

О КОЭФФИЦИЕНТЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ ДВУХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОБЫКНОВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ПРОДОЛЬНОЙ ВЕРХНЕГИБРИДНОЙ ВОЛНЫ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2024 г. А. Ю. Попов^{а,*}, П. В. Третинников^а, Е. З. Гусаков^а, Л. В. Симончик^б

^аФизико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, С.-Петербург, Россия

^бИнститут физики НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь

*e-mail: a.porov@mail.ioffe.ru

Поступила в редакцию 28.01.2024 г.

После доработки 25.04.2024 г.

Принята к публикации 26.04.2024 г.

В кинетическом приближении получено выражение для квадратичной компоненты нелинейной плотности заряда, которая используется при описании параметрического распада СВЧ-волны обыкновенной поляризации с частотой, соответствующей второй гармонике электронного циклотронного резонанса. В результате распада возбуждаются верхнегибридная и обыкновенная волны.

Ключевые слова: СВЧ-волны, электронный циклотронный резонансный нагрев замагниченной плазмы, параметрическая распадная неустойчивость, верхнегибридная и нижнегибридная волны

DOI: 10.31857/S0367292124060023, EDN: PTKEGD

1. ВВЕДЕНИЕ

Электронный циклотронный резонансный нагрев (ЭЦРН) широко применяется в современных тороидальных установках магнитного удержания плазмы. Считается, что этот метод локального (в окрестности ЭЦ-резонанса) нагрева электронов и генерации безындукционных токов позволяет эффективно контролировать развитие неоклассической тиринг-неустойчивости и рост магнитных островов, и планируется в токамаке ITER в сценарии нагрева на фундаментальной ЭЦ-гармонике обыкновенной волны [1]. Обсуждается использование ЭЦР-нагрева и в токамаке DEMO - термоядерной установке следующего поколения [2]. В настоящее время также исследуется эффективность ЭЦР-нагрева на второй гармонике резонанса с использованием пучков СВЧ-волн обыкновенной поляризации [3–6]. Современные генераторы — гиротроны, которые обеспечивают возбуждение мощных волновых СВЧ-пучков, имеют выходную мощность излучения до 1 МВт. В настоящее время идет разработка гиротронов с выходной мощностью до 5 МВт [7]. По этой причине исследование всех аспектов поведения столь мощных пучков СВЧ-волн в высокотемпературной плазме является актуальной задачей. Представляет интерес анализ возможности возбуждения нежелательных нелинейных эффектов, которые могут сопровождать распространение волновых СВЧ-пучков и, в конечном итоге, значитель-

но ухудшать локальность дополнительного нагрева электронов. Одним из таких нелинейных эффектов является параметрическая распадная неустойчивость (ПРН) СВЧ-волны. Эффективность этого нелинейного явления во многом определяется эффективностью нелинейной связи волны накачки и дочерних волн, возбуждаемых в результате распада. Коэффициент нелинейной связи адекватно описывается функцией отклика плазмы второго порядка по амплитудам взаимодействующих волн, а именно, билинейной восприимчивостью или проводимостью плазмы.

Впервые выражения для функции отклика замагниченной плазмы были получены в рамках гидродинамической модели [8]. Однако, хотя гидродинамическое приближение и позволяет получить выражение для нелинейной проводимости и/или восприимчивости в явном виде, оно справедливо только в случае взаимодействия длинноволновых колебаний (быстрых волн), для которых эффект пространственной дисперсии плазмы пренебрежимо мал. Для анализа параметрического распада СВЧ-волны, приводящего к возбуждению дочерних волн, при описании которых (или одной из которых) необходимо учитывать пространственную дисперсию плазмы, гидродинамическое приближение становится некорректным. В рамках кинетического подхода в замкнутой непертурбативной форме параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму было рассмот-

рено в монографии [9]. Ключевым предположением, позволившим в этой работе продвинуться аналитически, было полное пренебрежение пространственной структурой параметрически неустойчивой волны, что является лишь одним из предельных случаев и при многих сценариях нелинейного взаимодействия не является адекватным. Позднее, общие выражения для многокомпонентных тензоров диэлектрической проницаемости были получены в монографии [10] в кинетическом приближении в рамках пертурбативной процедуры теории возмущений, т.е. в результате разложения функции распределения частиц по амплитудам взаимодействующих волн. В общем случае эти выражения в силу характера траектории невозмущенной заряженной частицы в присутствии внешнего магнитного поля, могут быть получены только в форме многократных интегралов по поперечным скоростям и по фазам ларморовского вращения частицы в поле соответствующей волны. В случае конкретного нелинейного взаимодействия при заданных направлениях распространения нелинейно связанных волн и их векторах поляризации, общие интегральные выражения могут быть значительно упрощены и приведены к удобному для анализа виду. Таким образом, каждый сценарий многоволнового взаимодействия, не рассмотренный ранее, является отдельной нерешенной задачей. В качестве примера можно привести выражения для билинейной восприимчивости высокотемпературной замагниченной плазмы, которые описывают как взаимодействие трех продольных волн, так и распад необыкновенной волны на две продольные волны, полученные в компактном виде в работах [11, 12] и [13] соответственно.

Один из наиболее вероятных сценариев распада СВЧ-волны обыкновенной поляризации на частоте фундаментальной ЭЦ-гармоники, при котором возбуждаются продольная верхнегибридная (ВГ) волна и продольная нижнегибридная (НГ) волна, основываясь на подходе, развитом в монографии [10], был рассмотрен ранее в работе [14]. В случае распада обыкновенной СВЧ-волны на частоте второй ЭЦ-гармоники наиболее вероятно возбуждение дочерней продольной верхнегибридной волны и электромагнитной обыкновенной волны с частотой, близкой фундаментальной гармонике ЭЦ-резонанса. Поскольку в высокотемпературной плазме токамака пренебрежение пространственной дисперсией при описании ВГ-волны не является корректным, в данной работе этот сценарий трехволнового взаимодействия рассмотрен в кинетическом приближении. В итоге, мы впервые получим интегральное представление для нелинейной плотности заряда в замагниченной плазме, которая описывает это нелинейное явление. Окончательные выражения для коэффициентов связи получены в удобном для численного анализа виде. Их можно использовать для описания параметрических распадных неустойчивостей обыкновенной

волны, приводящих к возбуждению продольных колебаний и электромагнитной волны в высокотемпературной термоядерной, космической и астрофизической плазме.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ, УЧАСТВУЮЩИЕ В НЕЛИНЕЙНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

В традиционной постановке ЭЦРН-экспериментов пучки греющего излучения вводятся в плазму почти поперек внешнего магнитного поля. Для улучшения локализации энергоснабжения СВЧ-волн в плазме предпринимаются дополнительные усилия, такие как использование фокусирующих зеркал и широких пучков, чтобы обеспечить квазиоптический характер их распространения без значительного изменения формы волнового фронта. Это позволяет считать, что их продольный коэффициент преломления мал

$$n_{z0} = \frac{c}{\omega_0} (\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{b}) \ll 1, \quad (1)$$

где ω_0 — частота ЭЦ-волны, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_z$ — единичный вектор вдоль внешнего магнитного поля, $\mathbf{k}_0$ — волновой вектор. В силу конечной величины (1), электрическое поле обыкновенной волны может иметь не только продольную, но и поперечные компоненты. Однако, как показано в монографии [15], величина поперечных компонент поля в силу условия имеет малость порядка $\propto n_{z0}$ по сравнению с величиной продольной компоненты. Согласно обычной геометрии ввода пучка накачки в плазму со стороны слабого магнитного поля, параметрический распад возможен и, к тому же, обладает минимальным порогом в области плазмы далеко за пределами ее ЭЦ-слоя, размер которого

$$l_{ECR} \approx \max(n_{\parallel} \beta_e, \beta_e^2) R_0,$$

где $\beta_e = v_{te}/c$, $v_{te} = \sqrt{2T_e/m_e}$ — электронная тепловая скорость, T_e, m_e — электронная температура и масса электрона, R_0 — большой радиус установки. Согласно выводам монографий [15] (см. формулы (20), (21)) и [16] (см. формулу (5.3.3.1)) при квазипоперечном распространении при распаде вне ЭЦ-слоя накачки и дочерних волн размером l_{ECR} влиянием релятивизма на поляризацию, распространение и затухание обыкновенной волны накачки можно пренебречь. Кроме того, в области распада, размеры которой много меньше характерных масштабов изменения параметров фоновой плазмы, мы можем использовать модель однородной среды, пренебрегая изменением параметров волны в этой области.

Итак, рассмотрим обыкновенную волну на частоте, соответствующей второй ЭЦ-гармонике, которая распространяется в однородной плазме поперек к внешнему магнитному полю, направленному вдоль координаты $\mathbf{e}_z$. Электрическое и магнитное поле этой волны в приближении Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна

(ВКБ) можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= \mathbf{e}_z \frac{A_0}{2} \exp(ik_0x - i\omega_0t) + c.c., \\ \mathbf{B}_0 &= -\frac{\mathbf{e}_y}{2} n_0 A_0 \exp(ik_0x - i\omega_0t) + c.c., \end{aligned} \quad (2)$$

где $n_0 = ck_0/\omega_0 = \sqrt{\eta(\omega_0)}$ — поперечная компонента коэффициента преломления, $\eta = 1 - \omega_{pe}^2/\omega_0^2$ — продольная компонента высокочастотного, т.е. без учета ионного вклада, тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы, $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi\bar{n}e^2/m_e}$ — электронная плазменная частота; $\bar{n}$ — фоновая плотность плазмы.

Поскольку с физической точки зрения распад волны накачки в плазме приводит к появлению именно тех дочерних волн, которые испытывают наименьшие потери из-за затухания, т.е. распространяются квази-поперечно, рассмотрим распространяющуюся поперек магнитного поля дочернюю обыкновенную волну, поле которой в приближении Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна (ВКБ) имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{e}_z \frac{A_1}{2} \exp(ik_1x + i\omega_1t) + c.c., \\ \mathbf{B}_1 &= \mathbf{e}_y n_1 \frac{A_1}{2} \exp(ik_1x + i\omega_1t) + c.c. \end{aligned} \quad (3)$$

Вторая дочерняя волна соответствует верхним гибридным (ВГ) колебаниям. Ее потенциал может быть представлен в следующем виде:

$$\phi_2 = \frac{C_2}{2} \exp(iq_2x - i\omega_2t) + c.c., \quad (4)$$

где q_2 является решением дисперсионного уравнения для ВГ-волны

$$D_{UH}(q_2, \omega_2) = q_2^2 + \chi_e(q_2, \omega_2) + \frac{\omega_2^2}{c^2} g(\omega_2)^2 = 0. \quad (5)$$

В выражении (5) использованы следующие обозначения: $g = \omega_c/\omega_2 \cdot \omega_{pe}^2 (\omega_2^2 - \omega_c^2)$ — поперечная недиагональная компонента тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы, χ_e — электронная восприимчивость, которая в плазме с максвелловской функцией распределения частиц имеет вид [16]

$$\begin{aligned} \chi_e(q_2, \omega_2) &= \frac{2\omega_{pe}^2}{v_{te}^2} \left(1 - \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_2}{\omega_2 - p\omega_c} \times \right. \\ &\times \exp\left(-\frac{q_2^2 v_{te}^2}{2\omega_c^2}\right) I_p\left(\frac{q_2^2 v_{te}^2}{2\omega_c^2}\right) \Bigg), \end{aligned} \quad (6)$$

где I_j — модифицированная функция Бесселя первого рода. Последний член в уравнении (5) учитывает наличие малой электромагнитной компоненты у ВГ-волны. В выражениях (2), (3), (4) частоты и волновые вектора удовлетворяют распадным резонансным условиям

$$q_2 = k_0 + k_1, \quad \omega_0 = \omega_2 + \omega_1. \quad (7)$$

Отметим, что в дисперсионном уравнении (5) с учетом условия (1) мы пренебрегаем вкладом, связанным с продольной пространственной дисперсией ВГ-волны.

Рассмотрим уравнение Власова для бесстолкновительной однородной замагниченной плазмы, которое описывает функцию распределения электронов [16]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{|e|}{m_e} (E_i + e_{ijk} v_j B_k / c) \frac{\partial}{\partial v_i} - \omega_c e_{ijz} v_j \frac{\partial}{\partial v_i} \right) f_e = 0, \quad (8)$$

где e_{ijz} — полностью антисимметричный единичный тензор и $\mathbf{E} = \sum_{i=0 \div 2} \mathbf{E}_i$. Будем искать решение уравнения (8), используя процедуру теории возмущений

$$f = f_M + f^{(1)} + f^{(2)} + \dots, \quad (9)$$

где f_M — максвелловская функция распределения с температурой T_e , $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ — поправки к равновесной функции распределения первого и второго порядка по амплитуде взаимодействующих волн. Подставим разложение в уравнение и, выделяя члены первого порядка, получим уравнения для линейных поправок к функции распределения на частотах обыкновенных волн

$$\left(-i\alpha_s + i\lambda_s \xi_{\perp} \cos \theta + \frac{\partial}{\partial \theta} \right) f_s^{(1)} = -\frac{\bar{n} |e| v_{te} A_s}{2\omega_c T_e} \xi_z f_M, \quad (10)$$

где $s = 0, 1$, $\alpha_0 = \omega_0/\omega_c$, $\alpha_1 = -\omega_1/\omega_c$, $\lambda_0 = k_0 v_{te}/\omega_c$, $\lambda_1 = k_1 v_{te}/\omega_c$, $\xi_{\perp} = v_{\perp}/v_{te}$, $\xi_z = v_z/v_{te}$ и θ азимутальный угол цилиндрической системы координат в пространстве скоростей. Используя метод вариации произвольной постоянной, мы получим функцию Грина уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned} G_s^0[\dots] &= \exp(i\alpha_s \theta - i\sigma_s \xi_z \theta - i\lambda_s \xi_{\perp} \sin(\theta)) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\theta} d\tau \exp(i\lambda_s \xi_{\perp} \sin(\tau) + i\sigma_s \xi_z \tau - i\alpha_s \tau) [\dots]. \end{aligned} \quad (11)$$

Линейные поправки к равновесной функции распределения на частоте ω_s равны

$$\begin{aligned} f_s^{(1)} &= i \frac{\bar{n} |e|}{\omega_c m_e v_{te}} \xi_z A_s f_M \times \\ &\times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ip\theta - i\lambda_s \xi_{\perp} \sin(\theta))}{p - \alpha_s} J_p(\lambda_s \xi_{\perp}), \quad s = 0, 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что линейные поправки к равновесной функции распределения зависят от азимутального угла вращения электрона в однородном магнитном поле.

Билинейная поправка к равновесной функции распределения на частоте второй дочерней волны является решением уравнения

$$\begin{aligned} \left(-i\alpha_2 + i\lambda_2 \xi_{\perp} \cos \theta + \frac{\partial}{\partial \theta} \right) f_2^{(2)} = \frac{|e|}{2m_e \omega_c} \times \\ \times \left(A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x} \right) f_1^{(1)} + \right. \quad (13) \\ \left. + A_1 \left(\left(1 + \frac{v_x}{c} n_1 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} - n_1 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x} \right) f_0^{(1)} \right), \end{aligned}$$

где $\alpha_2 = \omega_2/\omega_c$, $\lambda_2 = q_2 v_{\perp}/\omega_c$. Используя функцию Грина (11), мы получим решение уравнения (13) в интегральном виде

$$\begin{aligned} f_2^{(2)} = \frac{|e|}{2m_e \omega_c} G_2^0 \left[A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x(\tau)}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + \right. \right. \\ \left. \left. + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(\tau)} \right) f_1^{(1)}(\tau) + \dots \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

Выражение в квадратных скобках в выражении (14), на которое действует интегральный оператор (11), зависит от переменной интегрирования τ . Отметим, что компоненты скорости $v_x(\tau)$, зависящие от переменной интегрирования τ , связаны с компонентами скорости $v_{x,y}(\theta)$, зависящими от текущего значения азимутального угла θ , преобразованием поворота, а именно:

$$\begin{aligned} v_x(\tau) &= v_x(\theta) \cos(\tau - \theta) - v_y(\theta) \sin(\tau - \theta), \\ v_y(\tau) &= v_x(\theta) \sin(\tau - \theta) + v_y(\theta) \cos(\tau - \theta). \end{aligned}$$

Далее, умножим выражение (14) на заряд электрона $-|e|$. Выполним интегрирование по скоростям, что позволяет получить нелинейную плотность заряда на частоте ВГ-волны $\rho(\omega_2) = \rho_2^{(2)}/2 \exp(-i\omega_2 t) + c.c.$:

$$\begin{aligned} \rho_2^{(2)} = -\frac{|e|^2 v_{te}^3}{m_e \omega_c} \int_0^{\infty} \xi_{\perp} d\xi_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_z \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\theta \exp(i\alpha_2 \theta - i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(\theta)) \times \quad (15) \\ \times \int_{-\infty}^{\theta} d\tau \exp(-i\alpha_2 \tau) F(\tau), \end{aligned}$$

где периодическая функция $F(\tau)$ имеет вид

$$\begin{aligned} F(\tau) = \exp(i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(\tau)) \left[A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x(\tau)}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + \right. \right. \\ \left. \left. + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(\tau)} \right) f_1^{(1)}(\tau) + A_1 \left(\left(1 + \frac{v_x(\tau)}{c} n_1 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} - \right. \right. \\ \left. \left. - n_1 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(\tau)} \right) f_0^{(1)}(\tau) \right]. \end{aligned}$$

Воспользовавшись периодичностью $F(\tau)$, разложим ее в ряд Фурье

$$F(t) = \sum_p F_p \exp(ip\tau), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} F_p = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dt \exp(i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(t) - ipt) \times \\ \times \left(A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x(t)}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(t)} \right) f_1^{(1)}(t) + \right. \\ \left. + A_1 \left(\left(1 + \frac{v_x(t)}{c} n_1 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} - n_1 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(t)} \right) f_0^{(1)}(t) \right) \end{aligned}$$

Используя представление (16) в выражении (15), мы, выполнив в последнем интегрирование по частям, в результате получим

$$\begin{aligned} \rho_2^{(2)} = -\frac{\omega_{pe}^2 q_2 A_0 A_1}{\omega_c^2 8\pi B} \int_0^{\infty} d\xi_{\perp} \xi_{\perp} \exp(-\xi_{\perp}^2) \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\theta \exp(i\alpha_2 \theta - i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(\theta)) \int_{-\infty}^{\theta} dt \exp(-i\alpha_2 t) \times \\ \times \sin(\theta - t) \left(n_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ilt + i\lambda_0 \xi_{\perp} \sin(t))}{l - \alpha_1} J_l(\lambda_1 \xi_{\perp}) - \right. \\ \left. - n_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ipt + i\lambda_1 \xi_{\perp} \sin(t))}{p - \alpha_0} J_p(\lambda_0 \xi_{\perp}) \right). \quad (17) \end{aligned}$$

Проинтегрировав последовательно по переменным t и θ , окончательно получим

$$\begin{aligned} \rho_2^{(2)} = \frac{\omega_{pe}^2 q_2 A_0 A_1}{\omega_c^2 4\pi B} \sum_{p,l=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left(\frac{n_0}{p - \alpha_1} J_p(\lambda_1 \xi_{\perp}) \times \right. \\ \times \left(J_l^+(\lambda_0 \xi_{\perp}) J_{p+l}^-(\lambda_2 \xi_{\perp}) + J_l^-(\lambda_0 \xi_{\perp}) J_{p+l}^+(\lambda_2 \xi_{\perp}) \right) - \\ - \frac{n_1}{p - \alpha_0} J_p(\lambda_0 \xi_{\perp}) \left(J_l^+(\lambda_1 \xi_{\perp}) J_{p+l}^-(\lambda_2 \xi_{\perp}) + \right. \\ \left. + J_l^-(\lambda_1 \xi_{\perp}) J_{p+l}^+(\lambda_2 \xi_{\perp}) \right) \left. \right) \frac{\exp(-\xi_{\perp}^2)}{(p + l - \alpha_2)} \xi_{\perp} d\xi_{\perp}, \quad (18) \end{aligned}$$

где $J_p^+(\lambda) = p J_p(\lambda)/\lambda$, $J_p^-(\lambda) = J'_p(\lambda)$. Выражение (18) — это сумма однократных хорошо сходящихся интегралов. Его численный расчет в зависимости от мощности компьютера и использованной схемы интегрирования занимает от одной до нескольких минут, что делает полученное представление нелинейной плотности заряда удобным для использования.

Далее, найдем асимптотическое представление (18) в пределе длинноволновых взаимодействующих волн

$$\rho_e^{(2)} = -q_2^2 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_c c}{\omega_0 \omega_1 (\omega_2^2 - \omega_c^2)} \frac{A_0 A_1}{8\pi B} (1 - O(\delta)), \quad (19)$$

где

$$\delta \propto \max \left(\beta_e^2 n_{x2}^2 \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_c}, \beta_e^2 n_{x0}^2 \frac{\omega_0}{\omega_0 - 4\omega_c}, \beta_e^2 n_{x2}^2 \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_c} \right).$$

Член нулевого порядка в этом выражении совпадает с выражением, полученным в гидродинамическом приближении (см. Приложение).

Для оценки влияния поперечных компонент поля электромагнитных волн, появляющихся из-за малого, но конечного значения продольного волнового числа при квази-поперечном распространении дочерних волн, приведем без вывода выражение для нелинейной плотности заряда в замагниченной плазме при распаде поперечно распространяющейся О2-волны. Пренебрегая поперечной пространственной дисперсией $\lambda_{0,1} \rightarrow 0$ и учитывая малое, но конечное значение продольного волнового вектора у дочерних волн k_z , получим

$$\rho_e^{(2)} = -q_2^2 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_c}{\omega_0 \omega_1 (\omega_2^2 - \omega_c^2)} \frac{A_0 A_1}{8\pi B} (1 - n_z^2), \quad (20)$$

где $n_z = ck_z/\omega_1$. Таким образом, если иметь в виду эксперименты на стеллараторе Wendelstein 7-X, где имеется система нагрева на второй гармонике О-моды на частоте 140 GHz [6], при поперечном распространении пучка накачки поправка к нелинейной плотности заряда, связанная с квази-поперечным распространением дочерних волн, меньше процента $n_z^2 \propto 10^{-3}$.

Для оценки влияния электронной температуры плазмы на величину нелинейной плотности заряда приведем расчет этого выражения при типичных параметрах плазмы и системы ЭЦРН, когда данный режим параметрического распада может наблюдаться. В качестве примера взят стелларатор Wendelstein 7-X, где обсуждаются эксперименты по дополнительному нагреву на второй гармонике О-моды на частоте 140 GHz [6]. Рассмотрим случай поперечного распространения дочерних волн. На рис. 1 изображена зависимость отношения нелинейной плотности заряда к ее гидродинамическому приближению (А.4) от электронной температуры при плотности $\bar{n} = 1.2 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ для двух значений магнитного поля 2 и 2.5 Т.

Частота дочерней электромагнитной волны 100 GHz, характерная электронная температура, достигаемая в экспериментах по ЭЦРН на Wendelstein 7-X, составляет 5–10 keV. Видно, что в рассмотренном диапазоне параметров (см. сплошную линию для магнитного поля 2 Т, пунктирную линию для магнитного поля 2.5 Т для температуры в диапазоне $T_e \propto 5 \div 10 \text{ keV}$) отличие кинетического выражения от гидродинамического составляет 5–35% в зависимости от температуры электронов. Эти значения значительно превосходят значение поправки, связанной с наклонным распространением, полученное выше.

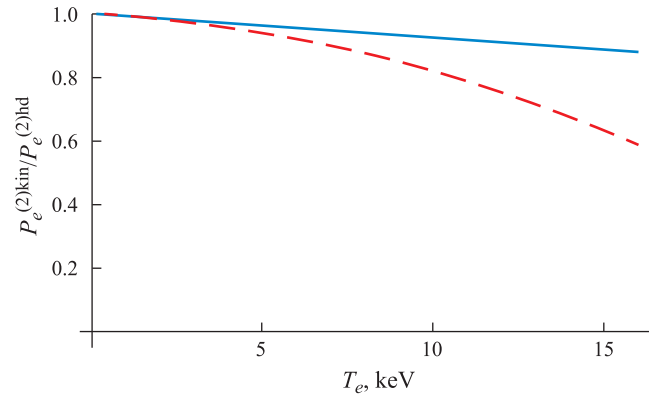


Рис. 1. Зависимость отношения нелинейной плотности заряда (18) к ее гидродинамическому приближению (19) от электронной температуры при поперечном распространении дочерних волн и параметрах плазмы, характерных для стелларатора Wendelstein 7-X [6]. Сплошная кривая соответствует значению магнитного поля 2 Т, пунктирная — 2.5 Т.

3. ВЫВОДЫ

Впервые в явном виде получено выражение для нелинейной плотности заряда в замагниченной плазме в кинетическом приближении, которое описывает нелинейное взаимодействие двух СВЧ-волн обыкновенной поляризации с частотой, лежащей в диапазоне между второй и фундаментальной ЭЦ-гармониками, соответственно, с продольными верхнегибридными колебаниями. В предельном случае длинноволновых дочерних колебаний полученное выражение воспроизводит выражения, выведенные в рамках гидродинамического приближения (А.4). Результаты работы востребованы при анализе нелинейных эффектов при ЭЦРН-нагреве при распространении обыкновенной волны на периферии плазмы.

Возможность возбуждения параметрической распадной неустойчивости обыкновенной волны с частотой близкой ко второй ЭЦ-гармонике, может быть изучена в модельном эксперименте в газовом разряде. Ранее на линейной установке «Гранит» было показано, что необыкновенная волна является параметрически неустойчивой, и в результате распада может эффективно отдавать свою мощность дочерним волнам, испытывая сильное аномальное затухание [17]. Результаты, полученные в настоящей статье, могут оказаться полезны при планировании и интерпретации подобных экспериментов, где будет анализироваться поведение обыкновенных СВЧ-волн.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Статья и расчеты в ней выполнены в рамках Договора № 23-РБ-02-06, а Приложение подготовлено в рамках государственного контракта ФТИ им. А.Ф. Иоффе № 0040-2024-0028.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Осцилляторная скорость электронов в полях обыкновенных волн и определяются из уравнений движения

$$u_{0z}^{(1)} = -i \frac{|e|}{2m_e} \frac{A_0}{\omega_0}; \quad u_{1z}^{(1)} = i \frac{|e|}{2m_e} \frac{A_1}{\omega_1}. \quad (\text{A.1})$$

Осцилляторная скорость электронов, появляющаяся в результате биений двух обыкновенных волн из-за силы Лоренца определяется из системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -i\omega_2 & \omega_c \\ -\omega_c & -i\omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{2x}^{(2)} \\ u_{2y}^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{|e|}{m_e c} \begin{pmatrix} u_{0z}^{(1)} B_{1y} + u_{1z}^{(1)} B_{0y} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Решая неоднородные уравнения (A.2), получим

$$u_{2x}^{(2)} = \omega_2 \frac{|e| \omega_c c q_2}{4m_e \omega_0 \omega_1} \frac{A_0 A_1}{B} \frac{1}{\omega_2^2 - \omega_c^2}. \quad (\text{A.3})$$

Из уравнения непрерывности найдем амплитуду плотности заряда $\rho_e^{(2)} = \rho_2^{(2)} / 2 \exp(iq_2 x - i\omega_2 t) + \text{c.c.}$

$$\rho_2^{(2)} = -\frac{\omega_{pe}^2 \omega_c c q_2^2}{\omega_0 \omega_1} \frac{A_0 A_1}{8\pi B} \frac{1}{\omega_2^2 - \omega_c^2}. \quad (\text{A.4})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Preynas M., Schneider M., Arroyo J. M., Beaumont F., Casal N., Choe M., Carannante G., Gandini Franco., Henderson M.A., Omori T., Pascal S. and the ITER Scientist Fellow Network // EPJ Web of Conferences. 2023. V.277. P.01004.
2. Franke T., Aiello G., Avramidis K., Bachmann C., Baiocchi B., Baylard C., Bruschi A., Chauvin D., Cufar A., Chavan R., Gliss C., Fanale F., Figini L., Gantenbein G., Garavaglia S., Granucci G., Jelonnek J., Suarez Lopez G., Moro A., Moscheni M., Rispoli N., Siccino M., Spaeh P., Strauss D., Subba F., I. Tigelis, Tran M.Q., Tsironis C., Wu C., Zohm H. // Fusion Engineering and Design. 2021. V.168. P.112653.
3. Hohnle H., Stober J., Herrmann A., Kasperek W., Leuterer F., Monaco F., Neu R., Schmid-Lorch D., Schutz H., Schweinzer J., Stroth U., Wagner D., Vorbrugg S., Wolfrum E. and the ASDEX Upgrade Team // Nucl. Fusion. 2011. V.51. P.083013.
4. Moseev D., Laqua H.P., Marsen S., Marushchenko N., Stange T., Braune H., Gellert F., Hirsch M., Hofel U., Knauer J., Oosterbeek J.W., Turkin Y. and the Wendelstein 7-X Team // Nucl. Fusion. 2017. V.57. P.036013.
5. Laqua H.P., Baldzuhn J., Braune H., Bozhenkov S., Brunner K.J., Kazakov Ye.O., Marsen S., Moseev D., Stange T., Wolf R.C., Zanini M. and Wendelstein 7-X Team // EPJ Web of Conferences. 2019. V.203. P.02002.
6. Wolf R.C., Bozhenkov S., Dinklage A., G Fuchert, Kazakov Y.O., Laqua H.P., Marsen S., Marushchenko N.B., Stange T., Zanini M., Abramovic I., Alonso A., Baldzuhn J., Beurskens M., Beidler C.D., Braune H., Brunner K.J., Chaudhary N., Damm H., Drewelow P., Gantenbein G., Gao Yu., Geiger J., Hirsch M., Hofel U., Jakubowski M., Jelonnek J., Jensen T., Kasperek W., Knauer J., Korsholm S.B., Langenberg A., Lechte C., Leipold F., Trimino Mora H., Neuner U., Nielsen S.K., Moseev D., Oosterbeek H., Pablant N., Pasch E., Plaum B., Sunn Pedersen T., Puig Sitjes A., Rahbarnia K., Rasmussen J., Salewski M., Schilling J., Scott E., Stejner M., Thomsen H., Thumm M., Turkin Y., Wilde F. and the Wendelstein 7-X Team // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V.61. P.014037.
7. Литвак А.Г., Денисов Г.Г., Запезалов В.Е., Куфтин А.Н., Малыгин В.И., Чирков А.В., Соколов Е.В., Тай Е.М., Солуянова Е.А., Мясников В.Е., Агапова М.В., Ильин В.К., Ничипоренко В.О., Попов Л.Г., Усачев С.В., Ильин В.И., Новиков В.Н. // Электронная техника. Сер. 1: СВЧ-техника. 2013. V.518. P. 142.
8. Силин В.П. // ЖЭТФ. 1964. Т.47. С.2254.
9. Силин В.П. // Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М.: Наука, 1973.
10. Pustovalov V.V., Silin V.P. // Theory of Plasmas: Consultants Bureau 1975.
11. Larsson J. // J. Plasma Physics. 1988. V.40. P.385.
12. Brodin G., Stenflo L. // Physics of Plasmas. 2015. V.22. P.104503.
13. Gusakov E.Z., Popov A.Yu., Tretinnikov P.V. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V.61. P.085008.
14. Попов А. Ю. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С.27.
15. Пилюя А.Д., Федоров В.И. // Электронный циклотронный нагрев плазмы в токамаках. / Вопросы теории плазмы. Вып. 13. Под ред. Б.Б. Кадомцева. М.: Энергоатомиздат, 1984, с. 262-304.
16. Ахизер А.И., Ахизер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н. Электродинамика плазмы // М.: Наука, 1974.
17. Altukhov A.B., Arkhipenko V.I., Gurichenko A.D., Gusakov E.Z., Popov A.Yu., Simonchik L.V., Usachonak M.S. // Europhys. Lett. 2019. V. 126. 15002.

ELECTROMAGNETIC WAVES WITH ORDINARY POLARIZATION AND A LONGITUDINAL UPPER HYBRID WAVE IN A HIGH-TEMPERATURE PLASMA

A. Yu. Popov^{a,*}, P. V. Tretinnikov^a, E. Z. Gusakov^a, and L. V. Simonchik^b

^a*Ioffe Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021 Russia*

^b*Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, 220072 Belarus*

**e-mail: a.popov@mail.ioffe.ru*

The kinetic approximation was used to obtain an expression for the bilinear component of the nonlinear charge density, which is used to describe the parametric decay of a microwave with ordinary polarization whose frequency corresponds to the second harmonic of the electron cyclotron resonance. As a result of the decay, an upper hybrid wave and a lower hybrid wave are excited.

Keywords: microwaves, electron cyclotron resonance heating of magnetized plasma, parametric decay instability, upper hybrid and lower hybrid waves