны Лэмба с дефектами, способы возбуждения и регистрации волны в конструкции, использования сенсоров.

С этой точки зрения исследование внутренних волн Лэмба может представлять интерес с целью усовершенствования методов неразрушающего контроля. Данная работа посвящена исследованию антисимметричных внутренних волн Лэмба.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Распределения смещений пластины в поле антисимметричной волны Лэмба можно описать следующим образом [6] (рассматривается задача линейной упругости в рамках модели малых деформаций):

$$\begin{aligned} u_x &= [-iA\gamma \sin(\alpha z) - \beta B \sin(\beta z)] \sin \Omega, \\ u_z &= [iA\alpha \cos(\alpha z) - \gamma B \cos(\beta z)] \cos \Omega, \\ u_y &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Отсюда получаем распределения деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= u_{x,x} = [-iA\gamma^2 \sin(\alpha z) - \gamma\beta B \sin(\beta z)] \cos \Omega, \\ \varepsilon_{zz} &= u_{z,z} = [-iA\alpha^2 \sin(\alpha z) + \gamma\beta B \sin(\beta z)] \cos \Omega, \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2}(u_{x,z} + u_{z,x}) = \\ &= [-iA\gamma\alpha \cos(\alpha z) + \frac{1}{2}(\gamma^2 - \beta^2) B \cos(\beta z)] \sin \Omega, \\ \Delta &= \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz} = -iA(\gamma^2 + \alpha^2) \sin(\alpha z) \cos \Omega, \\ \varepsilon_{yy} &= \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Используя закон Гука, получаем распределения напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \mu[(2\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2)iA \sin(\alpha z) - \\ &\quad - 2\gamma\beta B \sin(\beta z)] \cos \Omega, \\ \sigma_{yy} &= \mu(2\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2)iA \sin(\alpha z) \cos \Omega, \\ \sigma_{zz} &= \mu[(\gamma^2 - \beta^2)iA \sin(\alpha z) + \\ &\quad + 2\gamma\beta B \sin(\beta z)] \cos \Omega, \\ \sigma_{xz} &= \mu[-2iA\gamma\alpha \cos(\alpha z) + \\ &\quad + (\gamma^2 - \beta^2)B \cos(\beta z)] \sin \Omega, \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yz} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя граничные условия (поверхности пластины свободны от нагрузок), получаем дисперсионное соотношение:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}|_{z=a} &= \mu[(\gamma^2 - \beta^2)iA \sin(\alpha a) + \\ &\quad + 2\gamma\beta B \sin(\beta a)] \cos \Omega = 0, \\ \sigma_{xz}|_{z=a} &= \mu[-2iA\gamma\alpha \cos(\alpha a) + \\ &\quad + (\gamma^2 - \beta^2)B \cos(\beta a)] \sin \Omega = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{cases} (\gamma^2 - \beta^2)iA \sin(\alpha a) = -2\gamma\beta B \sin(\beta a), \\ 2iA\gamma\alpha \cos(\alpha a) = (\gamma^2 - \beta^2)B \cos(\beta a), \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{iA}{B} = \frac{-2\gamma\beta \sin(\beta a)}{(\gamma^2 - \beta^2) \sin(\alpha a)} = \frac{(\gamma^2 - \beta^2) \cos(\beta a)}{2\gamma\alpha \cos(\alpha a)}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} -4\gamma^2\alpha\beta \cos(\alpha a) \sin(\beta a) &= \\ = (\gamma^2 - \beta^2)^2 \sin(\alpha a) \cos(\beta a). \end{aligned} \quad (10)$$

Из (9) видно, что коэффициенты A и B взаимосвязаны, и поэтому они могут быть заменены на один общий коэффициент U , например, следующим образом:

$$\frac{i\gamma\alpha A}{(\gamma^2 - \beta^2) \cos(\beta a)} = \frac{B}{2 \cos(\alpha a)} = U. \quad (11)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} i\gamma\alpha A &= U(\gamma^2 - \beta^2) \cos(\beta a), \\ B &= 2U \cos(\alpha a). \end{aligned} \quad (12)$$

Используя эти равенства, получаем следующие выражения для ненулевых смещений и напряжений:

$$\begin{aligned} u_x &= -U \left[\frac{\gamma^2 - \beta^2}{\alpha} \cos(\beta a) \sin(\alpha z) + \right. \\ &\quad \left. + 2\beta \cos(\alpha a) \sin(\beta z) \right] \sin \Omega, \\ u_z &= U \left[\frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma} \cos(\beta a) \cos(\alpha z) - \right. \\ &\quad \left. - 2\gamma \cos(\alpha a) \cos(\beta z) \right] \cos \Omega, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \mu U \left[(2\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2) \frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma \alpha} \cos(\beta a) \sin(\alpha z) - \right. \\ &\quad \left. - 4\gamma \beta \cos(\alpha a) \sin(\beta z) \right] \cos \Omega, \\ \sigma_{yy} &= \mu U (2\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2) \times \\ &\quad \times \frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma \alpha} \cos(\beta a) \sin(\alpha z) \cos \Omega, \\ \sigma_{zz} &= \mu U \left[\frac{1}{\gamma \alpha} (\gamma^2 - \beta^2)^2 \cos(\beta a) \sin(\alpha z) + \right. \\ &\quad \left. + 4\gamma \beta \cos(\alpha a) \sin(\beta z) \right] \cos \Omega, \\ \sigma_{xz} &= -2\mu U (\gamma^2 - \beta^2) \times \\ &\quad \times [\cos(\beta a) \cos(\alpha z) - \cos(\alpha a) \cos(\beta z)] \sin \Omega. \end{aligned} \quad (14)$$

РАСЧЕТ ВНУТРЕННЕЙ ВОЛНЫ

Как уже говорилось выше, исходя из граничных условий, напряжения $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0$ на поверхности пластины. Однако существуют некоторые волны Лэмба, имеющие на поверхности все компоненты напряжений, равные нулю (далее будем называть такие волны внутренними волнами Лэмба). Докажем это.

Для этого нужно рассмотреть три диапазона фазовых скоростей: $c < c_2$, $c_2 < c < c_1$ и $c > c_1$ (ограничимся здесь значениями коэффициента Пуассона $0 < \nu < 0.5$).

В первом диапазоне $c < c_2$ коэффициенты α и β мнимые:

$$\begin{aligned} \alpha &= \gamma \sqrt{c^2/c_1^2 - 1} = i\gamma \sqrt{1 - c^2/c_1^2} = i|\alpha|, \\ \beta &= \gamma \sqrt{c^2/c_2^2 - 1} = i\gamma \sqrt{1 - c^2/c_2^2} = i|\beta|, \end{aligned} \quad (15)$$

где $|\alpha|$ и $|\beta|$ — модули соответствующих величин.

Тогда в выражениях (13) и (14) тригонометрические функции мнимого аргумента заменяются

гиперболическими функциями действительного аргумента:

$$\begin{aligned} u_x &= -U \left[\frac{\gamma^2 + |\beta|^2}{|\alpha|} \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) - \right. \\ &\quad \left. - 2|\beta| \operatorname{ch}(|\alpha|a) \operatorname{sh}(|\beta|z) \right] \sin \Omega, \\ u_z &= U \left[\frac{\gamma^2 + |\beta|^2}{\gamma} \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{ch}(|\alpha|z) - \right. \\ &\quad \left. - 2\gamma \operatorname{ch}(|\alpha|a) \operatorname{ch}(|\beta|z) \right] \cos \Omega, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \mu U \left[(|\beta|^2 - 2|\alpha|^2 - \gamma^2) \frac{\gamma^2 + |\beta|^2}{\gamma |\alpha|} \times \right. \\ &\quad \times \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) + 4\gamma |\beta| \operatorname{ch}(|\alpha|a) \operatorname{sh}(|\beta|z) \left. \right] \cos \Omega, \\ \sigma_{yy} &= \mu U (|\beta|^2 - 2|\alpha|^2 + \gamma^2) \times \\ &\quad \times \frac{\gamma^2 + |\beta|^2}{\gamma |\alpha|} \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) \cos \Omega, \\ \sigma_{zz} &= \mu U \left[\frac{1}{\gamma |\alpha|} (\gamma^2 + |\beta|^2)^2 \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) - \right. \\ &\quad \left. - 4\gamma |\beta| \operatorname{ch}(|\alpha|a) \operatorname{sh}(|\beta|z) \right] \cos \Omega, \\ \sigma_{xz} &= -2\mu U (\gamma^2 + |\beta|^2) \times \\ &\quad \times [\operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{ch}(|\alpha|z) - \operatorname{ch}(|\alpha|a) \operatorname{ch}(|\beta|z)] \sin \Omega. \end{aligned} \quad (17)$$

В этом случае дисперсионное соотношение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}|_{z=\pm a} &= \sigma_{xz}|_{z=\pm a} = 0 : \\ (\gamma^2 + |\beta|^2)^2 \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{sh}(|\alpha|a) &= \\ &= 4\gamma^2 |\alpha| |\beta| \operatorname{ch}(|\alpha|a) \operatorname{sh}(|\beta|a). \end{aligned} \quad (18)$$

Найдем теперь характеристики волны, у которой на поверхности также σ_{yy} равны нулю:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}|_{z=\pm a} &= \mu U (|\beta|^2 - 2|\alpha|^2 + \gamma^2) \times \\ &\quad \times \frac{\gamma^2 + |\beta|^2}{\gamma |\alpha|} \operatorname{ch}(|\beta|a) \operatorname{sh}(|\alpha|a) \cos \Omega = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Существует единственное решение $|\alpha| = 0$, т.е. $c = c_1$. Однако в рассматриваемый диапазон ($c < c_2$) это решение не входит.

Рассмотрим второй диапазон $c_2 < c < c_1$. В этом случае коэффициент α мнимый, коэффициент β действительный. Тогда смещения и напряжения имеют следующий вид:

$$u_x = -U \left[\frac{\gamma^2 - \beta^2}{|\alpha|} \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) + 2\beta \operatorname{ch}(|\alpha|a) \sin(\beta z) \right] \sin \Omega, \quad (20)$$

$$u_z = U \left[\frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma} \cos(\beta a) \operatorname{ch}(|\alpha|z) - 2\gamma \operatorname{ch}(|\alpha|a) \cos(\beta z) \right] \cos \Omega,$$

$$\sigma_{xx} = \mu U \left[\left(-2|\alpha|^2 - \beta^2 - \gamma^2 \right) \frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma|\alpha|} \times \right. \\ \left. \times \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) - 4\gamma\beta \operatorname{ch}(|\alpha|a) \sin(\beta z) \right] \cos \Omega,$$

$$\sigma_{yy} = \mu U \left(-2|\alpha|^2 - \beta^2 + \gamma^2 \right) \times \\ \times \frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma|\alpha|} \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) \cos \Omega, \quad (21)$$

$$\sigma_{zz} = \mu U \left[\frac{1}{\gamma|\alpha|} (\gamma^2 - \beta^2)^2 \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|z) + \right. \\ \left. + 4\gamma\beta \operatorname{ch}(|\alpha|a) \sin(\beta z) \right] \cos \Omega,$$

$$\sigma_{xz} = -2\mu U (\gamma^2 - \beta^2) \times \\ \times [\cos(\beta a) \operatorname{ch}(|\alpha|z) - \operatorname{ch}(|\alpha|a) \cos(\beta z)] \sin \Omega.$$

Дисперсионное соотношение в данном случае имеет следующий вид:

$$(\gamma^2 - \beta^2)^2 \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|a) + \\ + 4\gamma^2 |\alpha| \beta \operatorname{ch}(|\alpha|a) \sin(\beta a) = 0. \quad (22)$$

Используя это выражение, получим выражения для σ_{xx} и σ_{yy} на поверхности:

$$\sigma_{xx}|_{z=a} = -2\mu U (|\alpha|^2 + \beta^2) \frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma|\alpha|} \times \\ \times \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|a) \cos \Omega = 0, \\ \sigma_{yy}|_{z=a} = \mu U (-2|\alpha|^2 - \beta^2 + \gamma^2) \times \\ \times \frac{\gamma^2 - \beta^2}{\gamma|\alpha|} \cos(\beta a) \operatorname{sh}(|\alpha|a) \cos \Omega = 0. \quad (23)$$

Существует только два решения системы (23): $\gamma = \beta$ или $\cos(\beta a) = 0$. Однако второе решение не удовлетворяет дисперсионному соотношению. Остается только одно решение:

$$\gamma = \beta = \gamma \sqrt{\frac{c^2}{c_2^2} - 1} \Rightarrow \sqrt{\frac{c^2}{c_2^2} - 1} = 1 \Rightarrow \\ c = c_2 \sqrt{2} = c_L. \quad (24)$$

Так мы видим, что фазовая скорость внутренних волн во втором диапазоне совпадает с так называемой скоростью Ламе [18]. Волна Лэмба, движущаяся со скоростью Ламе, вызывает деформацию чистого сдвига, т.е. объемный компонент деформации равен нулю.

Из дисперсионного соотношения получаем, что γ должно удовлетворять следующему выражению:

$$\sin(\beta a) = \sin(\gamma a) = 0 \Rightarrow \gamma a = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (25)$$

Если $n = 0$, то волны нет. Также волны с индексами n и $-n$ отличаются только направлением движения волны. Поэтому достаточно рассматривать только $n \geq 1$.

Длина внутренней волны имеет следующий вид:

$$l = \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{2a}{n}, \quad n \geq 1. \quad (26)$$

Найдем значения круговых частот (в рад/с) этой группы внутренних волн:

$$\omega = c\gamma = \frac{\pi c_L}{a} n. \quad (27)$$

Соответственно, частота в Гц имеет следующий вид:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c_L}{2a} n = \frac{c_L}{l}. \quad (28)$$

Далее, для данного типа внутренних волн получим выражения для смещений и напряжений (для

краткости введем величину $\eta = \sqrt{1 - 2\frac{c_2^2}{c_1^2}} = \sqrt{\frac{v}{1-v}}$:

$$u_x = -2U \frac{\pi n}{a} \operatorname{ch}(\pi \eta) \sin\left(\pi n \frac{z}{a}\right) \sin \Omega, \quad (29)$$

$$u_z = -2U \frac{\pi n}{a} \operatorname{ch}(\pi \eta) \cos\left(\pi n \frac{z}{a}\right) \cos \Omega,$$

$$\sigma_{xx} = -4\mu U \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 \operatorname{ch}(\pi \eta) \sin\left(\pi n \frac{z}{a}\right) \cos \Omega; \\ \sigma_{yy} = 0, \quad (30)$$

$$\sigma_{zz} = 4\mu U \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 \operatorname{ch}(\pi \eta) \sin\left(\pi n \frac{z}{a}\right) \cos \Omega;$$

$$\sigma_{xz} = 0.$$

Представляет также интерес исследовать, как меняются параметры волны (c , γ , ω) в окрестности точек внутренних волн.

Рассмотрим волну со следующими параметрами:

$$c = c_L + \Delta c, \quad \gamma = \frac{\pi n}{a} + \Delta \gamma, \quad \omega = \frac{\pi c_L}{a} n + \Delta \omega, \quad (31)$$

где

$$\Delta c \ll c_1, \quad \Delta \gamma \ll \frac{\pi}{a}, \quad \Delta \omega \ll \frac{\pi c_1}{a}. \quad (32)$$

Подставим эти значения в дисперсионное соотношение. Если пренебречь малыми величинами второго и выше порядка, то получим:

$$a\Delta\gamma + \pi n\sqrt{2}\frac{\Delta c}{c_2} = 0 \Rightarrow \Delta c = -\frac{ac_2}{\pi n\sqrt{2}}\Delta\gamma, \quad (33)$$

$$\Delta\omega = \frac{c_2}{\sqrt{2}}\Delta\gamma = -\frac{\pi n}{a}\Delta c. \quad (34)$$

Таким образом, изменения волнового числа, частоты и фазовой скорости взаимно пропорциональны. В частности, это показывает, что в точках, соответствующих внутренним волнам, линии дисперсионного соотношения остаются непрерывными и гладкими, и не имеют особенностей.

Теперь рассмотрим третий диапазон $c > c_1$. Здесь коэффициенты α и β действительны и выражения (13) и (14) не изменяются.

Найдем решение в виде внутренней волны. Приравняем напряжения σ_{xx} и σ_{yy} (6) на поверхности к нулю:

$$\sigma_{xx}|_{z=\pm a} = \mu[(2\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2)iA \sin(\alpha a) - 2\gamma\beta B \sin(\beta a)] \cos \Omega = 0, \quad (35)$$

$$\sigma_{yy}|_{z=\pm a} = \mu(2\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2)iA \sin(\alpha a) \cos \Omega = 0.$$

Используя (8), получаем:

$$\begin{cases} (\alpha^2 - \beta^2)iA \sin(\alpha a) = 0, \\ (2\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2)iA \sin(\alpha a) = 0. \end{cases} \quad (36)$$

Здесь единственное решение

$$\sin(\alpha a) = 0 \Rightarrow \gamma a \sqrt{\frac{c^2}{c_1^2} - 1} = \pi n_1, \quad n_1 \in \mathbb{Z}. \quad (37)$$

Согласно (8), если $\sin(\alpha a) = 0$, то и $\sin(\beta a) = 0$. Соответственно

$$\sin(\beta a) = 0 \Rightarrow \gamma a \sqrt{\frac{c^2}{c_2^2} - 1} = \pi n_2, \quad n_2 \in \mathbb{Z}. \quad (38)$$

Так как в рассматриваемом диапазоне c должно быть больше, чем c_1 , то имеют смысл только те значения n_1, n_2 , которые не меньше единицы. Объединим (37) и (38) в систему уравнений относительно γ и c :

$$\begin{cases} \gamma a \sqrt{\frac{c^2}{c_1^2} - 1} = \pi n_1, \\ \gamma a \sqrt{\frac{c^2}{c_2^2} - 1} = \pi n_2. \end{cases} \quad (39)$$

Отсюда получаем:

$$c = c_1 c_2 \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_2^2 c_2^2 - n_1^2 c_1^2}}, \quad (40)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{a} \sqrt{\frac{n_2^2 c_2^2 - n_1^2 c_1^2}{c_1^2 - c_2^2}}. \quad (41)$$

Поскольку $c_1 > c_2$, то получаем дополнительное ограничение на индексы n_1 и n_2 :

$$\frac{n_2}{n_1} > \frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{2 - 2\nu}{1 - 2\nu}}. \quad (42)$$

Например, для материала с $\nu = 0.3$ получим $n_2 > n_1 \sqrt{3.5} \approx 1.87 n_1$.

Найдем длину внутренней волны:

$$l = \frac{2\pi}{\gamma} = 2a \sqrt{\frac{c_1^2 - c_2^2}{n_2^2 c_2^2 - n_1^2 c_1^2}}. \quad (43)$$

Найдем также круговую частоту:

$$\omega = \frac{\pi c_1 c_2}{a} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{c_1^2 - c_2^2}} \quad (44)$$

или частоту в Гц:

$$f = \frac{c_1 c_2}{2a} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{c_1^2 - c_2^2}}. \quad (45)$$

Используя эти выражения, получаем выражения для смещений и напряжений для внутренней волны (для

краткости введем параметр $n' = \sqrt{\frac{n_2^2 c_2^2 - n_1^2 c_1^2}{c_1^2 - c_2^2}}$,

$\gamma = \frac{\pi}{a} n$):

$$\begin{aligned} u_x = & -U \frac{\pi}{a} \left[\frac{n'^2 - n_2^2}{n_1} (-1)^{n_2} \sin \frac{\pi n_1 z}{a} + \right. \\ & \left. + 2n_2 (-1)^{n_1} \sin \frac{\pi n_2 z}{a} \right] \sin \Omega, \\ u_z = & U \frac{\pi}{a} \left[\frac{n'^2 - n_2^2}{n'} (-1)^{n_2} \cos \frac{\pi n_1 z}{a} - \right. \\ & \left. - 2n' (-1)^{n_1} \cos \frac{\pi n_2 z}{a} \right] \cos \Omega, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \mu U \frac{\pi^2}{a^2} \left[(2n_1^2 - n_2^2 - n'^2) \frac{n'^2 - n_2^2}{n_1 n'} (-1)^{n_2} \times \right. \\
&\quad \times \sin \frac{\pi n_1 z}{a} - 4n_2 n' (-1)^{n_1} \sin \frac{\pi n_2 z}{a} \left. \right] \cos \Omega, \\
\sigma_{yy} &= \mu U \frac{\pi^2}{a^2} (2n_1^2 - n_2^2 + n'^2) \times \\
&\quad \times \frac{n'^2 - n_2^2}{n_1 n'} (-1)^{n_2} \sin \frac{\pi n_1 z}{a} \cos \Omega, \\
\sigma_{zz} &= \mu U \frac{\pi^2}{a^2} \left[\frac{(n'^2 - n_2^2)^2}{n_1 n'} (-1)^{n_2} \sin \frac{\pi n_1 z}{a} + \right. \\
&\quad \left. + 4n_2 n' (-1)^{n_1} \sin \frac{\pi n_2 z}{a} \right] \cos \Omega, \\
\sigma_{xz} &= -2\mu U \frac{\pi^2}{a^2} (n'^2 - n_2^2) \times \\
&\quad \times \left[(-1)^{n_2} \cos \frac{\pi n_1 z}{a} - (-1)^{n_1} \cos \frac{\pi n_2 z}{a} \right] \sin \Omega.
\end{aligned} \tag{47}$$

Рассмотрим волну со следующими параметрами:

$$\begin{aligned}
c &= \frac{c_1 c_2}{n'} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{c_1^2 - c_2^2}} + \Delta c; \quad \gamma = \frac{\pi}{a} n' + \Delta \gamma; \\
\omega &= \frac{\pi c_1 c_2}{a} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{c_1^2 - c_2^2}} + \Delta \omega,
\end{aligned} \tag{48}$$

где

$$\Delta c \ll c_1; \quad \Delta \gamma \ll \frac{\pi}{a} n'; \quad \Delta \omega \ll \frac{\pi c_1}{a}. \tag{49}$$

Тогда, подставив эти значения в дисперсионное соотношение (10) и ограничиваясь малыми первого порядка, получаем

$$\begin{aligned}
\frac{a}{\pi} \Delta \gamma &= \left[4 \frac{(c_1^2 - c_2^2)^3}{(n_2^2 - n_1^2)^2 c_1^4} n'^4 - c_2^2 \right] \times \\
&\quad \times \frac{n'^2}{n_1^2 c_1 c_2} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{c_1^2 - c_2^2}} \Delta c,
\end{aligned} \tag{50}$$

$$\Delta \omega = \frac{\pi}{a} \left[\frac{4(c_1^2 - c_2^2)^2}{n_1^2 (n_2^2 - n_1^2) c_1^4} n'^2 - 1 \right] n'^3 \Delta c. \tag{51}$$

Как и в предыдущем случае, в точках, соответствующих внутренним волнам, линии дисперсионного соотношения также остаются гладкими и непрерывными.

Кроме рассмотренных диапазонов можно рассмотреть пограничные значения $c = c_1$ и $c = c_2$. В этих случаях базовые уравнения меняют вид. Подробно рассматривать их решения не станем, скажем только, что волны с $c = c_1$ не являются

внутренними, а случай $c = c_2$ не соответствует дисперсионному соотношению, и решения не существует.

В итоге, обнаружены два семейства внутренних волн. В первом семействе фазовая скорость равна скорости Ламе (тип I). Во втором семействе фазовая скорость всех волн превышает c_1 (тип II).

СВОЙСТВО КРАТНОСТИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

Сначала рассмотрим внутренние волны типа I.

Исходя из формул (25)–(28), видим, что частота волны индекса (n) пропорциональна таким же характеристикам первой внутренней волны и отличается в n раз. Это же справедливо и для волнового числа.

Длина первой волны равна толщине пластины. Что касается более коротких волн, то волна индекса (n) короче первой волны ровно в n раз.

Покажем, что волны типа II обладают тем же свойством. Пусть существует внутренняя волна с индексами (n_1, n_2). Тогда рассмотрим волну с индексами $n_1^* = kn_1, n_2^* = kn_2$, где $k \geq 2, k \in \mathbb{N}$. Вставим эти индексы в формулу ограничения индексов:

$$\frac{n_2^*}{n_1^*} = \frac{kn_2}{kn_1} = \frac{n_2}{n_1} > \frac{c_1}{c_2}. \tag{52}$$

Таким образом, волна (n_1^*, n_2^*) удовлетворяет условиям внутренней волны типа II.

Исходя из (40), найдем фазовую скорость:

$$\begin{aligned}
c^* &= \sqrt{\frac{k^2 n_2^2 - k^2 n_1^2}{k^2 n_2^2 / c_1^2 - k^2 n_1^2 / c_2^2}} = \\
&= \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_2^2 / c_1^2 - n_1^2 / c_2^2}} = c.
\end{aligned} \tag{53}$$

Легко также показать, что из (41), (43), (44) получаем:

$$\gamma^* = k\gamma, \quad l^* = l/k, \quad \omega^* = k\omega \tag{54}$$

Итак, если существует некоторая внутренняя волна с фазовой скоростью c , то существует бесконечный ряд внутренних волн с фазовой скоростью c , при этом частота и волновое число этих волн представляют арифметическую прогрессию. Индексы n_1 и n_2 первой волны в этом ряду должны быть взаимно простые (в противном случае, у них есть общий делитель, больший единицы, и поделив на него частоту, получим внутреннюю волну того же ряда, но с меньшей частотой). Все последующие волны в этом ряду имеют частоты, кратные частоте первой внутренней волне в этом ряду (то же справедливо и для волновых чисел).

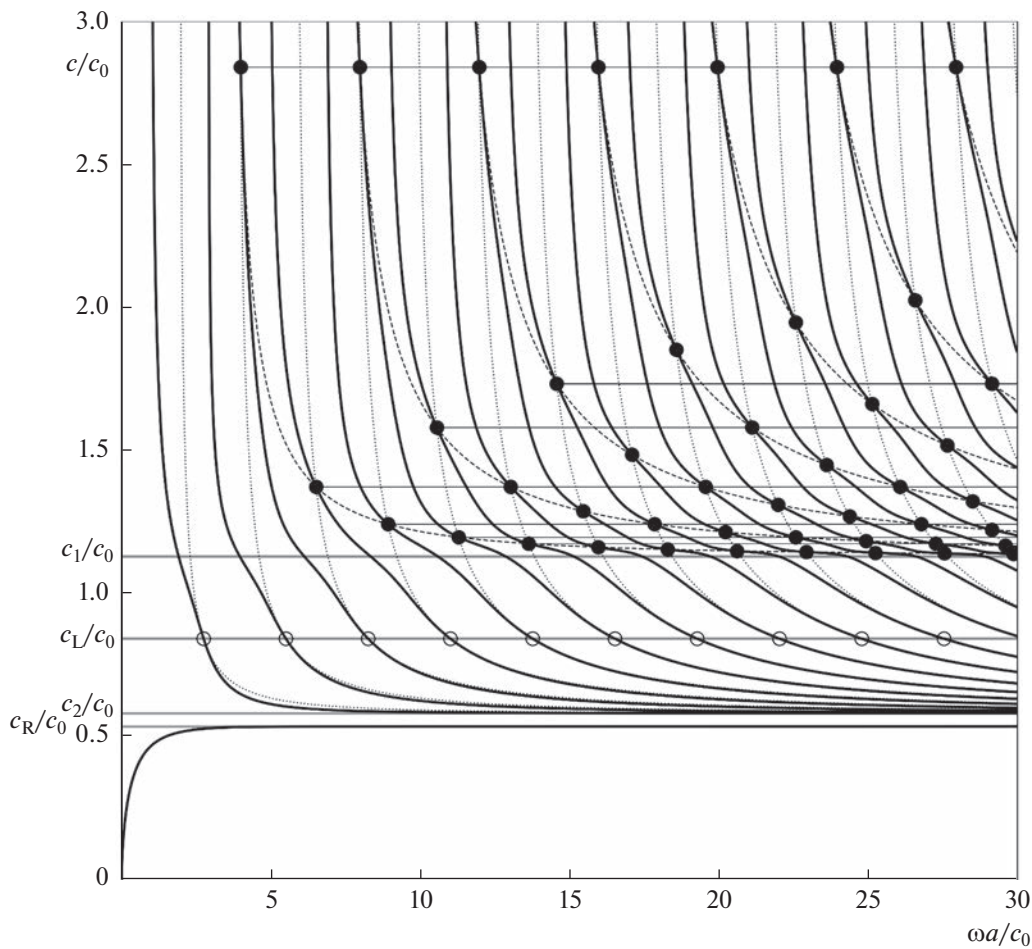


Рис. 1. Зависимость c/c_0 от $\omega a/c_0$ для $\nu = 0.3$, с отмеченными внутренними волнами.

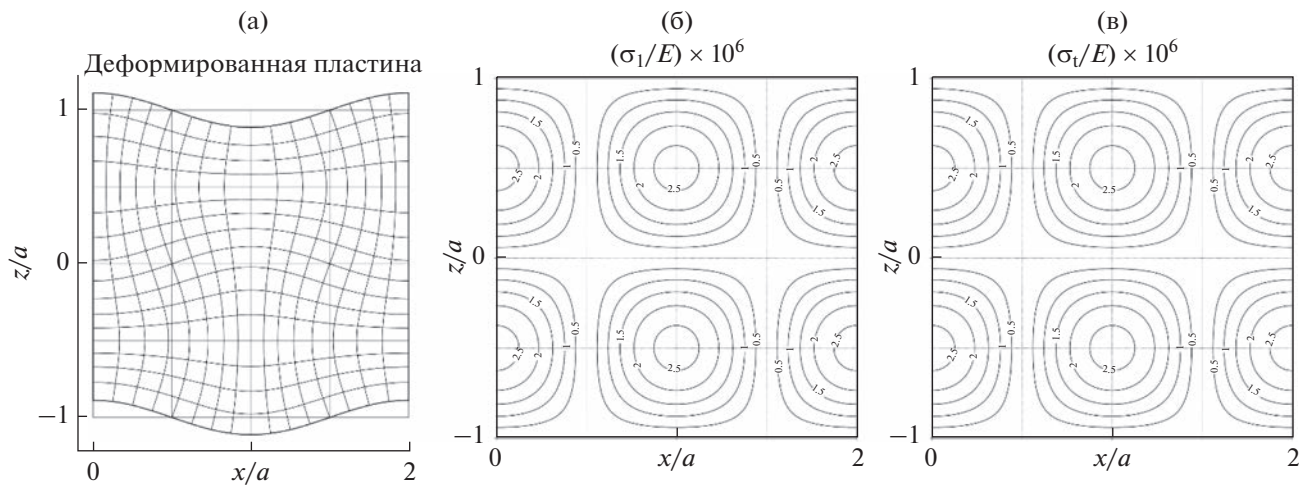


Рис. 2. (а) – Деформация пластины, (б) – максимальное растяжение и (в) – максимальный сдвиг для первой внутренней волны типа I.

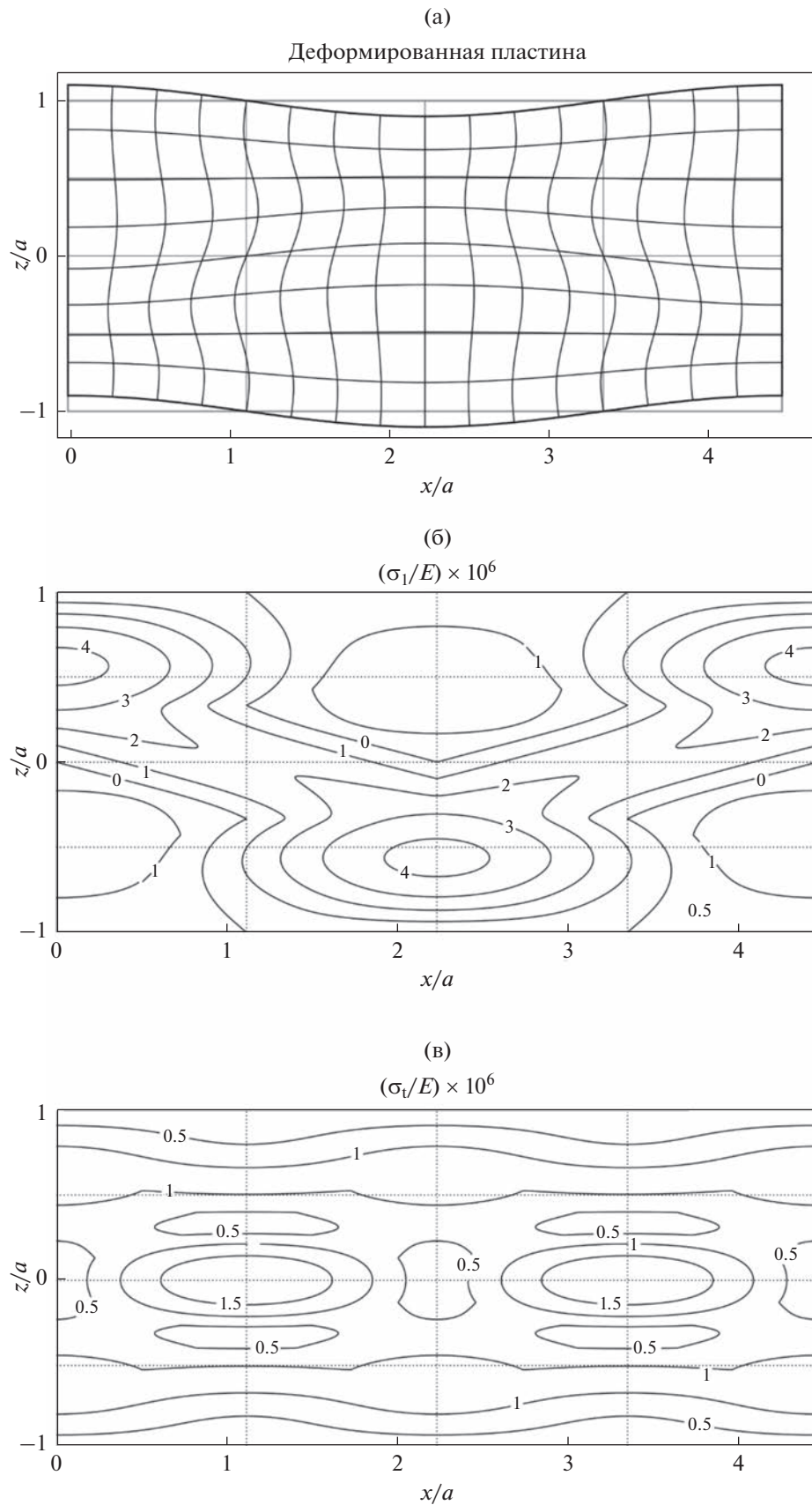


Рис. 3. (а) — Деформация пластины, (б) — максимальное растяжение и (в) — максимальный сдвиг для внутренней волны типа II с индексами (1, 2).

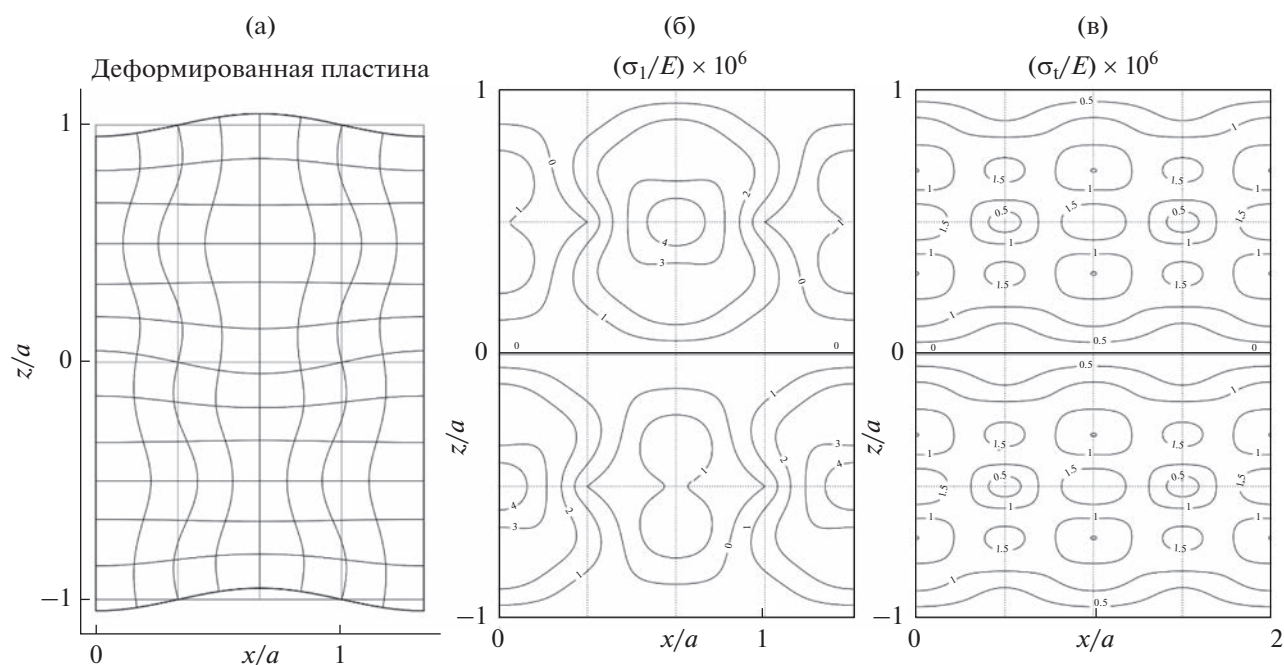


Рис. 4. (а) – Деформация пластины, (б) – максимальное растяжение и (в) – максимальный сдвиг для внутренней волны типа II с индексами (1, 3).

Это хорошо видно на следующем графике (рис. 1), где представлена зависимость безразмерной фазовой скорости c/c_0 (ось ординат) от безразмерной круговой частоты $\omega a/c_0$ (ось абсцисс) для $\nu = 0.3$.

Здесь жирные сплошные линии представляют собой решение дисперсионного соотношения (10): та линия, что ниже прямой “ c_2/c_0 ” (первый диапазон), соответствует фундаментальной моде, те, что выше (второй и третий диапазоны), соответствуют высшим модам.

Штриховые и пунктирные линии соответствуют семействам решений уравнений (37) и (38). Эти линии (а также линии мод) пересекаются в точках, соответствующих внутренним волнам: пустые кружки отмечают волны типа I, сплошные – волны типа II.

Горизонтальные тонкие сплошные линии связывают внутренние волны, относящиеся к одному ряду, т.е. имеющие одну фазовую скорость и частоты, кратные частоте волны, первой в ряду.

Как мы видим, фундаментальная мода антисимметричной волны Лэмба не имеет внутренних волн. Все внутренние волны находятся на модах высшего порядка.

Рассмотрим также напряженно-деформированное состояние некоторых внутренних волн: первую волну типа I (принадлежит первой моде высшего порядка), волны типа II с индексами (1, 2), (1, 3), (1, 4) (принадлежат третьей, четвертой и пятой модам высшего порядка соответственно). Па-

раметры пластины: полутолщина $a = 1$ см, модуль Юнга $E = 2$ ГПа, $\nu = 0.3$ (такие значения упругих модулей характерны для сталей). Расчеты сделаны для смещений (в масштабе 10^5), максимального растяжения (первое главное напряжение) и максимального сдвига (напряжения вычислены по отношению к модулю Юнга, в масштабе 10^6). Амплитуды рассчитаны так, что удельная плотность энергии каждой из волн равна 1 Дж/м^3 .

На рис. 2 представлена первая волна типа I. Как видим, и максимальное растяжение, и максимальный сдвиг (здесь они равны друг другу) локализуются в четверти толщины пластины от поверхности.

Внутренние волны типа II (рис. 3, 4, 5) отличаются от волны типа I:

1. Точки локализации максимального растяжения здесь располагаются в шахматном порядке, а не симметрично, как в случае типа I.

2. Волны типа II имеют чередующиеся области всестороннего сжатия и растяжения, в то время как напряжения волны типа I находятся в состоянии чистого сдвига, о чем было упомянуто выше.

3. Распределение максимального сдвига внутренних волн обоих типов симметрично, но локализация (расстояние от поверхности) меняется от волны к волне, вплоть до расположения на срединной плоскости.

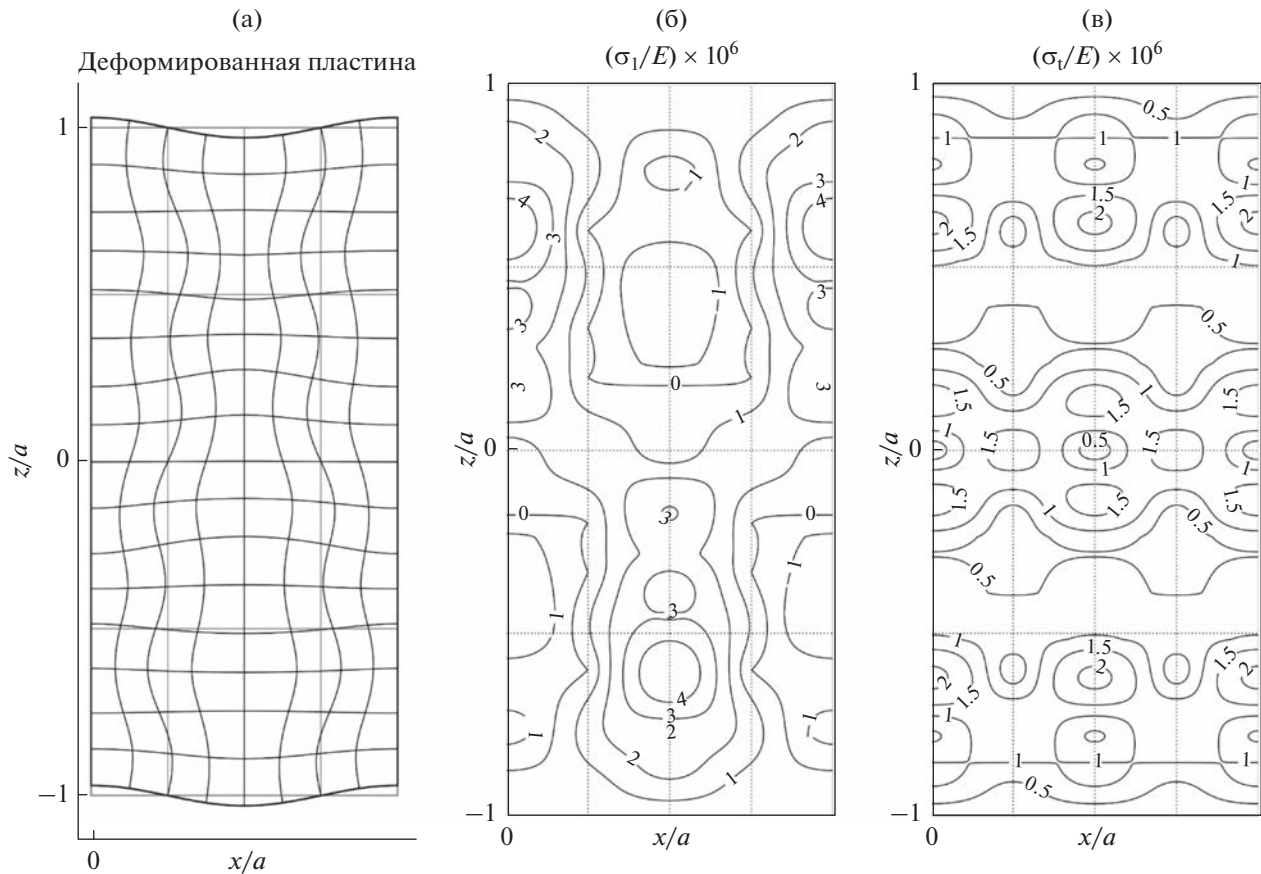


Рис. 5. (а) – Деформация пластины, (б) – максимальное растяжение и (в) – максимальный сдвиг для внутренней волны типа II с индексами (1, 4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование антисимметричных решений волновых уравнений Лэмба показало, что существует класс решений, которые имеют нулевые деформации и напряжения на поверхности (для краткости такие решения здесь называются внутренними волнами Лэмба).

Обнаружено два типа внутренних волн. Тип I соответствует фазовой скорости Ламе. Частота и волновое число кратны частоте и волновому числу первой, самой длинной волны типа I. Длина первой волны равна толщине пластины. Кроме того, напряженно-деформированное состояние для волн типа I соответствует деформации чистого сдвига, т.е. объемная деформация равна нулю.

Тип II объединяет внутренние волны с различными фазовыми скоростями, превышающими c_1 (скорость волны расширения в безграничной среде). Аналитически доказано, что внутренние волны с одной и той же фазовой скоростью формируют ряды, аналогичные ряду волн типа I. Таким же образом, частоты членов одного ряда кратны частоте первого члена ряда, это справедливо и для волновых чисел.

Внутренние волны типа I и типа II имеют ряд отличий. В частности, существует качественная разница в симметричности локализации максимального растяжения.

Возможность существования внутренних волн приводит к следующему выводу: поскольку все поверхностные деформации и напряжения внутренних волн равны нулю, контроль деформаций конструкции посредством поверхностных тензодатчиков в этом случае осложняется, что приводит к необходимости модернизировать имеющиеся методы неразрушающего контроля.

Исследование выполнено при финансовой поддержке в рамках Госзадания (№ государственной регистрации 123021700050-1) «Фундаментальные вопросы механики и оптимизации процессов деформирования, разрушения, износа и аддитивного роста элементов конструкций, работающих в нормальных и экстремальных условиях».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Su Zh., Ye L. Identification of damage using Lamb waves. Berlin: Springer-Verlag, 2009. 357 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-784-4>

2. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977. 431 с.
3. Мокряков В.В. Напряжения симметричной волны Лэмба среднего диапазона. Исследование внутренней волны // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 119–128.
4. Lamb H. On waves in an elastic plate // Proc. R. Soc. A. 1917. V. 93. P. 293–312.
5. Achenbach J.D. Wave propagation in elastic solids. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1973. 431 p.
6. Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. М.: Изд-во иностранной литературы, 1955. 194 с.
7. Graff K.F. Wave motion in elastic solids. New York: Dover, 1991. 649 p.
8. Кузнецов С.В. Волны Лэмба в анизотропных пластинах (обзор) // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 1. С. 90–100.
9. Huang T.T., Ren X., Zeng Y., Zhang Y., Luo C., Zhang X.Y., Xie Y.M. Based on auxetic foam: A novel type of seismic metamaterial for Lamb waves // Engng. Struct. 2021. V. 246. P. 112976. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112976>
10. Kuznetsov S.V. Cauchy formalism for Lamb waves in functionally graded plates // J. Vibr. Control. 2019. V. 25. № 6. P. 1227–1232. <https://doi.org/10.1177/1077546318815376>
11. Ilyashenko A.V., Kuznetsov S.V. Lamb waves in functionally graded and laminated composites // J. Theor. Comp. Acoust. 2020. V. 28. № 3. P. 1950021. <https://doi.org/10.1142/S259172851950021X>
12. Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F. Elastic Waves in Layered Media. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc. 1957. 390 p.
13. Alleyne D., Cawley P. The Interaction of Lamb Waves with Defects // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1992. V. 39. № 3. P. 381–397.
14. Alleyne D., Cawley P. The use of Lamb waves for the long range inspection of large structures // Ultrasonics. 1996. V. 34. P. 287–290.
15. Зверев А.Я., Черных В.В. Экспериментальное определение акустических и виброакустических характеристик многослойных композитных панелей // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 727–736. <https://doi.org/10.1134/S0320791918060151>
16. Квашин Г.М., Сорокин Б.П., Бурков С.И. Возбуждение поверхностных акустических волн и волн Лэмба на СВЧ в пьезоэлектрической слоистой структуре на основе алмаза // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 45–54. <https://doi.org/10.31857/S0320791921010020>
17. Муякишин С.И., Диденкулов И.Н., Вьюгин П.Н., Чернов В.В., Денисов Д.М. Исследование метода обнаружения и локализации неоднородностей в пластинах с использованием волн Лэмба // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 3. С. 270–274. <https://doi.org/10.31857/S0320791921030114>
18. Микер Т., Мейтцлер А. Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинках // Физическая акустика. Т. 1. ч. А. / Под ред. Мэзона У. М.: Мир, 1966. С. 140–203.

УДК 534.2

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ТРАНСФОРМАЦИИ ПРОФИЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН, ОТРАЖЕННЫХ ОТ СТУПЕНЧАТОЙ СТРУКТУРЫ

© 2023 г. В. К. Бахтин^{а, б, *}, С. Н. Гурбатов^а, М. С. Дерябин^{а, б, *}, Д. А. Касьянов^б

^аНациональный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), пр. Гагарина 23, Нижний Новгород, 603022 Россия

^бФедеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук (ИПФ РАН), ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603155 Россия

*e-mail: mmm1984@inbox.ru

Поступила в редакцию 12.07.2022 г.

После доработки 16.09.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Приведены результаты исследования отражения интенсивного акустического пучка от ступенчатых структур. Рассмотрен случай больших чисел Рейнольдса, когда в падающем пучке сформировался пилообразный профиль волны, а препятствие в виде ступеньки располагалось нормально к акустической оси и находилось за координатой разрыва. При отражении от препятствия падающий на него акустический пучок расщепляется на две части, между которыми существует разность хода, задаваемая самой ступенчатой структурой. В эксперименте уделялось внимание препятствиям, создающим при отражении разность хода между двумя частями пучка, равную 0, $\lambda/3$, $\lambda/2$, λ и некоторым другим значениям. С помощью широкополосного мембранного гидрофона регистрировалась форма профиля нелинейных волн падающего и отраженного акустических пучков в произвольной пространственной точке. Это позволило проанализировать эволюцию формы пучка по мере удаления от препятствия, а также исследовать его поперечную структуру. Показан эффект удвоения характерной частоты сигнала при отражении акустического пучка от ступенчатой структуры, создающей между двумя частями отраженного пучка разность хода $\lambda/2$. Показано, что динамика нелинейных эффектов в интенсивных пучках, отраженных от ступенчатых структур, имеет сходство с трансформацией профиля акустических волн, образованных двухчастотными сигналами накачки.

Ключевые слова: дифракция, нелинейные волны, фазовый экран

DOI: 10.31857/S0320791922700058, **EDN:** YJVDKQ

ВВЕДЕНИЕ

Для плоской акустической волны условия синхронизма выполняются для любой тройки взаимодействующих гармоник, вследствие чего волна большой интенсивности трансформируется на больших расстояниях в последовательность разнополярных треугольных импульсов [1]. Для интенсивного акустического шума образование разрывов приводит к росту высокочастотной части спектра, а многократное слияние разрывов приводит к росту характерного временного масштаба поля и сдвигу спектра в область низких частот [2–6]. Для периодических сигналов на больших расстояниях в движущейся вместе с волной системе координат разрывы неподвижны, а их число на периоде равно числу одинаковых абсолютных максимумов потенциала — интеграла от начального поля скорости [7]. В частности, если потенциал начального поля имеет единственный максимум на периоде, то асимптотически любое входное возмущение трансформируется в сим-

метричную пилообразную волну, нули которой совпадают с координатами абсолютного максимума потенциала. Спектр волны имеет соответственно тоже универсальный характер и амплитуды гармоник спадают с частотой пропорционально своему номеру. Однако, несмотря на простой асимптотический вид формы и спектра нелинейной волны на больших расстояниях, переходные процессы носят достаточно сложный характер. Подобные эффекты наблюдаются и в интенсивных параксиальных звуковых пучках. При этом совместное действие дифракционных и нелинейных механизмов приводит к тому, что амплитуда фазы сжатия превышает амплитуду фазы разрежения.

Сложная пространственно-временная структура входного пучка может формироваться как на излучателе, так и вследствие дифракции или отражения уже сформировавшегося профиля интенсивного пучка на границах или препятствиях. В работе [7] была проведена серия экспериментов

по вырожденному параметрическому взаимодействию интенсивных звуковых пучков, имеющих примерно одинаковые начальные амплитуды около 1 МПа. Экспериментально было показано установление универсальной структуры поля на больших расстояниях от излучателя и сильную зависимость координаты стабилизации профиля нелинейных волн в пучке от начальной разницы фаз между частотными компонентами [8].

На промежуточной стадии эволюции есть возможность существенного увеличения эффективности выделения слабого сигнала за счет использования энергии нечетных гармоник, появляющихся в результате взаимодействия интенсивной волны накачки и “слабой” субгармоники [1, 9, 10]. При этом также есть существенная зависимость эффективности выделения полезного сигнала от фазовых соотношений волны накачки и сигнала на субгармонике.

Одна из наиболее интересных областей исследований интенсивных нелинейных волн — это их взаимодействие с препятствиями, представляющими собой пространственные фильтры. При этом ввиду широкополосности интенсивных акустических волн возможны разнообразные, в том числе нетривиальные эффекты. Из теоретических исследований можно выделить работы по дифракции и отражению ударных волн на клине [11], исследованию отражения воздушных ударных волн от специальных защитных препятствий [12, 13], отражения от твердой поверхности [14]. Из экспериментальных работ можно выделить исследования отражения интенсивного акустического пучка от мягкой границы, где показан эффект значительного перераспределения энергии в спектре отраженных нелинейных волн, проявляющийся на небольших волновых расстояниях от отражающей границы [15, 16]. При дифракции пучка нелинейных пилообразных волн на отверстии диаметром, меньшем ширины пучка, экспериментально показано [17], что эволюция формы профиля нелинейной волны не возвращается к классической пилообразной форме. При этом спектр нелинейной волны имеет характерную особенность: закон спада амплитуд гармоник типа $1/N$ наблюдается, начиная со второй гармоники.

Данная работа посвящена экспериментальному изучению взаимодействия интенсивного акустического поля с препятствием в виде ступенчатой структуры. Рассматривается случай, когда на препятствие падает сильно нелинейная волна, у которой уже сформировался пилообразный профиль. Условия экспериментов подбираются таким образом, чтобы нелинейные взаимодействия продолжались в поле после отражения от препятствия. Основной особенностью отраженного поля в данном случае является расщепление при от-

ражении от препятствия падающего на него акустического пучка на две основные части, между которыми существует разность хода, которая определяется характерными размерами препятствия. Условия проведения экспериментов следующие: центральная частота падающего на препятствие акустического пучка 2 МГц, акустическое число Рейнольдса около 30. Препятствие в эксперименте находится за координатой разрыва, которая составляет не более 8.5 см. Препятствие создается из гладких шлифованных калиброванных металлических пластин, между которыми задается определенное пространственное смещение, определяющее разность хода между двумя частями пучка в отраженном поле. Между преобразователем и препятствием позиционируется широкополосный мембранный гидрофон. С его помощью регистрируется форма профиля нелинейных волн падающего и отраженного акустического пучков в произвольной пространственной точке. Используемая техника позиционирования позволяет добиваться погрешности позиционирования не более 0.1 мм.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Эксперимент проводится в кювете, имеющей форму куба, заполненной очищенной дегазированной водой. Линейные размеры кюветы $1 \times 1 \times 1$ м. Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.

Для формирования ультразвукового пучка применяется плоский пьезокерамический преобразователь Olympus Panametrics 5052UA#3, имеющий диаметр излучающей апертуры 40 мм. Для регистрации формы ультразвукового пучка используется мембранный гидрофон с чувствительным элементом в виде PVdF пленки толщиной 9 мкм, имеющий ширину частотной рабочей полосы до 100 МГц. Для согласования гидрофона с осциллографом Tektronix DPO 4102B применяется предусилитель Precision Acoustic DH01. Сигнал накачки формируется генератором Tektronix AFG 3102 и усиливается усилителем мощности Amplifier Research Model 500A100A. Частота сигнала накачки 2 МГц (соответствующая длина волны в воде $\lambda = 0.74$ мм), амплитуда 200 В, длительность 4 мкс, период следования 50 мс. Для контроля амплитуды напряжения накачки сигнал с выхода усилителя через пробник с ослаблением 1 к 10 подается на осциллограф Tektronix TDS 3014B.

Ступенчатое препятствие набирается из двух стальных параллелепипедов со строго выдержанными размерами по оси x — 35.0 мм, по оси y — 18.0 мм, смещенных друг относительно друга. Рассматриваются случаи, когда при отражении ультразвукового пучка от ступенчатого препятствия создается разность хода между двумя частями отраженного пучка 0, $\lambda/2$ (величина сдви-

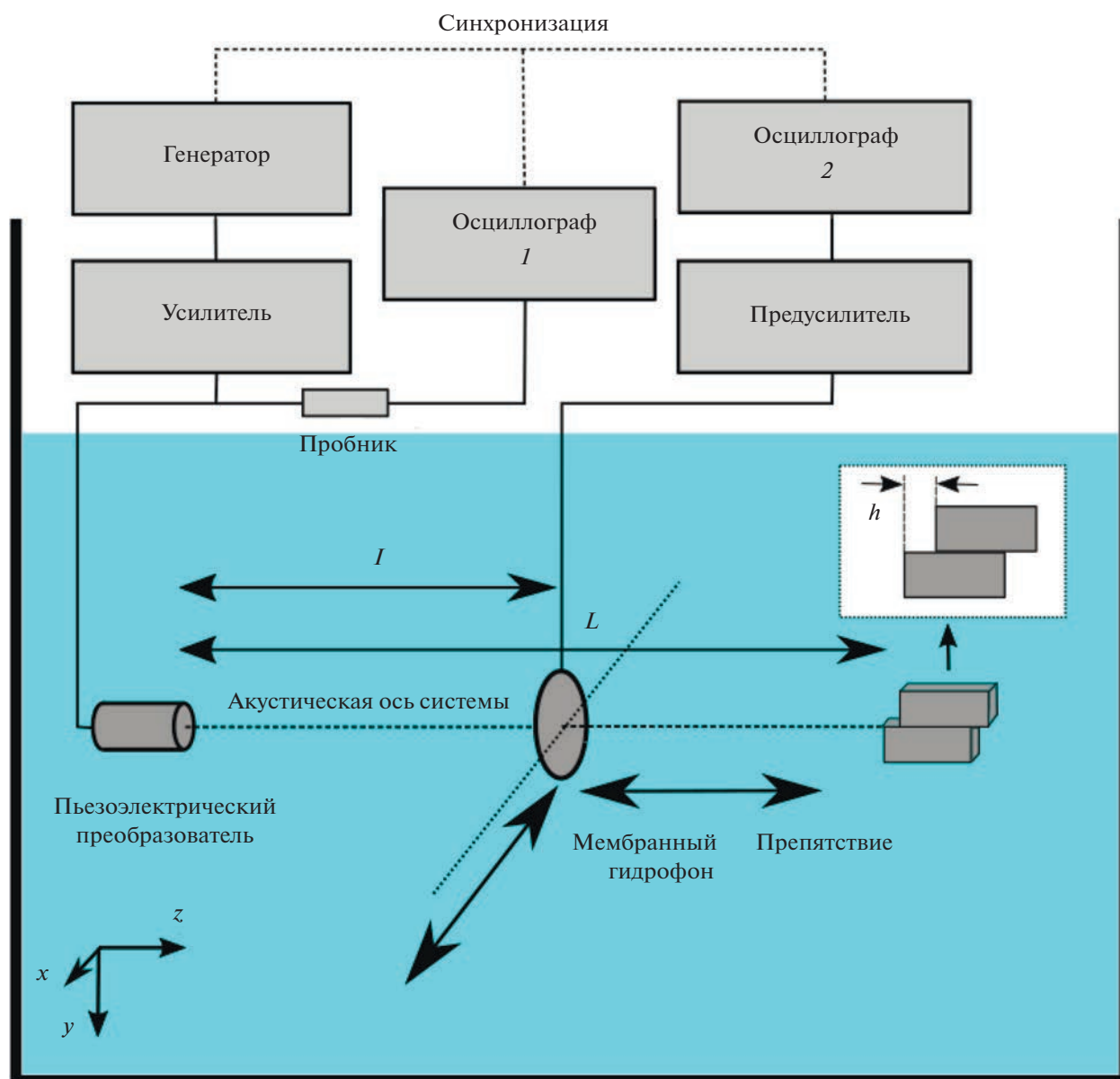


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки.

га $h = 0.2$ мм), $\lambda/3$ ($h = 0.13$ мм), λ ($h = 0.37$ мм), где λ — длина волны накачки. В эксперименте допускалась небольшая подстройка по частоте, для получения точного соотношения между длиной падающей волны и величины сдвига. Пьезокерамический преобразователь закреплен на высокоточном позиционере, который позволяет поворачивать его в горизонтальной плоскости. Металлические пластины собраны в виде ступеньки и закреплены в специальном держателе, который позволяет менять угол как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости. Пластины расположены на расстоянии $L = 55.2$ см от излучателя. Мембранный гидрофон закрепляется на трехкоординатном позиционере, имеющем ошибку по-

зиционирования не более 6 мкм. Максимальное расстояние между пьезокерамическим преобразователем и мембранным гидрофоном, которого удастся достичь при данном способе закрепления, составляет 54.7 см. Перед началом эксперимента производится специальная процедура центрирования системы вдоль акустической оси.

Осциллограмма падающего сигнала на расстоянии, соответствующем координате расположения препятствия z_{obs} , приведена на рис. 2.

Волна находится на стадии полностью сформированного пилообразного фронта и закон спада амплитуд гармоник A_n в спектре определя-

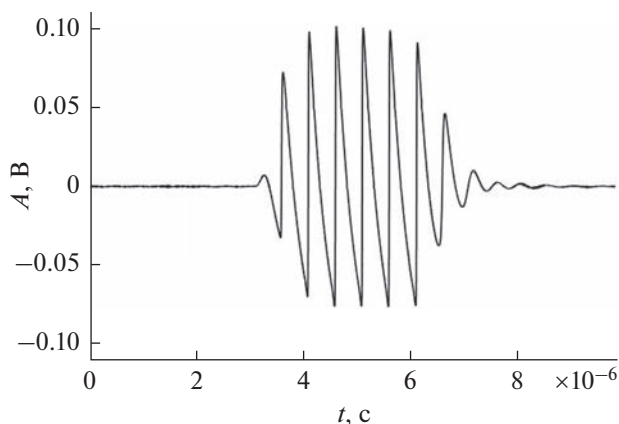


Рис. 2. Осциллограмма падающего импульса.

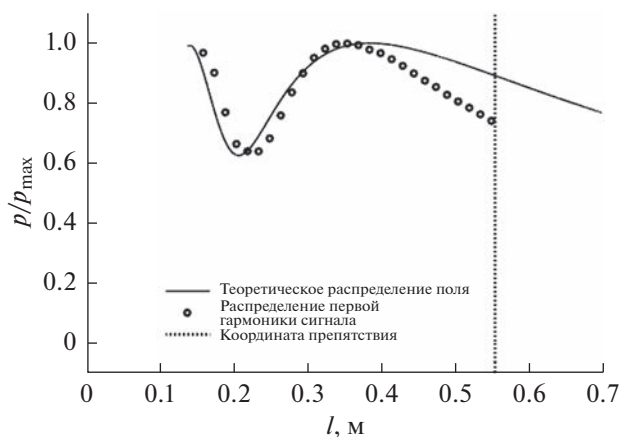


Рис. 3. График распределения поля на акустической оси преобразователя.

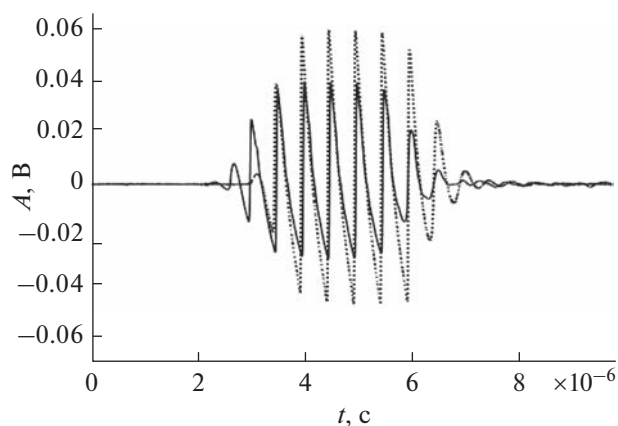


Рис. 4. Осциллограммы импульсов, отраженных от препятствий, не создающих разности хода (пунктирная линия), и создающих разность хода λ (сплошная линия).

ется известным соотношением $A_n \sim 1/n$, где n — номер гармоники.

График амплитуды первой гармоники нелинейного поля в зависимости от расстояния от излучателя представлен на рис. 3. Сплошной черной линией изображено теоретическое распределение поля, полученное с помощью линейной теории дифракции. В интервале до последнего дифракционного максимума наблюдается удовлетворительное совпадение теоретического и экспериментального распределений. После прохождения последнего дифракционного максимума появляется значительное расхождение вследствие влияния нелинейного затухания.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Случай разности хода 0 и λ

Рассмотрим сначала случаи, когда препятствие либо не создает разности хода, либо разность хода между двумя частями отраженного пучка равна λ , длина ступеньки при этом $h \approx 0.37$ мм.

Осциллограммы отраженных сигналов на расстоянии 5.5 см от препятствия представлены на рис. 4. Из-за разности хода между двумя частями отраженного пучка, составляющей λ , их сложение на акустической оси системы происходит таким образом, что результирующий сигнал имеет один дополнительный период (сплошная линия) по сравнению со случаем отражения от плоского препятствия (пунктирная линия).

Случай разности хода $\lambda/2$

Далее рассмотрим наиболее интересный случай, когда разность хода между двумя частями отраженного пучка составляет $\lambda/2$. Длина ступеньки при этом $h \approx 0.2$ мм. В силу того, что соотношение длины ступеньки и длины волны не контролируются в эксперименте с нужной точностью, производилась тонкая подстройка частоты задающего генератора.

Осциллограмма отраженного сигнала приведена на рис. 5а, а фрагмент длиной в два периода на частоте излучения, взятый из центра импульса и используемый для анализа, — на рис. 5б. Из-за разности хода между двумя частями отраженного пучка, составляющей $\lambda/2$, их сложение на акустической оси происходит таким образом, что характерный период пилообразной волны в отраженном пучке уменьшается в два раза. Это демонстрирует рис. 5б, где на отрезке времени, равном двум периодам несущей частоты, укладывается четыре периода отраженного сигнала. Сплошной линией на графике представлен фрагмент отраженного импульса, который используется для анализа, а штриховой — тот же фрагмент, взятый из падающего импульса (для наглядности его ам-

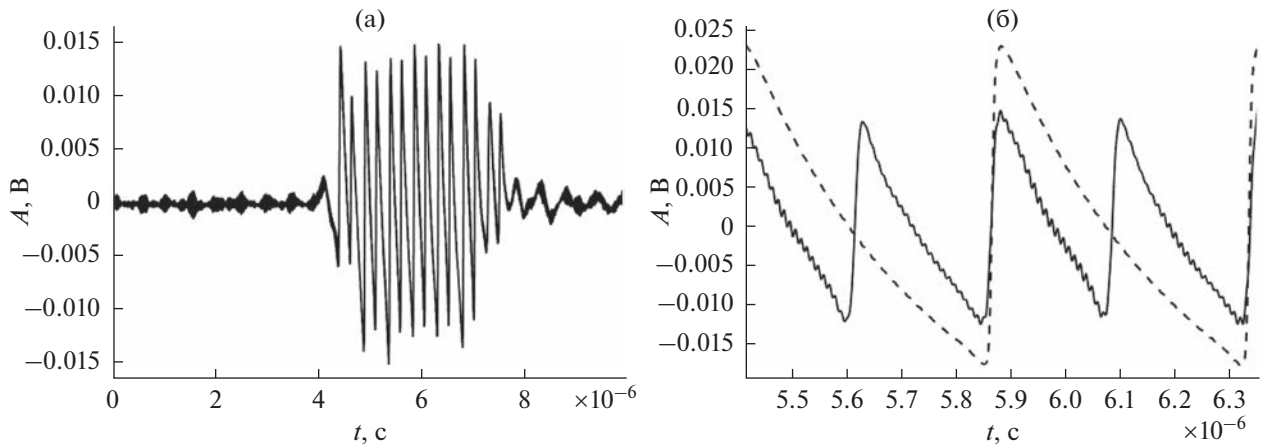


Рис. 5. (а) — Осциллограмма импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/2$. (б) — Фрагменты длины в два периода волны на частоте излучения, взятые из центра импульса. Сплошная линия — отраженный импульс, штриховая — падающий.

плитуда нормирована на максимум отраженного импульса). Важно отметить, что по мере распространения отраженной волны форма ее профиля на акустической оси практически не меняется, что связано с продолжающимися нелинейными взаимодействиями в отраженном пучке.

На рис. 6 приведен спектр нелинейной волны в отраженном пучке (на рис. 6а — спектр в линейном масштабе, на рис. 6б — спектр в двойном логарифмическом масштабе). Круглым маркером обозначены четные гармоники, а квадратным — нечетные. Спектр взят при помощи быстрого преобразования Фурье фрагмента длиной в два периода волны на частоте излучения (рис. 5б) и нормирован на амплитуду первой гармоники. Пространственное преобразование падающего сигнала препятствием в виде “полуволновой” ступеньки привело к росту амплитуд четных гармоник, в то время как нечетные гармоники оказались подавлены.

На рис. 7а–7в представлено поперечное (по оси y , см. рис. 1) распределение амплитуд первых 4-х гармоник в отраженном сигнале на расстояниях 21, 33 и 45 см от препятствия.

Из рис. 7а–7в можно сделать вывод, что на акустической оси преобразователя происходит существенное подавление первой гармоники. Поперечное распределение первой гармоники имеет минимум на акустической оси системы и два ярко выраженных максимума, которые расположены симметрично относительно акустической оси системы. Область отраженного пучка, в которой наблюдается максимум первой гармоники, распространяется под углом около 2.5° к акустической оси системы, что в данной экспериментальной ситуации определяется соотношением апертуры падающего ультразвукового пучка и поперечного размера препятствия, т.е. определя-

ется дифракционными эффектами. Характерная осциллограмма сигнала из этой области представлена на рис. 8а. Измерение проведено в точке, расположенной на расстоянии 21 см от препятствия и 1 см от акустической оси.

На рис. 8б приведен амплитудный спектр данного сигнала в линейном масштабе. Видно, что при удалении от акустической оси регистрируемые сигналы также подвержены сильным нелинейным искажениям, однако форма профиля волны далека от пилообразного вида, и закон спада амплитуд гармоник A_n в спектре сильно отличается от $A_n \sim 1/n$. Фрагмент профиля, используемый для анализа, представлен на рис. 8в. Сплошной линией показан фрагмент отраженно-

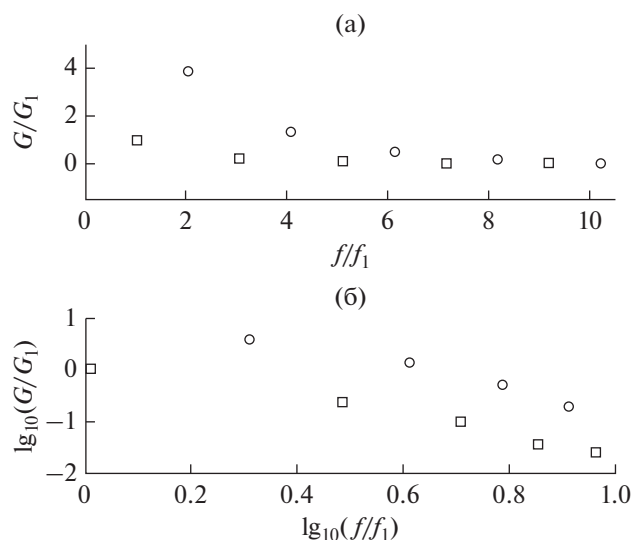


Рис. 6. Спектр импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/2$.

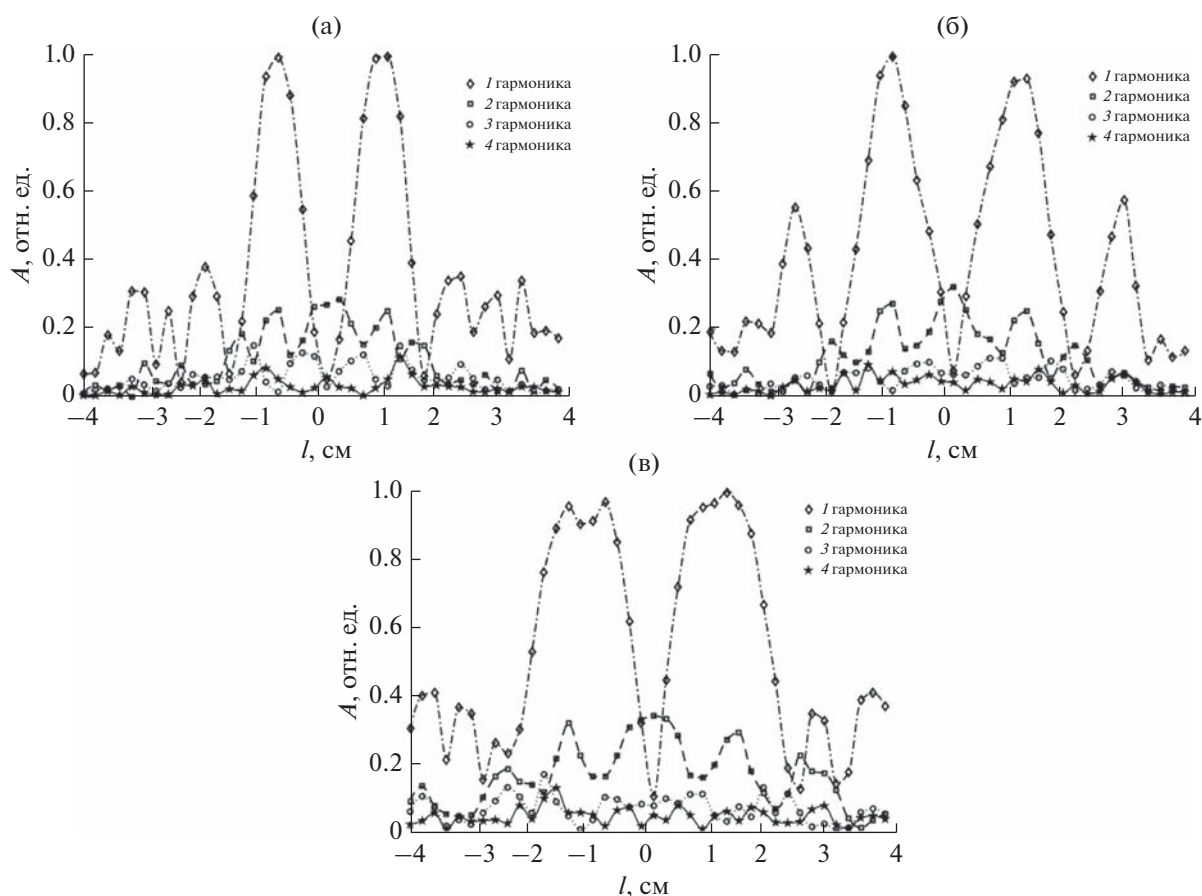


Рис. 7. Поперечное распределение гармоник в отраженном поле: (а) — расстояние до препятствия 21 см, (б) — расстояние до препятствия 33 см, (в) — расстояние до препятствия 45 см.

го импульса, штриховой — падающего (для наглядности его амплитуда нормирована на максимум отраженного импульса).

Случай разности хода $\lambda/3$

Рассмотрим промежуточный случай, когда разность хода между двумя частями отраженного пучка составляет примерно $\lambda/3$. Длина ступеньки при этом $h \approx 0.13$ мм.

На рис. 9–11 приведены осциллограммы и соответствующие им спектры нелинейного акустического сигнала, отраженного от ступенчатого препятствия, которое создает разность хода между двумя частями отраженного пучка примерно $\lambda/3$. Графики на рис. 9 соответствуют точке приема на акустической оси системы на расстоянии 2 см от препятствия, рис. 10 — на расстоянии 15 см от препятствия, рис. 11 — на расстоянии 35 см от препятствия.

Отражение акустического нелинейного сигнала от препятствия, представляющего собой ступеньку, создающую разность хода $\lambda/3$ между двумя частями отраженного пучка, сначала приводит

к “расщеплению” периода исходного сигнала, что хорошо видно по рис. 9а. В спектре отраженного импульса происходит появление экстремумов на некоторых номерах гармоник (на рис. 9б минимум соответствует второй гармонике, на рис. 10б минимум соответствует третьей гармонике).

Постепенно при удалении акустического импульса от препятствия происходит восстановление ударного фронта в волне и квазистепенного распределения гармоник в спектре. В представленном случае закон спада амплитуд гармоник вида $A_n \sim 1/n$ наблюдается, начиная со второй гармоники.

Данный эффект близок к описанному в [7], где рассматривается распространение двухчастотного интенсивного акустического сигнала, и связан с продолжающейся нелинейной трансформацией профиля волны после ее отражения. В [7] показано, как влияют фазовые и амплитудные соотношения спектральных компонент накачки на трансформацию профиля нелинейной волны в интенсивном акустическом пучке, образованном двухчастотным импульсом накачки. В частности, показана сложная зависимость ха-

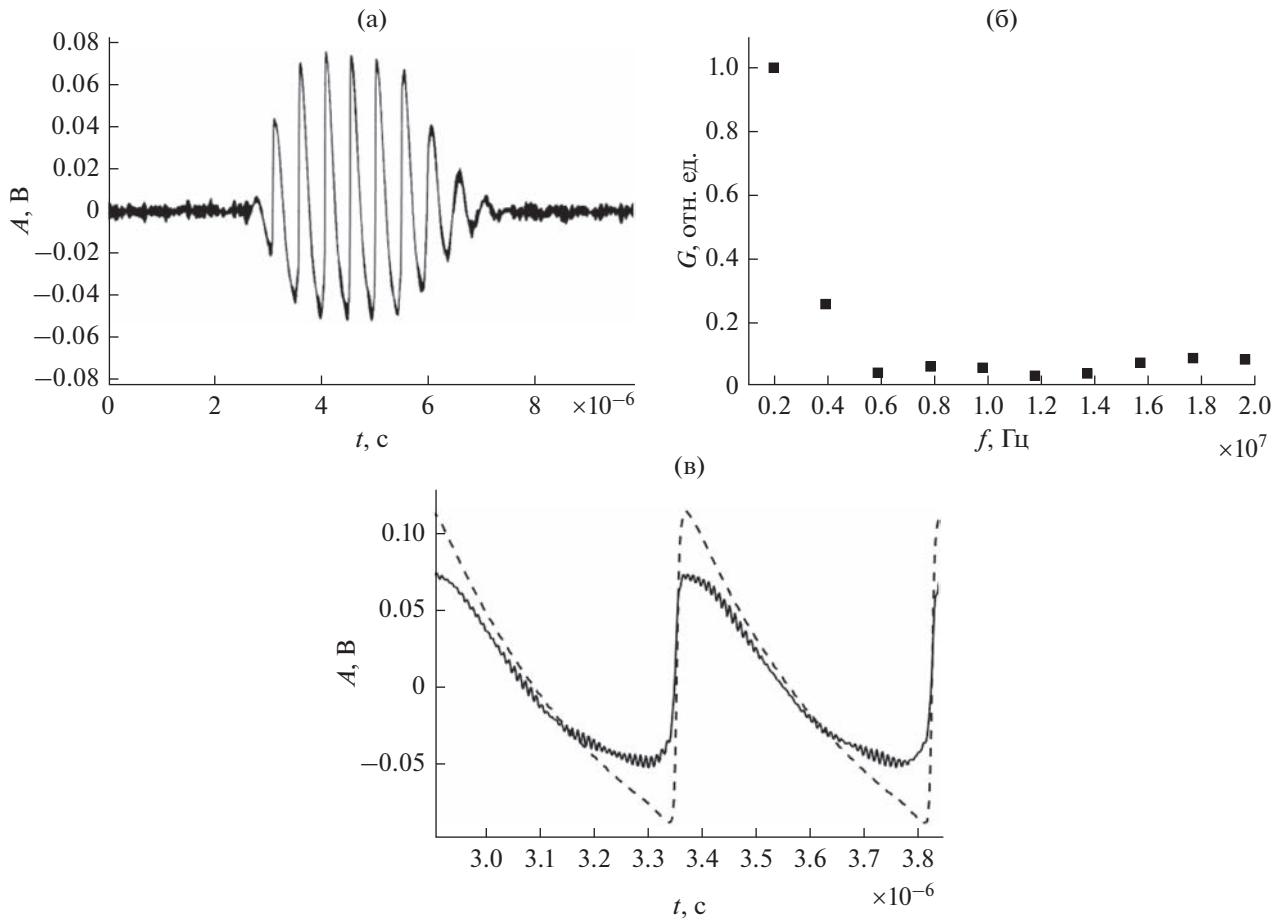


Рис. 8. (а) — Осциллограмма сигнала в точке на расстоянии 21 см от препятствия и 1 см от акустической оси системы. (б) — Амплитудный спектр сигнала в точке на расстоянии 21 см от препятствия и 1 см от акустической оси системы. (в) — Фрагменты длиной в два периода волны на частоте излучения, взятые из центра импульса. Сплошная линия — отраженный импульс, штриховая — падающий.

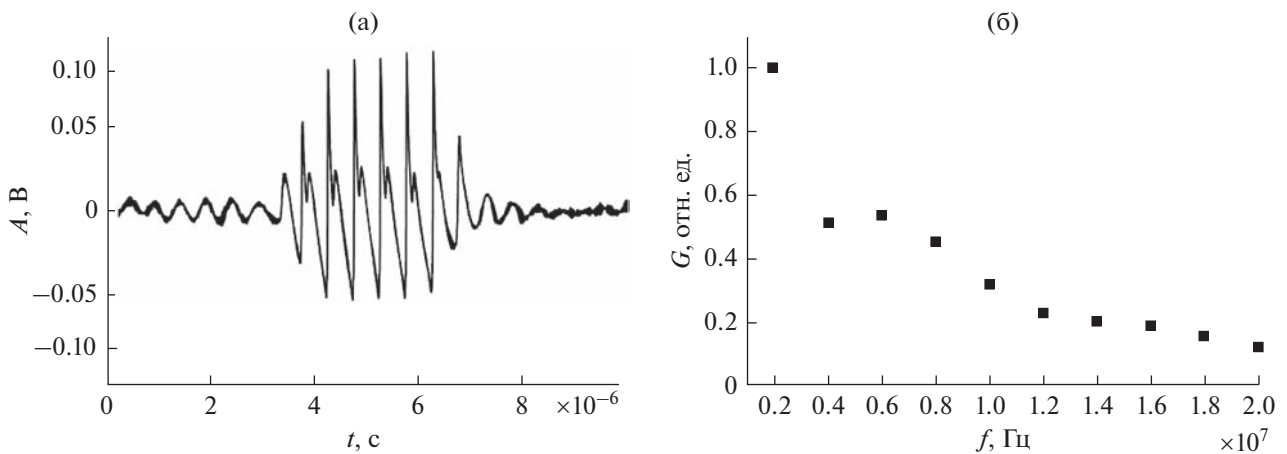


Рис. 9. (а) — Осциллограмма импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/3$. (б) — Амплитудный спектр импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/3$. Расстояние от препятствия 2 см.

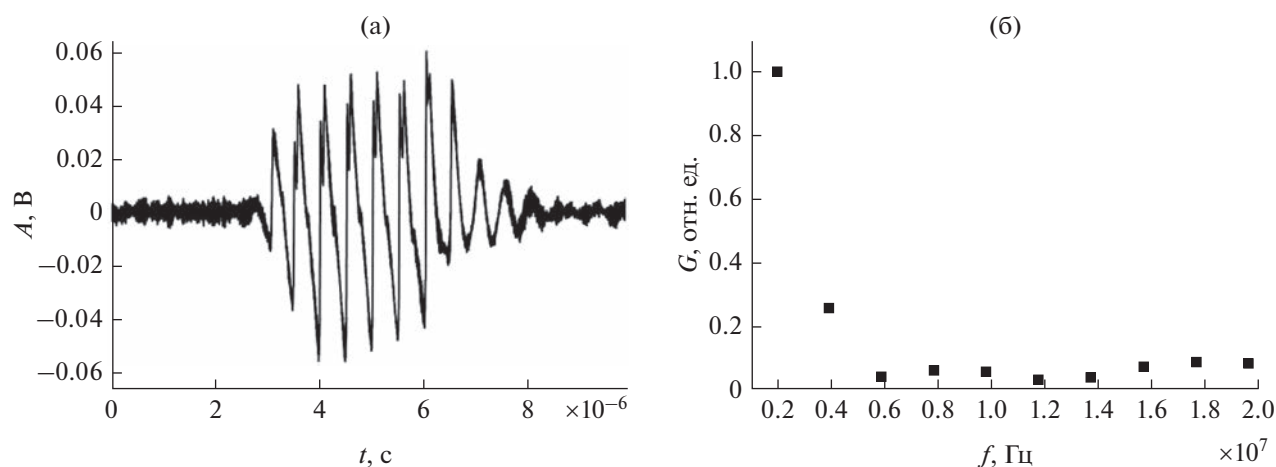


Рис. 10. (а) — Осциллограмма импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/3$. (б) — Амплитудный спектр импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/3$. Расстояние от препятствия 15 см.

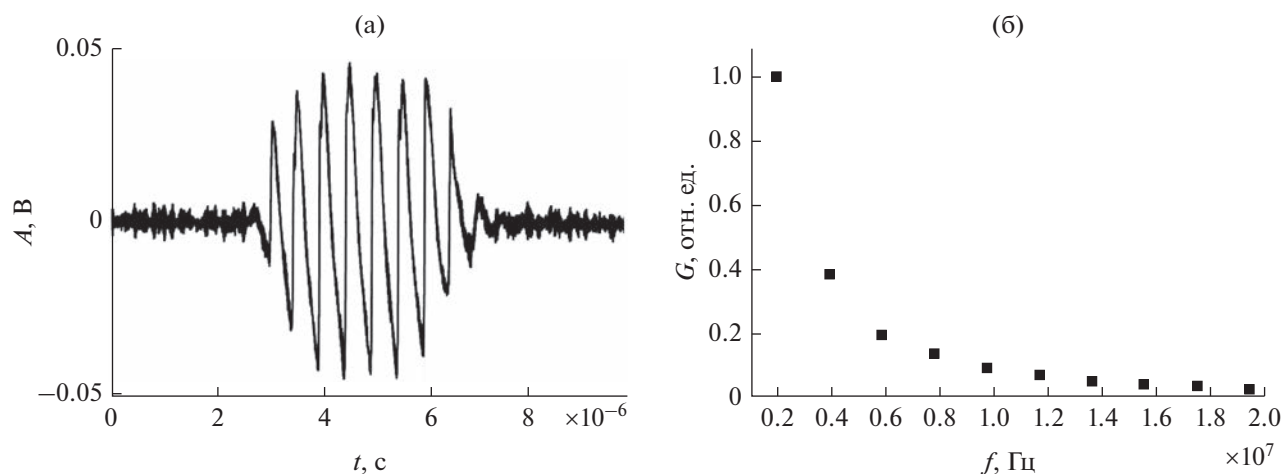


Рис. 11. (а) — Осциллограмма импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/3$. (б) — Амплитудный спектр импульса, отраженного от препятствия, создающего разность хода $\lambda/3$. Расстояние от препятствия 35 см.

рактерной координаты разрыва (формирования спектра вида $A_n \sim 1/n$) от фазовых соотношений компонент накачки. Представленные эксперименты также демонстрируют весьма сложное поведение профиля нелинейной волны в интенсивном акустическом пучке, отраженном от ступенчатой структуры, задающей произвольный фазовый сдвиг между отраженными частями.

Выше, в данном разделе, приведены результаты промежуточного (отличного от 0 и $\lambda/2$) сдвига фаз между отраженными частями. Однако эксперименты проводились и при других сдвигах, например, $\lambda/4$, $\lambda/5$, $\lambda/6$ и др. Результаты экспериментов показывают, что при распространении отраженного сигнала вдоль акустической оси распределение амплитуд гармоник вида $A_n \sim 1/n$ в

нем не восстанавливается, если сдвиг, задаваемый ступенчатым препятствием, превышает $\lambda/10$. Степенные законы спада амплитуд гармоник проявляются, при установившейся форме профиля, начиная со второй или третьей гармоник, т.е. происходит только частичное восстановление пилообразной волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен способ пространственной фильтрации гармоник сложного нелинейного сигнала, имеющего пилообразную форму. Показано, что в зависимости от разности хода, задаваемой различными ступенчатыми препятствиями, по-разному протекает изменение

профиля и спектра отраженной пилообразной волны. Исследования проведены как вдоль акустической оси системы, так и в поперечных сечениях.

В представленных экспериментах продемонстрирована возможность уменьшения периода пилообразной волны в отраженном сигнале вдвое, причем данная структура оказывается устойчивой при распространении отраженного сигнала вдоль акустической оси. При исследовании пространственного распределения гармоник в отраженном сигнале показано, что при определенных фазовых соотношениях между отраженными частями существуют выделенные направления, вдоль которых распространяется сигнал со значительным преобладанием первой гармоники в спектре (отношение амплитуд первой и второй гармоник существенно больше 2).

Показано, что наблюдаемые эффекты в отраженных интенсивных пучках от ступенчатых структур имеют сходство с трансформацией профиля акустических волн, образованных двухчастотными импульсами накачки.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ проект № 19-12-00256.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В. Нелинейные пилообразные волны // Успехи физ. наук. 1995. Т. 165. С. 1011–1036.
2. Руденко О.В. Взаимодействия интенсивных шумовых волн // Успехи физ. наук. 1986. Т. 149. С. 413–447.
3. Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике. М.: Физматлит, 2008. 495 с.
4. Frisch U., Bec J. Burgulence // New trends in Turbulence, Les Houches 2001. Springer, Berlin, Heidelberg, 2001. P. 341–383.
5. Gee K.L., Sparrow V.W., James M.M., Downing J.M., Hobbs C.M., Gabrielson T.B., Atchley A.A. The role of nonlinear effects in the propagation of noise from high-power jet aircraft // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. № 6. P. 4082–4093.
6. Muhlestein M.B., Gee K.L. Evolution of the temporal slope density function for waves propagating according to the inviscid Burgers equation // J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 139. P. 958–967.
7. Гурбатов С.Н., Дерябин М.С., Касьянов Д.А., Курин В.В. Вырожденное параметрическое взаимодействие интенсивных акустических пучков // Известия вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59. № 10. С. 887–889.
8. Гаврилов А.М. Зависимость характеристик параметрической антенны от фазовых соотношений в спектре накачки // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 2. С. 235–239.
9. Гурбатов С.Н., Малахов А.Н. О возможности использования параметрического взаимодействия волн для выделения слабых акустических сигналов // Акуст. журн. 1979. Т. 25. С. 53–59.
10. Гурбатов С.Н., Дерябин М.С., Касьянов Д.А., Курин В.В. Об использовании вырожденного параметрического взаимодействия интенсивных акустических пучков для усиления слабых сигналов // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 3. С. 235–245.
11. Bulat P.V., Volkov K.N. Numerical simulation of shock wave diffraction at a right angle on unstructured grids // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2016. V. 16. № 2. P. 354–362.
12. Yang G., Feng S., Huang W. Wave-blocking characteristics of corrugated plates under explosion // Shock and Vibration. 2020. Article ID 5895812.
13. Nian X.-Z., Zhang Y., Sun C.-H., Wang H.-Z., Yan D.-J. Analysis of transmission and diffraction effects of air shock waves upon flexible explosion-proof walls // Engineering Mechanics. 2015. V. 32. № 3. P. 241–248.
14. Yuldashev P.V., Shmeleva S.M., Ilyin S.A., Sapozhnikov O.A., Gavrilov L.R., Khokhlova V.A. The role of acoustic nonlinearity in tissue heating behind a rib cage using a high-intensity focused ultrasound phased array // Physics in Medicine & Biology. 2013. V. 58. № 8. P. 2537–2559.
15. Дерябин М.С., Касьянов Д.А., Курин В.В. Особенности формирования ударных акустических волн в ограниченных пучках большой интенсивности при наличии мягкой границы в области взаимодействия // Известия вузов. Радиофизика. 2014. № 4. С. 291–300.
16. Дерябин М.С., Касьянов Д.А., Курин В.В., Гарасев М.А. Особенности стадии дестабилизации профиля волны при отражении интенсивного акустического пучка от мягкой границы // Известия вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58. № 12. С. 1052–1061.
17. Дерябин М.С., Гурбатов С.Н., Вьюгин П.Н., Бахтин В.К., Курин В.В., Касьянов Д.А., Тюрина А.В. О дифракции пилообразной нелинейной волны на узком круглом отверстии в экране // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 3. С. 235–243.

УДК 534.222

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОНЕЧНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ С ФРОНТОМ И СИНГУЛЯРНОСТЬЮ ПРОФИЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЫ В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

© 2023 г. В. А. Гусев^{а, с, *}, О. В. Руденко^{а, b, с, **}

^аМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

^bИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

^сИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

*e-mail: vgusev@bk.ru

**e-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru

Поступила в редакцию 09.12.2022 г.

После доработки 09.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Описаны процессы взаимодействия короткого импульса с тремя типами волновых профилей в нелинейной диссипативной среде: стационарным ударным фронтом конечной ширины, нестационарным формирующимся фронтом, а также со “стационарной” волной, профиль которой содержит сингулярность. Используются точные решения уравнения Бюргерса, описывающие эти взаимодействия, а также свойства симметрии этого уравнения.

Ключевые слова: ударный фронт, профиль волны, сингулярность, импульсное возмущение, стационарная волна, взаимодействие

DOI: 10.31857/S032079192360004X, EDN: ITYQEZ

ВВЕДЕНИЕ

Процессы взаимодействия возмущений с фронтом нелинейной волны в диссипативной среде, описываемые уравнениями типа Бюргерса, рассматривались в статьях [1–4].

В работе [1] рассчитано взаимодействие малых детерминированных и случайных возмущений с гладкими участками профиля пилообразной волны. Для неплоских волн в неоднородной среде в приближении нелинейной геометрической акустики справедлива модель обобщенного уравнения Бюргерса. Исходя из этой модели, получено эволюционное уравнение для регулярных возмущений и уравнение для трансформации корреляционной функции шумовых возмущений. Найдены аналитические решения при произвольной форме исходного сигнала или корреляционной функции. Примеры показывают устойчивость формы “пилы” при малом возмущении ее прямолинейного участка.

В работе [2] рассмотрены возмущения, локализованные на ударном фронте. Предложена простая математическая модель фронта переменной крутизны в диссипативной среде. Получены количественные характеристики процесса взаимодействия формирующегося ударного фронта с малыми возмущениями различного типа. По-

дробный обзор волновых взаимодействий приведен в статье [3].

В статье [4] изложены результаты детальных исследований в продолжение работ [1, 2]. Рассмотрены взаимодействия шумовых и регулярных сигналов с фронтом, крутизна которого растет или уменьшается из-за искажения профиля интенсивной волны накачки. На переднем фронте происходит увеличение амплитуды сигнала и уменьшение его временного масштаба. На заднем фронте — уменьшение амплитуды, увеличение масштаба и замедление темпа эволюции. Показано, что из-за конкуренции усиления на ударном фронте и высокочастотного затухания зависимость интенсивности шума от расстояния немонотонна; на больших расстояниях интенсивность стремится к нулю, а время корреляции — к конечному значению.

Однако взаимодействия возмущений с профилем нелинейной волны в целом (содержащей ударный фронт и гладкие участки) изучены не до конца. Наиболее интересно рассмотреть эти взаимодействия, не считая возмущения слабыми. Наличие точно решаемого уравнения Бюргерса открывает такую возможность.

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОРОТКОГО ИМПУЛЬСА С ФРОНТОМ СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ

Мы будем анализировать процессы, основываясь на модели уравнения Бюргера, описывающего распространение нелинейных недиспергирующих волн в диссипативной среде:

$$\frac{\partial V}{\partial z} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}. \quad (1)$$

Уравнение записано в стандартных безразмерных обозначениях. Если иметь в виду распространение в среде акустических волн давления p конечной амплитуды p_0 , физический смысл нормированных переменных и констант будет следующим:

$$V = \frac{p}{p_0}, \quad \theta = \omega \tau, \quad z = \frac{x}{l_{SH}}, \quad (2)$$

$$l_{SH} = \frac{c^3 \rho}{\varepsilon \omega p_0}, \quad l_{DIS} = \frac{2c^3 \rho}{b \omega^2}, \quad \Gamma = \frac{l_{SH}}{l_{DIS}}.$$

Здесь ω — характерная частота волны или обратная длительность импульсного сигнала, $\tau = t - x/c$ — время в системе координат, движущейся вместе с волной в направлении оси x со скоростью звука c . Параметры среды: плотность ρ , коэффициенты нелинейности и диссипации — ε и b . Посредством l_{SH} , l_{DIS} обозначены характерные длины нелинейности (образования разрыва в исходном гладком профиле волны) и диссипации (линейного поглощения волны средой). Отношение Γ этих длин известно как обратное акустическое число Рейнольдса—Гольдберга [5].

Стационарное решение уравнения (1) для волны, бегущей со скоростью звука и не изменяющей своей формы при распространении, имеет вид:

$$V = \text{th} \left(\frac{\theta}{2\Gamma} \right). \quad (3)$$

Выпишем общее решение уравнения (1), описывающее профиль исходной волны произвольной формы:

$$V = 2\Gamma \frac{\partial}{\partial \theta} \ln U, \quad U(z, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} U_0(\theta') G(z, \theta - \theta') d\theta'. \quad (4)$$

Здесь функция Грина:

$$G(z, \theta) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Gamma z}} \exp \left(-\frac{\theta^2}{4\Gamma z} \right). \quad (5)$$

Условия на границе среды для вспомогательной функции U и искомой функции V обозначены так:

$$U_0 = \exp \left[\frac{1}{2\Gamma} \int_{-\infty}^{\theta'} V_0(\theta'') d\theta'' \right], \quad V_0(\theta) = V(z=0, \theta). \quad (6)$$

“Наложим” на стационарную волну (3) короткий импульс в виде дельта-функции. Условия (6) на границе примут вид:

$$V_0 = \text{th} \left(\frac{\theta}{2\Gamma} \right) + \alpha \delta(\theta - \theta_1), \quad (7)$$

$$U_0 = \text{ch} \left(\frac{\theta}{2\Gamma} \right) \exp \left[\frac{\alpha}{2\Gamma} H(\theta - \theta_1) \right].$$

Здесь H — единичная функция Хевисайда, равная нулю при отрицательных значениях аргумента и единице — при положительных значениях. Центр импульса смещен в положение $\theta = \theta_1$.

Заметим, что при отсутствии стационарной “ступеньки” изолированная δ -функция эволюционирует в соответствии с автомодельным решением [6]

$$V = 4\Gamma \beta \frac{\exp(-\xi^2)}{\sqrt{4\pi\Gamma z}} [1 + \beta \text{erf}(\xi)]^{-1}, \quad (8)$$

$$\xi = \frac{\theta}{\sqrt{4\Gamma z}}, \quad \beta = \text{th} \left(\frac{\alpha}{4\Gamma} \right).$$

Здесь $\text{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-\xi'^2) d\xi'$ — функция ошибок. Уже на малых расстояниях δ -импульс положительной полярности приобретает несимметричную колоколообразную форму. Его передний фронт круче заднего. Асимметрия сильнее выражена при значениях $\beta = \text{th}(\alpha/4\Gamma)$, близких к единице. С увеличением пройденного расстояния длительность импульса растет, а его пиковое значение уменьшается.

Взаимодействие короткого импульса и стационарной волны с граничным условием (7) описывается выражением

$$U = \text{ch} \left(\frac{\theta}{2\Gamma} \right) + \frac{\beta}{2} \left[\exp \left(\frac{\theta}{2\Gamma} \right) \text{erf} \left(\frac{\theta - \theta_1 + z}{\sqrt{4\Gamma z}} \right) + \exp \left(-\frac{\theta}{2\Gamma} \right) \text{erf} \left(\frac{\theta - \theta_1 - z}{\sqrt{4\Gamma z}} \right) \right]. \quad (9)$$

Процесс изображен на рис. 1а, 1б. Для рис. 1а параметры выбраны такими: $\beta = 0.98$, $\Gamma = 0.02$, $\theta_1 = 1$. Расстояние принято равным $z = 0.01; 0.1; 0.5; 1; 2$ для кривых 1–5 соответственно. Кривая 1 близка по форме к исходному импульсному возмущению, расположенному на удалении от фронта. Это возмущение бежит со сверхзвуковой скоростью, быстрее стационарной волны, и на некотором расстоянии “догоняет” фронт. При этом импульс уширяется, уменьшается по величине и сливается с фронтом. Кривые 3 и 4 показывают, что в процессе слияния образуется ударный фронт со скачком давления, увеличенным по

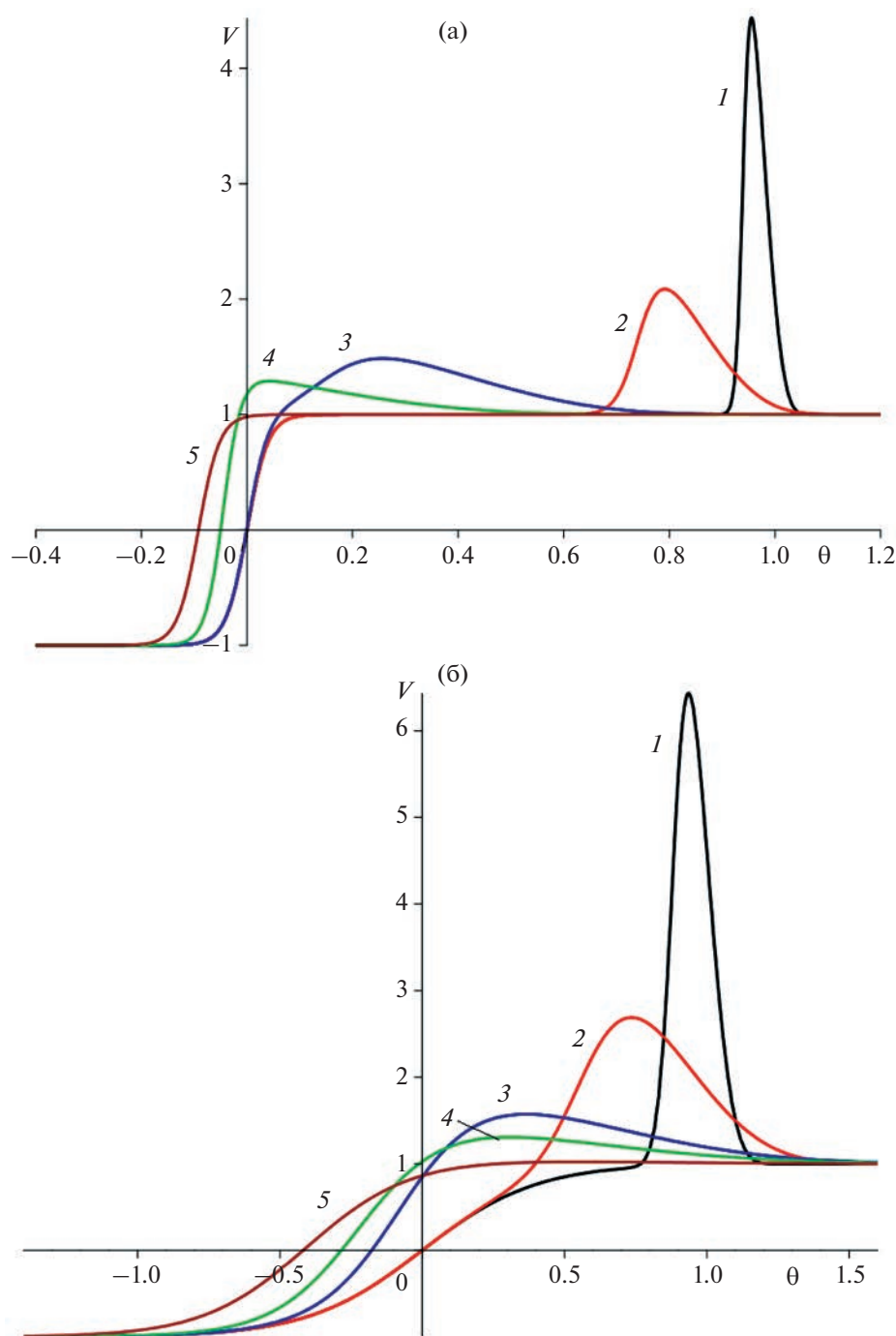


Рис. 1. Взаимодействие короткого импульса и стационарного фронта: (а) – $\beta = 0.98$, $\Gamma = 0.02$, (б) – $\beta = 0.8$, $\Gamma = 0.2$. Параметр $\theta_1 = 1$. Кривые 1–5 соответствуют расстояниям $z = 0.01; 0.1; 0.5; 1; 2$.

сравнению со стационарным значением. Это приводит к смещению фронта вперед по сравнению с исходным положением. После полного поглощения импульса волна снова принимает форму стационарного решения (кривая 5), а фронт останавливается и не сдвигается при дальнейшем распространении. Для рис. 1б параметры выбраны такими: $\beta = 0.8$, $\Gamma = 0.2$, $\theta_1 = 1$. Расстояние

принято равным $z = 0.01; 0.1; 0.5; 1; 2$ для кривых 1–5. Здесь детали процесса слияния видны более четко. Итоговая кривая 5 также представляет собой стационарное решение со сдвинутым вперед в результате взаимодействия фронтом.

Отметим дополнительно следующие особенности поведения решения. При увеличении параметра Γ , соответствующего уширению фронта

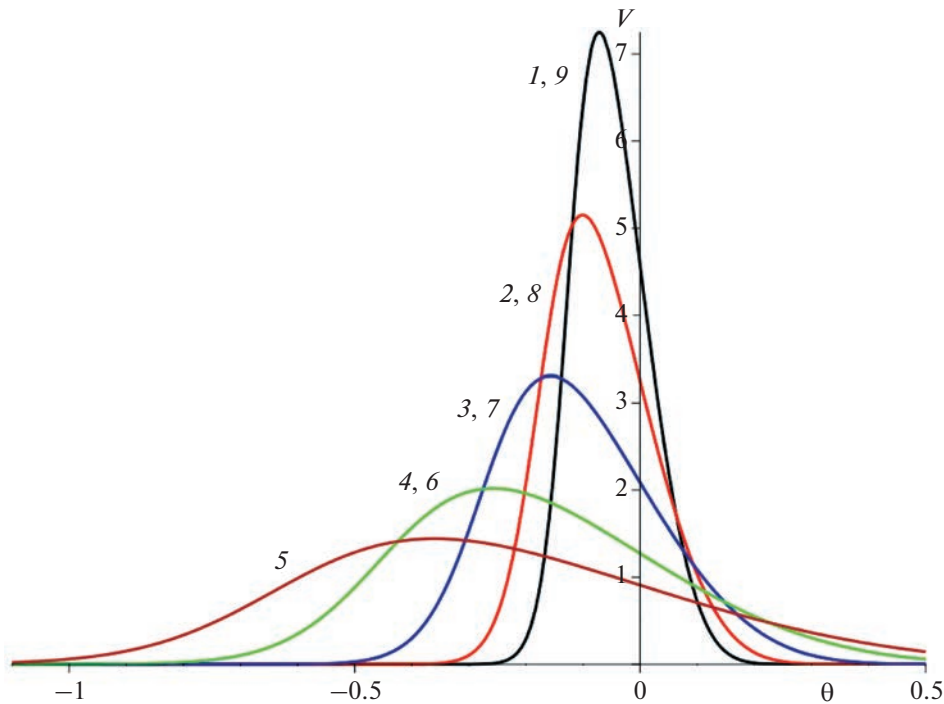


Рис. 2. Взаимодействие короткого импульса и формирующегося фронта; трансформация профиля импульса (12) без учета линейного фронта. Кривые 1–9 соответствуют расстояниям $z = 0.01; 0.02; 0.05; 0.15; 0.5; 0.85; 0.95; 0.98; 0.99$. Параметры $\beta = 0.98$, $\Gamma = 0.02$, $z_0 = 1$.

стационарного решения, “амплитуда” импульса на малых расстояниях становится больше. Однако это сопровождается более быстрым процессом рассасывания импульса, и его полное поглощение происходит практически на одном и том же расстоянии при разных значениях Γ . Уменьшение параметра β приводит к уменьшению “амплитуды” импульса и, как следствие, уменьшению сдвига ударного фронта в итоговом профиле.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОРОТКОГО ИМПУЛЬСА С ФОРМИРУЮЩИМСЯ ФРОНТОМ

В процессе формирования ударного фронта импульс претерпевает более сложную эволюцию. Как известно, простейшее точное решение уравнения Бюргера описывает прямолинейный участок профиля с переменной крутизной. При формировании фронта крутизна увеличивается; решение в этом случае имеет вид:

$$V(z, \theta) = \frac{\theta}{z_0 - z}. \quad (10)$$

Исходный наклон прямой (10) определяется константой z_0 . При распространении наклон увеличивается, и при $z \rightarrow z_0$ прямая стремится принять “вертикальное” положение. Разумеется, диссипация должна ограничить крутизну фронта зна-

чением 2Γ (см. (3)); это произойдет на расстояниях, меньших z_0 .

Чтобы рассчитать взаимодействие импульса с таким фронтом, зададим вместо (7) граничное условие следующего вида:

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{\theta}{z_0} + \alpha \delta(\theta), \\ U_0 &= \exp\left(\frac{\theta^2}{4\Gamma}\right) \exp\left[\frac{\alpha}{2\Gamma z_0} H(\theta)\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Решая уравнение для U и возвращаясь к V , получим:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\theta}{z_0 - z} + \\ &+ 4\Gamma\beta \frac{\exp\left(-\frac{\theta^2}{4\Gamma f(z)}\right)}{\sqrt{4\pi\Gamma f(z)}} \left[1 + \beta \operatorname{erf}\left(\frac{\theta}{\sqrt{4\Gamma f(z)}}\right)\right]^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь

$$f(z) = z\left(1 - \frac{z}{z_0}\right). \quad (13)$$

Сравним второе слагаемое в формуле (12) с формулой (8), описывающей эволюцию отдельного, не взаимодействующего с фронтом, δ -импульса. Видим, что различие состоит в том, что в

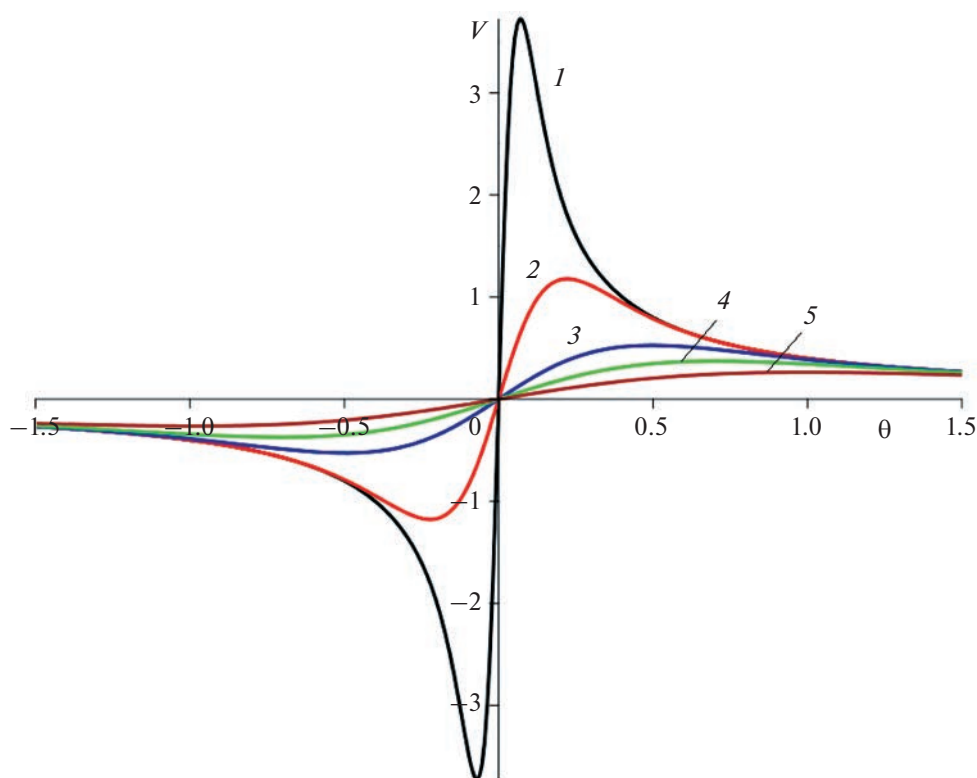


Рис. 3. Процесс разрушения стационарного решения с сингулярностью (при $\gamma = 0$). Кривые 1–5 соответствуют расстояниям $z = 0.01; 0.1; 0.5; 1; 2$. Параметр $\Gamma = 0.2$.

(12) вместо расстояния z присутствует приведенное расстояние (13), определяющее как длительность импульса во времени, так и его пиковое значение. Трансформация профиля импульса (12) без учета линейного фронта приведена на рис. 2 при следующих значениях параметров: $\beta = 0.98$, $\Gamma = 0.02$, $z_0 = 1$. Кривые 1–9 соответствуют расстояниям $z = 0.01; 0.02; 0.05; 0.15; 0.5; 0.85; 0.95; 0.98; 0.99$. Длительность при $z = 0$ равнялась нулю (пиковое значение было бесконечным). Затем импульс уширялся, а пиковое значение уменьшалось из-за диссипативных эффектов (кривые 1–4). Максимальной длительности $\theta_* = \sqrt{\Gamma z_0}$ (минимальной “амплитуды”) импульс достигает на расстоянии $z = z_0/2$ (кривая 5). В области $z_0/2 < z < z_0$ идет обратный процесс (кривые 6–9 повторяют соответствующие кривые 1–4, но уже для других расстояний). Импульс начинает сужаться из-за взаимодействия с формирующимся фронтом и при $z \rightarrow z_0$ вновь превращается в дельта-функцию. Эта тенденция отмечалась в работах [1–4]. Очевидно, что на сглаживающемся фронте $V(z, \theta) = -\theta/z$, крутизна которого уменьшается, будет происходить монотонный процесс увеличения длительности импульса и уменьшения его “амплитуды”, поскольку взаимодействие

с фронтом и диссипация в этом случае действуют в одном направлении.

В заключение этого раздела обратим внимание на известное свойство решений уравнения Бюргера, основанное на его инвариантности относительно проективного преобразования [7]

$$V_2 = \frac{\theta}{z_0 - z} + \frac{1}{1 - z/z_0} V_1 \left(\frac{z}{1 - z/z_0}, \frac{\theta}{1 - z/z_0} \right). \quad (14)$$

Его смысл состоит в следующем: если функция $V = V_1(z, \theta)$ есть точное решение уравнения Бюргера, то точным решением будет также функция $V = V_2(z, \theta)$, определяемая формулой (14). Используя (14) применительно к решению (8), получим сразу решение (12).

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИМПУЛЬСА С СИНГУЛЯРНОСТЬЮ ПРОФИЛЯ ВОЛНЫ

Как известно, уравнение Бюргера имеет точные решения с особенностями. Такие решения, на первый взгляд, лишены физического смысла. Простейшим из них является функция $V = 2\Gamma/\theta$. Поскольку здесь нет зависимости от расстояния, это решение, казалось бы, должно описывать стационарную волну. Однако, как показано в работе [8], решение с особенностью стационарным быть

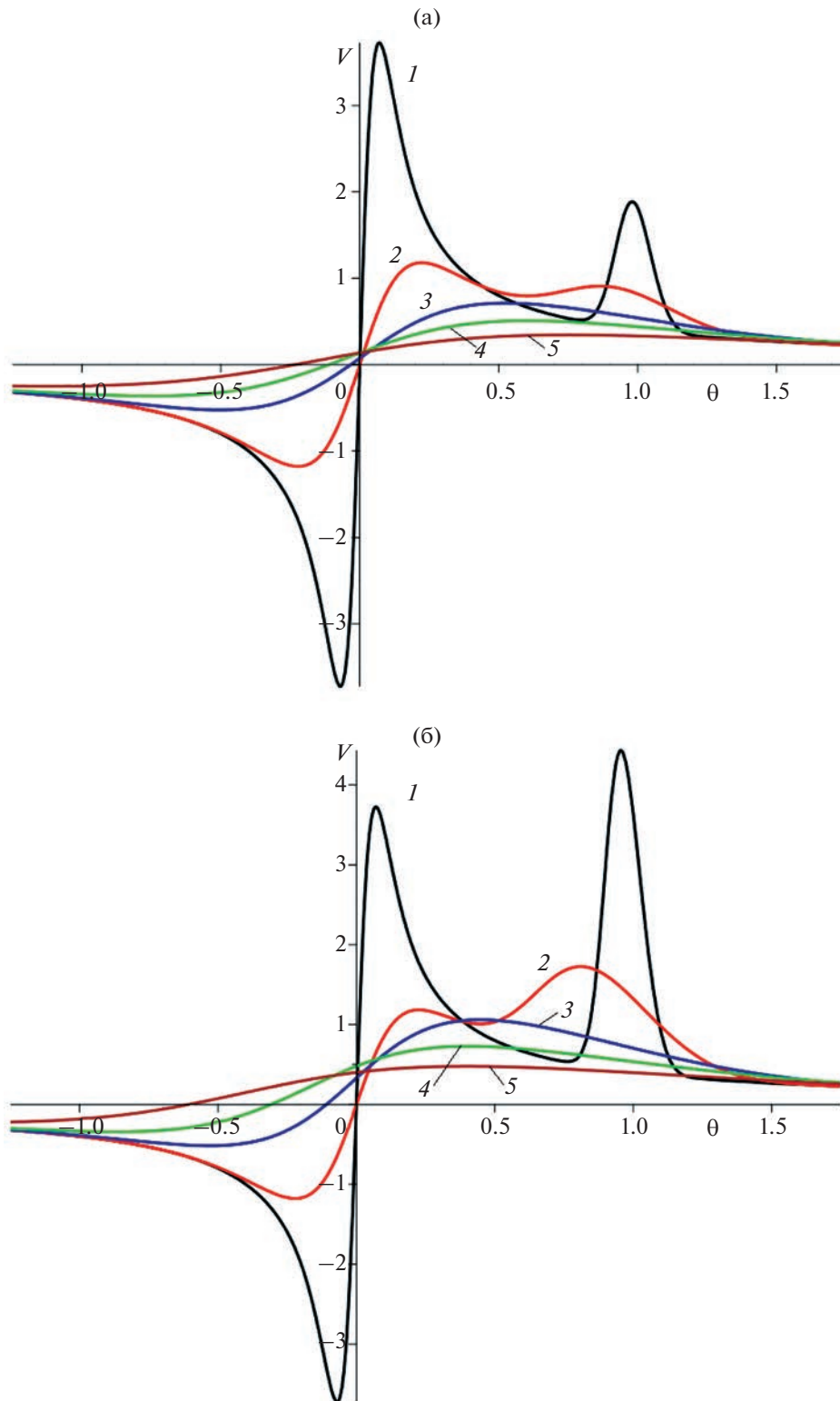


Рис. 4. Процесс взаимодействия импульса с сингулярностью при (а) — $\gamma = 0.4$, (б) — $\gamma = 2$ и (в) — $\gamma = 10^9$. Параметры $\Gamma = 0.2$, $\theta_1 = 1$.

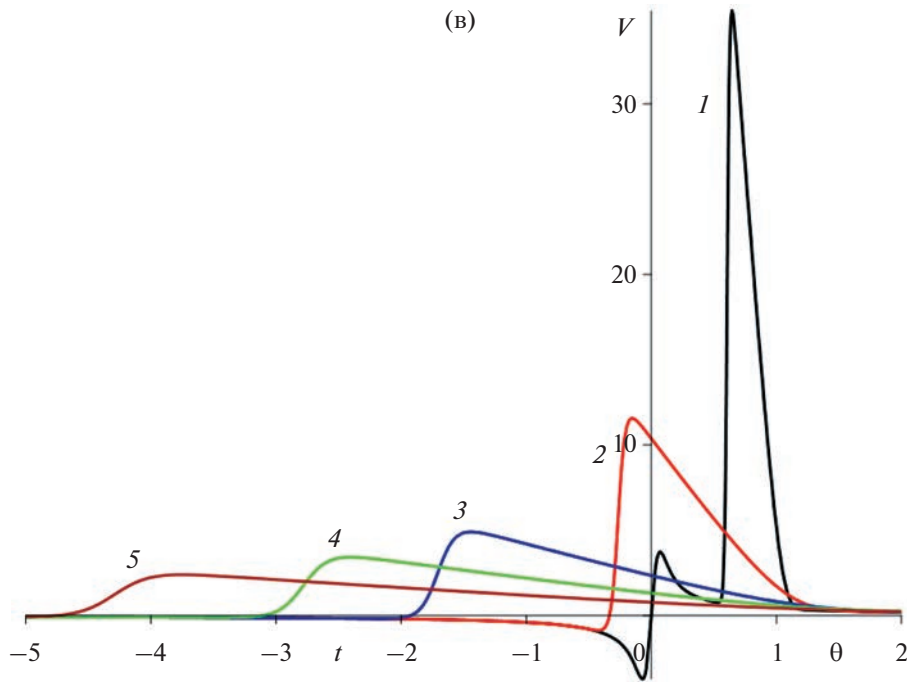


Рис. 4. Окончание.

не может, поскольку сингулярность разрушается (см. рис. 2).

Условия на границе типа (7), (11) примем для данной задачи в виде

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{2\Gamma}{\theta} + \alpha\delta(\theta - \theta_1), \\ U_0 &= |\theta| \exp\left[\frac{\alpha}{2\Gamma} H(\theta - \theta_1)\right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Решение уравнения Бюргерса для (15) имеет вид:

$$\begin{aligned} U &= \exp(-\xi^2) + \gamma \exp(-(\xi - \xi_1)^2) + \\ &+ \sqrt{\pi}\xi[\gamma + \operatorname{erf}(\xi) + \gamma \operatorname{erf}(\xi - \xi_1)], \\ V &= \sqrt{\frac{\pi\Gamma}{z}} \frac{1}{U} \{ \gamma[1 + \operatorname{erf}(\xi - \xi_1)] + \\ &+ \operatorname{erf}(\xi) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \gamma \xi_1 \exp(-(\xi - \xi_1)^2) \}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь для краткости обозначено:

$$\gamma = \frac{1}{2} \left[\exp\left(\frac{\alpha}{2\Gamma}\right) - 1 \right], \quad \xi = \frac{\theta}{\sqrt{4\Gamma z}}, \quad \xi_1 = \frac{\theta_1}{\sqrt{4\Gamma z}}. \quad (17)$$

Решение (16) для разрушения отдельной сингулярности при отсутствии возмущения $\gamma = 0$ упрощается:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\frac{\pi\Gamma}{z}} \frac{\operatorname{erf}(\xi)}{\exp(-\xi^2) + \sqrt{\pi}\xi \operatorname{erf}(\xi)}, \\ V|_{z \rightarrow 0} &= V|_{\xi \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{\Gamma}{z}} \frac{1}{\xi} = \frac{2\Gamma}{\theta}. \end{aligned} \quad (18)$$

Оно изображено на рис. 3 для параметра $\Gamma = 0.2$ и расстояний $z = 0.01; 0.1; 0.5; 1; 2$ (кривые 1–5). Отметим, что это решение является нечетным.

На рис. 4 изображен процесс “падения” короткого импульса на сингулярность и поглощения его в окрестности особой точки, идущий одновременно с разрушением особенности вследствие нелинейных и диссипативных эффектов, действующих одновременно. На рис. 4а и 4б приведены графики для импульсов относительно небольшой “амплитуды”. В этом случае импульс достаточно быстро поглощается. Формирующийся на больших расстояниях профиль похож на случай отсутствия падающего импульса, однако он становится несимметричным: пиковые положительные значения превышают пиковые отрицательные. На рис. 4в приведен случай падения короткого импульса с большой “амплитудой”. В этом случае явно видно формирование ударной волны, которая распространяется со сверхзвуковой скоростью и приводит к смещению ударного фронта.

Во всех рассмотренных случаях короткий импульс исчезает в окрестности исходной сингулярности профиля и не препятствует процессу ее разрушения, хотя заметно видоизменяет этот процесс.

Работа поддержана грантом РФФИ 19-29-06048.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маков Ю.Н., Руденко О.В.* Динамика возмущений нелинейных пилообразных волн // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 6. С. 824–828.
2. *Маков Ю.Н., Руденко О.В.* Возмущения формирующегося ударного фронта пилообразных волн в диссипативных средах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 257–260.
3. *Руденко О.В.* Нелинейные пилообразные волны // Успехи физ. наук. 1995. Т. 165. № 9. С. 1011–1036.
4. *Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Тюрина А.В.* Трансформация высокочастотного шума в поле ударной волны // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 554–561.
5. *Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И.* Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. М.: Физматлит, 2008. 496 с. ISBN 978-5-9221-1042-6.
6. *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 288 с.
7. *Ибрагимов Н.Х., Руденко О.В.* Принцип априорного использования симметрий в теории нелинейных волн // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 4. С. 406–419.
8. *Руденко О.В.* Разрушение сингулярности профиля сильно нелинейной волны в диссипативной среде // Докл. Акад. наук. Физика, технические науки. 2020. Т. 492. № 2. С. 61–65.

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА СФЕРИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД С УЧЕТОМ ПОГЛОЩЕНИЯ ЗВУКА В АКУСТИЧЕСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

© 2023 г. Н. С. Григорьева^а, *, Ф. Ф. Легуша^а, **, К. С. Сафронов^а, ***

^аСанкт-Петербургский государственный морской технический университет,
Лоцманская ул. 3, Санкт-Петербург, 190008 Россия

*e-mail: nsgrig@natalie.spb.su

**e-mail: legusha@smtu.ru

***e-mail: safronov.kirill.pm@gmail.com

Поступила в редакцию 26.05.2022 г.

После доработки 06.07.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Моделируется рассеяние плоской звуковой волны на сферической границе раздела двух жидких или газообразных сред. Принимается во внимание влияние теплопроводности и вязкости; при этом используются результаты классической работы Г. Кирхгофа о распространении звука в вязкой и теплопроводящей среде. Сферическая поверхность может иметь любой волновой размер. Полученные результаты сравниваются с полем, рассеянным на твердой сфере, являющейся идеальным проводником тепла.

Ключевые слова: сферическая полость, вязкая теплопроводящая жидкость, тепловые волны, вязкие волны

DOI: 10.31857/S0320791922700022, **EDN:** YJDSSP

АКУСТИЧЕСКИЕ, ВЯЗКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ ВО ВНЕШНЕЙ СРЕДЕ

Задача о поглощении звука при распространении звуковых волн вблизи границ двух жидких или газообразных вязких и теплопроводящих сред представляет значительный интерес для различных областей физической акустики. В частности, в гидроакустике часто встречается ситуация, когда звуковая волна, распространяющаяся в морской среде, взаимодействует с неоднородностями, имеющими различную физическую природу, например, с пузырями, заполненными газом. Рассеяние на одиночном пузыре, имеющем малый волновой размер, рассмотрено, например, в работах [1–6].

В настоящей статье рассматривается рассеяние плоской волны на сферической границе раздела двух жидких или газообразных вязких и теплопроводящих сред. Сфера имеет произвольные волновые размеры.

Все расчеты, приводимые ниже, основываются на выводах классических работ Г. Кирхгофа [7] и Б.П. Константинова [8], в основе которых лежит система линеаризованных уравнений аэродинамики с учетом вязкости и теплопроводности. Рассматривая плоские волны в свободном про-

странстве, Кирхгоф сводит решение этой системы уравнений к решению системы трех скалярных и одного векторного уравнения. Общее решение задачи об акустическом поле с учетом вязкости и теплопроводности получается из решений такой системы, удовлетворяющей также и граничным условиям.

Рассеянные волны, а также поле внутри сферы ищутся в виде рядов сферических гармоник без каких-либо специальных предположений о геометрии возникающих волн.

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Будем считать заданной падающую плоскую акустическую волну, бегущую в отрицательном направлении оси Oz . В работах [7, 8] показано, что при распространении звуковой волны в жидкой среде одновременно с ней возникает волна, представляющая акустическую добавку к статической температуре. Для приведенной температуры $T' = T/\beta$ можно написать

$$T'_{\text{inc}} = \exp(-ik_1 z) = \exp(-ik_1 r \cos \theta). \quad (1)$$

Здесь $k_1 = \omega/c$ — волновое число во внешней среде, c — адиабатическая скорость звука, $\omega = 2\pi f$ — частота.

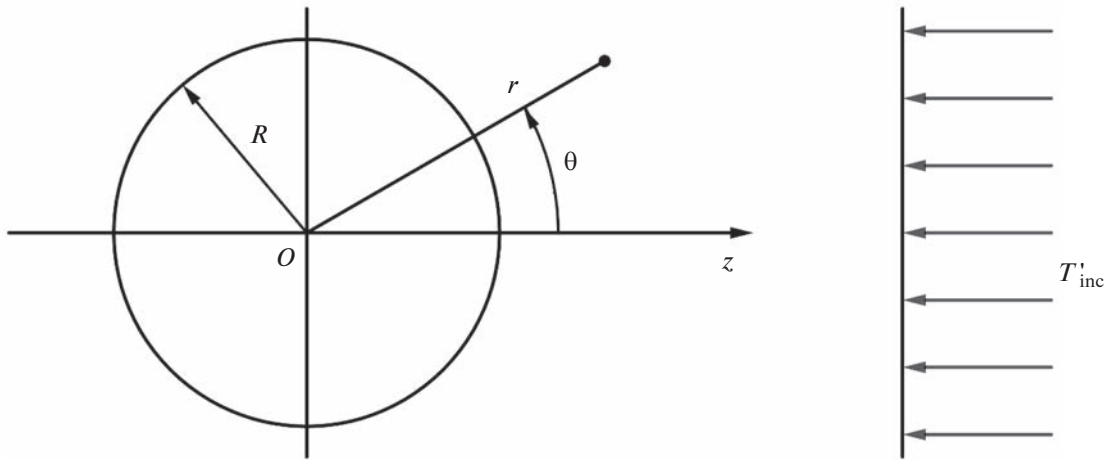


Рис. 1. Геометрия задачи.

Множитель $\exp(i\omega t)$, выражающий зависимость от времени, здесь и всюду ниже опускаем. В выражении для приведенной температуры $\beta = \gamma - 1/\alpha$, где γ – коэффициент Пуассона, α – коэффициент теплового объемного расширения.

В сферической системе координат (r, θ, φ)

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta \quad (2)$$

T'_{inc} можно представить в виде (см., например, [9])

$$T'_{\text{inc}} = \sum_{n=0}^{\infty} T_n j_n(k_1 r) P_n(\cos \theta), \quad (3)$$

где $T_n = i^{-n} (2n+1)$, $j_n(z)$ – сферическая функция Бесселя, $P_n(\cos \theta)$ – полином Лежандра степени n .

Отраженную от поверхности сферы акустическую волну T'_1 будем искать в виде ряда по сферическим функциям Ханкеля 1-го рода $h_n^{(1)}(k_1 r)$, удовлетворяющим условию излучения (условию Заммерфельда):

$$T'_1 = \sum_{n=0}^{\infty} t_{1,n} h_n^{(1)}(k_1 r) P_n(\cos \theta). \quad (4)$$

Здесь $t_{1,n}$ – искомые коэффициенты.

В работах [7, 8] показано, что при распространении звуковой волны (1) во внешней вязкой теплопроводящей жидкости появится также тепловая волна T'_2 , распространяющаяся от поверхности и удовлетворяющая уравнению

$$\Delta T'_2 + k_2^2 T'_2 = 0,$$

где $k_2 = (1+i)/\delta'$ – волновое число тепловой волны, $\delta' = \sqrt{2\nu'/\omega}$, ν' – температуропроводность

внешней среды. Мы будем искать тепловую волну в виде

$$T'_2 = \sum_{n=0}^{\infty} t_{2,n} h_n^{(1)}(k_2 r) P_n(\cos \theta), \quad (5)$$

где $t_{2,n}$ – искомые коэффициенты.

Колебательная скорость частиц в звуковой волне $\mathbf{u}$, согласно [7, 8], может быть представлена в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} + \left(\mathbf{v}' + \frac{h}{k_1^2} \right) \text{grad} (T'_{\text{inc}} + T'_1) + \left(\mathbf{v}' + \frac{h}{k_2^2} \right) \text{grad} T'_2, \quad (6)$$

где $h = i\omega$, $\mathbf{v}$ – компонента скорости, обусловленная вязкими волнами и удовлетворяющая уравнениям

$$\Delta \mathbf{v} + k_3^2 \mathbf{v} = 0, \quad \text{div} \mathbf{v} = 0, \quad (7)$$

$k_3 = (1+i)/\delta$, $\delta = \sqrt{2\eta_1/\omega}$, $\eta_1 = \eta_1/\rho_0$ – кинематическая вязкость, η_1 – динамическая вязкость, ρ_0 – плотность среды в отсутствие колебаний,

$$\text{grad} U = \frac{\partial U}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi, \quad (8)$$

$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$ – орты координатных осей сферической системы координат.

Величина $\mathbf{v}$ – скорость, входящая в уравнения (7), – есть не что иное, как решение системы уравнений для падающей волны, волны T'_2 и уравнений (7), когда не происходит колебаний давления, температуры или плотности ($\text{div} \mathbf{v} = 0$).

Распространяющиеся колебания величины $\mathbf{v}$ представляют собой вязкие волны. Они возника-

ют при распространении обычной акустической волны около неподвижной границы [8].

В сферической системе координат представим $\mathbf{v}$ в форме

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{e}_r + v_\theta \mathbf{e}_\theta. \quad (9)$$

Функции v_r и v_θ будем искать в виде

$$v_r = \sum_{n=0}^{\infty} V_{r,n} h_n^{(1)}(k_3 r) P_n(\cos \theta), \quad (10)$$

$$v_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} V_{\theta,n} h_n^{(1)}(k_3 r) dP_n(\cos \theta)/d\theta. \quad (11)$$

Здесь $V_{r,n}$, $V_{\theta,n}$ — искомые коэффициенты, связь между которыми находится из уравнения $\text{div} \mathbf{v} = 0$ при $r = R$:

$$V_{\theta,n} = V_{r,n} \frac{2h_n^{(1)}(k_3 R) + k_3 R h_n^{(1)'}(k_3 R)}{n(n+1)h_n^{(1)}(k_3 R)} \equiv V_{r,n} \Lambda_n; \quad (12)$$

$$n = 1, 2, \dots; V_{r,0} = 0.$$

Для того чтобы выразить давление p в звуковой волне, воспользуемся уравнением состояния и уравнением, выражающим закон сохранения энергии [8]:

$$\frac{p}{p_0} = S + \alpha T, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \beta \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{v}' \Delta T, \quad (13)$$

где p_0 — давление в среде в отсутствие колебаний, S — относительное уплотнение среды при колебаниях. В случае плоской падающей волны

$$\begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= S + \alpha \beta T' = \\ &= \left(\frac{\mathbf{v}' k_1^2}{h} + \alpha \gamma \right) (T'_{\text{inc}} + T'_1) + \left(\frac{\mathbf{v}' k_2^2}{h} + \alpha \gamma \right) T'_2. \end{aligned} \quad (14)$$

АКУСТИЧЕСКИЕ, ВЯЗКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ ВО ВНУТРЕННЕЙ СРЕДЕ

Все параметры внутренней среды будем помещать волной. Внутри среды распространяются:

— вторичная звуковая волна $\tilde{T}'_1$,

$$\tilde{T}'_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{t}_{1,n} j_n(\tilde{k}_1 r) P_n(\cos \theta), \quad (15)$$

— тепловая волна $\tilde{T}'_2$, распространяющаяся от поверхности сферы к ее центру,

$$\tilde{T}'_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{t}_{2,n} j_n(\tilde{k}_2 r) P_n(\cos \theta), \quad (16)$$

— вязкая волна $\tilde{\mathbf{v}} = \tilde{v}_r \mathbf{e}_r + \tilde{v}_\theta \mathbf{e}_\theta$,

$$\tilde{v}_r = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{V}_{r,n} j_n(\tilde{k}_3 r) P_n(\cos \theta), \quad (17)$$

$$\tilde{v}_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{V}_{\theta,n} j_n(\tilde{k}_3 r) dP_n(\cos \theta)/d\theta, \quad (18)$$

$$\tilde{V}_{\theta,n} = \tilde{V}_{r,n} \frac{2j_n(\tilde{k}_3 R) + \tilde{k}_3 R j_n'(\tilde{k}_3 R)}{n(n+1)j_n(\tilde{k}_3 R)} \equiv \tilde{V}_{r,n} \tilde{\Lambda}_n, \quad (19)$$

$n = 1, 2, \dots; \tilde{V}_{r,0} = 0$. В (15)–(19) $\tilde{t}_{1,n}$, $\tilde{t}_{2,n}$, $\tilde{V}_{r,n}$ — искомые коэффициенты, которые находятся из граничных условий задачи.

Тепловая волна, распространяющаяся во внутренней среде, существует за счет энергии, отбираемой у основной волны (1). В свою очередь, возбуждение во внутренней среде, заполняющей полость, неоднородной тепловой волны приводит к генерации в ней вторичной звуковой волны. Возбуждение этой волны обусловлено термоакустическим эффектом [10]. Результаты экспериментальных исследований термоакустического эффекта приведены в статьях [11, 12].

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

При падении звуковой волны на границу раздела жидких и газообразных сред (на поверхность сферы S) должны выполняться следующие граничные условия (см. [13, 14]):

$$\begin{cases} p|_S = \tilde{p}|_S, \\ u_r|_S = \tilde{u}_r|_S, \\ u_\theta|_S = \tilde{u}_\theta|_S, \\ \beta T'|_S = \tilde{\beta} \tilde{T}'|_S, \\ v\beta \frac{\partial T'}{\partial r}|_S = \tilde{v}\tilde{\beta} \frac{\partial \tilde{T}'}{\partial r}|_S, \\ \eta_l \frac{\partial u_\theta}{\partial r}|_S = \tilde{\eta}_l \frac{\partial \tilde{u}_\theta}{\partial r}|_S. \end{cases} \quad (20)$$

Второе из граничных условий (20) отражает факт равенства нормальных составляющих колебательной скорости на поверхности, разделяющей две среды. Третье и четвертое граничные условия соответственно указывают на возможность возбуждения неоднородных вязких и тепловых волн. Пятое уравнение является законом сохранения для теплового потока, текущего через границу. Появление теплового потока обусловлено затуханием вязких и тепловых волн в акустическом пограничном слое поверхности раздела. Первое уравнение совместно с шестым выполняют требование обращения в нуль суммы всех сил, действующих с обеих сторон на любой элемент границы. В результате этого граница двух сред не разрушается взаимодействующей с ней звуковой волной.

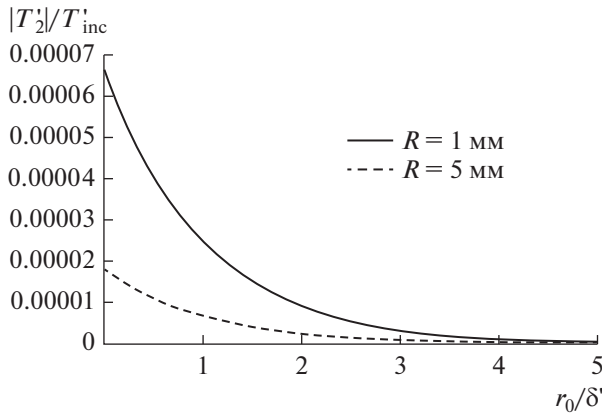


Рис. 2. Зависимость $|T'_2|/T'_{inc}$ от безразмерного расстояния r_0/δ' , $r = R + r_0$ для пузырька.

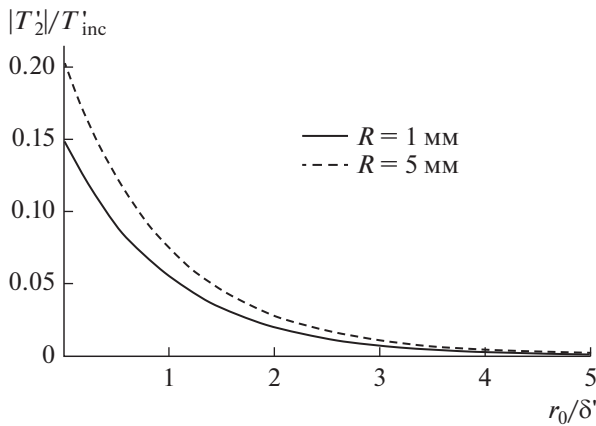


Рис. 3. Зависимость $|T'_2|/T'_{inc}$ от безразмерного расстояния r_0/δ' , $r = R + r_0$ для твердой сферической поверхности.

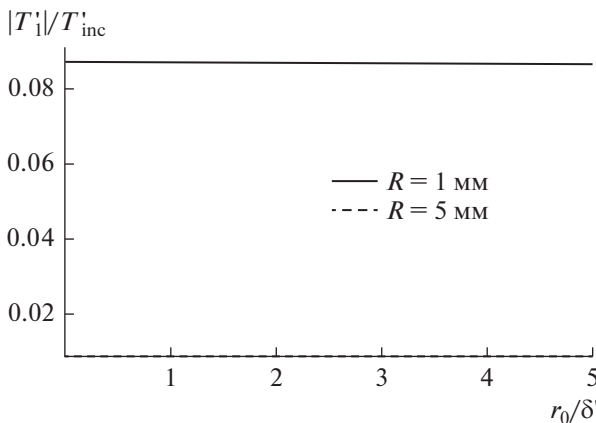


Рис. 4. Зависимость $|T'_1|/T'_{inc}$ от безразмерного расстояния r_0/δ' , $r = R + r_0$ для пузырька.

Подставляя в граничные условия (20) выражения для компонент поля в виде рядов и приравнявая коэффициенты в левой и правой частях при полиномах Лежандра порядка n ; $n = 0, 1, 2, \dots$, получим систему 6 уравнений с 6 неизвестными $t_{1,n}$, $t_{2,n}$, $V_{r,n}$, $\tilde{t}_{1,n}$, $\tilde{t}_{2,n}$, $\tilde{V}_{r,n}$.

ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравним звуковое поле, рассеянное на газовом пузырьке радиуса R и твердой сферической поверхности того же радиуса. На твердой сфере, являющейся идеальным проводником тепла, должны удовлетворяться граничные условия [8]:

$$\begin{cases} T'|_{r=R} = 0, \\ u_r|_{r=R} = 0, \\ u_\theta|_{r=R} = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Решение системы (21), где $T' = T'_{inc} + T'_1 + T'_2$, а дается формулой (6), сводится к решению алгебраической системы трех уравнений с тремя неизвестными: $t_{1,n}$, $t_{2,n}$, $V_{r,n}$.

Вычисления выполнены для $f = 1$ кГц, $R = 1$ и 5 мм. Для $R = 1$ мм: $k_1 R = 4.2 \times 10^{-3}$, $2\tilde{\delta}'/R = 1.6 \times 10^{-1}$. Для $R = 5$ мм: $k_1 R = 2.1 \times 10^{-2}$, $2\tilde{\delta}'/R = 3.2 \times 10^{-2}$.

На рис. 2 и 3 показана зависимость нормированной тепловой волны $|T'_2|/T'_{inc}$, распространяющейся в воде, от безразмерного расстояния r_0/δ' , $r = R + r_0$ для пузырька и твердой сферической поверхности соответственно; $\theta = \pi/4$.

На рис. 4 и 5 показана зависимость нормированной отраженной волны $|T'_1|/T'_{inc}$, распространяющейся в воде, от безразмерного расстояния r_0/δ' , $r = R + r_0$ для пузырька и твердой сферической поверхности соответственно.

Таким образом, в случае пузырька $|T'_1|/T'_{inc}$ уменьшается примерно в 10 раз по сравнению с твердой поверхностью. При увеличении радиуса сферы R в 5 раз значение $|T'_1|/T'_{inc}$ уменьшается как для пузырька, так и для твердой сферической поверхности. Для пузырька это уменьшение значительнее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается задача о взаимодействии бегущей плоской гармонической волны со сферической границей раздела двух сред, характеризующихся произвольным набором акустических и термодинамических параметров. Полу-

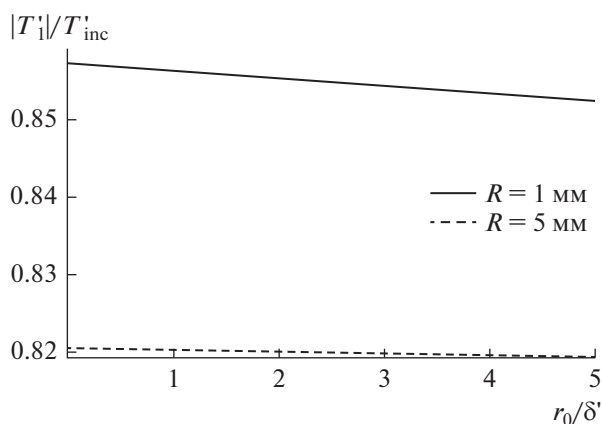


Рис. 5. Зависимость $|T'_1|/T'_{inc}$ от безразмерного расстояния r_0/δ' , $r = R + r_0$ для твердой сферической поверхности.

ченное решение справедливо при любых значениях $k_1 R$. Численное моделирование выполнено для случая воздушного сферического пузырька, взвешенного в сжимаемой и теплопроводящей жидкости. Показано, что в малой окрестности пузырька проникновение звуковой волны внутрь пузырька приводит к уменьшению значений $|T'_1|/T'_{inc}$ примерно в 10 раз по сравнению с твердой сферической поверхностью.

Полученное решение позволяет также исследовать влияние воздушной или водной полости в ледовой среде.

При сведении системы линеаризованных уравнений гидродинамики с учетом вязкости и теплопроводности к системе трех скалярных и одного векторного уравнения Кирхгоф пренебрегает по сравнению с единицей всеми степенями малых безразмерных величин $\eta_1 \omega / c^2$ и $\nu \omega / c^2$, кроме первой. Для рассмотренной в настоящей работе частоты $f = 1$ кГц отброшенные слагаемые будут иметь порядок 10^{-12} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Foldy L.L., Carstener E.L.* Propagation of sound through a liquid containing bubbles // *J. Acoust. Soc. Am.* 1947. V. 19. P. 481–501.
2. *Devin C.* Survey of thermal, radiation and viscous damping of pulsating air bubbles in water // *J. Acoust. Soc. Am.* 1959. V. 31. P. 1654–1667.
3. *Поздеев В.А.* Взаимодействие акустической волны давления с пузырьком газа в жидкости // *Акуст. журн.* 1984. Т. 30. № 6. С. 838–840.
4. *Temkin S.* Attenuation and dispersion of sound in dilute suspensions of spherical particles // *J. Acoust. Soc. Am.* 2000. V. 108. P. 126–146.
5. *Буланов В.А.* Введение в акустическую спектроскопию микронеоднородных жидкостей. Владивосток: Дальнаука, 2001. 203 с.
6. *Temkin S.* Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. Cambridge University Press, 2005. 418 p.
7. *Kirchhoff G.* Ueber den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung // *Annalen der Physik.* 1868. Bd. 210. № 6. P. 177–193.
8. *Константинов Б.П.* О поглощении звуковых волн при отражении от твердой границы // *Журн. техн. физ.* 1939. Т. 9. № 3. С. 226–238.
9. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 427 с.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 345 с.
11. *Легуша Ф.Ф., Невеселова К.В.* Экспериментальные исследования современных термофонов // *Морские интеллектуальные технологии.* 2015. Т. 1. № 4 (30). С. 60–65.
12. *Васильев Б.П., Горин С.В., Лебедев Г.А., Разрезова К.В., Сетин А.И.* Термоакустические источники звука — термофоны: расчет, проектирование, перспективы применения // *Морские интеллектуальные технологии.* 2019. Т. 1. № 1 (43) С. 167–172.
13. *Легуша Ф.Ф.* Импеданс границы раздела жидких сред с учетом эффекта Константинова // *Журн. техн. физ.* 1984. Т. 54 №1. С. 181–183.
14. *Легуша Ф.Ф.* Поглощение Константинова на границе раздела жидких полупространств // *Журн. техн. физ.* 1984. Т. 54. № 4. С. 671–678.

АКУСТОЭЛЕКТРОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ЖИДКОСТЯХ

© 2023 г. И. С. Кольцова^а, А. С. Хомутова^а, *

^аСанкт-Петербургский Государственный Университет, Физический факультет,
ул. Ульяновская 1, Санкт-Петербург, Петродворец, 198504 Россия

*e-mail: a.s.khomutova@gmail.com

Поступила в редакцию 22.07.2022 г.

После доработки 11.11.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

В работе рассматривается новый акустоэлектронный метод измерения скорости ультразвуковых волн в жидкости. Показано, что по изменению угла между направлением распространения ультразвуковой волны и нормалью к поверхности пьезокварцевого приемника, помещенного в исследуемую жидкость, можно определить скорость распространения этой волны в жидкости. Этим методом при частоте волны 3 МГц были измерены скорости звука в дистиллированной воде, глицерине, хладоне. Полученные экспериментальные величины скоростей удовлетворительно согласуются с табличными данными.

Ключевые слова: ультразвук, скорость, частота, фаза, пьезоприемник, осцилляция, волновой вектор, угол, импульс, давление, акустоэлектронное взаимодействие

DOI: 10.31857/S032079192260041X, **EDN:** QRGAVV

В экспериментальной практике скорость ультразвуковых волн в средах измеряется импульсно-фазовым методом, основанным на определении набега фаз при изменении расстояния между датчиками или частоты зондирующего импульса [1, 2]. Методы измерения скорости ультразвука продолжают совершенствоваться, однако все еще остаются относительно сложными и временными [3–7].

В данной работе рассматривается новый акустоэлектронный метод измерения скорости ультразвуковых волн (УЗВ) в жидкости. Метод основан на особенностях работы пьезоэлектрического преобразователя плоской акустической волны при изменении угла между фазовым фронтом волн и плоскостью преобразователя [1, 8].

Известно, что на поверхности пьезокварца при воздействии акустических волн возникают электрические заряды. При металлизации поверхностей кварца свободные электроны “считывают” эффективное электрическое поле.

Напряжение U , снимаемое со всей поверхности S приемного кварца:

$$U = D \int_S P_M dS,$$

где P_M — давление акустической волны в произвольной точке поверхности приёмника, D — размерная величина, связывающая напряжение с

эффективным давлением и зависящая от коэффициента электромеханической связи [1, 8].

Рассмотрим случай, когда прожекторный ультразвуковой луч падает на пьезокварцевый приемник, размеры которого много больше длины волн: $R \gg \lambda$.

На рис. 1 представлены ситуации (1), когда волновой вектор $\mathbf{k}$ и нормаль $\mathbf{n}$ к поверхности приемника параллельны друг другу. При этом набег фаз на поверхности приемника $\Delta\varphi = 0$, а величина напряжения, снимаемая с приемника, максимальная $U_{1\max}$. При образовании угла между нормалью к поверхности кварца и волновым вектором (2), такого, что одна половина площади приемного кварца будет находиться в зоне сжатия, а другая в зоне разрежения, набег фаз от одного края приемника до противоположного будет $\Delta\varphi = 360^\circ$. Напряжение, снимаемое с приемника, будет минимальное $U_{1\min}$.

Продолжая дальше увеличивать угол между нормалью и волновым вектором (3), можно опять достичь такого набега фаз на приемнике, при котором величина напряжения возрастает до некоторой максимальной величины $U_{2\max}$ и т.д. Осцилляционный характер сигнала будет зависеть от разности хода лучей, приходящих к краям приемника.

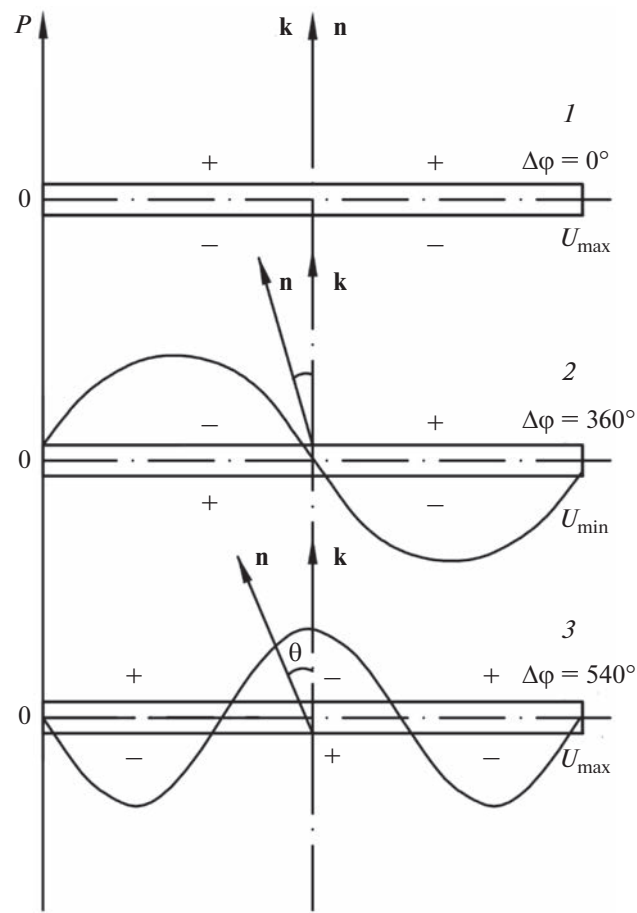


Рис. 1. Набег фаз на поверхности пьезодатчика при падении ультразвуковой волны.

Найдем выражение эффективного давления $\langle P \rangle$ для поршневого приемника радиуса $R \gg \lambda$, обычно применяемого в экспериментальной практике. Введем сферическую систему координат ρ, θ, φ с началом в центре приемного кварца. На рис. 2 представлена схема наклонного падения УЗ луча на поверхность приемника и показаны параметры, входящие в формулы.

Когда поверхность приемника параллельна фазовой поверхности волны, то давление P в каждой точке приемника имеет одну и ту же фазу и

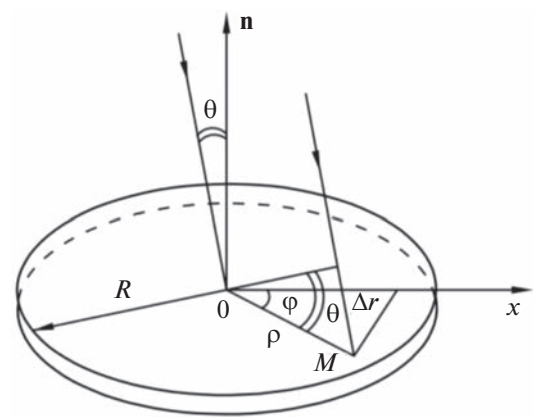


Рис. 2. Разность хода лучей при наклонном падении акустической волны на пьезоприемник конечных размеров.

амплитуду. В случае возникновения угла между направлением волнового вектора и нормалью к поверхности приемника имевшее место равенство давлений и постоянств фаз на приемнике нарушается. Разность хода лучей, приходящих в разные точки приемника Δr будет определяться следующим образом: $\Delta r = \rho \cos \varphi \sin \theta$.

Эффективное давление $\langle P \rangle$, определяющее величину напряжения, снимаемого с приемника, записывается следующим образом [1, 8]:

$$\frac{\langle P \rangle}{P_0} = \frac{\cos \theta}{S} \int_0^R \int_0^{2\pi} \cos(k\rho \sin \theta \cos \varphi) d\varphi d\rho, \tag{1}$$

где k – волновое число. Используя соотношение из теории специальных функций [14]:

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \cos t) dt,$$

где J_0 – функция Бесселя, преобразуем (1) к виду:

$$\frac{\langle P \rangle}{P_0} = \frac{\cos \theta}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi J_0(k\rho \sin \theta) \rho d\rho. \tag{2}$$

Вычислив интеграл, получим:

Таблица 1. Экспериментальные данные измерения скорости УЗВ в воде, хладоне, глицерине при нормальных условиях и частоте $\nu = 3$ МГц, радиусе приемника $R = 0.007$ м

Вещество	$\theta_{\min}$, град	$\sin \theta_{\min}$	β	$c \pm \Delta c$, м/с
Дистиллированная вода	2.45	0.04	3.8	1480 ± 30
Хладон	1.3	0.02	3.8	815 ± 20
глицерин	2.9	0.05	3.8	1850 ± 40

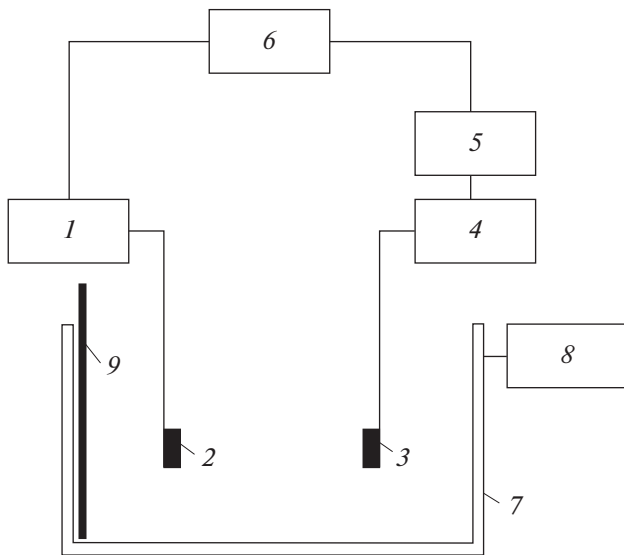


Рис. 3. Блок-схема установки: 1 — генератор, 2, 3 — пьезодатчики, 4 — усилитель, 5 — аттенюатор, 6 — осциллограф, 7 — кювета, 8 — термостат, 9 — термометр.

$$\frac{\langle P \rangle}{P_0} = \cos \theta \frac{2J_0(\beta)}{\beta} = f(k, R, \sin \theta), \quad (3)$$

$$\beta = kR \sin \theta. \quad (4)$$

Используя выражение для β , можно получить:

$$c = \sin \theta_{\min} \frac{2\pi \nu R}{\beta}, \quad (5)$$

ν — частота волны.

Измеряя зависимость $\langle P \rangle / P_0$ от θ , определяем $\theta_{\min}$, при котором $\langle P \rangle / P_0$ достигает минимума. По таблицам $J_0(\beta)$ определяем величину β . Величины ν , R задаются условиями эксперимента. Подставляя эти данные в формулу (5), рассчитываем скорость звука в исследуемой жидкости.

Акустоэлектронный способ измерения скорости ультразвука в жидкостях отрабатывался при измерениях скорости в дистиллированной воде.

На рис. 3 представлена блок-схема установки, на которой измерялась скорость УЗВ в дистиллированной воде, хладоне, глицерине акустоэлектронным методом. В кювету, заполненную исследуемой средой, опускались герметизированные пьезодатчики (2, 3) на любую технологически требуемую глубину. Центры датчиков находились на одной оси, плоскости устанавливались параллельно друг другу. Расстояние между ними выбиралось так, чтобы они были во взаимноперпендикулярных зонах. При частоте 3 МГц и радиусе образца кварца $R = 7$ мм протяженность прожекторной зоны L определялась по формуле $L = R^2 / 2\lambda$ [9] для воды, глицерина, хладона: $L_{\text{в}} = 5 \times 10^{-2}$ м, $L_{\text{г}} = 4 \times 10^{-2}$ м, $L_{\text{х}} = 9 \times 10^{-2}$ м. В этом случае угол

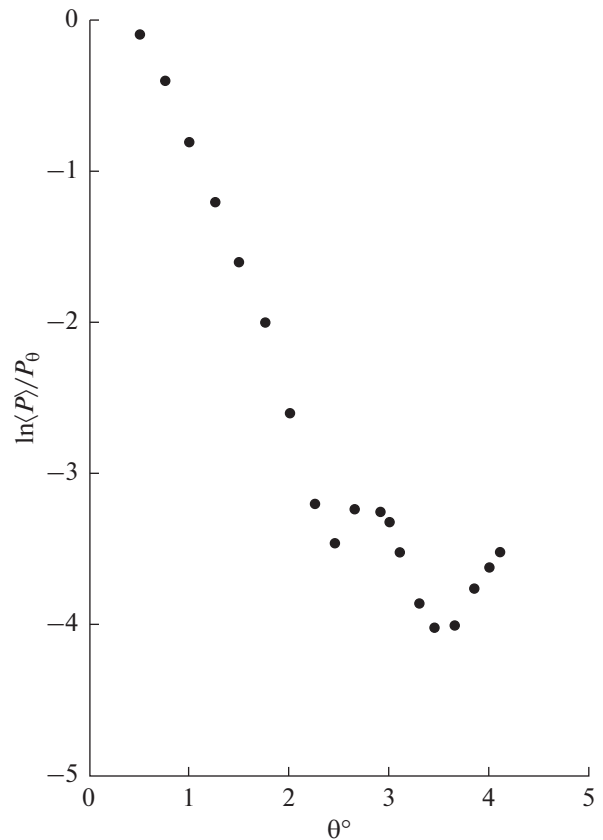


Рис. 4. Зависимость $\ln \langle P \rangle / P_0$ от θ в дистиллированной воде.

между волновым вектором $\mathbf{k}$ распространяющихся волн и нормалью приемника $\theta = 0$, на осциллографе фиксировалась высота амплитуды первого прошедшего импульса, отмечалось показание аттенюатора. Затем приемный кварц начинали вращать вокруг оси, лежащей в его плоскости и делящей его площадь в отношении $S/2$. При вращении приемника его площадь начинала попадать в разнофазовые плоскости УЗВ, возникал набег фаз. Возникали соответствующие изменения высоты импульса. Высоту импульса на экране осциллографа, с помощью аттенюатора, подстраивали до первоначальной величины. По градуировочной кривой аттенюатора находили логарифмические значения величин высот импульсов при повороте приемного кварца, при соответствующих углах θ . Строился график: по оси абсцисс наносились углы поворота приемника, по оси ординат соответствующие логарифмические значения величин высот импульсов. Выбирался шаг угла поворота приемника, позволяющий надежно фиксировать угол первого минимума $\theta_{\min}$.

На рис. 4–6 приведены зависимости $\langle P \rangle / P_0$ от угла θ , области углов первого минимума, полученные при измерении скорости УЗВ в воде, хла-

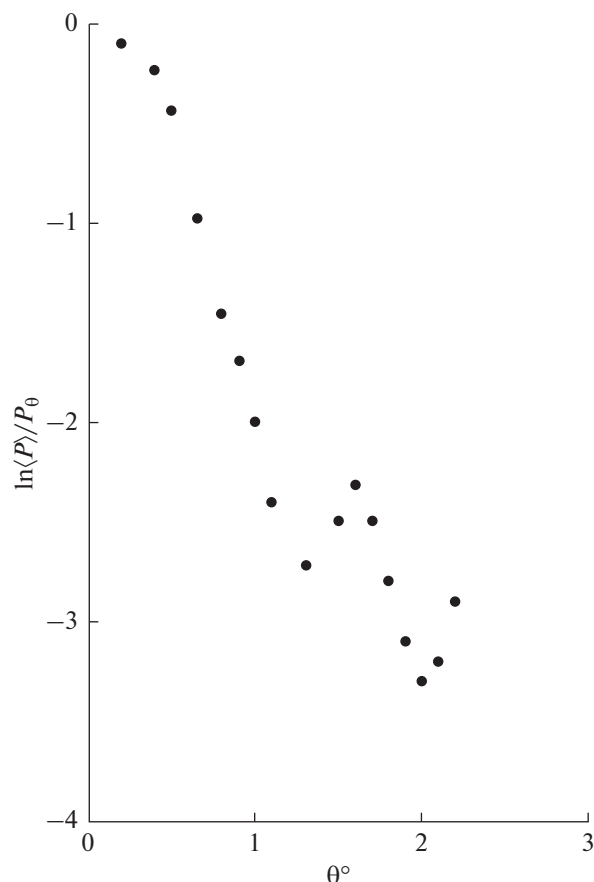


Рис. 5. Зависимость $\ln \langle P \rangle / P_0$ от θ в глицерине.

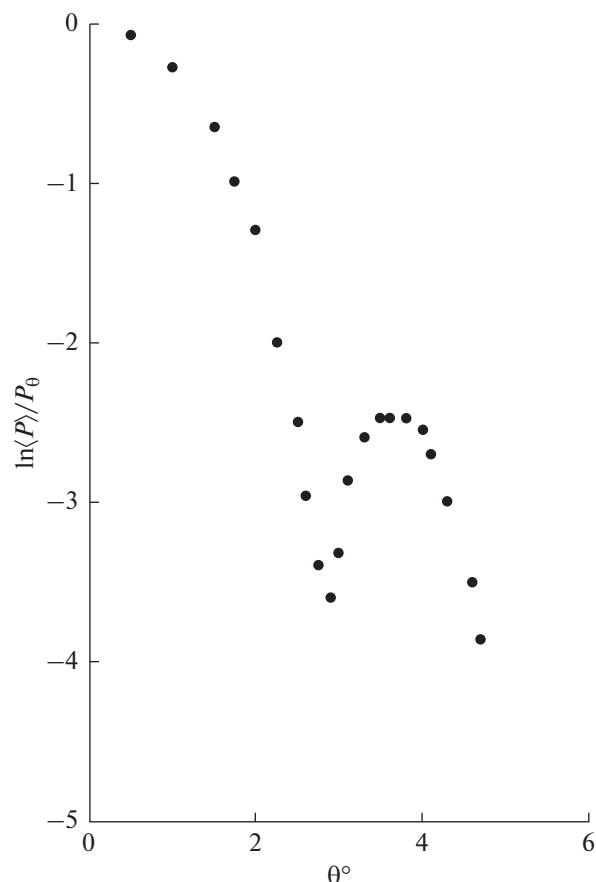


Рис. 6. Зависимость $\ln \langle P \rangle / P_0$ от θ в глицерине.

доне, глицерине при нормальных условиях и частоте $\nu = 3$ МГц, радиусе приемника $R = 0.007$ м. Экспериментальные данные приведены в табл. 1.

Полученные данные удовлетворительно согласовывались с табличными [15]. Основная погрешность измерения скорости УЗВ акустоэлектронным методом определяется погрешностями измерения углов и размеров приемника. В общем случае она лежала в области 1–5%. Изменение угла между направлением распространения волны и нормалью к плоскости приемника осуществлялось вручную. Из рис. 4–6 хорошо видно, как при уменьшении шага изменения угла увеличивается точность определения угла $\theta_{\min}$. Данный метод можно реализовать в автоматическом варианте, предусмотрев максимальные условия для уменьшения погрешности измерения.

Таким образом, в работе рассматривается связь между скоростью УЗВ в исследуемой среде, набегом фаз на поверхности пьезоприемника, величиной импульса как функции от угла между волновым вектором ультразвуковой волны и нормалью к поверхности пьезоприемника.

Акустоэлектронный метод измерения скорости ультразвука, в частности, может быть успешно применен для оперативного контроля температурных, полимеризационных, динамических процессов в полимерных средах, так как малые смещения пьезоприемника в процессе измерения $\theta_{\min}$ не будут вызывать деструкцию в вязкой полимерной среде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972. 307 с.
2. Шутилов В.А. Основы физики ультразвука. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. 284 с.
3. Кузнецова И.Е., Зайцев Б.Д., Джоши С.Г., Теплых А.А. Влияние жидкости на характеристики антисимметричных волн Лэмба в тонких пьезоэлектрических пластинах // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 5. С. 637–644.
4. Гурбатов С.Н., Демин И.Ю., Клемина А.В., Клемин В.А. Акустический анализ состава крови человека // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 4–5. С. 496–505.
5. Жогликов В.А., Лебедев Е.В., Ванягин А.В., Дерябин М.С. Способ определения скорости звука в жидких сре-

- дах // RU Патент 2436050 С1. Оpubл. 10.12.2011. Бюл. № 34.
6. Майер А.Е., Погорелко В.В., Яловец А.П. Упругие волны в суспензиях // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 2. С. 153–160.
7. Богданов С.В. Интерференционный акустооптический метод измерения скорости звука // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 461–466
8. Кольцова И.С., Михайлов И.Г., Журбенко В.П. Исследование акустического фона приемником конечных размеров // Вестник ЛГУ. 1981. № 16. С. 18–21.
9. Мэзон У. Физическая акустика. М.: Мир, 1966. Т. 1. Гл. 7. С. 501–557.
10. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 495 с.
11. Кольцова И.С. Распространение ультразвуковых волн в гетерогенных средах. СПб.: СПбГУ, 2007. 245 с.
12. Гуляев Ю.В., Крамер Н.И., Королюк А.П., Рой В.Ф. Акустомагнетоэлектрический эффект // Открытие № 133 от 31 января 1964 г.
13. Гуляев Ю.В., Хикернелл Ф.С. Акустоэлектроника: история, современное состояние и новые идеи для новой эры // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 1. С. 101–110.
14. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Л., М.: Наука, 1977. 342 с.
15. Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др. Физические величины. Справочник // Под. ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

УЛЬТРАЗВУКОВОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ НЕФТЯНЫХ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ

© 2023 г. М. С. Муллакаев^а, *, Р. М. Муллакаев^а, **, И. Б. Есипов^а, ***

^аРоссийский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина,
Ленинский пр-т 65, Москва, 119991 Россия

*e-mail: mullakaev@mail.ru

**e-mail: r.m.mullakaev@mail.ru

***e-mail: igor.esipov@mail.ru

Поступила в редакцию 05.08.2022 г.

После доработки 15.02.2023 г.

Принята к публикации 16.03.2023 г.

Показано, что ультразвуковое воздействие на нефтяные дисперсные системы приводит к значительному снижению их вязкоупругих свойств. Экспериментально определены режимные параметры ультразвукового воздействия на высоковязкую нефть с целью снижения ее эффективной вязкости и температуры застывания. Результаты опытно-промышленных испытаний разработанного ультразвукового модуля свидетельствуют, что воздействие на высоковязкую нефть в проточном режиме позволяет существенно модернизировать существующую технологию транспортировки высоковязкой нефти.

Ключевые слова: ультразвук, нефтяные дисперсные системы, высоковязкая нефть, эффективная вязкость, температура застывания, ультразвуковой модуль, опытно-промышленные испытания

DOI: 10.31857/S0320791922600408, **EDN:** QRAVIP

ВВЕДЕНИЕ

Согласно современным представлениям, нефть является сложной системой с внутренней организацией, способной изменяться под воздействием внешних факторов. В нефти содержатся дисперсные частицы сложного строения на основе агрегатов асфальтенов, способные к самостоятельному существованию, и поэтому ее рассматривают как нефтяную дисперсную систему [1]. Среди эффективных методов воздействия на такую систему, с целью изменения ее вязкоупругих свойств, все более значимое место приобретают физические методы, характерной особенностью которых является использование в качестве “рабочего агента” не вещества (вода, пар, газ, химические реагенты и т.д.), а физических полей различной природы. При этом одним из наиболее эффективных физических методов воздействия на нефтяную дисперсную систему является ультразвуковое (УЗ) воздействие. Кроме того, с помощью ультразвука весьма информативно определяются различные параметры сплошной среды [2].

Исследования, направленные на изучение влияния УЗ-воздействия на вязкоупругие свойства нефтяной дисперсной системы, приводятся в работах [3–5]. В работе [3] приведены результаты исследований эффективности УЗ-воздействия

на вещество, а также особенности развития кавитации в жидкостях с различными физико-химическими свойствами. В работе [4] исследуется осесимметричная акустическая волна, распространяющаяся в сдвиговом течении в трубопроводе при различных значениях частоты и сдвигового среднего потока, а также влияние этих параметров на относительную фазовую скорость и коэффициент затухания волны, распространяющейся в воде и идеальном газе. Подробно обсуждаются возникающие при этом термовязкостные эффекты. Результаты экспериментального исследования затухания ультразвука от частоты (в диапазоне 10–23 МГц) и концентрации (от 0.1 до 10%) асфальтенов в смесях с толуолом приводятся в работе [5], которые свидетельствуют о том, что затухание имеет релаксационную природу и дает дополнительную информацию о структурных превращениях и фазовых переходах.

В работах показано, что в жидкостях существует неизвестный ранее низкочастотный вязкоупругий релаксационный процесс, обусловленный коллективными взаимодействиями больших групп молекул (ассоциатов, мицелл), причем время их релаксации может на много порядков превышать время оседлого существования отдельных молекул [6]. В работе [7] измерили модуль сдвига и

тангенс угла механических потерь для нескольких жидкостей в диапазоне частот от 10^4 до 10^5 Гц и установили, что увеличение частоты сопровождается уменьшением модуля сдвига и увеличением тангенса угла механических потерь. Дальнейшие экспериментальные результаты исследования низкочастотной (10^5 Гц) сдвиговой упругости коллоидной суспензии наночастиц различных размеров акустическим импедансным методом подтвердили, что это является их объемным свойством [8].

Известно, что нефтяные дисперсные системы проявляют свойство аномально медленного перехода к состоянию равновесия. Авторами работы [9] приведены результаты экспериментов по наблюдению медленной эволюции модулей вязкоупругости тяжелой нефти при различных частотах и температурах. Получено модельное дифференциальное уравнение, описывающее медленную кинетику изменения внутренних параметров среды. В отличие от принятой экспоненциальной временной зависимости, медленная кинетика приводит к логарифмической временной зависимости затухания возмущения. Новыми исследованиями [10] экспериментально установлено, что комплексный модуль сдвига линейно зависит от амплитуды сдвиговых возмущений, что возможно при линейной зависимости величины вязкоупругих характеристик от модуля деформации среды. В работе [11] показано, что при рациональных значениях мощности и времени УЗ-обработки, а также в зависимости от обводненности и исходной температуры тяжелой нефти, ее вязкость можно снизить на 86%. Причем эффект УЗ-обработки зависит от количества и распределения кристаллов парафинов в тяжелой нефти. Доказана также синергетика совместной обработки ультразвуком и химическими реагентами, приводящей к дополнительному снижению вязкости нефти.

В работе [12] показано, что УЗ-воздействие в течение 2 мин (частота 32.5 кГц, удельная мощность 0.008 Вт/см²) снижает статический предел текучести на 17% у образца мазута-100, охлажденного до -15°C в пристеночном слое вращающегося патрубка. Получена также линейная регрессионная зависимость между отношением пороговой силы начала движения патрубка, тока потребления УЗ-преобразователя и температурой топлива.

Исследовано влияние УЗ-обработки на вязкоупругие свойства образцов сырой нефти [13] и установлено, что течение нефти носит псевдопластичный характер. Показано, что после УЗ-обработки нефти в течение 40 мин диспергируют тяжелые компоненты, причем вязкость и скорость флокуляции достигают минимума. В работе [14] исследовано влияние УЗ-волн частотой 25 и 68 кГц и мощностью 100, 250 и 500 Вт на вязкость парафина, синтетической нефти и керосина в

гладкой капиллярной трубке. Результаты показывают, что вязкость жидкостей уменьшается под воздействием ультразвука, что связывается с индуцированным выделением тепла и кавитацией внутри жидкости. Распространение УЗ-волн было использовано для исследования гелеобразования парафинистой сырой нефти, вызванного кристаллизацией парафина при снижении температуры ниже порогового значения ее застывания [15].

В работе [16] исследовано влияние УЗ-волн различных частот и мощности на изменение вязкости трех нефтепродуктов. После УЗ-обработки вязкость всех нефтепродуктов снижается, причем снижение вязкости возрастало с увеличением мощности УЗ-воздействия и изменялось обратно пропорционально увеличению его частоты. Авторами [17, 18] показано, что эффективность УЗ-воздействия зависит от компонентного состава нефти. После УЗ-обработки нефти с высоким содержанием парафинов и смол наблюдалось снижение температуры застывания на 16°C и вязкости при 10°C — в 6 раз. УЗ-обработка нефтей с высоким содержанием парафина и низким содержанием смолисто-асфальтеновых компонентов ведет к повышению вязкости, температуры застывания и количества парафиновых отложений [19].

В работе [20] установлено, что УЗ-обработка приводит к уменьшению вязкости высокосмолистой нефти, что связано с разрушением структуры асфальтенового ядра дисперсной фазы и эффект снижения вязкости длится больше 1 года. В то же время УЗ-обработка нефти с высоким содержанием парафина приводит к возрастанию вязкости за счет диспергирования кристаллической фазы парафиновых углеводородов и взаимодействия их с асфальтенами, что приводит к структурированию нефти с переходом ее в связанно-дисперсное состояние. В работе [21] приведены результаты исследования УЗ-воздействия на нефть с высоким содержанием парафина, которые показали уменьшение кинематической вязкости на 8.4%, температуры застывания — на 14°C , эффект сохраняется в течение 20 сут.

Авторы в работе [22] показали, что УЗ-обработка нефти с высоким содержанием парафина и смол в течение 15 мин приводит к снижению динамической вязкости в области малых скоростей сдвига в 17 раз и температуры застывания — на 20°C , которые остаются неизменными в течение 5–7 сут. Исследование состава нефти и ее компонентов методами хромато-масс-спектрометрии и ИК-спектроскопии показали, что УЗ-обработка не приводит к заметному изменению компонентного состава нефти.

Анализ литературы показывает, что УЗ-обработка эффективна для тяжелых нефтей. В работе [23] показали, что при оптимальных режимных параметрах УЗ-обработки вязкость вакуумного остат-

ка уменьшилась на 23.6%, содержание асфальтенов уменьшилось на 5% массовых. Авторы [24] считают, что это связано с изменением структуры асфальтенов и смол после УЗ-обработки за счет отрыва углеводородных заместителей от колец и их раскрытия, что приводит к уменьшению содержания ароматических и увеличению содержания насыщенных соединений, что подтверждается данными ЯМР-спектроскопии.

Влияние сонохимического воздействия на вязкоупругие свойства нефтей различного компонентного состава исследовано в работе [25, 26]. Сонохимическое воздействие позволяет в 2–2.5 раза снизить динамическую вязкость исследуемых нефтей. С использованием лазерного фотонного спектрометра показано, что разбавление нефти н-гексаном приводит к снижению средних радиусов ассоциатов в 1.5 раза, а дополнительная УЗ-обработка в этом случае приводит к снижению средних радиусов ассоциатов в 2–2.5 раза.

Существенное снижение вязкости и температуры застывания нефти достигается при совместном воздействии ультразвука и реагента, причем прослеживается явная синергетика их действия [27]. В работе [28] авторы использовали сонохимический метод для обработки нефтей с высоким содержанием парафина и смол различных месторождений Казахстана, и в результате удалось снизить динамическую вязкость нефти в среднем на 30–40%. Термоакустическая обработка нефти с высоким содержанием парафина и смол показала, что после обработки вязкость нефти снижается в 1.7 раза, а температура застывания уменьшается на 32°C [29].

Исследования образцов высоковязкой нефти методом импульсной ЯМР-релаксометрии показали, что после УЗ-обработки с частотой 22 кГц в течение 180 с происходит пептизация асфальтосмолопарафинистых веществ с переходом парафинов в состав сольватного слоя по диффузионному механизму и усиление прочности его структуры [30]. Структура нефти становится двухъядерной: ядрами выступают асфальтены и молекулы парафина, т.е. создается двухфазная структура, где парафиновая фаза встроена в асфальтовую фазу.

В работах [2, 18] выявлен механизм УЗ-воздействия на нефтяные дисперсные системы. УЗ-воздействие на нефтяные дисперсные системы за счет нелинейных акустических эффектов разрушает как первичные (слоисто-пачечные ассоциаты), так и вторичные надмолекулярные образования (мицеллы). После прекращения УЗ-воздействия дисперсные частицы восстанавливают гибкую решетчатую структуру за счет броуновского движения. Но структуру можно стабилизировать введением реагентов, когда за счет УЗ-воздействия химические реагенты эффективно распределяют-

ся по всему объему и препятствуют обратному восстановлению надмолекулярных образований.

Задачей данной работы является экспериментальное исследование УЗ-воздействия на высоковязкую нефть с целью регулирования ее вязкоупругих свойств для разработки основ энерго- и ресурсосберегающей УЗ-технологии транспортировки высоковязкой нефти.

АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Аппаратура и методика ультразвуковой обработки

Порционная обработка 200–300 мл нефти проводилась в стальном реакторе, в том числе с введенными реагентами при температуре 50°C с использованием магнитострикционного преобразователя мощностью 2.2 кВт, работающего на резонансной частоте 22.1 кГц и питающегося от генератора УЗГ-2М мощностью 2 кВт. Ультразвуковые колебания в жидкофазную нагрузку вводились с помощью стержневого волновода с диаметром рабочего торца 30 мм, амплитуда колебаний излучателя составляла 10 мкм при частоте 22 кГц. До начала УЗ-обработки и после ее окончания осуществлялось термостатирование пробы нефти в течение 30 мин при температуре 20°C. При комбинированном воздействии вначале добавлялся химический реагент, а затем образец нефти подвергался УЗ-воздействию.

Аппаратура и методика измерения вязкости

Динамическую вязкость определяли на ротационном вискозиметре Brookfield DV–III Ultra. Измерения обрабатывались с использованием стандартной программы прибора “REOCALC” с погрешностью не более 3%. В методике измерения учтены требования международного стандарта ASTM D2602, международного стандарта ASTM D4684 и ГОСТ 1747-91. Эффективная вязкость (с учетом $\tau_0 \approx 0$) определялась по формуле:

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}},$$

где μ_{eff} – эффективная вязкость [Па·с]; τ – напряжение сдвига [Па]; $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига [1/с].

Температуру застывания образцов определяли на приборе “ИНПН” (Кристалл), с точностью $\pm 0.2^\circ\text{C}$. Перед измерениями 300 г образца нефти подвергали обработке с плотностью УЗ-мощности 200 Вт/л в течение 15–20 мин, и затем проводили измерения температуры застывания.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Экспериментальные исследования проводились на образцах высоковязкой нефти Ашаль-

Таблица 1. Физико-химические свойства нефти Ашальчинского месторождения

Показатели	Величины
Плотность при 15°C, кг/м ³	967
Вязкость кинематическая при 20°C, мм ² /с	2495
Вязкость динамическая при 20°C, мПа с	2413
Содержание серы, мас. %	4.18
Содержание воды, мас. %	0.650
Температура застывания, °C	–15
Массовая доля парафинов, %	2.2
Компонентный состав, мас. %	
углеводороды	59.7
смолы	32.1
асфальтены	8.2

чинского месторождения, характеристики которой приведены в табл. 1. Нефть высоковязкая, имеет высокую плотность и относится к битуминозному типу. После подъема нефти, вследствие разности давления и температуры в пласте и на поверхности, она превращается в жидкость со сложными вязкоупругими свойствами, вследствие оседания смол и парафинов. В работах [31, 32] приведены результаты исследования фракционного, компонентного, структурно-группового, углеводородного состава и физико-химических свойств нефти Ашальчинского месторождения и ее фракций. Вязкоупругие свойства образцов битуминозной нефти данного месторождения в диапазоне температур 5–60°C исследованы в работе [33]. Показано, что нефть начинает проявлять неньютоновские свойства при температуре меньше 30°C. В неньютоновской области течения динамическая вязкость нефти с высокой степе-

нью точности описывается уравнением Карро [33, 34]:

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right]^{\frac{n-1}{2}},$$

где μ_0 – наибольшая вязкость практически неразрушенной структуры [Па с], μ_{∞} – наименьшая вязкость предельно разрушенной структуры [Па с], $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига [с^{–1}]; n – показатель нелинейности реологической кривой $\mu(\dot{\gamma})$, λ – время релаксации [с].

Зависимость напряжения сдвига τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ для нефти Ашальчинского месторождения приведена на рис. 1. Как показали эксперименты, для образцов нефти характерно почти полное отсутствие начального напряжения сдвига τ_0 .

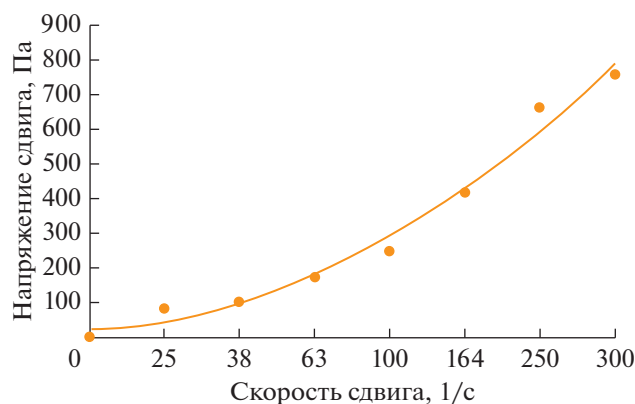
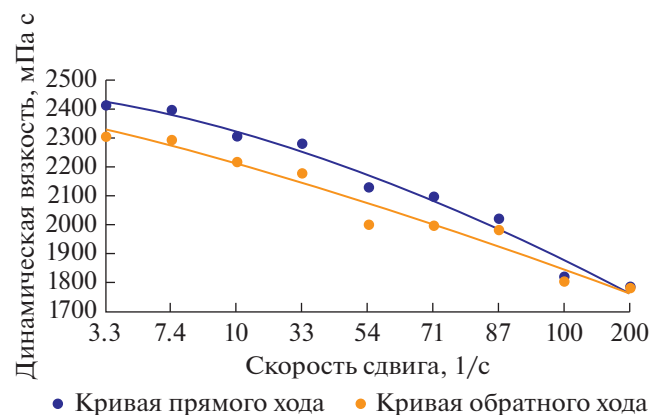
На рис. 2 показаны реологические кривые прямого и обратного хода после УЗ-обработки образца с удельной мощностью $P_V = 200$ Вт/л в течение $\tau = 10$ мин.

Полученные зависимости динамической вязкости и напряжения сдвига от скорости сдвига показали, что после УЗ-обработки изменяется ход реологических кривых, а также снижается вязкость исследуемых проб.

На рис. 3 приведена зависимость эффективной вязкости проб нефти от времени сонохимической обработки. УЗ-обработка пробы нефти проводилась с удельной мощностью $P_V = 200$ Вт/л в течение $\tau = 10$ мин. Реагентная обработка проводилась депрессорной присадкой Flexoil CW288 с концентрацией 0.025 мас. %.

Комбинированная обработка нефти ультразвуком и присадками позволяет эффективно снизить температуру застывания Ашальчинской нефти (рис. 4–5).

Как видно из рис. 4, УЗ-обработка пробы нефти в течение 15 мин снижает температуру застыва-

**Рис. 1.** Зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига для образца нефти Ашальчинского месторождения (при $t = 20^\circ\text{C}$).**Рис. 2.** Реологические кривые прямого и обратного хода после УЗ-обработки образца нефти ($P_V = 200$ Вт/л, $\tau = 10$ мин).

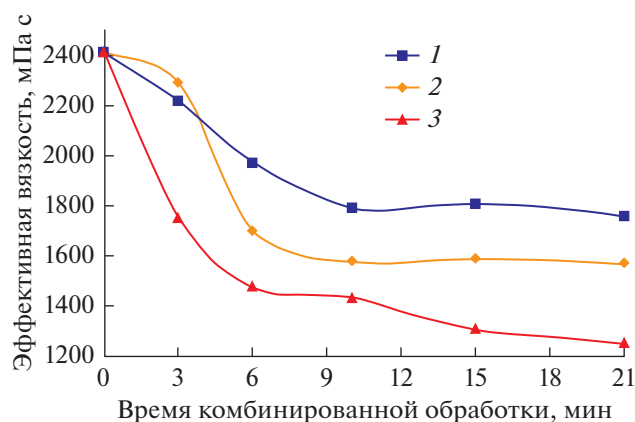


Рис. 3. Зависимость эффективной вязкости проб нефти от времени комбинированной обработки: 1 – УЗ-обработка ($P_V = 200$ Вт/л, $\tau = 10$ мин), 2 – реагентная обработка (присадка 0.025 мас. %), перемешивание мешалкой, 3 – комбинированная обработка ($P_V = 200$ Вт/л, $\tau = 10$ мин, присадка 0.025 мас. %).

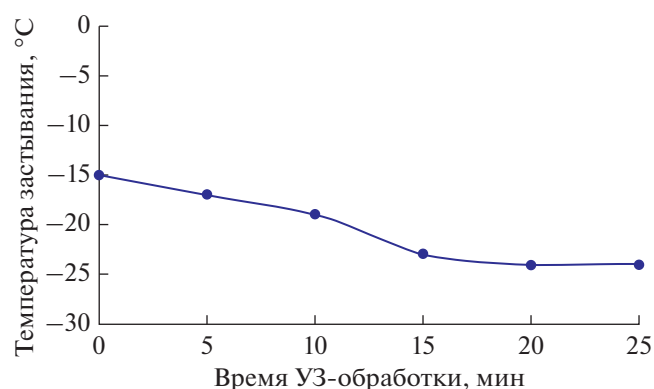


Рис. 4. Зависимости температуры застывания нефти от времени УЗ-обработки.

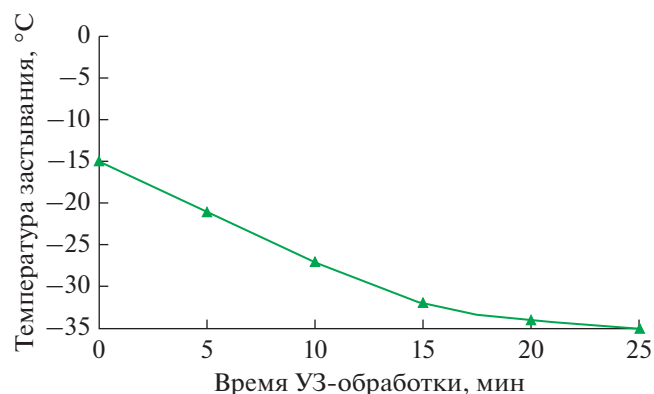


Рис. 5. Зависимости температуры застывания нефти от времени комбинированной УЗ-обработки.

ния на 8°C, а обработка более 15 мин неэффективна, так как значение температуры застывания снижается незначительно, а потери УЗ-энергии увеличиваются. Поэтому во всех последующих экспериментах УЗ-обработка проб нефти составляла не более 15 мин.

Зависимость температуры застывания нефти от времени комбинированной обработки приведена на рис. 5.

Перед введением присадки в пробу нефть изначально прогревали до 50°C и затем проводили термостатирование. В результате рациональные режимные параметры УЗ-обработки, при которой температура застывания уменьшалась в 2.3 раза, следующие: удельная мощность $P_V = 200$ Вт/л, время $\tau = 15$ мин, концентрация присадки 0.025 мас. %.

Была исследована зависимость динамической вязкости от времени хранения пробы нефти после ее комбинированной обработки (рис. 6). Как видно из рис. 6, нефть после УЗ-обработки восстанавливает прежнее значение вязкости примерно через 10 ч. Нефть, после введения присадки 0.025 мас. %, через 10 ч восстанавливает примерно 20% от достигнутого снижения вязкости и значение вязкости стабилизируются около значения 1880 мПа·с. Наиболее эффективна сонохимическая обработка пробы нефти ($P_V = 200$ Вт/л, $\tau = 15$ мин, присадка 0.025 мас. %), когда после 30 ч значение вязкости стабилизируются около значения 1480 мПа·с, восстанавливая 18% от достигнутого снижения вязкости.

Эти результаты хорошо согласуются с механизмом сонохимического воздействия на нефтяные дисперсные системы, описанным в работах [2, 18, 35], когда совместное применение реагентов и УЗ-воздействия более эффективно за счет того, что при УЗ-воздействии химические реагенты равномерно распределяются по всему объему и препятствуют обратному восстановлению надмолекулярных образований.

УЛЬТРАЗВУКОВОЙ МОДУЛЬ РЕГУЛИРОВАНИЯ ВЫСОКОУПРУГИХ СВОЙСТВ НЕФТИ И ЕГО ОПЫТНО-ПРОМЫШЛЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ

На основе полученных результатов разработан опытно-промышленный УЗ-модуль регулирования вязкоупругих свойств высоковязкой нефти для ее транспортировки по нефтепроводу за счет снижения вязкоупругих параметров (рис. 7).

УЗ-модуль представляет собой блок, смонтированный на базе трубы диаметром 530 мм и толщиной 10 мм, состоящий из смесительной камеры и блока УЗ-воздействия на нефть, в проточном режиме при давлениях до 5 атм и температурах до 90°C. В состав УЗ-модуля входят следующие ос-

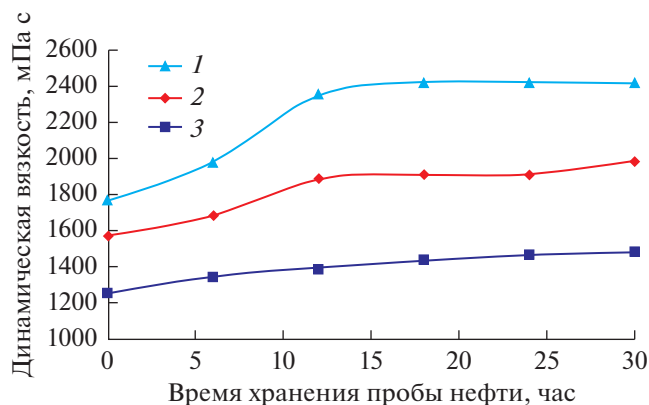


Рис. 6. Зависимости эффективной вязкости от времени хранения пробы нефти: 1 – после УЗ-обработки ($P_V = 200$ Вт/л, $\tau = 15$ мин), 2 – реагентная обработка (присадка 0.025 мас. %), 3 – комбинированная обработка ($P_V = 200$ Вт/л, $\tau = 15$ мин, присадка 0.025 мас. %).

новные узлы и системы: блок УЗ-воздействия на нефть, включающий двухканальный УЗ-генератор (3), два магнестрикционных преобразователя мощностью 2 кВт, работающие на резонансной частоте 22.1 кГц (4), соединенных с волноводно-излучающей системой (5), штуцер для отбора проб, измерения температуры, газосброса и слива нефти во входной смесительной камере (1). Используются волноводы-излучатели двух типов: “обратный конус” и “конус с полым обратным конусом-чаша” (рис. 8). Первый тип волновода позволяет увеличить площадь поверхности излучения и тем самым повышает его эффективность, а второй тип – концентрировать излучение в локальной области в форме цилиндра.

Опытно-промышленные испытания установки проводили на площадке ПАО “Татнефть” при транспортировке высоковязкой нефти Ашальчинского месторождения (табл. 1) в проточном

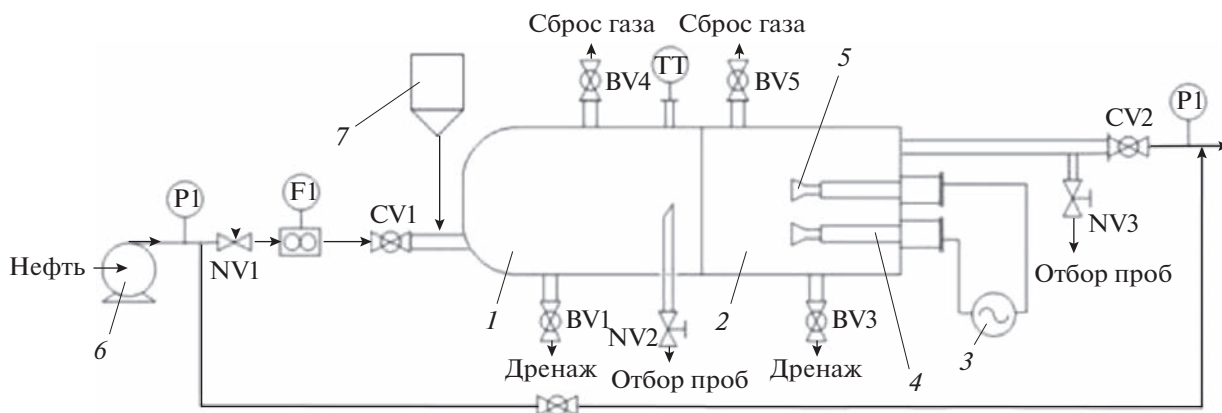


Рис. 7. УЗ-модуль: 1 – смесительная камера, 2 – УЗ-реактор, 3 – УЗ-генератор, 4 – магнестрикционный преобразователь, 5 – волноводно-излучающая система, 6 – насос, 7 – емкость реагента, BV1–BV5 – краны, NV1–NV3 – игольчатые вентили, GV1–GV2 – клапаны.

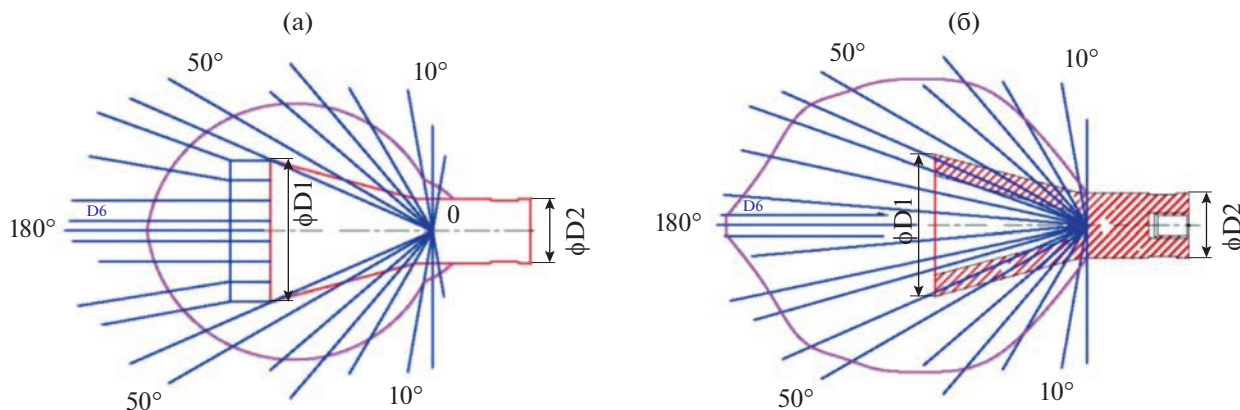


Рис. 8. Диаграммы излучения волноводов-излучателей: (а) – обратный конус, (б) – с полым обратным конусом.

Таблица 2. Режимные параметры УЗ-обработки

Режимные параметры	Значение
Объемный расход нефти, м ³ /ч	2–4
Температура нефти до УЗ-обработки, °С	20–30
Температура нефти после УЗ-обработки, °С	40–45
Давление в камере, атм	2–5
Плотность УЗ-мощности, Вт/л	150–200
Резонансная частота УЗ-обработки, кГц	24.3 ± 1.6

режиме. В табл. 2 приведены режимные параметры УЗ-обработки высоковязкой нефти.

Для проведения опытно-промышленных испытаний установка монтировалась на байпасной линии к нефтепроводу, начальное давление которого составляла 2.89 МПа. При введении присадки в нефть в количестве 0.025 мас. % и УЗ-обработки в течение 10 ч давление снизилось до 2.40 МПа (на 17%), затем концентрацию присадки увеличили до 0.035 мас. % (200 г/т), и через 24 ч давление снизилось до 1.86 МПа (на 40%). Снижение давления в трубопроводе связано с уменьшением вязкости нефти, благодаря чему ее сопротивление перекачке снижается. Результаты опытно-промышленных испытаний показали, что УЗ-технология позволяет снизить: динамическую вязкость нефти на 35–40%, а температуру застывания нефти на 18–20°С; давление в трубопроводе на 24%; расход реагента в 1.5–2 раза

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Анализ литературы [6–11] показал, что существует низкочастотный вязкоупругий релаксационный процесс, обусловленный коллективными взаимодействиями больших групп молекул (ассоциатов, мицелл), причем время их релаксации может на много порядков превышать время оседлого существования отдельных молекул.

2. Высоковязкие нефтяные дисперсные системы со временем структурируются: дисперсные частицы за счет Ван-дер-Ваальсовских сил образуют упругую решетку коагуляционного типа, заполненную дисперсной фазой, а УЗ-воздействие разрывает эти связи, что и приводит к значительному снижению вязкоупругих свойств нефтяных дисперсных систем. После прекращения УЗ-воздействия дисперсные частицы стремятся восстановить гибкую решетку за счет броуновского движения, но этот процесс можно стабилизировать введением реагентов в УЗ-поле.

3. Экспериментальные исследования показали, что УЗ-воздействие на высоковязкую нефть Ашальчинского месторождения позволяют снизить ее эффективную вязкость на 35–40%, температуру застывания на 15–20°С.

4. Результаты опытно-промышленных испытаний разработанного УЗ-модуля показали, что УЗ-технология позволяет: снизить вязкость нефти на 25–30%, температуру застывания на 15–20°С; снизить давление в трубопроводе на 17–40%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Syunyaev R.Z., Safieva R.Z., Safin R.R. The influence of the internal structure and dispersity to structural-mechanical properties of oil systems // J. Pet. Sci. Eng. 2000. V. 26. P. 31–39.
2. Муллакаев М.С. Ультразвуковая интенсификация процессов добычи и переработки нефти, очистки нефтезагрязненных вод и переработки нефтешламов. М.: НИИ ИЭП, 2019. 412 с.
3. Абрамов О.В., Абрамов В.О., Муллакаев М.С., Артемьев В.В. Анализ эффективности передачи ультразвуковых колебаний в нагрузку // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 828–844.
4. Che X., Che Y., Huan Y., Bai Y., Hu D., Feic S. Study of thermoviscous dissipation on axisymmetric wave propagating in a shear pipeline flow confined by rigid wall. Part II. Numerical Study // Acoust. Phys. 2016. V. 62. № 2. P. 143–150.
5. Ахметов Б.Р., Вахин А.В. О некоторых особенностях затухания ультразвука в суспензиях высокомолекулярных компонентов нефти // Акуст. журн. 2018. Т. 64. С. 566–571.
6. Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б. Исследование вязкоупругих свойств органических жидкостей акустическим методом // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 487–489.
7. Бадмаев Б.Б., Бальжинов С.А., Дамдинов Б.Б., Дембелова Т.С. Низкочастотная сдвиговая упругость жидкостей // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 5. С. 602–605.
8. Макарова Д.Н., Дембелова Т.С., Бадмаев Б.Д. Низкочастотная сдвиговая упругость коллоидной суспензии наночастиц // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 6. С. 610–612.
9. Миронов М.А., Шеломихина И.А., Зозуля О.М., Есипов И.Б. Медленная кинетика вязкоупругих свойств нефти при низкочастотных сдвиговых колебаниях // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 132–140.
10. Есипов И.Б., Зозуля О.М., Миронов М.А. Медленная кинетика нелинейности вязкоупругих свойств нефти при сдвиговых колебаниях. // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 2. С. 166–172.
11. Qiang H. Experimental studies on viscosity reduction of heavy crude oil by ultrasonic irradiation // Acoust. Phys. 2020. V. 66. № 5. P. 495–500.
12. Korenbaum V.I., Tagiltsev A.A. Effect of ultrasonic oscillations on the fluidity of heavy oil products at low temperatures // Acoust. Phys. 2010. V. 56. № 5. P. 734–738.
13. Mousavi S.M., Ramazani A., Najafi I., Davachi S.M. Effect of ultrasonic irradiation on rheological properties of asphaltic crude oils // Pet. Sci. 2012. V. 9. Iss. 1. P. 82–88.
14. Hamidi H., Mohammadian E., Junin R., Rafati R., Azdarpour A., Junid M. The effect of ultrasonic waves

- on oil viscosity // *Pet. Sci. Technol.* 2014. V. 32. Iss. 19. P. 2387–2395.
15. *Lionetto F., Coluccia G., D'Antona P., Maffezzoli A.* Gelation of waxy crude oils by ultrasonic and dynamic mechanical analysis // *Rheologica Acta*. 2007. V. 46. P. 601.
16. *Hamidi H., Mohammadian E., Junin R., Rafati R., Manan M., Azdarpour A., Junid M.* A technique for evaluating the oil/heavy-oil viscosity changes under ultrasound in a simulated porous medium // *Ultrasonics*. 2013. V. 54. P. 423–432.
17. *Волкова Г.И., Прозорова И.В., Ануфриев Р.В., Юдина Н.В., Муллакаев М.С., Абрамов В.О.* Ультразвуковая обработка нефтей для улучшения вязкостно-температурных характеристик // *Нефтепереработка и нефтехимия*. 2012. № 2. С. 3–6.
18. *Mullakaev M.S., Volkova G.I., Gradov O.M.* Effect of ultrasound on the viscosity-temperature properties of crude oils of various compositions // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2015. V. 49. P. 287–296.
19. *Муллакаев М.С., Абрамов В.О., Салтыков Ю.А., Ануфриев Р.В., Волкова Г.И.* Влияние условий ультразвуковой обработки на свойства парафинистой нефти // *Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса*. 2012. № 12. С. 18–21.
20. *Tukhvatullina A.Z., Barskaya E.E., Kouryakov V.N., Ganeeva Y.M., Yusupova T.N.* Supramolecular structures of oil systems as the key to regulation of oil behavior. *J. Pet. Environ Biotechnol.* 2013. V. 4. № 4. 152. <https://doi.org/10.4172/2157-7463.1000152>
21. *Омароалиев Т.О., Алимбаев К.Р., Сарсенбаева А.У., Нуридинова У.* // *Материалы IV междунар. конф. "Химия нефти и газа"*. Томск. 2000. Т. 1. С. 433.
22. *Volkova G.I., Anufriev R.V., Yudina N.V.* Effect of ultrasonic treatment on the composition and properties of paraffinic high-pitch oil // *Petrol. Chem.* 2016. V. 56. P. 454–460.
23. *Maye P.E.E., Jingyi Y., Taoyan Y., Xinru X.* Study on the modification of vacuum residue by ultrasonic radiation // *China Pet. Process. Petrochemical Technol.* 2017. V. 19. P. 114–122.
24. *Kaushik P., Kumar A., Bhaskar T., Sharma Y.K.* Ultrasound cavitation technique for up-gradation of vacuum residue // *Fuel Process. Technol.* 2012. V. 93. P. 73–77.
25. *Муллакаев М.С., Абрамов В.О., Волкова Г.И., Прозорова И.В., Юдина Н.В.* Исследование влияния ультразвукового воздействия и химических реагентов на реологические свойства вязких нефтей // *Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса*. 2010. № 5. С. 31–34.
26. *Муллакаев М.С., Абрамов В.О., Градов О.М., Новоторцев В.М., Еременко И.Л.* Исследование воздействия ультразвуковой обработки и химических реагентов на реологические свойства нефти Лузановского месторождения // *Нефтепереработка и нефтехимия*. 2011. № 11. С. 23–28.
27. *Муллакаев М.С., Абрамов В.О., Асылбаев Д.Ф., Прачкин В.Г.* Исследование комбинированного воздействия ультразвука и химических реагентов на реологические свойства нефти Боровского месторождения // *Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса*. 2013. № 5. С. 34–36.
28. *Ershov M.A., Baranov D.A., Mullakaev M.S., Abramov V.O.* Reducing viscosity of paraffinic oils in ultrasonic field // *Chem. Pet. Eng.* 2011. V. 47. Iss. 7–8. P. 457–461.
29. *Mullakaev M.S., Asylbaev D.F., Prachkin V.G., Volkova G.I.* Influence of Ultrasound and Heat Treatment on the Rheological Properties of Ust-Tegusskoe Oil // *Chem. Pet. Eng.* 2014. V. 47. P. 584–587.
30. *Kemalov R.A., Kemalov A.F., Valiev D.Z.* Thermodynamics of activation of a viscous current and structural dynamic analysis high-viscosity oil at ultrasonic influence // *Oil industry*. 2012. № 12. P. 2–5.
31. *Frolov I.N., Bashkirceva N.Y., Firsin A.A., Ziganshin M.A., Okhotnikova E.S.* The steric hardening and structuring of paraffinic hydrocarbons in bitumen // *Pet. Sci. Technol.* 2016. V. 34. № 20. P. 1675–1680.
32. *Safiulina A.G., Soldatova R.R., Bashkirtseva N.Y., Ibragimova D.A., Baibekova L.R., Petrov S.M.* Modeling of paraffin wax deposition process in poorly extractable hydrocarbon stock // *Chem. Tech. Fuels Oils*. 2018. V. 53. № 6. P. 897–904.
33. *Закиров А.И., Каримов А.И., Пшенин В.В.* Исследование реологических свойств битуминозной нефти Ашальчинского месторождения // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2015. № 10. С. 382–389.
34. *Kontopoulou M.* Applied polymer rheology: polymeric fluids with industrial applications. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken. New Jersey, 2012. P. 357.
35. *Abramov V.O., Abramova A.V., Bayazitov V.M., Mullakaev M.S., Marnosov A.V., Ildiyakov A.V.* Acoustic and sonochemical methods for altering the viscosity of oil during recovery and pipeline transportation // *Ultrason. Sonochem.* 2017. V. 35. P. 389–396.

УДК 551.46

АКУСТИКА ПЕРИОДИЧЕСКИХ И МНОЖЕСТВЕННЫХ УДАРОВ КАПЕЛЬ О ВОДНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

© 2023 г. Ю. Д. Чашечкин^а, *, В. Е. Прохоров^а, **

^аИнститут проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,
пр-т Вернадского 101, корп. 1, Москва, 119526 Россия

*e-mail: chakin@ipmnet.ru

**e-mail: prohorov@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 25.11.2021 г.

После доработки 25.11.2021 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Высокоскоростная видеосъемка поверхностных течений и синхронизованные акустические измерения подводных звуковых сигналов падающих капель выполнены в лабораторном бассейне. При последовательном падении в картину течения сохраняются в искаженной форме основные структурные элементы, характерные для столкновения с поверхностью одиночной капли: каверна, брызги, венец, всплеск, а в фонограмме устойчиво повторяются ударные импульсы, сопровождающие каждый контакт. Дополнительно наблюдаются редкие резонансные пакеты. При множественном падении капель картина течения резко меняется, основные структурные элементы течения импакта капли исчезают, поверхность покрывается плавающими пузырями. Фонограмма приобретает вид шумового сигнала, в спектре которого выделяются отдельные линейчатые участки.

Ключевые слова: капли, периодическое и множественное соударение, картина течения, акустика, спектры, масштабы, частоты

DOI: 10.31857/S0320791922700071, **EDN:** YKHUDA

ВВЕДЕНИЕ

Исследования процессов формирования волн, вначале капиллярно-гравитационных [1], затем и звуковых [2, 3], сопровождающих слияние свободно падающей капли с принимающей жидкостью, значительно расширились в последние десятилетия. Рост интереса обусловлен богатым научным содержанием темы, расширением числа практических приложений, а также развитием высокоразрешающей техники оптической и акустической регистрации параметров физических процессов в жидкостях. Ведется поиск причинно-следственных связей между одновременно идущими процессами формирования групп сравнительно низкочастотных и мелкомасштабных капиллярных волн и высокочастотных акустических волн, длины которых заметно превышают размеры источников [4].

Уже в ранних экспериментах [5] был установлен богатый состав акустических сигналов падения одиночной капли, включающих высокочастотный первичный импульс и ряд запаздывающих резонансных пакетов, частоты которых оказались близкими к собственным частотам колебаний сферических газовых пузырьков [6]. Обзор ранних работ по гидродинамике и акустике

импакта капли [7] регулярно дополняется новыми результатами изучения картины формирования газовых пузырьков [8, 9], акустических сигналов [10–13], а также данными согласованной регистрации картин течений и звуковых полей [14, 15].

Тщательные исследования позволили выделить важную роль сравнительно больших газовых пузырьков, отрывающихся в процессе погружения всплеска, и капли, выброшенной с вершины этого всплеска, как одного из основных источников звуковых пакетов [15, 16]. Анализ результатов [6–14] показывает, что характер акустических процессов импакта капли зависит от большого числа параметров и сравним по сложности с другими явлениями, изучаемыми в физической акустике [17].

Ряд ключевых вопросов, включающих определение условий излучения тонального сигнала [12, 13, 15] или модулированного с изменяющейся несущей частотой [11], нуждается в дополнительном изучении с контролем картины слияния падающей капли. В опытах наблюдаются различные режимы растекания капли с образованием каверны, венца и всплеска (кумулятивной струйки) [15, 18, 19], отскок капли с возбуждением рэлеевских осцилляций, зависание на вогнутой свобод-

ной поверхности жидкости, частичный отскок с потерей части массы капли [20].

Режим течения зависит от многих параметров — размера, формы и динамического состояния капли — интенсивности и моды рэлеевских осцилляций [21], коротких капиллярных волн, бегущих по ее поверхности [22], ориентации вытянутой капли, состояния поверхности принимающей жидкости, которая может быть гладкой или возмущенной волнами от внешних источников [23] или ранее упавшими каплями, в частности, каплями дождя [24]. Различия свойств процессов, зависящих от многих разнородных параметров, затрудняет поиск механизмов формирования газовых пузырьков и генерируемых ими акустических пакетов от условий опытов при падении и одиночных капель, и их групп [4, 8, 9, 11, 15, 19, 25].

Повышенный интерес к изучению гидроакустики групп капель и шума дождя обусловлен рядом причин. Уже первые измерения шумов моря [26] показали заметный вклад звуков капель дождя в энергию звуковых полей [27]. Дальнейшие исследования позволили выделить региональные особенности звуковых сигналов и проявление сезонной изменчивости [28–30]. Новые результаты морских измерений стимулировали развитие методик лабораторных экспериментов, изучение динамики и энергетики акустического излучения одиночных капель [20, 31] и модели дождя [32].

Возможность восстановления параметров дождя по данным дистанционных измерений шума в океане [32] постепенно развилась в быстрорастущее научное направление дистанционной акустической и радиолокационной метеорологии [33]. Одновременно начали создаваться автоматизированные системы измерения интенсивности осадков, позволяющие определять размеры и энергию капель [34], заменяющие трудоемкие ручные измерения интенсивности осадков с помощью “осадкомерного ведра”, входящего в стандартное оборудование метеостанций [35]. В спектральном анализе данных дистанционных морских измерений внимание уделяется выделению спектрального пика, положение и степень выраженности которого зависят от размеров капель дождя, скорости ветра и интенсивности осадков [36]. Акустика промежуточного диапазона падения счетного числа капель остается недостаточно изученной.

Цель данной работа — регистрация и анализ звуковых сигналов в воде, вызванных каплями, падающими последовательно из одного или одновременно из множества стационарно установленных дозаторов с одновременной оптической регистрацией картины течения.

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ

В основе методики эксперимента — полная система фундаментальных уравнений, описывающая течения жидкостей и газов с физически обоснованными начальными и граничными условиями [37, 38], которая здесь для краткости не приводится. Структура и динамика течений определяются свойствами всех контактирующих сред, каждая из которых характеризуется собственными термодинамическими параметрами (принадлежность которых обозначается индексами a — для воздуха, d — капли, t — принимающей среды): плотностью $\rho_{a,d,t}$, температурой $T_{a,d,t}$, коэффициентами кинематической вязкости $\nu_{a,d,t}$ и поверхностного натяжения σ_d^a и σ_t^a на границах раздела сред (введены также нормированные на плотность значения $\gamma_d^a = \sigma_d^a/\rho_d$ и $\gamma_t^a = \sigma_t^a/\rho_t$). В данной работе при изучении течений и звуков, сопровождающих растекание в воде свободно падающей с ускорением g капли воды, влиянием воздушной среды пренебрегается. Температура всех сред считается постоянной (комнатной) и неизменной в силу большой теплоемкости воды.

Параметры течения зависят от диаметра D , площади поверхности S_d , объема V , массы M , скорости капли U в момент контакта, кинетической энергии $E_k = MU^2/2$, доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) $E_\sigma = \sigma S_d$, сосредоточенной в приповерхностном шаровом слое толщиной порядка размера молекулярного кластера $\delta_\sigma \sim 10^{-6}$ см [39]. Характерное время передачи кинетической энергии определяется временем растекания капли $\tau_d \sim D/U \approx 2$ мс, а быстрое преобразование ДППЭ в другие формы определяется скоростью процесса уничтожения свободной поверхности при слиянии жидкостей $\tau_c \sim \delta_\sigma/U \approx 10^{-8}$ с. Большая плотность поверхностной энергии, сосредоточенной в тонком слое, обеспечивает образование быстрых струек и капель на границе области слияния контактирующих жидкостей [18].

Учитывая большое влияние быстрых процессов преобразования внутренней энергии в другие формы на динамику и структуру течений, в качестве базового параметра, описывающего термодинамическое состояние равновесной среды, выбирается потенциал Гиббса (свободная энтальпия) G , производные которого определяют основные термодинамические параметры — плотность, давление и температуру [40].

Задача характеризуется большим числом масштабов длины и времени. В частности, линейными масштабами геометрической (диаметр капли D и размеры рабочего объема $L_{1,2,3}$), кинематиче-

ской ($L_g^U = U^2/g$) и физической природы. Длина капиллярных $\lambda_c = 2\pi/k$ или звуковых волн $\lambda_s = 2\pi/k_s$ определяется их частотой и задается регулярной частью собственных дисперсионных соотношений. С учетом вязкости дисперсионное соотношение для капиллярных волн имеет вид [41]

$$2k(\omega_c^2 k_l - gk^2 - \sigma k^4 + 2i\omega_c^2 \nu k_l(3k^2 - k_l^2)) - (k_l^2 + k^2)(\omega_c^2 - gk - \sigma k^3 + 2i\omega_c^2 \nu k^2) = 0, \quad (1)$$

а для звуковых [37]

$$\left(\mathbf{k}_s^2 \left(1 - \frac{i\omega_s \nu}{c_s^2} \right) - \frac{\omega_s^2}{c_s^2} \right) (\omega_s + i\nu \mathbf{k}_s^2)^2 = 0. \quad (2)$$

Дисперсионные уравнения (1), (2) описывают собственно волны и сопутствующие тонкие течения — лигаменты с собственными волновыми числами k_l [38, 41]. В системе уравнений также присутствуют капиллярно-гравитационный $L_g^\gamma = \sqrt{\gamma/g}$ и капиллярно-инерционный масштабы $L_U^\gamma = \gamma/U^2$.

Группа малых масштабов, связанных с атомно-молекулярными свойствами среды, включает прандтлевский $\delta_U^\nu = \nu/U$ и вязко-капиллярный $\delta_\gamma^\nu = \nu^2/\gamma$ масштабы.

Течение также характеризуется набором временных масштабов. Один них $\tau_M = D/U$ — определяется кинематикой движения капли в момент контакта. Группа масштабов, зависящих от размера капли и свойств среды, включает $\tau_\gamma = \sqrt{D^3/\gamma}$ и $\tau_\gamma^D = \nu D/\gamma$. Еще две пары масштабов зависят от параметров среды $\tau_g^\gamma = (\gamma/g^3)^{1/4}$, $\tau_\gamma^\nu = \nu^3/\gamma^2$ и источника акустических $\tau_s = 2\pi/\omega_s$ и капиллярных волн $\tau_c = 2\pi/\omega_c$.

Значения масштабов изучаемых явлений лежат в широком диапазоне: линейных — от 160 до 10^{-6} см, временных — от 10^{-2} до 10^{-8} с. Верхняя граница линейных масштабов типична для механических процессов, нижняя близка к атомно-молекулярным масштабам (размер молекул воды 3×10^{-8} см, размер кластера — порядка 10^{-6} см [39]).

В целом, наборы масштабов определяют требования к экспериментальным установкам: выбору размера поля наблюдения, которое должно вмещать все крупномасштабные компоненты (в частности, области распространения капиллярных волн с длиной порядка δ_γ^ν), а инструменты — разрешать быстропеременные тонкие течения.

Большие диапазоны собственных масштабов указывают на сосуществование двух типов влияющих процессов. Одна группа масштабов характеризует медленные гидродинамические явления

($\sim \tau_M$), вторая — быстрые тонкие, лежащие на границе атомно-молекулярных и макроскопических процессов. Их совместное действие наглядно проявляется в эволюции картины слияния независимых свободных поверхностей, когда ДППЭ преобразуется в другие формы (внутреннюю и механическую энергию) в результате прямых атомно-молекулярных взаимодействий, и происходит резкое изменение термодинамических величин (давления и температуры) в тонком слое. Быстрое выделение энергии способствует образованию разлетающейся начальной пелены, шипов и брызг из области контакта [42, 43], капелек с вершин шеврона венца и всплеска [20], движению с большим ускорением границ отрывающихся газовых полостей [11]. Отношения масштабов определяют безразмерные комбинации, которые были введены по отдельности в ранее выполненных работах.

Следуя установившейся традиции при описании процессов здесь используются отношения линейных масштабов, задающие числа Рейнольдса $Re = D/\delta_U^\nu = UD/\nu$, Фруда $Fr = \delta_g^U/D = U^2/gD$, Вебера $We = D/\delta_U^\gamma = U^2 D/\gamma$, Бонда $Bo = D^2/\delta_g^\gamma = gD^2/\gamma$, Онезорге $Oh = \sqrt{\delta_\gamma^\nu/D} = \nu/\sqrt{\gamma D}$ и капиллярное отношение $Ca = U/\delta_\gamma^\nu = U\nu/\gamma$. Характерные значения безразмерных отношений в условиях настоящих экспериментов приведены в табл. 1.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились на стенде ЭСП из состава ГФК ИПМех РАН [44]. Рабочий бассейн размером $240 \times 40 \times 60$ см с оптическими стеклами заполнялся частично дегазированной водопроводной водой. Опыты выполнены при комнатной температуре $T = 20^\circ\text{C}$.

Видеосъемка проводилась камерой “Optronis 3000x2” на скорости 4000 к/с, размер кадра 512×512 , абсолютное пространственное разрешение 0.07 мм. Ось видеокамеры была направлена к поверхности под углом 70° .

Звуковые сигналы регистрировались гидрофоном ГИ54 с предусилителем (полоса частот 0.002–100 кГц, неравномерность 3 дБ, выходная крутизна 30 мВ/Па). Гидрофон помещался в центре бассейна на глубине 5 см на линии падения одиночной капли, или в геометрическом центре падения группы капель. Такое расположение позволяло снизить маскирующее действие реверберации, связанной с рассеянием от дна и стенок бассейна. Частота дискретизации сигнала гидрофона — до 1 МГц. Более подробно методика описывается в [11, 15].

В опытах использованы два источника капель. В эксперименте I (табл. 1) использовался дозатор

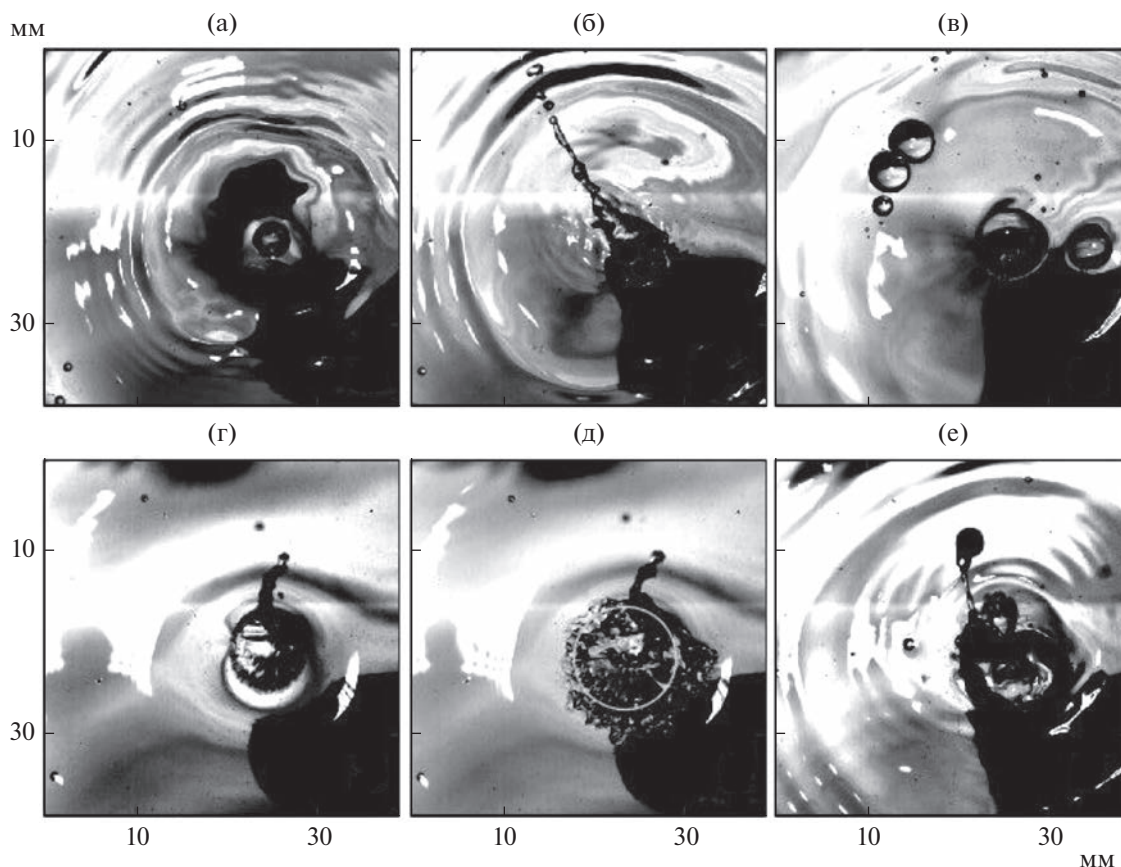


Рис. 1. Фотографии возмущений поверхности при периодическом ($T = 218$ мс) падении капли: (а–е) – $t = 229, 251, 1317, 2512, 2515, 3002$ мс. Светлая окружность (д) – трасса сканирования профиля освещенности.

одиночных капель с капилляром 0.4 см, который позволял регулировать период их отрыва от нескольких десятков секунд до 10 миллисекунд; он располагался на высоте 110 см.

В эксперименте II дозатор множественных капель состоял из 80 капилляров диаметром $d_c = 0.5$ мм, размещенных равномерно на концентрических окружностях с максимальным диаметром 6.0 см. Источник располагался на высоте 50 см. Размеры капель множественного источника лежали в диапазоне от 1.7 до 3.0 мм при средней скорости контакта с поверхностью жидкости $U = 2.8$ м/с.

ГИДРОДИНАМИКА И АКУСТИКА ИМПАКТА ПЕРИОДИЧЕСКИ ПАДАЮЩИХ КАПЕЛЬ ИЗ ФИКСИРОВАННОГО ДОЗАТОРА (ЭКСПЕРИМЕНТ I)

В серии данных опытов капли диаметром $D = 0.5$ см, падающие с периодом от 220 до 600 мс, достигали скорости $U = 4.2$ м/с в момент контакта с невозмущенной поверхностью (измерялась

по видеофильмам). Безразмерные параметры опыта приведены в табл. 1.

Последовательность видеок кадров, представленная на рис. 1, выбрана из временного видеоряда со средним периодом 220 мс.

Анализ видеофильмов показывает, что в зарегистрированных картинах течений сохраняются все базовые структурные компоненты, возникающие при слиянии одиночной капли со свободной поверхностью: мелкие брызги первичного контакта [42, 43], каверна, венец, по поверхности которого сбегает капиллярные волны [45], а с шипов на вершинах зубцов вылетают группы капельных брызг, центральный всплеск, вторичные каверны и тонкая центральная струйка – стример [46].

Появление и распад каждого структурного элемента сопровождается группой капиллярных волн. Однако формы структурных элементов далеки от правильных форм, наблюдаемых при падении одиночной капли [20]. Так, в приведенной выборке (рис. 1а) фазовые поверхности кольцевых капиллярных волн представляют собой искривленные замкнутые линии, отклонение которых от окружности увеличивается с приближени-

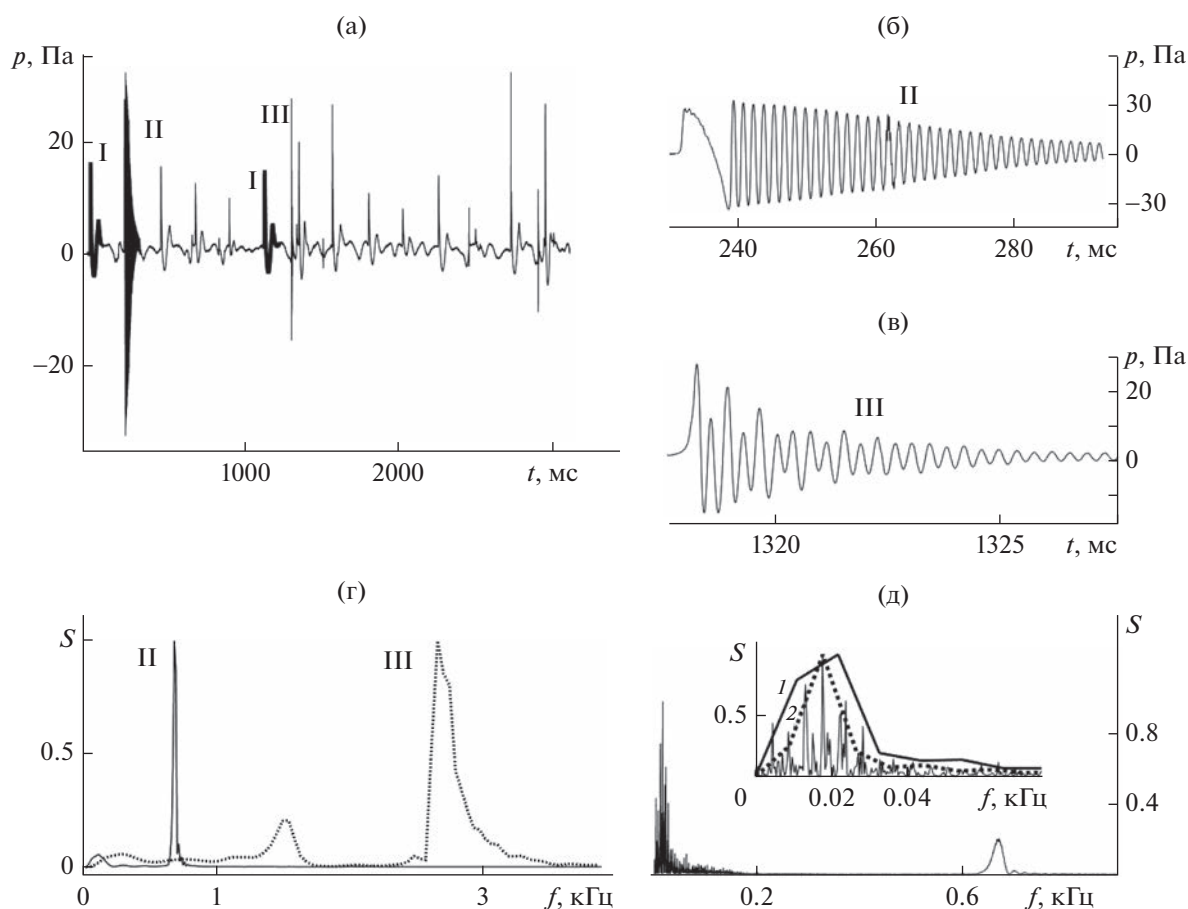


Рис. 2. (а) — Полная фонограмма при периодическом ($T = 218$ мс) падении капли; I — ударный импульс, II, III — резонансные пакеты и (б, в) — их развертки; (г) — амплитудные спектры резонансных пакетов II и III; (д) — амплитудный спектр полной фонограммы, вставка — развернутый начальный участок, кривые 1 и 2 — амплитудные спектры ударных импульсов I (выделены жирным на рис. 2а).

ем к центру. Средняя длина волны в направлении 0—10 час составляет $\lambda_c = 2.2$ мм.

Отклоненная от вертикали тонкая центральная струйка (стример) оказывается более протяженной, и содержит значительно большее число капелек (рис. 1б), чем в покоящейся жидкости. Особенность течения — большое число плавающих газовых пузырей различного диаметра — от 0.2 до 0.7 см (рис. 1в). При слиянии капли с возмущенной поверхностью тонкоструктурные компоненты, деформирующие вершину растущего всплеска, выражены более отчетливо на периферии течения. Некоторые из них столь интенсивны, что порождают собственную нецентральную струйку (рис. 3г). В течение 3 мс мелкомасштабные возмущения покрывают всю центральную область. В пространственном спектре флуктуаций освещенности вдоль кругового контура радиусом 0.5 см (рис. 1д) они выделяются на масштабе 1.8 мм вместе с крупномасштабными возмущениями 8.8 мм. Дальнейшее успокоение возмущений

сопровождается группой капиллярных волн ($\lambda_c = 2.4$ см) в направлении на 13 час (рис. 1е). На всех рисунках видны плавающие и приповерхностные газовые пузырьки.

В фонограмме гидрофона (рис. 2а) выделены две группы сигналов — ударные импульсы I и резонансные пакеты II и III. Ударный импульс возникает при контакте каждой падающей капли, его структура подробно анализируется в [46, 47].

Появление резонансных пакетов в значительной степени определяется сценарием приведения капли, который в данных условиях не воспроизводится в силу изменчивости формы свободной поверхности. В настоящем эксперименте выделяются два резонансных пакета, различающиеся формой (рис. 2б) и спектром (рис. 2г). Отметим, что резонансные пакеты по амплитуде превышают ударные импульсы. Пакет II представляет собой затухающий монохроматический сигнал (рис. 2б) с частотой 665 Гц, которой соответствует диаметр 1.0 см осциллирующего воз-

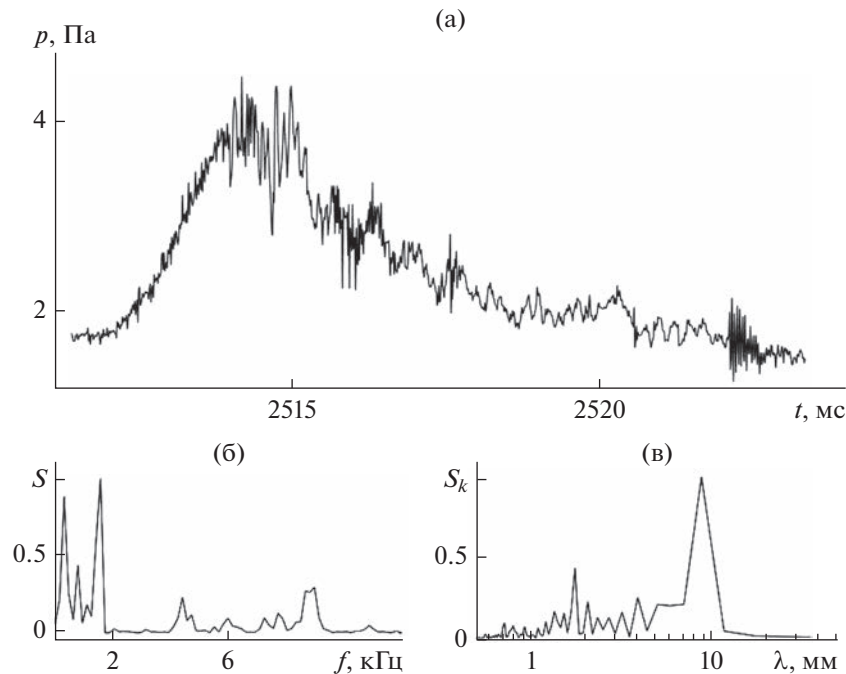


Рис. 3. (а) — Развернутый участок при $t = 2515$ мс и (б) — его частотный спектр; (в) — пространственный спектр флуктуаций освещенности вдоль кругового контура на рис. 1д.

душного пузыря. В спектре амплитудно-модулированного сигнала пакета III присутствуют два пика на частотах 1.48 и 2.65 кГц (рис. 2г).

В спектре полной фонограммы (рис. 2д) выделяются два участка — начальный линейчатый и одиночный пик на частоте 667 Гц — резонанс одиночного пузыря, выделенный и в спектре на рис. 2г.

На участке линейчатого спектра нижняя граничная частота 4.48 Гц соответствует частоте падения капли. В спектре также выражены ее гармоники с номерами $n = 2-5$ (f_2-f_5 , табл. 2) и еще 6 частот неуставленной природы.

На развернутом участке фонограммы (рис. 3а), соответствующему картине течения с выраженной тонкой структурой (рис. 1д), на спадающем участке видны отдельные звуковые пакеты со средней продолжительностью 100 мкс.

В частотном спектре (рис. 3б) присутствуют пики на $f = 314, 1570, 4400$ и 8960 Гц. В пространственном спектре возмущений поверхности жидкости (светлый контур на рис. 1д) выделяются масштаб 1.8 мм, отражающий микроструктуру, образованную плавными впадинами и острыми гребнями, и значительно более крупный масштаб 8.8 мм (рис. 3в), образованный скоплениями мелких неоднородностей.

КАРТИНА ТЕЧЕНИЙ И АКУСТИКА ИМПАКТА МНОЖЕСТВЕННЫХ КАПЕЛЬ (ЭКСПЕРИМЕНТ II)

Одновременно падающие капли усложняют картину течения, в которой доминируют плавающие пузыри и области затемнения (в местах падения капель) и просветления в местах выглаживания поверхности (рис. 4). В типичной картине течений большую площадь поверхности занимают плавающие воздушные пузыри.

Местоположение и форма затемненных областей заметно меняются от кадра к кадру (рис. 4а–4г). На первых двух кадрах выражены округлые темные пятна в центральной области, затем появляется длинный рукав (рис. 4в), а на рис. 4г — сложная фигура. Пузыри различного размера собираются в группы, конфигурация которых быстро меняется.

Типичная фонограмма с гидрофона, установленного в центре области падения капель на глубине 5 см (рис. 4д), в данной временной шкале имеет вид шумовой дорожки размахом 5 Па с отдельными выбросами до 10 Па. Спектры, измеренные в моменты времени, соответствующие кадрам на рис. 4а–4в, начинаются с частоты 1 кГц (рис. 4е1–4е3), однако с ростом частоты их поведение существенно различается. Спектр на рис. 4е1 имеет широкий двугорбый пик вблизи 1.1 кГц и небольшой локальный максимум на 2.7 кГц. Спектр на рис. 4е2 занимает тот же частотный диапазон, однако он чисто линейчатый и

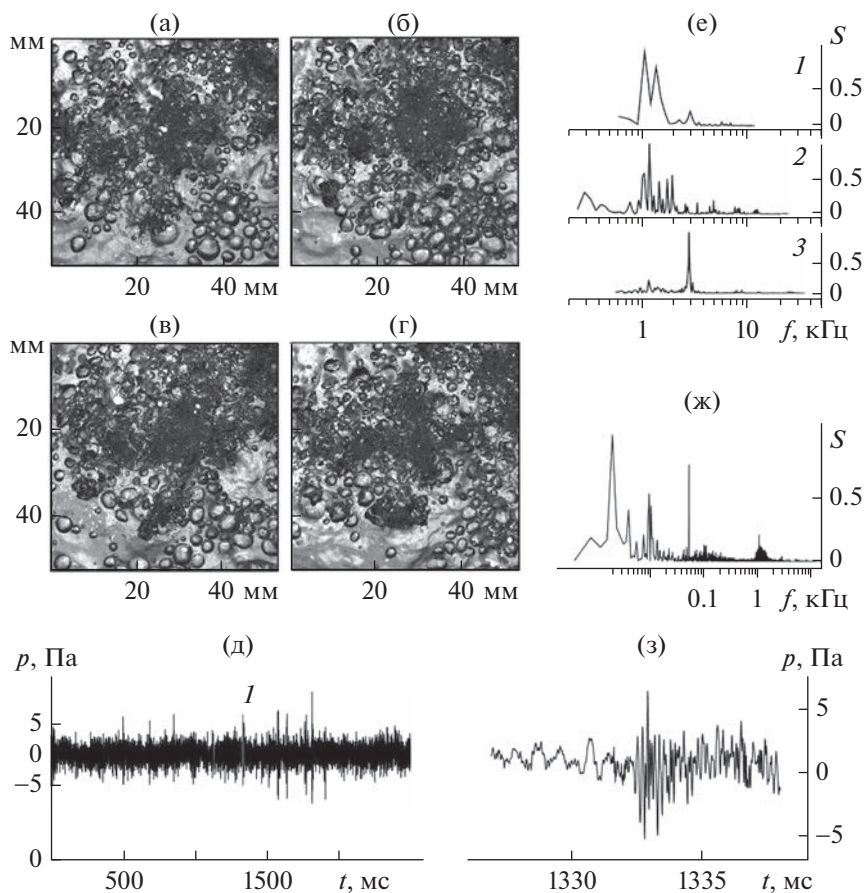


Рис. 4. (а–г) — Вид поверхности при падении множественных капель, $t_c = 30, 472, 682, 1129$ мс; (д) — полная фонограмма искусственного дождя; (е1–е3) — спектры участков длительностью 10 мс при $t = t_c$; (ж) — спектр и (з) — развертка участка 1 полной фонограммы.

занимает ряд частот 1.1, 1.2, 1.5, 1.7 и 2.0 кГц. В спектре на рис. 4е3 всего два одиночных пика на 1.1 и 2.7 кГц.

В спектре полного сигнала доминируют низкочастотные компоненты в диапазоне $f < 50$ Гц. Все высокочастотные составляющие ($f > 1$ кГц), присутствующие и в спектрах на рис. 4е, имеют значительно меньшие амплитуды. Они представлены короткими группами вблизи небольших пиков на частотах 1.1 и 2.7 кГц.

Растянутый фрагмент фонограммы длительностью 10 мс ($t = 1328\text{--}338$ мс) иллюстрирует поведение акустического сигнала вблизи отметки 1 (рис. 4д). Начальный участок представляет собой низкочастотный шум, который затем переходит в высокочастотные осцилляции, в спектре которых — два выраженных пика на частотах 5.5 и 11.0 кГц. Отметим, что в ранних работах в экспериментах по измерению акустического шума искусственного и естественного [27, 48] дождя спектральные пики наблюдались в диапазоне до 15 кГц.

Высокочастотный участок полного спектра (рис. 5а) содержит пики на частотах, неравномерно разбросанных в диапазоне 1–8 кГц. Наиболее значимые пики относятся к частотам 0.1, 1.0, 2.7, 3.7, 5.5 кГц. В растянутом участке (рис. 5б) вблизи метки 1 на рис. 5а заметны отдельные линии, промежуток между которыми сохраняется при дальнейшем растяжении шкалы частот (рис. 5в). Аналогичное поведение демонстрирует и участок 2 на рис. 5а — его растянутый участок (рис. 5г) также содержит разделяющиеся локальные максимумы по обе стороны от главного пика (7.8 кГц), которые на его растянутом фрагменте выглядят еще более отчетливо (рис. 5д).

На рис. 6 представлены пространственные спектры флуктуаций освещенности оптической картины (рис. 4а), взятые вдоль диагоналей (1, 2) и окружностей (3, 4) (рис. 6а).

Сканирование видеокadra на рис. 6а вдоль диагоналей 1 и 2 дает пространственные спектры (рис. 6б, кривые 1 и 2), занимающие одинаковые диапазоны масштабов (0.3–25 мм) и содержащие

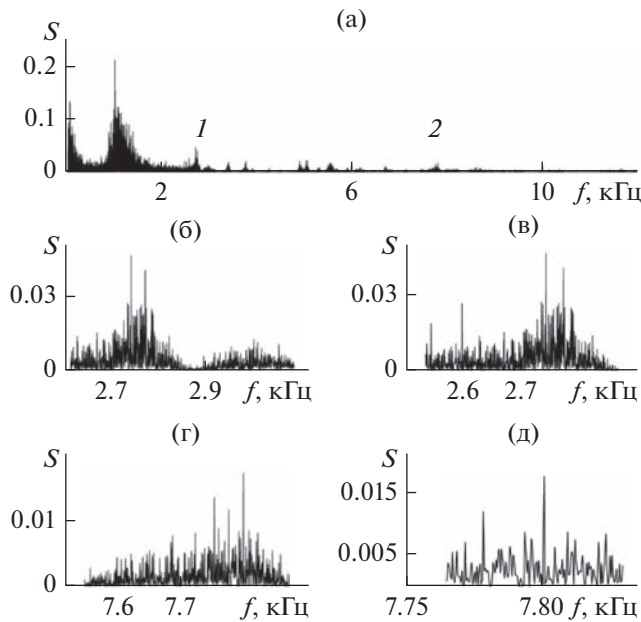


Рис. 5. (а) — Развертка высокочастотного участка спектра полной фонограммы (рис. 4ж) и (б–д) — его растянутые фрагменты в окрестностях локальных максимумов.

счетное количество пиков. Пиковые частоты спектров 1 и 2 не совпадают, что особенно выражено в мелкомасштабной области ($\lambda < 6.3$ мм) и менее — в крупномасштабной. Спектр вдоль диагонали 1 более разреженный, в нем преобладают пики вблизи масштабов 1.5, 3, 5 и 10 мм. Для спектра вдоль диагонали 2 характерно частое расположение пиков с нарастающей амплитудой в интервале 1.5–5 мм и спадающей в интервале 7–12 мм. Мелким масштабам соответствуют размеры пузырей в нижнем и верхнем углах диагонали, крупным — темные скопления у центра — места контакта капель.

Распределение масштабов по криволинейным траекториям — в данном случае, вдоль окружностей 3 ($R = 10$ мм) и 4 ($R = 22$ мм), выглядит более дискретным, особенно в мелкомасштабной части, и, в то же время, показывает сильное различие по составу спектральных линий и огибающей (рис. 6б, кривые 3 и 4). Спектр вдоль малой окружности 3 содержит два пика ($\lambda = 4.8$ и 9.6 мм), которые, с учетом двукратного различия в амплитудах, можно интерпретировать как основной (доминирующий) масштаб и субгармонику. Спектр большой окружности 4 резко отличается в мелкомасштабном диапазоне наличием выраженных пиков, обусловленных размерами разнокалиберных пузырей, беспорядочно распределенных вдоль окружности. Амплитуды максимумов сопоставимы с главными максимумами на масштабах $\lambda = 6.3$ и 10 мм. Наиболее крупномасштабные пи-

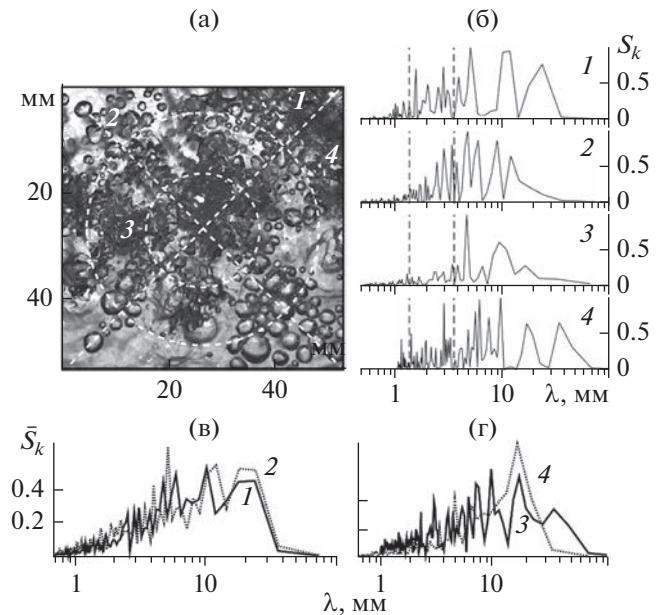


Рис. 6. (а) — Траектории сканирования освещенности при $t = 30$ мс; (б) — нормированные спектры S_k флуктуаций освещенности вдоль диагоналей 1, 2 и окружностей 3, 4 при $t = 30$ мс (кривые 1–4, отмечен диапазон измеренных размеров падающих капель); (в, г) — накопительные спектры в моменты $t = 30, 472, 500, 682, 1129$ и 2114 мс.

ки при $\lambda = 17.3$ и 34.6 мм оказываются кратными и имеют одинаковые амплитуды, что может свидетельствовать о присутствии двух периодических структур (скоплениях) с указанными масштабами.

На рис. 6в и 6г приведены накопительные спектры, полученные осреднением пространственных спектров по ряду моментов времени $t = 30, 472, 500, 682, 1129$ и 2114 мс. Накопительные спектры вдоль диагоналей (рис. 6в, 1 и 2) имеют признаки подобия, в них наиболее отчетливы масштабы вблизи 3 и 5 мм, которые присутствуют и в момент $t = 30$ (рис. 6б, 1 и 2).

Спектр вдоль большой окружности (рис. 6а, 4) кроме крупномасштабного пика имеет всего один выраженный максимум на масштабе 5 мм (рис. 6г, 4), присутствующем и в спектре вдоль малой окружности (рис. 6г, 3). Последний почти линейчатый, в нем присутствуют все встречающиеся в картине размеры пузырей. Значимый диапазон масштабов возмущений поверхности ограничен снизу максимальным размером (3 мм) падающих капель.

ВЫВОДЫ

Впервые проведены эксперименты, в которых получены акустические и оптические образы воз-

мушений, создаваемых периодическим и множественным соударением капель с возмущенной водной поверхностью.

При периодическом соударении в картине течения сохраняются те же структурные элементы (каверна, венец, всплеск, стример), что и в случае одиночной капли; однако они утрачивают симметрию. После нескольких соударений на поверхности появляются плавающие пузыри диаметром от 1 до 6 мм, число которых постепенно возрастает.

В фонограмме присутствует тот же набор сигналов, что и при ударе одиночной капли. При этом ударный импульс сопровождает каждый удар капли, а резонансный пакет отмечается лишь в редких случаях. Спектр полной фонограммы имеет два выраженных максимума — низкочастотный вблизи 0.2 кГц (связан с периодом падения капель) и более высокочастотный 0.7 кГц, обусловленный резонансным звучанием редких пузырей.

При множественном соударении картина течений, характерных для одиночной капли, полностью отсутствует. На поверхности плавают группы пузырей различной формы и размера. Текущие пространственные спектры имеют вид линейчатых, однако состав и расположение пиковых масштабов меняется в каждый момент времени. В накопительных спектрах, снятых вдоль прямых и окружностей, также преобладают линейчатые участки, в которых выделяются пики на частотах, встречающихся в спектрах для отдельных моментов времени.

Фонограмма множественного падения капель состоит из контрастных участков, одни из которых имеют вид шумовой дорожки, другие представляют собой отдельные резонансные пакеты. Соответственно, спектры отдельных реализаций являются сплошными, другие представляют ограниченный набор гармоник.

В спектре общей фонограммы выделяются два участка — низкочастотный (до 50 Гц), в котором сосредоточена основная энергия сигнала, и высокочастотный с максимальной граничной частотой 2.7 кГц.

В целях практической имплементации лабораторных данных целесообразно увеличивать число дозаторов с одновременным расширением диапазона скоростей соударения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598). Эксперименты проведены на стенде ЭСП УИУ “ГФК ИПМех РАН”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Worthington A.M. A Study of Splashes. Oxford, UK: Green, and Company, 1908. 129 p.

2. Mallock H.R.A. Sounds produced by drops falling on water // Proc. R. Soc. Lond. A. 1918. V. 95. P. 138–143.
3. Jones A.T. The sound of splashes // Science. 1920. V. 52. P. 295–296.
4. Чашечкин Ю.Д. Пакеты капиллярных и акустических волн импакта капли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 1(94). С. 73–92.
5. Franz G.J. Splashes as sources of sound in liquids // J. Acoust. Soc. Am. 1959. V. 31. P. 1080.
6. Minnaert M. On musical air bubbles and the sounds of running water // Phil. Mag. 1933. V. 16. P. 235–248.
7. Prosperetti A., Oguz H.N. The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain // Ann. Rev. Fluid Mech. 1993. V. 25. P. 577–602.
8. Gillot G., Derec C., G  nevaux J.-M., Simon L., Benyahia L. A new insight on a mechanism of airborne and underwater sound of a drop impacting a liquid surface // Phys. Fluids. 2020. V. 32. 062004. P. 1–10. <https://doi.org/10.1063/5.0010464>
9. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Эволюция формы последовательных каверн импакта свободно падающей капли // Докл. Росс. Акад. наук. Физика, технические науки. 2021. Т. 501. С. 25–33.
10. Howe M.S., Hagen N.A. On the impact noise of a drop falling on water // J. Sound Vib. 2011. V. 330. № 4. P. 625–635.
11. Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е. Эволюция структуры акустических сигналов, вызванных ударом падающей капли о жидкость // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 377–390.
12. Beacham S.T., Tilger C.F., Oehlschlaeger M.A. Sound generation by water drop impact on surfaces // Experimental Thermal and Fluid Science. 2020. V. 117. 110138. P. 1–8.
13. Прохоров В.Е., Чашечкин Ю.Д. Генерация звука при падении капли на поверхность воды // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 6. С. 792–803.
14. Phillips S., Agarwal A., Jordan P. The sound produced by a dripping tap is driven by resonant oscillations of an entrapped air bubble // Sci. Rep. 2018. V. 8. № 1. Art. № 9515. P. 1–12. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-27913-0>
15. Prokhorov V.E. Acoustics of oscillating bubbles when a drop hits the water surface // Phys. Fluids. 2021. V. 33. P. 083314. P. 1–9.
16. Deka H., Ray B., Biswas G., Dalal A., Tsai P.-H., Wang A.-B. The regime of large bubble entrapment during a single drop impact on a liquid pool // Phys. Fluids. 2017. V. 29. 09210.
17. Руденко О.В., Маков Ю.Н. Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии (обзор) // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
18. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Распад капли на отдельные волокна на границе области контакта с принимающей жидкостью // Докл. Росс. Акад. наук. Физика, технические науки. 2021. Т. 497. С. 31–35.
19. Gillot G., Simon L., G  nevaux J.-M., Benyahia L. Acoustic signatures and bubble entrainment mecha-

- nisms of a drop impacting a water surface with surfactant // *Phys. Fluids*. 2021. V. 33. 077114.
20. Chashechkin Yu.D., Ilynykh A.Yu. Total coalescence, rebound and fast partial bounce: three kinds of interaction of free fallen drop with a target fluid // *FDMP*. 2020. V. 16. № 4. P. 801–811.
 21. Rayleigh L. On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity // *Philosophical Magazine*. 1882. V. 14. № 87. P. 184–186.
 22. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Поверхностные колебания свободно падающей капли идеальной жидкости // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2018. Т. 54. № 2. С. 206–212
 23. van Hinsberg N.P., Charbonneau-Grandmaison M. Single-drop impingement onto a wavy liquid film and description of the asymmetrical cavity dynamics // *Phys. Rev. E*. 2015. V. 92. P. 013004. P. 1–12.
 24. Pumphrey H.C., Crum L.A., Bjorno L. Underwater sound produced by individual drop impacts and rainfall // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. P. 1518–1526.
 25. Wang A., Kuan C., Tsai P. Do we understand the bubble formation by a single drop impacting upon liquid surface? // *Phys. Fluids*. 2013. V. 25. 101702.
 26. Knudsen V.O., Alford R.S., Emling J.W. Underwater ambient noise // *J. Marine Res.* 1948. V. 7. P. 410–429.
 27. Bjorno L. Underwater rain noise: sources, spectra and interpretations // *J. De Physique IV. Colloque C5. Supplement de J. De Physique 3*. 1994. V. 4. P. C5-1023–C5-1030.
 28. Nystuen J.A., Moore S.E., Stabeno P.J. A sound budget for the southeastern Bering Sea: Measuring wind, rainfall, shipping, and other sources of underwater sound // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 128. № 1. P. 58–65.
 29. Бардышев В.И. Распределения спектральной плотности подводного шума в шельфовой зоне Тихого океана // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 3. С. 348–351.
 30. Ashokan M., Latha G., Ramesh R. Analysis of shallow water ambient noise due to rain and derivation of rain parameters // *Applied Acoustics*. 2015. V. 88. P. 114–122.
 31. Liu S., Li Q., Shang D., Tang R., Zhang Q. Measurement of underwater acoustic energy radiated by single raindrops // *Sensors*. 2021. V. 21. 2687. P. 1–16.
 32. Pumphrey H.C., Crum L.A., Bjorno L. Underwater sound produced by individual drop impacts and rainfall // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. № 4. P. 1518–1526.
 33. Kathiravelu G., Lucke T., Nichols P. Rain Drop Measurement Techniques: A Review // *Water*. 2016. V. 8. P. 29.
 34. Fehlmann M., Rohrer M., von Lerber A., Stoffel M. Automated precipitation monitoring with the Thies disdrometer: Biases and ways for improvement // *Atmos. Meas. Tech.* 2020. V. 13. P. 4683–4698.
 35. Осадкомер Третьякова. <https://meteo59.ru/book/pribory-i-nablyudeniya/osadkomer.php>
 36. Ma B.B., Nystuen J.A., Lien R.-C. Prediction of underwater sound levels from rain and wind // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. P. 3555.
 37. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. Гидродинамика и теория упругости. М.: ОГИЗ. ГИТТЛ, 1944. 624 с.
 38. Chashechkin Y.D. Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // *Axioms*. 2021. V. 10. P. 286.
 39. Эйзенберг Д., Кауцман В. Структура и свойства воды. Л.: Гидрометеиздат, 1975. 280 с.
 40. Feistel R., Harvey A.H., Pawlowicz R. International Association for the Properties of Water and Steam. Advisory Note No. 6: Relationship between various IAPWS documents and the International Thermodynamic Equation of Seawater-2010 (TEOS-10). 2016. P. 1–5.
 41. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Динамика гравитационно-капиллярных волн на поверхности неоднородно нагретой жидкости // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2007. Т. 43. № 1. С. 109–116.
 42. Agbaglah G., Thoraval M., Thoroddsen S., Zhang L., Fezzaa K., Deegan R. Drop impact into a deep pool: vortex shedding and jet formation // *J. Fluid Mech.* 2015. V. 764. R1. P. 1–12. <https://doi.org/10.1017/jfm.2014.723>
 43. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Множественные выбросы брызг при ударе капли // *Докл. Рос. Акад. наук*. 2020. Т. 494. С. 42–46.
 44. Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (ГФК ИПМех РАН). <https://ipmnet.ru/uniquequip/gfk/>
 45. Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е. Гидродинамика удара капли: короткие волны на поверхности венца // *Докл. Акад. наук*. 2013. Т. 451. № 1. С. 41–45.
 46. Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е. Структура первичного звукового сигнала при столкновении свободно падающей капли с поверхностью воды // *Журн. эксп. теор. физ.* 2016. Т. 149. № 4. С. 864–875.
 47. Прохоров В.Е. Ударное акустическое излучение при столкновении капли изменяющейся формы с поверхностью воды // *Письма в Журн. эксп. теор. физ.* 2020. Т. 112. № 9. С. 591–597.
 48. Ma B., Nystuen J.A. Passive acoustic detection and measurement of rainfall at sea // *J. atmospheric and oceanic technology*. 2005. V. 22. P. 1225–1248.

АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ.
БИОМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.784,612.85,81.342

ИЗМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГЛАСНЫХ ЗВУКОВ В РУССКОЙ РЕЧИ НА ФОНЕ ШУМА

© 2023 г. А. М. Луничкин^а, *, И. Г. Андреева^а, Л. Г. Зайцева^а,
А. П. Гвоздева^а, Е. А. Огородникова^б

^аФедеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт эволюционной физиологии и биохимии им. И.М. Сеченова Российской академии наук, пр. Тореца 44, Санкт-Петербург, 194223 Россия

^бФедеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физиологии им. И.П. Павлова Российской академии наук, наб. Макарова 6, Санкт-Петербург, 199034 Россия

*e-mail: BolverkDC@mail.ru

Поступила в редакцию 24.12.2021 г.

После доработки 29.09.2022 г.

Принята к публикации 16.03.2023 г.

В контексте проблемы слухового анализа сложной сцены исследованы акустические характеристики русской речи в условиях шума многоголосия и проявления эффекта Ломбарда. Сравнивали спектры ударных гласных звуков [a], [u], [i] в словах, произнесенных шестью женщинами в тишине и на фоне диотически предъявляемого речеподобного шума уровня 60 дБ, имитирующего многоголосие. В шуме, по сравнению с тишиной, получили повышение частоты основного тона голоса (F_0) и первой форманты (F_1) для всех выделенных гласных. Общей закономерности в изменениях второй форманты (F_2) обнаружено не было. При произнесении гласного звука [i] в шуме F_2 понижалась у всех дикторов, при произнесении гласных звуков [u] и [a] она могла как понижаться, так и повышаться. Таким образом, в основном характер выявленных изменений спектральных характеристик гласных звуков русской речи в шуме соответствовал особенностям ломбардной речи для ряда европейских и азиатских языков. При этом впервые была показана обратно пропорциональная зависимость между F_0 диктора в тишине и ее изменениями в шуме: чем выше F_0 в тишине, тем меньше ее увеличение на фоне шума. Выявленные спектральные изменения отражают процессы адаптивной коррекции артикуляции, направленные на выделение голоса диктора и повышение разборчивости его речи на фоне речеподобного шума.

Ключевые слова: акустика речи, шум многоголосия (речеподобный), слухоречевой контроль, эффект Ломбарда, речевая коммуникация, характеристики голоса

DOI: 10.31857/S032079192110018X, **EDN:** QRABNB

ВВЕДЕНИЕ

В условиях речевого общения его участники решают несколько задач, связанных с приемом и передачей информации. При этом для слушателя наиболее важной из них является выделение голоса и распознавание речи диктора, а для диктора — голосовое оформление высказывания, обеспечивающее минимальную потерю его информационного содержания. В повседневной жизни эти задачи могут осложняться присутствием в среде шума, маскирующего речевой сигнал. Таким образом, физиологическая проблема, исследуемая с середины прошлого века и именуемая “cocktail-party problem” [1], наряду с аспектом восприятия речи слушателем, включает и аспект “подстройки” или адаптации диктором собственной речи к условиям шума для повышения ее разборчивости [2]. При автоматическом обнаружении и распознавании целевого речевого сигнала в

условиях многокомпонентной акустической сцены, в том числе в шуме многоголосия, наиболее сложной является ситуация, в которой маскирующий и целевой речевой сигналы оказываются сходными по своим спектральным характеристикам [3].

Для диктора наличие шума многоголосия снижает возможности слухового контроля речи по принципу обратной связи и обнаружения речевых ошибок [4, 5]. По этой причине диктор вынужден изменять параметры собственного голоса. Непроизвольное адаптивное изменение параметров речи в зашумленной обстановке носит название эффекта Ломбарда, а саму речь обозначают как ломбардную [2, 6, 7]. На данный момент центральные механизмы речеобразования, отвечающие за изменение голоса в шуме, точно не установлены [2, 8]. Нейрофизиологические исследования слуха млекопитающих (*Felis catus* и *Saimiri sciureus*)

позволили связать эффект Ломбарда с работой структур, расположенных в стволе мозга. Среди них выделяют серое околосредоводопроводное вещество среднего мозга [9], верхнеоливарный комплекс и парамедианную ретикулярную формацию моста [10]. Среди других структур, которые возможно вовлечены в организацию ломбардной речи, называют латеральную зону ретикулярной формации и слухоречевые зоны первичной слуховой коры [8].

Эффект Ломбарда обнаруживается в присутствии шума, начиная с уровня интенсивности 43 дБ [11]. Он может играть двойную роль в речевом общении: облегчать распознавание слов слушателем, с одной стороны, и улучшать условия слухового контроля речи диктора по принципу обратной связи (самопрослушивание) — с другой [7, 12, 13]. Исследование этих процессов и их влияния на восприятие речи в условиях многоголосия необходимо для решения актуальных задач повышения помехоустойчивости автоматических систем распознавания речи, создания голосозависимых технологий и автоматических голосовых определителей [14, 15]. Оно также имеет важное значение для развития речевых тренажеров, процедур слуховых тренировок, технических средств слухопротезирования [16], методов диагностики слухоречевых нарушений [17] и биометрической идентификации дикторов [2].

При сравнении с речью в тишине, ломбардная речь отличается повышением интенсивности и частоты основного тона голоса (F_0) [3, 6, 7, 13, 18, 19], увеличением длительности и изменением спектральных характеристик гласных, в первую очередь их основных частотных максимумов — первой и второй формант (F_1 и F_2) [7, 20]. Увеличение F_0 наблюдали в присутствии шума уровнем от 43 до 84 дБ, причем с ростом уровня шума прирост частоты также увеличивался [7]. Значения F_1 в шуме для всех гласных сдвигались в область более высоких частот, а закономерность изменений F_2 не обнаруживалась [7, 12, 21]. Благодаря этим изменениям гласные оказываются более различимыми на фоне шума. Это облегчает распознавание слов слушателем и улучшает процесс самопрослушивания у диктора [7, 12, 21]. Таким образом, адекватным методом оценки особенностей речи в зашумленной среде выступает изучение изменений в формантной структуре гласных звуков, прежде всего, в отношении спектральных максимумов, соответствующих частотам F_1 и F_2 , которые в речи взрослого человека различны для разных категорий гласных [22] и являются основой для их фонемной идентификации [23–25].

В русском языке базовые гласные звуки [a], [i], [u] в координатной плоскости F_1 – F_2 образуют вершины фонетического “треугольника гласных”, внутри которого расположены остальные

гласные фонемы [26, 27]. Поэтому изучение формантных характеристик гласных звуков [a], [i], [u] позволяет оценить изменения, которые в целом происходят при голосообразовании и артикуляции вокальных звуков русской речи в шуме. При такой оценке необходимо учитывать положение гласного в речевом сигнале, в частности, ударность его позиции в слогоритмической структуре слова (словесное ударение), когда формантные максимумы спектра гласных звуков наиболее выражены, благодаря четкости артикуляции [26].

Следует подчеркнуть, что особенности русской ломбардной речи ранее практически не изучались. В 1970-х гг. было показано, что эффект Ломбарда приводит к непроизвольному усилению голоса и увеличению длительности звуков вокальной речи [28], однако методические ограничения не позволили выполнить спектральный анализ ее изменений.

Целью данной работы стало сравнение спектральных характеристик гласных звуков русской речи, находящихся в ударной позиции, при произнесении ограниченного набора слов в условиях тишины и на фоне речеподобного шума, имитирующего многоголосие. Оценивали изменения F_0 , отражающей индивидуальную характеристику голоса и интонирования, а также спектральных максимумов, соответствующих формантам F_1 и F_2 , как показателей артикуляции гласных звуков. С учетом преобладания в научной литературе данных по эффекту Ломбарда для образцов женского голоса и свидетельства о его большей выраженности у женщин, полученных на материале других языков [3, 7, 19, 21, 29–31], объектом нашего внимания стали гласные звуки русского языка в женской речи.

МЕТОДИКА

Дикторы. В записи речи приняли участие 6 женщин в возрасте 20–32 лет ($n = 3$) и в возрасте 58–59 лет ($n = 3$). Все они являлись носителями нормативного русского языка, не имеющими нарушений слуха и дефектов речи, а также опыта длительного общения с маленькими детьми до проведения исследования. Такой подбор испытуемых позволял исключить выраженность изменений акустических характеристик, типичных для материнской речи [19, 21, 32]. Аудиологическое обследование дикторов включало воздушную тональную пороговую аудиометрию и тест обнаружения паузы, представляющий собой стандартное исследование временной разрешающей способности слуха с применением коротких тональных посылок на частотах 0.5, 1, 2 и 4 кГц, и широкополосных щелчков [33]. По результатам обследования дикторов пороги их слуха не превышали 20 дБ на основных аудиометрических частотах и

соответствовали возрастной норме тонального слуха, а пороги обнаружения паузы не превышали 20 мс для всех типов стимулов, что соответствовало норме временной разрешающей способности. Перед началом эксперимента дикторы подписывали информированное согласие об участии в эксперименте. Все процедуры, выполненные в настоящем исследовании с участием людей, соответствовали требованиям Этического комитета Института эволюционной физиологии и биохимии им. И.М. Сеченова и Хельсинкской декларации 1964 г. с ее последующими изменениями.

Речевой материал. Для записи в тишине и на фоне маскирующего сигнала — речеподобного шума — использовали 9 слов русского языка с гласными звуками [a], [i], [u] в разных ударных позициях: в начале слова “рУчка, Армия, мИна”; в середине — “бумАга, малИна, посУда”; в конце — “кредИт, шалУн, строка”.

Речеподобный шум (далее шум) создавали путем микширования записей двусложных слов, произнесенных четырьмя дикторами разного пола и возраста — двое мужчин (30 и 65 лет) и две женщины (19 и 60 лет), ни один из которых не участвовал в настоящем исследовании. Средние значения и стандартные отклонения F_0 голосов дикторов составляли 117 ± 8 и 139 ± 9 Гц для мужчин, 208 ± 30 и 234 ± 34 Гц для женщин. Записи представляли собой двусложные слова русской речи длительностью от 400 до 800 мс. Всего применяли восемь слов, ни одно из которых не совпадало со словами из тестового речевого материала. Для каждого слова каждого диктора создавалась звуковая дорожка с многократным повтором слова без пауз. Таким способом были получены 32 звуковые дорожки (8 слов $\times$ 4 диктора). Для создания речеподобного шума (многоголосие) они были микшированы в файл длительностью 40 с. Полученный шум нормализовали по уровню, затем сформировали линейные фронты нарастания и убывания интенсивности по 1 с. Данная методика формирования шума была описана в нашей работе [34]. Спектральные характеристики шума представлены ниже в разделе Результаты. Шум при его предъявлении в наушниках создавал у слушателя ощущение присутствия в помещении с большим числом одновременно говорящих людей. Измеренный в А-взвешенном режиме уровень звукового давления шума при монофоническом воспроизведении составлял 52 дБ(А). При диотическом предъявлении шума в условиях эксперимента этот уровень соответствовал воспринимаемому уровню громкости моноаурально подаваемого шума 60 дБ. Данный эффект обусловлен бинауральной суммацией громкости [35].

Оборудование и экспериментальное помещение. Исследование проводили в анэхоидной звукоизолированной камере объемом 62.5 м³. Ослабление

уровня наружных шумов в камере составляло не менее 40 дБ в диапазоне частот 0.5–16 кГц. Воспроизведение шума и запись голоса диктора выполняли синхронно с применением ноутбука ASUS Sonic Master и программного обеспечения Adobe Audition 1.6.

Для записи голоса использовали устройство Rode NT-USB, сочетающее в себе конденсаторный микрофон с кардиоидной диаграммой направленности и звуковую карту (частота дискретизации 44100 Гц, 16 бит). Звуковая карта имела отдельные регуляторы громкости входного сигнала с ноутбука и входного сигнала с микрофона. Устройство Rode NT-USB было оснащено выходом, к которому подключали головные телефоны закрытого типа Sennheiser HD-380-Pro. Измерение уровня звукового давления, создаваемого шумом, осуществляли при помощи шумомера RFT 000014 в А-взвешенном режиме при моноауральной подаче звука.

Условия самопрослушивания. Головные телефоны уменьшали воспринимаемую диктором по воздушной проводимости громкость собственной речи, поэтому их применение могло влиять на параметры речи диктора (громкость, F_0 и т.п.). Для снижения этого эффекта перед началом эксперимента диктора просили выполнить подстройку условий самопрослушивания. С этой целью диктор менял громкость входного сигнала с микрофона при помощи регулятора на устройстве Rode NT-USB таким образом, чтобы воспринимаемая громкость собственной речи в головных телефонах и без них была одинаковой. Условия самопрослушивания, отрегулированные диктором, сохранялись при произнесении слов в тишине и в шуме.

Экспериментальная процедура. Во время эксперимента диктор располагался в анэхоидной камере в кресле с подлокотниками и подголовником. В 20 см от диктора, на уровне его рта, устанавливали микрофонное устройство на настольной стойке. Положение головы не фиксировали жестко, однако диктору давали инструкцию держать затылок прижатым к подголовнику, не поворачивать и не наклонять голову. Таким образом поддерживалось постоянное расстояние между губами диктора и микрофоном. На дикторе были надеты головные телефоны закрытого типа. После подстройки условий самопрослушивания (см. предыдущий пункт) осуществляли запись слов. Каждый диктор участвовал в трех сессиях, в которых записывали по три слова. Сессии различались по набору слов, в которых ударная гласная занимала одну из трех возможных позиций. В течение одной сессии диктор по четыре раза произносил друг за другом три слова в следующих условиях: 1) в тишине, 2) в шуме уровня 60 дБ. При произнесении слов диктор обращался к экспериментатору, который си-

Таблица 1. Изменения частоты основного тона голоса при произнесении гласных звуков [u], [i], [a] на фоне диотического речеподобного шума уровня 60 дБ

Диктор №/возраст (лет)	$F_{0к}$ в тишине (Гц)*	$F_{0ш}$ в шуме (Гц)*	ΔF_0 (%)**		
			[a]	[i]	[u]
1/20	233	220	−0.8	−0.3	−5.6
2/25	179	204	20.3	16.4	6.2
3/32	197	206	6.7	8.1	−0.9
4/58	174	191	17.6	8.5	18.0
5/58	167	187	10.0	9.2	15.6
6/59	171	209	10.4	15.3	24.1
Медиана***	10.2	8.8	10.9		

*Приведены медианы $F_{0к}$, $F_{0ш}$ по всем записям диктора в тишине для 9 слов и 4 их повторений ($n = 36$).

**Даны индивидуальные значения ΔF_0 как медианы, полученные для 3 ударных положений гласного звука и 4 их повторений ($n = 12$).

***Групповые ΔF_0 даны как медианы индивидуальных изменений ($n = 6$).

дел напротив диктора на расстоянии 1 м. Для того чтобы уменьшить различия в интонировании слов, дикторов просили перед каждым словом добавлять местоимение “это”: “Это – ручка, это – армия, это – мина” и т.д. После окончания сессии записи голоса сохраняли в формате “wav” для дальнейшего анализа. Для каждого из шести дикторов было записано 72 звуковых фрагмента (9 слов $\times$ 4 повтора $\times$ 2 условия). Общий объем речевого материала для шести дикторов составил 432 записи слов.

Анализ записей и методы статистического анализа. Анализ ударных гласных звуков из записей слов включал выделение стационарного участка гласного (не менее 50 мс) для определения F_0 , F_1 и F_2 в программе Praat (свободно распространяемое программное обеспечение, www.praat.org). Частотный диапазон для оценки F_0 составлял 75–500 Гц. Для определения значений формант использовали авторегрессионный метод Берга (Burg Linear Predictive Coding Autoregressive Method), реализованный в Praat. Шаг по времени составлял 0.01 с, длительность окна интегрирования 0.025 с, максимальное искомое значение формант 5.5 кГц, коррекция предсказания (pre-emphasis) выполнялась на частотах свыше 50 Гц. Статистическую обработку полученных данных проводили в программах Excel и Statistica 10. Для сравнения параметров речи дикторов в условиях тишины (контроль) и на фоне шума использовали непараметрические методы, в том числе непараметрический U -критерий Манна–Уитни и парный критерий Вилкоксона.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Изменение частоты основного тона в условиях диотического речеподобного шума по сравнению с тишиной

При контрольных условиях (тишина) в записях отдельных слов группы из 6 испытуемых частота основного тона ($F_{0к}$) находилась в диапазоне 115–310 Гц. Индивидуальные значения медианы $F_{0к}$, которые были получены для всех гласных звуков независимо от их положения в слове, представлены в табл. 1. При анализе этой спектральной характеристики голоса в тишине оказалось, что у дикторов старшей возрастной подгруппы она была ниже, чем в младшей возрастной подгруппе ($p < 0.01$, непараметрический U -критерий Манна–Уитни).

При говорении в шуме индивидуальная величина ($F_{0ш}$) была достоверно выше ($p < 0.01$, непараметрический парный критерий Вилкоксона) по сравнению с условиями тишины у дикторов № 2–5. У диктора № 1 $F_{0ш}$ оказалась ниже $F_{0к}$, которое было самым высоким в группе – 233 Гц. Индивидуальные данные относительных изменений величины $F_{0ш}$ по сравнению $F_{0к}$ (ΔF_0) для каждого гласного звука представлены в табл. 1. Значения ΔF_0 составляли от −5.6 до 24.1%, причем изменения для всех гласных звуков у одного и того же диктора было близким по величине. Заметим, что у дикторов старшего возраста значения ΔF_0 были выражены сильнее по сравнению с дикторами младшего возраста ($p < 0.05$, непараметрический U -критерий Манна–Уитни). В целом по группе увеличение медианных значений F_0 находилось в диапазоне 8.8–10.9%.

Анализ зависимости изменений частоты основного тона в шуме по сравнению с тишиной (ΔF_0) от $F_{0к}$ для трех гласных звуков в группе дикторов показал, что чем выше была $F_{0к}$, тем меньше она увеличивалась на фоне шума (рис. 1а–1б). Для гласного звука [а] уравнение линии регрессии описывалось функцией $y = -0.25x + 66$, для гласного [i] — $y = -0.24x + 62$, для гласного [u] — $y = -0.41x + 94$. Коэффициенты детерминации были равны соответственно $R^2 = 0.30$ для [а], $R^2 = 0.21$ для [i], $R^2 = 0.47$ для [u], что соответствовало проявлению умеренной корреляции в первом случае и слабой — во втором и третьем, согласно шкале Чеддока [36]. Причем при высоких $F_{0к}$ (выше 175 Гц) ΔF_0 в отдельных случаях было отрицательным, что можно проследить на рис. 1а–1б. С повышением $F_{0к}$ число таких случаев нарастало, о чем свидетельствовала полученная линейная зависимость. Наиболее низкие значения ΔF_0 наблюдались у дикторов № 1 и № 3, которые обладали самыми высокими голосами, у диктора № 1 ΔF_0 имело отрицательные значения для всех гласных (табл. 1).

Изменения формантных частот F_1 – F_2 гласных звуков в условиях диотического речеподобного шума по сравнению с тишиной

Индивидуальные изменения значений формантных частот F_1 – F_2 (ΔF_1 – ΔF_2) гласных звуков в условиях шума (табл. 2) были рассчитаны аналогично ΔF_0 . Частота форманты F_1 достоверно повышалась для всех гласных звуков ($p < 0.01$, здесь и далее, если не указано иное — непараметрический парный критерий Вилкоксона). Индивидуальные ΔF_0 варьировали от -1.2 до 22.3% для разных гласных звуков. Отметим, что ΔF_1 всех гласных звуков были близкими по величине для дикторов младшего и старшего возраста. По всей группе испытуемых относительные медианные изменения для гласного звука [а] составляли 5.0% , в то время как для гласных звуков [i] и [u] они были больше и близкими по величине — 13.7% для [i], 13.6% для [u]. При этом выраженных индивидуальных и возрастных различий в группе дикторов не наблюдалось.

На фоне шума индивидуальные изменения второй форманты по сравнению с тишиной (ΔF_2) не превышали 7.4% . Для звука [i], характеризующего наиболее высоким значением F_2 в тишине по сравнению с остальными гласными звуками, групповое медианное значение в шуме не повышалось, а, наоборот, снижалось на 2.6% ($p < 0.05$). Для гласного звука [а] ΔF_2 достоверно увеличивалось на 1.9% ($p < 0.05$). В случае гласного звука [u] медианное групповое значение F_2 достоверно не изменялось в шуме по сравнению с тишиной ($p = 0.902$).

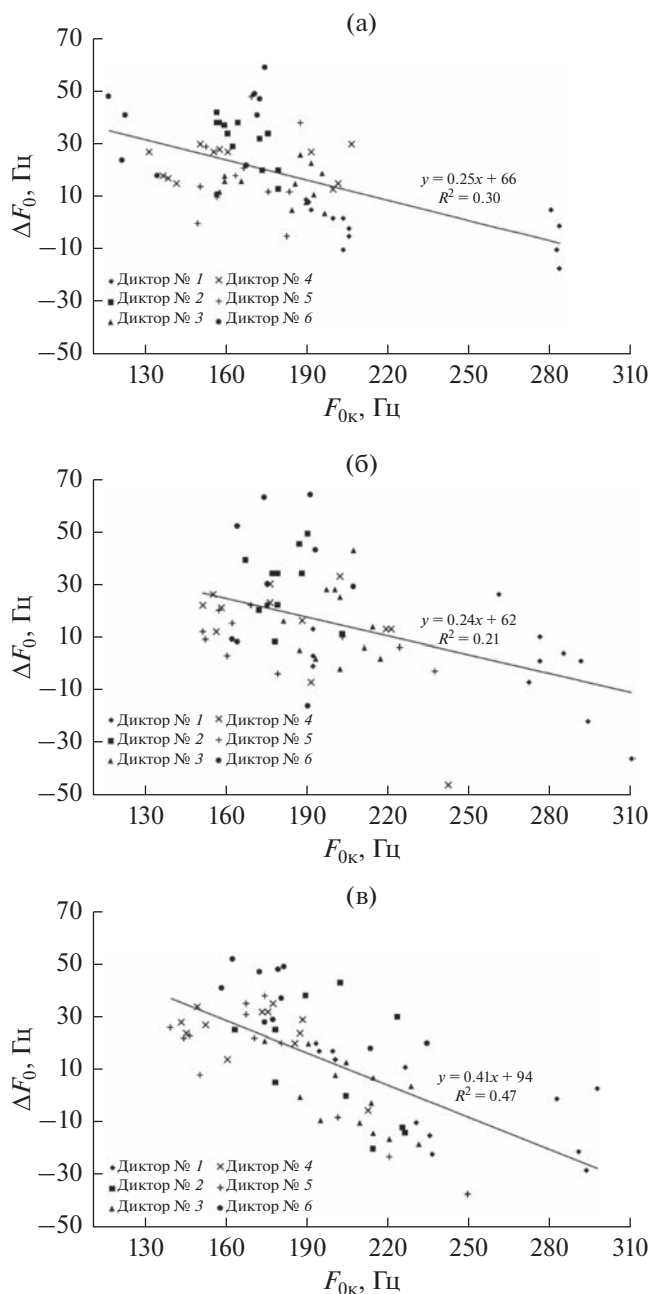


Рис. 1. Зависимость изменений частоты основного тона ΔF_0 на фоне диотического речеподобного шума уровня 60 дБ по сравнению с тишиной, от $F_{0к}$ в тишине для разных ударных гласных звуков. (а) — для гласного звука [а], (б) — для гласного звука [i], (в) — для гласного звука [u]. Прямая линия — линия регрессии. Разными символами обозначены индивидуальные значения для 6 дикторов-женщин.

В групповых данных проявились те же различия в характере изменений F_1 и F_2 для разных гласных звуков (рис. 2а–2в). Увеличение медианных значений F_1 в шуме было достоверно значимым ($p < 0.01$): для [а] на 40 Гц, для [i] на 47 Гц, для [u] на 51 Гц. Изменения медианных значений F_2

Таблица 2. Относительные изменения частоты формант F_1 – F_2 гласных звуков [u], [i], [a] при произнесении на фоне диотического речеподобного шума уровня 60 дБ по сравнению с тишиной

Диктор №	[a]		[i]		[u]	
	ΔF_1	ΔF_2	ΔF_1	ΔF_2	ΔF_1	ΔF_2
1	2.6*	–1.0	16.1	–2.8	12.1	6.1
2	12.6	7.4	10.5	–3.0	16.2	1.1
3	7.4	6.6	7.5	–2.1	10.0	–6.2
4	0.2	3.5	16.0	–1.9	15.1	2.2
5	21.5	0.2	11.9	–4.4	22.3	0.3
6	–1.2	–4.1	22.2	–2.4	10.6	0.8
Медиана**	5.0	1.9	13.7	–2.6	13.6	1.0

*Даны индивидуальные значения ΔF_1 и ΔF_2 в процентах как медианы, полученные для 3 ударных положений гласного звука и 4 их повторений ($n = 12$).

**Групповые изменения спектральных характеристик даны как медианы индивидуальных изменений ($n = 6$).

были различны для трех гласных звуков: для [a] частота F_2 повышалась на 26 Гц ($p < 0.01$), для [i] – понижалась на 69 Гц ($p < 0.01$), а для [u] практически не менялась ($p = 0.68$).

С использованием теста Левена было проведено сравнение дисперсий генеральных совокупностей значений F_1 и F_2 в двух экспериментальных условиях. Сравнение показало, что вариабельность значений F_1 и F_2 гласного звука [a] в речепо-

добном шуме снижалась ($p < 0.05$). На плоскости F_1 – F_2 это выражалось в том, что область положения звуков становилась более компактной. Для гласных звуков [i] и [u] вариабельность значений не менялась ([i] – $p = 0.22$ для F_1 , $p = 0.22$ для F_2 ; [u] – $p = 0.66$ для F_1 , $p = 0.16$ для F_2).

На рис. 3 групповые данные представлены формантными треугольниками в тишине и в речеподобном шуме уровня 60 дБ. Вершины треугольников соответствуют положению в координатной плоскости F_1 – F_2 гласных звуков [u], [i], [a]. Сдвиг вершин треугольника в шуме относительно соответствующих вершин в тишине отражает изменения F_1 и F_2 в координатном пространстве. Эти изменения привели к уменьшению площади треугольника гласных с 324495 до 301013 Гц², расчет которой выполняли согласно формуле [27, 37]. Уменьшение площади треугольника на 7% свидетельствовало о тенденции к централизации гласных, что могло быть проявлением ухудшения слухоречевого контроля.

Описанные выше изменения спектральных максимумов гласных звуков, возникающие в речеподобном шуме, можно обобщить схемой, представленной на рис. 4. Согласно схеме, направления сдвигов спектральных характеристик в шуме могли быть разнонаправленными для F_0 , F_1 , F_2 , но все они соответствовали смещению к локальным минимумам спектра шума. Так, частота основного тона голоса увеличивалась на фоне шума для всех гласных звуков, приближаясь к ло-

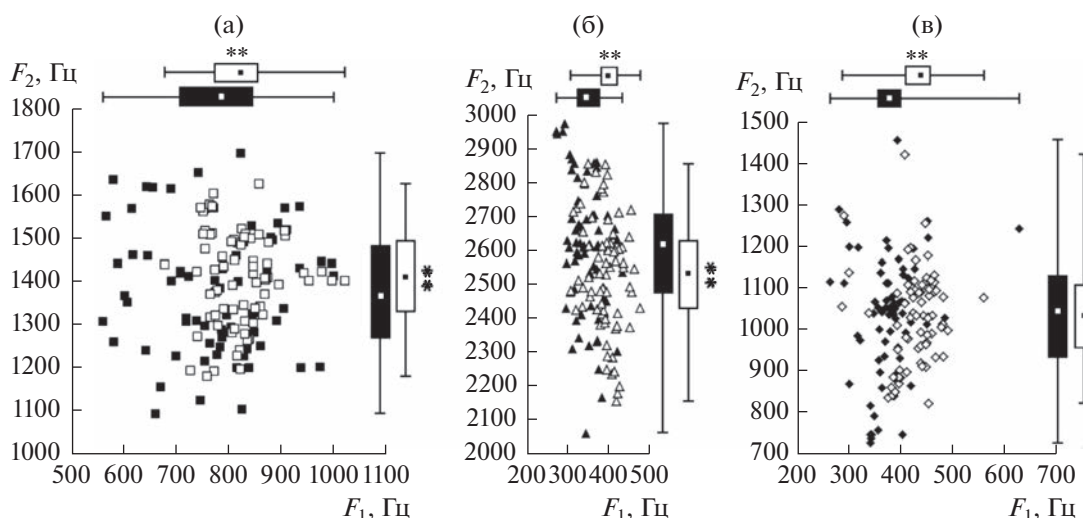


Рис. 2. Положение ударных гласных звуков [a], [i], [u] на плоскости первой и второй формант (F_1 – F_2) в тишине и на фоне диотического речеподобного шума. Приведены данные для каждой гласной в трех ударных положениях, произнесенных четыре раза шестью дикторами-женщинами ($n = 72$). (а) – Звук [a], (б) – звук [i], (в) – звук [u]. Черными символами обозначены положения гласного звука в тишине, белыми – в шуме уровня 60 дБ; Показаны минимальное значение, первый квартиль, медиана, третий квартиль и максимальное значение F_1 и F_2 ; ** – достоверные изменения медианных значений гласных звуков, произнесенных в шуме, по сравнению с условиями тишины ($p < 0.01$, непараметрический парный критерий Вилкоксона).

кальному минимуму порядка 200 Гц. Форманты F_1 всех трех гласных звуков и F_2 звука [а] повышались, F_2 звука [i] снижалась. Все эти изменения приводили к тому, что спектральные параметры речи смещались в частотные области с меньшей шумовой нагрузкой. Отметим, что F_2 гласного звука [u] в шуме практически не менялась. Это может быть связано с тем, что контрольные значения F_2 гласного звука [u] в тишине близки к значениям локального минимума около 1100 Гц и смещение F_2 в шуме могло привести к ухудшению соотношения сигнал/шум. Таким образом, описанные выше изменения спектральных характеристик гласных звуков на фоне речеподобного шума способствовали решению перцептивной задачи – выделению целевого речевого сигнала путем улучшения соотношения сигнал/шум.

ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные данные свидетельствуют о том, что в присутствии речеподобного шума F_0 в русской женской речи увеличивается, причем увеличение F_0 в относительных величинах для трех гласных звуков [u], [i], [а] оказывается практически одинаковым. Сходные изменения частоты основного тона, обусловленные эффектом Ломбарда, были описаны ранее для ряда европейских и азиатских языков (табл. 3). Поскольку проявления эффекта Ломбарда в значительной мере зависят от задачи, которая стоит перед диктором, от типа и уровня шума [7, 38], а также от пола диктора [3, 29, 39], в таблице приведены условия записи ломбардной речи для каждого из исследований.

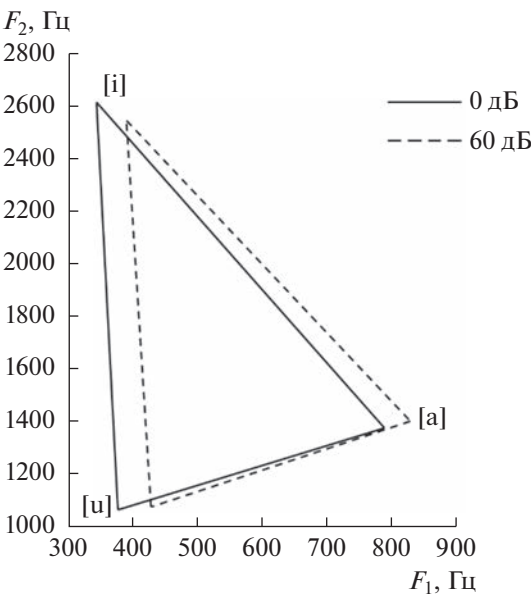


Рис. 3. Смещение треугольника гласных звуков на плоскости формант F_1 – F_2 в тишине и на фоне диотического речеподобного шума. Вершины треугольников представлены медианами F_1 и F_2 гласных звуков [а], [i], [u] для группы из шести дикторов-женщин. Сплошная линия – треугольник гласных в тишине, пунктирная линия – треугольник гласных на фоне шума уровня 60 дБ.

Отметим, что во всех этих работах показатели F_0 в шуме увеличивались. При этом прирост частоты основного тона значительно варьировал даже для близких по интенсивности шумов. Так, при воздействии шума в 60–70 дБ диапазон уве-

Таблица 3. Сводная таблица исследований, в которых определяли изменения частоты основного тона женского голоса на фоне шума по сравнению с тишиной

Авторы	Язык	Тип шума	Объем выборки	Задача диктора	Увеличение F_0
Letowski et al., 1993 [39]	Английский	Речеподобный шум, 70 и 90 дБ	5 женщин	Чтение текста	3 Гц для 70 дБ и 18 Гц для 90 дБ
Patel, Schell, 2008 [40]	Английский	Речеподобный шум, 60 и 90 дБ	8 женщин	Спонтанная речь	14.5 Гц для 60 дБ и 54.7 Гц для 90 дБ
Stowe, Golob, 2013 [38]	Английский	Широкополосный (0.02–20 кГц) и узкополосный (0.5–4 кГц) шум, 75 и 90 дБ	8 женщин	Спонтанная речь	5–20 Гц для широкополосного шума, 4–8 Гц для узкополосного шума
Alghamdi et al., 2018 [41]	Английский	Речеподобный шум, 80 дБ	55 мужчин и женщин	Чтение текста	41–63 Гц
Garnier et al., 2006 [12]	Французский	Речеподобный шум, 85 дБ	1 женщина	Чтение текста	50–70 Гц
Marcoux, Ernestus, 2019 [31]	Нидерландский	Речеподобный шум, 83 дБ	30 женщин	Чтение текста	10–30 Гц
Kleczkowski et al., 2017 [42]	Польский	Речеподобный шум, 82 дБ	3 женщины	Спонтанная речь	75 Гц
Van Ngo et al., 2017 [7]	Японский	Тип шума неизвестен, 66, 72, 72, 78, 84, 90 дБ	1 женщина	Чтение текста	40–110 Гц.
Zhao et al., 2019 [43]	Японский	Речеподобный шум, интенсивность неизвестна	6 женщин	Чтение текста	50–90 Гц
Наше исследование	Русский	Речеподобный шум, 60 дБ	6 женщин	Спонтанная речь	19 Гц

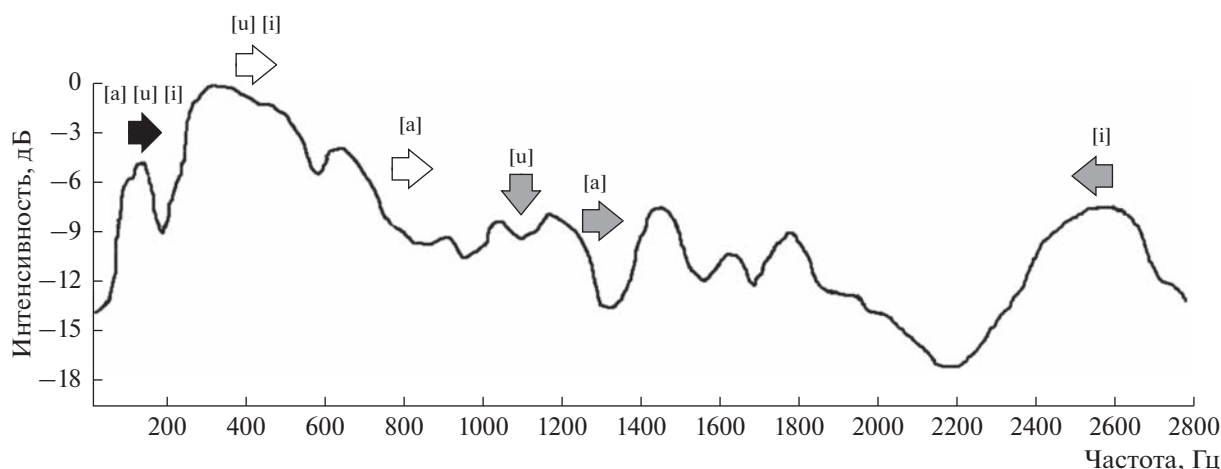


Рис. 4. Направления сдвигов спектральных характеристик гласных звуков [a], [i], [u] относительно амплитудно-частотного спектра речеподобного шума, представленного в диапазоне формант F_0 – F_2 . Черная стрелка — сдвиг F_0 , белые стрелки — сдвиг F_1 , серые стрелки — сдвиг F_2 .

личения F_0 составлял от 3 до 40 Гц. Для русской речи мы получили средний прирост F_0 в шуме на 19 Гц, что сопоставимо с данными работы [40]. При этом диапазон индивидуальных значений в нашем исследовании составлял 9–34 Гц.

Известно, что показатель F_0 зависит от физиологических характеристик голосовых связок диктора — их длины, толщины, эластичности [24, 44], и может модифицироваться благодаря работе вокальных мышц [45]. С возрастом происходят изменения голоса (пресбифония), которые в основном отражаются в снижении F_0 и в ослаблении силы голоса [44, 46, 47]. При этом эффект понижения основной частоты в большей степени выражен у женщин, что связано с характерной для них атрофией голосовых связок [47]. У мужчин возрастные изменения в большей степени определяются увеличением плотности голосовых складок, поэтому понижение F_0 с возрастом у них менее выражено и может наблюдаться обратный эффект повышения высоты голоса [47]. Эти данные определили интерес к сравнению изменений в шуме с учетом показателей $F_{0к}$ (в тишине) и возрастных характеристик в подгруппах наших дикторов: младшей — возраст 20–35 лет ($n = 3$), и старшей — возраст 58–59 лет ($n = 3$).

Результаты показали, что у дикторов-женщин наблюдается следующая зависимость: чем выше F_0 в тишине, тем меньше она увеличивается в условиях многоголосия. Эта тенденция подтверждается статистически и согласуется с необходимостью подстройки голоса под спектральные характеристики применявшегося в исследовании шума (рис. 4). Как было показано в работе [3], в речеподобном шуме F_0 сдвигается в область спектра, в которой энергия маскира имеет локальные минимумы. Такая стратегия увеличивает кон-

траст между речью диктора и фоновым шумом и зависит как от F_0 диктора в тишине, так и от спектральных характеристик шума. Кроме того, ΔF_0 в шуме у старших дикторов были выражены сильнее, чем у более молодых. При этом в младшей подгруппе наблюдались случаи понижения частоты основного тона голоса. В итоге, F_0 дикторов разного возраста на фоне речеподобного шума оказались в спектральной области с пониженной энергией маскира (200 Гц).

В отношении формантной структуры гласных, определяемой конфигурацией ротовой полости и положением языка, проявления эффекта Ломбарда носят более сложный характер [7, 12, 21]. Однако работ, посвященных изменению первой и второй формант гласных звуков в шуме значительно меньше, по сравнению с работами, в которых оценивали частоту основного тона голоса. При этом большинство работ выполнено при анализе речи только 1–2 дикторов.

На рис. 5 показаны направления изменений положения гласных в плоскости F_1 – F_2 по нашим данным и по результатам, полученным при изучении французской [12] и японской [30] речи, в которых анализировали женскую речь при воздействии речеподобного шума разных уровней. Во всех этих исследованиях обнаружен прирост F_1 в присутствии шума, выраженный для всех гласных. При этом изменения второй форманты F_2 были незначительны по величине и могли иметь разное направление: в гласном [i] ее частота снижалась; в гласных [a] и [u] — увеличивалась в разной степени. Как и для F_0 , увеличение F_1 и разнонаправленный характер изменения F_2 могут определяться смещением в область, где спектральная энергия шумового маскира понижена (рис. 4). Так, следует отметить, что значения F_2

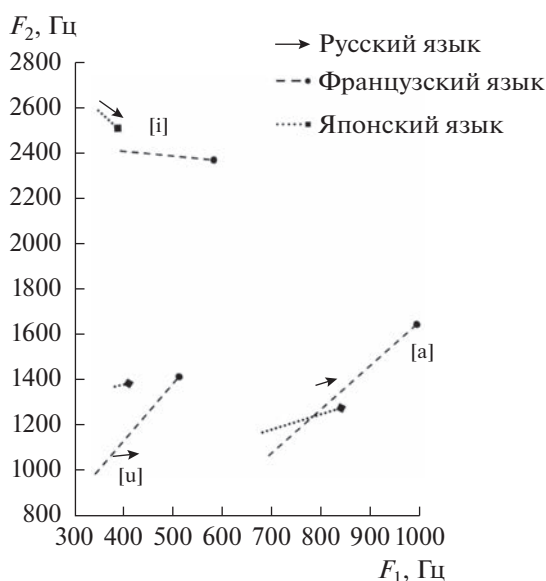


Рис. 5. Сдвиги положений трех гласных в плоскости F_1 – F_2 в шуме многоголосия по отношению к соответствующим положениям в тишине в русской, французской и японской речи. Сплошные линии – сдвиг гласных звуков русской речи (наши групповые данные); пунктирные линии – французской речи [12]; точечные линии – японской речи [30].

гласного звука [u], которые уже в тишине находились в зоне сниженной энергии маскера, не обнаруживают достоверного изменения в условиях зашумления.

Таким образом, смещение спектральных характеристик гласных русской речи в плоскости F_1 – F_2 под действием шума имело сложный характер и различалось у разных звуков. Эти различия могут определяться особенностями артикуляции, которые отражаются и в исходных акустических характеристиках гласных – среднее частотное положение и близость значений формант F_1 и F_2 у гласного [a] в отличие от F -картины для гласных [i] и [u]. В работах [12] и [30] анализировали данные одного диктора, что не позволило оценить вариативность изменений у разных дикторов при изучении гласных других языков. Однако, полученные различия для гласных разных языков принципиально не отличаются от индивидуальной вариативности, продемонстрированной нашими результатами.

Еще одной отличительной особенностью нашей работы от двух упомянутых являлся тип задачи, стоявшей перед диктором. Она заключалась в том, что диктор произносил слова, обращаясь к слушателю, моделируя, таким образом, ситуацию коммуникации. Тогда как два других исследования регистрировали речь в процессе чтения. За исключением небольшого числа работ [38, 40, 42], наиболее распространенным типом задания при

изучении эффекта Ломбарда являлось чтение слов или текста с листа.

Выбранная нами методика приближена к реальной речевой задаче, т.е. обеспечению передачи сигнала между диктором и слушателем, что повышает пластичность речевых программ диктора, включая вероятность ошибок произнесения. Вместе с тем, в ломбардной речи может наблюдаться снижение таких ошибок. В речи в шуме, которую мы регистрировали во второй записи, распределение в плоскости F_1 – F_2 индивидуальных всех трех гласных звуков у всех дикторов было более компактным по сравнению с контролем. Таким образом, в условиях затрудненного речевого общения и ослабления обратной связи артикуляция гласных становится более четкой, что повышает вероятность их идентификации в шуме. Эти изменения имеют преимущественно произвольный характер [2, 12] и демонстрируют определенное сходство с изменением формантных характеристик гласных в зависимости от состояния слуха и результатов слухопротезирования [48].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Гласные звуки русской женской речи в шуме меняются под действием речеподобного шума (эффект Ломбарда). Характер этого изменения схож с описанным для целого ряда других (английский, французский, нидерландский, японский) языков. При этом, как показывают данные проведенного исследования, общая тенденция фиксируемых сдвигов как основной частоты голоса (F_0), так и первой (F_1) и второй (F_2) формант гласных звуков, отражает смещение значений этих спектральных максимумов в область низкой энергии маскирующего шума, что способствует улучшению разборчивости речи. Впервые обнаружены зависимость прироста F_0 в шуме от контрольного значения основной частоты голоса в тишине. Показаны проявления возрастных особенностей в голосовых характеристиках дикторов-женщин. Данные определяют интерес к продолжению анализа ломбардной речи у дикторов-мужчин, голоса которых в норме характеризуются более низкочастотными значениями основного тона, чем у женщин, и гендерными особенностями пресбифонии.

Получены количественные оценки проявления эффекта Ломбарда в русской женской речи и анализ их статистической значимости, которые могут быть применены в практических разработках, связанных с системами автоматического распознавания речи и программами реабилитации при нарушениях слухоречевой функции.

Работа поддержана средствами государственного бюджета (тема № 075-00967-23-00).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bronkhorst A.W.* The cocktail-party problem revisited: early processing and selection of multi-talker speech // *Atten. Percept. Psychophys.* 2015. V. 77. № 5. P. 1465–1487. <https://doi.org/10.3758/s13414-015-0882-9>
2. *Brumm H., Zollinger S.A.* The evolution of the Lombard effect: 100 years of psychoacoustic research // *Behaviour.* 2011. V. 148. № 11–13. P. 1173–1198. <https://doi.org/10.1163/000579511X605759>
3. *Garnier M., Henrich N.* Speaking in noise: How does the Lombard effect improve acoustic contrasts between speech and ambient noise? // *Comput. Speech Lang.* 2014. V. 28. № 2. P. 580–597. <https://doi.org/10.1016/j.csl.2013.07.005>
4. *Ludlow C.L., Cikoja D.B.* Is there a self-monitoring speech perception system? // *J. Commun. Disord.* 1998. V. 31. № 6. P. 505–510.
5. *Möttönen R., Watkins K.E.* Using TMS to study the role of the articulatory motor system in speech perception // *Aphasiology.* 2012. V. 26. № 9. P. 1103–1118. <https://doi.org/10.1080/02687038.2011.619515>
6. *Summers W.V., Pisoni D.B., Bernacki R.H., Pedlow R.I., Stokes M.A.* Effects of noise on speech production: Acoustic and perceptual analyses // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 84. № 3. P. 917–928. <https://doi.org/10.1121/1.396660>
7. *Van Ngo T., Kubo R., Morikawa D., Akagi M.* Acoustical analyses of tendencies of intelligibility in lombard speech with different background noise levels // *J. Signal Process.* 2017. V. 21. № 4. P. 171–174. <https://doi.org/10.2299/jsp.21.171>
8. *Luo J., Hage S.R., Moss C.F.* The Lombard effect: from acoustics to neural mechanisms // *Trends Neurosci.* 2018. V. 41. № 12. P. 938–949. <https://doi.org/10.1016/j.tins.2018.07.011>
9. *Nonaka S., Takahashi R., Enomoto K., Katada A., Unno T.* Lombard reflex during PAG-induced vocalization in decerebrate cats // *Neurosci. Res.* 1997. V. 29. № 4. P. 283–289. [https://doi.org/10.1016/S0168-0102\(97\)00097-7](https://doi.org/10.1016/S0168-0102(97)00097-7)
10. *Hage S.R., Jürgens U., Ehret G.* Audio–vocal interaction in the pontine brainstem during self-initiated vocalization in the squirrel monkey // *Eur. J. Neurosci.* 2006. V. 23. № 12. P. 3297–3308. <https://doi.org/10.1111/j.1460-9568.2006.04835.x>
11. *Bottalico P., Passione I.I., Graetzer S., Hunter E.J.* Evaluation of the starting point of the Lombard effect // *Acta Acust. United Acust.* 2017. V. 103. № 1. P. 169–172. <https://doi.org/10.3813/AAA.919043>
12. *Garnier M., Dohen M., Laevenbruck H., Welby P., Bailly L.* The Lombard Effect: a physiological reflex or a controlled intelligibility enhancement? // *Yehia H.C., Demolin D., Laboissiere R. (Eds.) Proceedings of ISSP 06. Ubatuba, Brazil.* 2006. P. 255–262. HAL Id: hal-00214307
13. *Garnier M., Ménard L., Alexandre B.* Hyper-articulation in Lombard speech: An active communicative strategy to enhance visible speech cues? // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 144. № 2. P. 1059–1074. <https://doi.org/10.1121/1.5051321>
14. *Bořil H., Hansen J.H.L.* Unsupervised equalization of Lombard effect for speech recognition in noisy adverse environments // *IEEE ACM Trans. Audio Speech Lang. Process.* 2010. V. 18. № 6. P. 1379–1393. <https://doi.org/10.1109/TASL.2009.2034770>
15. *Bollepalli B., Juvela L., Airaksinen M., Valentini-Botinhao C., Alku P.* Normal-to-Lombard adaptation of speech synthesis using long short-term memory recurrent neural networks // *Speech Commun.* 2019. V. 110. P. 64–75. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2017.7953209>
16. *Lee J., Ali H., Ziaei A., Tobey E.A., Hansen J.H.* The Lombard effect observed in speech produced by cochlear implant users in noisy environments: A naturalistic study // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. V. 141. № 4. P. 2788–2799. <https://doi.org/10.1121/1.4979927>
17. *McColl D., McCaffrey P.* Perception of spasmodic dysphonia speech in background noise // *Percept. Mot. Ski.* 2006. V. 103. № 2. P. 629–635. <https://doi.org/10.2466/pms.103.2.629-635>
18. *Amazi D.K., Garber S.R.* The Lombard sign as a function of age and task // *J. Speech Lang. Hear. Res.* 1982. V. 25. № 4. P. 581–585. <https://doi.org/10.1044/jshr.2504.581>
19. *Tang P., Xu Rattanasone N., Yuen I., Demuth K.* Acoustic realization of Mandarin neutral tone and tone sandhi in infant-directed speech and Lombard speech // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. V. 142. № 5. P. 2823–2835. <https://doi.org/10.1121/1.5008372>
20. *Junqua J.C., Anglade Y.* Acoustic and perceptual studies of Lombard speech: Application to isolated-words automatic speech recognition // *Proc. ICASSP. Albuquerque, NM.* 1990. P. 841–844. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.1990.115969>
21. *Tang P., Xu Rattanasone N., Yuen I., Demuth K.* Phonetic enhancement of Mandarin vowels and tones: Infant-directed speech and Lombard speech // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. V. 142. № 2. P. 493–503. <https://doi.org/10.1121/1.4995998>
22. *Якушев Д.И., Скляр О.П.* Моделирование гласных звуков // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49 № 4. С. 567–569. <https://doi.org/10.1134/1.1591305>
23. *Кузнецов В.Б.* Спектральная динамика и классификация русских гласных // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 6. С. 849–853. <https://doi.org/10.1134/1.1522046>
24. *Фант Г.* Акустическая теория речеобразования. М.: Наука, 1964. 284 с.
25. *Чистович Л.А., Венцов А.В., Гранстрем М.П.* Физиология речи. Восприятие речи человеком. Л.: Наука, 1976. 388 с.
26. *Бондарко Л.В.* Фонетика современного русского языка. СПб: Изд-во С.-Петербург.ун-та, 1998. 276 с.
27. *Ляко Е.Е., Григорьев А.С.* Динамика длительности и частотных характеристик гласных на протяжении первых семи лет жизни детей // *Рос. физиол. журн.* 2013. Т. 99. № 9. С. 1097–1110. eLIBRARY ID: 20260989
28. *Морозов В.П.* Биофизические основы вокальной речи. Л.: Наука, 1977. 232 с.
29. *Egan J.J.* Psychoacoustics of the Lombard voice response // *J. Audit. Res.* 1972. V. 12. P. 318–324.

30. *Matsumoto S., Akagi M.* Variation of formant amplitude and frequencies in vowel spectrum uttered under various noisy environments // *Proc. NCSP2019, Honolulu*. 2019. P. 4–7.
31. *Marcoux K., Ernestus M.* Pitch in native and non-native Lombard speech // *Proc. ICPhS. Melbourne*. 2019. P. 2605–2609.
32. *Ляко Е.Е.* Некоторые характеристики материнской речи, адресованной младенцам первого полугодия жизни // *Психол. журн.* 2002. Т. 3. № 2. С. 55–64. eLIBRARY ID: 17315992
33. *Keith R.W.* Development and standardization of SCAN-C Test for Auditory Processing Disorders in Children // *J. Am. Acad. Audiol.* 2000. V. 11. № 8. P. 438–445.
34. *Andreeva I.G., Dymnikova M., Gvozdeva A.P., Ogorodnikova E.A., Pak S.P.* Spatial separation benefit for speech detection in multi-talker babble-noise with different egocentric distances // *Acta Acust. United Acust.* 2019. V. 105. № 3. P. 484–491. <https://doi.org/10.3813/AAA.919330>
35. *Marks L.E.* Binaural summation of loudness: Noise and two-tone complexes // *Percept. Psychophys.* 1980. V. 27. № 6. P. 489–498. <https://doi.org/10.3758/BF03198676>
36. *Koterov A.N., Ushenkova L.N., Zubenkova E.S., Kalinina M.V., Biryukov A.P., Lastochkina E.M., Molodtsova D.V., Wainson A.A.* Strength of association. Report 2. Graduation of correlation size // *Med. Radiol. Radiat. Saf.* 2019. V. 64. № 6. P. 12–24. <https://doi.org/10.12737/1024-6177-2019-64-6-12-24>
37. *Sapir S., Ramig L.O., Spielman J.L., Fox C.* Formant centralization ratio: a proposal for a new acoustic measure of dysarthric speech // *J. Speech. Lang. Hear. Res.* 2010. V. 53. P. 114–125. [https://doi.org/10.1044/1092-4388\(2009/08-0184\)](https://doi.org/10.1044/1092-4388(2009/08-0184))
38. *Stowe L.M., Golob E.J.* Evidence that the Lombard effect is frequency-specific in humans // *J. Acoust. Soc. Am.* 2013. V. 134. № 1. P. 640–647. <https://doi.org/10.1121/1.4807645>
39. *Letowski T., Frank T., Caravella J.* Acoustical properties of speech produced in noise presented through supra-aural earphones // *Ear Hear.* 1993. V. 14. № 5. P. 332–338. <https://doi.org/10.1097/00003446-199310000-00004>
40. *Patel R., Schell K.W.* The influence of linguistic content on the Lombard effect // *J. Speech Lang. Hear.* 2008. V. 51. P. 209–221. [https://doi.org/10.1044/1092-4388\(2008/016\)](https://doi.org/10.1044/1092-4388(2008/016))
41. *Alghamdi N., Maddock S., Marxer R., Barker J., Brown G.J.* A corpus of audio-visual Lombard speech with frontal and profile views // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 143. № 6. P. 523–529. <https://doi.org/10.1121/1.5042758>
42. *Kleczkowski P., Żak A., Król-Nowak A.* Lombard effect in Polish speech and its comparison in English speech // *Arch. Acoust.* 2017. V. 42. № 4. P. 561–569. <https://doi.org/10.1515/aoa-2017-0060>
43. *Zhao Y., Ando A., Takaki S., Yamagishi J., Kobashikawa S.* Does the Lombard Effect Improve Emotional Communication in Noise? Analysis of Emotional Speech Acted in Noise // *Proc. Interspeech*. 2019. P. 3292–3296. DOI: arXiv:1903.12316.
44. *Russell A., Penny L., Pemberton C.* Speaking fundamental frequency changes over time in women: a longitudinal study // *J. Speech Lang. Hear. Res.* 1995. V. 38. № 1. P. 101–109. <https://doi.org/10.1044/jshr.3801.101>
45. *Titze I.R., Luschei E.S., Hirano M.* Role of the thyroarytenoid muscle in regulation of fundamental frequency // *J. Voice*. 1989. V. 3. № 3. P. 213–224. [https://doi.org/10.1016/S0892-1997\(89\)80003-7](https://doi.org/10.1016/S0892-1997(89)80003-7)
46. *Nishio M., Niimi S.* Changes in speaking fundamental frequency characteristics with aging // *Folia Phoniatr. Logop.* 2008. V. 60. № 3. P. 120–127. <https://doi.org/10.1159/000118510>
47. *Шиленкова В.В., Бестолкова О.С.* Пресбифония. Возрастные изменения акустических параметров голоса // *Вестник оториноларингологии*. 2013. Т. 78. № 6. С. 24–27. eLIBRARY ID: 21074035
48. *Коваленко А.Н., Кастыро И.В., Решетов И.В., Попадюк В.И.* Исследование роли слухопротезирования в формировании площади акустического поля гласных // *Докл. Акад. наук. Науки о жизни*. 2021. Т. 497. № 1. С. 204–208. <https://doi.org/10.31857/S2686738921020141>

ПОВЫШЕНИЕ ЧАСТОТНОГО РАЗРЕШЕНИЯ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ВИБРАЦИЙ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРНОЙ ВИБРОМЕТРИИ С НЕПОДВИЖНЫМ ЛУЧОМ

© 2023 г. В. В. Артельный^а, А. А. Родионов^а, А. В. Стуленков^а, *

^аИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, Нижегородская обл., 603155 Россия

*e-mail: stulenkova@ipfran.ru

Поступила в редакцию 22.04.2022 г.

После доработки 22.04.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Техника лазерной доплеровской виброметрии активно применяется при выполнении экспериментальных исследований из-за бесконтактного принципа измерений. При использовании неподвижного лазера для измерений вибраций вращающихся тел и преобразования Фурье для обработки результатов таких измерений возникает проблема, связанная с понижением частотного разрешения спектров при увеличении частоты вращения тела. В результате при достаточно высоких скоростях вращения могут перестать разрешаться близко расположенные дискретные составляющие. В данной работе предложен способ решения такой проблемы, основанный на методе наименьших квадратов. Работоспособность такого метода обработки продемонстрирована на экспериментальных данных.

Ключевые слова: лазерная виброметрия, частотное разрешение, метод наименьших квадратов, измерение вращающихся тел

DOI: 10.31857/S0320791922600214, **EDN:** YJAAUJ

ВВЕДЕНИЕ

Измерение вибраций тел, находящихся не в лабораторных, а в рабочих условиях всегда представляло большой интерес. В немалой степени это относится к измерению вибраций вращающихся объектов. Бесконтактный принцип измерений, лежащий в основе лазерной доплеровской виброметрии, позволяет выполнять исследования вибраций тел, не изменяя их динамических характеристик (резонансных частот, форм колебаний на резонансах, добротностей). В исследовании вибраций вращающихся объектов с помощью лазерных виброметров глобально можно выделить два подхода — с использованием систем, позволяющих лазерному лучу следить за конкретной точкой объекта [1–4], и без таких систем (луч неподвижен) [5–10]. Наиболее распространены отслеживающие системы двух типов. В системах первого типа слежение лазера за точкой обеспечивается посредством использования дополнительного прибора — деротатора, принцип работы которого основан на использовании вращающейся призмы Дове [1–3]. Оптические свойства призмы Дове заключаются в том, что за половину оборота вокруг своей оси, она поворачивает изображение объекта на 360 градусов. Если вращать призму с половинной скоростью вращения ис-

следуемого объекта, то его изображение для виброметра станет неподвижным и, таким образом, реализуется возможность непрерывного слежения за выбранной точкой. При этом деротатору необходим внешний канал связи с исследуемым телом, чтобы получать информацию о скорости вращения.

Системы второго типа основаны на совместном использовании лазерного виброметра и видеокамеры в совокупности с алгоритмом обработки изображения в режиме реального времени [4, 11]. В таких системах свет в камеру и виброметр попадает через общую систему зеркал. В процессе работы камера отслеживает положение некоторой цели (измерительной точки) на поверхности объекта. Алгоритмом обработки изображения оценивается мгновенная разница в положении цели и лазерного луча. Эта информация затем используется для корректировки положения луча лазера с помощью системы зеркал. Таким образом, обеспечивается непрерывное слежение за точкой. С помощью отслеживающих систем обоих типов можно последовательно осуществлять измерение вибраций в наборе точек, что позволит, в итоге, построить формы колебаний вращающегося тела.

Другой подход — это измерение без систем слежения за конкретной точкой. При этом вращающийся объект проходит через неподвижный луч лазерного виброметра. Такой подход хоть и является более примитивным, тем не менее, обладает рядом преимуществ. Во-первых, он применим в том случае, когда вращающаяся деталь (диск, винт, пропеллер) закрыта кожухом или направляющими, которые мешают непрерывному движению луча за точкой [5, 7–9]. В такой ситуации измерения выполняются неподвижным лазером, направленным в доступную для обзора точку. Во-вторых, измерительная система с неподвижным лучом является более простым и доступным инструментом. Это связано с высокой ценой следящих систем, а также со значительной трудностью их настройки [8–10]. Понятно, что расширение возможностей применения систем с неподвижным лазером является актуальной задачей.

В работе [5] описана экспериментальная установка для измерений вибрации вращающихся тел неподвижным лазером. Была продемонстрирована возможность определения амплитуды и частоты колебаний с использованием данного подхода. Главным недостатком подобного метода измерений является понижение частотного разрешения с увеличением частоты вращения. В рамках данной работы будет описан метод, позволяющий преодолеть данный недостаток.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При измерении вибраций вращающегося объекта, например, лопастей винта время сканирования будет определяться временем пересечения луча лопастью. Это время определяется шириной лопасти и её линейной скоростью в точке сканирования. В результате измерений регистрируется временная реализация, состоящая из набора ко-

ротких импульсов с высокой скважностью. При использовании преобразования Фурье для оценки спектра вибраций подобного сигнала получается большое количество ложных дискретных составляющих (присутствующие составляющие размножаются в периодическом спектре). Для того чтобы избежать такого результата, можно обрабатывать один импульс. На рис. 1 представлен рассматриваемый в работе объект измерений — стальная пластина, вращение которой придавалось с помощью станка. Из результатов измерений с неподвижной пластиной известно о существовании двух близко расположенных дискретных составляющих, обусловленных ее изгибными колебаниями, — 91.3 и 110.8 Гц.

На рис. 1 также приведены спектры, полученные по экспериментальным данным (с использованием одного импульса) и построенные для трех скоростей вращения макета винта: красная кривая — 10 об/мин, синяя кривая — 22 об/мин, фиолетовая кривая — 55 об/мин. На всех кривых проявляются максимумы, связанные с изгибными колебаниями лопасти макета. В случае вращения со скоростью 55 об/мин заметно, что перестали разрешаться 1-я и 2-я дискретные составляющие. Это связано с уменьшением длительности времени наблюдения и соответствующим ухудшением частотного разрешения.

Стоит отметить, что преобразование Фурье является оптимальным методом обработки для задачи оценки частоты для единственной дискретной составляющей в белом гауссовом шуме. Для оценки двух близко расположенных составляющих используются так называемые “сверхразрешающие” методы. Наиболее известными из них являются методы на основе авторегрессионных моделей и метод MUSIC [12]. Отметим, однако, что при наличии двух синусоид оптимальным бу-

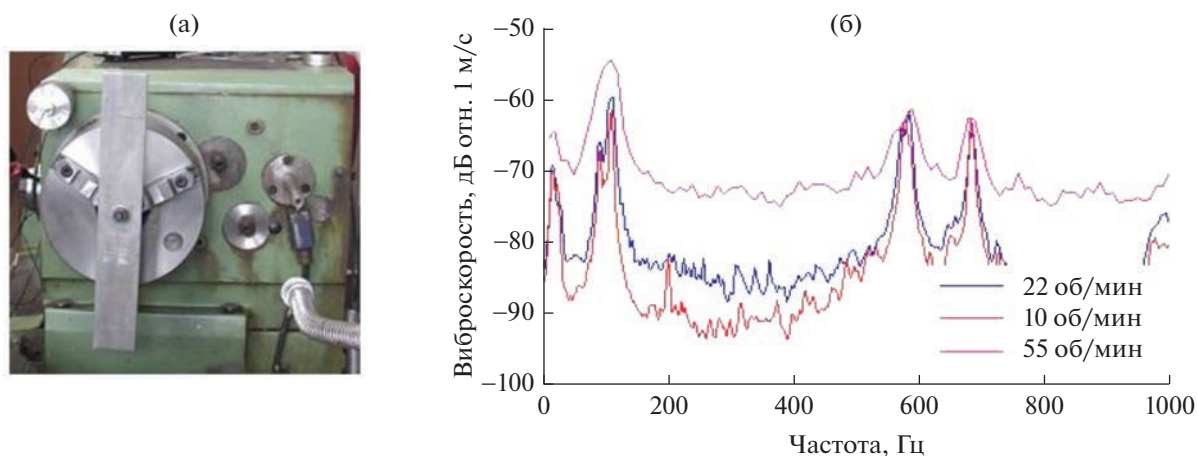


Рис. 1. (а) — Экспериментальная установка с закрепленной стальной пластиной и (б) — результаты измерений в виде спектров для разных скоростей вращения.

дет метод, основанный на методе наименьших квадратов (МНК), явно включающем в модель сигнала две синусоиды с неизвестными параметрами.

МЕТОД ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Метод обработки результатов основан на представлении модели записанного сигнала в виде суммы нескольких (двух) детерминированных сигналов с неизвестными параметрами [13].

Рассмотрим следующую модель измеряемого временного сигнала:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\xi}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x}$, $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})$, $\boldsymbol{\xi}$ — векторы-столбцы размерностью $J \times 1$, $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta})$ — полезный детерминированный сигнал, $\boldsymbol{\theta}$ — вектор неизвестных параметров, подлежащих оценке, $\boldsymbol{\xi}$ — белый гауссов шум с нулевым средним, J — количество временных отсчетов. Детерминированный сигнал может быть смоделирован как сумма K комплексных синусоид:

$$\mu_j(\boldsymbol{\theta}_0, \boldsymbol{\theta}_1) = \sum_{k=1}^K \theta_{0,k} e^{2\pi i \theta_{1,k} t_j}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\theta}_0$, $\boldsymbol{\theta}_1$ — векторы-столбцы размерностью $K \times 1$, $\boldsymbol{\theta}_0$ — неизвестные комплексные амплитуды, $\boldsymbol{\theta}_1$ — неизвестные частоты, t_j — момент времени, соответствующий отсчету номер j . Выражение (2) можно переписать в компактном матричном виде

$$\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}_1) \boldsymbol{\theta}_0, \quad (3)$$

где матрица $\mathbf{A}$ размерности $N \times K$ образована из K столбцов — $N \times 1$ векторов $\mathbf{a}_k$: $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}_1) = [\mathbf{a}_1(\theta_{1,1}), \dots, \mathbf{a}_K(\theta_{1,K})]$. Здесь $\mathbf{a}_k = (e^{2\pi i \theta_{1,k} t_1}, \dots, e^{2\pi i \theta_{1,k} t_J})^T$. Далее для поиска неизвестных параметров в соответствии с МНК будем минимизировать функцию

$$S(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{x}) = (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{x})^H (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{x}) \quad (4)$$

по неизвестным параметрам. Для того чтобы найти минимум по неизвестным комплексным амплитудам (по вектору $\boldsymbol{\theta}_0$), необходимо записать условие экстремума $\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\theta}_0} = 0$. После дифференцирования по вектору $\boldsymbol{\theta}_0$ получим уравнение $(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \boldsymbol{\theta}_0 - \mathbf{A}^H \mathbf{x} = 0$. Его решением будет оценка неизвестных комплексных амплитуд:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{x} \quad (5)$$

как функции неизвестных частот $\boldsymbol{\theta}_1$. Поскольку это единственное решение, а максимум бесконечен и недостижим, это может быть только минимум. Подставляя (5) в (4), получаем целевую

функцию, подлежащую максимизации и зависящую от $\boldsymbol{\theta}_1$:

$$F(\boldsymbol{\theta}_1) = \mathbf{x}^H \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{x}. \quad (6)$$

Для случая $K = 2$ функция (6) зависит от двух неизвестных частот. Найти максимум по ним с помощью необходимого условия экстремума не получается, поскольку результирующее уравнение имеет сложную нелинейную форму. Помимо этого, такое уравнение имеет множество решений, соответствующих многим локальным максимумам. Единственным надежным способом поиска глобального максимума (6) является полный перебор. После определения частот синусоид $\boldsymbol{\theta}_1$ можно оценить также их комплексные амплитуды с помощью подстановки $\boldsymbol{\theta}_1$ в формулу (5).

РЕЗУЛЬТАТЫ АПРОБАЦИИ МЕТОДА НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ И С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 2 представлены результаты использования метода для разрешения двух соседних частот при вращении образца со скоростью 55 об/мин (см. рис. 1). Метод применялся для одного из импульсов зарегистрированной временной реализации, который был предварительно обработан полосовым фильтром с частотами среза 70 и 140 Гц. После этого была посчитана зависимость целевой функции (6) от двух частот. Эта зависимость в яркостном виде представлена на рис. 2а.

В силу симметричности этой зависимости, оценкой частоты можно считать значения аргументов любого максимума. Эти значения составили 91.7 и 110.8 Гц, что практически совпадает со значениями изгибных частот, определенных для неподвижной пластины. На рис. 2б также представлено сравнение временных реализаций исходного экспериментального сигнала (синяя линия), сигнала после фильтрации (красная линия), модельного сигнала, состоящего из суммы двух синусоид после аппроксимации, полученного с помощью описываемого в работе метода (зеленая линия). Заметно совпадение уровней исходного и модельного сигналов в рассматриваемом частотном диапазоне.

Стоит отметить, что для других импульсов результаты оценки частот могут отличаться от значений, полученных для неподвижной пластины. На рис. 3 представлены результаты обработки для такого импульса, который можно условно называть “плохим”.

Целевая функция для “плохого” импульса, изображенная на рис. 3, отличается от функции, изображенной на рис. 2, большей шириной максимума. Оценка значений частот — 104 и 114.8 Гц,

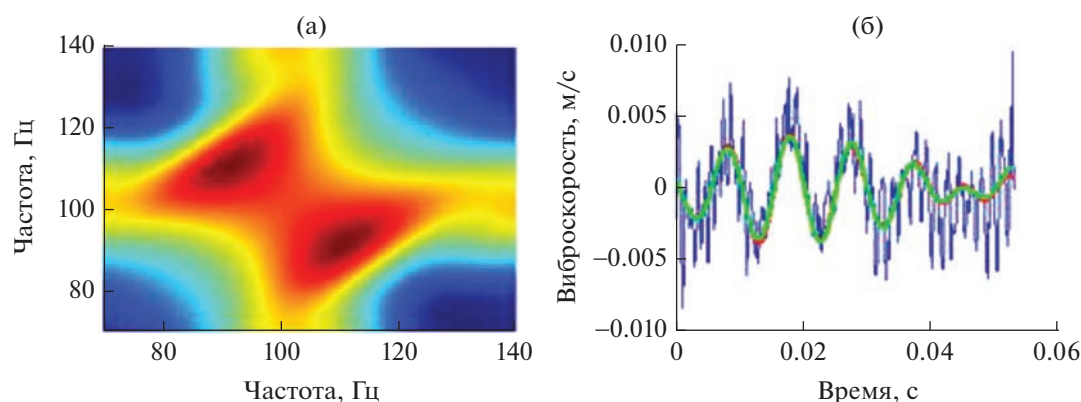


Рис. 2. (а) — Целевая функция, рассчитанная по формуле (6); (б) — сравнение временных реализаций измеренного, отфильтрованного и модельного сигнала после аппроксимации.

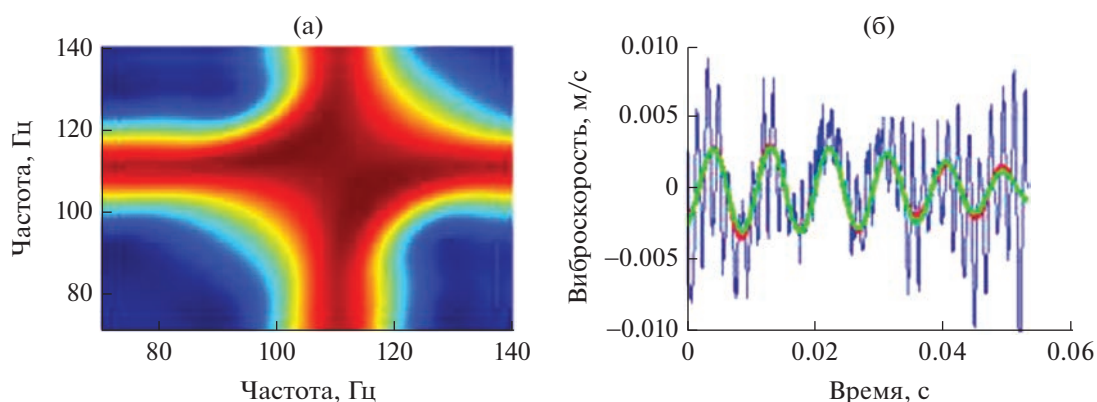


Рис. 3. (а) — Целевая функция, рассчитанная для “плохого” импульса, (б) — сравнение временных реализаций измеренного, отфильтрованного сигналов и модельного сигнала после аппроксимации.

что существенно отличается от значений неподвижной пластины. Подобранный модельный сигнал все также неплохо соответствует экспериментальному сигналу, как и в случае с “хорошим” импульсом (рис. 3). Хорошее соответствие модельной и экспериментальной временных реализаций сохраняется даже при сознательном выборе значения целевой функции, немного не соответствующего найденному глобальному максимуму (в темно-красной области). Значения аргументов в таком случае могут существенно отличаться друг от друга даже при небольшом отклонении значения целевой функции от максимального.

Таким образом, в случае выбора “плохого” импульса можно получить большую ошибку в оценке значений частот. Для того чтобы избежать этого, можно попробовать усреднить результаты оценки по нескольким импульсам. В данном случае выполнялось усреднение самих оценок частот, ранжируемых по возрастанию. Другими словами, за оценку меньшей частоты принимался меньший

аргумент максимума целевой функции. Результаты такого усреднения приведены на рис. 4. Здесь синяя кривая соответствует первой (меньшей) частоте, красная кривая соответствует второй (большей) частоте.

Для временной реализации длительностью 80 с было зарегистрировано 150 импульсов, соответствующих проходу одной половины пластины. Из графиков, представленных на рис. 4, заметно, что при росте количества импульсов, используемых для усреднения, происходит снижение ошибки оценки частот. При максимально возможном количестве усреднений оценка частот составила 91.4 и 110.8 Гц, что практически точно соотносится с частотами, измеренными на неподвижной пластинке.

Длительность экспериментального сигнала (импульса) для частоты вращения 55 об/мин составляла $T = 0.0536$ с, что соответствует классическому разрешению $\Delta f = T^{-1} = 18.7$ Гц. Возникает вопрос, до каких оборотов можно увеличить скорость вращения, чтобы по-прежнему было

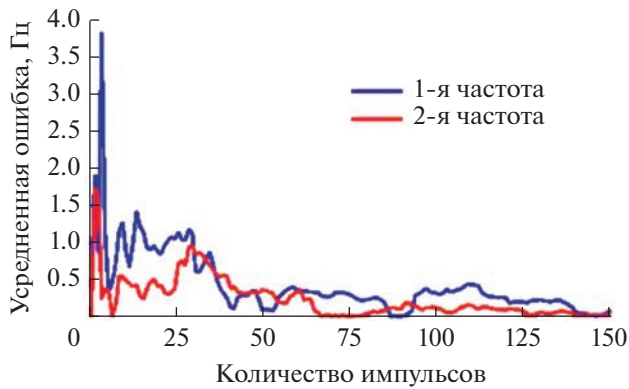


Рис. 4. Зависимость ошибки оценки частот (относительно значений, определенных для неподвижной пластинки) от числа импульсов, используемых для усреднения.

возможно разрешить две синусоиды? Для улучшения точности оценки частот и разрешения можно попробовать дополнительное некогерентное усреднение целевой функция (6) по импульсам. Такой способ обработки будет оптимальным в случае, когда каждый импульс имеет случайную амплитуду и начальную фазу. На практике это может быть не всегда верно, однако можно надеяться, что некогерентное усреднение все равно даст некоторый положительный эффект. Для выяснения возможностей такого метода было проведено численное моделирование. Генерировался набор импульсов, каждый из которых содержал две синусоиды с частотами 91.4 и 111 Гц и комплексными амплитудами $-0.5511 + 0.7317i$ и $0.9370 - 0.1947i$. Эти амплитуды были получены из эксперимента для одного из импульсов по формуле (5). Каждый импульс умножался на гауссову случайную величину с нулевым средним и единичной дисперсией (для введения некоге-

рентности). Добавлялся также белый гауссов шум с нулевым средним и некоторой дисперсией. Для каждого числа генерируемых импульсов определялась вероятность ложной тревоги. По этой вероятности определялся порог для обнаружения/разрешения (по стратегии Неймана–Пирсона). Затем по сумме сигнала и шума определялась вероятность разрешения синусоид по превышению порога. На рис. 5 приведены полученные зависимости вероятностей разрешения спектральных компонент от отношения сигнал/шум (ОСШ) для различного числа импульсов, по которым ведется некогерентное усреднение. Приведены результаты для двух различных длительностей импульса $T = 0.01375, 0.055$ с.

Видно, что некогерентное усреднение позволяет заметно снизить ОСШ, необходимое для разрешения двух синусоид. Получается, что даже при очень маленьких длительностях отдельного импульса для данной модели сигнала некогерентное усреднение многих импульсов позволяет разрешать близкие составляющие.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приводится описание способа, с помощью которого можно преодолеть основной недостаток метода измерений вибраций вращающихся тел неподвижным лазером – понижение частотного разрешения с увеличением частоты вращения. Показано, что для случая двух расположенных рядом спектральных составляющих можно использовать метод наименьших квадратов с использованием модели сигнала, включающей в явном виде две синусоиды с неизвестными частотами. Работоспособность предложенного подхода продемонстрирована на экспериментальных данных. Для увеличения точности оценки частоты и вероятности разрешения частот

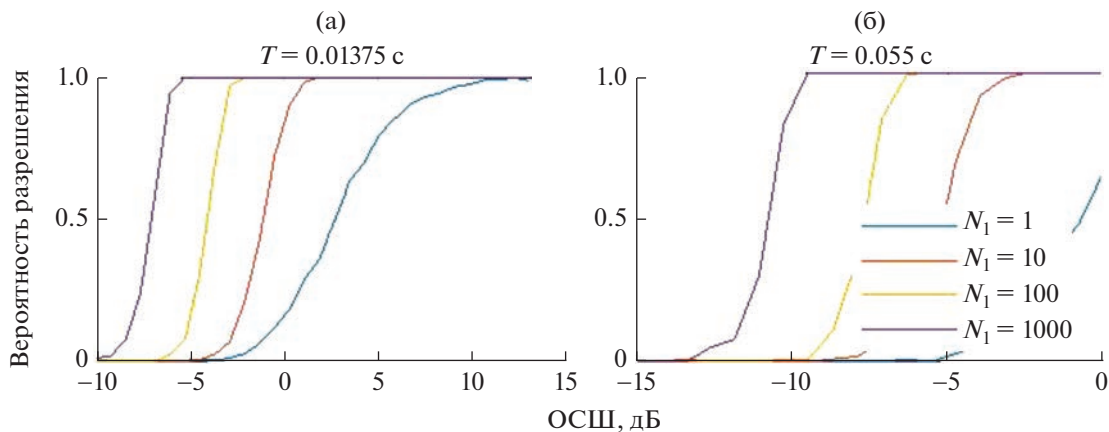


Рис. 5. Зависимости вероятностей разрешения спектральных компонент от ОСШ для различного числа импульсов, по которым ведется некогерентное усреднение.

предложено использовать некогерентное усреднение между импульсами. Эффективность такого способа продемонстрирована с помощью численного моделирования.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПФ РАН по темам 0030-2021-0017 и 0030-2022-0003.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Johansmann M., Fritzsche M., Schell J.* A new method for measurement of rotating objects utilizing laser Doppler vibrometry combined with an optical derotator with focus on automotive applications // SAE Technical Paper Series. 2011.
<https://doi.org/10.4271/2011-26-0043>
2. *Gasparoni A., Allen M.S., Yang S., Sracic M.W., Castellini P., Tomasini E.P.* Experimental Modal Analysis on a Rotating Fan Using Tracking-CSLDV // AIP Conference Proceedings. 2010. V. 1253. № 3.
3. *Abbas S.H., Jang J.-K., Kim D.-H., Lee J.-R.* Underwater vibration analysis method for rotating propeller blades using laser Doppler vibrometer // Optics and Lasers in Engineering. 2020. V. 132. P. 106133.
4. *Lutzmann P., Göhler B., Hill C.A., van Putten F.* Laser vibration sensing at Fraunhofer IOSB: review and applications // Opt. Eng. 2016. V. 56. № 3. P. 031215.
5. *Reinhardt A.K., Kadambi J.R., Quinn R.D.* Laser vibrometry measurements of rotating blade vibrations // J. Engineering for Gas Turbines and Power. 1995. V. 117. № 3. P. 484–488.
6. *Kulczyk W.K., Davis Q.V.* Laser Doppler instrument for measurement of vibration of moving turbine blades // Proc. of the Institution of Electrical Engineers. 1973. V. 120. № 9. P. 1017–1023.
7. *Cookson R.A., Bandyopadhyay P.* Fiber-optic laser-Doppler probe for vibration analysis of rotating machines // J. Engineering for Power. 1980. V. 102. № 3. P. 607–612.
8. *Oberholster A.J., Heyns P.S.* Online condition monitoring of axial-flow turbomachinery blades using rotor-axial Eulerian laser Doppler vibrometry // Mechanical Systems and Signal Processing. 2009. V. 23. № 5. P. 1634–1643.
<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2009.01.001>
9. *Oberholster A.J., Heyns P.S.* Eulerian laser Doppler vibrometry: Online blade damage identification on a multi-blade test rotor // Mechanical Systems and Signal Processing. 2011. V. 25. № 1. P. 344–359.
<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.03.007>
10. *Oberholster A.J., Heyns P.S.* A study of radial-flow turbomachinery blade vibration measurements using Eulerian laser Doppler vibrometry // AIP Conference Proceedings. 2014. V. 1600. № 1. P. 23–32.
<https://doi.org/10.1063/1.4879565>
11. *Castellini P., Tomasini E.P.* Image-based tracking laser Doppler vibrometer // Review of Scientific Instruments. 2004. V. 75. № 1. P. 222–232.
<https://doi.org/10.1063/1.1630859>
12. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
13. *Турчин В.И.* Введение в современную теорию оценки параметров сигналов. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. 116 с.

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ

УДК 534.83

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ШИРОКОПОЛОСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ДИНАМИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКОЙ

© 2023 г. А. В. Львов^а, *, В. А. Карасева^а, О. А. Потапов^а, А. М. Соков^а

^аИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: lvov@ipfran.ru

Поступила в редакцию 30.03.2022 г.

После доработки 30.03.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Рассмотрен принцип работы адаптивных систем активного гашения акустического широкополосного излучения. Приведено описание алгоритма работы данных систем, функционирующих при изменении характеристик среды, акустических или электрических параметров их элементов. Предложена модификация данного алгоритма, позволяющая увеличить эффективность работы системы и уменьшить уровень остаточных шумов излучения при калибровке системы. Приведены результаты проверки модифицированного алгоритма на имитационной модели системы активного гашения.

Ключевые слова: система активного гашения звука, автоматическая калибровка, адаптивное шумоподавление

DOI: 10.31857/S0320791922100148, **EDN:** YIZAVM

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос гашения акустических и вибрационных полей возникает при решении множества задач, таких как: снижение уровня шума в цехах промышленных предприятий, звукоизоляция жилых и производственных помещений [1, 2], создание систем шумоподавления для головных телефонов [3]. Традиционным способом решения данного вопроса является применение пассивных методов гашения, т.е. использование звукоизолирующих покрытий, демпферов, перегородок. Данный способ, несмотря на простоту и сравнительную дешевизну реализации, имеет недостаток, заключающийся в низкой эффективности пассивных методов на низких частотах [4]. Другим способом решения подобных задач является активное гашение, т.е. использование управляемых излучателей (акустических или вибрационных), создающих поле, снижающее суммарный уровень излучения в заданной области пространства.

Возможность активного гашения акустического излучения, создаваемого источниками, расположенными внутри замкнутой области, была теоретически обоснована в работе [5]. В дальнейшем различными авторами были предложены методы практической реализации подобных си-

стем. Достаточно подробный обзор используемых методов приведен в [6–8].

В данной работе рассмотрен способ, основанный на формировании поверхности из управляемых излучателей, расположенной вблизи источника, уровень акустического излучения которого необходимо снизить. Управление полем в заданной области пространства производится формированием сигналов, подаваемых на управляемые излучатели и обеспечивающих минимизацию мощности суммарного поля в заданных точках или области пространства.

В основе методов, применяемых для формирования сигналов, подаваемых на управляемые излучатели, часто лежит преобразование сигналов, регистрируемых опорными датчиками [6]. Под опорными датчиками понимаются акустические приемники или вибродатчики, располагаемые вблизи источников, создающих акустическое излучение и воздействующих на среду или элементы конструкций машин и механизмов. Рассмотрим подробнее основные методы, используемые для формирования напряжений, подаваемых на управляемые излучатели, и определим их недостатки.

Основным методом, используемым для формирования сигналов, подаваемых на управляе-

мые излучатели, является применение итерационных адаптивных алгоритмов. В основе этих алгоритмов лежит определение импульсных характеристик формирующих фильтров, преобразующих сигнал, регистрируемый опорными датчиками. При этом при помощи адаптивного алгоритма производится минимизация суммарной мощности излучения в точках, в которых располагаются приемные элементы. Известны способы реализации систем активного гашения, функционирующих во временной или частотной областях, в том числе с использованием оконного преобразования Фурье [9, 12]. Различными авторами также были предложены способы повышения скорости адаптации с использованием банка переключаемых фильтров и переменного шага градиентного спуска [10] или методов нечеткой логики [11]. Известен способ реализации системы активного гашения звуковых полей на дискретных частотах, не требующий для своей реализации обработки сигналов в режиме реального времени [13].

Применение перечисленных методов возможно только при наличии оценок импульсных характеристик путей распространения акустических волн для каждой из пар “управляемый излучатель—приемный элемент”. Это требует проведения процедуры калибровки, заключающейся в подаче калибровочного сигнала (например, коротких импульсов, полосового шума, широкополосного модулированного сигнала) на каждый из управляемых излучателей и вычислении требуемых передаточных характеристик. Однако это увеличивает время подготовки оборудования при использовании системы активного гашения. Кроме того, в случае изменения характеристик среды (например, при изменении температуры, перемещении отражающих поверхностей в помещении) или электрических и акустических параметров излучающих и приемных элементов может быть необходим периодический перезапуск процедуры калибровки. Данная проблема может быть решена путем подачи калибровочного сигнала на излучатели непосредственно в процессе работы системы активного гашения [14]. Однако при этом неизбежно вырастет уровень суммарного шумоизлучения системы гашения.

В данной работе показана модификация способа реализации системы активного гашения, приведенного в [14], направленная на улучшение сходности адаптивного алгоритма и повышение эффективности системы гашения, выражающееся в меньшем уровне мощности остаточного акустического поля. Под остаточным акустическим полем понимается суммарное акустическое поле, создаваемое источником шума и управляемыми

излучателями при функционирующей системе активного гашения.

Далее будет показан принцип работы адаптивных систем работы активного гашения.

АЛГОРИТМ АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТОХАСТИЧЕСКОГО ГРАДИЕНТНОГО СПУСКА

Рассмотрим работу широко применяемого [6–8] адаптивного алгоритма активного гашения, функционирующего во временной области, по структурной схеме, приведенной на рис. 1.

На данной схеме условно показаны: источник компенсируемого шума (“src”), опорный датчик (“ref”), набор J управляемых излучателей (“em”) и K приемных элементов остаточного поля (“res”). Блоком **H** показан адаптивный многоканальный фильтр, формирующий сигналы, подаваемые на управляемые излучатели, “LMS” — блок обновления коэффициентов адаптивного многоканального фильтра **H**, блок $\hat{S}$ — многоканальный фильтр с импульсными характеристиками, являющимися оценкой импульсных характеристик **S** путей распространения акустических волн от каждого из управляемых излучателей к приемным элементам. Сплошными линиями показаны пути распространения сигналов (электрических или цифровых при реализации системы на вычислительном устройстве), пунктирными — акустических волн.

Источник компенсируемого шума, воздействуя на элементы механизма или среду, создает акустические волны, регистрируемые приемными элементами. При этом сигнал на каждом из приемных элементов может быть представлен в виде свертки импульсной характеристики пути “источник компенсируемого шума—приемный элемент” с опорным сигналом, что можно записать в матричном виде как:

$$\mathbf{p}_k(n) = \mathbf{P}_k^T \mathbf{x}(n), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(n) = [x(n) \ x(n-1) \dots x(n-L_p+1)]^T$, $x(n)$ — сигнал, регистрируемый опорным датчиком, $\mathbf{P}_k$ — импульсная характеристика пути распространения “источник компенсируемого шума— k -й приемный элемент” длиной L_p , n — номер отсчета ($n \geq 0$).¹ Создаваемое управляемыми излучателя-

¹ Здесь и далее индексы у обозначений векторов, матриц и трехмерных массивов означают вектор, составленный из элементов с соответствующими индексами, например, $\mathbf{A}_{ij} = [A_{ij1} \ A_{ij2} \ \dots \ A_{ijK}]^T$, где **A** — трехмерный массив размерностью $I \times J \times K$.

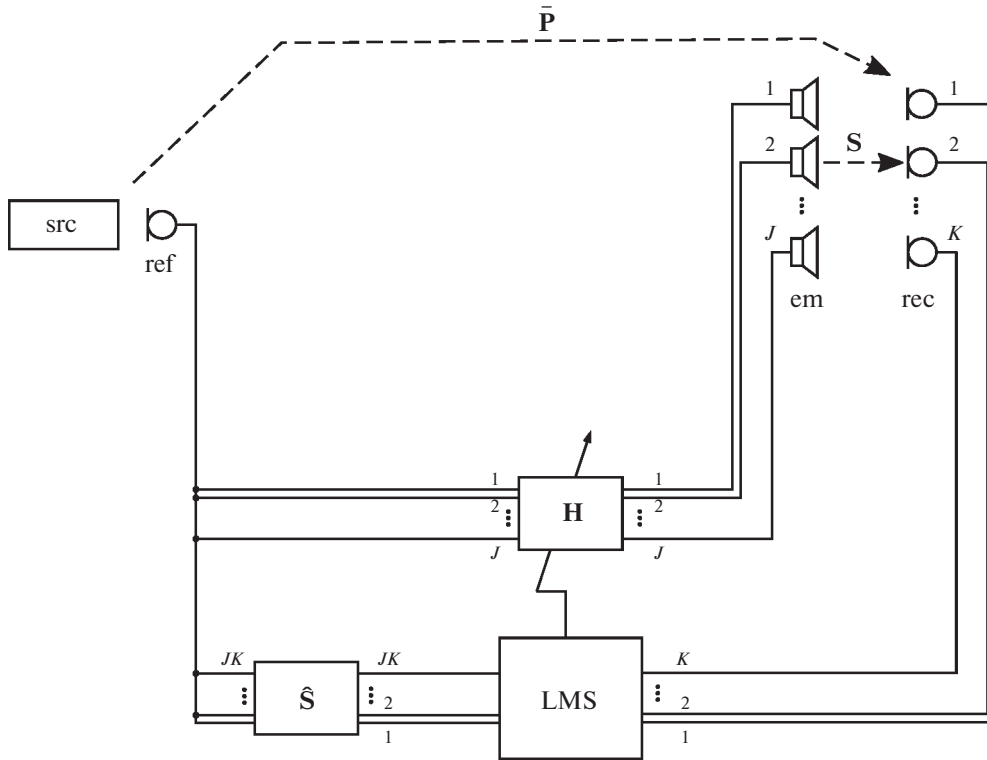


Рис. 1. Структурная схема базового алгоритма активного гашения.

ми поле, регистрируемое приемными элементами, определяется аналогичным образом:

$$\mathbf{s}_k(n) = \sum_{j=1}^J \mathbf{S}_{jk}^T \mathbf{y}_j(n), \quad (2)$$

где $\mathbf{y}_j(n) = [y_j(n) \ y_j(n-1) \dots y_j(n-L_s+1)]^T$, y_j — поле, создаваемое j -м управляемым излучателем в точке его расположения, $\mathbf{S}_{jk}$ — импульсная характеристика пути распространения “ j -й управляемый излучатель— k -й приемный элемент” длиной L_s . Суммарное поле, регистрируемое приемными элементами, при этом будет выглядеть как $\mathbf{e}(n) = \mathbf{p}(n) + \mathbf{s}(n)$. Выразим сигналы, подаваемые на управляемые излучатели, через сигнал с опорного датчика $x(n)$ в виде:

$$\mathbf{y}_j(n) = \mathbf{H}_j^T \mathbf{x}(n), \quad (3)$$

где $\mathbf{x}(n) = [x(n) \ x(n-1) \dots x(n-L_H+1)]^T$, $x(n)$ — сигнал, регистрируемый опорным датчиком, $\mathbf{H}_j$ — импульсная характеристика j -го канала формирующего фильтра длиной L_H .

Целью работы системы активного гашения является снижение суммарной мощности акустического излучения, регистрируемого приемными элементами. Поэтому задача поиска импульсных характеристик многоканального формирующего

фильтра сводится к следующей задаче оптимизации:

$$\mathbf{H} = \arg \min_{\mathbf{H}} \left[\frac{1}{M} \sum_{n=0}^M \mathbf{e}^T(n) \mathbf{e}(n) \right], \quad (4)$$

где M — количество отсчетов, по которым производится усреднение мощности.

Следует заметить, что в импульсных характеристиках $\mathbf{P}$, $\mathbf{S}$ и $\mathbf{H}$ учтены передаточные характеристики управляемых излучателей и приемных элементов, а также датчика опорного сигнала.

Применим для решения задачи оптимизации (4) метод градиентного спуска, описываемый рекурсивным выражением: $\mathbf{H}(n+1) = \mathbf{H}(n) - \mu \nabla \mathbf{e}$, где параметр $\mu > 0$, называемый шагом градиентного спуска, определяет скорость и стабильность сходимости итерационного процесса. Используем также не точное значение градиента $\nabla \mathbf{e}$, а его оценку, вычисленную по мгновенным значениям $\mathbf{e}$. При этом коэффициенты формирующего многоканального фильтра будут определяться рекурсивным выражением [10]:

$$\mathbf{H}_j(n+1) = \mathbf{H}_j(n) - \sum_{k=1}^K \mu_{jk} \mathbf{f}_{jk}(n) \mathbf{e}_k(n), \quad (5)$$

характеристикой $\hat{S}_{jk}(n)$, такой, что сигнал на выходе данной системы при подаче на ее вход калибровочного сигнала приближается к сигналу, регистрируемому k -м приемным элементом от j -го излучателя.

Введение в систему дополнительного источника шума (n_a) негативно влияет на работоспособность алгоритма активного гашения, а также повышает уровень остаточного излучения. Кроме того, наличие компенсируемого шума также негативно влияет на процесс оценки импульсных характеристик S . Одним из способов снижения данных негативных эффектов является управление мощностью калибровочного сигнала, как показано в [14]. Однако это может вызывать возможное увеличение суммарной мощности остаточного акустического шума, обусловленное временным увеличением уровня калибровочного сигнала.

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ШУМА

Авторами был предложен способ, позволяющий производить оценку импульсных характеристик S в процессе работы системы активного гашения с возможностью снижения уровня калибровочного сигнала. Модификация алгоритма активного гашения показана на рис. 3 штрихпунктирной линией.

Данный способ основан на введении дополнительных адаптивных многоканальных фильтров, обеспечивающих разделение смеси компонент, создаваемых на приемных элементах компенсируемым источником x и управляемыми излучателями с подаваемым на них калибровочным сигналом n_a . Коэффициенты каждого из адаптивных многоканальных фильтров при этом определяют следующими рекурсивными выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{1jk}(n+1) &= \mathbf{W}_{1jk}(n) + \mu_{1jk} \mathbf{x}(n) \mathbf{e}_{1jk}(n), \\ \mathbf{W}_{2k}(n+1) &= \mathbf{W}_{2k}(n) + \mu_{2k} \mathbf{x}(n) \mathbf{e}_{2k}(n), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\mathbf{n}_{aj}(n) = [n_{aj}(n) \ n_{aj}(n-1) \ \dots \ n_{aj}(n-L_{W_1}+1)]^T$, $\mathbf{x}(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-L_{W_2}+1)]^T$, $n_{aj}(n)$ и $x(n)$ — отсчеты калибровочного и опорного сигналов соответственно, W_1 и W_2 — импульсные характеристики дополнительных фильтров длиной L_{W_1} и L_{W_2} соответственно.

Оценки компонент поля, создаваемых компенсируемым источником $\mathbf{e}_{1k}$ и управляемыми излучателями с подаваемым на них калибровочным сигналом $\mathbf{e}_{2k}$, определяются как:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{1k}(n) &= \mathbf{e}_k(n) - \sum_{j=1}^J \mathbf{W}_{1jk}^T(n) \mathbf{n}_{aj}(n), \\ \mathbf{e}_{2k}(n) &= \mathbf{e}_k(n) - \mathbf{W}_{2k}^T(n) x(n). \end{aligned} \quad (8)$$

Оценка импульсных характеристик $\hat{S}$ и $\mathbf{H}$ производится в соответствии с выражениями, аналогичными (5), (6), т.е.

$$\begin{aligned} \hat{S}_{jk}(n+1) &= \hat{S}_{jk}(n) + \\ &+ \mu_{jk} \mathbf{n}_{aj}(n) [e_{2k}(n) - \hat{S}_{jk}^T(n) \mathbf{n}_{aj}(n)], \\ \mathbf{H}_j(n+1) &= \mathbf{H}_j(n) - \sum_{k=1}^K \mu_{jk} \mathbf{f}_{jk}(n) \mathbf{e}_{1k}(n). \end{aligned} \quad (9)$$

Далее будут показаны результаты работы алгоритма активного гашения с предложенной модификацией на имитационной модели.

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

Проверка предложенного способа реализации системы активного гашения была проведена на имитационной модели. Моделировался фрагмент системы активного гашения акустического излучения виброактивного оборудования (например, станка для механической обработки материалов). В системе использовались планарная решетка управляемых излучателей с расположенной над ней планарной решеткой приемных элементов. Шаг обеих антенных решеток и расстояние между ними составляли 0.2 метра. Виброактивное оборудование имитировалось точечным источником звука, располагаемым вблизи жесткой стенки. Взаимное расположение элементов фрагмента системы гашения показано на рис. 4.

В качестве источника компенсируемого и калибровочного сигнала использовались генераторы шума с полосой 500–1000 Гц. Импульсные характеристики путей распространения акустических волн задавались при помощи метода, предложенного в [15]. Мощность калибровочного сигнала составляла около –30 дБ относительно средней мощности источника шума в точках расположения приемных элементов. Контролировались уровни подавления акустического поля в плоскости, расположенной на одном уровне с приемными элементами, а также в точках, располагаемых на расстоянии до 10 м от системы. Под уровнем подавления в точке понималось отношение мощностей сигнала, регистрируемого приемным элементом, расположенным в данной точке, до и после включения системы активного гашения.

После включения системы активного гашения происходит монотонное снижение суммарной

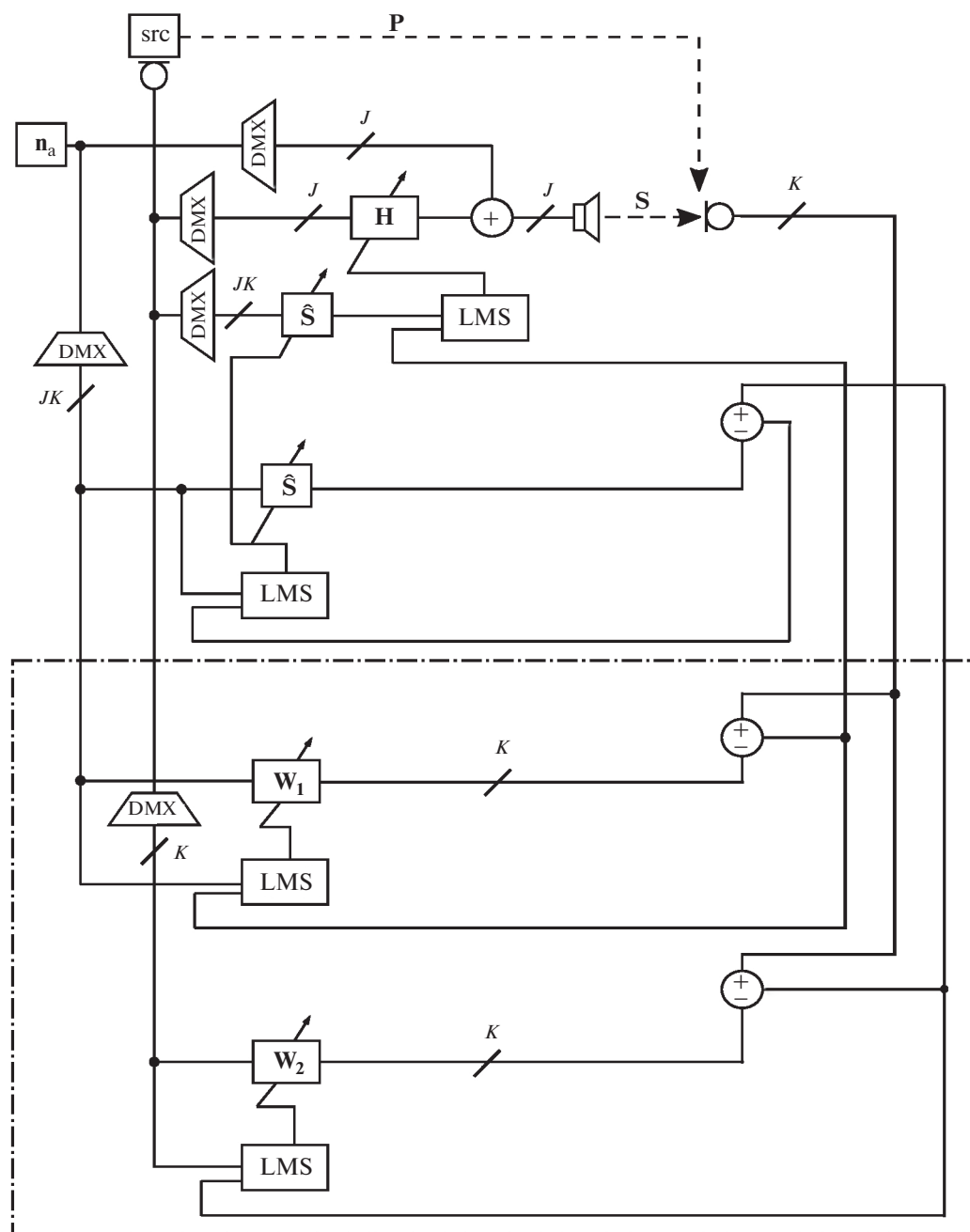


Рис. 3. Структурная схема модифицированной системы активного гашения с оценкой импульсных характеристик путей “управляемый излучатель—приемный элемент”.

мощности остаточного поля e в точках расположения приемных элементов по мере настройки адаптивного алгоритма (рис. 5).

Отсутствие низкочастотных составляющих остаточного поля e , наблюдаемое на рис. 5, обусловлено более ранним и более глубоким подавлением акустического поля на низких частотах по сравнению с полем на высоких частотах. Это подтверждается спектрограммой остаточного поля

на одном из приемных элементов, приведенной на рис. 6.

Распределение достигнутых уровней подавления приведено на рис. 7. На рис. 7а показано распределение уровней подавления в плоскости, расположенной на уровне приемных элементов, на рис. 7б — в плоскости, расположенной на расстоянии 5 м от жесткой стенки (рис. 4) параллельно плоскости XY , на рис. 7в — в плоскости XZ , на рис. 7г — на дуге окружности радиусом 10 м, рас-

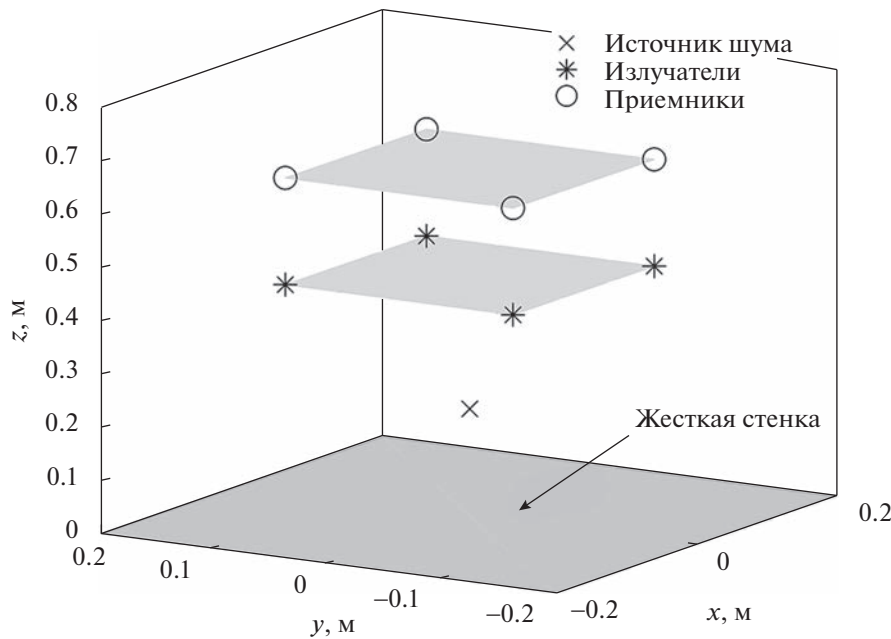


Рис. 4. Взаимное расположение элементов системы активного гашения.

положенной в плоскости XZ . Угол θ на рис. 7г — угол между направлением на точку дуги окружности и осью X .

Видно, что после включения системы гашения наблюдается высокий уровень подавления акустического поля (до 25 дБ) в точках расположения приемных элементов. В точках, максимально удаленных от приемных элементов, заметно снижение уровня подавления (до 10–15 дБ). При удалении от приемных и излучающих элементов наблюдается формирование области, в которой достигается подавление до 6 дБ. Вблизи конусообразной области происходит повышение суммарного уровня поля относительно уровня поля, формируемого источником компенсируемого шума. Размеры и форма области пространства, где наблюдается снижение уровня акустического поля, зависят от расположения приемных и излучающих элементов системы и, при необходимости, могут быть заданы соответствующим изменением геометрии системы. Некоторая неравномерность в распределении уровней обусловлена использованием адаптивных алгоритмов на основе стохастического градиентного спуска.

Была проведена также проверка снижения эффективности работы системы гашения при отключении подсистемы, обеспечивающей разделение смеси компенсируемого шума и калибровочного сигнала на компоненты e_{1k} и e_{2k} (см. (8)). Данная проверка показала, что при том же уровне калибровочного сигнала (–30 дБ относительно

средней мощности источника шума) система работает неустойчиво, оценка импульсных характеристик производится недостаточно точно и необходимого снижения уровня акустического излучения в точках расположения приемных элементов не происходит. Как показали численные эксперименты, для получения уровня подавления, аналогичного достигаемым предло-

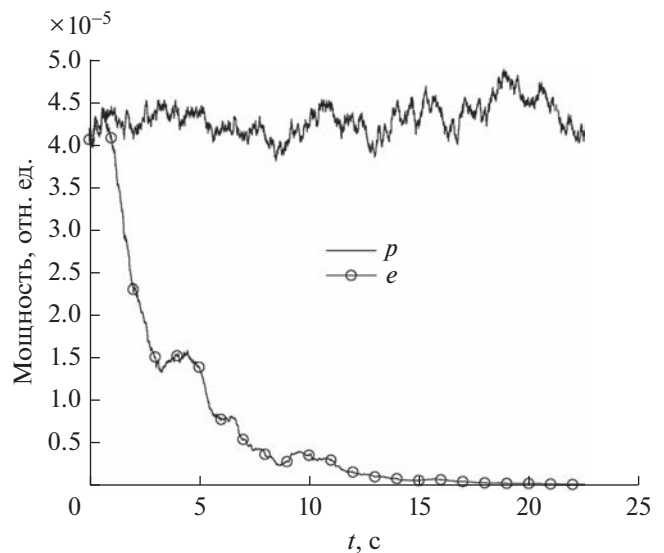


Рис. 5. Зависимость от времени мощности остаточного поля e на одном из приемных элементов и мощности поля p , создаваемого источником шума.

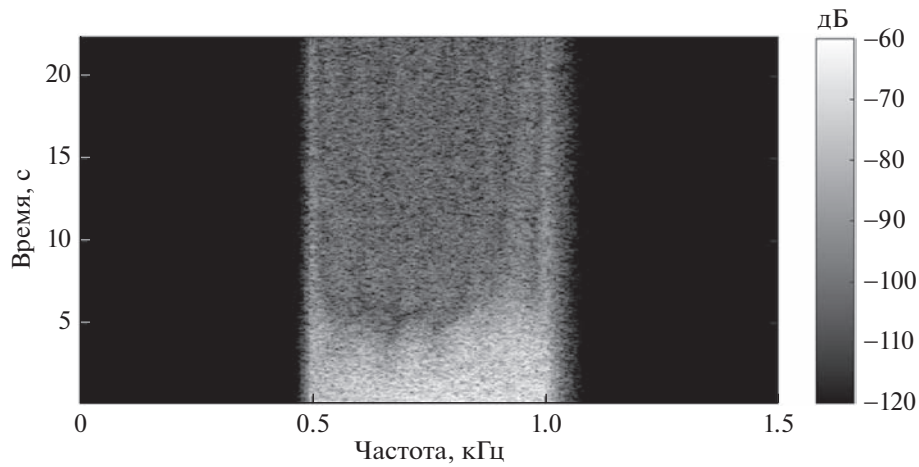


Рис. 6. Спектрограмма остаточного поля на одном из приемных элементов.

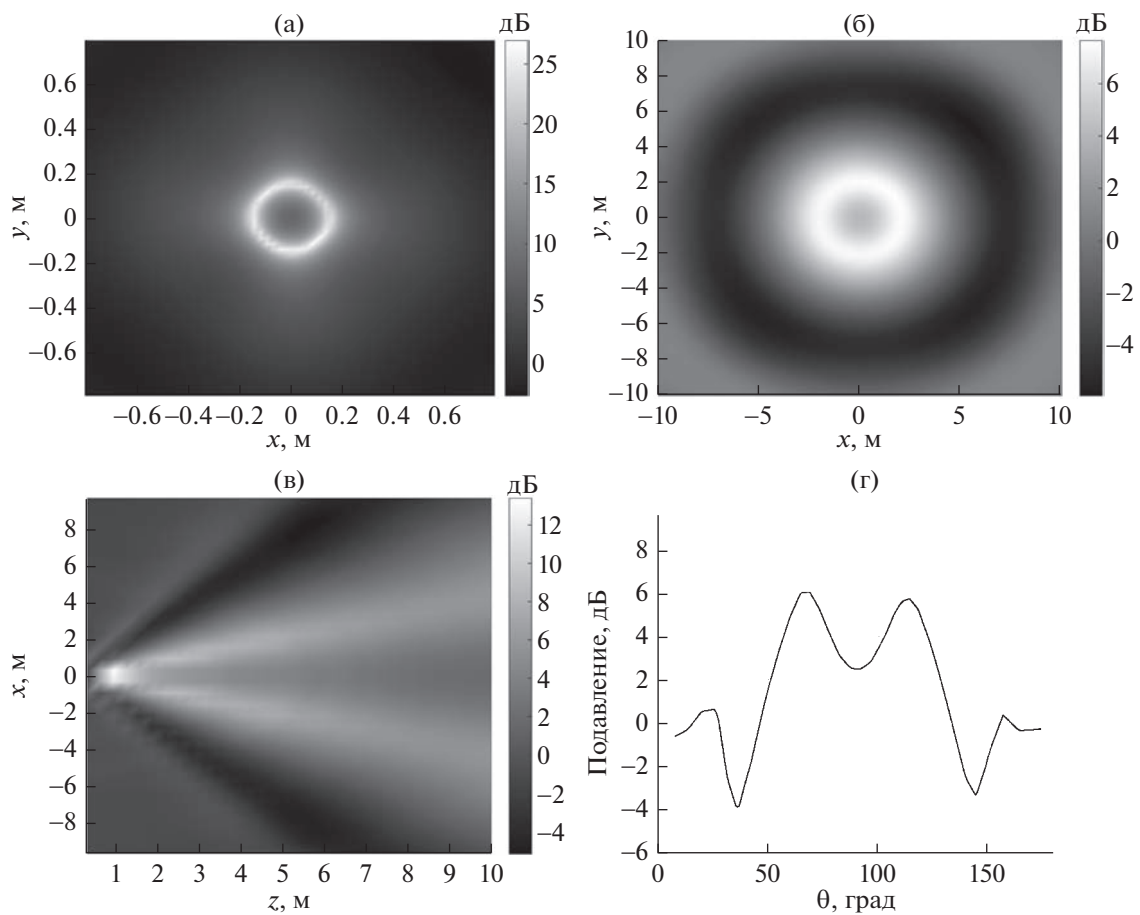


Рис. 7. Распределение уровней подавления акустического поля (а) — в плоскости, расположенной на уровне приемных элементов; (б) — в плоскости, расположенной на расстоянии 5 м от жесткой стенки параллельно плоскости XY; (в) — в плоскости XZ; (г) — на дуге окружности радиусом 10 м, расположенной в плоскости XZ.

женным алгоритмом, необходимо повышение уровня калибровочного сигнала на 14–20 дБ, что негативно сказывается на уровне мощности оста-

точного шума. Зависимости уровней подавления и остаточного поля на одном из приемных элементов от отношения мощности калибровочного

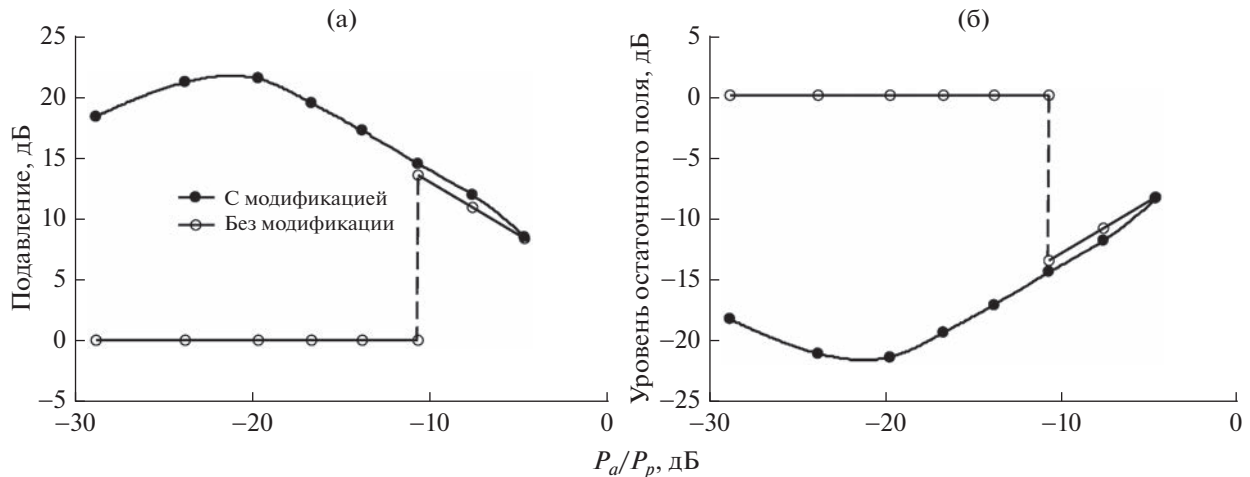


Рис. 8. Уровни (а) — подавления и (б) — остаточного поля при различных мощностях калибровочного сигнала для системы активного гашения с предложенной модификацией и без нее.

сигнала P_a к мощности поля, создаваемого компенсируемым источником P_p в точке расположения данного приемного элемента, показаны на рис. 8.

Видно, что при уровнях P_a/P_p ниже -10 дБ система гашения без предложенной модификации неработоспособна. В то же время для работы предложенной системы гашения достаточным является значение P_a/P_p порядка -24 дБ. Монотонное снижение уровней подавления при увеличении P_a/P_p обусловлено повышением мощности суммарного шумоизлучения системы при увеличении уровня калибровочного сигнала.

Максимальный уровень подавления, достигаемый при использовании системы активного гашения с предложенной модификацией, достигает 22 дБ. В то же время уровень, достигаемый при использовании системы без разделения смеси компенсируемого шума и калибровочного сигнала на компоненты, составляет порядка 13 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена задача активного гашения широкополосного акустического излучения. Предложена модификация метода активного гашения с автоматической непрерывной калибровкой системы, функционирующего при возможных изменениях акустических или электрических параметров элементов, входящих в систему. Данная модификация обеспечивает возможность уменьшения мощности суммарного шумоизлучения путем снижения уровня сигнала, используемого для калибровки, на 14–20 дБ по сравнению с известными методами, в частности, методом, показанным в [14]. Проведенное имитационное

моделирование системы активного гашения широкополосного акустического излучения показало работоспособность и достаточную эффективность предложенного метода.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПФ РАН по теме 0030-2021-0017.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев А.В. Опыт исследования и снижения низкочастотного шума энергетических установок // Сборник трудов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Под ред. Иванова Н.И. СПб.: Институт акустических конструкций, 2021. С. 30–39.
2. Васильев А.В. Перспективы использования активной компенсации для снижения низкочастотного шума и вибрации в условиях производства // Безопасность труда в промышленности. 2004. № 10. С. 47–51.
3. Kuo S.M., Mitra S., Gan W.S. Active noise control system for headphone applications // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2006. V. 14. № 2. С. 331–335.
4. Denenberg J.N. Anti-noise // IEEE Potentials. 1992. V. 11. № 2. P. 36–40.
5. Малюжинец Г.Д. Нестационарные задачи дифракции для волнового уравнения с финитной правой частью // Тр. Акустического института. 1971. № 15. С. 124–139.
6. Elliott S.J. Signal Processing for Active Control. London, UK, Academic Press, 2001. P. 511.
7. Kuo S.M., Morgan D.R. Active noise control: a tutorial review // Proceedings of the IEEE. 1999. V. 87. № 6. P. 943–975.
8. Мальцев А.А., Масленников Р.О., Хоряев А.В., Черепенников В.В. Адаптивные системы активного гашения шума и вибраций // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 2. С. 242–258.

9. *Tang X.L., Lee C.M.* Time–frequency-domain filtered-x LMS algorithm for active noise control // *J. Sound Vib.* 2012. V. 331. № 23. P. 5002–5011.
10. *Vázquez Á.A., Pichardo E., Avalos J.G., Sánchez G., Martínez H.M., Sánchez J.C., Pérez H.M.* Multichannel Active Noise Control Based on Filtered-x Affine Projection-Like and LMS Algorithms with Switching Filter Selection // *Applied Sciences*. 2019. V. 9. № 21. P. 4669.
11. *Ahn Dong-Jun, Keun Sik Kim, Hyun Do Nam, Eun Woo Shin.* Multi-channel active noise control system designs using fuzzy logic stabilized algorithms // *Advanced Engineering Forum*. 2012. V. 13. № 8. P. 3647–3653.
12. *Kuo S.M., Yenduri R.K., Gupta A.* Frequency-domain delayless active sound quality control algorithm // *J. Sound Vib.* 2008. V. 318. № 4–5. P. 715–724.
13. *Фикс И.Ш., Коротин П.И., Потапов О.А., Фикс Г.Е.* Экспериментальные исследования компенсации звукового поля на дискретных частотах // *Акуст журн.* 2016. Т. 62. № 2. С. 208–215.
14. *Yuxue P., Pengfei S.* Online secondary path modeling method with auxiliary noise power scheduling strategy for multi-channel adaptive active noise control system // *J. Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*. 2019. V. 38. № 2. P. 740–752.
15. *Allen J.B., Berkley D.A.* Image method for efficiently simulating small-room acoustics // *J. Acoust. Soc. Am.* 1979. V. 65. № 4. P. 943–950.
16. *Джиган В.И.* Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 527 с.
17. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ

УДК 534-7

О ГЕНЕРАЦИИ ЗВУКА ПОЕЗДАМИ МЕТРО ПРИ ТОРМОЖЕНИИ И МЕТОД ЕГО ПОДАВЛЕНИЯ

© 2023 г. С. Г. Сучков^{а, **}, В. Я. Явчуновский^б, А. И. Тимофеев^б, В. А. Николаевцев^{а, *},
Д. С. Сучков^а, В. В. Третинников^б

^аСаратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
ул. Астраханская 83, Саратов, 410012 Россия

^бНПФ Этна Плюс, ул. Вишневая 11, Саратов, 410040 Россия

*e-mail: nikolaevcev@ya.ru

**e-mail: suchkov.s.g@mail.ru

Поступила в редакцию 29.05.2022 г.

После доработки 18.10.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Проанализированы причины акустического шума, возникающего при торможении электротранспорта, в частности, метро. Измерен спектр такого шума и показано, что высокочастотные дискретные тоны возбуждаются тормозными резисторами, применяемыми для электродинамического торможения электротранспорта. Рассмотрены три возможных механизма электромеханического взаимодействия в фехральной пластине, являющейся элементом тормозного резистора: сила Ампера, линейная и нелинейная магнитострикция. Показано, что преобладание нечетных гармоник свидетельствует о наличии у фехрального сплава значительного пьезомагнитного эффекта и обратного к нему эффекта линейной магнитострикции. На основе феноменологического подхода рассчитаны элементы пьезомагнитного тензора фехраля. Проведенные методом конечных элементов расчеты показали, что введение в пластину несимметричных разрезов может привести к значительному снижению интенсивности возбуждаемых тормозным резистором акустических колебаний.

Ключевые слова: тормозной резистор, акустический шум, пьезомагнитный эффект, магнитострикция, сила Ампера, фехраль

DOI: 10.31857/S0320791923600191, **EDN:** QRSQXLX

ВВЕДЕНИЕ

Все, кто пользуется услугами российского метрополитена, ощущают неприятное звуковое воздействие при приближении поезда метро к станции. Это связано как с высокой амплитудой звукового воздействия, так и с тем, что спектр звукового давления содержит широкий спектр частот звуковых колебаний — от инфразвуковых и низких звуковых частот (в виде сплошного спектра) до высоких частот в виде дискретных узкополосных тонов на кратных частотах от 1200 до 6000 Гц и выше. В закрытых помещениях, каковыми являются станции метро, акустический шум оказывает негативное влияние на пассажиров. В электропоездах, а также и в других видах электротранспорта, торможение производится электродинамическим способом, при котором электродвигатели поездов переключаются из режима потребления тока в режим генерации тока (режим рекуперации). Частично генерируемый ток может рекуперироваться системой электропитания поездов, но мощность генерации столь высока (до несколь-

ких МВт), что оставшуюся часть мощности (сила тока до 1500 А [1]) направляют в тормозные резисторы (ТР) для ее рассеяния в виде тепла. Поэтому источником мощного акустического шума при торможении метropоезда, а также железнодорожных электропоездов, трамваев, троллейбусов наряду с механическими процессами в ходовой части, являются электромеханические процессы в ТР.

На рис. 1 представлены измеренные авторами спектры акустического шума при торможении метropоезда на станции метро “Павелецкая” (штриховая кривая) и излучаемого звука отдельным тормозным резистором при протекании в нем тормозного тока (сплошная кривая) в лабораторных условиях. В каждом метropоезде находится 6 тормозных резисторов, и генерируемая ими акустическая мощность весьма высока (около 100 дБ на перроне метровокзала). В лабораторных условиях для выявления причины появления дискретного спектра исследуется один тормозной резистор с амплитудой силы тока 50 А, поэтому

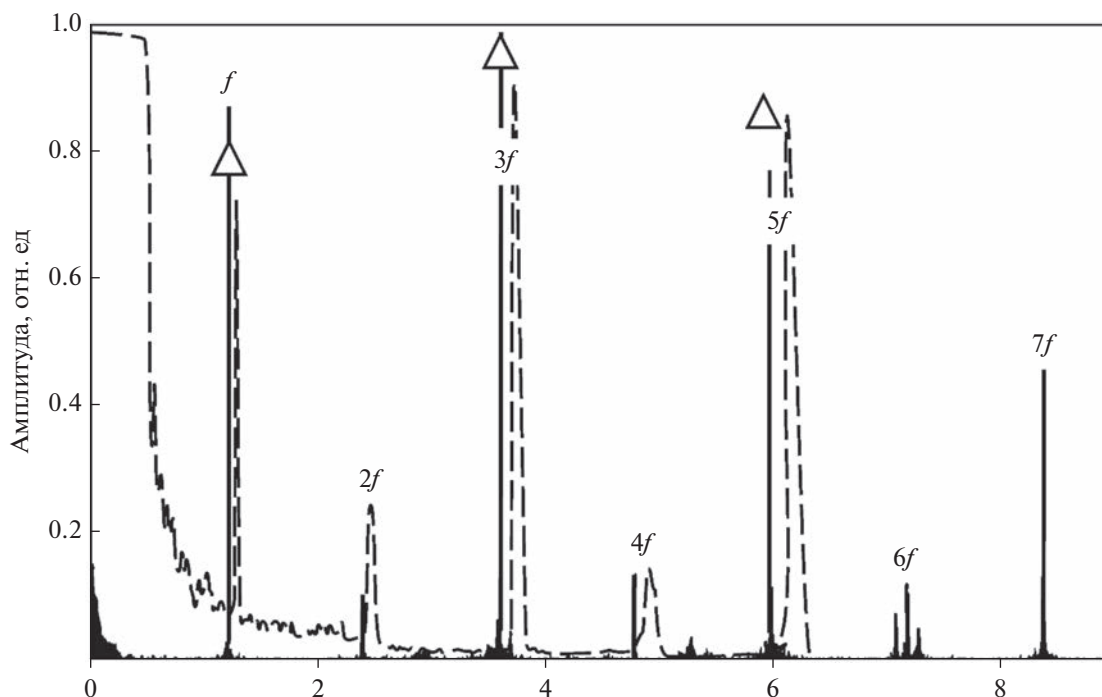


Рис. 1. Спектр акустического шума при торможении метропоезда (штриховая кривая) и спектр звука, возбуждаемого отдельным ТР (сплошная кривая).

для сравнения на рис. 1 спектры приведены в относительных единицах, поскольку требуется информация о частотах дискретных составляющих, а не об их амплитудах. На станции метро акустический шум записывался на мобильный телефон, и потом полученная звуковая запись шума метропоезда оцифровывалась с помощью программного пакета Matlab R2014b. В лабораторных условиях генерируемый ТР звук записывался на персональный компьютер с помощью микрофона AMIC-10 программным пакетом Nero Wave Editor.

Сравнение спектров на рис. 1 показывает, что в общем акустическом шуме дискретные спектральные составляющие на кратных частотах возбуждаются именно тормозными резисторами, а источником дискретных составляющих являются электромеханические процессы в тормозных резисторах, в которых протекает переменный тормозной ток с основной частотой 1200 Гц. При этом также тормозные резисторы дают относительно небольшой вклад и в инфразвуковой области. Небольшое частотное смещение спектра акустического шума метропоезда, идущего с торможением, относительно спектра неподвижного отдельного тормозного резистора, есть проявление доплеровского смещения частоты. С этим же связано уширение дискретных частотных составляющих излучаемого звука при замедлении метропоезда.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЛЕНТОЧНОМ ТОРМОЗНОМ РЕЗИСТОРЕ

ТР представляет собой ленту из материала с высоким удельным электрическим сопротивлением, чаще всего фехраля (сплав Fe(70%) + Cr(22%) + Al(5%)) [2], свернутую в виде змейки из 22 пластин (рис. 2) [3].

В режиме торможения по ленте течет переменный ток, форма которого близка к меандру

$$I(t) = I_0(t) \operatorname{sign}(\sin(2\pi ft)), \quad (1)$$

где частота $f = 1200$ Гц, а амплитуда тока I_0 может достигать 1500 А [1]. Разложение в ряд Фурье переменного тока в виде меандра (1) имеет вид [4]:

$$I(t) = \frac{4I_0(t)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi(2k-1)ft)}{2k-1} \approx \frac{4I_0(t)}{\pi} \times \left\{ \sin(2\pi ft) + \frac{1}{3} \sin(6\pi ft) + \frac{1}{5} \sin(10\pi ft) + \dots \right\}, \quad (2)$$

откуда следует, что в ленточных элементах ТР течет переменный ток в виде суммы нечетных гармоник частоты $f = 1200$ Гц.

Из представленного на рис. 1 измеренного спектра звукового давления, возбуждаемого ТР в лабораторных условиях, видно, что он имеет преимущественно дискретный характер, где основ-

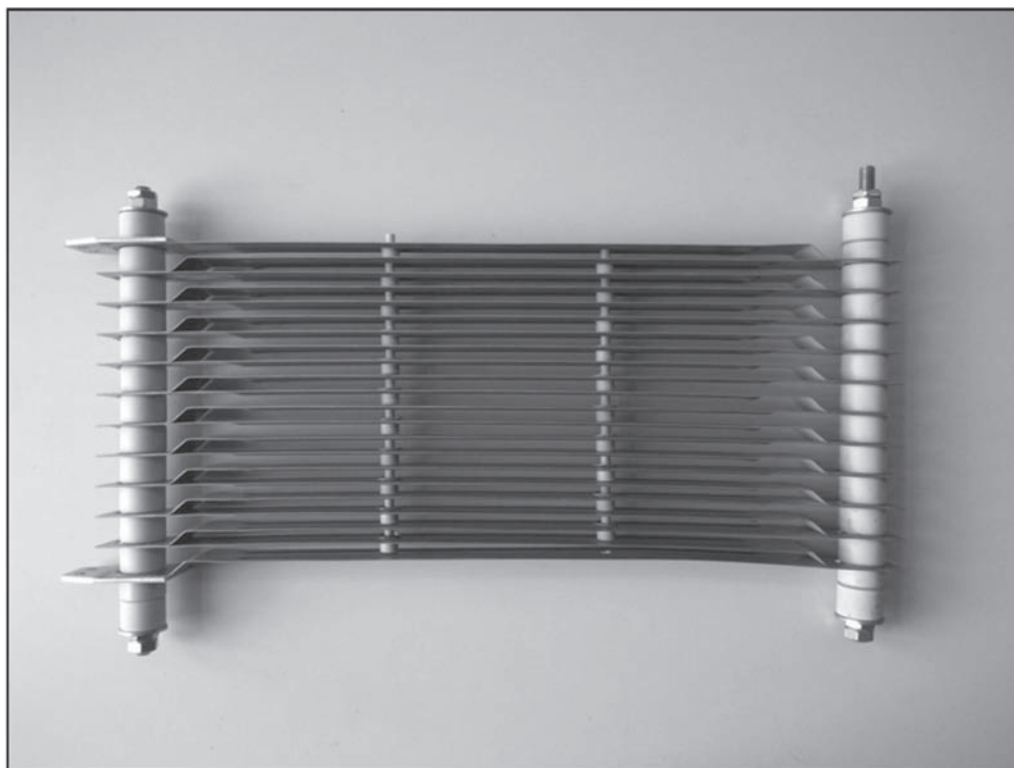


Рис. 2. ТР ленточного типа.

ная мощность излучается на частотах, являющихся гармониками частоты $f = 1200$ Гц, причем не только нечетных, но также и четных. Кроме того, заметно возбуждение инфразвука. Для объяснения механизмов возбуждения звука с таким спектром в ленточном ТР из фехрала, являющегося ферромагнетиком, рассмотрим проявления электромагнито-механических взаимодействий в виде силы Ампера, линейной и нелинейной магнитострикции.

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ЛЕНТОЧНОМ ТОРМОЗНОМ РЕЗИСТОРЕ СИЛОЙ АМПЕРА

В ленточном проводнике ТР (рис. 2) в соседних секциях ток течет в противоположных направлениях. Таким образом, на ток в каждой секции действуют магнитные поля от соседних секций, направленные навстречу друг другу. Поэтому в центральной части ТР суммарные магнитные поля, взаимодействующие с током в секции, малы, а ближе к краям ТР — нарастают. Для математического моделирования электромагнитных и акустических процессов в тормозном резисторе используется программный комплекс COMSOL Multiphysics®.

Взаимодействие магнитного поля с током проявляется в виде силы Ампера $dF = Idl \times B$ (B —

магнитная индукция, dl — элемент длины проводника), действующей по всей площади ленточного проводника, преимущественно перпендикулярно плоскости ленты, и вызывающей ее упругие деформации. В средней части ТР магнитные поля от соседних секций (и силы Ампера) практически компенсируются, и упругие деформации малы. Нескомпенсированные магнитные поля и силы Ампера существенны только на крайних и ближайших к ним секциях ТР.

Сила Ампера, действующая на элементы ленточного ТР, определяется током, гармонически зависящим от времени (2), и созданным этим же током магнитным полем от соседних секций. Поэтому действующая сила Ампера изменяется во времени пропорционально квадрату тока $I^2(t)$, т.е. она имеет как постоянную составляющую, порождающую инфразвуковые частоты, так и высокочастотные составляющие (четные гармоники) на частотах $2f = 2400$, $4f = 4800$, $6f = 7200$ Гц. Более высокие частоты не рассматриваем, так как они имеют малую амплитуду и слабее воспринимаются человеческим ухом.

Таким образом, электромагнитное взаимодействие противоположных направленных токов в крайних секциях ленточного проводника ТР приводит к возникновению нескомпенсированных сил отталкивания (сил Ампера), направленных наружу из ТР. При этом отталкивание происхо-

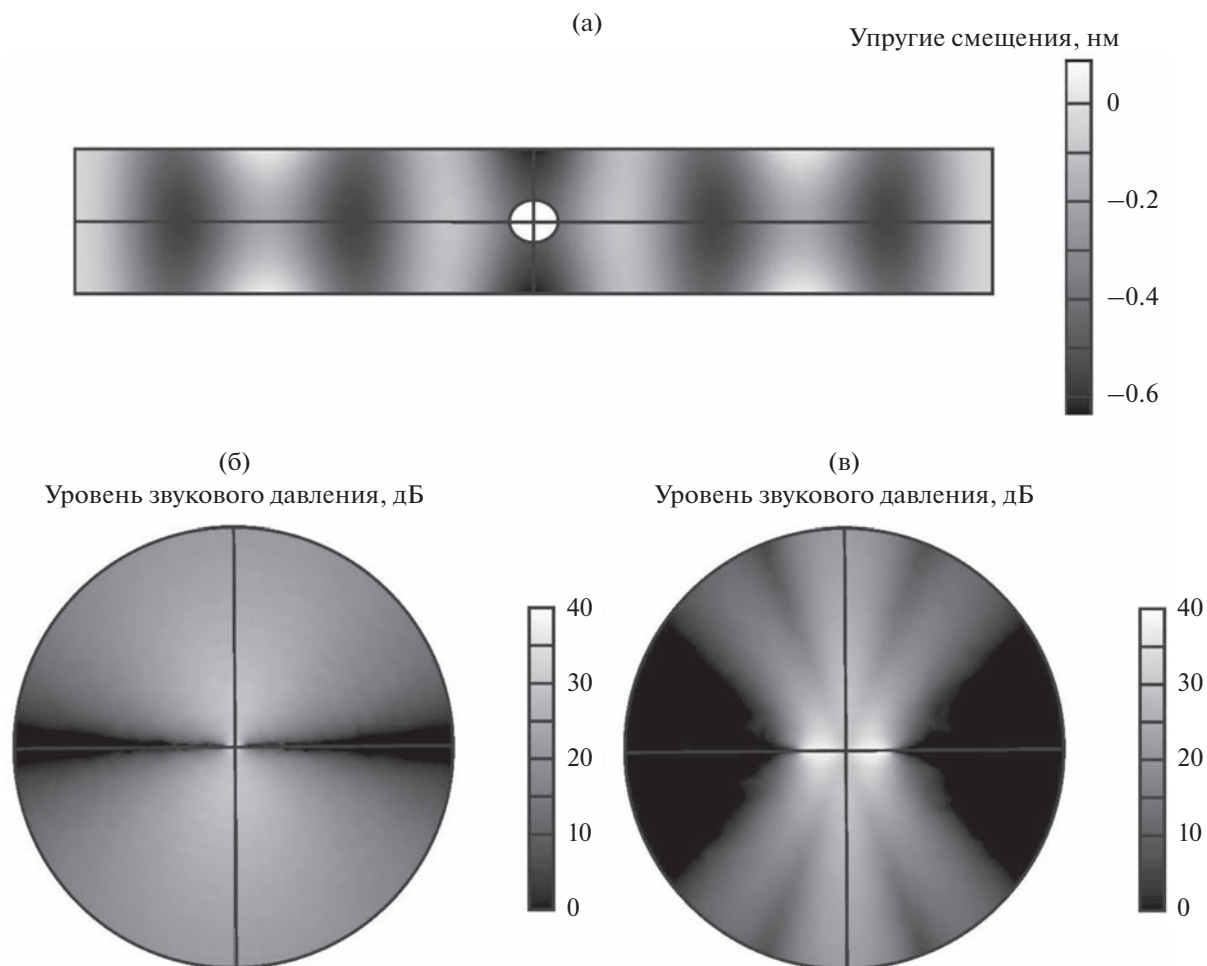


Рис. 3. (а) — Картина колебаний пластины и угловой спектр излучения звука в (б) — поперечной плоскости и (в) — в сагиттальной плоскости на четной гармонике 2400 Гц.

дит в каждом полупериоде переменного тока в ТР, т.е. на крайние секции ТР оказывается однонаправленное механическое воздействие. Длительность импульса торможения составляет около 14 секунд, он имеет приблизительно трапецидальную форму, поэтому это механическое воздействие не постоянно во времени и приводит к возникновению колебаний ленточных проводников по длине в инфразвуковой области частот. Из приведенного на рис. 1 спектра звука, возбуждаемого ТР, видно, что интенсивность инфразвука не велика по сравнению с интенсивностью звука, возбуждаемого на нечетных гармониках, и не оказывает существенного физиологического воздействия на пассажиров.

На рис. 3 представлены расчетные картина колебаний и угловой спектр вынужденных колебаний на частоте 2400 Гц крайней секции ТР. Колебания пластины (рис. 3а) под действием силы Ампера несимметричны относительно плоскости пластины ввиду преобладания отталкивания и возбуждают в воздушной среде звуковые волны.

Угловой спектр мощности излучаемого звука в поперечной и сагиттальной плоскостях представлен на рис. 3б, 3в. Для проведения расчетов методом конечных элементов на расстоянии 0.7 м от центра пластины расположен поглотитель. Мощность звуковых колебаний дана в дБ по отношению к пороговой чувствительности человека [5] и относится к колебаниям одной пластины. Расчет проведен для амплитуды силы тока 1500 А.

Таким образом, в области высоких частот сила Ампера возбуждает колебания пластин в ТР на четных гармониках, амплитуда которых меньше, но сравнима с амплитудами нечетных гармоник спектра (рис. 1).

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ЛЕНТОЧНОМ ТОРМОЗНОМ РЕЗИСТОРЕ ВСЛЕДСТВИЕ МАГНИТОСТРИКЦИИ

Кроме действия силы Ампера, колебания на четных гармониках ленточных элементов ТР могут возбуждаться за счет нелинейного магнито-стрик-

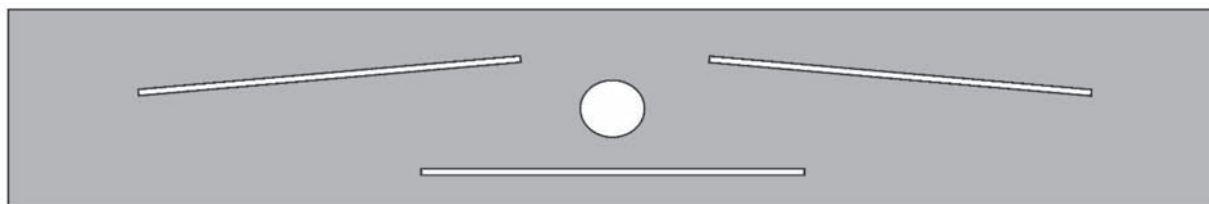


Рис. 4. Конфигурация асимметричных неоднородностей пластины ТР в виде разрезов.

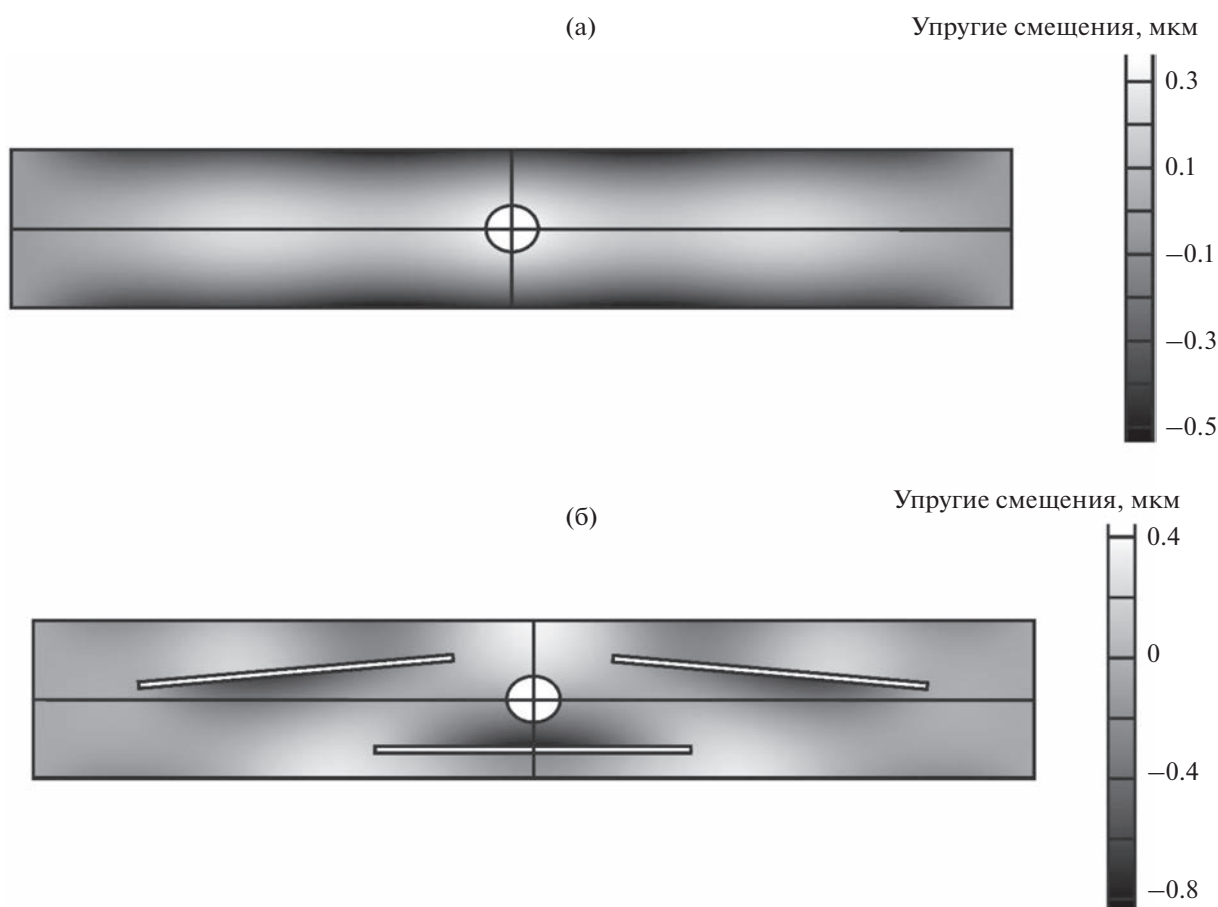


Рис. 5. Картины вынужденных колебаний в (а) — сплошной и (б) — разрезанной пластинах на частоте 1200 Гц.

ционного эффекта [6] в фехрелевых ленточных проводниках. Магнитострикционный эффект выражается в удлинении магнитострикционного образца в направлении действия магнитного поля, причем его величина одинакова при противоположных направлениях магнитного поля. Такие вынужденные деформации по ширине совершаются на четных гармониках $2f = 2400$, $4f = 4800$ и $6f = 7200$ Гц. На спектре звука, возбуждаемого ТР, приведенном на рис. 1, видно возбуждение на этих частотах с невысокой относительно нечетных гармоник интенсивностью.

Но особый интерес представляют весьма интенсивные звуковые колебания на нечетных гар-

мониках: $f_1 = 1200$, $f_2 = 3600$, $f_3 = 6000$ Гц (рис. 1). Причиной возбуждения звука на таких частотах может быть только линейный по току (магнитному полю) процесс. Таким физическим процессом в рассматриваемой структуре ТР может быть только линейная магнитострикция в ферромагнитном сплаве — фехрале.

В последние 20 лет многие авторы указывают на проявление линейной магнитострикции (обратного явления пьезомагнитному эффекту) не только в кристаллах, но и в ферромагнитных сплавах [7–10]. Линейная связь между механическим напряжением σ , деформацией ϵ , напряжен-

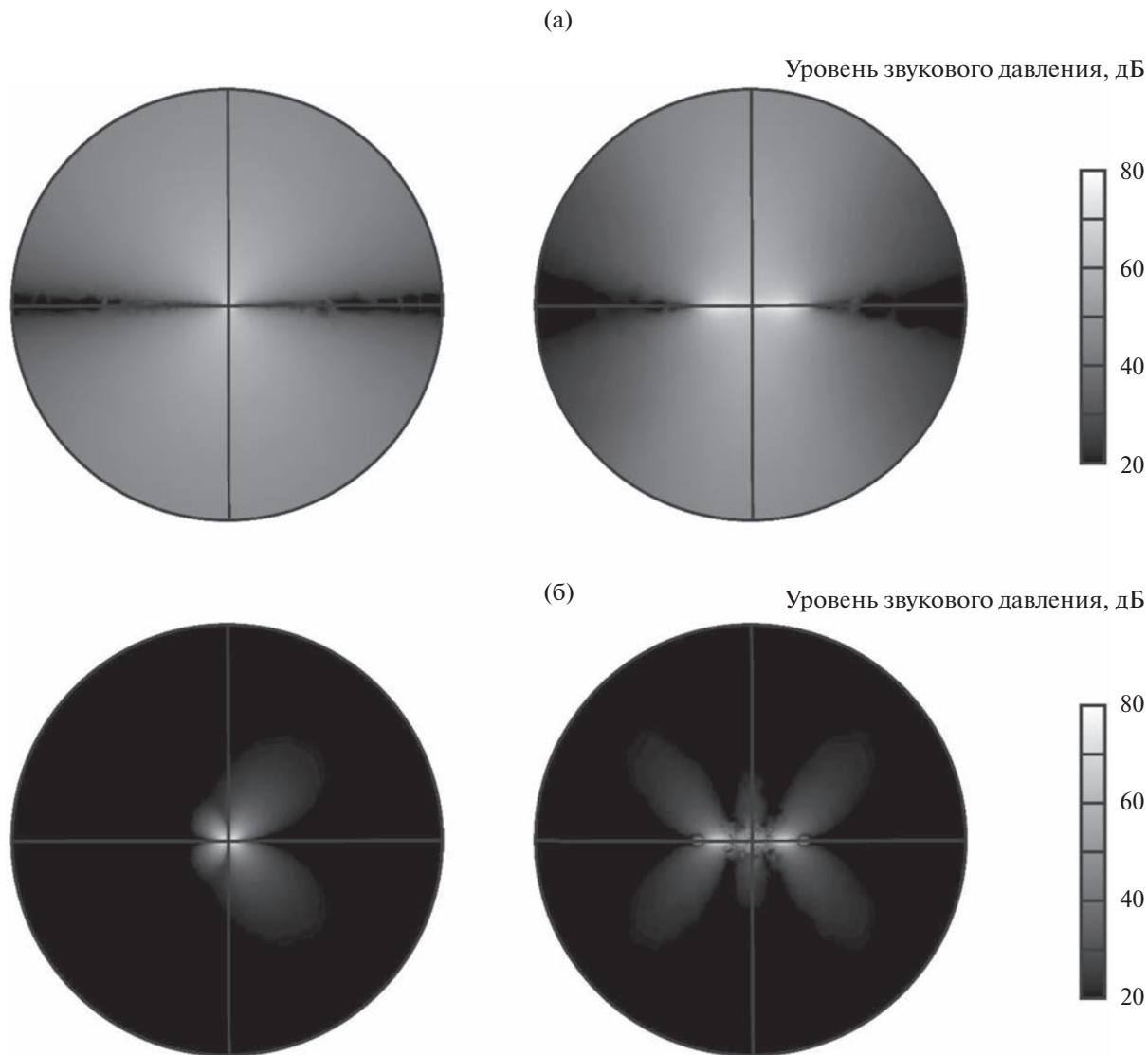


Рис. 6. Угловые спектры излучения звука (а) – сплошной и (б) – разрезанной пластинами ТР на частоте 1200 Гц.

ностью магнитного поля H и магнитной индукцией B определяется уравнениями связи [8]

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl} + d_{kij}H_k, \quad B_i = d_{ikl}\sigma_{kl} + \mu_0\mu_{ik}H_k, \quad (3)$$

где s – тензор модулей податливости, d – тензор пьезомагнитных модулей, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, μ – тензор магнитной проницаемости. Расчеты вынужденных колебаний фехральной пластины в магнитном поле, образуемом токами в рассматриваемой и близлежащих пластинах ТР, проведены при совместном решении уравнений Максвелла и уравнений теории упругости с уравнениями связи (3) методом конечных элементов в системе COMSOL Multiphysics®. Для расчетов использовались следующие параметры фехрали [2]: модуль Юнга $E = 220$ ГПа, плотность $\rho = 7210$ кг/м³. Частотная зависимость магнитной проницаемости фехральной ленты

определялась экспериментально резонансным методом в диапазоне частот от 0 до 10000 Гц. В результате получено следующее соотношение

$$\mu(f) = 14.37 - 3.54 \times 10^{-3}f + 6.1 \times 10^{-7}f^2 - 3.9 \times 10^{-11}f^3.$$

Для пьезомагнитных модулей фехрали в доступных источниках информации данные отсутствуют, поэтому пьезомагнитные модули рассматривались как феноменологические параметры и определялись из сравнения результатов расчета спектральных составляющих возбуждаемого звука с экспериментальными данными (рис. 1). Расчетные значения представлены на рис. 1 значком Δ . В результате получены следующие значения элементов тензора пьезомагнитных модулей: $d_{15} = 3.9 \times 10^{-9}$ м/А, $d_{31} = -1 \times 10^{-9}$ м/А, $d_{33} = 2 \times 10^{-9}$ м/А.

МЕТОД ПОДАВЛЕНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА ТОРМОЗНЫХ РЕЗИСТОРОВ

Для подавления мощных дискретных составляющих акустического шума ТР на частотах нечетных гармоник нужно ввести в структуру ленточных проводников асимметричные неоднородности, нарушающие условия резонансов многочисленных акустических мод в пластине. Одна из наиболее эффективных конфигураций таких неоднородностей представлена на рис. 4, где в качестве неоднородностей служат прорезы в пластинах шириной 1 мм; отверстие в центре является технологическим.

На рис. 5 представлены рассчитанные по модели линейной магнитострикции (3) картины вынужденных колебаний на частоте 1200 Гц в сплошных (рис. 5а) и разрезанных (рис. 5б) пластинах ТР, а на рис. 6 приведены угловые спектры излучения звука соответственно в поперечной и сагиттальной плоскостях при амплитуде силы тока 1500 А.

Проведенные расчеты показали, что введение указанных разрезов снижает максимальную мощность излучения звука одной пластиной ТР, вычисленную по сфере радиусом 0.7 м, с 80 до 48 дБ. На третьей гармонике влияние разрезов снижает максимальную мощность излучения с 88 до 81 дБ, а на пятой гармонике максимальная мощность излучения остается практически неизменной на уровне 93 дБ. Для подавления колебаний на пятой гармонике могут быть введены дополнительные разрезы меньшего размера.

Из рис. 6а видно, что акустическая мощность, возбуждаемая сплошной пластиной на первой гармонике, составляет около 80 дБ вблизи вагона на перроне. Поскольку линейная магнитострикция действует одинаково во всем ТР, то полная акустическая мощность от всего ТР составляет около 93 дБ, от всего метropоезда — около 100 дБ на перроне. Введение разрезов в пластины ТР позволяет снизить составляющую акустического шума метropоезда на частоте 1200 Гц до 68 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ измеренного спектра излучения акустического шума ТР, возникающего при электродинамическом торможении метropоезда, показал,

что наибольший вклад в интенсивность высокочастотного излучаемого звука вносят колебания на нечетных гармониках частоты тормозного тока. Это свидетельствует о наличии у фехралевого сплава значительного пьезомагнитного эффекта и обратного к нему эффекта линейной магнитострикции. Проведенные расчеты показали, что значительно снизить интенсивность возбуждаемых ТР акустических колебаний можно введением в пластину несимметричных разрезов (рис. 4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплект электрооборудования асинхронного тягового привода вагонов метрополитена КАТП-4: Руководство по эксплуатации 7651.39.00.001 РЭ, 2018. 274 с.
2. Каталог фирмы Avek Global (URL: <https://avglob.org/spiral-fehral-h23yu5t.html>). Дата обращения 18.03.2023 г.)
3. Тимофеев А.И., Машков И.В., Корнев И.А., Соколов М.А., Бессонова Н.С. Силовой резистор // Патент России № 2685224С1. 2019. Бюл. № 11.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
5. Fletcher H., Munson W.A. Loudness, its definition, measurement and calculation // J. Acoust. Soc. Am. 1933. V. 5. № 5. P. 82–108. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1933.tb00403.x>
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 621 с.
7. Davino D., Giustiniani A., Visone C., Adly A. Experimental analysis of vibrations damping due to magnetostrictive based energy harvesting // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. № 7. 07E509. <https://doi.org/10.1063/1.3545798>
8. Colussia M., Bertoa F., Morib K., Naritac F. Strain Energy Density Based Assessment of Cracked Terfenol-D Specimens Under Magnetic Field and Different Loading Rates // Procedia Structural Integrity. 2016. V. 2. P. 1837–1844. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.231>
9. Balke H., Suchaneck G. Commentary: On the linear coupling of mechanical and magnetic fields in magnetoelectrical composites // AIP Advances. 2017. V. 7. 060901. <https://doi.org/10.1063/1.4986212>
10. Dapino M.J. Magnetostrictive Materials: Their Use in Smart Structure Applications. Chapter in book: Encyclopedia of Smart Materials, 2002. 39 p. <https://doi.org/10.1002/0471216275.esm051>

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

УДК 681.121:034.4-8

ИМПУЛЬСНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ РАСХОДОМЕР ГАЗА С НАКЛАДНЫМИ ДАТЧИКАМИ

© 2023 г. А. Д. Мансфельд^а, Г. П. Волков^{а, *}, Р. В. Беляев^а, А. Г. Санин^а, Д. В. Мороскин^б

^аИПФ РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

^бООО “УЛЬТРАМЕТР”, Южное шоссе 12, корп. 15А, Саров, 607188 Россия

*e-mail: volkov@ipfran.ru

Поступила в редакцию 26.05.2022 г.

После доработки 26.05.2022 г.

Принята к публикации 22.09.2022 г.

Создан и исследован усовершенствованный импульсный корреляционный расходомер газа с накладными датчиками для измерения течений газа в трубах. Работа подобных устройств основана на измерении скорости движения вихрей в турбулентном потоке. Обсуждаются проблемы выделения слабого полезного сигнала, прошедшего через газ, на фоне помех от сигналов, распространяющихся по стенке трубы. Предложена схема корреляционного расходомера с импульсным зондированием и возможностью автоматического поиска полезного сигнала на фоне помех. Продемонстрирована работа расходомера на фоне вибраций стенки трубы и на фоне капель жидкости, находящихся в потоке.

Ключевые слова: течение газа в трубе, ультразвуковое зондирование потоков, взаимная корреляция, измерение расхода газа

DOI: 10.31857/S0320791922700034, **EDN:** YJRAYJ

ВВЕДЕНИЕ

Проблема измерения расхода газа является весьма важной для целого ряда применений. Существует множество вариантов ультразвуковых расходомеров, измеряющих расход газа при его течении в трубах [1, 2]. Большинство из них используют врезные ультразвуковые преобразователи, имеющие непосредственный контакт с измеряемым потоком. Как правило, в этих приборах используют так называемый времяпролетный метод измерения, который заключается в измерении времени распространения ультразвуковой волны вверх и вниз по течению газа с помощью врезных датчиков с последующим вычислением скорости потока.

Менее распространен второй тип времяпролетных расходомеров — это расходомеры с накладными датчиками, например, расходомеры фирмы Controlotron. Преимуществом последних является отсутствие непосредственного контакта преобразователя (датчика) с потоком, а следовательно, возможность измерения без подготовки трубы и без врезки в стенку трубы. Соответственно, отсутствуют воздействия на датчики со стороны потока (загрязнение, абразивное воздействие летящих частиц в потоке), а также воздействие на поток со стороны датчиков. Поэтому вызывает интерес использование приборов с накладными датчиками, не имеющими контакта с исследуе-

мой средой. Однако использование накладных датчиков имеет специфические проблемы, особенно при зондировании газовых потоков. Во-первых, при использовании накладных датчиков уровень сигнала, проходящего в газ через стальную стенку, очень мал, т.к. мал коэффициент прохождения через границы “металлическая стенка—газ”. Мероприятия, позволяющие измерять слабые сигналы на фоне сигналов, распространяющихся по стенке трубы, описаны в работах [3–5].

Существует два типа приборов с накладными датчиками — времяпролетный и корреляционный [4, 5].

Времяпролетный метод, как и в случае врезных датчиков, основан на зондировании потока ультразвуковыми импульсами с измерением времени распространения вверх и вниз по потоку. Особенность времяпролетного метода с накладными датчиками состоит в том, что при зондировании (излучении и приеме) используются волны Лэмба, распространяющиеся по стенке трубы. По мере распространения лэмбовской волны по стенке происходит “подкачка” продольной волны в газ, что дает выигрыш в уровне полезного сигнала. Для вычисления искомой скорости потока с помощью времяпролетного расходомера необходимо знать скорость волны Лэмба. Понятно, что точность измерения зависит от величины

скорости распространения волны Лэмба, которая зависит от типа волны (A_0 или S_0), от рабочей частоты, от толщины и материала, от температуры стенки. Соответственно, скорость волны Лэмба должна контролироваться с высокой точностью.

Корреляционный расходомер, описанный ниже, имеет некоторые преимущества перед времяпролетным, т.к. результат не зависит от скорости звука, распространяющегося по стенке. Описания подобных корреляционных расходомеров приведены в целом ряде статей [6–10]. В основу корреляционного метода положена регистрация прохождения вихрей газа через ультразвуковые пучки. Из этого понятно, что при отсутствии обтекаемых тел измерения возможны лишь при турбулентном течении газа в трубе. Взаимодействие ультразвука с вихревой дорожкой исследовано в работе [11]. Отметим, что для возникновения турбулентного режима в трубе необходимо, чтобы число Рейнольдса превышало 2000 [12, 13]. Соответственно, подобные измерения невозможны для потока с малым числом Рейнольдса. В настоящей работе разработан и исследован корреляционный расходомер с накладными датчиками (преобразователями), измеряющий скорость газа по скорости переноса вихрей турбулентным потоком на основе импульсного зондирования потока. Использование корреляционного расходомера для измерения скорости потока описано в нашей статье [10]. Здесь более подробно описана схема прибора и описаны некоторые лабораторные и натурные эксперименты.

ПРИНЦИП РАБОТЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАСХОДОМЕРА

В корреляционном расходомере измерение производится двумя ультразвуковыми пучками, проходящими поперек трубы через стенки трубы и зондируемый поток. Каждый пучок принимается своим приемным датчиком, так что обрабатываются сигналы, принимаемые в двух каналах. Сигналы ультразвуковых пучков, пересекающих турбулентный поток газа, модулируются по фазе

и амплитуде из-за флуктуаций скорости потока. Флуктуации принятых сигналов (фазы и/или амплитуды) в каждом из каналов выделяются и затем подвергаются взаимно-корреляционной обработке. Далее производится измерение времени задержки корреляционного пика относительно нуля.

На рис. 1 показано схематическое расположение ультразвуковых пучков при зондировании и получающаяся функция взаимной корреляции в результате обработки принимаемых сигналов. На рис. 1б показаны осциллограммы сигналов, прошедших через крупномасштабные турбулентные структуры в двух каналах с задержкой по времени. На рис. 1в показана взаимно корреляционная функция (ФВК). Далее производится измерение времени задержки τ корреляционного пика относительно нуля. По расстоянию L (рис. 1а) и по времени τ (рис. 1в) определяется скорость потока:

$$V = L/\tau. \quad (1)$$

Выбросы в ФВК слева и справа от основного пика (рис. 1в) вызваны наличием некоррелированных флуктуаций на трассах прохождения зондирующих пучков.

Корреляционный метод, как это будет показано ниже, имеет следующие достоинства по сравнению с времяпролетным режимом:

- независимость результата измерения от скорости звука в газе и скорости волны Лэмба в стенке трубы (использование волны Лэмба необязательно);
- слабая зависимость некоррелированных сигналов, полученных в разных зондирующих ультразвуковых пучках, например, при наличии капель жидкости в потоке;
- возможность устранения помех, связанных с вибрацией стенки, создаваемых различными механизмами.

Вместе с тем, основной проблемой расходомеров с накладными датчиками является наличие, наряду с очень слабым полезным сигналом, прошедшим через газ, очень сильных сигналов, рас-

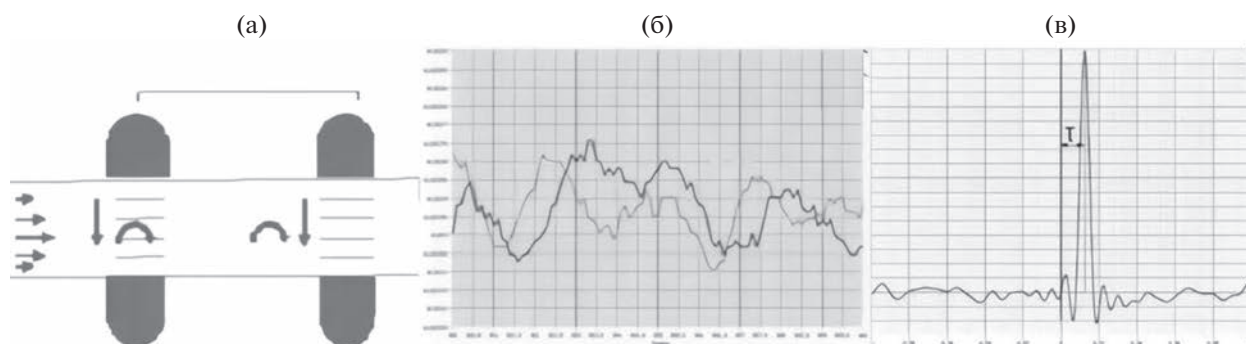


Рис. 1. Зондирование газового течения внутри трубы: (а) — расположение датчиков и зондирующих пучков; (б) — осциллограммы в каналах, (в) — соответствующая функция взаимной корреляции (ФВК).

Таблица 1. Поглощение в воздухе и метане. Ax/Ao – отношение амплитуд прошедшего сигнала к излученному

Ax/Ao	Пройденное волной расстояние в газе, м				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Воздух	0.951	0.905	0.861	0.819	0.779
Метан	0.368	0.135	0.050	0.018	0.007

пространяющихся по стенке трубы (далее “стеночные” сигналы). На это обращали внимание в работе [6], где производилось измерение потока жидкости в пластиковой трубе. При зондировании потока газа в металлической трубе ситуация усугубляется многократно. Коэффициент прохождения K при прохождении звука через границу “сталь–газ” при $z_2 \gg z_1$:

$$K = 4z_1/z_2, \tag{2}$$

где $z_1 = 426$ – импеданс газа, а $z_2 = 4 \times 10^7$ – импеданс стали. Величина коэффициента прохождения K при таких условиях составляет 4×10^{-5} , а с учетом коэффициентов преобразования ультразвуковых преобразователей оказывается порядка $K = 10^{-6}$. Таким образом, амплитуда зондирующего сигнала, доходящего до приемника, ослабляется в миллион раз!

В сравнении с уменьшением сигнала, связанным с отражением на границах “сталь–газ”, снижение амплитуды прошедшего сигнала за счет поглощения при зондировании воздушного потока (см. Таблицу 1) невелико. При работе с метаном (важный для практики случай), в отличие от ситуации с поглощением в воздухе, имеет место существенное снижение амплитуды прошедшего сигнала, связанное с релаксационным механизмом поглощения звука. Теоретическая зависимость поглощения от частоты и давления представлена в работе [14].

В Таблице 1, в соответствии с зависимостью поглощения от давления и частоты, показано снижение уровня сигнала при зондировании воздуха и метана. Вычисления поглощения проводились при атмосферном давлении газа на частоте 500 кГц [14]. При атмосферном давлении метана



Рис. 2. Инверсия взаимно-корреляционной функции при обработке “фазовых” сигналов.

измерения затруднены из-за низкого уровня принятого сигнала. Однако при увеличении давления коэффициент поглощения в метане существенно уменьшается и, при давлении несколько атмосфер, появляется возможность регистрации сигнала в метане. Снижение коэффициента поглощения возможно и с понижением частоты зондирования.

Вторая проблема устройств с накладными датчиками — это наличие сильной помехи, приходящей на приемник за счет того, что излученный (зондирующий) акустический сигнал распространяется не только сквозь поток, но и по стенке трубы [5]. Передающий датчик излучает в стенку трубы продольную волну, которая частично преобразуется в волну Лэмба и многократно циркулирует в стенке. Стеночная волна, пробегающая по стенке, преобразуется снова в продольную волну, которую приемный датчик также принимает. В результате в момент приема полезного сигнала, прошедшего через газ, приемник принимает также и стеночный сигнал. Уровень сигнала, пришедшего на приемник по стенке, существенно больше уровня полезного сигнала даже в том случае, когда стеночный сигнал многократно циркулирует по стенке (рис. 3). За счет прохождения через границу “металл–газ” уровень полезного сигнала, дошедшего до приемника, ослабляется примерно на 60 дБ по сравнению с сигналом, прошедшим по стенке.

Сигнал, принятый приемником, можно записать следующим образом:

$$U_{1,2}(t) = A_{1,2} \cos(\omega t + \psi_{1,2}) + a_{1,2}(t) \cos(\omega t + \varphi_{1,2}(t)), \quad (3)$$

где $A_{1,2}$ — амплитуда волны, распространяющейся по стенке в первом и втором каналах, $a_{1,2}(t)$ — амплитуды волн, прошедших через газ; $\psi_{1,2}$ — фазы сигналов, прошедших по стенке. При этом $A \gg a(t)$; $a_{1,2}(t)$ и $\varphi_{1,2}(t)$ — медленные (по сравнению с несущей частотой) функции времени.

Таким образом, в соответствии с (3), в принятом сигнале присутствуют две компоненты, сильно отличающиеся по амплитуде: слабые полезные сигналы, прошедшие через газ, и мощные помехи от сигналов, прошедших по стенке. Наличие последних — основная проблема расходомеров с накладными датчиками.

Для построения корреляционной функции можно использовать как флуктуации фазы $\varphi(t)$, так и флуктуации амплитуды сигнала $a(t)$. Сигналы с выходов фазовых детекторов для двух сигналов, стеночного и полезного, выражаются следующим образом:

$$U_{\sin}(t) = A \sin(\omega t + \psi) + a(t) \sin(\omega t + \varphi(t)), \quad (4)$$

$$U_{\cos}(t) = A \cos(\omega t + \psi) + a(t) \cos(\omega t + \varphi(t)). \quad (5)$$

Черта сверху — усреднение по времени $\tau_{\text{хар}} \gg T \gg \frac{2\pi}{\omega}$, где $\tau_{\text{хар}}$ — характерное время флуктуаций скорости потока. В результате усреднения устраняется сигнал с удвоенной частотой. Остаются постоянная составляющая, связанная со стеночным сигналом, и переменная составляющая, связанная с флуктуациями сигнала, прошедшего через турбулентный поток. Удаляя постоянную составляющую, теперь легко разделить амплитудные и фазовые флуктуации. В каждом канале получаются низкочастотные сигналы следующего вида:

$$U_{\text{нч},\sin,1,2} = a(t)_{1,2} \sin[\varphi_{1,2}(t) + \psi_{1,2}], \quad (6)$$

$$U_{\text{нч},\cos,1,2} = a(t)_{1,2} \cos[\varphi_{1,2}(t) + \psi_{1,2}]. \quad (7)$$

В случае корреляционной обработки выделенных “фазовых” флуктуаций возникают различающиеся набеги фаз в каналах. Это может происходить из-за возможной небольшой разницы внутренних диаметров трубы, а также из-за разности частотных характеристик преобразователей в каналах. Например, при диаметре трубы 0.1 м и при разнице внутренних диаметров трубы в 0.5% (вполне реальная разница!) на частоте 500 кГц разница фазовых набегов в каналах порядка 1.5π. В результате этого происходит изменение взаимно-корреляционной функции, вплоть до инверсии пика. Подобная ситуация представлена на рис. 2. В промежуточном случае, когда сдвиг фазы порядка π/2, определить задержку становится невозможным. Разница в каналах также может происходить из-за небольшой разницы резонансных частот преобразователей.

Сделаем оценку изменения фазы при прохождении через турбулентный поток:

$$\varphi(t) = \frac{2\pi f D}{c \left(1 + \frac{v(t)}{c}\right)} \approx \frac{2\pi f D}{c} \left(1 - \frac{v(t)}{c}\right), \quad (8)$$

где D — внутренний диаметр трубы, f — несущая частота, c — скорость звука в газе, $v(t)$ — флуктуационная поперечная компонента скорости, $v(t) \ll c$. Флуктуационная часть фазы определяется следующим выражением:

$$\Delta\varphi(t) = \frac{2\pi f D}{c^2} v(t). \quad (9)$$

Так, при измерении потока воздуха в трубе ($c = 330$ м/с) при $f = 500$ кГц, $D = 0.1$ м, для скорости $v(t) = 2$ м/с и уровня турбулентности 5% (амплитуды продольных и поперечных флуктуаций скорости равны [12, 13]), из (9) при данных параметрах получим $\Delta\varphi(t) \sim \pi$. При увеличении скорости потока при измерении фазы возникает неоднозначность в определении фазы. Таким образом, использование измерения флуктуаций фазы непригодно для реальных условий. Поэтому для вычисления взаимно корреляционной функции да-

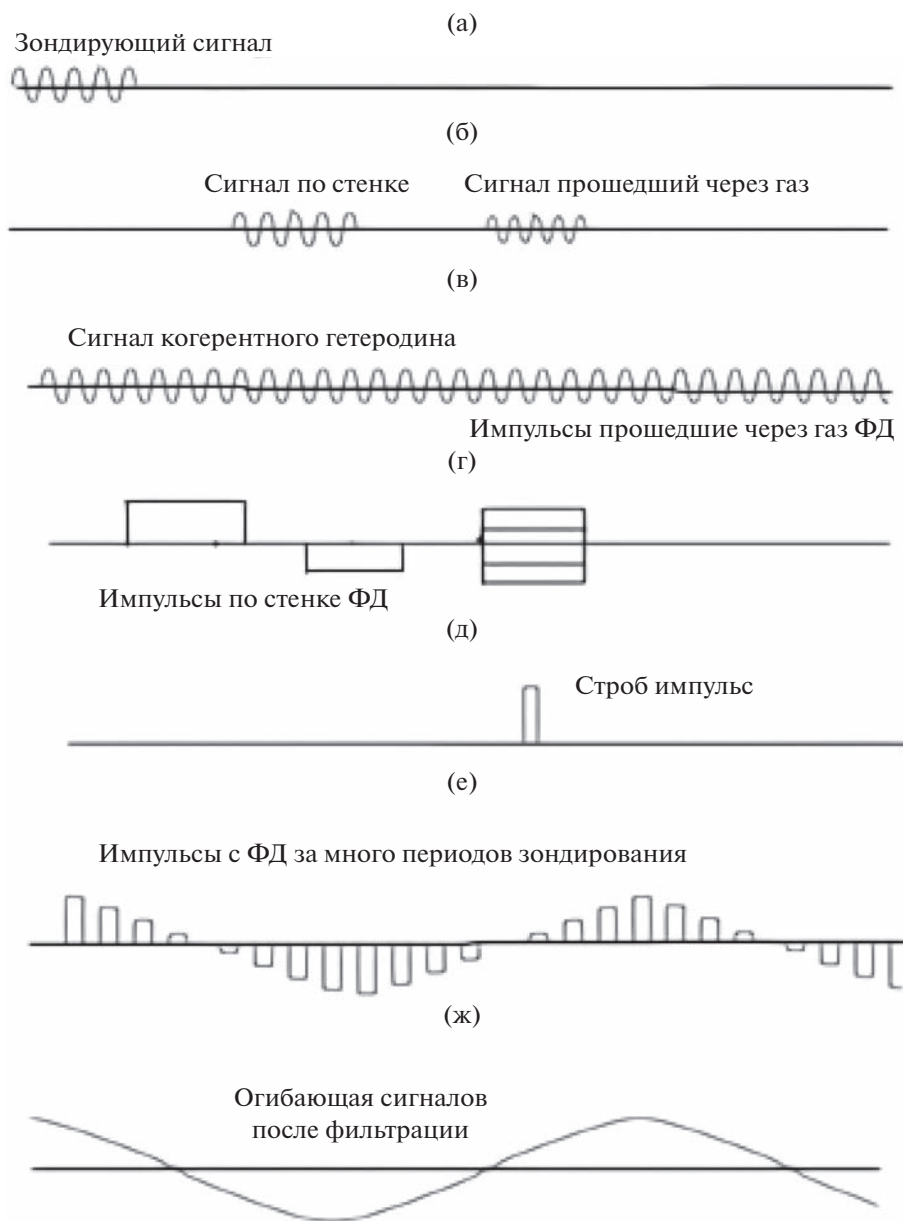


Рис. 3. Осциллограммы сигналов в импульсно-когерентном расходомере. (а) — Зондирующий сигнал, (б) — сигналы, принятые приемником, (в) — сигнал когерентного гетеродина, (г) — импульсы с фазового детектора сигналов, прошедших по стенке и через газ, (д) — строб-импульс, (е) — сигналы, запомненные в УВХ за несколько периодов, (ж) — огибающая сигнала после детектирования.

лее используются амплитудные флуктуации. Однако при непосредственном детектировании сигнала $U(t)$ и после устранения постоянной составляющей и сигналов с удвоенной частотой несущей сигнал на выходе имеет вид:

$$U_{1,2\text{дет}}(t) = a_{1,2}(t) A_{1,2} \cos[\psi_{1,2}(t) - \phi_{1,2}(t)]. \quad (10)$$

Как видно из выражения (10), при детектировании флуктуации амплитуды и фазы сложно связаны. Кроме того, амплитуда зависит от фазы стеночного сигнала. Взаимно корреляционная функция при этом сложно (неоднозначно) зави-

сит от скорости потока. Поэтому флуктуации требуется разделить. Это можно сделать с помощью фазового детектирования и последующего суммирования квадратур сигналов в каждом из каналов. Подобная схема выделения амплитудных флуктуаций представлена в работе [6], где проводились измерения скорости жидкости в пластиковых и стеклянных трубках. Измерения проводились при использовании непрерывного зондирующего сигнала.

Сигналы, прошедшие в разных частях поперечника ультразвукового пучка, приобретают фа-

зовые флуктуации. Эти сигналы, дойдя до приемного датчика, суммируются как сигналы со случайными фазами, что приводит к флуктуациям амплитуды. Сигнал, принимаемый датчиком, изменяется по амплитуде и в какие-то моменты может полностью исчезать. Таким образом, в отличие от сигналов, распространяющихся по стенке, амплитуда сигнала, прошедшего через газ, сильно флуктуирует. Это позволяет выделить полезный (переменный по времени) сигнал на фоне помех, связанных со стеночными сигналами (постоянная составляющая продетектированного сигнала). В данной работе рассмотрены и продемонстрированы варианты снижения помех, связанных с возникновением стеночных сигналов, в том числе:

- представлена схема корреляционного расходомера, использующая импульсно-когерентный режим локации, который существенно улучшает отношение сигнал/помеха и расширяет динамический диапазон принимаемых сигналов;

- показана возможность устранения периодических помех, связанных с вибрацией стенки трубы.

ИМПУЛЬСНЫЙ РЕЖИМ ЗОНДИРОВАНИЯ

Хорошим действенным методом увеличения уровня полезного сигнала и снижения влияния стеночных сигналов является применение импульсного режима зондирования. Важным преимуществом импульсного режима является возможность увеличения амплитуды зондирующего сигнала по сравнению с амплитудой зондирования при непрерывном излучении. В непрерывном режиме увеличение амплитуды зондирующего сигнала приводит к перегреву излучающих датчиков и даже к выходу их из строя. В импульсном режиме можно (за счет скважности) существенно увеличить амплитуду зондирующего сигнала. В нашем случае используются зондирующие импульсы с длительностью 8–10 периодов несущей частоты и с амплитудой до 150 В. Это во много раз больше возможного значения амплитуды при непрерывном зондирующем сигнале. В обоих случаях частотная полоса и, соответственно, КПД пьезопреобразователей одинаковы, т.к. они нагружены на металлическую поверхность и тем самым демпфируются естественным образом. Необходимая частотная полоса полезного сигнала после детектирования, и, соответственно, уровень шума приемного усилителя, должна определяться временем пролета турбулентных структур через ультразвуковые пучки и одинакова при непрерывном или импульсном режимах зондирования.

В работе [6], а также в приборе СТФ878 используется режим с непрерывным излучением. В этом случае сигналы, распространяющиеся по стенке, суммируются в приемном устройстве. Поэтому отношение “полезный сигнал/помеха” мал. В импульсном режиме это отношение суще-

ственно выше, т.к. сигналы помехи принимаются только в момент, когда приходит полезный сигнал, прошедший через газ. Сигналы, пришедшие в другие моменты времени, блокируются и не поступают на дальнейшую обработку. Таким образом, существенно повышается отношение сигнал/помеха [4].

Импульсный режим является основным отличием схемы нашего расходомера от прибора, описанного в [6]. Важным достоинством импульсного режима, кроме того, является возможность работы двух приемных каналов независимо друг от друга на одной частоте. Это становится возможным за счет того, что при двух приемных трактах сигналы попадают на приемники в разные моменты времени.

В нашем случае используется так называемый импульсно-когерентный режим локации (см., например, [15, 4]). Принцип работы импульсно-когерентного зондирования иллюстрируется на рис. 3.

Частота повторения зондирующих импульсов $F_{\text{повт}}$ выбирается из следующих соображений. Период должен быть не менее $\frac{1}{F_{\text{повт}}} = T_{\text{повт}} > \frac{D}{c}$.

С другой стороны, частота повторения должна быть как минимум вдвое выше максимальной частоты флуктуаций, определяемой шириной спектра флуктуации. Полагая, что размеры крупномасштабных структур порядка $\frac{D}{2}$ и скорость по-

тока V_0 , получаем $F_{\text{повт}} > \frac{4V_0}{D}$. Таким образом, частота повторения должна быть в диапазоне:

$$\frac{4V_0}{D} < F_{\text{повт}} < \frac{C}{D}. \quad (12)$$

Зададим в качестве примера следующие значения: $D = 0.1$ м, $V_0 = 50$ м/с; в этом случае частота повторения $1 \text{ кГц} < F_{\text{повт}} < 3 \text{ кГц}$.

Функциональная схема корреляционного расходомера, работающего в импульсном режиме, показана на рис. 4. Зондирование потока производится радиоимпульсами, “вырезанными” из сигнала гетеродина рис. 3а. Прошедшие принятые сигналы (рис. 3б) после усиления поступают на фазовые детекторы ФД1 и ФД2, на которые поступают сигналы гетеродинов (рис. 3в). На выходах ФД появляются видеоимпульсы, амплитуда которых пропорциональна амплитуде усиленного сигнала, умноженного на косинус (или синус) сдвига фазы между сигналом гетеродина и принятым сигналом.

Для дальнейшей обработки в каждом канале используются два гетеродинных сигнала, сдвинутых один от другого по фазе на 90° . Это необходимо для того, чтобы избежать появления слепых фаз, которые появляются в результате фазового детектирования. После выделения сигналов по команде строб-импульса устройство выборки-

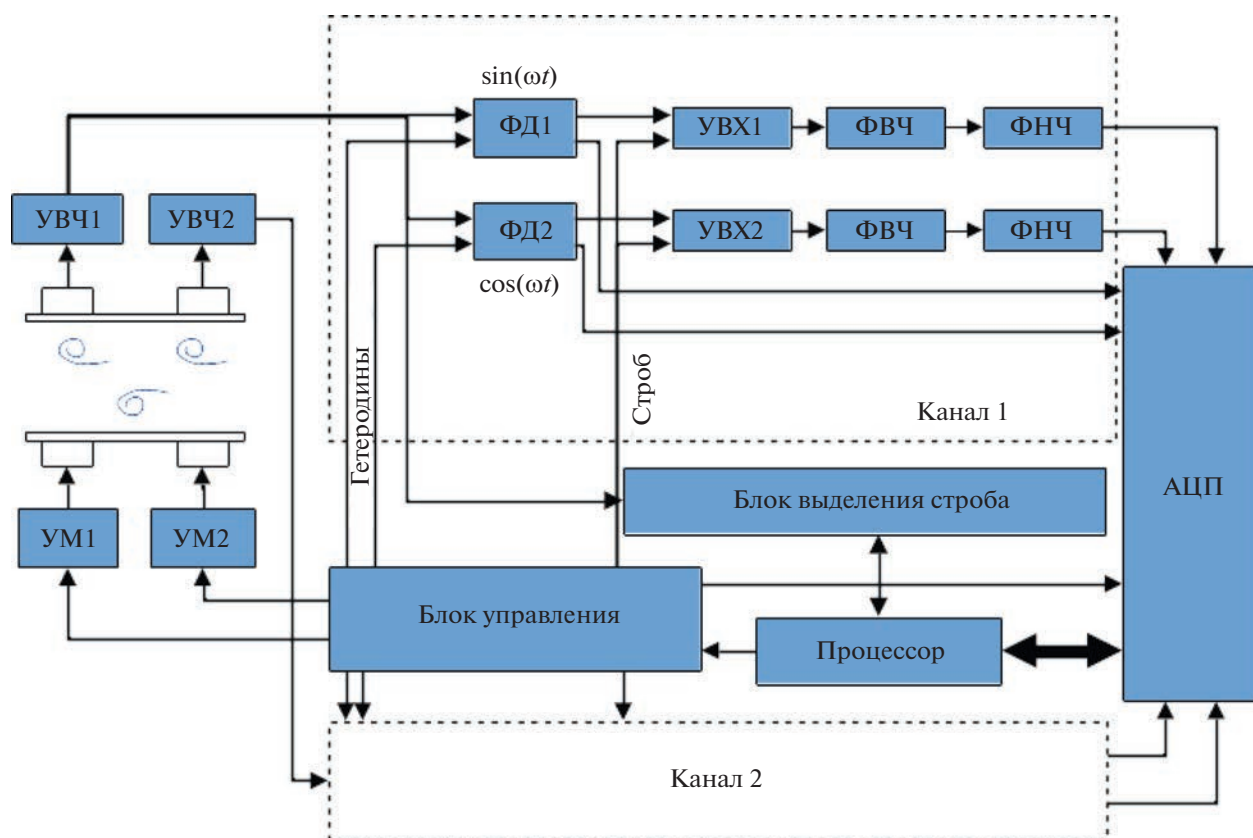


Рис. 4. Функциональная схема корреляционного расходомера, работающего в импульсном режиме. УМ — усилитель мощности зондирующего сигнала, УВЧ — усилитель высокой частоты (приемник), ФД1 и ФД2 — фазовые детекторы, УВХ — устройства выборки-хранения.

хранения (УВХ) запоминает величину сигнала на период повторения импульсов, до следующего такта зондирования. Стационарные сигналы (стеночные) на выходе УВХ выделяются в виде постоянной составляющей и не проходят на дальнейшую обработку. Полезные сигналы, прошедшие через турбулентный поток, проходят далее, фильтруются ФНЧ и поступают на АЦП. Таким образом, здесь осуществляется разделение стационарных стеночных сигналов и полезных сигналов, прошедших через газ. В результате, после фильтрации, на входы АЦП из каждого канала передаются два уже непрерывных сигнала, которые и обрабатывают далее.

КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ПОЛОЖЕНИЕ СТРОБ-ИМПУЛЬСА

Особенностью данной схемы является автоматическое определение положения измерительного объема, т.е. положение стробирующего импульса. Время распространения ультразвукового импульса через газ в трубе неизвестно, когда не известен состав газа, его температура и влажность. Поэтому для выделения полезного сигнала из смеси «стеночных» сигналов требуется определить положение (задержку от начала зондиро-

вания) строб-импульса. Невозможно также обнаружить по осциллограмме момент прихода полезного сигнала (рис. 5а), т.к. полезный сигнал тонет в стеночных сигналах. Необходимо правильно установить положение строб-импульса и в дальнейшем поддерживать его задержку при изменении скорости звука.

Для реализации используется режим череспериодного вычитания сигналов. Подобный режим селекции движущих целей применяется в радиолокации. Реализация череспериодного режима производится следующим образом. Сигнал с выхода фазового детектора запоминается и вычитается через период повторения, после следующей посылки импульсов.

Стационарные стеночные сигналы вычитаются и подавляются, а сигналы, прошедшие через турбулентный поток из-за флуктуации, выделяются. Затем формируется строб-импульс, используемый для выделения полезного сигнала из последовательности принятых импульсов. Этот режим является вспомогательным, включается при начальной установке прибора и далее включается периодически.

На осциллограмме рис. 5а показана последовательность принятых импульсов (полезный сиг-

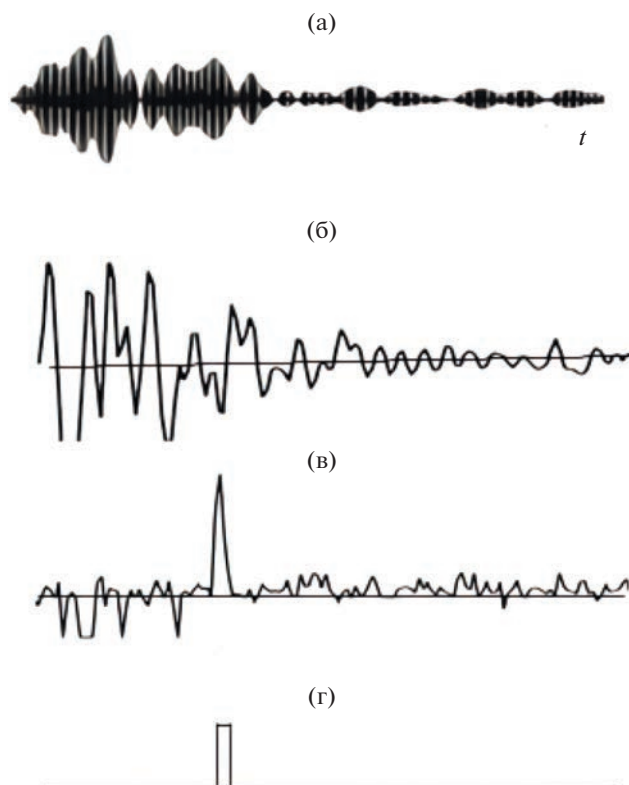


Рис. 5. Осциллограммы сигналов для определения положения импульса стробирования. (а) – Радиосигнал с выхода фазового детектора, (б) – видеосигнал с выхода фазового детектора, (в) – сигнал после череспериодного вычитания, (г) – строб-импульс.

нал здесь не виден). На рис. 5б показана осциллограмма после фазового детектора, на рис. 5в представлен результат череспериодного вычитания. На рис. 5в показан выделенный в результате череспериодного вычитания импульс, определяющий положение строб-импульса, а на рис. 5г – соб-

ственно выделенный строб импульс, который используется для выделения полезного сигнала из смеси сигналов. Таким образом, выделенный стробирующий импульс из смеси стеночных импульсов далее используется для выделения полезного сигнала.

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА ПРОДЕТЕКТИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

Оцифрованные АЦП сигналы далее обрабатывают следующим образом: в соответствии с выражением (12) вычисляются текущие амплитуды сигналов в обоих каналах. Далее производится динамическая фильтрация сигналов. Спектры сигналов представлены на рис. 6. Для этого производится анализ ширины спектра сигнала и далее производится фильтрация сигналов в выбранном частотном диапазоне, в том числе, удаление помех, связанных с вибрацией стенки трубы. Из рис. 6 видно, что интенсивность полезного сигнала существенно больше интенсивности шума, что достигается благодаря применению импульсного режима с большой амплитудой зондирующего сигнала.

Для того чтобы корреляционная функция не изменялась при изменении скорости звука в газе, используется взаимно-корреляционная обработка огибающих сигналов. Форма взаимно корреляционной функции была показана на рис. 1в. Ситуация, подобная рис. 2, невозможна при обработке сигналов огибающей. Огибающая вычисляется в следующем виде:

$$A(t) = \sqrt{U_{\text{нч, sin}}^2 + U_{\text{нч, cos}}^2}. \quad (13)$$

Функция взаимной корреляции амплитудных флуктуаций вычисляется в соответствии с выражением:

$$K_A = \langle A_1(t) A_2(t) \rangle. \quad (14)$$

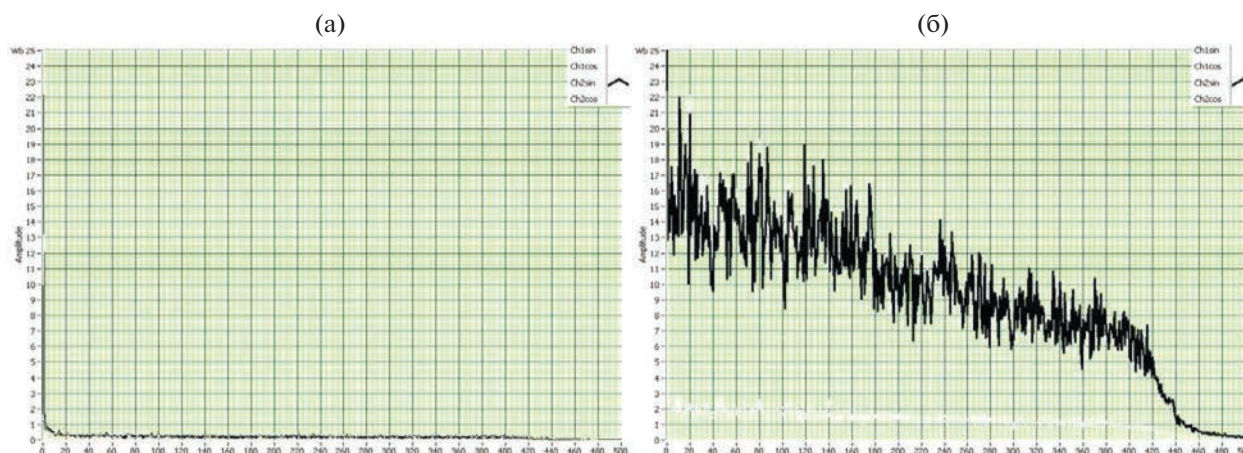


Рис. 6. Спектры сигналов после фильтрации: (а) – спектр сигнала при отсутствии потока (шум), (б) – спектр пульсаций амплитуды при наличии потока.

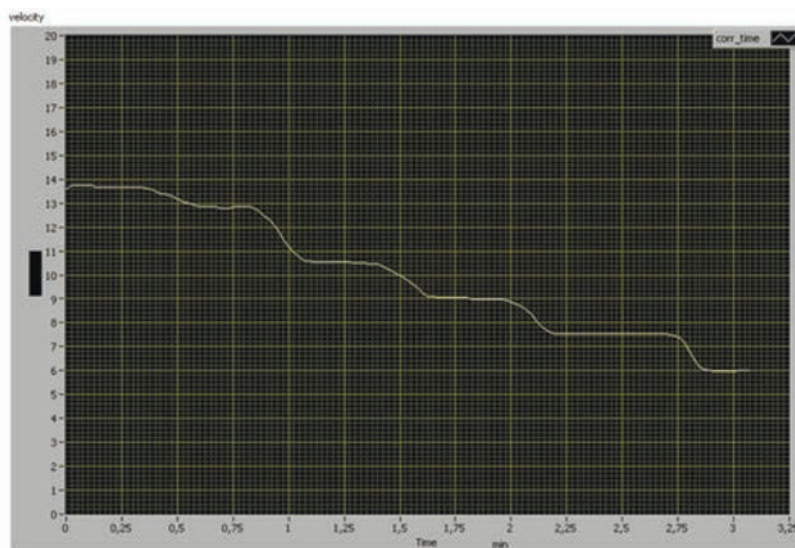


Рис. 7. Осциллограмма измеряемой скорости потока при ступенчатом изменении расхода газа.

Далее производится накопление реализаций взаимно корреляционных функций для повышения отношения сигнал/шум. Необходимость накопления связана с тем, что мгновенные реализации ФВК флуктуируют из-за флуктуаций потока. По полученной усредненной ФВК определяется положение пика функции, а затем вычисляется скорость в соответствии с выражением (1) и строится осциллограмма скорости потока. Кроме того, для устранения случайных выбросов в осциллограммах применяется медианная фильтрация. На рис. 7 в качестве иллюстрации представлена осциллограмма измеряемой скорости потока при ступенчатом изменении расхода.

ПОДАВЛЕНИЕ СТЕНОЧНЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ДЕМПФИРУЮЩИХ НАКЛАДОК

Как уже говорилось, стационарные стеночные сигналы в результате обработки выделяются в виде постоянной составляющей, которая затем легко отделяется. Однако стеночные сигналы перестают быть стационарными, например, при наличии вибраций стенки, а также при появлении капель жидкости на внутренней поверхности трубы. В обоих случаях происходит амплитудная и фазовая модуляции стеночных сигналов. В результате, наряду с полезным флуктуирующим сигналом, прошедшим через газ, выделяются и сильные помехи в виде переменных сигналов, которые существенно затрудняют проведение измерений, а иногда даже исключают их возможность.

Поэтому желательно дополнительно к импульсному режиму подавить стеночные сигналы, распространяющиеся по стенке. Это можно сделать, демпфируя трубу с помощью наружных на-

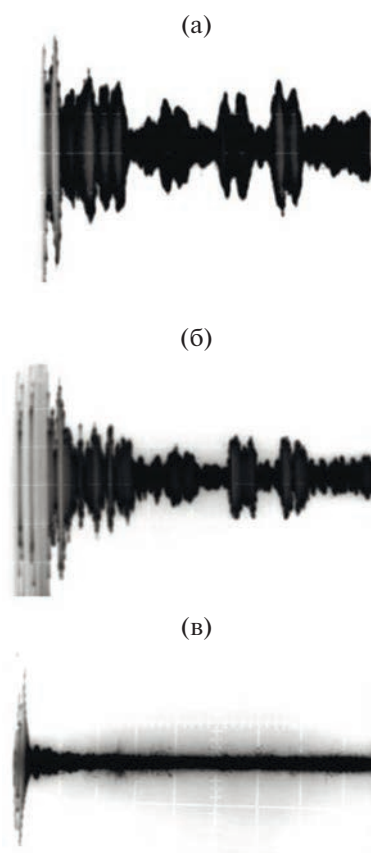


Рис. 8. Подавление стеночных сигналов демпфированием стенки трубы. (а) — Стеночные сигналы без демпфирования стенки трубы; (б) — через нескольких часов после наложения демпфера при постепенном затвердевании демпфирующего покрытия; (в) — через сутки после наложения демпфера.

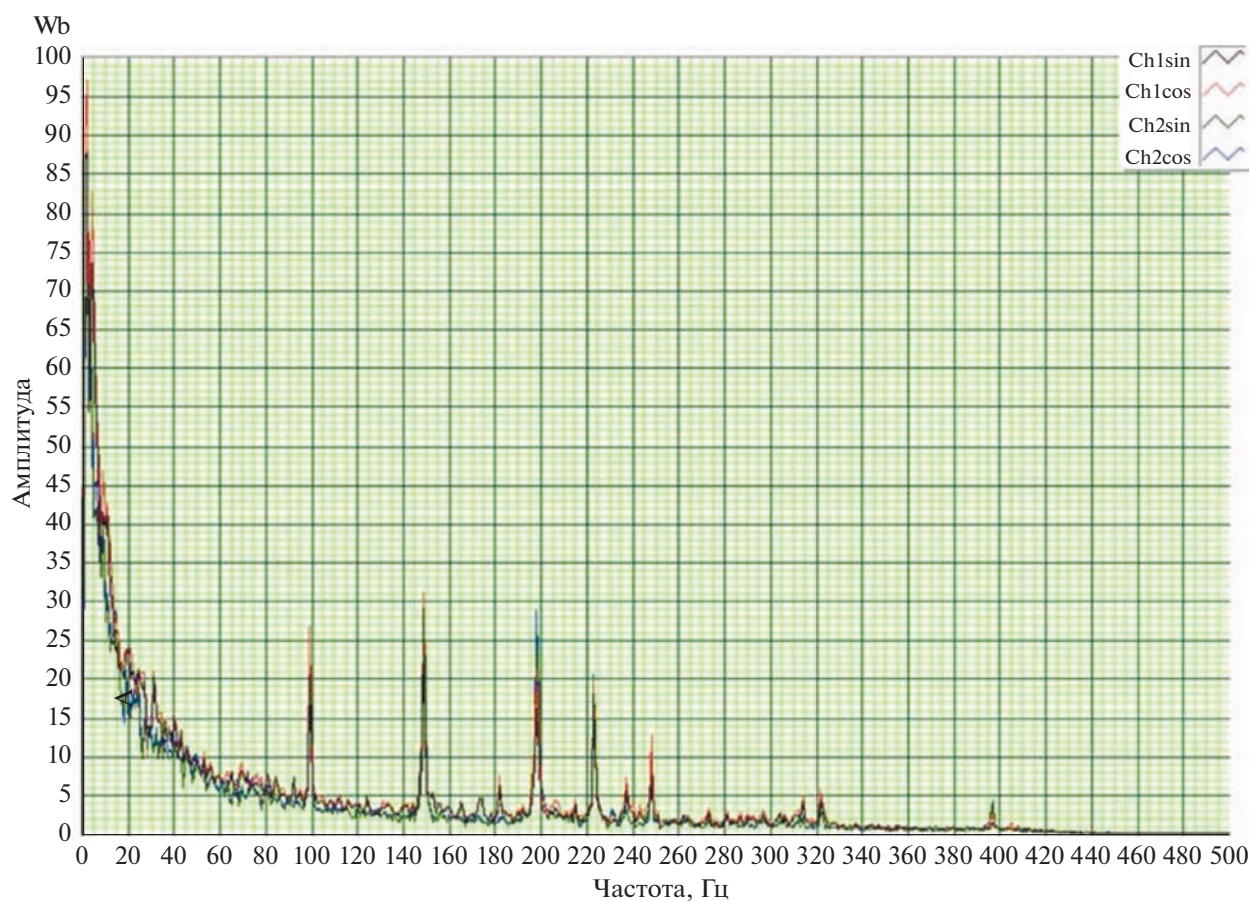


Рис. 9. Образец спектра сигнала при наличии вибрации стенки трубы.

кладных демпферов, например, на основе резиновых материалов. На рис. 8 показаны осциллограммы стеночных сигналов до и после наложения на трубу демпфирующего материала.

В эксперименте удастся уменьшить уровень стеночных помех более чем на порядок с помощью покрытий на основе цемента. Недостатком данного метода является довольно продолжительная процедура изготовления такого демпфера, занимающая десятки часов, и, вследствие этого, может быть использована лишь при долговременных стационарных условиях измерений. Естественно, существуют и другие материалы для демпфирования, но, как показывают эксперименты, они имеют меньший эффект подавления. Кроме того, как правило, эти материалы содержат know-how, которые в рекламах не оглашаются.

ПОДАВЛЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОМЕХ

Очень часто в реальных ситуациях имеют место вибрации трубы, например, при работе компрессоров. Естественно, функция взаимной корреляции при этом существенно изменяется. Вибрации стенок трубы приводят к модуляции акустического контакта между стенкой трубы и

установленными на ней датчиками. В результате этого сигналы, прошедшие по вибрирующей стенке, становятся нестационарными. На рис. 9 показан образец спектра принимаемого сигнала при наличии вибраций трубы. В данном случае источником вибрации был работающий компрессор.

Спектральные составляющие помех, возникающих из-за вибраций, как правило, узкополосные и представлены в виде острых пиков (выбросов) на спектрограмме.

На рис. 10 продемонстрированы результаты лабораторного эксперимента по устранению вибрационной помехи. Помеху при этом генерировал вибратор вибростенда. На рис. 10 показаны спектры и взаимно корреляционные функции при наличии вибрационной помехи. Подавление пиков помехи в спектре производилось программным образом. Как видно из рис. 10б, главный корреляционный пик не выделяется и измерения невозможны. При программном подавлении помехи пик ФВК хорошо наблюдается (рис. 10г) и может быть использован при измерении скорости.

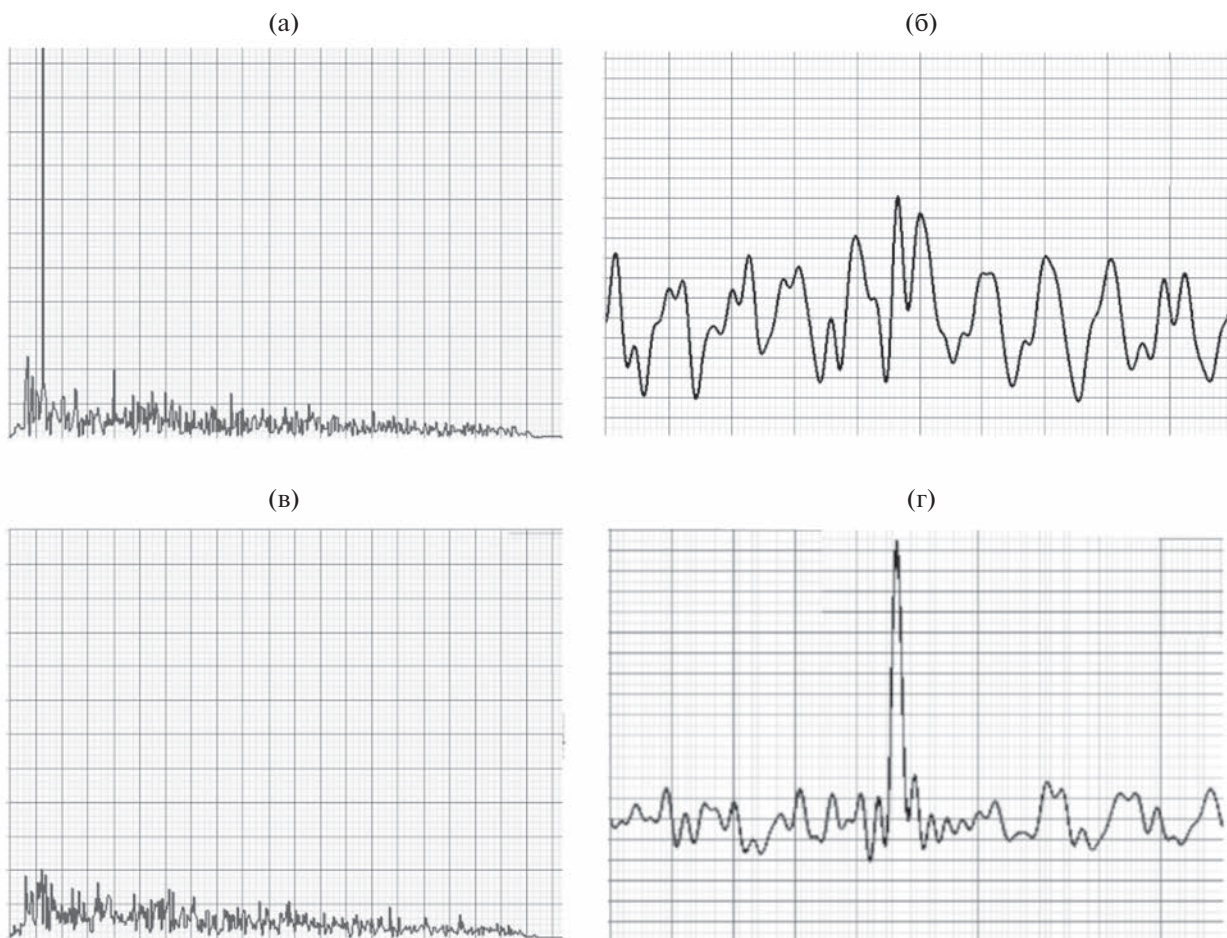


Рис. 10. (а) и (v) — Взаимные спектры с наличием и подавленным вибрационным сигналом, (б) и (г) — соответствующие взаимные корреляционные функции.

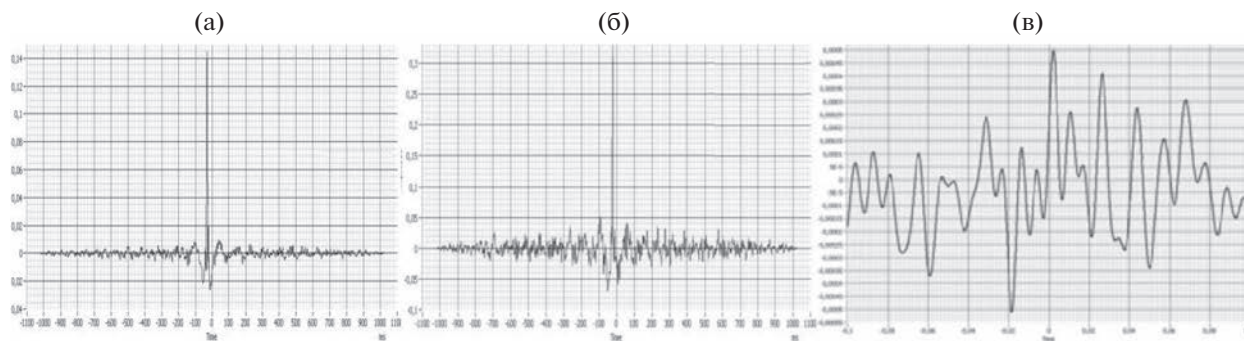


Рис. 11. (а) — ФВК при отсутствии капель; (б) — ФВК при наличии капель в потоке, увеличение боковых лепестков ФВК, (v) — ФВК при наличии потока жидкости по стенке.

ИЗМЕРЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПОЯВЛЕНИЯ КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ В ПОТОКЕ

Появление капель жидкости в потоке является довольно частой ситуацией, особенно при измерениях расхода попутного газа. Появление не-

большого количества мелких капель практически не влияет на форму функции корреляции. Более того, амплитуда пика функции взаимной корреляции может даже увеличиваться. При увеличении количества жидких частиц увеличиваются боковые ФВК (рис. 11).

С ростом количества воды в потоке, когда на внутренней стенке трубы появляется пленка воды, пик ФВК пропадает. Появление капель на стенке трубы приводит к изменению распространения стеночных сигналов. Турбулентный поток газа, действующий на капли на стенке, приводит к модуляции стеночного сигнала, который становится нестационарным. На рис. 11в показан вид функции взаимной корреляции, полученной при наличии сильных потоков жидкости на внутренней стенке трубы.

Очевидно, что для измерений в условиях появления капель жидкости в потоке, как и в случае вибраций стенки, необходимо как можно больше ослаблять стеночные сигналы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Рассмотрены и продемонстрированы варианты снижения помех, связанных с возникновением стеночных сигналов, в том числе:

- представлена схема корреляционного расходомера, использующая импульсно-когерентный режим локации и существенно улучшающая отношение сигнал/шум и сигнал/помеха и расширяющая динамический диапазон принимаемых сигналов;

- показана возможность устранения периодических помех, связанных с вибрацией стенки трубы;

- продемонстрирована возможность работы с газовыми течениями, содержащими капли жидкости.

Работа профинансирована Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания ИПФ РАН, проект № 0030-2021-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lynnworth L.C., Yi Liu.* Ultrasonic flowmeters: Half-century progress report, 1955-2005 // *Ultrasonics*. 2006. V. 44. P. 1371–1378.
2. *Биргер Г.И., Бражников Н.И.* Ультразвуковые расходомеры. М.: Металлургия, 1964. 382 с.
3. *Мансфельд А.Д., Трусилло С.В., Азуреев В.А., Карюк В.М.* Способ измерения расхода газа в трубопроводах и устройство для его осуществления // Патент РФ № 2313068, 2007, Оп. в Б.И. № 35.
4. *Мансфельд А.Д., Санин А.Г., Волков Г.П., Беляев Р.В., Мороскин Д.В.* Ультразвуковые расходомеры газа с накладными датчиками // *Ученые Записки Физического Факультета МГУ*. 2017. № 5. 1751201. С. 1–4.
5. *Мансфельд А.Д., Волков Г.П., Азуреев В.А., Трусилло С.В., Карюк В.М., Мороскин Д.В.* Повышение помехозащищенности ультразвуковых газовых расходомеров с накладными датчиками // *Датчики и системы*. 2011. № 2. С. 28–32.
6. *Coulthard J.* Ultrasonic cross-correlation flowmeters // *Ultrasonics*. 1973. V. 11. № 2. P. 83–88.
7. *Jacobson S.A., Denbigh P.N., Naude D.E.H.* A new method for demodulation of ultrasonic signals for cross-correlation flowmeters // *Ultrasonics*. 1985. V. 23. № 3. P. 128–131.
8. *Worch A.* A clamp-on ultrasonic cross correlation flow meter for one-phase flow // *Measurement Science and Technology*. 1998. V. 9. P. 622–630.
9. *Lysak P.D., Jenkins D.M., Capone D.E., Brown W.L.* Analytical model of an ultrasonic cross-correlation flow meter. Pt. 1: Stochastic modeling of turbulence // *Flow measurement and Instrumentation*. 2008. V. 19. P. 1–7.
10. *Мансфельд А.Д., Волков Г.П., Беляев Р.В., Санин А.Г., Громов П.Р., Климкина Н.Е.* Особенности измерения скорости потока газа в трубах ультразвуковым корреляционным методом // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 2. С. 203–209.
11. *Езерский А.Б., Громов П.Р., Соустов П.Л., Чернов В.В.* Акустическая диагностика вихревой структуры, возникающей при обтекании воздушным потоком решетки цилиндров // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 2. С. 212–220.
12. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя / Пер. Вольперта Г.А. под ред. Лойцанского Л.Г. М.: Наука, 1969. 724 с.
13. *Брэдишоу П.* Введение в турбулентность и ее измерение / Пер. с англ. под ред. Глушко Г.С. М.: Мир, 1974. 279 с.
14. *Dain Y., Lueptow R.M.* Acoustic attenuation in a three-gas mixture: Results // *J. Acoust. Soc. Am.* December 2001. V. 110. № 6. P. 2974–2979. <https://doi.org/10.1121/1.1413999>
15. *Финкельштейн М.И.* Основы радиолокации: Учебник для вузов. Издание 2-е, перераб. и дополн. М.: Радио и связь, 1983. 536 с.

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 621.3.535.2

К ВОПРОСУ О РАВНОЙ ГРОМКОСТИ ЗВУКОВ РАЗНЫХ ЧАСТОТ

© 2023 г. В. А. Зверев^а, И. Н. Диденкулов^{а, *}, В. Н. Голубев^а

^аИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: diniar@mail.ru

Поступила в редакцию 12.03.2023 г.

После доработки 12.03.2023 г.

Принята к публикации 16.03.2023 г.

Обсуждаются кривые равной громкости звуков разных частот и частотные характеристики слуха. Показано, что кривые равной громкости не описывают частотную характеристику слуха и применимы только к тональным сигналам. Частотная характеристика слуха является адаптивной к спектру звука. Для музыки формируется широкополосная частотная характеристика, для речи используется частотная характеристика с подавлением низких частот.

Ключевые слова: кривые равной громкости, слух, частотная характеристика, адаптивность

DOI: 10.31857/S0320791923600336, **EDN:** QSFQJQ

ВВЕДЕНИЕ

Кривые равной громкости разных частот [1–4] представляют собой ансамбль частотных характеристик (ЧХ) слуха, полученных на тональных сигналах (рис. 1) и неявно считаются ЧХ слуха для всех типов сигналов. Обращает на себя внимание тот факт, что полученные таким образом ЧХ слуха зависят от уровня входного сигнала. В обычных линейных системах этого нет, и ЧХ определяются обычно по тональным сигналам. Поэтому мы выполнили ряд опытов по проверке ЧХ слуха и их связи с кривыми равной громкости. Результаты этих опытов показывают, что ЧХ слуха не описывается кривыми равной громкости и изменяется в зависимости не только от уровня звука, а и от формы спектра входного сигнала. Другими словами, частотная характеристика слуха является адаптивной, которая формируется для того, чтобы услышать интересующий нас звук. Такая же ситуация возникает в задачах оптимального приема сигналов любой природы, в результате чего формируется ЧХ, которая подавляет помеху и выделяет интересующий сигнал [5].

ПАРАДОКС ФОРТЕПИАНО

Парадокс фортепиано продемонстрируем на примере синтезатора, на котором звуки рояля извлекаются из записей звуков концертного рояля. Почему мы выбрали электронный инструмент, а не традиционный механический? Есть два преимущества электронного рояля перед механическим. Первое и главное в том, что у синтезатора есть возможность изменять уровень звучания в

широких пределах от максимума до нуля. Второе преимущество в том, что мы точно знаем, что звук синтезатора создается громкоговорителями, обладающими ограниченной мощностью и не способными издавать звуки выше уровня 100 дБ.

Прежде всего, заметим, что музыкальный звук рояля не является тональным сигналом, а содержит широкий спектр обертонов, каждый из которых представляет собой тональный сигнал. В связи с этим возможны две концепции применения кривых равной громкости к звукам рояля. В звуке рояля, согласно [1–4], мы слышим основной тон, а обертоны придают тону тембр. Можно применять кривые равной громкости к слышимому нами основному тону. С другой стороны, кривые равной громкости получены на тональных сигналах и возможно их применение к каждому тону спектра звука ноты [3]. Это вторая концепция использования кривых равной громкости. Рассмотрим обе концепции.

Согласно первой концепции применим кривые равной громкости к слышимому нами основному тону Ля субконтроктавы, имеющему основную частоту 27.5 Гц. Пусть этот звук слышен нами с такой же громкостью, что и громкая речь 80 дБ. Такого уровня звука можно легко добиться от электронного инструмента. Для получения звука такой слышимой громкости на частоте 27.5 Гц, уровень производимого звука должен превышать 100 дБ. Парадокс состоит в том, что этот инструмент такого мощного звука издать не может.

Попробуем сделать невероятное предположение, что синтезатор издает звук на частоте 27.5 Гц на 30 дБ громче, чем на частоте ноты Ля первой

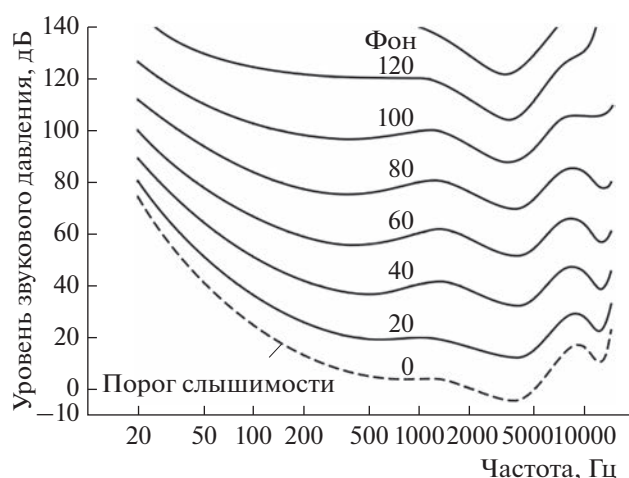


Рис. 1. Кривые равной громкости.

октавы частоты 440 Гц. Теперь при этом предположении убавим общую громкость звучания инструмента на 60 дБ, перейдя на кривую 20 дБ.

Извлечем звук ноты Ля первой октавы частоты 440 Гц на уровне 20 дБ. Это чуть слышимый звук. Посмотрим теперь на рис. 1, чтобы узнать, что мы услышим на частоте 27.5 Гц. На этой частоте при уровне звука, на 30 дБ превышающем уровень 20 дБ, уже нет кривых равной громкости, так как уровень громкости 50 дБ лежит ниже порога слышимости на частоте 27.5 Гц. Таким образом, нажимая на клавишу ноты Ля субконтроктавы частотой 27.5 Гц, мы ничего не должны слышать. Но этот звук слышен примерно с той же громкостью, что и звук ноты Ля первой октавы частотой 440 Гц. Этот факт явно противоречит тому, что следует из кривых равной громкости.

Мы показали парадокс фортепиано на звуке одной ноты. А как он будет проявляться в музыке? Действие кривых равной громкости на музыку описано в [1], где Э.И. Вологдин предупреждает, что если запись музыки слушать тихо с меньшим уровнем громкости, чем она была при записи, то пропадет или значительно ослабнет низкочастотный аккомпанемент. Покажем, что это не так. Нам на помощь приходит Бетховен.

Бетховен написал знаменитую “Аппассионату” как бы специально для того, чтобы проверить парадокс фортепиано. В начале сонаты мелодия звучит то очень низко, то высоко или идет вверх и

вниз. Мы предлагаем всем послушать запись начала “Аппассионаты” Бетховена громко и предельно тихо, чтобы убедиться, что музыка звучит практически одинаково, без явных потерь, что также противоречит кривым равной громкости. Согласно кривым равной громкости мы не должны слышать “Аппассионату” целиком при ее тихом исполнении, а ее слышно, в чем каждый может лично убедиться.

ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СЛУХА ФОРМИРУЕТСЯ С УЧЕТОМ СПЕКТРА ЗВУКА

Перейдем к объяснению парадоксов, связанных с кривыми равной громкости. На основе описанных выше парадоксов можно сделать вывод, что кривые равной громкости на самом деле значительно сложнее, чем это принято считать. Они зависят не только от уровня звука, а и от того, что это за звук, каков его спектр, что невозможно отобразить на одном простом графике.

Если, например, мы хотим услышать шум листвы, то для этого формируется ЧХ, обладающая максимумом в области низких частот, где сосредоточен спектр шума листвы. Для музыки формируется иная ЧХ, а именно, близкая к плоской в широком диапазоне.

Как это происходит? Это сложный вопрос физиологии и психологии слуха, на который пока нет ответа.

Таким образом, можно утверждать, что ЧХ слуха, определяемая классическим методом по тональному сигналу, не является истинной ЧХ слуха. На самом деле, ЧХ слуха является адаптивной, т.е. формируется с учетом спектра принимаемых звуковых сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вологдин Э.И. Слух и восприятие звука. Курс лекций. СПб., 2012.
2. Галембо А.С. Фортепиано. Качество звучания. М.: Легпромбытиздат, 1987. 168 с.
3. Алдошина И.А. Основы психоакустики. 1999.
4. Алдошина И.А., Приттс Р. Музыкальная акустика. Учебник для вузов. СПб.: Композитор-Санкт-Петербург, 2017. 720 с.
5. Зверев В.А., Стромков П.А. Выделение сигналов из помех численными методами. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2001. 188 с.

**РЕЦЕНЗИЯ НА МОНОГРАФИЮ: Г.С. МАЛЫШКИН,
В.С. МЕЛЬКАНОВИЧ. “КЛАССИЧЕСКИЕ И БЫСТРЫЕ
ПРОЕКЦИОННЫЕ АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ В ГИДРОАКУСТИКЕ”
(СПБ.: ГНЦ РФ АО “КОНЦЕРН “ЦНИИ “ЭЛЕКТРОПРИБОР””, 2022.
268 С. ISBN: 978-5-91995-086-8)**

DOI: 10.31857/S0320791923700089, EDN: QSHUJR

В издательстве АО “Концерн “ЦНИИ “Электроприбор”” вышла из печати монография двух ведущих отечественных специалистов в области адаптивных алгоритмов пространственной обработки сигналов, поступающих с выхода многоэлементных гидроакустических антенн, Геннадия Степановича Малышкина и Виктора Сергеевича Мелькановича.

Данная монография является продолжением двухтомной монографии Г.С. Малышкина “Оптимальные и адаптивные методы обработки акустических сигналов”, вышедшей в том же издательстве в 2009-м и 2011-м годах. В первом томе автором подробно описаны физические и математические модели гидроакустических сигналов и помех и показано, как на их основе могут быть синтезированы оптимальные алгоритмы обработки гидроакустических сигналов. Поскольку оптимальные алгоритмы являются, строго говоря, не реализуемыми, во втором томе приведен синтез большинства известных адаптивных алгоритмов (Андерсена, Джонсона, Кейпона, Шмидта, Борджотти–Лагунаса и др.), появившихся во второй половине прошлого столетия, которые автором названы классическими.

Практическая реализация классических алгоритмов применительно к многоэлементным антеннам выявила ряд их существенных недостатков, к которым, в частности, относятся:

- классические алгоритмы базируются на гипотезе полной когерентности сигналов, не учитывая наличие рассеянной компоненты, ввиду чего их реальная помехоустойчивость при обнаружении слабых сигналов значительно уступает теоретической;

- время накопления корреляционных матриц входных сигналов, являющихся основой реализации адаптивных алгоритмов, как правило, существенно превышает интервалы пространственно-временной стационарности сигналов и помех, что приводит к расширению пространственного спектра помех и, как следствие, к снижению по-

мехоустойчивости обнаружения слабых сигналов, представляющих наибольший интерес;

- реализация классических алгоритмов базируется на обращении корреляционных матриц большой размерности, что выдвигает высокие требования к производительности и объему оперативной памяти вычислителя.

Устранение перечисленных недостатков явилось главной мотивацией разработки авторами новых адаптивных алгоритмов. Представляемая монография подводит промежуточный итог этой работы.

Авторы сосредоточились на задаче обнаружения слабых сосредоточенных источников акустических сигналов на фоне интенсивных локальных и распределенных помех в условиях многолучевого (многомодового) распространения сигналов и помех с рассеянием. При этом энергия рассеянных сигналов интенсивных источников может значительно превышать энергию слабых источников.

Идеи авторов монографии базируются на работах зарубежных авторов Р. Лавала и И. Лабаска, посвященных влиянию неоднородностей и неустойчивостей среды на пространственно-временную обработку сигналов, и российского специалиста М.В. Ратынского, высказавшего ряд оригинальных гипотез и получившего важные результаты при разработке адаптивных алгоритмов применительно к радиолокации.

В основу разработки новых адаптивных алгоритмов (которые авторами названы быстрыми проекционными) положена гипотеза (получившая впоследствии экспериментальное подтверждение) о возможности повышения помехоустойчивости адаптивных алгоритмов за счет использования пространственно-частотной когерентности искажений акустического поля, порожденных рассеянием сильных сигналов. При этом было показано, что интервалы временной когерентности рассеянных сигналов невелики (доли и единицы секунд), откуда следовало, что адаптивные алгоритмы должны базироваться на выборках

предельно малого размера. Это, в свою очередь, позволяет распространить область применения адаптивных процедур на подавление импульсных помех применительно как к пассивным, так и к активным режимам работы гидроакустической аппаратуры.

Важной особенностью алгоритмов, разработанных авторами, является включение в них процедуры контролируемого ослабления (ограничения мощности) сильных сигналов, сформированных на коротком временном интервале, на котором случайные флуктуации коррелированы.

Монография состоит из 4-х глав и включает 3 приложения. Список литературы насчитывает 73 источника.

В 1-й главе приводится общая характеристика оптимальных и адаптивных методов обнаружения и пространственной фильтрации сигналов. Рассматриваются особенности построения алгоритмов обнаружения слабых сигналов при наличии помех с рассеянной компонентой.

Во 2-й главе содержится сопоставление классических и быстрых проекционных алгоритмов по выходу элементов антенны и по выходу сформированных пространственных каналов. Показано, что второй вариант позволяет существенно упростить реализацию алгоритмов. Раскрываются перспективы использования быстрых проекционных алгоритмов в режимах гидролокации, связи, обнаружения импульсных гидролокацион-

ных сигналов, а также для классификации обнаруженных целей.

В 3-й главе рассматриваются физические (многолучевость и рассеяние) и технические (параметры спектрального анализа) факторы, влияющие на эффективность адаптивных алгоритмов. Применительно к многоцелевым ситуациям с интенсивным рассеянием анализируется вариант ослабления сильных мешающих сигналов с помощью процедуры “широкого нуля”, реализуемой путем увеличения количества корректируемых собственных чисел.

4-я глава посвящена модельным и натурным исследованиям эффективности классических и быстрых проекционных адаптивных алгоритмов в типовых помеховых ситуациях. Сделан вывод, что быстрые проекционные алгоритмы позволяют избавиться от недостатков, присущих классическим адаптивным алгоритмам.

Приложения содержат весьма полезные справочные данные, в частности по теории матриц и по вычислению пеленга источника сигнала при анализе пеленгационного рельефа.

Книга ориентирована на научных работников и инженеров, занимающихся проектированием гидроакустических средств, а также студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

*Доктор технических наук, профессор
А.И. Машошин*

ПОПРАВКА К СТАТЬЕ “ИССЛЕДОВАНИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРА PLA СТАТИЧЕСКИМИ И УЛЬТРАЗВУКОВЫМИ МЕТОДАМИ” [АКУСТ. ЖУРН. 2021. Т. 67. № 4. С. 387–394]

DOI: 10.31857/S0320791923340014, EDN: QROPZZ

В статье Коробов А.И., Кокшайский А.И., Михалев Е.С., Одина Н.И., Ширгина Н.В. “Исследования упругих свойств полимера PLA статическими и ультразвуковыми методами”, Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 4. С. 387–394, была допущена ошибка при вычислении относительного изменения скорости звука, что привело к существенному занижению абсолютных значений нелинейного модуля упругости и нелинейного параметра. Соответственно, рис. 4 и табл. 2 должны быть скорректированы, как показано ниже. Рис. 5 иллюстрирует линейность полученных зависимостей и здесь не приводится. Эта коррекция не затрагивает остальную часть статьи.

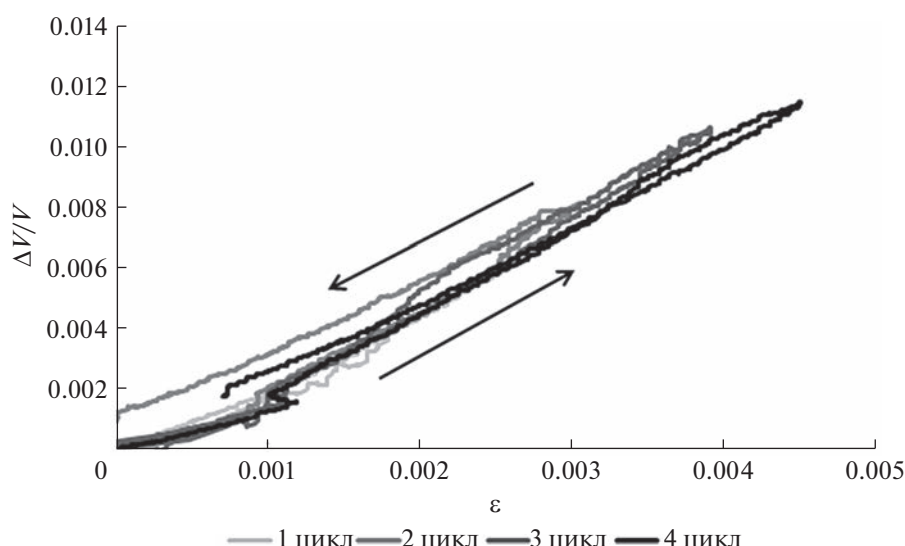


Рис. 4. Изменение скорости продольной волны в образце полимера PLA в зависимости от величины его статической деформации для четырех циклов механической нагрузки-разгрузки.

Таблица 2. Значения коэффициента упругости третьего порядка E_N и акустического нелинейного параметра в исследуемом образце PLA

	Цикл 1	Цикл 2	Цикл 3	Цикл 4
E_N , ГПа	13.9 ± 0.7	17.8 ± 0.9	17.4 ± 0.8	16.3 ± 0.8
N	5.0 ± 0.4	5.8 ± 0.5	5.9 ± 0.5	5.3 ± 0.4