

УДК 523.42

О ЧАНДЛЕРОВСКОМ ПЕРИОДЕ ВЕНЕРЫ

©2024 г. D. O. Amorim^{a,*}, Т. В. Гудкова^{b,**}

^aМосковский физико-технический университет, Москва, Россия

^bИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

*e-mail: amorim.dargilan@gmail.com

**e-mail: gudkova@ifz.ru

Поступила в редакцию 29.03.2024 г.

После доработки 25.04.2024 г.

Принята к публикации 26.04.2024 г.

Проведено исследование чандлеровского колебания Венеры на основе землеподобных моделей планеты. Метод расчета периода чандлеровского колебания для Венеры протестирован на Земле. Для учета неупругости недр планеты применяется реология Андраде, и определены значения параметров реологической модели, которые могут объяснить наблюдаемый период чандлеровского колебания Земли. Получены прогностические оценки периода чандлеровского колебания Венеры. Для наиболее правдоподобных моделей внутреннего строения Венеры с радиусом ядра в интервале 3288 ± 167 км период чандлеровского колебания составляет 30–48 тыс. лет. Большая погрешность в результатах связана, в основном, с большим разбросом возможных значений постоянной прецессии Венеры.

Ключевые слова: чандлеровский период, реология Андраде, постоянная прецессии, Венера, землеподобные модели, числа Лява

DOI: 10.31857/S0320930X24060058, EDN: NHQQHY

ВВЕДЕНИЕ

Венера всегда считалась планетой-близнецом Земли в связи со сходством по массе и радиусу. Однако у Венеры обнаружен ряд особенностей, таких как отсутствие собственного магнитного поля, отсутствие тектоники плит и наличие плотной атмосферы вулканического происхождения (Smrekar и др., 2018). Все эти отличия Земли и Венеры тесно связаны с условиями и процессами в их недрах, и поэтому исследование внутреннего строения Венеры является важной задачей планетарной геофизики.

В работах (Amorim, Гудкова, 2023; Amorim, Gudkova, 2024b) внутреннее строение Венеры было подробно изучено на основе землеподобных моделей. Здесь термин “землеподобный” означает, что в качестве базового уравнения состояния вещества в недрах Венеры было использовано уравнение состояния из модели

Земли PREM (Preliminary reference Earth model) (Dziewonski, Anderson, 1981). Землеподобные модели внутреннего строения Венеры, построенные в (Amorim, Гудкова, 2023; Amorim, Gudkova, 2024b), зависят от двух варьируемых параметров: радиуса ядра R_c (2800–3600 км), и коэффициента B , равного отношению плотности в венерианском ядре к плотности в земном ядре при одинаковом давлении. Параметр B лежит интервале от 0.98 до 1.02, т.е. плотность в ядре Венеры отличается на $\pm 2\%$ по отношению к модели PREM.

Масса и радиус Венеры равны 4.8673×10^{24} кг и 6051.8 км (Saliby и др., 2023), соответственно. На основе работ о топографии и гравитационном поле Венеры толщина коры принята равной 25 км, а ее плотность постоянной и равной 2900 кг/м^3 (James и др., 2013; Jiménez-Díaz и др., 2015; Yang и др., 2016).

Для набора моделей Венеры рассчитаны безразмерный момент инерции I и приливное

число Лява k_2 , и на основе сравнения модельных значений с наблюдаемыми (Konopliv, Yoder, 1996; Margot и др., 2021) получено, что радиус ядра с большей вероятностью находится в интервале 3288 ± 167 км (Amorim, Gudkova, 2024b). Для этих моделей внутреннего строения Венеры в данной работе мы вычисляем период чандлеровского колебания (T_{CW}).

План статьи следующий: сначала обсуждается метод расчета периода чандлеровского колебания, затем предложенный метод тестируется и “калибруется” на модели Земли, и затем применяется к Венере, в заключении обсуждаются полученные результаты.

МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРИОДА ЧАНДЛЕРОВСКОГО КОЛЕБАНИЯ

Расчет периода чандлеровского колебания T_{CW} основан на подходе из (Zharkov, Molodensky, 1996). Обозначим через A , B и C безразмерные главные моменты инерции планеты (пока не рассматриваем конкретно — какой). Тогда можно ввести величину \bar{A} , равную полусумме главных экваториальных моментов инерции A и B ,

$$\bar{A} = \frac{A + B}{2}. \quad (1)$$

Из теории свободного вращения твердого тела известно (Ландау, Лифшиц, 1988), что осесимметричный волчок с периодом вращения t обладает собственным периодом свободной нутации T_0 , определяемым по формуле

$$T_0 = t \cdot \left(\frac{C - \bar{A}}{\bar{A}} \right)^{-1}. \quad (2)$$

В формулу (2) можно ввести первую поправку, связанную с наличием у планеты жидкого ядра, тогда период свободной нутации планеты с жидким ядром равен

$$T_1 = t \cdot \left(\frac{C - \bar{A}}{\bar{A} - \bar{A}_I} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где \bar{A}_I — аналог величины \bar{A} , но относящийся к жидкому ядру.

Введем вековое число Лява K_0 , которое соответствует модели целиком жидкой планеты с теми же распределениями плотности и модулей объемного сжатия, что для реальной планеты (Molodensky, 1961):

$$K_0 = \frac{3GM}{R^3} \left(\frac{t}{2\pi} \right)^2 (C - \bar{A}). \quad (4)$$

Тогда для реальной планеты с упругой оболочкой и жидким ядром, период чандлеровского движения полюсов T_{CW} с достаточной точностью может быть записан в виде (Molodensky, 1961; Zharkov, Molodensky, 1996)

$$T_{CW} = T_1 \left(1 - \frac{k_2}{K_0} \right)^{-1}. \quad (5)$$

Введем обозначения

$$L_1 = \left(\frac{C - \bar{A}}{\bar{A} - \bar{A}_I} \right)^{-1}, \quad L_2 = \left(1 - \frac{k_2}{K_0} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Тогда период чандлеровского колебания T_{CW} можно записать в виде

$$T_{CW} = t \cdot L_1 \cdot L_2. \quad (7)$$

При расчете чисел Лява обычно используются сферически симметричные модели планет. Метод вычислений чисел Лява подробно изложен в (Amorim, Гудкова, 2023; Amorim, Gudkova, 2024a; 2024b).

Момент инерции сферической модели планеты определяется как

$$I = \frac{A + B + C}{3}. \quad (8)$$

Для моделей внутреннего строения Земли и Венеры вычисляется средний момент инерции I . Для расчета чандлеровского периода T_{CW} надо знать моменты C и \bar{A} . Их можно выразить через величину I , используя постоянную прецессии H

$$H = \frac{C - \bar{A}}{C}. \quad (9)$$

Из (8) и (9) получим

$$C = I \frac{3}{3 - 2H}, \quad \bar{A} = C(1 - H). \quad (10)$$

Аналогичным способом получаем \bar{A}_I . Таким образом, из сферических моделей планеты и, зная постоянную прецессии, можно вычислить L_1 и K_0 . Для нахождения T_{CW} остается определить только приливное число Лява k_2 .

Алгоритмы расчета k_2 для Земли и Венеры подробно изложены в (Amorim, Gudkova, 2024a; 2024b). Главная проблема состоит в том, что число Лява k_2 — сложная функция, зависящая от частоты колебания. Таким образом, уравнение (7), на самом деле, является неявным уравнением с неизвестной величиной T_{CW} :

$$T_{CW} - t \cdot L_1 \cdot L_2(T_{CW}) = 0. \quad (11)$$

Необходимо найти значение T_{CW} , при котором удовлетворяется уравнение (11). Мы применяем метод Ньютона из библиотеки Scipy (Virtanen и др., 2020), и в качестве начального приближения используем значение T_1 .

ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДА ДЛЯ МОДЕЛИ ЗЕМЛИ

Для того чтобы убедиться в правильности описанного выше метода расчета периода чандлеровского колебания T_{CW} , сначала проверим его на модели Земли. Внутреннее строение Земли и ее постоянная прецессии, естественно, известны намного точнее, чем для Венеры. Кроме этого, измерен и период чандлеровского колебания Земли.

В качестве модели Земли, используем адаптацию модели PREM из (Amorim, Gudkova, 2024a), для которой момент инерции I равен 0.330705. Оценки постоянной прецессии Земли находятся в интервале от $H_{\min} = 0.00326073$ до $H_{\max} = 0.00329587$ (Liu и др., 2017). Чандлеровский период Земли вычислим для двух предельных оценок H .

Нулевое приближение чандлеровского периода по формуле (2) (эйлеровский период) для моделей Земли $T_0 = 302.4$ – 305.7 дней, а период с учетом жидкого ядра по формуле (3) $T_1 = 268.2$ – 271.1 дней. Учет неупругости недр по уравнению

(11) зависит от приливного числа Лява k_2 , которое, в свою очередь, зависит от распределения вязкости в недрах Земли и от значений параметров реологии Андраде α и ζ (см., например, Amorim, Gudkova, 2024a).

В данной работе при расчете числа Лява k_2 используем те же профили вязкости как в (Amorim, Gudkova, 2024a). HVP обозначает профиль высокой вязкости (кора – 10^{24} , верхняя мантия – 10^{21} , переходная зона – 10^{22} , нижняя мантия – 10^{23} , внутреннее ядро – 10^{22} Па \times с), а LVP – профиль низкой вязкости (кора – 10^{21} , верхняя мантия – 10^{19} , переходная зона – 10^{21} , нижняя мантия – 10^{22} , внутреннее ядро – 10^{14} Па \times с). Для простоты, значение параметра ζ принято равным единице, а параметр α варьируется.

Наблюдаемое значение периода чандлеровского колебания Земли равно 430.4 дня (Chen и др., 2023). Здесь мы будем использовать значения периода в интервале $430.4 \pm 1\%$. Результаты вычисления периода чандлеровского колебания T_{CW} по уравнению (11) для двух значений постоянной прецессии (H_{\min} и H_{\max}), двух профилей вязкости (LVP и HVP) и набора значений параметра α приведены на рис. 1.

Для каждого значения α из интервала 0.07–0.13 получается некоторый диапазон модельных значений T_{CW} из-за неопределенности постоянной прецессии и профиля вязкости. Разброс модельных значений T_{CW} больше, чем

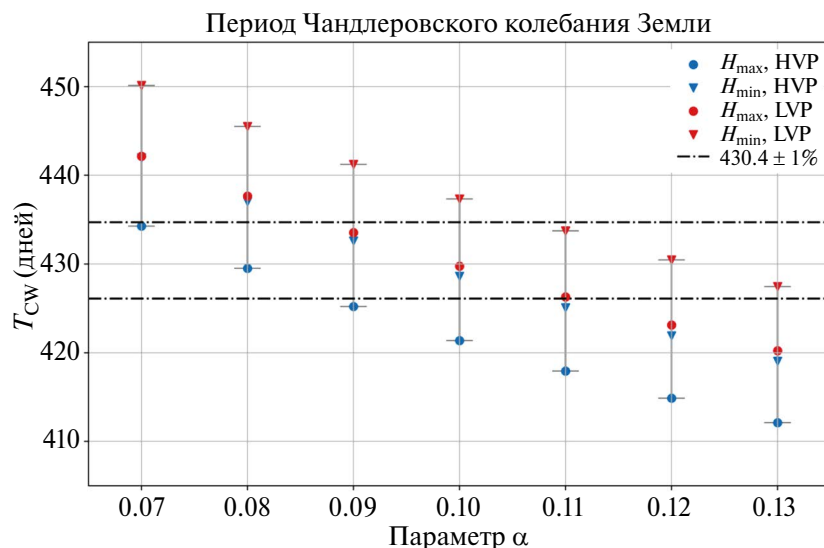


Рис. 1. Сравнение модельных значений периода чандлеровского колебания T_{CW} Земли с наблюдаемым значением из (Chen и др., 2023). Для каждого значения реологического параметра α период T_{CW} вычисляется для двух значений постоянной прецессии (H_{\min} и H_{\max}) и двух профилей вязкости (LVP и HVP). Модели с $\alpha = 0.09$ – 0.11 попадают в интервал наблюдаемых значений.

ширина используемого допустимого интервала $430.4 \pm 1\%$. Отметим, что модели с $\alpha = 0.09\text{--}0.11$ дают значения чандлеровского периода T_{CW} ближе всего к наблюдаемому значению из (Chen и др., 2023).

Профили вязкости LVP и HVP, построенные в (Amorim, Gudkova, 2024a), представляют нижнюю и верхнюю предельные оценки. Реальный профиль вязкости в недрах Земли, скорее всего, находится между LVP и HVP. Аналогичное рассуждение можно применить к постоянной прецессии H_{min} и H_{max} . Это означает, что погрешность в модельных значениях чандлеровского периода T_{CW} можно уменьшить, выбирая более реалистичные и современные оценки вязкости и постоянной прецессии H . В данной работе мы это не делаем по следующим двум причинам. 1). Цель данной работы — оценка чандлеровского периода T_{CW} Венеры. Изложенный выше метод расчета позволяет оценить T_{CW} Земли с хорошей точностью (2–3%), что достаточно для предварительных моделей Венеры. 2). Как мы увидим ниже, в случае Венеры вклад L_2 в уравнение (11) не превышает 0.5%, в то время как варьирование H в некотором диапазоне оценочных значений может увеличить или уменьшить T_{CW} на десятки процентов. Поэтому, любые изменения вязкости и значений реологических параметров внесут незначительные изменения в период чандлеровского колебания T_{CW} Венеры.

На рис. 2 приводятся значения приливного числа Лява k_2 Земли, рассчитанные на периоде чандлеровского колебания T_{CW} для каждой из рассмотренных комбинаций профиля вязкости и значения H . В работе (Chen и др., 2023) число Лява k_2 получено на основе наблюдений чандлеровского колебания Земли: $k_2 = 0.35011\text{--}0.00226i$. Сравнение наших модельных значений с этой оценкой (в пределах $\pm 1\%$) позволяет заключить, что модели с $\alpha = 0.1\text{--}0.12$ могут объяснить наблюдаемое значение k_2 . Эта оценка α находится в соответствии с интервалом 0.1–0.2 (Молоденский, Жарков, 1982).

Число Лява k_2 само по себе не зависит явно от постоянной прецессии H , так как оно вычисляется для сферической модели планеты. Однако k_2 зависит от периода колебания, который, в свою очередь, зависит от H и от самого k_2 . Поэтому, при решении неявного уравнения (11) мы получаем значения k_2 , зависящие от значения постоянной прецессии. Для расчета приливного числа Лява k_2 Земли используется алгоритм, описанный в (Amorim, Gudkova, 2024a).

Мы проверили предлагаемый метод расчета периода чандлеровского периода T_{CW} в случае Земли и убедились в том, что он действительно верен (с точностью до 2–3%). Ниже этот подход будет использоваться для оценки чандлеровского периода T_{CW} Венеры.

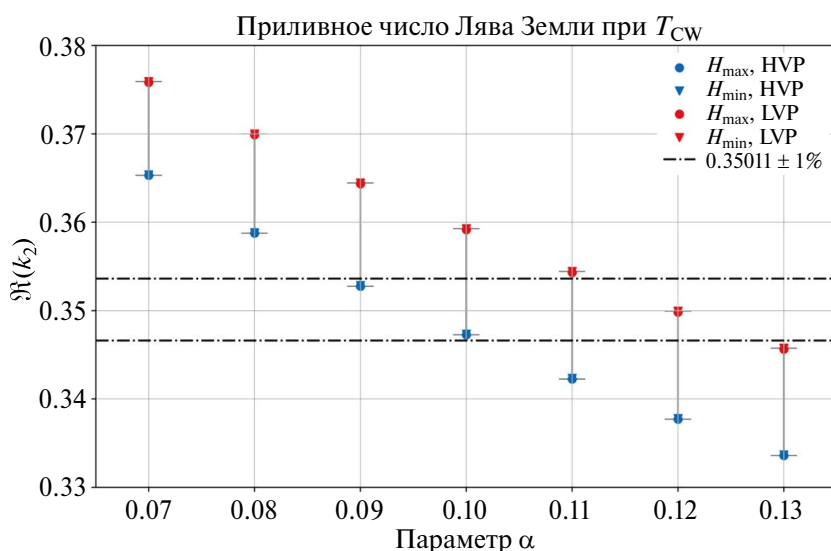


Рис. 2. Сравнение модельных значений числа Лява k_2 Земли с оценкой из (Chen и др., 2023). Число Лява k_2 вычисляется на периоде чандлеровского колебания T_{CW} для двух значений постоянной прецессии (H_{min} и H_{max}) и двух профилей вязкости (LVP и HVP) для каждого значения реологического параметра α . Модели с $\alpha = 0.10\text{--}0.12$ удовлетворяют величине k_2 из (Chen и др., 2023).

ПЕРИОД ЧАНДЛЕРОВСКОГО КОЛЕБАНИЯ ВЕНЕРЫ

В работе (Amorim, Gudkova, 2024b) исследовано внутреннее строение Венеры на основе наблюдаемых значений момента инерции и приливного числа Лява k_2 (Konopliv, Yoder, 1996; Margot и др., 2021), и получено, что радиус ядра Венеры R_c с большей вероятностью находится в интервале 3288 ± 167 км. В связи с этим здесь мы вычисляем период чандлеровского колебания T_{CW} Венеры для моделей с радиусом ядра $R_c = 3100\text{--}3500$ км. Модели также отличаются по параметру B , который выражает отклонение плотности в венерианском ядре от плотности земного ядра. Как и в (Amorim, Gudkova, 2024b), параметр B варьируется в интервале 0.98–1.02. Для каждой комбинации значений R_c и B рассчитывается модельное значение среднего момента инерции I , но для расчета чандлеровского периода T_{CW} необходимо также знать постоянную прецессии.

Фигура Венеры значительно ближе к сфере по сравнению с фигурой Земли. Экваториальный и полярный радиусы Венеры отличаются менее чем на 100 м (Жарков, Гудкова, 2019), в то время как на Земле они отличаются более чем на 20 км. Это означает, что разница $C - \bar{A}$, и, соответственно, постоянная прецессии Венеры будет намного меньше, чем для Земли.

Постоянная прецессии Венеры еще не измерена. Тем не менее существуют оценочные значения, полученные из разных соображений (Shen, Zhang, 1988; Cottureau, Souchay, 2009; Жарков, Гудкова, 2019). Все оценки лежат в интервале от 1.3×10^{-5} до 1.9×10^{-5} , что примерно в 200 раз меньше постоянной прецессии Земли. Из уравнения (3) видно, что это должно привести к заметному увеличению периода чандлеровского колебания. Кроме того, период вращения Венеры равен 243 дня, что также приводит к увеличению T_{CW} . Действительно, как мы увидим ниже, модельные оценки чандлеровского периода T_{CW} Венеры составляют десятки тысяч лет.

Отметим, что имеющиеся оценки постоянной прецессии Венеры отличаются более чем на 30%, в то время как для Земли H_{\min} и H_{\max} отличаются всего лишь на 1%. Ниже будет показано, что неопределенность постоянной прецессии Венеры является главным источником погрешности в оценках периода ее чандлеровского колебания T_{CW} .

Обратим внимание на следующую особенность, вековое число Лява K_0 пропорционально

квадрату периода вращения планеты и разнице $(C - \bar{A})$ (см. уравнение (4)). Величина $(C - \bar{A})$, в свою очередь, пропорциональна постоянной прецессии согласно уравнению (9). В итоге получаем

$$K_0 \sim t^2 \cdot H. \quad (12)$$

Масса, радиус и момент инерции Венеры и Земли отличаются всего на несколько процентов, но период вращения Венеры в 243 раза больше периода вращения Земли, а постоянная прецессии примерно в 200 раз меньше. Следовательно, вековое число Лява Венеры более чем в 200 раз превышает вековое число Лява Земли.

Величина L_2 (см. уравнение (6)) зависит от отношения числа Лява k_2 к вековому числу Лява K_0 . Число Лява k_2 Земли на периоде чандлеровского колебания Земли равно примерно 0.35, согласно результатам, представленным на рис. 2, и оценке из (Chen и др., 2023). Вековое число K_0 Земли находится в интервале от 0.945 до 0.955 (в зависимости от значения постоянной прецессии H). Следовательно, у Земли отношение k_2/K_0 чуть меньше 0.4, и величина L_2 дает поправку к T_{CW} порядка 60%.

Как будет показано ниже, значение приливного числа Лява k_2 Венеры на периоде чандлеровского колебания равно приблизительно 0.9. Вековое число Лява K_0 Венеры, в свою очередь, превышает 200 (из-за очень большого периода вращения планеты). Это означает, что разница между периодом чандлеровского колебания T_{CW} , определенным по формуле (5), и величиной T_1 составляет менее 0.5%. По этой причине любое варьирование вязкости и реологической модели приводит в итоге к незначительным изменениям значения T_{CW} . Поэтому расчет периода чандлеровского колебания Венеры проводится при фиксированном профиле вязкости и одном реологическом параметре α . Для всех моделей Венеры при расчете k_2 используется профиль низкой вязкости из (Amorim, Gudkova, 2024b) и реология Андраде с $\alpha = 0.1$ и $\xi = 1$.

Полученные результаты определения T_{CW} Венеры приведены на рис. 3. Для каждого значения радиуса ядра варьируются значения постоянной прецессии и параметра B , и в результате получается некоторый интервал возможных значений T_{CW} . Прогностический период чандлеровского колебания T_{CW} Венеры составляет примерно 30–48 тыс. лет.

Варьирование постоянной прецессии H приводит к изменению T_{CW} на десятки процентов, а варьирование радиуса ядра R_c и параметра B — на несколько процентов. Варьирование вязкости и реологии приводит к пренебрежимо малому изменению величины T_{CW} , и при данной точности определения постоянной прецессии H не имеет смысла это учитывать.

На рис. 4 приведены модельные значения k_2 Венеры на периоде чандлеровского колебания T_{CW} . Для всех рассмотренных моделей значение k_2 лежит в интервале от 0.82 до 0.95. Вычисление k_2 выполнено по алгоритму, предложенному в (Amorim, Gudkova, 2024a; 2024b). Изменение вязкости могло бы привести к заметному изменению k_2 , но из-за большого значения K_0 Венеры

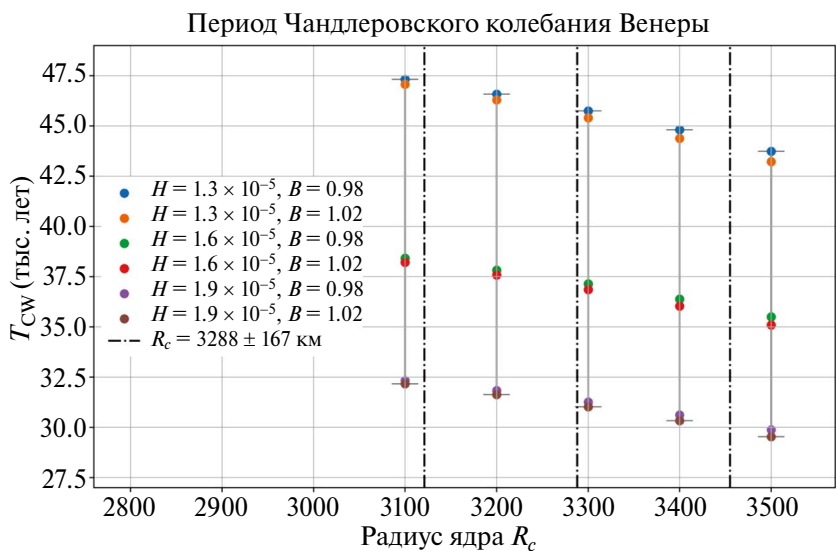


Рис. 3. Модельные значения периода чандлеровского колебания Венеры T_{CW} для разных комбинаций радиуса ядра R_c , постоянной прецессии H и параметра B . Значения T_{CW} лежат в интервале от 30 до 48 тыс. лет. Основная часть погрешности вызвана неопределенностью постоянной прецессии Венеры. Штриховые линии выделяют интервал наиболее вероятных моделей внутреннего строения Венеры согласно (Amorim, Gudkova, 2024b).

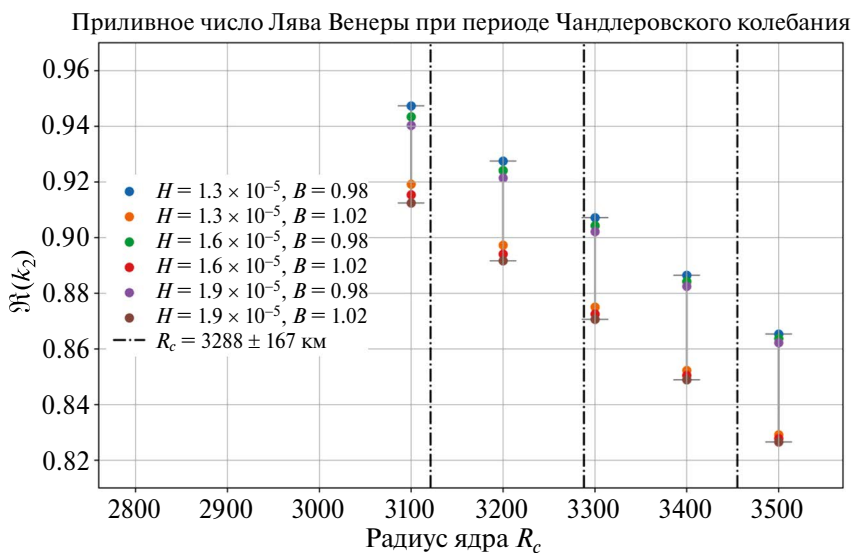


Рис. 4. Модельные значения приливного числа Лява k_2 Венеры на периоде чандлеровского колебания T_{CW} . Штриховые линии выделяют интервал наиболее вероятных моделей Венеры согласно (Amorim, Gudkova, 2024b).

это практически не сказалось бы на периоде чандлеровского колебания T_{CW} .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена схема расчета периода чандлеровского колебания на основе работы (Zharkov, Molodensky, 1996). На первом шаге выполнено тестирование метода на Земле: для двух значений постоянной прецессии, двух профилей вязкости и набора значений реологического параметра α рассчитан чандлеровский период T_{CW} Земли. Сравнение полученных модельных значений с наблюдаемым значением T_{CW} из (Chen и др., 2023) позволило подтвердить, что метод верен, и определить наиболее подходящие значения параметра Андраде α .

Для расчета T_{CW} Венеры были использованы модели внутреннего строения из (Amorim, Gudkova, 2024b). Прогностическое значение периода чандлеровского колебания Венеры находится в интервале от 30 до 48 тыс. лет. Огромная погрешность, в первую очередь, связана с большим разбросом теоретических оценок постоянной прецессии Венеры.

В планы миссий VERITAS (Cascioli и др., 2021) и EnVision (Rosenblatt и др., 2021) входит более точное измерение значения k_2 и момента инерции Венеры. Это позволит лучше определить внутреннее строение планеты, как обсуждается в (Amorim, Gudkova, 2024b).

Период чандлеровского колебания был недавно измерен для Марса (Konopliv и др., 2020). Если миссии VERITAS и EnVision смогут измерить периода чандлеровского колебания Венеры, то значение T_{CW} даст дополнительное ограничение на модели внутреннего строения, которые, в свою очередь, помогут лучше определить внутреннюю структуру Венеры, более подробно исследовать ее эволюцию и понять, почему пути развития Земли и Венеры настолько разошлись.

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования ИФЗ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жарков В.Н., Гудкова Т.В. О параметрах землеподобной модели Венеры // Астрон. вестн. 2019. Т. 53. № 1. С. 3–6. (Zharkov V.N., Gudkova T.V. On parameters of the Earth-like model of Venus // Sol. Syst. Res. 2019. V. 53. № 1. P. 1–4.)
2. Молоденский С.М., Жарков В.Н. О чандлеровском колебании и частотной зависимости Q_μ мантии Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1982. Т. 4. С. 3–16.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1988. 216 с.
4. Amorim D.O., Gudkova T.V. Внутреннее строение Венеры на основе модели PREM // Астрон. вестн. 2023. Т. 57. № 5. С. 403–414. (Amorim D.O., Gudkova T.V. Internal structure of Venus based on the PREM model // Sol. Syst. Res. 2023. V. 57. № 5. P. 414–425.)
5. Amorim D.O., Gudkova T.V. Constraining Earth's mantle rheology with Love and Shida numbers at the M2 tidal frequency // Phys. Earth and Planet. Interiors. 2024a. V. 347. Id. 107144.
6. Amorim D.O., Gudkova T.V. Earth-like models of the interior structure of Venus // Sol. Syst. Res. 2024b. V. 58. № 6.
7. Cascioli G., Hensley S., De Marchi F., Breuer D., Durante D., Racioppa P., Iess L., Mazarico E., Smrekar S.E. The determination of the rotational state and interior structure of Venus with VERITAS // The Planet. Sci. J. 2021. V. 2. P. 220–231.
8. Chen W., Chen Y., Ray J., Luo J., Cheng Li J. Free decay and excitation of the Chandler wobble: Self-consistent estimates of the period and quality factor // J. Geodesy. 2023. V. 97. Id. 36.
9. Cottereau L., Souchay J. Rotation of rigid Venus: a complete precession-nutation model // Astron. and Astrophys. 2009. V. 507. P. 1635–1648.
10. Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference Earth model // Phys. Earth and Planet. Interiors. 1981. V. 25 (4). P. 297–356.
11. James P.B., Zuber M.T., Phillips R.J. Crustal thickness and support of topography on Venus // J. Geophys. Res.: Planets. 2013. V. 118. P. 859–875.
12. Jiménez-Díaz A., Ruiz J., Kirby J.F., Romeo I., Tejero R., Capote R. Lithospheric structure of Venus from gravity and topography // Icarus. 2015. V. 260. P. 215–231.
13. Konopliv A.S., Yoder C.F. Venusian k_2 tidal Love number from Magellan and PRO tracking data // Geophys. Res. Lett. 1996. V. 23 (14). P. 1857–1860.
14. Konopliv A.S., Park R.S., Rivoldini A., Baland R.M., Le Maistre S., Van Hoolst T., Yseboodt M., Dehant V. Detection of the Chandler wobble of Mars from orbiting spacecraft // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. Id. e2020GL090568.
15. Liu C., Huang C., Zhang M. The principal moments of inertia calculated with the hydrostatic equilibrium figure of the Earth // Geodesy and Geodyn. 2017. V. 8. P. 201–205.

16. *Margot J.-L., Campbell D.B., Giorgini J.D., Jao J.S., Snedeker L.G., Ghigo F.D., Bonsall A.* Spin state and moment of inertia of Venus // *Nature Astron.* 2021. V. 5 (7). P. 676–683.
17. *Molodensky M.S.* The theory of nutation and diurnal Earth tides // *Comm. Obs. Roy. Belgique.* 1961. V. 188. S. *Geophys.* № 58. P. 25–56.
18. *Rosenblatt P., Dumoulin C., Marty J.-C., Genova A.* Determination of Venus' interior structure with EnVision // *Remote Sens.* 2021. V. 13. Id. 1624.
19. *Saliby C., Fienga A., Briaud A., Memin A., Herrera C.* Viscosity contrasts in the Venus mantle from tidal deformations // *Planet. and Space Sci.* 2023. V. 231. Id. 105677.
20. *Shen M., Zhang C.Z.* The dynamical flattenings of Mercury and Venus // *Earth, Moon, and Planets.* 1988. V. 41. P. 289–294.
21. *Smrekar S.E., Davaille A., Sotin C.* Venus interior structure and dynamics // *Space Sci. Rev.* 2018. V. 214. P. 1–34.
22. *Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E., Haberland M., Reddy T., Cournapeau D., Burovski E., Peterson P., Weckesser W., Bright J., and 24 co-authors, and SciPy 1.0 contributors.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // *Nature methods.* 2020. V. 17. P. 261–272.
23. *Yang A., Huang J., Wei D.* Separation of dynamic and isostatic components of the Venusian gravity and topography and determination of the crustal thickness of Venus // *Planet. and Space Sci.* 2016. V. 129. P. 24–31.
24. *Zharkov V.N., Molodensky S.M.* On the Chandler wobble of Mars // *Planet. and Space Sci.* 1996. V. 44. P. 1457–1462.