



# ФИЗИКА ПЛАЗМЫ



Журнал для научных работников в области теоретических и экспериментальных исследований по физике плазмы и взаимодействию плазмы с твердым телом, по проблеме управляемого термоядерного синтеза



НАУКА  
— 1727 —



# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 50, номер 12, 2024

---

---

## ТОКАМАКИ

- О применимости теории ГАМ к реальным токамакам с гофрированным магнитным полем  
*Е. А. Сорокина* 1413
- Оптимизация дивертора TPT на основе моделирования кодом SOLPS-ITER  
*П. А. Молчанов, П. С. Кудреватых, Н. В. Штырхунов, Е. Г. Кавеева,  
В. А. Рожанский, И. Ю. Сениченков* 1423
- Исследование деталей профиля электронной температуры при сдвиге плазменного шнура и мощности ЭЦРН до 1.5 МВт в токамаке T-10  
*С. В. Неудачин, А. А. Борщegovский, И. С. Пименов, И. Н. Рой* 1444
- Моделирование переноса тепла и частиц в токамаках COMPASS и T-10 с помощью транспортной модели канонических профилей  
*А. В. Данилов, Ю. Н. Днестровский, А. В. Мельников, Л. Г. Елисеев,  
С. Е. Лысенко, С. В. Черкасов* 1455
- Применение двухдлинноволновой цифровой голографической интерферометрии для оптического неразрушающего контроля износа защитных элементов сферического токамака ГЛОБУС-М2  
*И. В. Алексеенко, А. М. Кожевникова, А. Г. Раздобарин, Д. И. Елец, О. С. Медведев* 1465

## МАГНИТНЫЕ ЛОВУШКИ

- Полноволновое моделирование электронного циклотронного нагрева плазмы на первой и второй гармониках в установке ГДМЛ  
*Е. Д. Господчиков, П. А. Чувакин, А. Л. Соломахин, А. Г. Шалашов* 1474

## ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

- Плазмообразование на поверхности конденсированного вещества под действием мощного рентгеновского излучения  
*С. Ф. Гаранин, Е. М. Кравец, Г. Г. Иванова* 1490
- Газодинамическая и кинетическая стадии газового Z-пинча  
*А. Ю. Фролов, В. В. Вихрев, А. Ю. Чирков* 1507

## ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ

- Усиление излучения слоем фотоионизированной плазмы инертного газа в магнитном поле  
*Т. В. Мамонтова, С. А. Урюпин* 1518

## ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

- Взаимодействие мощного потока водородной плазмы со сверхзвуковой газовой струей и вольфрамовой мишенью  
*С. Д. Лиджигорьяев, Д. А. Бурмистров, В. В. Гаврилов, В. А. Костюшин,  
И. М. Позняк, А. В. Пушина, Д. А. Топорков* 1527

---

## НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

Упрощенный подход к описанию кинетических свойств примесных ионов  
в слабоионизованной плазме гелия

*Н. Л. Александров, А. А. Пономарев*

1538

Полное дифференциальное разложение интеграла упругих столкновений электронов  
с тяжелыми нейтральными частицами

*Е. И. Бочков*

1547

---

---

# CONTENTS

---

---

Volume 50, No. 12, 2024

---

---

## TOKAMAKS

- On the Applicability of GAM Theory to Real Tokamaks with Rippled Magnetic Fields  
*E. A. Sorokina* 1413
- TRT Divertor Optimization in SOLPS-ITER Modeling  
*P. A. Molchanov, P. S. Kudrevatykh, N. V. Shtyrkhunov, E. G. Kaveeva, V. A. Rozhansky, I. Yu. Senichenkov* 1423
- Investigation of Electron Temperature Profile Details during Plasma Column Displacement and ECRH Power up to 1.5 MW in the T-10 Tokamak  
*S. V. Neudachin, A. A. Borschegovskii, I. S. Pimenov, I. N. Roy* 1444
- Heat and Particle Transport Simulation in COMPASS and T-10 Tokamaks with the Canonical Profile Transport Model  
*A. V. Danilov, Yu. N. Dnestrovskij, A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, S. E. Lysenko, S. V. Cherkasov* 1455
- Application of Dual-Wavelength Digital Holographic Interferometry for Optical Nondestructive Wear Testing of Protective Elements of the Spherical Tokamak Globus-M2  
*I. V. Alekseenko, A. M. Kozhevnikova, A. G. Razdobarin, D. I. Elets, O. S. Medvedev* 1465

---

## MAGNETIC TRAPS

- Full-Wave Modeling of Electron Cyclotron Plasma Heating at the Fundamental and Second Harmonics for the GDMT Facility  
*E. D. Gospodchikov, P. A. Chuvakin, A. L. Solomakhin, A. G. Shalashov* 1474

---

## PLASMA DYNAMICS

- Plasma Formation on the Surface of Condensed Matter under the Effect of Powerful X-Ray Pulse  
*S. F. Garanin, E. M. Kravets, G. G. Ivanova* 1490
- Gasdynamic and Kinetic Stages of the Gas Z-Pinch  
*A. Yu. Frolov, V. V. Vikhrev, A. Yu. Chirkov* 1507

---

## PLASMA RADIATION

- Radiation Amplification by Photoionized Inert Gas Plasma Layer in a Magnetic Field  
*T. V. Mamontova, S. A. Uryupin* 1518

---

## PLASMA DIAGNOSTIC

- Interaction of a Powerful Hydrogen Plasma Flow with a Supersonic Gas Jet and a Tungsten Target  
*S. D. Lidzhigoriaev, D. A. Burmistrov, V. V. Gavrilov, V. A. Kostyushin, I. M. Poznyak, A. V. Pushina, D. A. Toporkov* 1527



---

## LOW TEMPERATURE PLASMA

A Simplified Approach to Describing the Kinetic Properties of Impurity Ions  
in a Weakly Ionized Helium Plasma

*N. L. Alexandrov, A. A. Ponomarev*

1538

Complete Differential Expansion of the Integral of Elastic Collisions of Electrons  
with Heavy Neutral Particles

*E. I. Bochkov*

1547

---

УДК 533.9

## О ПРИМЕНИМОСТИ ТЕОРИИ ГАМ К РЕАЛЬНЫМ ТОКАМАКАМ С ГОФРИРОВАННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

© 2024 г. Е. А. Сорокина<sup>а, \*</sup><sup>а</sup>НИИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

\*e-mail: Sorokina\_EA@nrcki.ru

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.

После доработки 18.11.2024 г.

Принята к публикации 19.11.2024 г.

Исследовано влияние тороидальной гофрировки магнитного поля на пространственную структуру и частоту геодезической акустической моды (ГАМ) в плазме токамака. Показано, что тороидальная асимметрия магнитной конфигурации приводит к зацеплению колебаний электрического потенциала ГАМ с тороидально- и полоидально-неоднородными возмущениями давления плазмы. Для токамаков с большим аспектным отношением выведен закон дисперсии ГАМ, учитывающий неоднородность гофрировки в сечении токамака. При увеличении числа катушек  $n$  тороидального поля эффект гофрировки перестает зависеть от  $n$ . Показана применимость стандартной теории для нахождения частоты и пространственной структуры ГАМ в крупных токамаках.

**Ключевые слова:** геодезическая акустическая мода, токамак, тороидальная гофрировка магнитного поля, МГД, непрерывный спектр

DOI: 10.31857/S0367292124120017 EDN: EFPGMN

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Низкочастотные колебания электрического потенциала плазмы, интерпретируемые как геодезические акустические моды (ГАМ), наблюдаются и активно исследуются в экспериментах практически на всех ведущих токамаках и стеллараторах [1]. Интерес к ним обусловлен, с одной стороны, концепцией о важной роли шировых (зональных) течений в процессе самоорганизации турбулентной плазмы [2], с другой стороны — возможностью использования МГД-волн в диагностических целях [3–5].

ГАМ присущи плазме, удерживаемой в тороидальных системах с магнитными поверхностями. Полоидальная неоднородность модуля магнитного поля на осесимметричной магнитной поверхности ( $B \sim 1/R$ , где  $R$  — радиальная координата, отсчитываемая от геометрического центра тора) приводит к зацеплению полоидально- и тороидально-симметричных возмущений электрического потенциала плазмы с возмущением давления на первой гармонике по полоидальному углу.

В простейшем квазицилиндрическом приближении частота возникающих при этом колебаний описывается известным дисперсионным уравнением [6]

$$\omega^2(r) = \omega_s^2(r) \left( 2 + \frac{1}{q^2(r)} \right), \quad (1)$$

где  $\omega_s$  — звуковая частота,  $q$  — коэффициент запаса устойчивости,  $r$  — радиус магнитной поверхности, отсчитываемый от магнитной оси.

Поскольку именно кривизна магнитных силовых линий на магнитной поверхности является необходимым условием для существования ГАМ [7], спектр ГАМ и пространственная структура собственных колебаний оказываются весьма чувствительными к виду равновесной конфигурации магнитного поля. В этом аспекте теория осесимметричных ГАМ широко развита. В рамках одной только идеальной МГД-модели плазмы известны модификации выражения (1), учитывающие эффекты вытянутости, треугольности магнитных поверхностей и конечного обратного аспектного отношения установки [8–10], равновесного вра-

щения [11–17], давления плазмы [18, 19] и его анизотропии [20–22].

При этом принципиальным вопросом, практически не затронутым теорией, остается исследование влияния “трехмерности” (осевой асимметрии) магнитного поля на характеристики ГАМ: их дисперсию, пространственную структуру, условия существования и пр. Между тем именно трехмерное магнитное поле отвечает реалиям современных экспериментов, причем не только в принципиально трехмерных магнитных системах стеллараторного типа. В токамаках, принцип действия которых изначально основывался на идее удержания горячей плазмы в системе тороидально вложенных осесимметричных магнитных поверхностей, неизбежное нарушение осевой симметрии связано с дискретностью магнитных катушек тороидального поля. Дополнительными причинами “трехмеризации” магнитной конфигурации токамака служат такие факторы как: локальный нагрев плазмы, пучковое воздействие, развитие винтовых неустойчивостей, внешние магнитные возмущения и др. Нарушение осевой симметрии в токамаке может происходить как с изменением магнитной топологии, сопровождаемой образованием магнитных островов и/или эргодизацией магнитных силовых линий, так и с сохранением структуры вложенных магнитных поверхностей с появлением их тороидальной неоднородности.

Экспериментальные наблюдения указывают на то, что наличие магнитных поверхностей (не обязательно вложенных) является обязательным условием существования ГАМ. В пристеночном слое плазмы (scrape-off layer — SOL) токамаков, характеризуемом отсутствием магнитных поверхностей (силовые линии замыкаются на стенку), характерные колебания электрического потенциала плазмы не обнаруживаются [23]. Между тем ГАМ присущи островной структуре магнитного поля — существует даже понятие ГАМ, индуцированной магнитным островом [24]. Общий вывод, следующий из сопоставления экспериментальных наблюдений ГАМ на токамаках и стеллараторах [25–27], заключается в том, что несмотря на существенные различия в магнитных конфигурациях этих ловушек, характеристики и частотные диапазоны ГАМ на них весьма близки. В рамках кинетического подхода закон дисперсии ГАМ в винтовых системах исследовался в серии работ [28–31], при этом было получено неявное

выражение для квадрата частоты ГАМ, записанное в терминах квадратов Фурье-составляющих напряженности магнитного поля.

Измеряемая частота ГАМ на токамаках описывается простейшим законом дисперсии (1) лишь качественно, причем особенно существенно отклонения от стандартного скейлинга проявляются на периферии плазменного шнура — см. сводку эмпирических поправочных коэффициентов к выражению (1) в обзоре [1]. Возникает вопрос, не может ли быть тороидальная гофрировка магнитного поля ответственна за наблюдаемые расхождения. Хотя амплитуда гофрировки в токамаках как правило мала (порядка нескольких процентов), из-за большого тороидального градиента (номер тороидальной гармоники гофрировки преимущественно определяется числом магнитных катушек) эффект гофрировки может быть существенен для ГАМ ввиду принципиальной роли неоднородности поля в процессе колебаний.

В настоящей работе представлено развитие магнитогидродинамической (МГД) теории сплошного спектра ГАМ в тороидальной плазме с учетом возможной осевой асимметрии магнитных поверхностей, их гофрировки. Рассмотрение проведено с использованием идеальной одножидкостной МГД-модели плазмы в электростатическом пределе, в котором пренебрегается возмущениями магнитного поля. В этом же приближении было получено классическое выражение (1).

Ключевым моментом при аналитическом рассмотрении трехмерных магнитных конфигураций является способ задания магнитного поля. Дело в том, что в осесимметричном случае ( $\partial\Psi/\partial\varphi \neq 0$ ,  $\Psi$  — магнитная поверхность,  $\varphi$  — тороидальный угол) стандартное смешанное представление для магнитного поля,  $\mathbf{B} = [\nabla\Psi \times \nabla\varphi] + F\nabla\varphi$ , традиционно используемое при анализе колебаний и волн в токамаке, не удовлетворяет ни условию соленидальности,  $\nabla \cdot \mathbf{B}$ , ни условию существования магнитной поверхности,  $\mathbf{B} \cdot \nabla\Psi = 0$ . Вместо смешанного представления в настоящей работе использовано потоковое представление [32], тождественно удовлетворяющее обоим условиям для осесимметричной магнитной поверхности, и откалиброванное таким образом, чтобы сохранить принципиальный для существования ГАМ эффект геодезической кривизны магнитного поля.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 получены уравнения, описывающие сплошной спектр ГАМ, свободные от предположения об осевой симметрии магнитных поверхностей. В разд. 3 представлено явное выражение для магнитного поля. Для случая круглой гофрированной магнитной поверхности рассчитана геодезическая кривизна магнитных силовых линий — параметр, ответственный за зацепление возмущений давления и электрического потенциала в колебаниях ГАМ. В разд. 4 получено выражение для частоты сплошного спектра ГАМ в токамаке с большим аспектным отношением. Проанализирована степень влияния трехмерных эффектов на частоту ГАМ в типичных условиях современных экспериментов на токамаках. Основные выводы представлены в заключении.

## 2. МГД-УРАВНЕНИЯ СПЛОШНОГО СПЕКТРА ГАМ, ДОПУСКАЮЩИЕ ОСЕВУЮ АСИММЕТРИЮ МАГНИТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В рамках идеальной одножидкостной МГД-модели возмущения статической плазмы описываются следующей системой линеаризованных уравнений [33]:

$$-i\omega\rho\mathbf{v}' = -\nabla p' + \frac{1}{c}[\mathbf{j}' \times \mathbf{B}], \quad (2)$$

$$[\mathbf{v}' \times \mathbf{B}] = c\nabla\phi', \quad (3)$$

$$-i\omega p' + \Gamma p \nabla \cdot \mathbf{v}' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p = 0, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j}' = 0. \quad (5)$$

Уравнение (2) описывает движение плазмы, уравнение (3) соответствует условию потенциальности колебаний, уравнение (4) есть линеаризованное уравнение адиабаты совместно с уравнением непрерывности, (5) — условие квазинейтральности возмущений. Все обозначения стандартные:  $\rho$  — плотность плазмы,  $p$  — давление,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости,  $\mathbf{B}$  — магнитное поле,  $\mathbf{j}$  — плотность тока,  $\phi$  — потенциал электрического поля,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\Gamma$  — показатель адиабаты,  $\omega$  — частота возмущений, зависимость от времени  $t$  для которых предполагается в виде  $\sim \exp(-i\omega t)$ . Возмущенные величины отмечены “штрихом”. Используется система единиц СГС.

Далее используем некоторые общие следствия равновесия плазмы в системе магнитных поверхностей (в общем случае осесимметричных), формализуемых условием  $\mathbf{B} \cdot \nabla\Psi = 0$ ,

где  $\Psi = \Psi(R, \phi, Z)$  — магнитная поверхность. Здесь и далее используется цилиндрическая система координат  $\{R, \phi, Z\}$ , связанная с геометрическим центром тора.

Из уравнения (3), в частности, следует, что возмущение потенциала является функцией магнитной поверхности,  $\phi' = \phi'(\Psi)$ , и  $\mathbf{v}' \cdot \nabla\Psi = 0$ . Тогда выражение для возмущенной скорости имеет вид

$$\mathbf{v}' = \frac{c}{B^2} \frac{d\phi'}{d\Psi} [\mathbf{B} \times \nabla\Psi] + \frac{v'_{\parallel}}{B} \mathbf{B}, \quad (6)$$

где  $v'_{\parallel}$  — возмущение продольной скорости.

Подставляя выражение (6) в (2), приходим к уравнению

$$-\frac{i\omega\rho c}{B^2} \frac{d\phi'}{d\Psi} [\mathbf{B} \times \nabla\Psi] - \frac{i\omega\rho v'_{\parallel}}{B} \mathbf{B} = -\nabla p' + \frac{1}{c}[\mathbf{j}' \times \mathbf{B}],$$

из которого следуют выражения для возмущений продольной скорости

$$v'_{\parallel} = -i \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla p'}{\omega\rho B}$$

и плотности поперечного тока

$$\mathbf{j}'_{\perp} = \frac{c}{B^2} [\mathbf{B} \times \nabla p'] + \frac{i\omega\rho c^2}{B^2} \frac{d\phi'}{d\Psi} \nabla\Psi.$$

Исключая  $\mathbf{v}'$  из (4) с использованием двух следствий силового баланса в состоянии равновесия,  $p = p(\Psi)$  и  $\nabla \times \mathbf{B} \cdot \nabla\Psi = 0$ , приходим к уравнению, описывающему связь между колебаниями давления плазмы и электрического поля:

$$\omega^2 p' + \frac{\Gamma p}{\rho} \mathbf{B} \cdot \nabla \left( \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla p'}{B^2} \right) + i\omega c \Gamma p \frac{d\phi'}{d\Psi} [\mathbf{B} \times \nabla\Psi] \cdot \nabla \frac{1}{B^2} = 0. \quad (7)$$

Уравнение (5) усредним по магнитной поверхности согласно правилу

$$\langle A \rangle = \frac{\oint JA(\mathbf{r})d\theta d\phi}{\oint Jd\theta d\phi},$$

где  $A$  — некоторая произвольная функция координат,  $J = ([\nabla\Psi \times \nabla\phi] \cdot \nabla\theta)^{-1}$  — якобиан перехода от цилиндрических координат  $\{R, \phi, Z\}$  к координатам  $\{\Psi, \phi, \theta\}$ , связанным с магнитной поверхностью,  $\theta$  — полоидальный угол. С использованием известных тождеств:  $\langle \mathbf{B} \cdot \nabla A \rangle = 0$ ,  $\langle \nabla\Psi \cdot \nabla \times \mathbf{A} \rangle = 0$  и  $\langle \nabla \cdot \mathbf{A} \rangle = d\langle \mathbf{A} \cdot \nabla\Psi \rangle / d\Psi$  ( $\mathbf{A}$  — произвольный вектор) и с учетом полученного выражения для плотности поперечного тока уравнение (5) сводится к условию

$$\frac{d}{d\Psi} \oint J \left( p' [\mathbf{B} \times \nabla \Psi] \cdot \nabla \frac{1}{B^2} + \frac{i\omega_{cp} |\nabla \Psi|^2}{B^2} \frac{d\phi'}{d\Psi} \right) d\theta d\phi = 0, \quad (8)$$

причем для описания локализованных мод сплошного спектра достаточно потребовать равенство нулю самого интеграла, стоящего под знаком производной  $d/d\Psi$ .

Уравнения (7), (8) составляют итоговую систему уравнений для описания спектра локализованных ГАМ в системе магнитных поверхностей. Возмущения давления,  $p'$ , и электрического поля,  $\sim d\phi'/d\Psi$ , зацеплены через параметр  $[\mathbf{B} \times \nabla \Psi] \cdot \nabla 1/B^2$ , пропорциональный геодезической кривизне магнитных силовых линий.

Уравнения (7), (8) сводятся к системе уравнений, полученной ранее в работе [10] для описания спектра ГАМ в некруглой плазме осесимметричного токамака, при замене члена  $[\mathbf{B} \times \nabla \Psi] \cdot \nabla 1/B^2$  на  $F\mathbf{B} \cdot \nabla(1/B^2)$ , справедливой только в осесимметричном случае для магнитного поля вида  $\mathbf{B} = [\nabla\phi \times \nabla\Psi] + F\nabla\phi$ .

Частота сплошного спектра ГАМ определяется из условия совместности уравнений (7) и (8) при заданном магнитном поле  $\mathbf{B}$ .

### 3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ С ТОРОИДАЛЬНОЙ ГОФРИРОВКОЙ

Для описания поля с осесимметричными магнитными поверхностями используем разложение вектора  $\mathbf{B}$  по контравариантному базису

$$\mathbf{B} = [\nabla\Psi \times \nabla\phi] - s(\Psi, \theta)[\nabla\Psi \times \nabla\theta], \quad (9)$$

где  $s(\Psi, \theta)$  — некоторая функция магнитной поверхности и полоидального угла. Наличие функции  $s$  в представлении (9) не нарушает условия соленоидальности магнитного поля ( $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ), при этом дарует свободу в функциональной зависимости тороидального магнитного поля от полоидального угла. Условие того, что  $\Psi$  является магнитной поверхностью, для поля вида (9) выполняется по построению ( $\mathbf{B} \cdot \nabla\Psi = 0$ ).

В плоскости  $\phi = \text{const}$  введем “полярный” радиус  $r = \sqrt{(R - R_0)^2 + Z^2}$  и стандартным образом определим полоидальный угол как  $\theta = \text{atan}(Z / (R - R_0))$ , где  $R_0$  — радиус магнитной оси или большой радиус токамака.

Рассмотрим функцию  $\Psi$  вида

$$\Psi(r, \phi, \theta) = \frac{B_a \tilde{r}^2}{2q}, \quad (10)$$

где роль метки магнитной поверхности выполняет комбинация  $\tilde{r} = r\sqrt{1 + \delta(r, \theta)\cos n\phi}$ . Величина  $\delta$  обозначает амплитуду гофрировки, характеризующую отношение  $(B_{\max} - B_{\min}) / (B_{\max} + B_{\min})$ , где  $B_{\max}$  — максимум модуля поля,  $B_{\min}$  — минимум модуля поля на тороидальном обводе тора;  $n$  — гармоника гофрировки. В общем случае амплитуда гофрировки,  $\delta$ , зависит от радиуса и от полоидального угла. При переходе к случаю осевой симметрии  $\delta \rightarrow 0$ , и выражение для магнитной поверхности приобретает стандартный вид  $\Psi = B_a r^2 / (2q)$ , где  $B_a$  — поле на магнитной оси токамака. Поскольку данная работа преимущественно ориентирована на исследование эффекта тороидальной асимметрии магнитного поля в токамаке, для характеристики вращательного преобразования магнитных силовых линий в (10) используется коэффициент запаса устойчивости  $q$ .

Функцию  $s$  определим из условия, что тороидальное магнитное поле в тороидальной системе пропорционально  $\sim 1/R$ . Тогда

$$s = \frac{q}{1 + \tilde{r} \cos \theta / R_0}.$$

Компоненты магнитного поля (9) в явном виде выписываются как

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{\varepsilon B_a}{2(1 + \varepsilon \cos \theta)} \left( \frac{n\delta \sin n\phi}{1 + \tilde{\varepsilon} \cos \theta} - \frac{\cos n\phi}{q} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right), \\ B_\theta &= \frac{\varepsilon B_a}{q(1 + \varepsilon \cos \theta)} \left( 1 + \left( \delta + \frac{r}{2} \frac{\partial \delta}{\partial r} \right) \cos n\phi \right), \\ B_\phi &= \frac{B_a}{(1 + \tilde{\varepsilon} \cos \theta)} \left( 1 + \left( \delta + \frac{r}{2} \frac{\partial \delta}{\partial r} \right) \cos n\phi \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь введен малый параметр  $\varepsilon = r / R_0 \ll 1$  пропорциональный обратному аспектному отношению токамака и также используется аналогичное обозначение  $\tilde{\varepsilon} = \tilde{r} / R_0$ , атрибутированное к метке магнитной поверхности. Далее также будем полагать, что амплитуда гофрировки магнитного поля  $\left( \delta + \frac{r}{2} \frac{\partial \delta}{\partial r} \right)$  мала, так что  $\delta \sim \kappa \varepsilon$ , где  $\kappa \lesssim 1$  (стандартный ордеринг в токамаке предполагает  $\delta \sim \varepsilon^2$ , однако учитывая, что  $\delta$  может войти в уравнения в комбинации с высокими  $n$ , мы будем удерживать слагаемые  $\sim \delta$  наравне с  $\sim \varepsilon$ ). Всюду далее будем удерживать члены порядка  $\varepsilon^2$ , но пренебрегать слагаемыми  $\sim \varepsilon^2 / q^2$  (отношение квадратов полоидального и тороидального полей).



Введенная посредством выражения (10) тороидальная неоднородность магнитной поверхности приводит к гофрировке тороидального и полоидального магнитных полей, а также к появлению радиальной (по малому радиусу) компоненты магнитного поля. С точностью до членов  $\sim \epsilon \delta$  величина  $B_\phi$ , заданная (11), совпадает с выражением [34].

В отмеченных приближениях получаем выражение для члена, характеризующего геодезическую кривизну силовых линий магнитного поля:

$$[\mathbf{B} \times \nabla \Psi] \cdot \nabla \frac{1}{B^2} = \frac{2\tilde{\epsilon} \sin \theta}{q} + \frac{(1 + \tilde{\epsilon} \cos \theta) \cos n\phi}{q \left( 1 + \cos n\phi \left( \delta + \frac{r}{2} \frac{\partial \delta}{\partial r} \right) \right)} \times \\ \times \left( 2 \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos n\phi \frac{\partial \delta}{\partial \theta} r \frac{\partial}{\partial r} \right) \left( \delta + \frac{r}{2} \frac{\partial \delta}{\partial r} \right). \quad (12)$$

В отличие от осесимметричного случая в выражение (12) помимо стандартного (первого) слагаемого, зависящего от метки магнитной поверхности  $\tilde{\epsilon} \sim \sqrt{\Psi}$  и синусной гармоники полоидального угла, входит дополнительная составляющая, содержащая явную зависимость от  $\phi$ , наличие которой обусловлено полоидальной неоднородностью амплитуды гофрировки магнитного поля.

#### 4. СПЛОШНОЙ СПЕКТР ГАМ В СИСТЕМЕ ОСЕНЕСИММЕТРИЧНЫХ МАГНИТНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Используем полученные выражения для вывода закона дисперсии ГАМ.

Тороидальная асимметрия магнитных поверхностей приводит к зацеплению тороидальных гармоник колебаний. Рассмотрим возмущения давления вида  $p' = p'(\Psi, \theta)$ , предполагая возможность явной зависимости  $p'$  от тороидального угла. Уравнение (7) при подстановке (12) сводится к виду

$$\omega^2 p' + \omega_s^2 \left( \frac{1}{q^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \theta^2} + \frac{2}{q} \frac{\partial^2 p'}{\partial \theta \partial \phi} + \frac{\partial^2 p'}{\partial \phi^2} \right) + \\ + \left( \frac{1}{q} \frac{\partial p'}{\partial \theta} + \frac{\partial p'}{\partial \phi} \right) \frac{\omega_s^2}{2r} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \left( n\delta \sin n\phi - \frac{1}{q} \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \cos n\phi \right) + (13) \\ + \frac{2i\omega \Gamma p}{q} \frac{d\phi'}{d\Psi} \left( \tilde{\epsilon} \sin \theta + \frac{\cos n\phi}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \right) \right) + \dots = 0,$$

где  $\omega_s^2 = \Gamma p / \rho R_0^2$  — квадрат звуковой частоты, ... соответствует слагаемым высших порядков

по  $\tilde{\epsilon}$  и  $\delta$ , которые для краткости здесь не выписываем.

Для нахождения явного вида тороидальных и полоидальных гармоник возмущений давления необходимо конкретизировать профиль амплитуды гофрировки. В общем случае  $\delta$  является сложной функцией полоидального угла и радиуса плазменного шнура, определяемой формой и положением магнитных катушек [35]. Для качественного описания эффекта используем упрощенную линейную зависимость

$$\delta = \delta_0 \left( 1 + k \frac{r}{a} \cos \theta \right), \quad (14)$$

описывающую спад амплитуды гофрировки при переходе с внешнего обвода тора на внутренний. Здесь  $\delta_0$  определяет амплитуду гофрировки на магнитной оси токамака, параметр  $k$  характеризует градиент спада,  $a$  — малый радиус токамака. При  $k = 2/3$  на внутреннем обводе тора гофрировка магнитного поля равна нулю.

Будем искать решение уравнения (13) с подстановкой (14) в виде  $p' = p'_0(\Psi, \theta) + \delta_0 p'_1(\Psi, \phi, \theta) + \delta_0^2 p'_2(\Psi, \phi, \theta)$ , откуда находим явные выражения для гармоник давления через возмущения потенциала (выписаны лишь те гармоники, которые вносят заметный вклад в закон дисперсии):

$$p'_0 = \bar{p}_0 \sin \theta, \quad \bar{p}_0 = -\frac{2i\omega \Gamma p \tilde{\epsilon}}{q(\omega^2 - \omega_s^2 / q^2)} \frac{d\phi'}{d\Psi}, \quad (15)$$

$$p'_1 = \bar{p}_{1c} \sin \theta \cos n\phi, \quad (16)$$

$$\bar{p}_{1c} = \frac{i\omega \Gamma p}{q \left( (\omega^2 - n^2 \omega_s^2 - \omega_s^2 / q^2)^2 - 4n^2 \omega_s^4 / q^2 \right)} \frac{d\phi'}{d\Psi} \times \\ \times \left( 3 \frac{k\tilde{r}}{a} (\omega^2 - n^2 \omega_s^2 - \omega_s^2 / q^2) + 4 \frac{n^2}{q^2} \frac{\tilde{\epsilon} \omega_s^4}{\omega^2 - \omega_s^2 / q^2} \right),$$

$$p'_2 = \bar{p}_{20} \sin \theta, \quad (17) \\ \bar{p}_{20} = -\frac{3}{2} \frac{k\tilde{r}}{a} \frac{i\omega \Gamma p}{q(\omega^2 - \omega_s^2 / q^2)} \frac{d\phi'}{d\Psi} \times \\ \times \left( \frac{3}{2} - \frac{n^2 \omega_s^2 (\omega^2 - n^2 \omega_s^2 + \omega_s^2 / q^2)}{(\omega^2 - n^2 \omega_s^2 - \omega_s^2 / q^2)^2 - 4n^2 \omega_s^4 / q^2} \right).$$

Теперь, интегрируя (8) по тороидальному и полоидальному углам при постоянной  $\Psi$  и пренебрегая слагаемыми  $\sim \tilde{\epsilon}^2 \delta^2$ , имеем

$$\frac{\tilde{\epsilon}}{q} \bar{p}_0 - \frac{\delta_0^2}{q} \left( \frac{3}{4} \frac{k\tilde{r}}{a} \left( \bar{p}_{1c} - \frac{5}{2} \bar{p}_0 \right) + \tilde{\epsilon} \left( \frac{1}{2} \bar{p}_{1c} - \bar{p}_{20} \right) \right) + \\ + i\omega_{cp} \frac{\tilde{r}^2}{q^2} \left( 1 + \frac{3}{2} \tilde{\epsilon}^2 \right) \frac{d\phi'}{d\Psi} = 0,$$

$$\omega^2 = \omega_s^2 \left( 2 + \frac{1}{q^2} - 3\tilde{\epsilon}^2 - \frac{9\delta_m^2}{2(3/2k+1)^2(n^2-2)^2-4n^2/q^2} \right) \times \\ \times \left( \left( \frac{kR_0}{a} \right)^2 (n^2-2) - \frac{1}{3} \frac{kR_0}{a} \left( 5(n^2-2)^2 - 16 \frac{n^2}{q^2} \right) \right). \quad (19)$$

что после подстановки (15)–(17) дает искомый закон дисперсии ГАМ

$$\omega^2 \left( 1 + \frac{3}{2} \tilde{\epsilon}^2 \right) - 2\omega_s^2 - \frac{\omega_s^2}{q^2} - \frac{9\delta_0^2}{4} \times \\ \times \frac{\omega_s^2}{\left( \omega^2 - \omega_s^2/q^2 - n^2\omega_s^2 \right)^2 - 4n^2/q^2\omega_s^4} \times \\ \times \left( \frac{k^2 R_0^2}{a^2} \left( \omega^2 - \frac{\omega_s^2}{q^2} \right) \left( \omega^2 - \frac{\omega_s^2}{q^2} - n^2\omega_s^2 \right) + \right. \quad (18) \\ \left. + \frac{2}{3} \frac{kR_0}{a} \left( 5 \left( \omega^2 - \frac{\omega_s^2}{q^2} - n^2\omega_s^2 \right)^2 - 16 \frac{n^2}{q^2} \omega_s^4 \right) \right) = 0.$$

При нулевой амплитуде гофрировки,  $\delta_0 = 0$ , уравнение (18) сводится к известному выражению для частоты ГАМ с учетом конечного обратного аспектного отношения [10]. Будем искать решение уравнения (18) вблизи этой частоты, полагая  $\omega^2 = \omega_s^2(2 + 1/q^2 - 3\tilde{\epsilon}^2 + \delta_0^2\alpha)$ , где  $\alpha$  – поправка к квадрату частоты, обусловленная гофрировкой. В итоге имеем

Выражение (19) представляет собой модификацию частоты ГАМ с учетом гофрировки магнитного поля, характеризуемой номером тороидальной гармоники  $n$  и параметром  $k$ , определяющим неоднородность гофрировки внутри пламенного шнура согласно формуле (14). Вместо величины  $\delta_0$  в (19) используется  $\delta_m = (3/2k + 1)\delta_0$  – максимальная амплитуда гофрировки магнитного поля на внешнем обводе тора – величина известная из эксперимента.

Как уже отмечалось ранее, в рассматриваемых приближениях вклад гофрировки в дисперсию ГАМ связан с неоднородностью ее амплитуды в полоидальном сечении плазменного шнура. Амплитуда гофрировки входит в закон дисперсии в произведении с аспектным отношением токамака. Это отражает соотношение между эффектом гофрировки и эффектом тороидальной кривизны магнитного поля, служащей триггером для колебательного процесса ГАМ. Величина  $\alpha$ , характеризующая эффект гофрировки, растет с ростом аспектного отношения, но при высоких  $n$

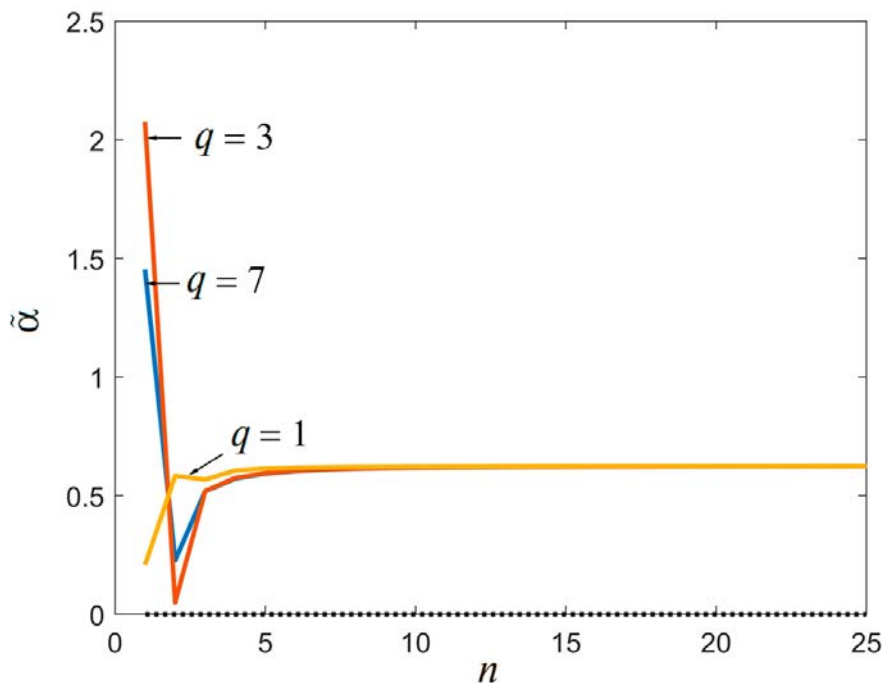


Рис. 1. Зависимость величины  $\tilde{\alpha} = \alpha(n) / \alpha(0)$  от  $n$  при разных значениях  $q$ ,  $R_0/a = 3$ .

от  $n$  не зависит. Формальная зависимость  $\alpha(n)$  как от непрерывной переменной представлена на рис. 1.

Оценим количественное влияние эффектов тороидальной асимметрии магнитного поля на частоту ГАМ, используя экспериментальные и прогнозируемые данные по гофрировке магнитного поля на токамаках. Для этого рассчитаем разницу между частотой моды в присутствии и без ( $\delta_m = 0$ ) тороидальной гофрировки, используя формулу (19):  $\Delta = |\omega - \omega(\delta_m = 0)| / \omega(\delta_m = 0) \times 100\%$ . В расчетах будем полагать  $k = 2/3$ ,  $\tilde{\epsilon} = a/R_0$ ,  $q = 5$ ; номер тороидальной гармоники  $n$  положим равным числу катушек тороидального поля.

Амплитуда тороидальной гофрировки магнитного поля в токамаке преимущественно определяется числом катушек тороидального поля и может составлять от десятой доли процента до почти десяти процентов. С увеличением числа катушек амплитуда гофрировки падает.

В токамаке T-10 число магнитных катушек относительно невелико,  $n = 16$ , что приводит к заметной гофрировке магнитного поля на периферии плазмы,  $\delta_m \sim 3\%$  [36]. При этом, подставляя эти параметры в формулу (19), находим  $\Delta \sim 0.15\%$ . Таким образом, влияние гофрировки на частоту ГАМ пренебрежимо мало.

Аналогичный вывод справедлив и для других крупных токамаков, что отражено в табл. 1.

В табл. 1 также приведено значение отношения тороидально неоднородного возмущения давления плазмы ( $\sim \cos n\phi$ ) к его осесимметричной составляющей:

$$\frac{\bar{p}_{1c}}{\bar{p}_0} \approx \frac{\delta_m}{(3/2k + 1)((n^2 - 2)^2 - 4n^2 / q^2)} \times \left( 3 \frac{kR_0}{a} (n^2 - 2) - 2 \frac{n^2}{q^2} \right).$$

Видно, что несмотря на формальное зацепление колебаний электрического потенциала

плазмы с  $n$ -й тороидальной гармоникой колебаний давления, описываемое (16), величина последней оказывается весьма малой, что сильно затрудняет возможность ее регистрации на эксперименте.

Таким образом, мы продемонстрировали, что осевая асимметрия магнитного поля, обусловленная дискретностью магнитных катушек, в крупных токамаках не оказывает сколь-нибудь заметного влияния на частоту и структуру ГАМ.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что теория ГАМ, построенная для идеализированной модели осесимметричного токамака, пригодна для описания колебаний в реальных условиях эксперимента, когда тороидальное магнитное поле создается дискретным набором магнитных катушек. Показано, что основное отличие закона дисперсии ГАМ от стандартного выражения (1) связано не столько с гофрировкой как таковой, а с ее полоидальной неоднородностью.

Тороидальная гофрировка магнитных поверхностей в установках с большим аспектным отношением приводит к появлению дополнительного слагаемого в выражении для кривизны магнитного поля (12), содержащего явную зависимость от тороидального угла. Физически это означает, что колебания электрического потенциала плазмы, постоянного на магнитной поверхности, “зацепляются” с  $n$ -ми тороидальными гармониками возмущений давления, где  $n$  соответствует гармонике гофрировки. Однако при больших  $n$ , как амплитуда тороидально неоднородного возмущения давления (16), так и соответствующий ей вклад в закон дисперсии ГАМ (18), оказываются пренебрежимо малыми.

Сколько-нибудь заметного влияния осевой несимметрии магнитной конфигурации на спектр ГАМ можно ожидать лишь для низких значений  $n$ .

**Таблица 1.** Оценка эффекта гофрировки магнитного поля на частоту ГАМ для различных токамаков

Токамак	$\delta_m, \%$	$n$	$R_0 / a$	$\Delta, \%$	$\bar{p}_{1c} / \bar{p}_0$
T-10 [36]	3	16	5	0.15	$6 \times 10^{-4}$
Tore Supra [37]	7	18	3.3	0.57	$7 \times 10^{-4}$
JET [38]	0.08	32	3	$7 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-6}$
ИТЭР [39]	0.5	18	3.1	$3 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-5}$



Подобные крупномасштабные отклонения от осевой симметрии свойственны токамакам, снабженным катушками для подавления ELM (от англ. Edge Localized Modes) [40], а также для экспериментов с тестовыми модулями бланкета [41]. В этом случае вклад тороидальной асимметрии в дисперсию ГАМ будет пропорционален величине  $(\delta_m R_0 / a)^2$ .

Отметим, что амплитуда гофрировки нелинейным образом связана с количеством катушек тороидального магнитного поля. Так, расчеты для параметров магнитной системы ИТЭР [42] предсказывают более чем двадцатикратный рост амплитуды гофрировки магнитного поля в случае уменьшения числа магнитных катушек с 16 до 8.

Указанные выше результаты получены с использованием относительно простой линейной зависимости амплитуды гофрировки от большого радиуса тора. Более резкий рост указанной амплитуды при переходе со внутреннего на внешний обвод тора, встречающийся в модельных расчетах (см., например, [36]), потенциально может повысить влияние гофрировки на спектр ГАМ, но вряд ли можно ожидать качественного усиления эффекта.

Специального рассмотрения требует оценка эффекта гофрировки в сферических токамаках, для которых необходим учет высших слагаемых разложения по обратному аспектному отношению.

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ “Курчатовский институт”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Conway G.D., Smolyakov A.I., Ido T. // Nucl. Fusion. 2022. V. 62. P. 013001.  
DOI: 10.1088/1741-4326/ac0dd1.
2. Diamond P.H., Itoh S.-I., Itoh K., Hahm T.S. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. V. 47. P. R35.  
DOI: 10.1088/0741-3335/47/5/R01.
3. Fasoli A., Testa D., Sharapov S., Berk H.L., Breizman B., Gondhalekar A., Heeter R.F., Mantsinen M. and contributors to the EFDA-JET Workprogramme // Plasma Phys. Control. Fusion. 2002. V. 44. P. B159.  
DOI: 10.1088/0741-3335/44/12B/312.
4. Itoh S.-I., Itoh K., Sasaki M., Fujisawa A., Ido T., Nagashima Y. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2007. V. 49. P. L7.  
DOI: 10.1088/0741-3335/49/8/L01.
5. Itoh S.-I., Nishimura S., Itoh K., Fujisawa A., Nagashima Y., Inagaki S. // Plasma Fusion Res. 2009. V. 4. P. 014.  
DOI: 10.1585/pfr.4.014.
6. Winsor N., Johnson J.L., Dawson J.M. // Phys. Fluids. 1968. V. 11. P. 2448.  
DOI: 10.1063/1.1691835.
7. Сковорода А.А., Сорокина Е.А. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 937.  
DOI: 10.1134/S0367292118110100.
8. Shi B.-R., Li J.-Q., Dong J.-Q. // Chinese Phys. Lett. 2005. V. 22. P. 1179.
9. Wahlberg C., Graves J.P. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2016. V. 58. P. 075014.  
DOI: 10.1088/0741-3335/58/7/075014.
10. Сорокина Е.А., Лахин В.П., Коновальцева Л.В., Ильгисонис В.И. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 231.  
DOI: 10.7868/S036729211703012X.
11. Wang S. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. P. 085002.  
DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.085002;  
P. 129902 (erratum).  
DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.129902.
12. Wahlberg C. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. P. 115003.  
DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.115003.
13. Wahlberg C. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. V. 51. P. 085006.  
DOI: 10.1088/0741-3335/51/8/085006.
14. Lakhin V.P., Ilgisonis V.I., Smolyakov A.I. // Phys. Lett. A. 2010. V. 374. P. 4872.  
DOI: 10.1016/j.physleta.2010.10.012.
15. Ilgisonis V.I., Lakhin V.P., Smolyakov A.I., Sorokina E.A. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2011. V. 53. P. 065008.  
DOI: 10.1088/0741-3335/53/6/065008.
16. Lakhin V.P., Ilgisonis V.I. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 092103.  
DOI: 10.1063/1.3628302.
17. Haverkort J.W., de Blank H.J., Koren B. // J. Comput. Phys. 2012. V. 231. P. 981.  
DOI: 10.1016/j.jcp.2011.03.016.
18. Ильгисонис В.И., Коновальцева Л.В., Лахин В.П., Сорокина Е.А. // Физика плазмы. 2014. Т. 40. С. 955.  
DOI: 10.7868/S0367292114110031.
19. Лахин В.П., Сорокина Е.А., Ильгисонис В.И., Коновальцева Л.В. // Физика плазмы. 2015. Т. 41. С. 1054.  
DOI: 10.7868/S0367292115120070.
20. Ren H. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 044505.  
DOI: 10.1063/1.4873383.

21. *Lakhin V.P., Sorokina E.A.* // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. 072111.  
DOI: 10.1063/1.5037343.
22. *Ляхин В.П., Сорокина Е.А.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 195.  
DOI: 10.1134/S0367292119020069.
23. *Melnikov A.V., Vershkov V.A., Eliseev L.G., Grashin S.A., Gudozhnik A.V., Krupnik L.I., Lysenko S.E., Mavrin V.A., Perfilov S.V., Shelukhin D.A., Soldatov S.V., Ufimtsev M.V., Urazbaev A.O., Van Oost G., Zimeleva L.G.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. V. 48. P. S87.  
DOI: 0.1088/0741-3335/48/4/S07.
24. *Ishizawa A., Kishimoto Y., Nakamura Y.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. P. 054006.  
DOI: 10.1088/1361-6587/ab06a8.
25. *Fujisawa A., Itoh K., Shimizu A., Nakano H., Ohshima S., Iguchi H., Matsuoka K., Okamura S., Itoh S.-I., Diamond P.H.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. V. 48. P. S31.  
DOI: 10.1088/0741-3335/48/4/S03.
26. *Fujisawa A., Shimizu A., Nakano H., Ohshima S., Itoh K., Nagashima Y., Itoh S.-I., Iguchi H., Yoshimura Y., Minami T., Nagaoka K., Takahashi C., Kojima M., Nishimura S., Isobe M., Suzuki C., Akiyama T., Ido T., Matsuoka K., Okamura S., Diamond P.H.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2007. V. 49. P. 211.  
DOI: 10.1088/0741-3335/49/3/002.
27. *Fujisawa A., Itoh K., Shimizu A., Nakano H., Ohshima S., Iguchi H., Matsuoka K., Okamura S., Minami T., Yoshimura Y., Nagaoka K., Ida K., Toi K., Takahashi C., Kojima M., Nishimura S., Isobe M., Suzuki C., Akiyama T., Ido T., Nagashima Y., Itoh S.-I., Diamond P.H.* // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. P. 055906.  
DOI: 10.1063/1.2889012.
28. *Watari T., Hamada Y., Fujisawa A., Toi K., Itoh K.* // Phys. Plasmas. 2005. V. 12. P. 062304.  
DOI: 10.1063/1.1922807.
29. *Watari T., Hamada Y., Nishizawa A., Notake T., Takeuchi N.* // Plasma Sci. Technol. 2006. V. 8. P. 105.
30. *Watari T., Hamada Y., Notake T., Takeuchi N., and Itoh K.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 062504.  
DOI: 10.1063/1.2206170.
31. *Watari T., Hamada Y., Nishizawa A., Todoroki J.* // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. P. 112512.  
DOI: 10.1063/1.2805441.
32. *Ильгисонис В.И., Сковорода А.А.* // ЖЭТФ. 2010. Т. 137. С. 1018.  
DOI: 10.1134/S1063776110050201.
33. *Hassam A.B., Drake J.F.* // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 4022.  
DOI: 10.1063/1.860622.
34. *Юшманов П.Н.* Вопросы теории плазмы / Под ред. академика Б.Б. Кадомцева. М.: Энергоатомиздат, 1987. Вып. 16. С. 102.
35. *Грибов Ю.В., Цаун С.В., Юшманов П.Н.* Препринт ИАЭ-3681/7. М.: Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова, 1982.
36. *Melnikov A.V., Eliseev L.G., Perfilov S.V., Andreev V.F., Grashin S.A., Dyabilin K.S., Chudnovskiy A.N., Isaev M.Yu., Lysenko S.E., Mavrin V.A., Mikhailov M.I., Ryzhakov D.V., Shurygin R.V., Zenin V.N. and the T-10 Team* // Nucl. Fusion. 2013. V. 53. P. 093019.  
DOI: 10.1088/0029-5515/53/9/093019.
37. *Trier E., Eriksson L.-G., Hennequin P., Fenzi C., Bourdelle C., Falchetto G., Garbet X., Aniel T., Claret F., Sabot R.* // Nucl. Fusion. 2008. V. 48. P. 092001.  
DOI: 10.1088/0029-5515/48/9/092001.
38. *Crombé K., Andrew Y., Biewer T.M., Blanco E., de Vries P.C., Giroud C., Hawkes N.C., Meigs A., Tala T., von Hellermann M., Zastrow K.-D. and JET EFDA Contributors* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. V. 51. P. 055005.  
DOI: 10.1088/0741-3335/51/5/055005.
39. *Fasoli A., Gormenzano C., Berk H.L., Breizman B., Briguglio S., Darrow D.S., Gorelenkov N., Heidbrink W.W., Jaun A., Konovalov S.V., Nazikian R., Noterdaeme J.-M., Sharapov S., Shinohara K., Testa D., Tobita K., Todo Y., Vlad G., Zonca F.* // Nucl. Fusion. 2007. V. 47. P. S264.  
DOI: 10.1088/0029-5515/47/6/S05.
40. *In Y., Park J.-K., Jeon Y.M., Kim J., Park G.Y., Ahn J.-W., Loarte A., Ko W.H., Lee H.H., Yoo J.W., Juhn J.W., Yoon S.W., Park H. and 3D Physics Task Force in KSTAR* // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. P. 116054.  
DOI: 10.1088/1741-4326/aa791c.
41. *Shinohara K., Kurki-Suonio T., Spong D., Asunta O., Tani K., Strumberger E., Briguglio S., Koskela T., Vlad G., Günter S., Kramer G., Putvinski S., Hamamatsu K. and ITPA Topical Group on Energetic Particles* // Nucl. Fusion. 2011. V. 51. P. 063028.  
DOI: 10.1088/0029-5515/51/6/063028.
42. *Mahdavi-pour B., Salar Elahi A., Ghoranneviss M.* // J. Inorg. Organomet. Polym. 2016. V. 26. P. 439.  
DOI: 10.1007/s10904-015-0325-z.

## ON THE APPLICABILITY OF GAM THEORY TO REAL TOKAMAKS WITH RIPPLED MAGNETIC FIELDS

**E. A. Sorokina<sup>a, \*</sup>**

*<sup>a</sup>National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123098, Russia*

*\*e-mail: Sorokina\_EA@nrcki.ru*

The influence of the toroidal magnetic field ripples on the spatial structure and frequency of the geodesic acoustic mode (GAM) in tokamak plasma has been investigated. It is shown that the toroidal asymmetry of the magnetic configuration leads to coupling of oscillations of the GAM electric potential with toroidal and poloidal inhomogeneous perturbations of the plasma pressure. For tokamaks with a large aspect ratio, the GAM dispersion law is derived, taking the non-uniformity of the ripple in the tokamak cross-section into account. As the number of the toroidal field coils  $n$  increases, the effect of ripples ceases to depend on  $n$ . The applicability of the standard theory to finding the frequency and spatial structure of GAM in large tokamaks is shown.

*Keywords:* geodesic acoustic mode, tokamak, toroidal field ripples, MHD, continuous spectrum

УДК 533.9

## ОПТИМИЗАЦИЯ ДИВЕРТОРА TPT НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОДОМ SOLPS-ITER

© 2024 г. П. А. Молчанов<sup>a, b</sup>, П. С. Кудреватых<sup>a, b</sup>, Н. В. Штырхунов<sup>a, b</sup>,  
Е. Г. Кавеева<sup>a, b, \*</sup>, В. А. Рожанский<sup>a, b</sup>, И. Ю. Сениченков<sup>a, b</sup>

<sup>a</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

<sup>b</sup>Частное учреждение “ИТЭР-Центр”, Москва, Россия

\*e-mail: E.Kaveeva@spbstu.ru

Поступила в редакцию 12.09.2024 г.

После доработки 16.10.2024 г.

Принята к публикации 25.10.2024 г.

На основе моделирования анализируются возможные режимы работы дивертора и параметры пристеночной плазмы проектируемого токамака TPT. Показано, что при мощности на сепаратрисе 18 МВт, соответствующей приблизительно вдвое большей вложенной мощности, можно обеспечить низкую плотность потока тепла на пластины дивертора 5 МВт/м<sup>2</sup> при концентрации электронов на сепаратрисе менее  $7 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$  и эффективном заряде менее 2, что является реалистичным сценарием для этой установки. В случае повышения мощности на сепаратрисе возможен режим работы с более высокой тепловой нагрузкой на пластины дивертора, все еще остающейся в технологических пределах. Моделирование также показывает желательность увеличения расстояния между сепаратрисой и элементами камеры и преимущество работы с угловой конфигурацией внешнего дивертора по сравнению с “итероподобной”.

**Ключевые слова:** TPT, SOLPS-ITER, моделирование, токамак

**DOI:** 10.31857/S0367292124120028 **EDN:** EFNHTE

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В статье рассматриваются вопросы выбора магнитной конфигурации, конфигурации и формы дивертора и соотношения между напуском основного газа (дейтерия) и примеси в современном токамаке для проекта токамака TPT. Все эти вопросы взаимосвязаны и являются важными при проектировании любого нового токамака и выбора его режима работы [1–4]. Общая концепция TPT — классический токамак с D-образным сечением, близкий по характеристикам к JET, но с существенно большим магнитным полем, до 9 Тл, и со сверхпроводящими катушками внешнего магнитного поля, предназначенный для отработки реакторных технологий с вкладываемой в разряд мощностью более 30 МВт. В деталях целевые параметры плазмы, методы ее нагрева и диагностики, и направление исследований для токамака TPT рассмотрены

в работе [5], а конструкционные особенности камеры в работах [6, 7].

Для нормального функционирования токамака должно быть соблюдено несколько условий. Важнейшим из них является ограничение потока энергии из плазмы на поверхности в камере. Например, в проекте ИТЭР нагрузка на пластины дивертора, рассчитанная без учета отклонений от тороидальной симметрии за счет наклона плиток, составляющих поверхность дивертора, и других возможных факторов в стационарном режиме не должна превышать 10 МВт/м<sup>2</sup> [4]. Учет наклона плиток дает в расчетах для ИТЭР увеличение пиковой нагрузки на пластину приблизительно в полтора раза. В проекте TPT пиковая стационарная нагрузка не должна превышать 15 МВт/м<sup>2</sup>, поэтому в расчетах в приближении тороидальной симметрии было решено поставить требование аналогичное проекту ИТЭР, т. е. 10 МВт/м<sup>2</sup>. Стенки



вакуумной камеры не должны подвергаться большим потокам плазмы, поскольку они имеют менее интенсивное активное охлаждение и могут перегреваться при существенно меньших тепловых нагрузках. Что еще более важно, распыление материала стенок камеры происходит близко к границе удерживаемой плазмы и приводит к неконтролируемому поступлению в нее примеси.

На нагрузку на стенки камеры, общий режим работы дивертора и токамака в целом сильно влияет ширина обдирочного слоя (scrape off layer, SOL), т. е. области снаружи сепаратрисы (последней замкнутой магнитной поверхности), в которой существует плазма, и расстояние от сепаратрисы до стенки вакуумной камеры. Для нормальной работы дивертора ширина SOL, определяемая процессами переноса в плазме [9], должна быть меньше расстояния до стенки камеры. Тогда дивертор, как и задумано в его конструкции, несет основные нагрузки, а стенка вакуумной камеры остается защищенной. Положение сепаратрисы относительно стенок камеры и баффлов (конструкций на входе в дивертор, используемых для удержания в нем нейтрального газа) определяется магнитной конфигурацией. Можно сжать сепаратрису внутрь, увеличив расстояние между ней и стенкой камеры, но при этом уменьшится общий полезный объем удерживаемой плазмы, а вместе с ним и ток по плазме. При удалении плазмы от стенок камеры снижается положительный эффект от пассивных витков стабилизации, расположенных за этими стенками. Таким образом, существует некоторая оптимальная величина расстояния между сепаратрисой и стенками.

На нагрузку на диверторную пластину непосредственно влияет конфигурация самого дивертора, как с точки зрения угла, под которым потоки плазмы идут на пластину, так и с точки зрения направления вылета нейтральных атомов, появляющихся при нейтрализации ионов на пластине, и положения результирующей зоны ионизации. Дополнительная защита дивертора обеспечивается напуском излучающей примеси. Соотношение между напуском основного газа и примеси определяет давление плазмы на сепаратрисе, уровень излучения примесей, эффективный заряд плазмы во всем разряде.

Все эти вопросы рассматриваются ниже с помощью моделирования различных конфигураций ТРТ кодом SOLPS-ITER (версия 3.0.8) [8]. Эта версия кода (и близкие к ней) используется на

большинстве современных токамаков для моделирования пристеночной плазмы и интерпретации экспериментальных результатов, см., например, работы [2, 10–12]. Она была многократно верифицирована сравнением с экспериментом и является стандартным инструментом для оптимизации дивертора в больших проектируемых токамаках [4, 13]. В моделировании учтены дрейфы в неоднородных магнитных и электрических полях. Моделирование нейтральных атомов и молекул проводится методом Монте-Карло с помощью кода Eirene, включенного в пакет SOLPS-ITER, с учетом всех основных элементарных процессов, в том числе столкновений между нейтральными частицами.

## 2. ВЫБОР БАЗОВОЙ МАГНИТНОЙ КОНФИГУРАЦИИ И КОНФИГУРАЦИИ КАМЕРЫ

Базовая магнитная конфигурация ТРТ 2021–2022 гг., предложенная в работе [1], приводит к малому расстоянию  $R_{\text{SOL}} = 1.8$  см от сепаратрисы до магнитных поверхностей снаружи сепаратрисы, уже пересекающих элементы камеры токамака ( $R_{\text{SOL}}$  измеряется в экваториальной плоскости на внешнем обводе). В случае ТРТ этими элементами конструкции оказываются баффлы. За счет изменения размера баффлов без изменения магнитной конфигурации, этот размер может быть увеличен до  $R_{\text{SOL}} = 2.5$  см, однако дальнейшее увеличение невозможно из-за того, что магнитные поверхности пересекают верхнюю часть первой стенки камеры. Современные токамаки, близкие по параметрам к ТРТ, например JET, работают с расстоянием  $R_{\text{SOL}} \sim 10$  см [14]. Экспериментально продемонстрировано, что при уменьшении этого расстояния наблюдается перегрев стенок камеры и их повышенная эрозия. Поэтому первоначальный выбор магнитной конфигурации ТРТ является не оптимальным с точки зрения минимизации потоков тепла и частиц на первую стенку.

В настоящей работе в процессе оптимизации одновременно с изменением геометрии была изменена магнитная конфигурация путем (искусственного) сжатия линии сепаратрисы внутрь, что привело к увеличению ширины SOL, но при этом несколько уменьшились малый радиус центрального шнура и величина тока. Были рассмотрены конфигурации с  $R_{\text{SOL}} = 3.6, 4.6, 5.0$  см соответствующие току по плазме в 4.51, 4.48, 4.0 МА. Та-

кое уменьшение тока по сравнению с изначально планируемым значением 5 МА в проекте ТРТ представляется приемлемым. Процесс оптимизации конфигурации ТРТ, в том числе оптимизация формы сепаратрисы, представлен на рис. 1.

Расчеты показывают, что при увеличении  $R_{\text{SOL}}$  уменьшается не только нагрузка на первую стенку. Пиковая мощность, приходящая на пластину, температуры электронов и ионов в случае с большим  $R_{\text{SOL}}$  оказываются существенно меньшими, чем с малыми  $R_{\text{SOL}}$ , что для работы диверторных пластин крайне благоприятно. Это происходит благодаря увеличению объема диверторной области, в котором происходит переизлучение энергии.

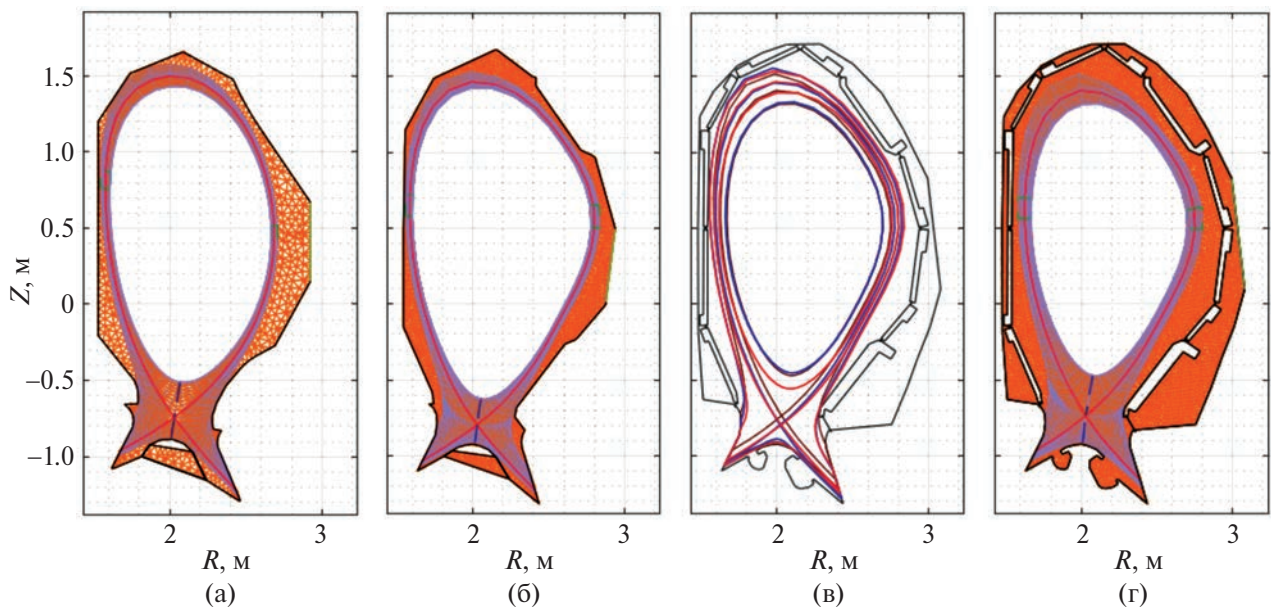
Более широкий SOL приводит к значительному снижению полных потоков тепла на внешний дивертор и уменьшению температуры плазмы вблизи него, а также к увеличению излучения. В качестве иллюстрации этого эффекта на рис. 2 приведены результаты моделирования при изменении ширины SOL на 1 см. Увеличение SOL всего на 1 см позволяет снизить поток тепла, уменьшить максимум его плотности на 25%, ионную и электронную температуры. Таким образом, вариант с более широким SOL является более предпочтительным. Поэтому вариант равновесия с шириной SOL в 5.0 см был выбран в качестве

базового для дальнейшей оптимизации, описанной ниже в разделах 3 и 4.

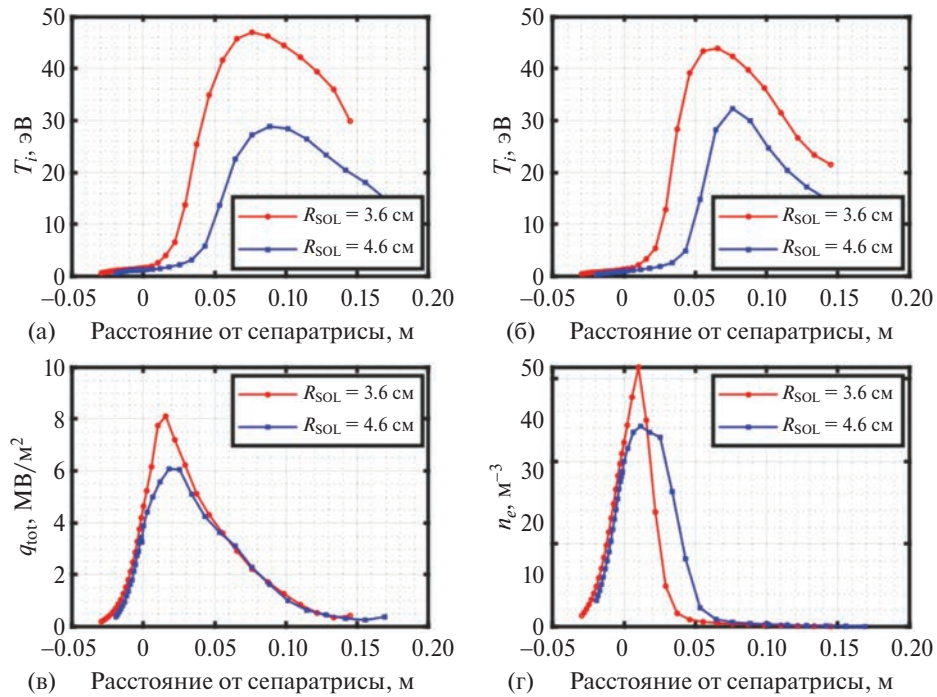
### 3. ВЫБОР СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ НАПУСКОМ ОСНОВНОГО ГАЗА И ПРИМЕСИ

На рис. 3а представлены элементы камеры и пластины дивертора, расчетная сетка кода B2, описывающего плазму в пакете SOLPS-ITER, и кода Eirene. Ширина расчетной области на внешнем обводе для сетки B2 составляет  $R_{\text{SOL}} = 5$  см. На внутреннем обводе сетка несколько уже — 4.4 см. Форма пластин, положения напуска газа и зоны откачки выбраны в соответствии с проектом ТРТ [1]. По сравнению с [1] расстояние от элементов камеры до границы плазмы увеличено как за счет изменения формы сепаратрисы, так и за счет изменения формы баффлов и купола под Х-точкой, что описано в разделе 1 выше. Напуск рабочего газа (дейтерия) и излучающей примеси (неона) осуществляется со стороны внешнего обвода. Выбор неона в качестве примеси-излучателя обусловлен тем, что этот газ показал хорошие результаты в экспериментах на JET [15] с большой мощностью нагрева, он же является основным излучателем в проекте ИТЭР [4].

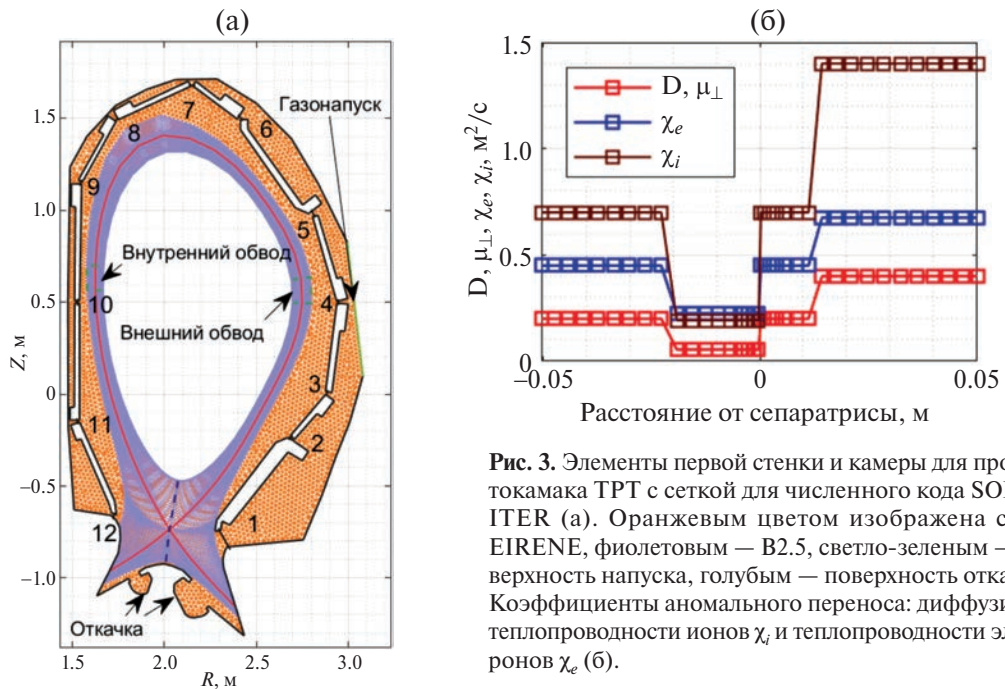
Система ввода газа закрыта от плазмы экраном. Газ поступает в основной объем камеры, просачиваясь через щели между экранами. Распределение потоков газа по результатам моделирования:



**Рис. 1.** Иллюстрация оптимизации камеры и магнитного равновесия для проекта токамака ТРТ: первая конфигурация для расчета 2022 г., ширина SOL  $R_{\text{SOL}} = 1.8$  см (а); промежуточная конфигурация с измененными баффлами, верхней частью камеры и равновесием,  $R_{\text{SOL}} = 3.6$  см (б); выбор оптимальной магнитной конфигурации,  $R_{\text{SOL}} = 3.6, 4.6, 5.0$  см (в); финальная конфигурация для расчета,  $R_{\text{SOL}} = 5.0$  см (г).



**Рис. 2.** Профили параметров плазмы у внешней нижней пластины дивертора для разных  $R_{\text{SOL}}$ : температура ионов,  $T_i$  (а); температура электронов,  $T_e$  (б), плотность потока энергии,  $q_{\text{tot}}$  (в); плотность электронов,  $n_e$  (г).



**Рис. 3.** Элементы первой стенки и камеры для проекта токамака TPT с сеткой для численного кода SOLPS-ITER (а). Оранжевым цветом изображена сетка EIRENE, фиолетовым — B2.5, светло-зеленым — поверхность напуска, голубым — поверхность откачки. Коэффициенты аномального переноса: диффузии  $D$ , теплопроводности ионов  $\chi_i$  и теплопроводности электронов  $\chi_e$  (б).

в варианте 3 описанном далее: 36% через щель 1, 5% через щель 2, 14% через щель 3, 11% через щель 4, 23% через щель 5, 8% через щель 6, 3% через щель 7, и менее одного процента через щели 8–12. Тороидальные зазоры между экранами на данной стадии моделирования не учитывались. Для более точного расчета распределения потоков газа их надо учесть, сделав экраны частично про-

ницаемыми. Входные отверстия системы откачки газа расположены в нижней части камеры под куполом. Поэтому в моделировании на двух поверхностях под куполом установлен коэффициент отражения молекул меньше единицы. Следует заметить, что давление в двух камерах под куполом распределено неравномерно. В камере, прилегающей к внутреннему дивертору, давление



газа оказывается в 3 раза больше, что может быть учтено в дальнейшем проектировании системы откачки газа.

На рис. 3б в показаны аномальные поперечные коэффициенты диффузии  $D$  и теплопроводности  $\chi$ , определяемые турбулентностью в плазме, которые не могут быть рассчитаны самосогласованно в пакете SOLPS-ITER и являются входными параметрами для моделирования. Их значения и радиальная зависимость были взяты из моделирования токамака JET с большой мощностью нагрева и с напуском неона [15], где они были подобраны на основании экспериментальных профилей параметров пристеночной плазмы и ширины SOL.

В процессе оптимизации были проведены три расчета с разными комбинациями напуска неона и дейтерия. В расчете с помощью системы обратной связи подбиралось значение напуска дейтерия, обеспечивающее заданную пиковую плотность потока энергии  $5 \text{ МВт/м}^2$  на внешнюю пластину, существенно меньшую, чем предельная мощность  $10 \text{ МВт/м}^2$ . Такой выбор пиковой мощности соответствует высокой степени защиты дивертора нейтральным облаком и примесью от потоков тепла из плазмы. В дальнейшем возможно расширение базы данных расчетов для более высоких входных мощностей, соответствующих большему нагреву центральной плазмы до планируемой предельной величины  $40 \text{ МВт}$ , и более высоких потоков тепла на пластины дивертора. Напуск излучающей примеси в каждом из расчетов был фиксирован. В табл. 1 приведены основные параметры расчетов. Видно, что при уменьшении напуска примеси ту же пиковую нагрузку на пластину можно обеспечить увеличением напуска рабочего газа. При этом концентрация

плазмы на сепаратрисе возрастает, а температура электронов уменьшается. Полная мощность, приходящая на пластины дивертора, растет. Эксперименты на современных токамаках указывают, что для стабильной работы токамака плотность плазмы на сепаратрисе  $n_G$  не должна превышать половины значения по Гринвальду [9]. Для TPT  $n_G = I_p / (2\pi a^2) \approx 2 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$ . Здесь  $I_p = 4 \text{ МА}$  — ток по плазме,  $a = 0.57 \text{ м}$  — малый радиус [5]. Полученные в моделировании значения укладываются в этот предел. Однако по абсолютным величинам такие концентрации на сепаратрисе не типичны для современных токамаков, поэтому их достижимость должна быть подтверждена в эксперименте. В то же время для проектируемых установок, таких как DTT [16] и SPARC [17] с увеличением магнитного поля, как и для TPT, возрастает предел по Гринвальду и ожидаемая концентрация плазмы, в том числе и на сепаратрисе.

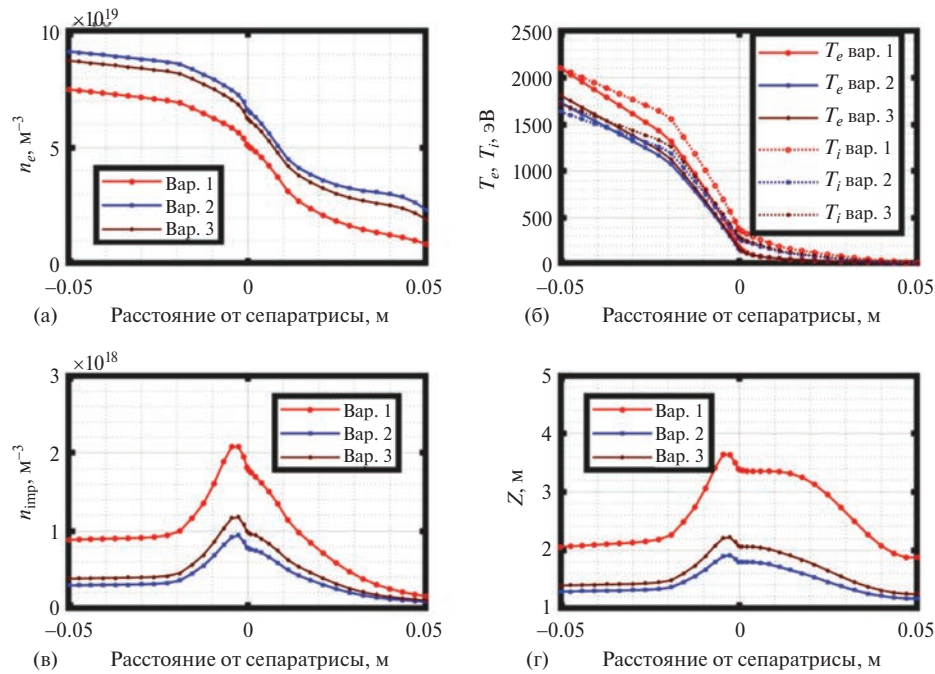
Входная мощность из центра разряда взята с учетом излучения из центра плазмы. В работающих токамаках, таких как ASDEX-Upgrade и JET, в разрядах с напуском примеси мощность излучения из центра, за пределами расчетной области составляет от трети до половины полной мощности нагрева. Поэтому входной мощности  $18 \text{ МВт}$  в представленных расчетах с большим напуском примеси и большой концентрацией электронов в центре может соответствовать полная мощность нагрева  $30\text{--}35 \text{ МВт}$ .

На рис. 4 приведены профили параметров плазмы на внешнем обводе. В варианте с наибольшим напуском неона эффективный заряд достигает уровня 3.7, а в двух других вариантах не превышает 2.2. Уровень эффективного заряда в 3.7 является, исходя из современных экспериментов,

**Таблица 1.** Основные параметры серии расчетов с различными напусками рабочего газа и примеси

Параметр	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Ток по плазме, МА	4.05	4.05	4.05
Тороидальное магнитное поле на $R = 1.6 \text{ м}$ , Тл	9.4	9.4	9.4
Поток энергии в расчетную область, МВт	18.0	18.0	18.0
Величина напуска дейтерия, ат $\times \text{с}^{-1}$	$3.0 \times 10^{22}$	$5.2 \times 10^{22}$	$4.72 \times 10^{22}$
Величина напуска неона, ат $\times \text{с}^{-1}$	$1.75 \times 10^{19}$	$0.75 \times 10^{19}$	$1.2 \times 10^{19}$
Концентрация электронов на сепаратрисе на внешнем обводе, $\text{м}^{-3}$	$5.6 \times 10^{19}$	$7.2 \times 10^{19}$	$6.8 \times 10^{19}$
Мощность на внешней пластине, МВт	5.8	6.6	5.8
Мощность на внутренней пластине, МВт	3.2	3.6	3.5



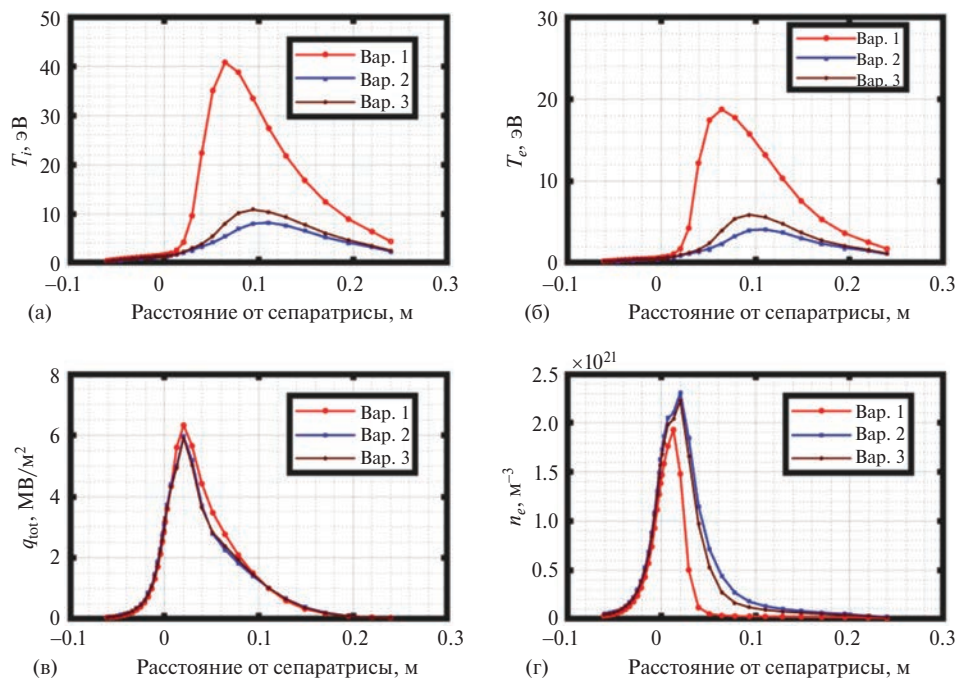


**Рис. 4.** Параметры плазмы на внешнем обводе с различными напусками рабочего газа и примеси: плотность электронов  $n_e$  (а), температура ионов и электронов (б), плотность неона,  $n_{Ne}$  (в), эффективный заряд,  $Z_{eff}$  (г).

неприемлемым с точки зрения рабочего режима токамака.

На рис. 5 представлены профили параметров вдоль внешнего дивертора. Максимальная плотность потока энергии на пластину одинакова для всех вариантов, и не превышает  $5 \text{ МВт/м}^2$ , что

обусловлено схемой обратной связи. Для вариантов со средним и большим напуском рабочего газа (варианты 2 и 3) температура ионов не превышает  $12 \text{ эВ}$ , а температура электронов —  $6 \text{ эВ}$ . В варианте 1 с большим напуском примеси и малым напуском рабочего газа температура ионов дости-



**Рис. 5.** Параметры плазмы у внешнего дивертора с различными напусками рабочего газа и примеси: температура ионов,  $T_i$  (а); температура электронов,  $T_e$  (б), плотность потока энергии,  $q_{tot}$  (в); плотность электронов,  $n_e$  (г).

гает 42 эВ, а электронов — 19 эВ. Разница по температуре в SOL между вариантами достигается за счет различий в профилях концентраций основной плазмы и примеси неона. В то же время в расчетах с большим напуском рабочего газа профили концентрации существенно шире. В результате в области максимума температуры в 5–10 см от сепаратрисы концентрация в этих расчетах оказывается выше. При большей концентрации та же мощность на пластине соответствует меньшей температуре.

Высокая температура на пластине даже в области с малым потоком частиц на нее нежелательна с точки зрения распыления ионами плазмы материала пластины. Распыление является пороговым эффектом, т. е. приводят к распылению ионы с энергией выше порога, которых при низких температурах экспоненциально мало. Высокий процент примеси и высокое значение эффективного заряда на сепаратрисе в совокупности с высокими значениями температуры ионов и электронов на пластине (см. рис. 4, 5) делают вариант 1 неприемлемым в качестве рабочего сценария.

В результате моделирования показано, что один и тот же максимум плотности потока тепла на пластины можно получить различными комбинациями напуска основного газа и примеси. По результатам моделирования, более приемлемым является достижение заданного уровня максимума плотности потока тепла на пластину с помощью большого напуска основного газа более  $5 \times 10^{22}$  атомов/с, соответствующего высоким плотностям на сепаратрисе около  $7 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , и умеренного напуска примеси-излучателя неона.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРТ С УГЛОВЫМ ДИВЕРТОРОМ

Как моделирование, так и эксперименты на токамаке EAST [3, 10] показали, что угловой дивертор может быть эффективнее классического “итероподобного” дивертора с пластинами, пересекающимися магнитные поверхности под скользящим углом. Кроме того, угловой дивертор проще в изготовлении. Конструкция углового дивертора токамака EAST приведена на рис. 6 [3].

На основе последней выбранной магнитной конфигурации и формы баффов была проведена оптимизация формы диверторных пластин путем рассмотрения углового дивертора с тремя положениями точки пересечения пластин с линией сепаратрисы (strike point, SP): на вертикальной пластине, на горизонтальной пластине, в окрестности угла соединения пластин. Отдельно была рассмотрена конфигурация с угловой внешней пластиной (SP в окрестности угла соединения пластин) и с внутренней пластиной исходного проекта (“итероподобной”). Результаты сравниваются со стандартной конфигурацией, на основе чего делается вывод об эффективности технического решения в виде углового дивертора и оптимальном положении точки пересечения с сепаратрисой (SP). Конфигурация диверторных пластин и положение сепаратрисы для смоделированных вариантов представлены на рис. 7, 8.

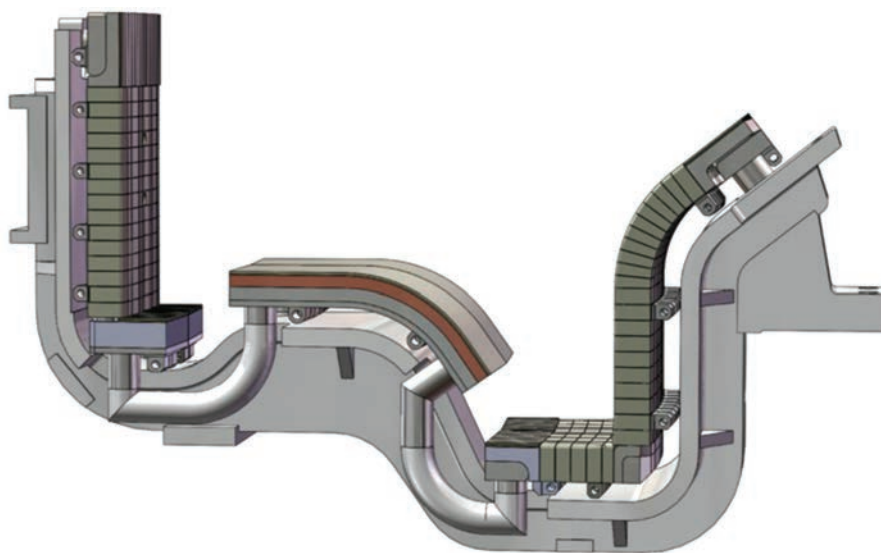
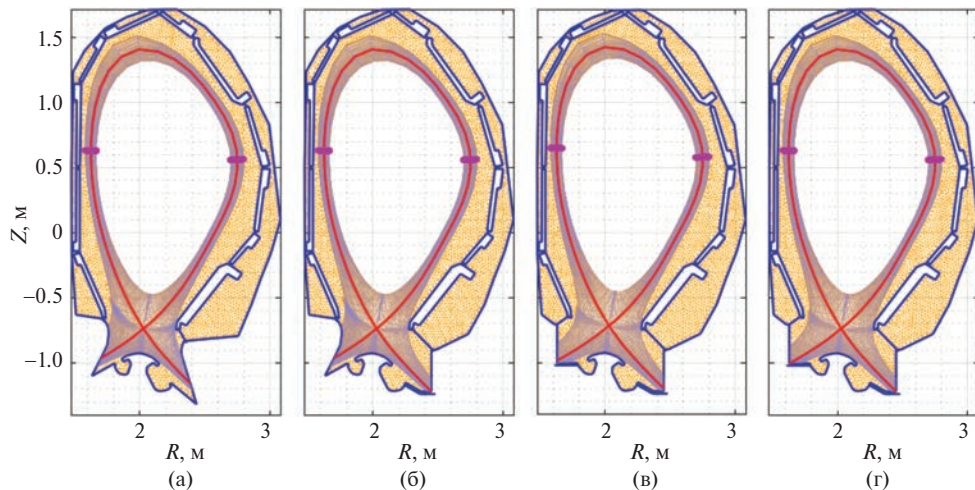
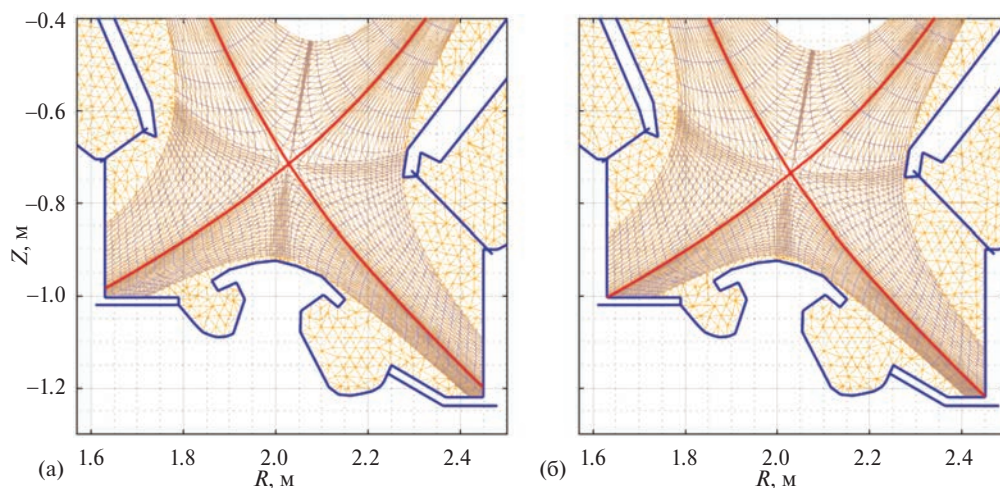


Рис. 6. Конструкция углового дивертора токамака EAST [3].



**Рис. 7.** Расчетная сетка для кода SOLPS-ITER в вариантах моделирования углового дивертора: исходная геометрия пластин проекта TPT 2023 (вариант 1, default) (а), внешний угловой дивертор (вариант 2, corner outer) (б); внутренний и внешний угловой (с положением сепаратрисы на вертикальных пластинах) (вариант 3, corner vertical) (в); внутренний и внешний угловой (с положением сепаратрисы в углах) (вариант 4, corner) (г). Оранжевым цветом изображена сетка EIRENE, фиолетовым — B2.5.



**Рис. 8.** Увеличенная расчетная сетка для кода SOLPS-ITER в вариантах моделирования углового дивертора с разным положением точки пересечения сепаратрисы с пластинами дивертора: верхняя пластина (вариант 3, corner vertical) (а); угол между пластинами (вариант 4, corner) (б).

Моделирование всех конфигураций дивертора производилось при фиксированном максимуме плотности потока тепла на внешнюю пластину в  $5 \text{ МВт/м}^2$  и содержания примеси 1% на сепаратрисе, для чего напуск основного газа и напуск примеси неона подбирались в схеме с обратной связью так, чтобы обеспечить эти условия. Расчеты выполнены с коэффициентами переноса токамака JET, приведенными на рис. 3. Равновесие и форма сепаратрисы были выбраны в соответствии с результатами оптимизации в разделе 1 (ширина SOL составляла 5 см, ток по плазме

в этих расчетах составлял 4.05 МА). Вакуумное тороидальное магнитное поле на  $R = 1.6 \text{ м}$  равно 9.36 Тл, мощность разряда 18 МВт.

Из табл. 2 видно, что варианты 3 и 4 более холодные, чем варианты 1 и 2. Поток тепла на внешнюю пластину в варианте 1 равен 5.8 МВт, в варианте 2 — 3.6 МВт, и наименьший, примерно одинаковый, в вариантах 3 и 4 — 1.9–2.0 МВт соответствует случаю полностью угловых диверторов. При этом полный поток тепла в диверторную область не меняется. Уменьшение потока тепла на дивертор связано с возрастающим излу-



Таблица 2. Основные параметры серии расчетов

Параметр	Вариант 1 “default”	Вариант 2 “corner outer”	Вариант 3 “corner vertical”	Вариант 4 “corner”
Величина напуска дейтерия (в атомах), $\text{ат} \times \text{с}^{-1}$	$4.72 \times 10^{22}$	$4.77 \times 10^{22}$	$3.8 \times 10^{22}$	$3.24 \times 10^{22}$
Величина напуска неона, $\text{ат} \times \text{с}^{-1}$	$1.2 \times 10^{19}$	$1.4 \times 10^{19}$	$0.96 \times 10^{19}$	$1.0 \times 10^{19}$
Концентрация электронов на сепаратрисе на внешнем обводе, $\text{м}^{-3}$	$6.8 \times 10^{19}$	$7.2 \times 10^{19}$	$6.9 \times 10^{19}$	$6.4 \times 10^{19}$
Мощность на внешней пластине, МВт	5.8	3.6	1.9	2.0
Мощность на внутренней пластине, МВт	3.5	4.2	3.8	4.0

чением, которое перераспределяет тепло изотропно. Поток тепла на внутреннюю пластину минимален для варианта 1 с “итероподобными” диверторами — 3.5 МВт, и примерно одинаковый для вариантов 2–4, с угловым внешним дивертором. Общий уровень излучения наибольший для вариантов 3 и 4 с полностью угловыми диверторами, и меньше в вариантах 1, 2 с двумя или только одним “итероподобным” дивертором.

На рис. 9 приведены профили концентрации компонент плазмы на внешнем обводе. Концентрация основных ионов в SOL в вариантах с модифицированными диверторами одинаковая и она несколько больше, чем в исходном варианте с “итероподобными” диверторами. Эффективный заряд и концентрация неона во всех вариантах

одинаковы. Эффективный заряд не превышает уровень 2.4. На рис. 10 приведены профили на внутреннем обводе. Концентрация основных ионов и электронов в SOL в вариантах 3 и 4 с угловыми диверторами, существенно больше, чем в вариантах 1 и 2, с внутренним “итероподобным” дивертором. Концентрация неона в вариантах 1 и 2 наоборот больше, чем в вариантах 3 и 4.

На рис. 11 представлены профили температуры ионов и электронов, концентрация электронов и плотность потока энергии на внешней пластине дивертора, а на рис. 12 представлены аналогичные профили на внутренней пластине. Максимум плотности потока энергии на внешнюю пластину практически одинаков для всех вариантов и не превышает  $5 \text{ МВт/м}^2$ , что соответствует поста-

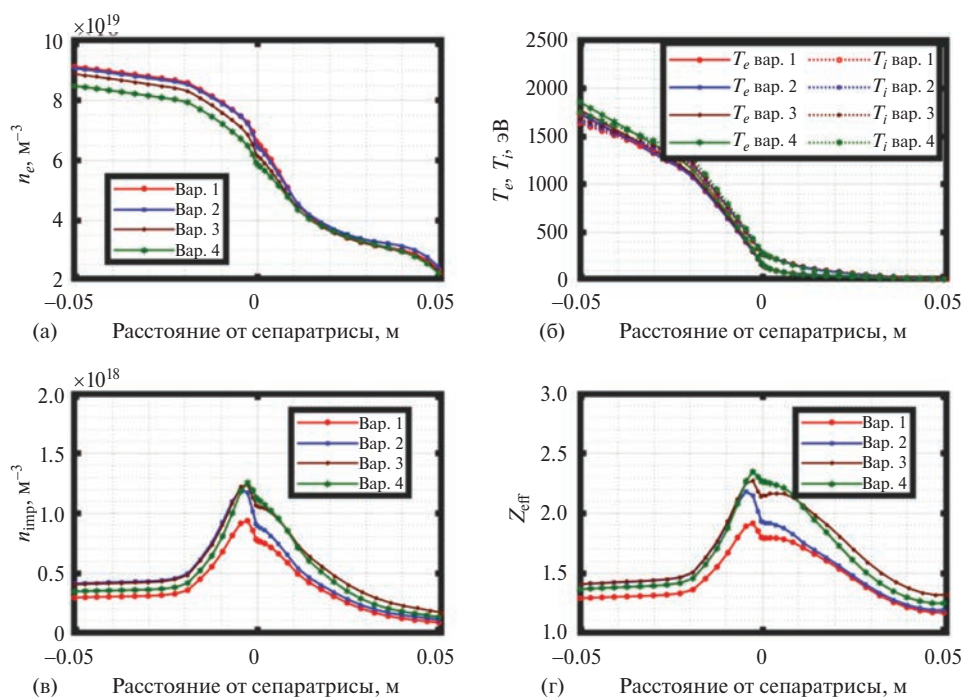
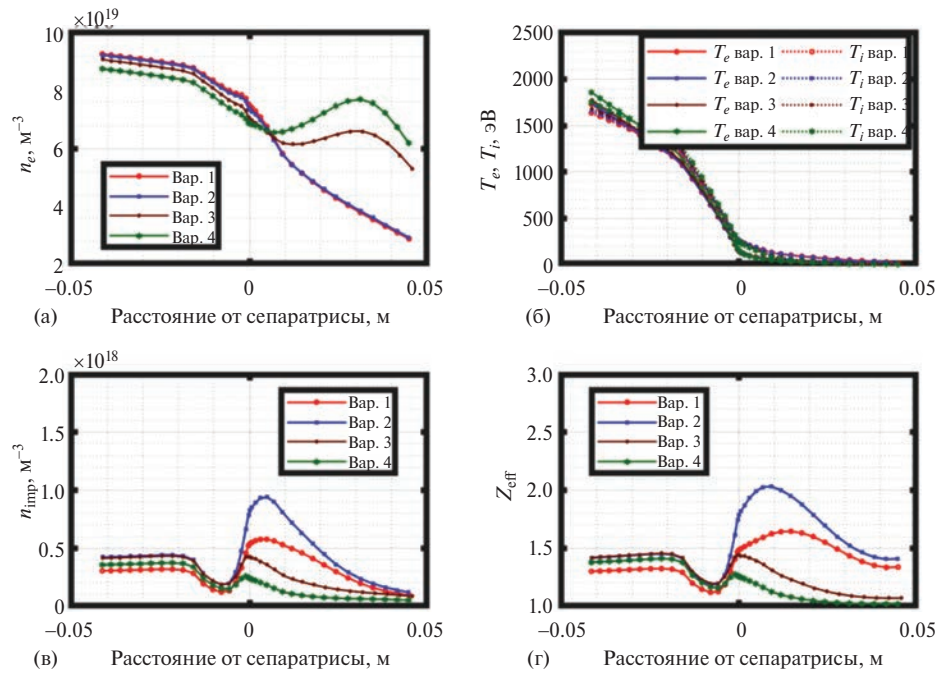
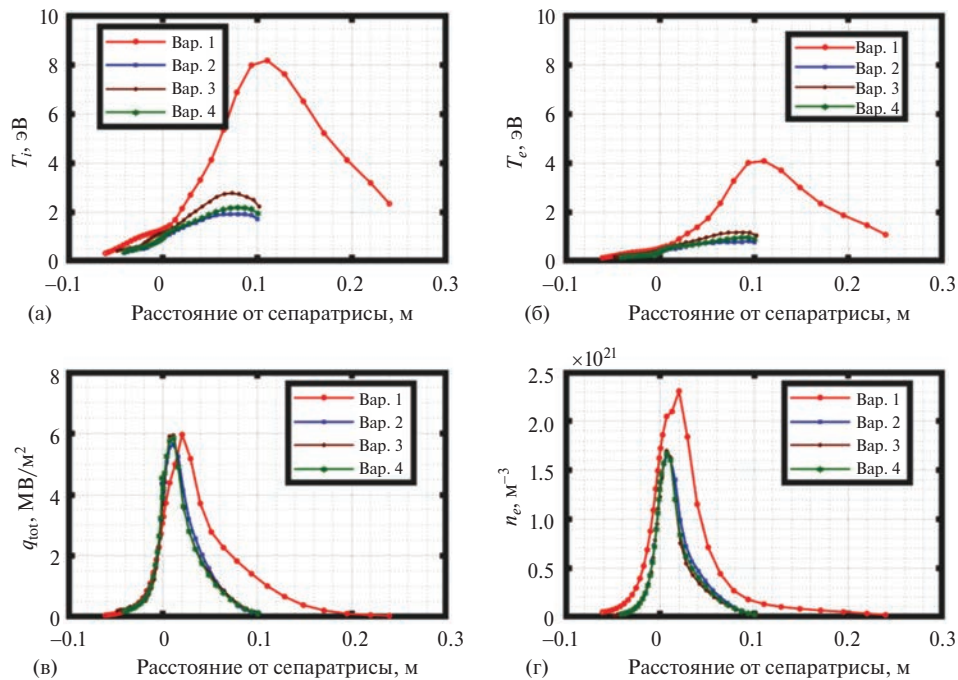


Рис. 9. Параметры плазмы на внешнем обводе с различными напусками рабочего газа и примеси: плотность электронов (а), температура ионов и электронов (б), плотность неона (в), эффективный заряд (г).



**Рис. 10.** Параметры плазмы на внутреннем обводе с различными напусками рабочего газа и примеси: плотность электронов (а), температура ионов и электронов (б), плотность неона (в), эффективный заряд (г).



**Рис. 11.** Профили параметров плазмы у внешней пластины для различных конфигураций дивертора: температура ионов,  $T_i$  (а); температура электронов,  $T_e$  (б), плотность потока энергии,  $q_{\text{tot}}$  (в); плотность электронов,  $n_e$  (г).

новке задачи. Видно, что варианты 2–4 с угловым внешним дивертором находятся в режиме отрыва. Температура ионов и электронов в этих вариантах не превышает 1–2 эВ, а в варианте 1 с “итероподобным” дивертором достигает 8 эВ для ионов

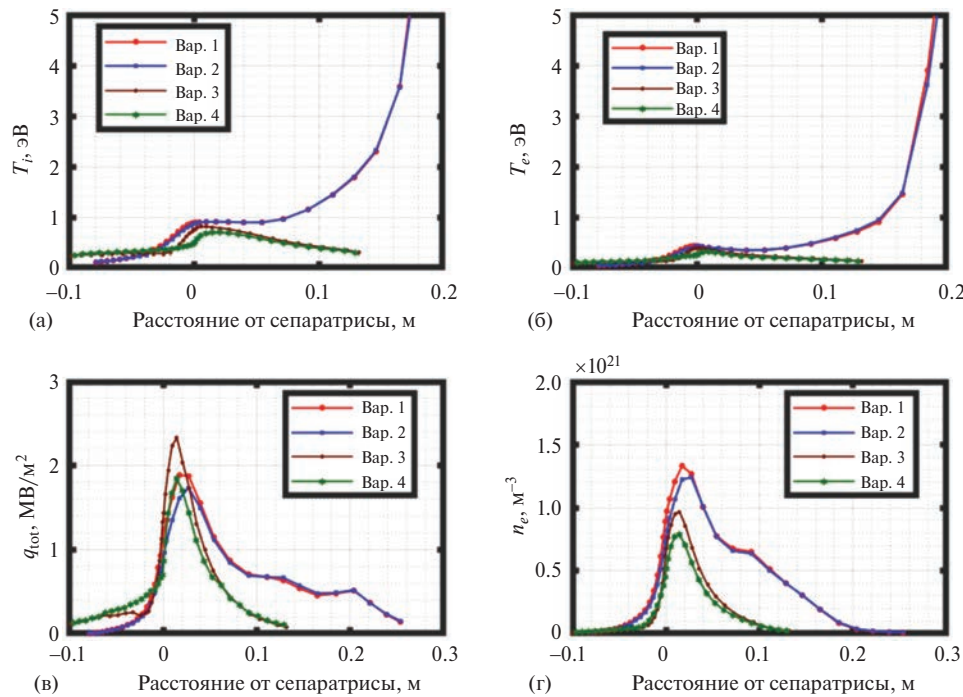
и 4 эВ для электронов в дальнем SOL. Концентрация электронов в варианте 1 больше, чем для вариантов 2–4. Как следует из табл. 2, полная мощность, приходящая на внешнюю пластину, также остается существенно больше в варианте 1,

чем в вариантах 2–4. Можно заключить, что угловая конфигурация более благоприятна для защиты внешнего дивертора, чем “итероподобная”.

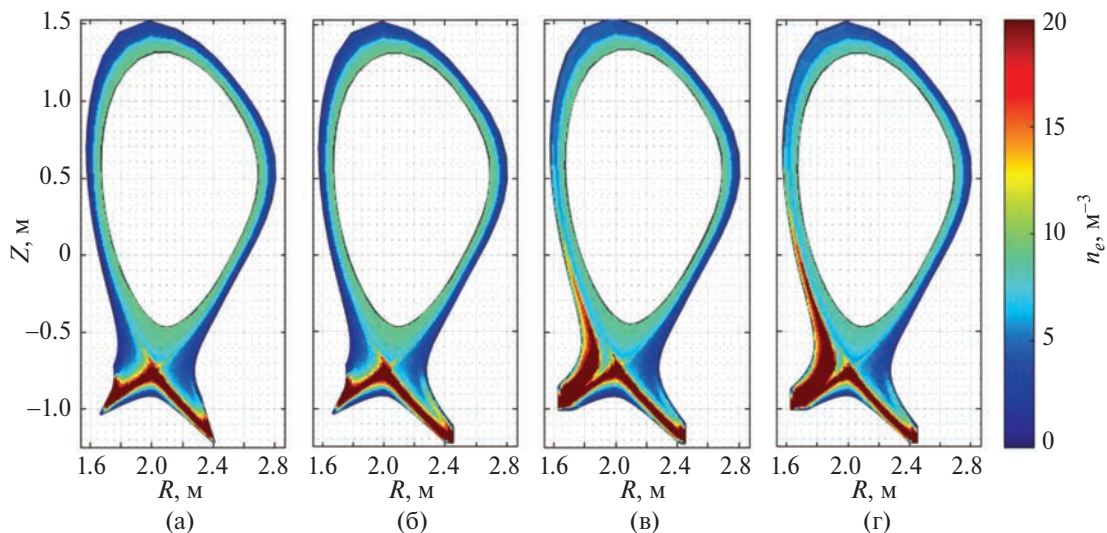
Максимум плотности потока энергии на внутреннюю пластину практически одинаков для всех вариантов и не превышает  $2.5 \text{ МВт/м}^2$ . Видно, что варианты 3 и 4 с угловым дивертором находятся в режиме отрыва. Температура ионов и электронов в этих вариантах не превышает 1 эВ, а в ва-

риантах 1 и 2 с “итероподобным” дивертором достигает 20 эВ для ионов и 10 эВ для электронов в дальнем SOL. Концентрации электронов в вариантах 2, 3 у внутренней пластины больше, чем для вариантов 3, 4. Таким образом, для обеих пластин дивертора угловая конфигурация способствует их переходу в режим отрыва.

На рис. 13 приведены двумерные профили концентрации электронов по всему сечению тока-



**Рис. 12.** Профили параметров плазмы у внутренней пластины для различных конфигураций дивертора: температура ионов,  $T_i$  (а); температура электронов,  $T_e$  (б); плотность потока энергии,  $q_{\text{tot}}$  (в); плотность электронов,  $n_e$  (г).



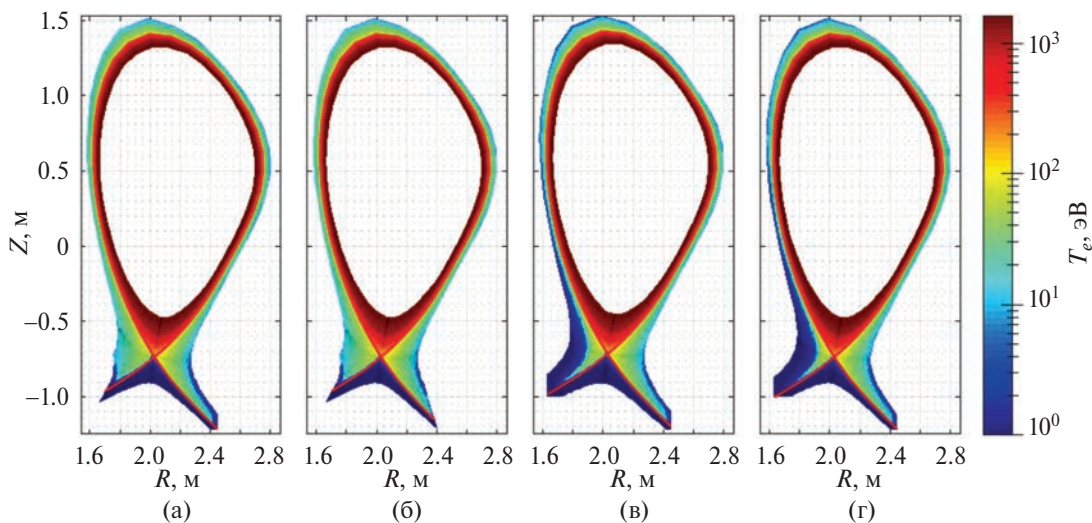
**Рис. 13.** Двумерные профили концентрации электронов по сечению токамака для различных конфигураций дивертора: вариант 1 (а), вариант 2 (б), вариант 3 (в), вариант 4 (г).



мака, на которых иллюстрируется эффект формирования зоны очень плотной плазмы у внутреннего углового дивертора в SOL, простирающейся вплоть до внутреннего обвода (High Field Side High Density, HFSHD), типичной для экспериментов на AUG, JET [18] и других токамаках. Этот эффект связан с дрейфами в диверторе, и также зависит от угла вылета атомов и молекул, появляющихся за счет нейтрализации ионов плазмы на пластине. Нейтральные частицы вылетают преимущественно перпендикулярно пластине. После ионизации они движутся вдоль силовых линий магнитного поля до следующей нейтрализации на поверхности пластины. При многократных ионизациях в объеме дивертора и рекомбинациях на пластине в случае, если магнитные поверхности пересекают дивертор под углом отличным от  $90^\circ$ , появляется средняя направленная скорость вдоль пластины у этих частиц, частично проводящих время в ионизованном, а частично — в нейтральном состоянии [13, 19]. При уменьшении угла между пластиной и магнитными поверхностями такая конвекция возрастает. При “итероподобном” внутреннем диверторе эта конвекция приводит к скоплению газа в области под X-точкой, отделенной сепаратрисой от области SOL, так называемом PFR (private flux region). В то же время область в SOL вдали от SP, в так называемом дальнем SOL, оказывается обеднена нейтральными атомами. Ионизация и давление плазмы в этой области остаются низкими. Температура плазмы, соответствующая заданной мощности на пластине, увеличивается

при уменьшении давления, и поэтому “итероподобный” дивертор соответствует высокой температуре в дальнем SOL. В случае углового дивертора конвекция как вдоль горизонтальной, так и вдоль вертикальной сторон пластины идет в направлении SP, что обеспечивает высокое давление нейтрального газа в этой области, и эффективную защиту дивертора от основного потока тепла вдоль сепаратрисы. Конвекция вдоль вертикальной части пластины углового дивертора слабее, чем при скользящем угле между пластиной и магнитными поверхностями в “итероподобном” диверторе, поэтому давление ионов и нейтрального газа в SOL вдали от SP больше, а температура плазмы меньше. В результате угловой дивертор приводит к более раннему режиму отрыва, и более плотной плазме в диверторе.

На рис. 14 приведены двумерные профили температуры ионов дейтерия. Видно, как рядом с угловыми пластинами дивертора формируется зона очень холодной плазмы с температурой  $\sim 1$  эВ, типичной для режима отрыва. Эта же область соответствует зоне повышенной концентрации плазмы. Асимметрия между внутренней и внешней пластинами обусловлена электрическим дрейфом [20]. Холодная зона с плотной плазмой особенно велика у внутреннего дивертора, где она имеет большую протяженность в SOL. Наличие аналогичной зоны впервые было обнаружено в токамаке ASDEX-Upgrade [21]. Есть экспериментальные указания, что эта область может влиять на концентрацию плазмы внутри сепаратрисы за счет диффузии, а также увеличи-



**Рис. 14.** Двумерные профили температуры ионов у пластин дивертора для различных конфигураций дивертора: вариант 1 (а), вариант 2 (б), вариант 3 (в), вариант 4 (г).

вает вероятность формирования излучающего пятна внутри сепаратрисы [22]. Такое пятно может быть нестабильным. Как правило, рабочие режимы с ним требуют системы обратной связи по напуску излучающей примеси, если же ее нет, то область излучения внутри сепаратрисы приводит к срыву разряда. Поэтому для токамака, в котором режимы с излучающим пятном не рассматриваются как основные, внутренний дивертор лучше оставить “итероподобным”.

Потери тепла со стороны плазмы связаны в первую очередь с ионизацией основной компоненты (дейтерия) и с излучением примеси неона. На рис. 15 приведены двумерные профили потерь тепла, связанных с излучением неона, а на рис. 16 – профили источника ионизации для дей-

терия в диверторной области. Видно, что как зона ионизации, так и зона излучения неона с угловым дивертором расположена дальше от пластин, чем для “итероподобного” дивертора. Во всех вариантах область излучения не выходит за пределы дивертора.

Известно, что изменение формы дивертора влияет на давление нейтрального газа под куполом, в области, откуда идет откачка газа [19], а значит и на эффективность откачки. На рис. 17 приведены двумерные профили давления в диверторной области. Во всех вариантах давление слева под куполом составляет более 10 Па и оказывается больше, чем справа. Это обстоятельство можно учесть при проектировании системы откачки. Такое давление близко к планируемому

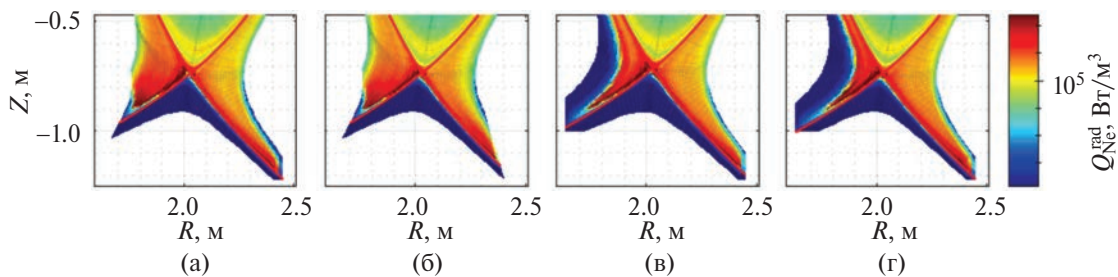


Рис. 15. Двумерные профили излучения примеси неона в диверторной области для различных конфигураций дивертора: вариант 1 (а), вариант 2 (б), вариант 3 (в), вариант 4 (г).

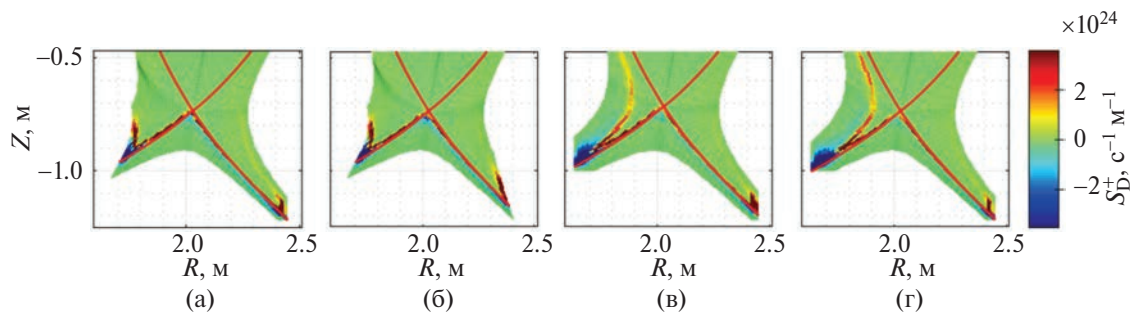


Рис. 16. Двумерные профили источника ионизации для ионов дейтерия в диверторной области для различных конфигураций дивертора: вариант 1 (а), вариант 2 (б), вариант 3 (в), вариант 4 (г).

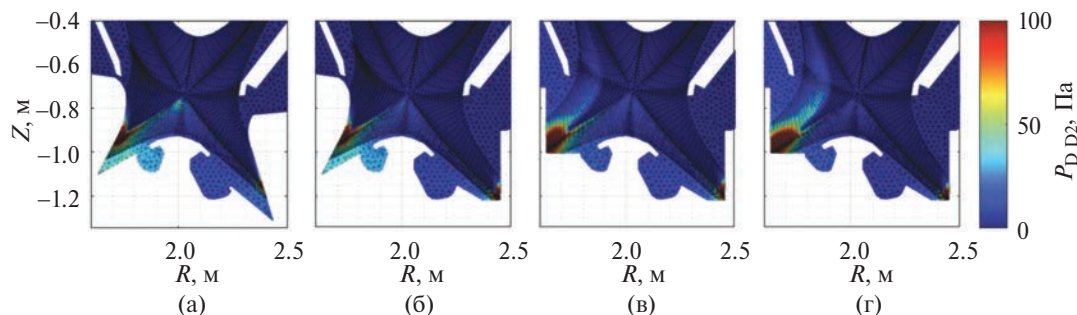


Рис. 17. Давление нейтрального дейтерия (атомы+молекулы) в диверторной области: вариант 1 (а), вариант 2 (б), вариант 3 (в), вариант 4 (г).

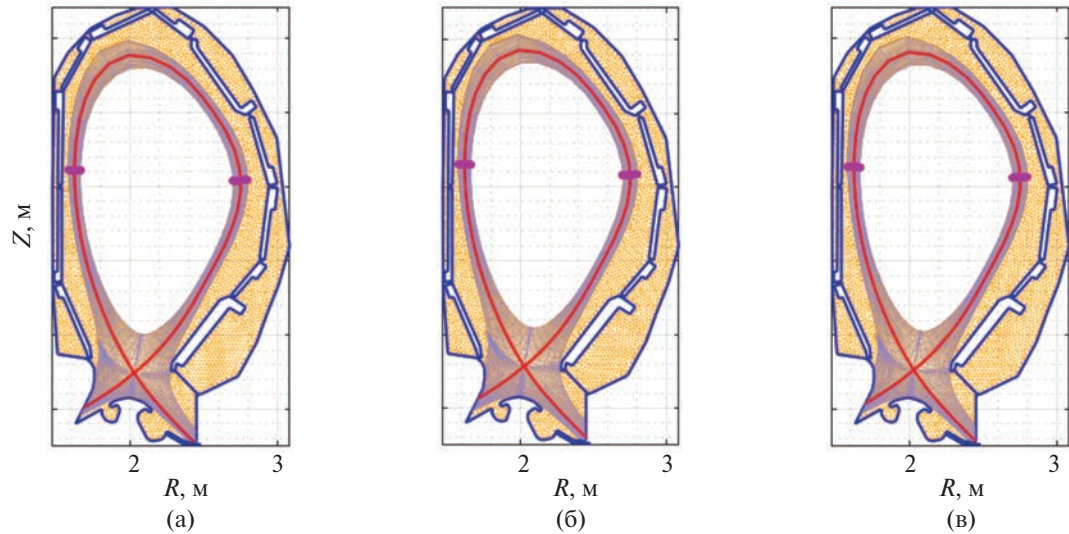


давлению нейтрального газа под куполом в проекте ИТЭР [4]. Оно должно быть достаточным для работы системы откачки.

Из представленных результатов видно, что формируемая пространственно протяженная холодная зона на внутреннем обводе при угловом диверторе кажется нежелательной. Поэтому внутренний дивертор был заменен на V-образный (итероподобный), а внешний оставлен угловым, и дальнейшая оптимизация проводилась с этой выбранной формой диверторов. Был сосчитан вариант, как более экстремальный и приближенный к рабочему сценарию, в котором с помощью обратной связи была установлена плотность потока тепла на внешней пластине в  $8.5 \text{ МВт/м}^2$  и уровень примеси в 1% на сепаратрисе. В таком экстремальном сценарии также исследовалось влияние положения точки пересечения сепаратрисы с внешним дивертором — на верхней вертикальной пластине, в углу их пересечения и на нижней горизонтальной пластине (рис. 18).

В табл. 3 приведены основные параметры этих расчетов.

Несмотря на то что в этих режимах одинаковый максимум плотности потока тепла на пластины, а также суммарная мощность на пластинах и профили температуры и концентрации в центральной области не сильно различаются, состояние плазмы в пристеночной области (SOL) получается существенно различным. На рис. 19 показаны профили концентрации компонент плазмы на внешнем обводе. Концентрация основных ионов в центральной области практически одинакова, а в SOL в варианте с положением точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на нижней пластине происходит формирование области более плотной плазмы, и концентрация оказывается выше, чем в случае положения точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на верхней пластине или в углу между пластин. Концентрация неона во всех вариантах примерно одинаковая. Эффективный заряд не превышает уровень 2.4.



**Рис. 18.** Положение сепаратрисы на внешнем диверторе: точка пересечения сепаратрисы находится на нижней пластине (а); точка пересечения сепаратрисы находится на верхней пластине (б); точка пересечения сепаратрисы находится в углу пересечения пластин (в).

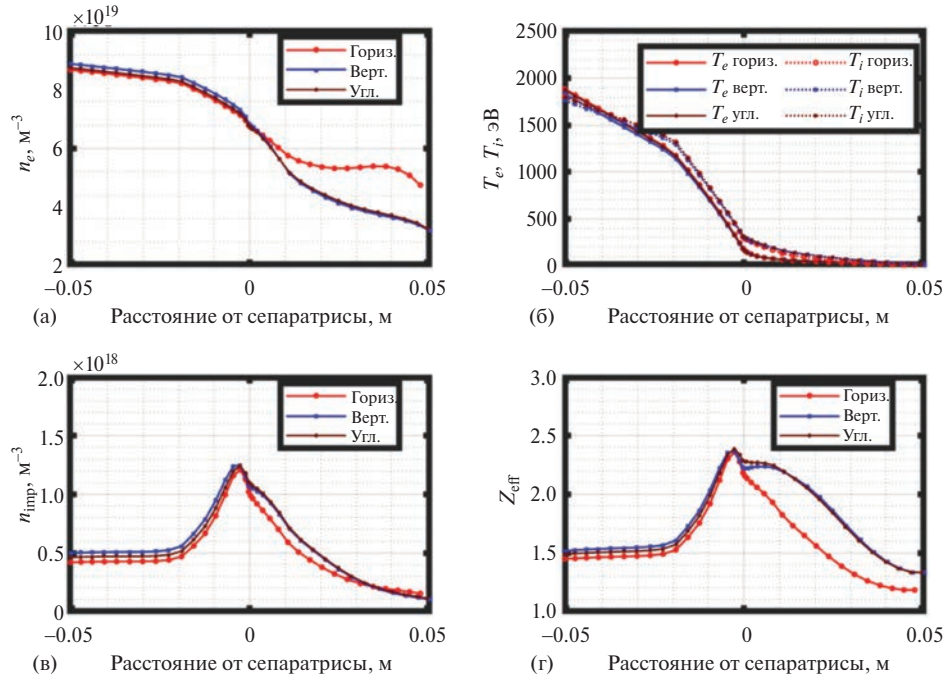
**Таблица 3.** Основные параметры серии расчетов с плотностью потока тепла на внешней пластине  $8.5 \text{ МВт/м}^2$

Параметр	Вариант 1 “down”	Вариант 2 “up”	Вариант 3 “corner”
Величина напуска дейтерия (в атомах), $\text{ат}\times\text{с}^{-1}$	$3.7\times10^{22}$	$4.2\times10^{22}$	$4.3\times10^{22}$
Величина напуска неона, $\text{ат}\times\text{с}^{-1}$	$1.5\times10^{19}$	$0.58\times10^{19}$	$0.67\times10^{19}$
Концентрация электронов на сепаратрисе на внешнем обводе, $\text{м}^{-3}$	$5.1\times10^{19}$	$5.1\times10^{19}$	$5.0\times10^{19}$
Мощность на внешней пластине, МВт	4.7	5.7	5.8
Мощность на внутренней пластине, МВт	3.6	3.6	3.6

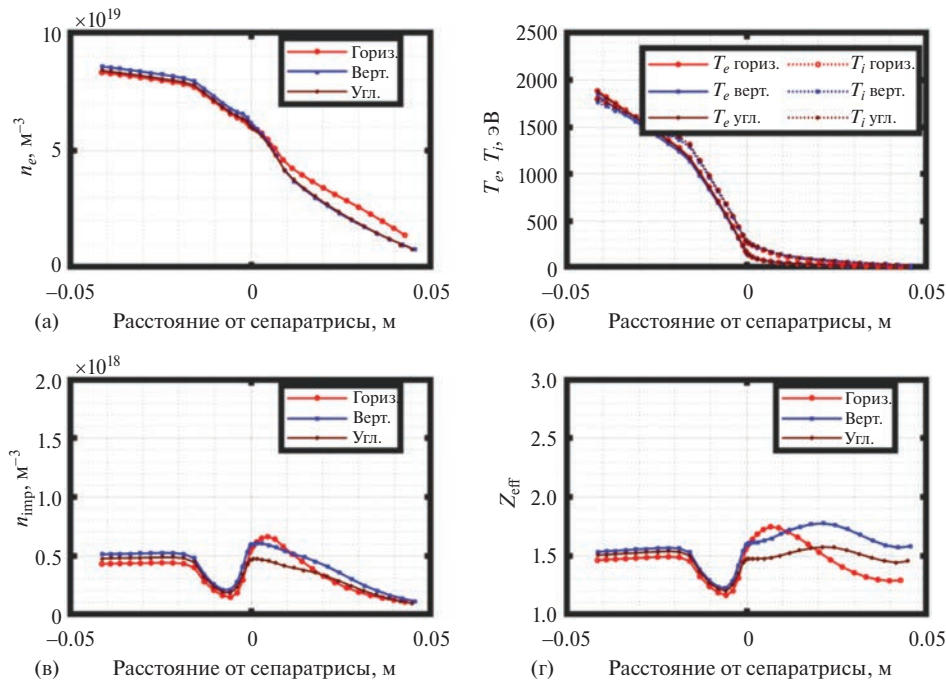
На рис. 20 приведены профили на внутреннем обводе. Концентрация основных ионов и неона практически одинакова на внутреннем обводе.

На рис. 21 представлены профили температуры ионов и электронов, концентрация электронов и плотность потока энергии на внешней пластине

дивертора, а на рис. 22 представлены аналогичные профили на внутренней пластине. Максимум плотности потока энергии на внешнюю пластину практически одинаков для всех вариантов и не превышает  $8.5 \text{ МВт/м}^2$ , что обусловлено схемой обратной связи. Видно, что вариант 1 с положе-



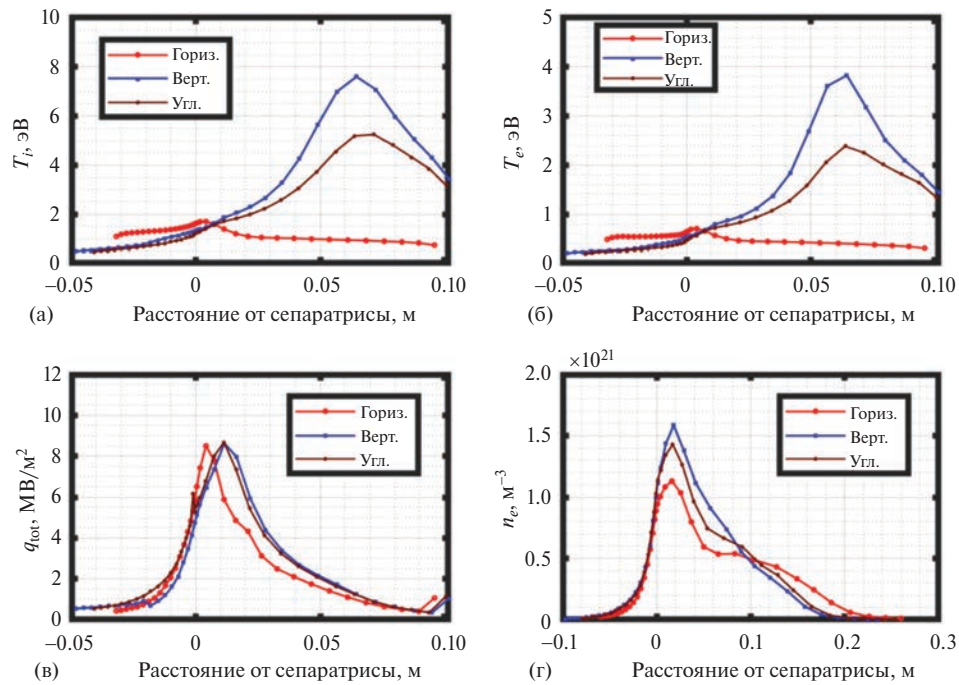
**Рис. 19.** Параметры плазмы на внешнем обводе с различными напусками рабочего газа и примеси: плотность электронов(а), температура ионов и электронов (б), плотность неона (в), эффективный заряд (г).



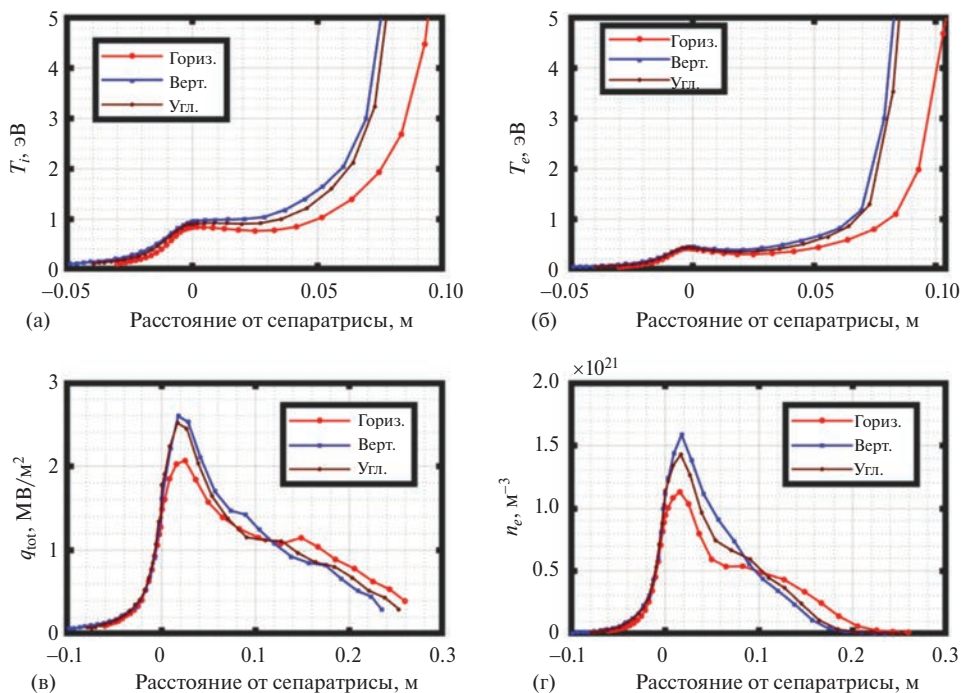
**Рис. 20.** Параметры плазмы на внутреннем обводе с различными напусками рабочего газа и примеси: плотность электронов(а), температура ионов и электронов (б), плотность неона (в), эффективный заряд (г).

нием точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на нижней пластине находится в режиме отрыва, а варианты 2 с положением точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на верхней пластине и 3 с положением точки пересечения сепаратрисой точно в углу между пла-

стинами находятся в режиме, в котором плазма не отрывается от пластины. Температура ионов и электронов в этих вариантах на внешней пластине существенно различается. Она не превышает 1–2 эВ для варианта 1 с положением точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора



**Рис. 21.** Профили параметров плазмы у внешней пластины для различных положений сепаратрисы во внешнем диверторе.



**Рис. 22.** Профили параметров плазмы у внутренней пластины для различных положений сепаратрисы во внешнем диверторе.

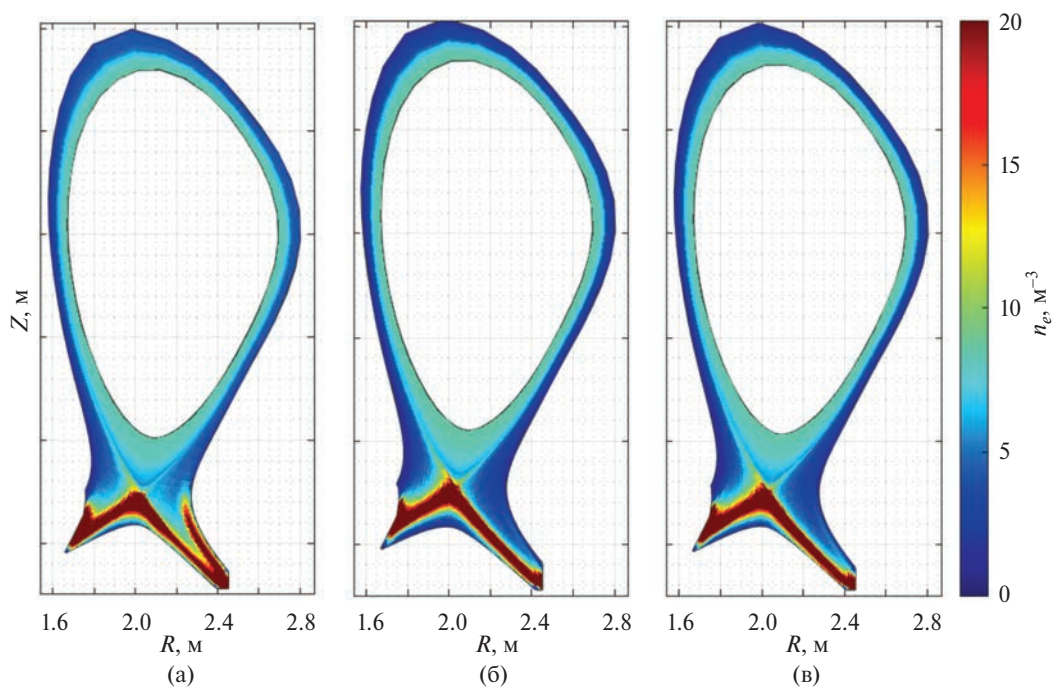


на нижней пластине, в варианте 2 с положением точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на верхней пластине достигает 7.8 эВ для ионов и 3.8 эВ для электронов в дальнем SOL, а в варианте 3 с положением точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора между пластин достигает 5.3 эВ для ионов и 2.4 эВ для электронов в дальнем SOL. Концентрация электронов в варианте 1 с положением точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на нижней пластине больше в дальнем SOL чем для вариантов 2 и 3. Можно заключить, что положение точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на нижней пластине является более благоприятным сценарием для рабочего режима, так как облегчает переход плазмы дивертора в режим отрыва. Также положение точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора является параметром, задаваемым внешними токами, с помощью которого возможно управление переходом между режимами отрыва и взаимодействием плазмы с внешней пластиной.

Максимум плотности потока энергии на внутреннюю пластину практически одинаков для всех вариантов и не превышает  $2.6 \text{ МВт/м}^2$  (см. рис. 22). Температура электронов и ионов в этих

вариантах не превышает 1 эВ в основной части пластины, но возрастает до 12–27 эВ в дальнем SOL. Температура ионов достигает 25–27 эВ для вариантов 2, 3 и 15 эВ для варианта 1, а температура электронов достигает 11–12 эВ для вариантов 2, 3 и 8 эВ для варианта 1. Концентрация электронов также оказывается несколько большей в вариантах 2, 3. Таким образом, и для внутренней пластины вариант 1 с положением точки пересечения сепаратрисы внешнего дивертора на нижней пластине оказывается несколько лучше.

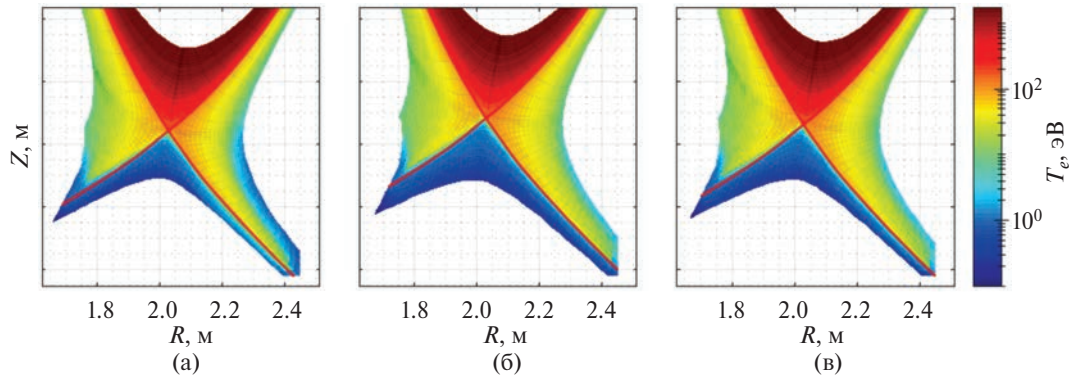
На рис. 23 приведены двумерные профили концентрации электронов по всему сечению токамака, на которых иллюстрируется эффект формирования зоны более плотной плазмы у внешнего углового дивертора в SOL при положении точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на нижней пластине. Рис. 24–26 также показывают, что при положении SP на горизонтальной пластине плазма более холодная, чем в двух других случаях, а область излучения и ионизации находится дальше от внешней пластины. Давление нейтрального газа в области купола также оказывается больше в случае варианта 1 при положении точки пересечения сепаратрисы внешнего дивертора на нижней пластине (рис. 27).



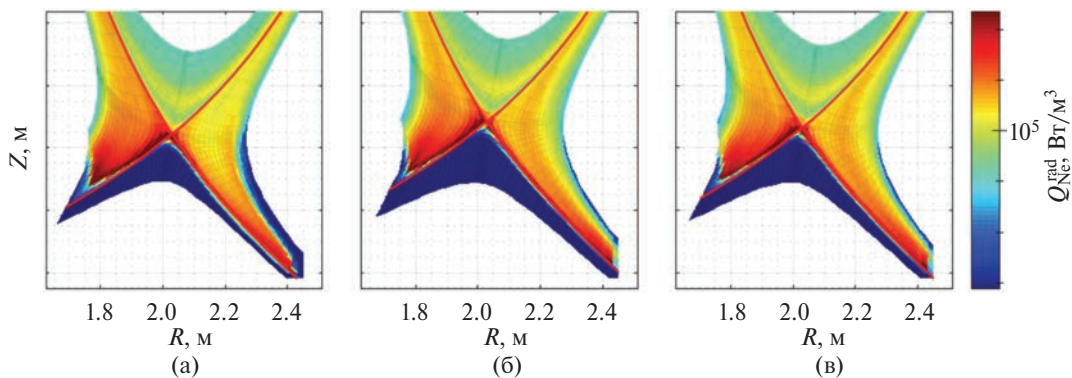
**Рис. 23.** Двумерные профили концентрации электронов по сечению токамака для различных положений сепаратрисы: точка пересечения сепаратрисы на нижней внешней пластине (горизонт.) (а), точка пересечения сепаратрисы на верхней внешней пластине (верт.) (б), точка пересечения сепаратрисы точно в углу между внешними пластинами (угл.) (в).

В целом, как и в случае сравнения V-образного и углового диверторов, рассмотренного выше, основными эффектами здесь оказываются угол вылета нейтральных частиц с пластины и формирование скорости переноса вдоль пластины, приводящее к формированию плотного нейтрального облака, и дрейфы. В случае 2 положения точки

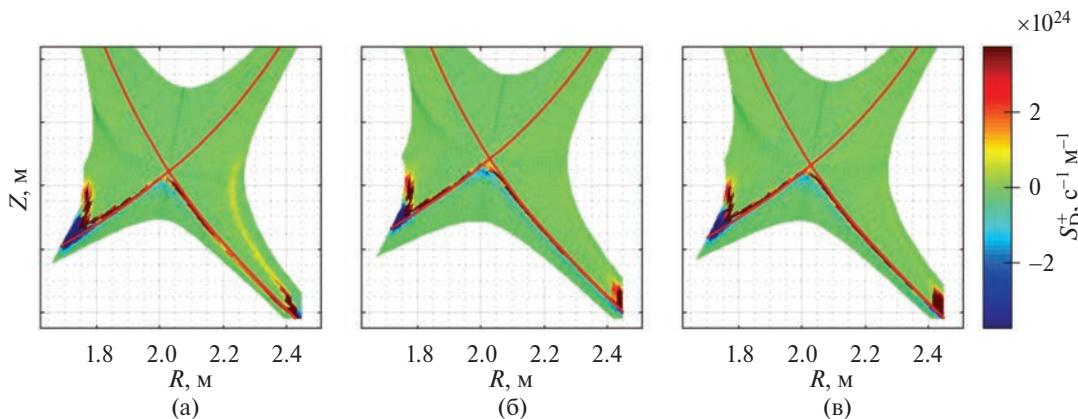
пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на верхней пластине средняя скорость вылета нейтральных частиц направлена в область пристеночной плазмы у купола между пластин (private flux region), в то время как в случае 1 положения точки пересечения сепаратрисой внешнего дивертора на нижней пластине средняя скорость



**Рис. 24.** Двумерные профили температуры электронов у пластин дивертора для конфигураций дивертора, соответствующих рис. 23.



**Рис. 25.** Двумерные профили излучения примеси неона в диверторной области для конфигураций дивертора, соответствующих рис. 23.



**Рис. 26.** Двумерные профили источника ионизации для ионов дейтерия в диверторной области для конфигураций дивертора, соответствующих рис. 23.

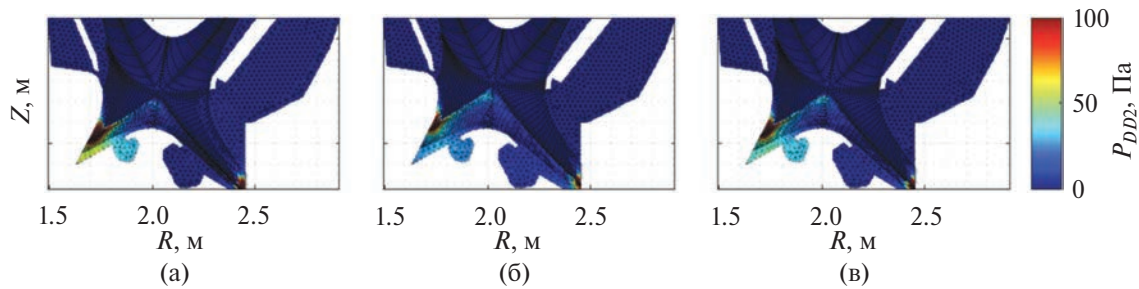


Рис. 27. Давление нейтрального дейтерия (атомы+молекулы) в диверторной области для конфигураций рис. 23.

вылета нейтральных частиц направлена во внешнюю пристеночную область (внешний SOL), где формируется плотное ионизационное облако. Нейтральные частицы ионизируются в этой зоне внешней диверторной пристеночной области, и, двигаясь вдоль силовых линий, формируют повышенную концентрацию плазмы во всем внешнем SOL.

В результате моделирования перспективных вариантов углового дивертора для ТРТ, было показано, что угловой дивертор приводит к сильному падению температуры электронов и ионов у пластин до уровня 1 эВ и облегчает переход плазмы у пластин в режим отрыва. Это является преимуществом углового дивертора перед “V-образным”. В расчетах во всех вариантах получается эффективный заряд  $\sim 2.4$  вблизи сепаратрисы на внешнем обводе, обусловленный напуском неона не менее  $1 \times 10^{19}$  атомов/с. По-видимому, более эффективным было бы понижать температуру у пластин большим напуском основного газа, уменьшив напуск примеси и понизив эффективный заряд до уровня меньшего 2. Внутренний угловой дивертор приводит к формированию плазмы с повышенной плотностью и малой температурой во всем внутреннем SOL вплоть до внутреннего обвода, в то время как при обычном “V-образном” диверторе этого не происходит. Для стабильной работы токамака рекомендуется угловой внешний и “V-образный” внутренний дивертор. В рабочем режиме рекомендуется использовать магнитную конфигурацию с положением точки пересечения сепаратрисы внешнего углового дивертора на нижней пластине, так как это облегчает переход плазмы на внешней пластине в режим отрыва, а также приводит к некоторому снижению температуры и у внутренней пластины.

## 5. ВЫВОДЫ

Было показано, что один и тот же максимум плотности потока тепла на пластины можно получить различными комбинациями напуска основного газа и примеси. При мощности на сепаратрисе 18 МВт можно обеспечить низкую плотность потока тепла на пластины дивертора 5 МВт/м<sup>2</sup> при плотности плазмы на сепаратрисе менее  $7 \times 10^{19}$  м<sup>-3</sup> и эффективном заряде менее 2. Такой режим работы токамака выглядит реалистичным. В случае повышения мощности на сепаратрисе возможен режим работы с более высокой тепловой нагрузкой на пластины дивертора, все еще остающейся в технологических пределах. Также за счет увеличения нагрузки на пластины при заданной мощности при необходимости может быть понижена концентрация плазмы на сепаратрисе.

Увеличение расстояния между сепаратрисой и элементами камеры приводит значительному снижению потоков тепла на внешний дивертор и уменьшению температуры плазмы вблизи него, а также к увеличению излучения из дивертора. Увеличение этого расстояния всего на 1 см позволяет снизить поток тепла, максимум его плотности, ионную и электронную температуры почти в два раза. Таким образом, вариант с более широким SOL является более предпочтительным.

Было показано, что угловой дивертор приводит к сильному падению температуры электронов и ионов у пластин до уровня 1 эВ и облегчает переход плазмы у пластин в режим отрыва. Это является преимуществом углового дивертора перед “итероподобным”. Положение точки пересечения сепаратрисой внешнего углового дивертора позволяет управлять режимами его работы и переходом плазмы из состояния взаимодействия с пластиной в состояние отрыва. Положение точки пересечения сепаратрисы внешнего углового дивертора на нижней пластине является оп-



тимальным, так как это облегчает переход плазмы на внешней пластине в режим отрыва, а также приводит к некоторому снижению температуры и у внутренней пластины.

Моделирование с коэффициентами переноса аналогичными токамаку JET дает большие величины потоков тепла на пластины дивертора при аналогичных остальных параметрах, чем моделирование с коэффициентами из работы [1]. Таким образом, это более реалистичный вариант, на который надо ориентироваться. По сравнению с работой [1] в моделировании также учтены дрейфовые потоки и рассмотрен режим улучшенного удержания. В целом, сохраняется вывод о том, что существует реалистичный диапазон рабочих параметров: величина напуска газа и примеси, поток тепла из центральной области, тепловая нагрузка на диверторные пластины, концентрация электронов на сепаратрисе. В то же время существенный дополнительный вывод — необходимость увеличения расстояния между сепаратрисой и первой стенкой камеры.

Работа выполнена за счет средств государственного контракта от 17.04.2023 № Н.4к.241.09.23.1060 “НИОКР в обоснование программы исследований и технических требований к системам токамака с реакторными технологиями. Этап 2023–2024 годов”.

Компьютерное моделирование конфигураций токамака ТРТ представленных в работе выполнено в Суперкомпьютерном центре Санкт-Петербургского Политехнического Университета Петра Великого (СКЦ СПбПУ). Авторы выражают глубокую благодарность сотрудникам научно-исследовательского отделения “Энергонапряженные многослойные компоненты” НИИЭФА им. Д.В. Ефремова за подробные обсуждения возможных конфигураций ТРТ и Кукушкину К.А. за помощь в подготовке публикации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kukushkin A.S., Pshenov A.A. // Plasma Phys. Rep. 2021. V. 47. P. 1238.
2. Kaveeva E., Rozhansky V., Veselova I., Senichenkov I., Giroud C., Pitts R., Wiesen S., Voskoboynikov S. // Nuclear Materials Energy. 2021. V. 28. P. 101030.
3. Yu Y., Zhou D., Sakamoto M., Cao B., Zuo G., Hu J. // Nuclear Materials Energy. 2023. V. 34. P. 101333.
4. Pitts R.A., Bonnin X., Escourbiac F., Frerichs H., Gunn J.P., Hirai T., Kukushkin A.S., Kaveeva E., Miller M.A., Moulton D., Rozhansky V., Senichenkov I., Sytova E., Schmitz O., Stangeby P.C. // Nucl. Mater. Energy. 2019. V. 20. P. 100696.
5. Krasilnikov A.V., Konovalov S.V., Bondarchuk E.N., Mazul I.V., Rodin I.Yu., Mineev A.B., Kuzmin E.G., Kavin A.A., Karpov D.A., Leonov V.M., Khayrutdinov R.R., Kukushkin A.S., Portnov D.V., Ivanov A.A., Belchenko Yu.I. // Plasma Phys. Rep. 2021. V. 47. P. 1092.
6. Mazul I.V., Giniyatulin R.N., Kavin A.A., Litunovskii N.V., Makhankov A.N., Piskarev P.Yu., Tanchuk V.N. // Plasma Phys. Rep. 2021. V. 47. P. 1220.
7. Пискарев П.Ю., Мазуль И.В., Маханьков А.Н., Колесник М.С., Окунева Е.В., Литуновский Н.В. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2024. Т. 47. С. 41.
8. Bonnin X., Dekeyser W., Pitts R., Coster D., Voskoboynikov S., Wiesen S. // Plasma Fusion Res. 2016. V. 11. P. 1403102.
9. Eich T., Goldston R.J., Kallenbach A., Sieglin B., Sun H.J., ASDEX Upgrade Team and JET Contributors // Nuclear Fusion. 2018. V. 58. P. 034001.
10. Xu G.S., Wang L., Yao D.M., Jia G.Z., C.F. Sang, Liu X.J., Chen Y.P., Si H., Yang Z.S., Guo H.Y., Du H.L., Luo Z.P. et al. // Nuclear Fusion. 2021. V. 61. P. 126070.
11. Pan O., Bernert M., Lunt T., Cavedon M., Kurzan B., Wiesen S., Wischmeier M., Stroth U. and the ASDEX Upgrade Team // Nuclear Fusion. 2023. V. 63. P. 016001.
12. Senichenkov I.Yu., Poletaeva A.G., Kaveeva E.G., Veselova I.Yu., Rozhansky V.A., Coster D., Bonnin X., Pitts R.A. // Nuclear Materials and Energy. 2023. V. 34. P. 101361.
13. Senichenkov I.Yu., Ding R., Molchanov P.A., Kaveeva E.G., Rozhansky V.A., Voskoboynikov S.P., Shtyrkhunov N.V., Makarov S.O., Si H., Liu X., Sang C., Mao S. and CFETR Team // Nuclear Fusion. 2022. V. 62. P. 096010.
14. Sun H.J., Silburn S.A., Carvalho I.S., King D.B., Giroud C., Fishpool G., Matthews G.F., Henriques R.B., Keeling D.L., Rimini F.G. et al. // Nuclear Fusion. 2023. V. 63. P. 016021.
15. Giraud C., Pitts R.A., Kaveeva E., Rozhansky V., Brezinsek S., Huber A., Mailloux J., Marin M., Tomes M., Veselova I., Hillesheim J. // 48th EPS Confer. on Plasma Physics and Controlled Fusion, Amsterdam 27.06–01.07.2022. <https://indico.fusenet.eu/event/28/contributions/500/>
16. Ambrosino R. // Fusion Engineering and Design. 2021. V. 167. P. 112330.
17. Rodriguez-Fernandez P., Creely A.J., Greenwald M.J., Brunner D., Ballinger S.B., Chrobak C.P., Garnier D.T., Granetz R., Hartwig Z.S., Howard N.T. et al. // Nuclear Fusion. 2022. V. 62. P. 042003.
18. Potzel S., Wischmeier M., Bernert M., Dux R., Reimold F., Scarabosio A., Brezinsek S., Clever M., Huber A., Meigs A., Stamp M. // Journal of Nuclear Materials. 2015. V. 463. P. 541–545.

19. *Loarte A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2001. V. 43. P. R183.
20. *Rozhansky V., Kaveeva E., Senichenkov I., Sytova E., Veselova I., Voskoboynikov S., Coster D.* // Contrib. Plasma Phys. 2018. V. 58. P. 540.
21. *McCormick K., Dux R., Fischer R., Scarabosio A., the ASDEX Upgrade Team.* // Journal of Nuclear Materials. 2009. V. 390–391. P. S465.
22. *Bernert M., Janky F., Sieglin B., Kallenbach A., Lipschultz B., Reimold F., Wischmeier M., Cavedon M., David P., Dunne M.G. et al.* // Nuclear Fusion. 2021. V. 61. P. 024001.

## TRT DIVERTOR OPTIMIZATION IN SOLPS-ITER MODELING

**P. A. Molchanov<sup>a, b</sup>, P. S. Kudrevatykh<sup>a, b</sup>, N. V. Shtyrkhunov<sup>a, b</sup>, E. G. Kaveeva<sup>a, b, \*</sup>,  
V. A. Rozhansky<sup>a, b</sup>, and I. Yu. Senichenkov<sup>a, b</sup>**

<sup>a</sup>*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, 195251, Russia*

<sup>b</sup>*Institution “Project Center ITER”, Moscow, 123182, Russia*

*\*e-mail: E.Kaveeva@spbstu*

The analysis of possible divertor working regimes and edge plasma parameters for TRT tokamak project is performed basing on modeling. It is shown that for the separatrix power of 18 MW corresponding to approximately twice higher full input power the low divertor integral heat flux 5 MW/m<sup>2</sup> can be provided for the separatrix plasma density lower than  $7 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$  and the effective charge  $Z_{\text{eff}}$  lower than 2. These parameters are realistic for this device. In case of bigger separatrix power the working regime is possible with higher divertor heat load still within the technological limits of the machine. Modeling also shows positive effect of the increase of the distance between the separatrix and the vacuum vessel structures and better performance of the corner divertor configuration comparing to the “ITER-like” one.

**Keywords:** TRT, SOLPS-ITER, modeling, tokamak



УДК 621.039.623, 621.039.643, 533.932, 533.9.082.74

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ ПРОФИЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ СДВИГЕ ПЛАЗМЕННОГО ШНУРА И МОЩНОСТИ ЭЦРН ДО 1.5 МВт В ТОКАМАКЕ T-10

© 2024 г. С. В. Неудачин\*, А. А. Борщеговский, И. С. Пименов, И. Н. Рой

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

\*e-mail: sneudat@yandex.ru, nrcki@nrcki.ru

Поступила в редакцию 28.06.2024 г.

После доработки 25.10.2024 г.

Принята к публикации 28.10.2024 г.

Вопрос о существовании внутренних транспортных барьеров (ВТБ) около низкорациональных значений коэффициента запаса устойчивости  $q = 1, 2, \dots$  в обычной L-модели токамаков с центральным дополнительным нагревом и положительным магнитным широм остается открытым. Для выяснения существования таких ВТБ были проведены эксперименты с запрограммированным линейным по времени сдвигу плазменного шнура, при котором позиции измерения электронной температуры  $T_e$  по излучению на второй гармонике ЭЦР сдвигаются относительно плазменного шнура, что позволяет изучить детали профиля  $T_e$ . На токамаке T-10 были проведены серии экспериментов с перпендикулярным вводом ЭЦ-излучения мощностью 0.4 и 0.85 МВт при центральном ЭЦРН и быстрым сдвигом шнура на  $0.13a$  (малого радиуса плазмы  $a$ ) за 60 мс в плазме с углеродным лимитером. В обоих случаях снаружи поверхности  $q = 1$  обнаружены узкие (шириной около  $0.03a$ ) и слабые (спад коэффициента электронной теплопроводности  $\chi_e$  примерно вдвое) ВТБ, исчезающие при изменении параметров разряда. Эти ВТБ в 2–3 раза уже и на порядок слабее, чем ВТБ около поверхности  $q = 1$ , предложенные ранее для объяснения результатов токамака RTP. ВТБ не обнаружены в L-модели в экспериментах с одновременной генерацией ко-тока и контртока в центре плазмы двумя гиротронами общей мощностью 1.5 МВт в плазме с вольфрамовым лимитером (сдвиг шнура на  $0.1a$  за 30 мс). По-видимому, данная статья является первой журнальной публикацией по исследованию деталей профиля  $T_e$  при быстром сдвигу плазменного шнура.

**Ключевые слова:** токамак, электронно-циклотронный нагрев, внутренний транспортный барьер, программируемый сдвиг плазмы

DOI: 10.31857/S0367292124120038 EDN: EFEFZC

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Роль низкорациональных поверхностей запаса устойчивости  $q$  в формировании внутреннего транспортного барьера (ВТБ) была исследована на многих токамаках. По-видимому, впервые в мире особенности переноса около поверхности  $q = 1$  (радиуса переворота фазы пилообразных колебаний  $r_s$  по Б.Б. Кадомцеву [1] и многим другим моделям внутреннего срыва) были показаны в омических режимах T-10 [2] (использовались данные мягкого рентгеновского излучения, зависящие и от накопления примесей около поверхности  $q = 1$ ). Формирование ВТБ на электронной

температуре  $T_e$  в T-10 (малый радиус плазмы  $a = 30$  см) впервые наблюдалось как понижение величины коэффициента электронной теплопроводности  $\chi_e$  на фронте тепловой волны в области  $q \approx 1$  (при включении центрального электронно-циклотронного резонансного нагрева, ЭЦРН, на фоне плазмы с подавленными пилообразными колебаниями, сформированной нецентральным ЭЦРН) при нагреве как на 1-й [3] (впервые в мире обнаруженное “самоторможение” импульса тепла) так и на 2-й гармониках [4] ЭЦР. Нелокальное уменьшение  $\chi_e$  в центральной части шнура обнаружено при появлении (или приближении, т. е.

раньше появления пилообразных колебаний) поверхности  $q = 1$  [5, 6] после выключения нецентрального ЭЦРН. Нелокальное уменьшение  $\chi_e$  вокруг поверхности  $q = 1$  наблюдалось после выключения сильного газонапуска в некоторых омических режимах [7]. Существование ВТБ на  $q = 1.5, 2$  отмечено в режиме улучшенного удержания после инъекции больших дейтериевых пеллет [8]. По вопросу существования ВТБ в стационарной фазе ЭЦРН мнения авторов расходятся [9, 10]. Роль низкорациональных значений  $q_{\min}$  (минимума  $q$ ) в экспериментах Т-10 с обратным магнитным широм [11], поддерживаемым генерацией тока ЭЦ-волнами, не ясна. Почти подавленные пилообразные колебания создают ВТБ при генерации тока ЭЦ-волнами именно в узкой зоне около поверхности  $q = 1$  [7, 12]. Недавно опубликовано, что измерения  $T_e$  новым усовершенствованным Nd:YAG лазером Т-10 [13] показали наличие ВТБ при генерации тока ЭЦ-волнами в зоне около поверхности  $q = 1$ .

В режимах с небольшим широм токамака JT-60U внешний край ВТБ часто находится на низкорациональных поверхностях (например, на  $q = 2$  [14]) и на  $q = 1$  в режиме улучшенного удержания после инъекции больших дейтериевых пеллет [15]. При достаточной мощности нагрева инъекцией горячих нейтралов в экспериментах JT-60U с обратным магнитным широм, ВТБ-события (полунелокальное скачкообразное понижение потоков тепла вокруг позиции  $q_{\min}$  в зоне шириной около 40% малого радиуса) происходят при различных значениях  $q_{\min}$  [16]. А вот при понижении мощности нагрева видна именно роль низкорациональных значений  $q_{\min} = 2.5, 3, 3.5, 4$  [17]. Длительность роста  $T_{e,i}$  после ВТБ событий разнится, длительный рост отмечен при  $q_{\min} = 3.5$  и при других значениях  $q_{\min}$  в работе [18]. На токамаке D-III-D при  $q_{\min} = 2$  скачкообразное понижение потоков тепла вокруг позиции  $q_{\min}$  происходит в зоне шириной более 60% малого радиуса [7].

Для объяснения результатов токамака RTP (более подробно обсуждаются в последнем разделе) в работе [19] предположено существование ВТБ около низкорациональных значений  $q$ . Самый широкий ВТБ (около 8% малого радиуса) с  $\chi_e$  в 20 раз меньше, чем вне его, расположен около поверхности  $q = 1$ . Признаки ВТБ на  $T_e$ , измеренных лазером по томпсоновскому рассеянию, иногда видны около низкорациональных поверх-

ностей  $q$  на различных токамаках (например, в токамаке TEXTOR [20]).

При L–H-переходах в плазме Т-10 с углеродным лимитером и центральным ЭЦРН величина  $T_e$  не растет [21]. В экспериментах с одновременной генерацией ко-тока и контртока в центре плазмы двумя гиротронами общей мощностью 1.5 МВт (см. детали экспериментов в [22]) в плазме с вольфрамовым лимитером недавно был обнаружен новый тип спонтанных скачкообразных L–H-переходов с нелокальным спадом электронных потоков тепла и плотности с дальнейшим (после L–H-перехода) формированием ВТБ на  $T_e$  [22, 23]. Вопрос о наличии ВТБ в L-моде был неясен.

Часть результатов данной работы (один пример ВТБ) были доложены на 25-й конференции МАГАТЭ по ядерному синтезу в 2014 г. [12]. В полном виде работа была доложена на L Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС в 2023 г. [24]. Схема анализа экспериментов с учетом пространственной аппаратной функция приемников ЭЦ-излучения представлена в разделе 2. Эксперименты с перпендикулярным вводом ЭЦ-излучения мощностью 0.4 и 0.85 МВт представлены в разд. 3. Результаты экспериментов с одновременной генерацией ко-тока и контр-тока двумя гиротронами описаны в разделе 4. Дискуссия и выводы составляют содержание пятой части.

## 2. СХЕМА АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

При запрограммированном линейном по времени сдвиге плазменного шнура мы предполагаем, что плазменный шнур движется как целое. Радиальные позиции, в которых измеряется  $T_e$  по излучению на второй гармонике ЭЦР-излучения (в данной работе  $T_e$  измеряется только этой диагностикой), сдвигаются относительно плазменного шнура, хотя остаются почти постоянными в пространстве, так как некоторое изменение полого дальнего магнитного поля  $B_0$  мало влияет на величину полного магнитного поля. При сохранении профиля  $T_e$ , изменения наклона кривой  $T_e(r_n(t))$  во время сдвига означают изменения величины  $\nabla T_e(r_n(t))$ , где  $r_n(t)$  — текущее значение радиуса измерения  $r_n$  до сдвига, т. е.

$$\frac{\partial T_e(r_n(t))}{\partial r} = \left[ \frac{\partial T_e(r_n(t))}{\partial t} \right] \left[ \frac{\partial r_n(t)}{\partial t} \right]^{-1}. \quad (1)$$

Пространственная аппаратная функция приемников ЭЦ-излучения  $\delta_{\text{ECE}}(r_n)$  сглаживает изменение величины  $\nabla T_e(r_n(t))$  при сдвиге в пространстве и, соответственно, во времени. Величина  $\delta_{\text{ECE}}(r_n)$  зависит от параметров плазмы, угла ввода ЭЦ-волн, величины  $r_n$ , геометрических факторов и конкретных деталей диагностики.

Рассмотрим возможность экспериментального определения зон с существенно повышенным значением градиента  $T_e$ . Вне области поглощения ЭЦ-волн величина коэффициента электронной теплопроводности  $\chi_e$  почти обратно пропорциональна значению  $\nabla T_e(r)$ , поэтому локальную зону с существенно повышенным значением градиента  $T_e$  назовем локальным ВТБ. В увеличение энергосодержания плазмы вносит вклад произведение ширины ВТБ  $\delta_{\text{ITB}}$  на “силу” ВТБ ( $\nabla T_e / \nabla T_{e0}$ , где  $\nabla T_{e0}$  — градиент вне зоны ВТБ). Схематическое влияние ширины П-образной  $\delta_{\text{ECE}}$  на “измеряемый” градиент  $T_e$  приведено на рис. 1а для случая локального ВТБ в градиентной зоне шнура, а на рис. 1б то же самое приведено для случая локального ВТБ при переходе от почти плоского профиля  $T_e$  в центральной части шнура (внутри  $r_s$ ) к градиентной области. Из сравнения рис. 1 видно, что во втором случае обнаружить ВТБ труднее, так как  $\delta_{\text{ECE}}$  интегрирует как зону с нулевым, так и с повышенным градиентом  $T_e$ . Условие определения существования ВТБ из экспериментальных данных можно примерно сформулировать в виде неравенства

$$\delta_{\text{ITB}} (\nabla T_e / \nabla T_{e0}) > \alpha \delta_{\text{ECE}}, \quad (2)$$

где  $\alpha \approx 1$  в случае рис. 1а и  $\alpha \approx 1.5\text{--}2$  в случае рис. 1б.

Эволюция некоторых параметров плазменного шнура в известном импульсе E27969 токамака JT-60U [25, 26] с обратным широм (и рекордным на тот момент пересчитанным на D–T-смесь фактором усиления  $Q_{\text{DTEQ}} = 1.05$  в конце разряда) и программированном линейном по времени сдвигу плазменного шнура внутрь на 10% малого радиуса при  $6\text{ с} < t < 7\text{ с}$  приведена в [27]. При  $6\text{ с} < t < 7\text{ с}$  мощность инжектируемого пучка нейтралов постоянна и  $P_{\text{NBI}} \approx 12.5\text{ МВт}$ , но энергосодержание шнура растет со скоростью около 4.5 Мдж/с. Энергетическое время жизни  $\tau_E$  тоже растет и  $\tau_E \approx 0.9\text{ с}$  при  $t = 6.8\text{ с}$ . Виден и некоторый рост  $T_{e,i}$  в центральной части шнура (см. рис. 1 в [27]). При сдвиге внутрь радиальные позиции измерения  $T_{e,i}$  двигаются наружу. Эволюция  $T_{e,i}$  при “входе” в зону ВТБ приведена на рис. 2 в [27]. Схема изменения  $T_e$  при

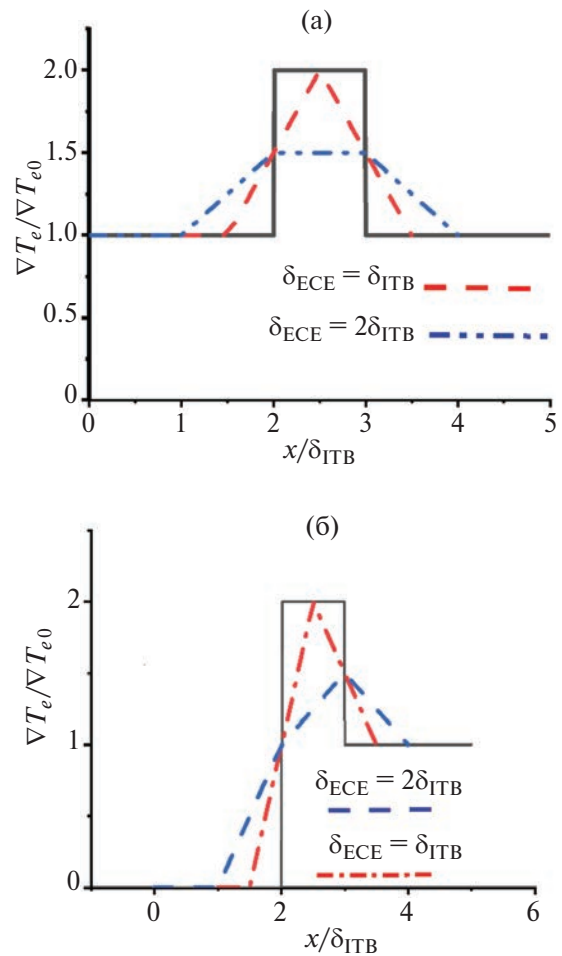


Рис. 1. Схематическое влияние ширины П-образной пространственной аппаратной функции приемников ЭЦ-излучения  $\delta_{\text{ECE}}$  на “измеряемый” градиент  $T_e$ : обычный ВТБ (а), ВТБ при переходе от плоского профиля  $T_e$  в центральной части шнура внутри  $q = 1$  к градиентной области (б).

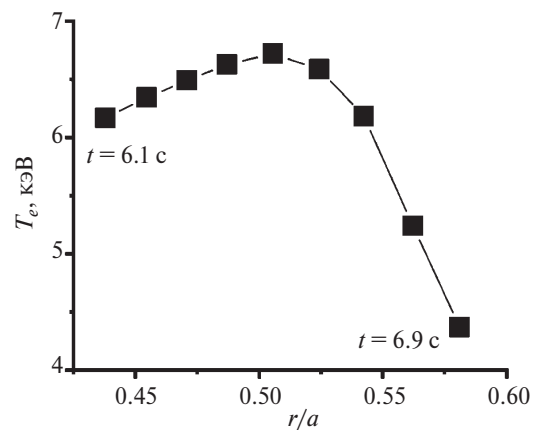


Рис. 2. Схематическое изменение  $T_e$  при переходе из слегка растущей во времени плоской части шнура к зоне ВТБ в плазме токамаке JT-60U с обратным широм в процессе сдвига шнура внутрь.

“входе” в зону ВТБ токамака JT-60U дана на рис. 2. Переход из плоской части шнура к зоне ВТБ с  $\partial T_e / \partial r = -500$  эВ/см происходит очень резко на расстоянии около 3 см (3% малого радиуса), что можно считать и оценкой сверху величины  $\delta_{\text{ECE}}$  ЭЦ-радиометра. Позднее стало ясно, что это режим без тока в центральной части шнура (current hole) и особым равновесием внутри ВТБ [28].

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ СО СДВИГОМ ПРИ МОЩНОСТИ ЭЦ-НАГРЕВА 0.4 И 0.85 МВт ПРИ УГЛЕРОДНОМ ЛИМИТЕРЕ

Для изучения существования ВТБ в стационарной стадии ЭЦРН в обычной L-модуе проведены серии экспериментов с программируемым линейным по времени сдвигом плазменного шнура наружу на 4 см. В двух сериях импульсов поперечный ввод ЭЦ-волн (без генерации ЭЦ-тока) осуществлялся одним и двумя гиротронами частотой 130 ГГц. Величина тороидального магнитного поля  $B_t$  была около 2.35 Т, чтобы нагрев был центральным как до, так и в процессе сдвига (перемещение резонанса, чуть сдвинутого наружу к чуть сдвинутому внутрь). Центральная хордовая плотность электронов  $n_{\text{line}}$ , измеренная ВЧ-интерферометром до начала сдвига, во всех описанных ниже импульсах равнялась  $(3-3.2) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Сдвиг на 4 см (13% малого радиуса) был проведен за 60 мс в сериях импульсов при ЭЦРН с мощностью 0.4 и 0.85 МВт. Изучены режимы с током плазмы  $I_p$  от 225 до 300 кА. Везде в данной работе эволюция  $T_e$  определялась многоканальной диагностикой измерения излучения плазмы на 2-й гармонике ЭЦИ (см. детали в [29]). На рис. 3а показана эволюция некалиброванных по абсолютной величине сигналов с разрешением 1 мкс в импульсе 64488 при  $r = 14.6$  см и  $P_{\text{ECRH}} = 0.4$  МВт ( $I_p = 250$  кА) в сравнении с импульсом 64494 при  $r = 14.9$  см и  $P_{\text{ECRH}} = 0.85$  МВт ( $I_p = 290$  кА). Интервалы сдвига на 4 см наружу показаны на рис. 3а стрелками, а на рис. 3б приведены изменения сдвига центра плазменного шнура DR в импульсах 64488 и 64494. Сдвиг в серии импульсов с  $P_{\text{ECRH}} = 0.85$  МВт проводился позднее в связи с несколько более долгим выходом к новому стационарному состоянию плотности. Отметим, что при ЭЦРН в T-10 профиль  $T_e$  почти не зависит от плотности вплоть до 60–70% предела плотности по Гринвальду так как энергосодержание плазмы растет линейно с ростом  $n_{\text{line}}$  вплоть до указанного выше предела [30]. В экспериментах, описанных

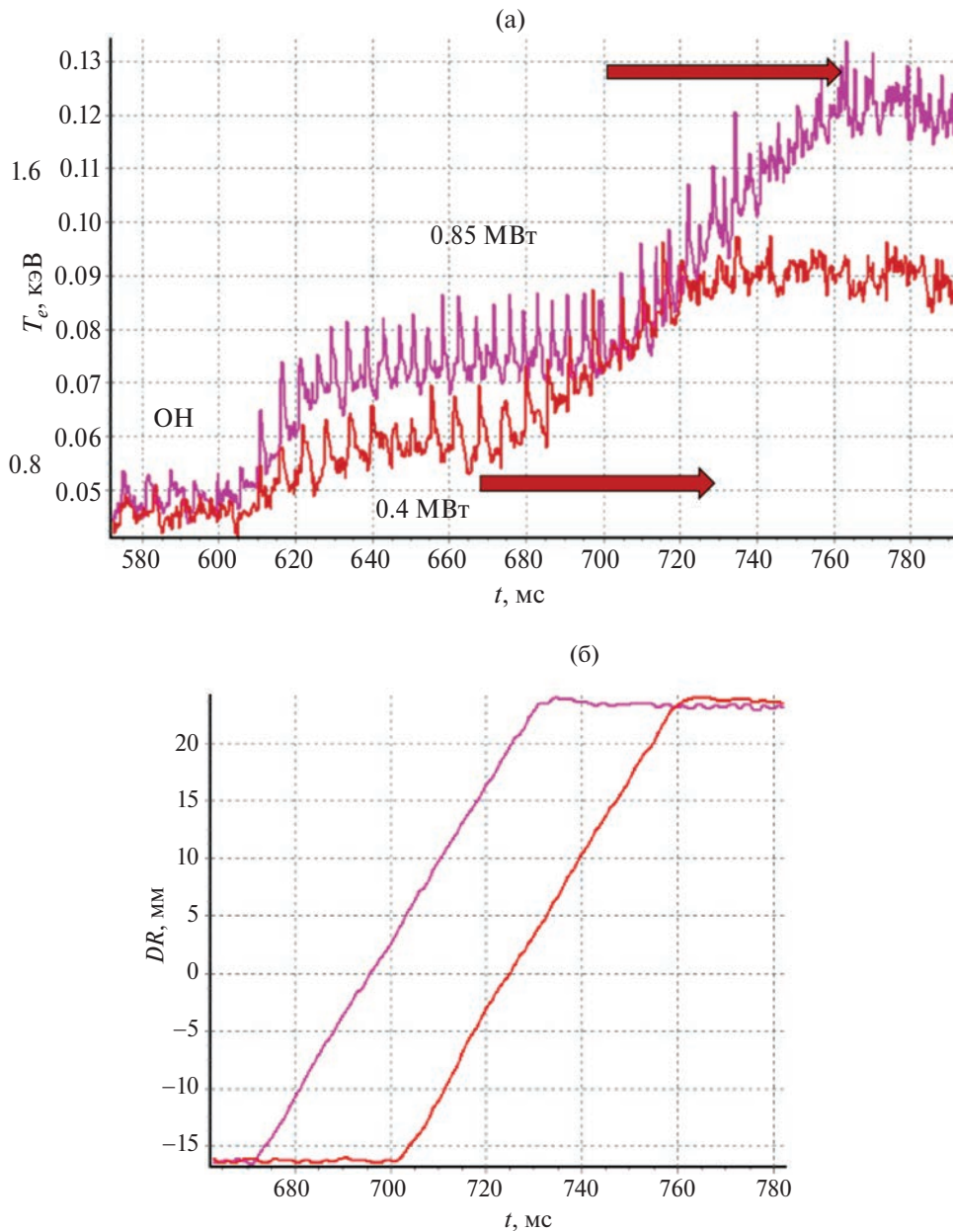
в данной работе, плотность не превышает 50% от плотности Гринвальда.

На рис. 4а приведена эволюция некалиброванных по абсолютной величине сигналов с разрешением 1 мкс на двух каналах ЭЦИ в процессе сдвига на 4 см наружу при  $P_{\text{ECRH}} = 0.4$  МВт в импульсе 64487 с  $I_p = 225$  кА. Из изменения сигнала ЭЦИ при  $r = 12$  см хорошо видно, что переход из градиентной в плоскую зону  $T_e$  происходит на расстоянии 1 см или меньше, что является оценкой сверху пространственной ширины приема детектора ЭЦИ  $\delta_{\text{ECE}}$ . Это четкий переход из градиентной в плоскую зону внутри радиуса переворота фазы пилообразных колебаний  $r_s$ . Именно на нем мы считаем расположена поверхность  $q = 1$ . Это утверждается как в модели внутреннего срыва по Б.Б. Кадомцеву [1], так и в модели с двумя резонансными поверхностями  $q = 1$  [31], успешно использующимися для моделирования результатов T-10 (см., например, [32]). А изменения ЭЦИ при  $r = 14.6$  см показывают удвоение градиента  $T_e$  в конце сдвига при приближении к  $r_s$  ( $q = 1$ ). Ширина зоны повышенного градиента  $T_e$  составляет около 1 см. Возвращаясь к схематичному рис. 1б, этот результат показывает наличие слабого (с двойным градиентом  $T_e$  и, соответственно, в два раза меньшей величиной  $\chi_e$ ) и узкого ВТБ шириной около 1 см при  $\delta_{\text{ECE}} = 0.5$  см. Мы не можем отличить описанный выше ВТБ от вдвое более узкого ВТБ с утроенным градиентом  $T_e$  и в три раза меньшей величиной  $\chi_e$  при  $\delta_{\text{ECE}} = 0.8-1$  см. Влияние вышеописанных ВТБ на рост энергосодержания плазмы одинаково, так как оно зависит от значения  $\delta_{\text{ITB}} (\nabla T_e / \nabla T_{e0} - 1)$ . Эволюция тех же ( $r = 12$  и 14.6 см до сдвига), но калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) в том же импульсе по радиусу приведена на рис. 4б. Верхняя кривая сдвинута вверх для избежания наложения кривых друг на друга в пространственной зоне  $r = 10.6-12$  см. ВТБ виден хуже, чем на рис. 4а.

При изменении тока на 10% ВТБ не наблюдается. Эволюция калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) на двух каналах ЭЦИ в процессе сдвига при  $P_{\text{ECRH}} = 0.4$  МВт в импульсе 64488 с  $I_p = 250$  кА показано на рис. 5. Явного изменения градиента  $T_e$  в процессе сдвига и, соответственно, ВТБ, в данном случае не видно. То же наблюдается и в аналогичных импульсах с  $I_p = 285$  и 300 кА.

Перейдем к экспериментам с  $P_{\text{ECRH}} = 0.85$  МВт. Эволюция некалиброванного сигнала с разре-

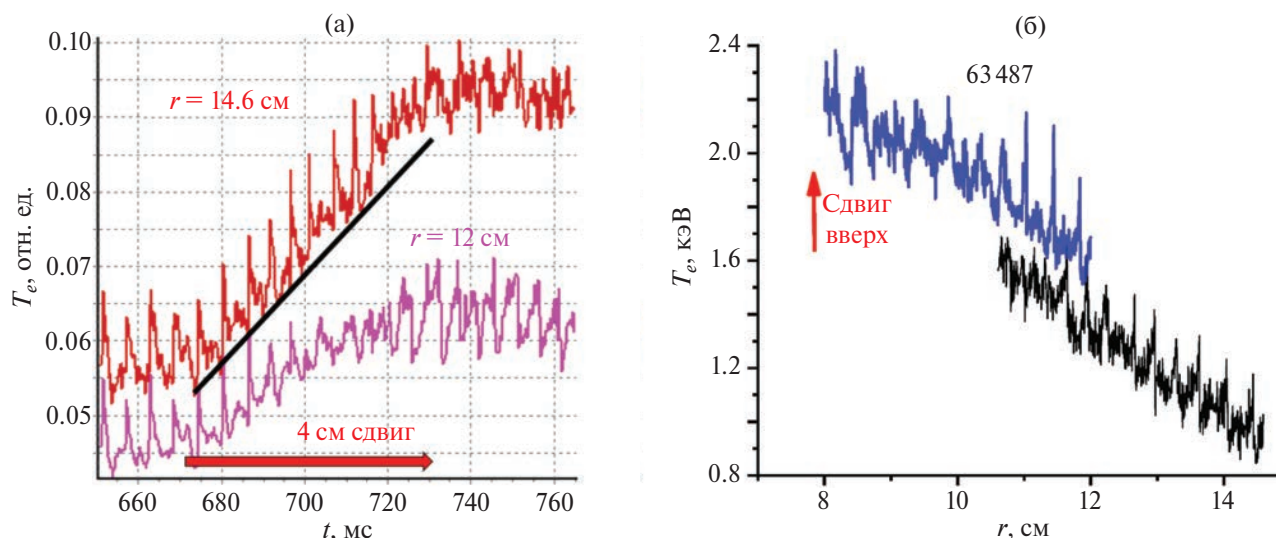




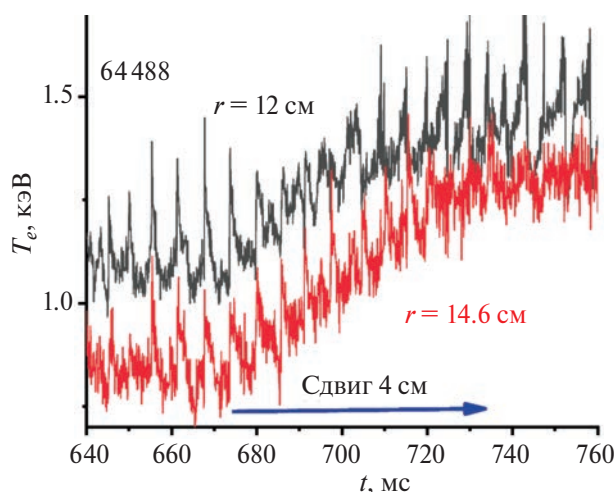
**Рис. 3.** Эволюция сырых некалиброванных сигналов 2-й гармоники ЭЦИ в импульсе 64488 при  $r = 14.6$  см и  $P_{\text{ECRH}} = 0.4$  МВт в сравнении с импульсом 64494 при  $r = 14.9$  см и  $P_{\text{ECRH}} = 0.85$  МВт. Интервалы сдвига на 4 см наружу показаны стрелками (а); изменение сдвига центра плазменного шнура DR в импульсах 64488 и 64494 (сдвиг позже) (б).

нием 1 мкс на канале ЭЦИ с  $r = 17.5$  см в процессе сдвига на 4 см наружу в импульсе 64493 с  $I_p = 285$  кА приведена на рис. 6. Намек на слабый и узкий ВТБ наблюдается в конце сдвига. На рис. 7 показана эволюция калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) на двух каналах ЭЦИ в том же импульсе. Зона повышенного примерно в полтора раза градиента шириной около 1 см видна в начале сдвига при  $r = 14.7$  см и в конце его при  $r = 17.5$  см. Это можно трактовать как

наличие слабого (с двойным градиентом  $T_e$  и, соответственно, в два раза меньшей величиной  $\chi_e$ ) и узкого ВТБ шириной около 0.7 см при  $\delta_{\text{ECE}} = 1$  см (см. рис. 1б). Этот же режим был фактически повторен в импульсе 64494 с  $I_p = 290$  кА и на полтора процента меньшей величиной  $B_t$  (сдвиг каналов измерения  $T_e$  на 2.5 см внутрь при  $r = 14.7$  см, что в полтора раза больше запланированного нами перед импульсом значения). Небольшое изменение величины  $B_t$  позволяет, не

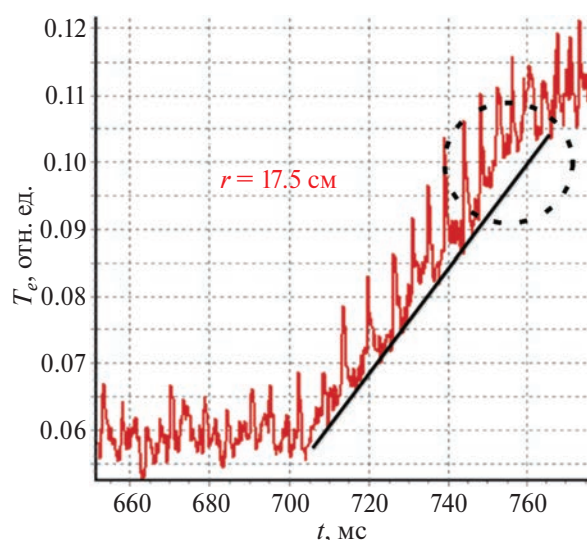


**Рис. 4.** Эволюция сырых некалиброванных сигналов с разрешением 1 мкс на двух каналах ЭЦИ в процессе сдвига на 4 см наружу при  $P_{\text{ECRH}} = 0.4$  МВт в импульсе 64487 с  $I_p = 225$  кА (а); эволюция тех же, но калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) в том же импульсе по радиусу (б). Верхняя кривая сдвинута вверх для избежания наложения.



**Рис. 5.** Эволюция калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) на двух каналах ЭЦИ в процессе сдвига при  $P_{\text{ECRH}} = 0.4$  МВт в импульсе 64488 с  $I_p = 250$  кА. ВТБ не видно.

изменяя параметров разряда, перекрывать радиальные зоны измерения  $T_e$  при сдвиге (типичное расстояние между каналами измерений со стороны слабого магнитного поля составляет 2.5–3 см). Каких-либо явных признаков ВТБ в данном импульсе не наблюдается, что видно из временной зависимости калиброванных сигналов ЭЦИ (усреднение по 100 мкс), приведенных на рис. 8. Полная пространственная аппаратная функция приема детекторов ЭЦ-излучения определена экспериментально и верхнее ее значение и при  $P_{\text{ECRH}} = 0.85$  МВт составляет около 1 см, так как переход из градиентной в плоскую зону и про-

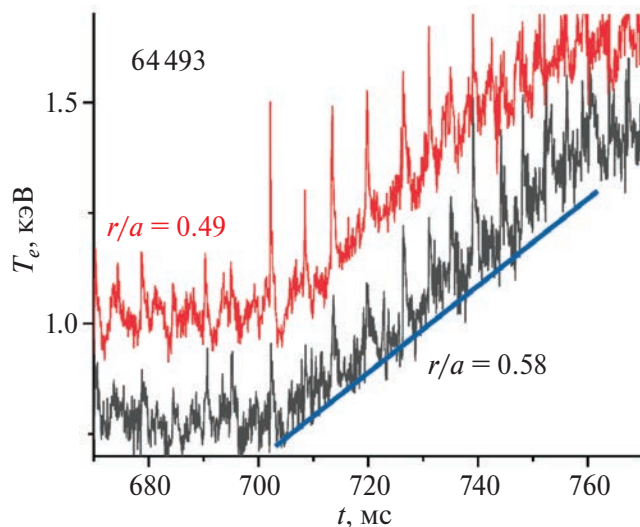


**Рис. 6.** Эволюция некалиброванного сигнала с разрешением 1 мкс на канале ЭЦИ с  $r = 17.5$  см в процессе сдвига на 4 см наружу при  $P_{\text{ECRH}} = 0.85$  МВт в импульсе 64493 с  $I_p = 285$  кА.

исходит примерно на таком расстоянии (см. рис. 7, 8).

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТЫ СО СДВИГОМ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ КО-ТОКА И КОНТРТОКА ДВУМЯ ГИРОТРОНАМИ ОБЩЕЙ МОЩНОСТЬЮ 1.5 МВт ПРИ ВОЛЬФРАМОВОМ ЛИМИТЕРЕ

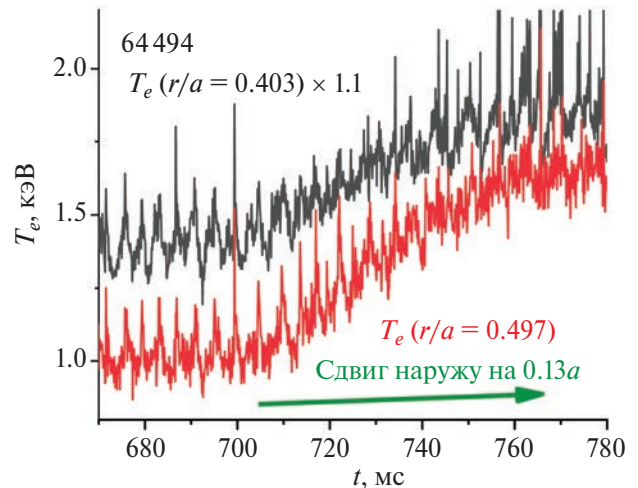
Гибкость фокусирующей системы ввода СВЧ-излучения на токамаке Т-10, установленной в разных патрубках Т-10, позволяла индивидуально



**Рис. 7.** Эволюция калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) на двух каналах ЭЦИ в импульсе 64493. Зона повышенного градиента видна в начале сдвига при  $r = 14.7$  см и в конце его при  $r = 17.5$  см.

изменять угол ввода ЭЦР-волн для трех гиротронов с частотой 140 ГГц. Схема и некоторые результаты экспериментов с одновременной генерацией ко-тока и контртока в центре плазмы двумя гиротронами общей мощностью 1.5 МВт описаны в работе [22]. Эти эксперименты, также как и описанные ниже эксперименты со сдвигом в том же режиме, были проведены в плазме с вольфрамовым лимитером. Именно в этом режиме был обнаружен новый тип скачкообразных L–H-переходов с дальнейшим формированием ВТБ [22, 23].

Для изучения существования ВТБ в L-моде описанного выше режима были проведены 2 импульса с программируемым линейным по времени сдвигом плазменного шнура наружу на 3 см за 30 мс, с 814 по 844 мс ( $n_{line} = 2.6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ ,  $I_p = 220$  кА). В отличие от экспериментов, описанных в разделе 3, в данных импульсах хорошим было и качество сигналов ЭЦИ со стороны сильного магнитного поля. Величина тороидального поля равнялась  $B_t = 2.47$  Тл в импульсе 73120 и была на 0.8% больше в импульсе 73121 (радиальные позиции каналов измерения  $T_e$  сдвинуты внутрь на 1.3 см на внешней половине радиуса). При таком поле генерация ЭЦ-тока и контртока происходит заведомо внутри  $r_s$  и не выходит за него в процессе сдвига. В импульсе 73121 два гиротрона работали с  $t = 649$  по 849 мс, а в импульсе 73120 один гиротрон ошибочно выключился при  $t = 846$  мс. Величина радиационных потерь со-

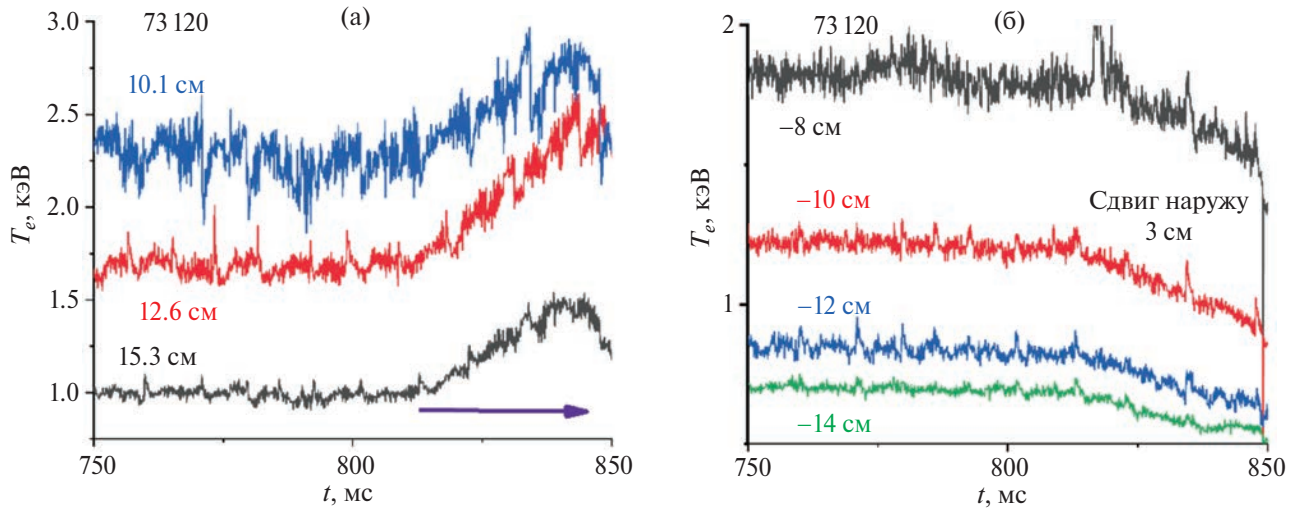


**Рис. 8.** Эволюция калиброванных сигналов (усреднение по 100 мкс) на двух каналах ЭЦИ в процессе сдвига на 4 см наружу при  $P_{ECRH} = 0.85$  МВт в импульсе 64494 с  $I_p = 290$  кА. ВТБ не видно.

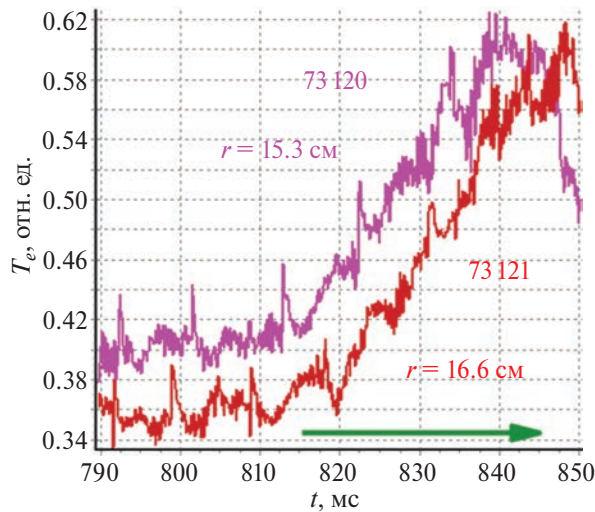
ставляла 260 кВт в обоих импульсах. На рис. 9а приведено изменение  $T_e$  (калиброванных сигналов ЭЦИ, усредненных по 100 мкс при времени оцифровки 1 мкс) на различных радиусах в процессе сдвига на 3 см наружу при  $P_{ECRH} = 1.5$  МВт в импульсе 73120 со стороны слабого магнитного поля. На рис. 9б показано то же со стороны сильного магнитного поля. Из эволюции верхней кривой на рис. 9а видно, что, в отличие от экспериментов предыдущей главы, четкого перехода  $T_e$  из градиентной зоны в плоскую не видно. Возможно, это связано с влиянием немаксвелловских электронов, возникающих при генерации тока ЭЦ-волнами. Это не позволяет определить полную пространственную аппаратную функцию приема детекторов ЭЦ-излучения.

Эволюция сырых сигналов ЭЦИ одного и того же канала в импульсе 73120 и в таком же импульсе 73121 (с тороидальным полем на 0.8% больше) показана на рис. 10. Время сдвига показано горизонтальной стрелкой. Из рис. 9, 10 следует, что в первые 20 мс сдвига градиент  $T_e$  заметно не меняется, что означает отсутствие сильных локальных ВТБ. В последние 10 мс сдвига, по-видимому, происходит некоторое изменение переноса в центральной части шнура. При генерации тока внутри поверхности  $q = 1$  характер пилообразных колебаний может значительно изменяться [33]. Профиль тока уплощается в МГД-фазе внутреннего срыва [1]. Профиль тока меняется между последовательными пилообразными колебаниями сложным образом при генерации ЭЦ-тока (на-





**Рис. 9.** Изменение калиброванных сигналов ЭЦИ (усреднение по 100 мкс) на различных радиусах в процессе сдвига на 3 см наружу при  $P_{\text{ECRH}} = 1.5$  МВт в импульсе 73 120 с  $I_p = 220$  кА со стороны слабого магнитного поля (а); то же со стороны сильного магнитного поля (б).



**Рис. 10.** Эволюция сырых сигналов ЭЦИ одного и того же канала в импульсе 73 120 и в таком же импульсе 73 121 с тороидальным полем на 0.8% больше. Время сдвига показано горизонтальной стрелкой.

пример, расчетная эволюция профиля  $q$  приведена в [7]), что может приводить к изменению величины  $\chi_e$  в пространстве и времени. При сдвиге шнура изменяется и радиальная позиция генерации как ко-тока так и контртока. По-видимому, это и приводит к изменению и пилообразных колебаний и  $\chi_e$  в конце сдвига.

## 5. ДИСКУССИЯ И ВЫВОДЫ

В токамаке RTP при центральном ЭЦ-нагреве были обнаружены ВТБ на профилях  $T_e$ , измеренных лазером по томпсоновскому рассеянию (см.

[19] и ссылки внутри) расположенные около низкорациональных значений  $q$ . Скачкообразные изменения  $T_e$  в центральной части шнура происходили, когда зона ЭЦ-резонанса выходила за поверхности  $q = 1, 1.5, 2$  при сдвиге позиции ЭЦ-резонанса наружу (при повышении величины  $B_t$ ). Для объяснения этих результатов в работе [19] предположено существование ВТБ около низкорациональных значений  $q$ . Самый широкий ВТБ (около 8% малого радиуса) с величиной коэффициента электронной теплопроводности  $\chi_e$  в 20–30 раз меньше, чем вне его, расположен около поверхности  $q = 1$ .

Эксперименты Т-10 при нагреве на 1-й гармонике ЭЦР со сдвигом позиции ЭЦ-резонанса наружу при повышении величины  $B_t$  (вплоть до  $r/a = 0.6$ , что заметно дальше позиции  $q = 1$ ) не показали изменений в энергосодержании плазмы (оно либо постоянно, либо слегка плавно снижается в пределах ошибок измерений) [35]. При генерации узкого профиля ЭЦ-тока одним гиротроном (см. пример расчетов в [7]) на 2-й гармонике ЭЦР, эксперименты с медленным сдвигом плазменного шнура (см. рис. 30 в [35]) показывают не только то, что почти подавленные пилообразные колебания создают временные ВТБ (длительность 15–20 мс при периоде колебаний 35–50 мс [7, 12, 35]) при генерации тока именно в узкой зоне шириной 1 см около поверхности  $q = 1$ . При дальнейшем выходе зоны нагрева и генерации тока наружу возобновляются регулярные слабые пилообразные колебания, а  $T_e$  в цент-



ральной части шнура не изменяется, в отличие от результатов RTP. Итак видно, что результаты различных экспериментов T-10 системно не показывают наличие сильных ВТБ около поверхности  $q = 1$ . На токамаке TCV [36] показано плавное снижение энергосодержания плазмы при переходе через  $q = 1$ . В теоретической работе [37] показано, что около сепаратрисы магнитного острова существует зона повышенного шира электрического радиального поля, а при вращении острова возникает добавочное радиальное электрическое поле. Одной из причин разницы между токамаками RTP и T-10 может являться разница удельного потока мощности через поверхность  $q = 1$  (в T-10 он в 2.2 раза ниже при ЭЦРН мощностью 0.85 МВт и в 1.2 раза ниже при ЭЦРН мощностью 1.5 МВт).

При изменении значения  $\nabla T_e$  в узкой зоне вне области поглощения ЭЦ-волн, величина  $\chi_e$  почти обратно пропорциональна значению  $\nabla T_e$ . Удвоение величины  $\nabla T_e$  в узкой зоне шириной около 1 см, описанное в разделе 3, означает спад значения  $\chi_e$  вдвое. Величина  $\nabla T_e/T_e$  почти удваивается (важность изменения величины  $R\nabla T_e/T_e$  как характеристики ВТБ изложена, в частности, в обзоре [38]). При зависимости  $\chi_e(\nabla T_e/T_e - (\nabla T_e/T_e)_{\text{crit}})$  в моделях критических градиентов [39, 40] для L-моды (в омических режимах величина  $\nabla T_e/T_e$  уже слегка превышает критическое значение), величина  $\chi_e$  должна значительно увеличиться. Так, например, результаты экспериментов T-10 (нагрев на 1-й гармонике ЭЦР) и их моделирования в работе [41], проинтерпретированные с точки зрения изменения величины  $\nabla T_e/T_e$  (см. рис. 1 в [42]) показывают, что величина  $\chi_e$  должна более чем утроиться при удвоении значения  $\nabla T_e/T_e$ . Подобное увеличение величины  $\chi_e$  происходит при удвоении величины  $\nabla T_e/T_e$  и в модели канонических профилей [43]. Таким образом, значение  $\chi_e$  в узкой зоне даже слабого ВТБ, описанного выше, отклоняется от скейлингов L-моды более чем в 6 раз.

На токамаке T-10 были проведены серии экспериментов с перпендикулярным вводом ЭЦ-излучения мощностью 0.4 и 0.8 МВт при центральном ЭЦРН и сдвигом шнура до 4 см в плазме с углеродным лимитером. В обоих случаях снаружи поверхности  $q = 1$  (радиуса переворота фазы пилообразных колебаний) обнаружены узкие (шириной около 1 и 0.7 см) и слабые (спад коэффициента электронной теплопроводности примерно вдвое) ВТБ, исчезающие при изменении

параметров разряда. Данные ВТБ не вносят заметного вклада в энергосодержание плазмы (около 1%). Эти ВТБ в 2–3 раза уже и на порядок слабее, чем ВТБ около поверхности  $q = 1$ , предложенные ранее для объяснения результатов токамака RTP [18]. Полная пространственная аппаратная функция приема детекторов ЭЦ-излучения определена экспериментально и верхнее ее значение составляет около 1 см, так как переход из градиентной в плоскую зону около поверхности  $q = 1$  и происходит примерно на таком расстоянии в различных импульсах.

ВТБ не обнаружены в экспериментах с одновременной генерацией со-тока и контр-тока двумя гиротронами общей мощностью 1.5 МВт в плазме с вольфрамовым лимитером.

По-видимому, данная статья является первой журнальной публикацией в мире об исследовании деталей профиля электронной температуры при запрограммированном быстром линейном во времени сдвиге плазменного шнура. Фактически, это дополнительная бесплатная диагностика, которую мы надеемся использовать и в экспериментах токамака T-15МД.

Авторы благодарны Н.А. Кирневой и Г.Е. Ноткину за полезные дискуссии и коллективу T-10 за помощь в проведении экспериментов. Во всех экспериментах, описанных выше, ведущим режимом T-10 был Ю.Д. Павлов. Данная работа выполнена в рамках Государственного задания НИЦ “Курчатовский институт”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кадомцев Б.Б. // Физика плазмы. 1975. Т. 1. С. 710.
2. Бугаря В.И., Васин Н.Л., Вершков В.А., Егоров С.М., Есипчук Ю.В., Журавлев В.А., Ковров П.Е., Крупин В.А., Пименов А.Б., Разумова К.А., Стрижов В.Ф., Юшманов П.Н. // Физика плазмы. 1983. Т. 5. С. 914.
3. Bagdasarov A.A., Vasin N.L., Neudachin S.V., Savrukhin P.V. // Plasma Phys. Controlled Nuclear Fusion Res. (Proc. 15th Int. Conf., Washington, 1990). Vienna: IAEA, 1991. V. 1. P. 253.
4. Neudatchin S.V., Kislov A.Ya., Krupin V.A., Lysenko S.E., Pavlov Yu.D., Syshkov A.V., Borshagovskii A.A., Chistyakov V.V., Ilin V.I., Piterskii V.V., Poznyak V.I., Roi I.N. // Nuclear Fusion. 2003. V. 43. P. 1405.
5. Neudatchin S., Inagaki S., Itoh K., Kislov A., Kislov D., Krupin D., Kubo S., Lysenko S., Ohkubo K., Pavlov Y., Poznyak V., Shimoizuma T., Sushkov A., Yakovlev M., Ida K. // J. Plasma Fusion Res. Ser. 2004. V. 6. P. 134.

6. *Neudatchin S.V., Takizuka T., Sakamoto Y., Hayashi N., Isayama A., Kislov A.Ya., Krylov S.V., Pavlov Yu.D., Shirai H., Borschegovskii A.A.* // Proc. 21st IAEA FEC, Chengdu, 2006. EX/P1-8.
7. *Neudatchin S.V., Shelukhin D.A., Mustafin N.A.* // J. Phys.: Conf. Series. 2017. V. 907. P. 012015. DOI: 10.1088/1742-6596/907/1/012015.
8. *Pavlov Yu.D., Borshchegovskij A.A., Dremine M.M., Kakurin A.M., Krylov S.V., Nikulin M.Yu., Roy I.N., Zhuravlev V.A.* // Proc. 21st IAEA FEC. Chengdu, 2006. EX/P3-11.
9. *Razumova K.A., Alikaev V.V., Borschegovskii A.A., Chistyakov V.V., Dremine M.M., Gorshkov A.V., Kislov A.Ya. et al.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2000. V. 42. P. 943.
10. *Kirneva N.A., Alikaev V.V., Borschegovskij A.A., Esipchuk Yu.V., Dremine M.M., Esipchuk Yu.V., Gorshkov A.V., Kislov A.Ya., Kislov D.A. et al.* // 27th EPS Conf. Controlled Fusion and Plasma Phys. Budapest, 2000. P2.031.
11. *Kirneva N.A., Esipchuk Yu.V., Borschegovskij A.A., Chistyakov V.V., Gorbunov E.P., Denisov V.Ph., Dremine M.M., Kakurin A.M., Khimchenko L.N., Kislov D.A. et al.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. V. 47. P. 1787.
12. *Neudatchin S.V., Shelukhin D.A., Borschegovskii A.A., Maltsev S.G., Myalton T.B., Mustafin N.A., Sergeev D.S.* // Proc. 25th Fusion Energy Conference (St. Petersburg, 2014). 2014. EX/P1-43.
13. *Asadulin G.M., Kirneva N.A., Bel'bas I.S., Gorshkov A.V., Panfilov D.S., Krylov S.V., Nemets A.P., Sergeev D.S., Solov'ev N.A.* // Plasma Phys. Rep. 2024. V. 50. P. 222.
14. *Koide Y., Kikuchi M., Mori M., Tsuji S., Ishida S., Asakura N., Kamada Y., Nishitani T., Hatae Y., Fujita T., Fukuda T., Sakasai A., Kondoh T., Yoshino R., and Neyatani Y.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 3662.
15. *Kamada Y., Yoshino R., Nagami M., Ozeki T.* // Nucl. Fusion. 1991. V. 31. P. 23.
16. *Neudatchin S.V., Takizuka T., Shirai H., Fujita T., Isei N., Isayama A., Koide Y., Kamada Y.* // Plasma Phys. Control. Fus. 1999. V. 41. P. L39.
17. *Neudatchin S.V., Takizuka T., Hayashi N., Isayama A., Shirai H., Fujita T., Kamada Y., Koide Y., Suzuki T.* // Nucl. Fusion. 2004. V. 44. P. 945.
18. *Kin F., Itoh K., Yoshida M., Honda M., Kamada Y., Kamiya K., Narita E., Bando T.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2021. V. 63. P. 035030.
19. *Hogewij G.M.D., Lopes Cardozo N.J., De Baar M.R., Schilham A.M.R.* // Nucl. Fusion. 1998. V. 38. P. 1881.
20. *Kantor M.Yu., Donne A.J.H., Jaspers R., Van der Meiden H.J. and TEXTOR Team* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. V. 51. P. 055002.
21. *Аликаев В.В., Борщеговский А.А., Вериков В.А., Волков В.В., Горшков А.В., Готт Ю.В., Грашин С.А., Дремине М.М., Елисеев Л.Г., Есипчук Ю.В. и др.* // Физика плазмы. 2000. Т. 26. С. 979.
22. *Borschegovskiy A., Neudatchin S., Pimenov I., Trukhin V., Dremine M., Kislov A., Pavlov Yu.* // EPJ Web of Confer. 2019. V. 203. P. 02004. DOI: 10.1051/epjconf/201920302004.
23. *Neudatchin S.V., Borschegovskiy A.A., Pimenov I.S., Zemtsov I.A.* // Proc. 28-th Fusion Energy Conf. (virtual Conf. 2021). 2021. EX/P4-2.
24. *Неудачин С.В., Борщеговский А.А., Пименов И.С.* // I Междунар. (Звенигородская) конфер. по физике плазмы и УТС, март 2023, ICPAF-2023. С. 105. DOI: 10.34854/ICPAF.2023.50.2023.1.1.061. <http://www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/L/Sbornik-2023.pdf>
25. *Koide Y., Takizuka T., Takeji S., Ishida S., Kikuchi M., Kamada Y., Ozeki T., Neyatani Y., Shirai H., Mori M. and Tsuji-Iio S.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 1996. V. 38. P. 1011.
26. *Koide Y. and JT-60 Team* // Phys. Plasmas. 1997. V. 4.
27. *Neudatchin S.V., Shirai H., Takizuka T., Fujita T., Takeji S., Isei N., Ishida S., Kamada Y.* // 24th EPS Conf. Controlled Fusion and Plasma Phys., Berchtesgaden, 1997. V. 24A. Part 2. P. 497. [http://libero.ipp.mpg.de/libero/PDF/EPS\\_24\\_V2\\_1997.pdf](http://libero.ipp.mpg.de/libero/PDF/EPS_24_V2_1997.pdf)
28. *Takizuka T.* // J. Plasma Fusion. Res. 2002. V. 78. P. 1282.
29. *Позняк В.И., Валенсия О., Гридина Т.В., Какурин А.М., Путерский В.В., Плоскирев Г.Н., Плоскирев Е.Г.* // Физика плазмы. 2012. Т. 38. С. 835.
30. *Esipchuk Yu.V., Kirneva N.A., Borschegovskij A.A. et al.* // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2003. V. 45. P. 793.
31. *Параул В.В., Переверзев Г.В.* // Физика плазмы. 1980. Т. 6. С. 27.
32. *Днестровский Ю.Н., Неудачин С.В., Переверзев Г.В.* // Физика плазмы. 1984. Т. 10. С. 236.
33. *Kislov D.A. for the T-10 Team* // Nucl. Fusion. 2007. V. 47. P. S59019.
34. *Alikaev V.V., Arsentiev Yu.I., Bagdasarov A.A., Berezovskij E.L., Borschegovskij A.A., Buzankin V.V., Vasin N.L., Verin A.E., Vertiporokh A.N., Vershkov V.A., Gegechkori N.M. et al.* // Plasma Phys. Control. Nuclear Fusion Res. 1984 IAEA-CN-44/F-I-1 (Proc. 10th Int. Conf. London, 1984). Vienna: IAEA, 1985. V. 1. P. 419.
35. *Vershkov V.A., Sarychev D.V., Notkin G.E., Shelukhin D.A., Buldakov M.A., Dnestrovskij Yu.N., Grashin S.A., Kirneva N.A., Krupin V.A., Klyuchnikov L.A., Melnikov A.V., Neudatchin S.V., Nurgaliev M.R., Pavlov Yu.D., Savruchkin P.V., and T-10 team* // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. P. 102017.
36. *Kirneva N.A., Razumova K.A., Pochelon A., Behn R., Coda S., Curchod L., Duval B.P., Goodman T.P., Labit B., Karpushov A.N., Rancic M., Sauter O., Silva M.*

- and the TCV Team // Plasma Phys. Control. Fusion. 2012. V. 54. P. 015011.
37. Кавеева Е.Г., Рожанский В.А. // Письма ЖТФ. 2004. Вып. 13. С. 19.
38. Wolf R.E. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2003. V. 45. P. R1.
39. Неудачин С.В. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 1986. Вып. 3. С. 39.
40. Rebut P.-H., Lallia P.P. and Watkins M.L. // Proc. 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Fusion Research (Nice, 1988). Vienna: IAEA, 1989. V. 2. P. 191.
41. Багдасаров А.А., Васин Н.Л., Есипчук Ю.В., Неудачин С.В., Разумова К.А., Саврухин П.В., Тарасян К.Н. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. С. 899.
42. Neudatchin S.V., Shelukhin D.A. // Proc. 23-d Fusion Energy Conf. (Daejeon, Korea) 2010. EXC/P4-09.
43. Днестровский Ю.Н., Вершков В.А., Данилов А.В., Днестровский А.Ю., Зенин В.Н., Лысенко С.Е., Мельников А.В., Шелухин Д.А., Субботин Г.Ф., Черкасов С.В. // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 197.

## INVESTIGATION OF ELECTRON TEMPERATURE PROFILE DETAILS DURING PLASMA COLUMN DISPLACEMENT AND ECRH POWER UP TO 1.5 MW IN THE T-10 TOKAMAK

S. V. Neudachin<sup>a, \*\*, \*</sup>, A. A. Borschegovskii<sup>a</sup>, I. S. Pimenov<sup>a</sup>, and I. N. Roy<sup>a</sup>

<sup>a</sup>National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123098, Russia

\*e-mail: sneudat@yandex.ru

\*\*e-mail: nrcki@nrcki.ru

The question of the existence of internal transport barriers (ITBs) around low-rational number values of the stability factor  $q = 1, 2, \dots$  in the usual L-mode of tokamaks with central additional heating and positive magnetic shear remains open. To clarify the existence of such ITBs, experiments were carried out with a programmed linear time shift of the plasma column, in which the positions of the electron temperature measurements  $T_e$  of the emission at the second electron cyclotron harmonic are shifted relative to the plasma column, which allows one to study the  $T_e$  profile details. A series of experiments with perpendicular input of EC radiation with a power of 0.4 and 0.85 MW at a central ECRH and a fast (60 ms) shift of the column by 0.13a (minor plasma radius a) were carried out on the T-10 tokamak in plasma with a carbon limiter. In both cases, outside the  $q = 1$  surface narrow (about 0.03a wide) and weak (a decrease in the coefficient of electron thermal conductivity  $\chi_e$  by approximately two times) ITBs detected, which disappeared when the discharge parameters changed. These ITBs are 2–3 times narrower and an order of magnitude weaker than the ITBs near the surface  $q = 1$ , which was previously proposed to explain the RTP tokamak results. ITBs were not detected in the L-mode in experiments with simultaneous generation of a co-current and counter-current in the plasma center by two gyrotrons with a total power of 1.5 MW in a plasma with a tungsten limiter (column shift by 0.1a in 30 ms). This article appears to be the first journal publication on the study of  $T_e$  profile details with rapid movement of the plasma column.

**Keywords:** tokamak, electron cyclotron heating, internal transport barrier, programmable plasma shift

УДК 533.932, 621.039.626

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА И ЧАСТИЦ В ТОКАМАКАХ COMPASS И T-10 С ПОМОЩЬЮ ТРАНСПОРТНОЙ МОДЕЛИ КАНОНИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

© 2024 г. А. В. Данилов<sup>а, \*</sup>, Ю. Н. Днестровский<sup>а</sup>, А. В. Мельников<sup>а, b, c</sup>,  
Л. Г. Елисеев<sup>а</sup>, С. Е. Лысенко<sup>а, \*\*</sup>, С. В. Черкасов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>НИИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

<sup>б</sup>Национальный ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

<sup>с</sup>Московский физико-технический институт (НИУ), Долгопрудный, Россия

\*e-mail: danilov\_AV@nrcki.ru

\*\*e-mail: lysenko\_SE@nrcki.ru, nrcki@nrcki.ru

Поступила в редакцию 13.09.2024 г.

После доработки 31.10.2024 г.

Принята к публикации 05.11.2024 г.

Представлены результаты моделирования переноса тепла и частиц плазмы, получаемой в режиме омического нагрева в токамаке T-10 с круглым лимитером и D-образной плазмы с дивертором в токамаке COMPASS. Проведено моделирование в режиме H-моды с омическим нагревом плазмы и при ее дополнительном нагреве в результате инъекции нейтрального пучка (NBI) в токамаке COMPASS. Моделирование осуществлялось с помощью Транспортной модели канонических профилей (ТМКП) с использованием кода ASTRA. Полученные радиальные профили электронной температуры и плотности плазменного шнура согласуются с измеренными со среднеквадратичными отклонениями в пределах точности эксперимента 10–15%. Расчеты продемонстрировали весьма схожие профили плотности плазмы, как в омическом режиме, так и при дополнительном NBI-нагреве в H-моду. Профили электронной температуры в H-моду с дополнительным нагревом имеют более высокие пьедесталы, чем в омической H-моду, что согласуется с измерениями. Сравнение показало, что омические режимы в COMPASS и T-10 можно описать одинаковыми коэффициентами жесткости в уравнениях переноса тепла и частиц в плазме.

**Ключевые слова:** анализ переноса, транспортная модель канонических профилей, токамак, T-10, COMPASS

**DOI:** 10.31857/S0367292124120044 **EDN:** EFEFPW

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Важное свойство тороидальной плазмы, удерживаемой в магнитном поле, это ее способность сохранять форму радиальных профилей таких важных параметров как давление, плотность и температура плазмы, скорость тороидального вращения, несмотря на различные внешние воздействия, и эта способность обсуждается с начала восьмидесятых годов [1–3]. Такие профили были названы самосогласованными или “каноническими”. Явление поддержания канонических профилей рассматривалось как проявление са-

моорганизации плазмы, которое легло в основу Транспортной модели канонических профилей (ТМКП) [4–6]. Данная модель отличается от других моделей с критическими градиентами тем, что в ней критические градиенты определяются минимумом энергии полоидального поля тока плазмы при условиях сохранения полного тока и полного полоидального магнитного потока. Несмотря на многочисленные наблюдения этого явления, находящегося в прямой связи с природой плазменной турбулентности, его понимание до сих пор представляет собой сложную задачу. Более того, было показано, что и для стеллараторов



профили давления зачастую являются самосогласованными [7, 8]. Вместе с наблюдениями внешних и внутренних транспортных барьеров в стеллараторах эти факты рассматриваются как противоречащие стандартной неоклассической транспортной парадигме. По-видимому, и в стеллараторах важную роль играет аномальный перенос, обусловленный турбулентностью плазмы.

В последнее десятилетие надежды на более глубокое понимание природы турбулентности тороидальной плазмы связываются с зональными потоками (ЗП) и их высокочастотной ветвью — геодезической акустической модой (ГАМ) [9–11]. Связь между широкополосными флуктуациями плотности/потенциала и ГАМ наблюдалась на T-10 [12–14]. В COMPASS и T-10 бикогерентный анализ показал наличие трехволнового взаимодействия между ГАМ и широкополосной турбулентностью [15, 16]. Оказалось, что ЗП напрямую связаны с L–H-переходом, вызывая укручение профиля давления [17]. Заметная активность ГАМ наблюдалась непосредственно перед L–H-переходом в омической плазме токамака ТУМАН-3М [18]. Модуляция уровня турбулентности на частоте ГАМ была подтверждена экспериментальными наблюдениями в плазме токамака ФТ-2 и глобальным гирокинетическим моделированием с помощью кода ELMFIRE [19]. Авторы данной работы рассматривают взаимодействие крупномасштабных ЗП с мелкомасштабной дрейфово-волновой турбулентностью как пример механизма самоорганизации плазменной турбулентности.

Численное решение многомерных кинетических уравнений с помощью гирокинетических кодов в настоящее время рассматривается как наиболее перспективный способ описания турбулентного переноса в плазме. Тем не менее подход ТМКП по-прежнему является разумной альтернативой, по крайней мере, для достаточно простых предварительных оценок.

В статье представлены результаты моделирования с помощью ТМКП с использованием кода ASTRA [20] для омической плазмы в токамаке T-10 с круглым лимитером (большой и малый радиусы  $R = 1.5$  м,  $a = 0.3$  м) и ITER-подобной D-образной плазмы с дивертором в токамаке COMPASS ( $R = 0.56$  м,  $a = 0.2$  м). Кроме того, было проведено моделирование H-моды в плазме с омическим и NBI-нагревом в токамаке COMPASS. В последнем случае для моделирова-

ния взаимодействия нейтрального пучка с плазмой использовался код NUBEAM [21].

## 2. ТРАНСПОРТНАЯ МОДЕЛЬ КАНОНИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

Модель основана на предположении, что в нестационарной омической плазме и плазме в L-моду профили температуры, плотности и давления эволюционируют в направлении канонических. Данное свойство плазмы описывается введением дополнительных потоков тепла и частиц, пропорциональных отклонениям нормированных градиентов профилей от канонических. Эти дополнительные потоки значительно превышают неоклассические значения и обеспечивают описание турбулентного переноса тепла и частиц.

Канонические профили для тороидальной плазмы с произвольным поперечным сечением и ТМКП описаны в [22, 23]. Модель исходит из уравнений, описывающих сохранение числа частиц и тепла, а также закона Ома для продольной компоненты тока:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (1/V') \frac{\partial(V' G_1 \Gamma_n)}{\partial \rho} = S_n(\rho), \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial(n T_\alpha)}{\partial t} + (1/V') \frac{\partial(V' G_1 Q_\alpha)}{\partial \tilde{A}} = P_\alpha(\rho), \quad (2)$$

$$\sigma_{\parallel} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 B_0 \rho} \frac{\partial(V' G \partial \psi / \partial \rho)}{\partial \rho}. \quad (3)$$

Здесь  $T_\alpha$  — температура электронов ( $\alpha = e$ ) или ионов ( $\alpha = i$ ),  $n$  — плотность плазмы,  $V' = \partial V / \partial \rho$ ,  $G = R^2 \langle (\nabla \rho)^2 / r^2 \rangle$ ,  $G_1 = \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$  — метрические коэффициенты,  $\langle f \rangle$  — операция усреднения по магнитной поверхности,  $V$  — объем плазмы внутри магнитной поверхности,  $Q_\alpha$  — потоки тепла электронов и ионов,  $\Gamma_n$  — поток частиц,  $P_\alpha$  — плотность вкладываемой мощности,  $S_n$  — источник частиц,  $\psi$  — потенциал полоидального магнитного поля,  $B_0$  — тороидальное магнитное поле,  $\sigma_{\parallel}$  — продольная проводимость плазмы,  $\rho$  — радиальная координата по тороидальному магнитному полю.

Потоки тепла в электронном и ионном каналах представлены в следующем виде [23]:

$$Q_\alpha = -k_\alpha \left( T'_\alpha - \frac{T_\alpha}{T_c} T'_c \right) F_\alpha - k_{0\alpha} T'_\alpha + \frac{3}{2} \Gamma_n T_\alpha - k_{st} H(\rho_s - \rho) T'_\alpha. \quad (4)$$

Здесь  $T_c$  — канонический профиль температуры,  $k_\alpha$  — жесткость профиля температуры электронов или ионов,  $H(x)$  — функция Хевисайда ( $H(x) = 1$  для  $x > 0$ ,  $H(x) = 0$  для  $x < 0$ );  $k_{0\alpha}$  — коэффициент теплопроводности, определяемый процессами, не связанными с эффектом постоянства профиля (например, неоклассическими эффектами). Последние два члена описывают конвективный тепловой поток, пропорциональный потоку частиц и усредненному эффекту пилообразных колебаний внутри области  $\rho < \rho_s$ , где  $q(\rho_s) \sim 1$ ,  $q(\rho)$  — запас устойчивости.

Поток частиц записывается следующим образом:

$$\Gamma_n = nV_w - D_n \left( n' - \frac{n}{n_c} n'_c \right) F_e - D_0 n' - D_{st} H(\rho_s - \rho) n'. \quad (5)$$

Здесь первый член в правой части — неоклассический Вейеровский пинч, следующий член описывает поток, обусловленный жесткостью профиля электронной плотности, а последние два члена — “фоновый” поток частиц и поток, связанный с пилообразными колебаниями;  $n_c$  — канонический профиль плотности,  $D_n$ ,  $D_0$  и  $D_{st}$  — соответствующие коэффициенты диффузии и жесткости.

В расчетах источник частиц генерировался специальной программой из стандартного пакета ASTRA, поддерживающей плотность плазмы по центральной хорде. В процессе итераций, обеспечивающих равенство экспериментальных и расчетных значений среднехордовой плотности плазмы, программа меняла концентрацию холодных нейтралов. Остальные параметры, участвующие в расчетах радиального распределения нейтралов, это энергии стеночных холодных и горячих нейтралов, а также концентрация горячих нейтралов, были определены ранее в расчетах для других установок и считались неизменными. Концентрация нейтралов, возникающих при вторичной перезарядке ионов пучка при NBI, рассчитывалась программой NUBEAM [21].

Выражения для потоков (1), (2) содержат так называемые “факторы забывания”  $F_\alpha$  [22]

$$F_\alpha = \exp \left\{ -z_{p\alpha}^2 / 2 z_{0\alpha}^2 \right\}; \quad z_{p\alpha} = \frac{\rho_{\max} a}{\rho} \left( \frac{p_\alpha}{p_\alpha} - \frac{p'_c}{p_c} \right). \quad (6)$$

Здесь  $a$  — малый радиус,  $p_\alpha = nT_\alpha$ ,  $p_c$  — канонический профиль давления, а фактор  $\rho_{\max}/\rho$  введен для предотвращения зануления  $z_{p\alpha}$  в точке  $\rho = 0$ . Эти факторы подавляют потоки, связанные с жесткостью профиля, внутри внешних транспортных барьеров, образующихся в областях, где  $|z_{p\alpha}| > z_{0\alpha}$ .

Предварительно моделирование рассматриваемых импульсов COMPASS проводилось с использованием несколько иной модели, включающей дополнительный член в выражение для потока частиц  $-\frac{D_p}{T_e} (p' - \frac{p}{p_c} p'_c) F_e$  [24]. Однако дальнейшее исследование показало, что результаты моделирования с более простой моделью достаточно близки к результатам [24], и введение дополнительного члена не оправдано.

Коэффициенты переноса  $k_\alpha$ ,  $k_{0\alpha}$ ,  $k_{st}$ ,  $D_n$ ,  $D_0$  и  $D_{st}$  должны быть определены путем сравнения расчетов с экспериментом. Для главного коэффициента мы используем выражение, определенное в [25]:

$$k_\alpha = \left\{ \frac{\lambda_\alpha}{MA^{3/4}} \frac{5a^2 B_0}{RI} q \left( \rho = \frac{\rho_{\max}}{2} \right) \times \times T_\alpha^{1/2} \left( \rho = \frac{\rho_{\max}}{2} \right) \frac{\bar{n}}{B_0} \right\} \left( \frac{3}{R} \right)^{1/4}. \quad (7)$$

Здесь предполагается, что  $k_\alpha$  не зависят от  $\rho$ , при этом используются следующие “практические” единицы:  $k_\alpha$  в  $10^{19} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$ ,  $T_\alpha$  в кэВ,  $\bar{n}$  — усредненная по центральной хорде плотность плазмы в  $10^{19} \text{ м}^{-3}$ ,  $B_0$  — тороидальное магнитное поле в Тл,  $R$  — большой радиус плазмы в м,  $A$  — аспектное отношение,  $M$  — относительная масса ионов,  $I$  — ток плазмы в МА. В стандартной версии ТМКП, которую мы используем здесь, для всех установок приняты значения  $\lambda_e = 3.5$  и  $\lambda_i = 5$ .

Коэффициент  $k_{0\alpha}$  записывается в виде

$$k_{0\alpha} = \lambda_{0\alpha} T_\alpha^{1/2} \left( \rho = \frac{\rho_{\max}}{2} \right) \frac{1}{R}. \quad (8)$$

Коэффициенты в уравнениях потока частиц записываются в виде

$$D_n = \frac{C_n}{n} k_e; \quad D_0 = \frac{C_0}{n} k_{0e}. \quad (9)$$

Коэффициенты  $\lambda_{0\alpha}$ ,  $C_n$ ,  $C_0$  варьируются в широком диапазоне для различных устройств и будут выбраны ниже при моделировании омиической L-моды, так же как и коэффициенты  $k_{st}$ ,

$D_{st}$ , определяющие интенсивность пилообразных колебаний.

В описании Н-моды определяющую роль играют профили величин  $z_{0\alpha}$ . Мы предполагаем, что на стадии L-моды разряда  $z_{0\alpha}=20$  для всего сечения плазмы, обеспечивая приближенное равенство  $F_\alpha \approx 1$ , а L–Н-переход моделируется резким переходом к сглаженному ступенчатому профилю  $z_{0\alpha}$

$$z_{0\alpha} = z_0 - z_1 \{1 + \text{th}[(\rho - \rho_1) / \delta]\} \quad (10)$$

с  $z_0 = 20$ ,  $z_1 = 7$ ,  $\rho_1 / \rho_{\max} = 0.6$ ,  $\delta / \rho_{\max} = 0.04$  и при неизменных остальных параметрах. Полученное значение  $z_{0\alpha} \approx 6$  на краю плазмы близко к значениям, полученным при моделировании Н-моды на более крупных установках JET, DIII-D и MAST [23].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

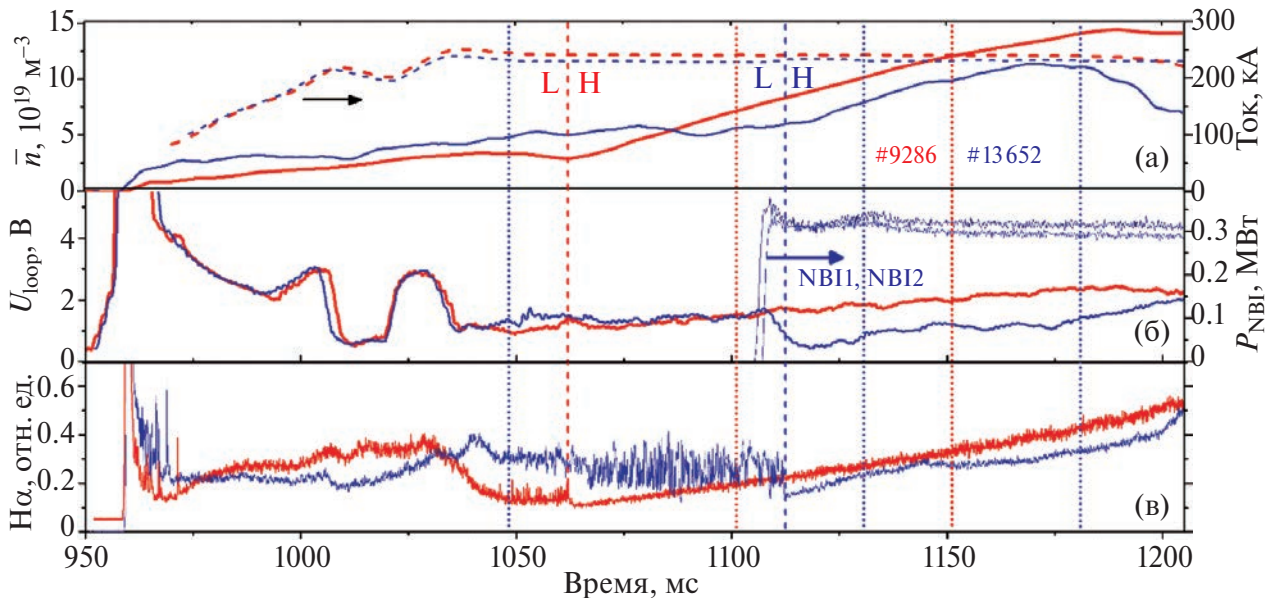
Для анализа были выбраны два импульса COMPASS: #9286 и #13652, эволюция основных параметров которых представлена на рис. 1. Для обоих импульсов сигналы свечения линии атомарного водорода  $H_\alpha$  свидетельствуют о наличии длительной Н-моды высокой плотности без ELM, но импульс #9286 является омическим, в то время как в импульсе #13652 L–Н-переход происходит через несколько миллисекунд после включения

нейтральной инжекции (NBI). Некоторые характеристики импульса T-10 #61408 представлены на рис. 2.

#### 3.1. Сравнение омической L-моды в COMPASS и T-10

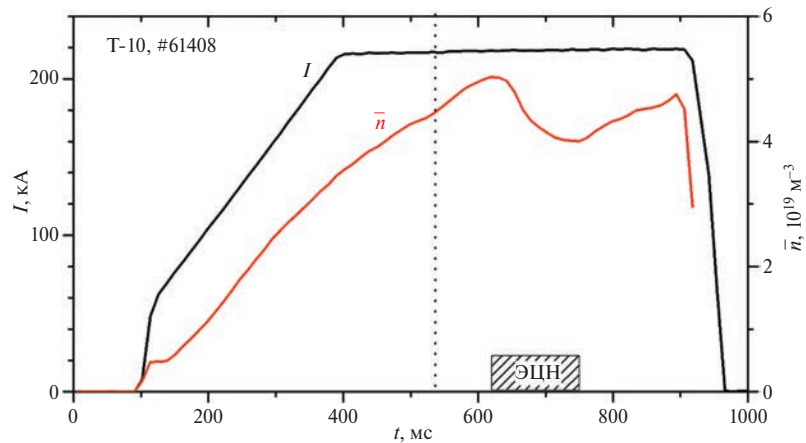
Сначала было проведено моделирование омических фаз импульсов COMPASS #13652 и T-10 #61408. Результаты моделирования температуры и плотности электронов представлены на рис. 3. Профили T-10 соответствуют току плазмы 220 кА и средней хордовой плотности  $\bar{n} = 4.7 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , которые близки соответствующим параметрам импульса COMPASS. Из рис. 3 видно, что моделирование воспроизводит наблюдения в пределах экспериментальной точности.

Моделирование позволило определить коэффициенты в уравнениях потоков. Важно отметить, что для двух сравниваемых импульсов на разных установках коэффициенты  $\lambda_{0\alpha}$ ,  $C_n$ ,  $C_0$  оказались равными:  $\lambda_{0\alpha} = 0.3$ ,  $C_n = 0.25$ ,  $C_0 = 0.2$ . Коэффициенты  $k_{st}$  и  $D_{st}$  определяются активностью пилообразных колебаний и меняются от импульса к импульсу. Профиль электронной температуры в разряде T-10 более пикирован, что обусловлено более пикированным каноническим профилем температуры при большем аспектном отноше-



**Рис. 1.** Красные линии — импульс #9286 токамака COMPASS с омическим L–Н-переходом, синие линии — импульс #13652 с дополнительным нагревом нейтральным пучком. (а) Ток плазмы (пунктирные линии), центральная хордовая плотность; (б) напряжение обхода, выходные мощности нейтральных пучков NBI1, NBI2; (в) сигнал  $H_\alpha$ . Вертикальные пунктирные линии отмечают моменты L–Н-переходов, вертикальные точечные линии — моменты времени, выбранные для моделирования.





**Рис. 2.** Эволюция тока плазмы и средней плотности по центральной хорде в импульсе T-10 #61408. Вертикальной линией отмечен момент времени, выбранный для моделирования.

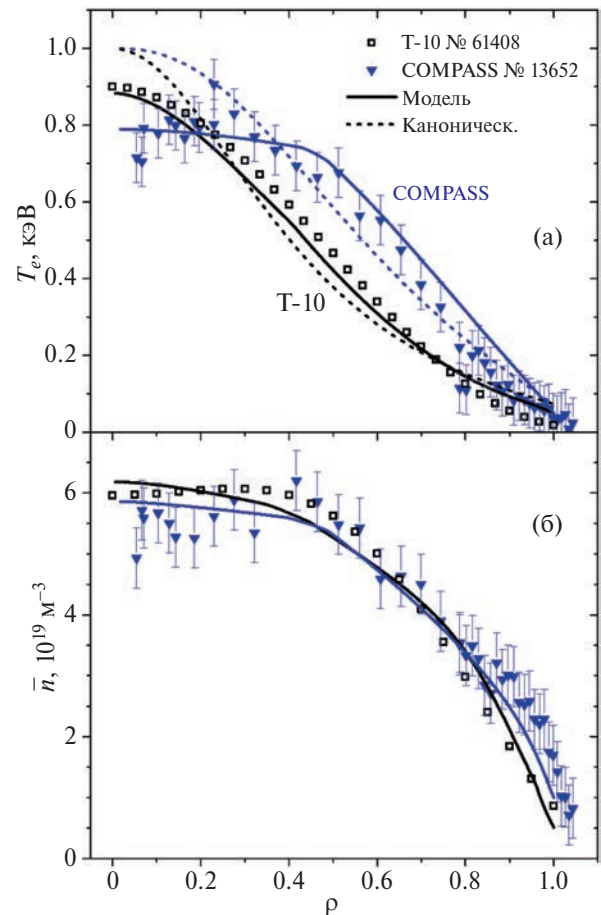
нием. Величины запаса устойчивости для двух импульсов довольно близки друг к другу:  $q_a \approx 3.4$  для T-10 и  $q_{95} \approx 3.3$  для COMPASS.

### 3.2. Моделирование H-моды токамака COMPASS

Для моделирования H-моды на COMPASS нам необходимо задать профиль поглощенной мощности нейтрального пучка в импульсе #13652. Для этого к коду ASTRA был добавлен код NUBEAM [21]. В рассматриваемом импульсе работали два пучка с максимальной выходной мощностью 0.32 МВт, в расчетах полная выходная мощность была установлена на максимальном уровне 0.64 МВт. Результаты моделирования мощности пучка, поглощенной электронной и ионной компонентами, представлены на рис. 4. Видно, что поглощение мощности пучка находится на довольно высоком уровне — более 80%, что обусловлено высокой плотностью плазмы. Потери частиц пучка в основном связаны с плохими траекториями, потери на пролет более чем на порядок меньше. Отметим, что около 60% общей мощности было поглощено электронной компонентой.

Радиальные профили мощности пучка, поглощенной электронной и ионной компонентами, представлены на рис. 5, графики демонстрируют поглощение преимущественно в центре плазмы.

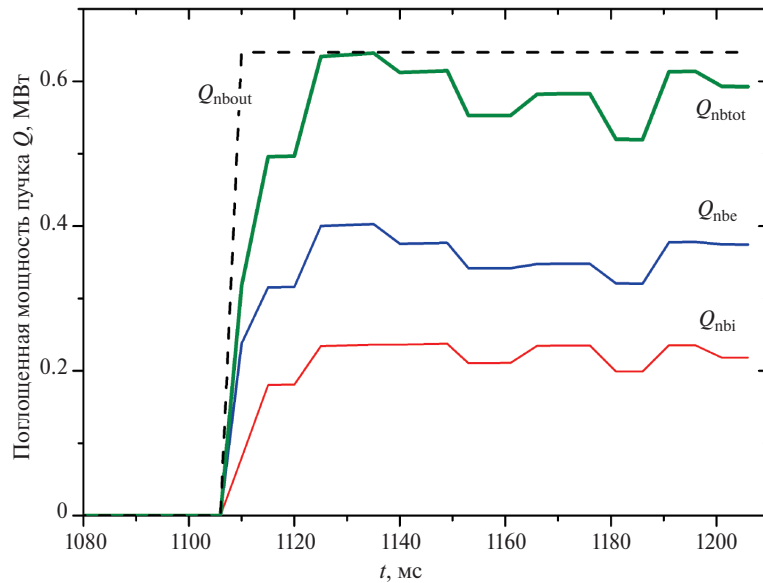
На рис. 6 представлены источники заряженных частиц за счет стеночных и пучковых нейтралов в импульсе #13652. Графики подтверждают, что хотя вклад стеночных нейтралов преобладает, источник частиц в центре определяется нейтральным пучком, а в градиентной зоне их вклады сравнимы.



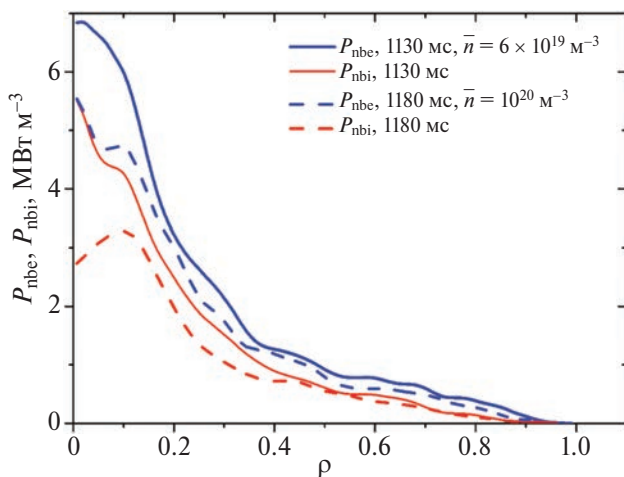
**Рис. 3.** Профили температуры электронов (а) и плотности плазмы (б) в омической фазе разрядов в COMPASS ( $t = 1048$  мс) и T-10 ( $t = 540$  мс). Сплошные линии — расчет по ТМКП, пунктирные линии — канонические профили температуры, нормированные на  $T_e(0)$ ,  $\nabla$  и  $\square$  — эксперимент.

Сравнение рассчитанных профилей температуры и плотности электронов с измерениями ме-

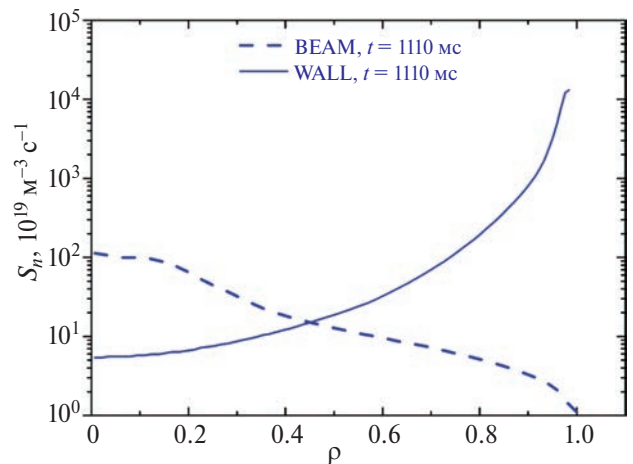




**Рис. 4.** Мощность нейтрального пучка, поглощенная в плазме электронами  $Q_{nbe}$  и ионами  $Q_{nbi}$ , полная поглощенная мощность пучка  $Q_{nbtot} = Q_{nbe} + Q_{nbi}$  и выходная мощность пучка  $Q_{nbout}$  в импульсе #13652.



**Рис. 5.** Радиальные профили мощности пучка, поглощенной электронной и ионной компонентами плазмы,  $P_{nbe}$ ,  $P_{nbi}$  для двух моментов времени при различных значениях плотности, выбранных для сравнения профилей температуры и плотности (см. рис. 1).

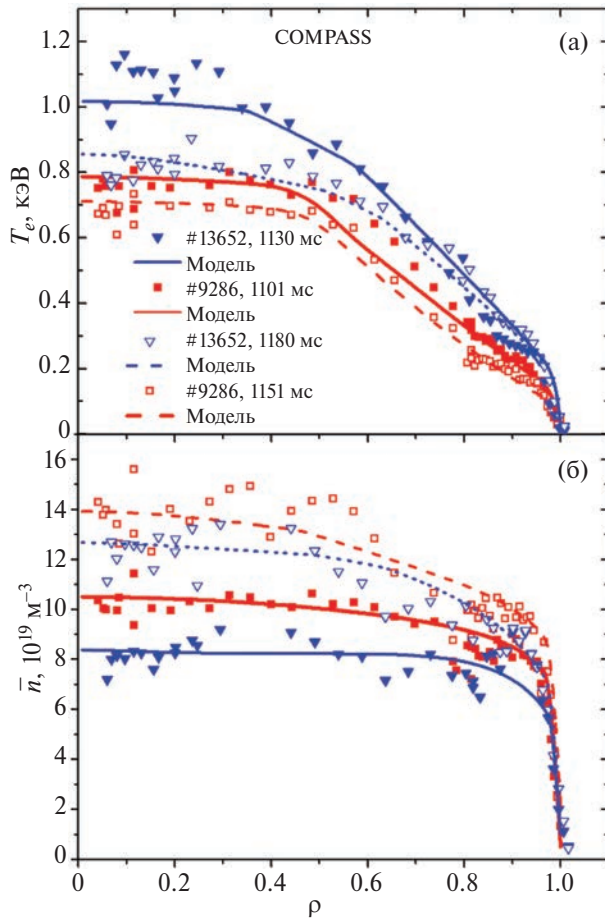


**Рис. 6.** Источник заряженных частиц за счет стеночных нейтралов (сплошная линия) и нейтрального пучка (пунктирная линия).

тодом томсоновского рассеяния для двух импульсов в Н-мод с омическим нагревом и дополнительным нагревом нейтральным пучком представлено на рис. 7 для двух моментов времени для каждого импульса. Средние плотности плазмы в двух импульсах близки друг к другу в моменты времени, выбранные для сравнения профилей. Рассчитанные профили температуры и плотности электронов согласуются с измеренными значениями со среднеквадратичными отклонениями в пределах экспериментальной точности 10–15%.

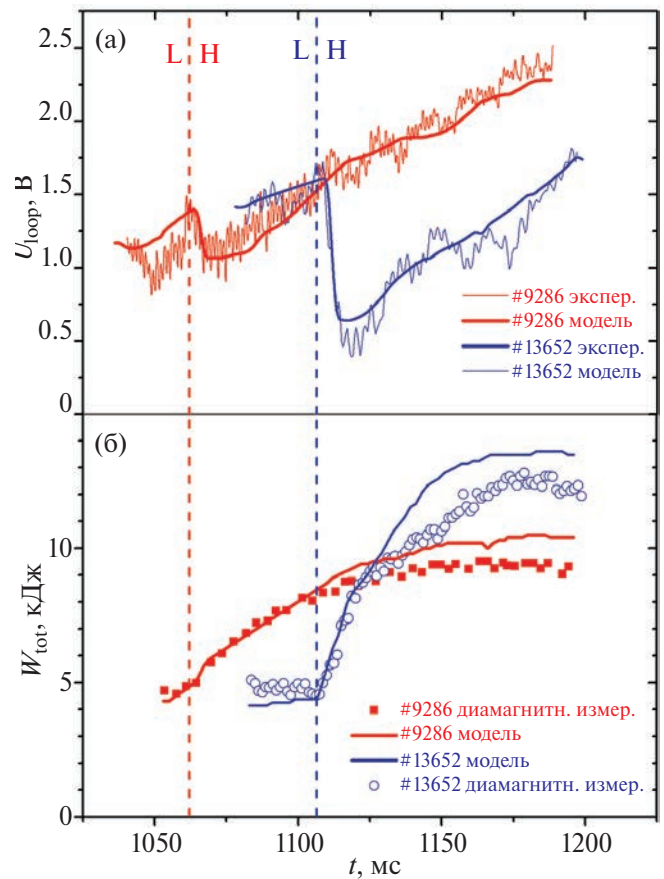
Можно заметить, что профили плотности для обоих импульсов в рассматриваемые моменты времени довольно близки, но пьедесталы температуры электронов выше для импульса с дополнительным нагревом.

На рис. 8 представлены результаты моделирования напряжения обхода и запасенной энергии в плазме. Видно, что падение напряжения обхода при L–Н-переходе значительно больше в случае Н-моды с дополнительным нагревом из-за включения тока, генерируемого пучком. Что касается эффективного заряда ионной компоненты плазмы, то предполагалось постепенное увели-



**Рис. 7.** Сравнение расчетных профилей температуры и плотности электронов плазмы с измерениями методом томсоновского рассеяния в омическом импульсе и в импульсе с дополнительным NBI-нагревом. Сплошные линии относятся к более ранним, а пунктирные — к более поздним моментам времени, отмеченным точечными вертикальными линиями на рис. 1.

чение значений  $Z_{eff}$  за время с 1050 до 1800 мс с 1.5 до 4–4.5, которое описывает накопление примесей и увеличение напряжения обхода к концу фазы Н-моды. Таким образом, дополнительный ввод энергии пучка в плазму частично нивелируется снижением омической мощности, что может являться, по крайней мере, одной из причин сходства параметров Н-моды в случаях чисто омического и дополнительного нагрева нейтральным пучком. Однако увеличение запасенной энергии плазмы после L–Н-перехода происходит быстрее в случае пучкового нагрева. Все эти особенности воспроизводятся в ходе моделирования, хотя запасенная энергия несколько завышена на поздних стадиях существования Н-моды. Это означает, что деградация Н-моды из-за накопления приме-



**Рис. 8.** Сравнение рассчитанных значений напряжения обхода (а) и запасенной плазменной энергии (б) с результатами измерений.

сей в плазме не полностью воспроизведена в моделировании. Вклад быстрых ионов в полную запасенную плазменную энергию в импульсе #13652 находился на уровне 10–20%.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение можно отметить, что весь набор рассматриваемых импульсов: омические L- и Н-моды, и Н-мода с дополнительным нагревом плазмы ионным пучком в токамаке COMPASS, и омическая L-мода на T-10 хорошо описывается с помощью Транспортной модели канонических профилей. Рассчитанные профили плотности и электронной температуры плазмы в COMPASS и T-10 соответствуют измеренным со среднеквадратичными отклонениями в пределах точности эксперимента 10–15%. Коэффициенты в уравнениях потоков для обеих установок оказались одинаковыми (за исключением двух коэффициентов, зависящих от параметров пилообразных колеба-

ний). В плазме токамака COMPASS в режимах с Н-модой при омическом нагреве и при дополнительном нагреве нейтральным пучком, профили плотности с близкой средней плотностью похожи, в то время как пьедестал электронной температуры выше в случае нагрева пучком, и рассчитанные профили проявляют те же особенности.

Мы видим, что модель позволяет описать совершенно различные режимы на двух установках при сохранении большинства внутренних управляющих параметров. Эти результаты открывают перспективы для использования модели в плазме токамаков с различной геометрией, по крайней мере, для быстрых предварительных оценок переноса, в частности, для сферического токамака Глобус М-2 с NBI-нагревом [26] и для токамака Т-15МД, где планируется NBI-нагрев [27–29]. При этом по аспектному отношению ( $A = 2.3$ ) Т-15МД лежит между обычным токамаком Т-10 ( $A = 5$ ) и сферическим токамаком Глобус М-2 ( $A = 1.6$ ), и близок к COMPASS ( $A = 2.8$ ), в то время как по размерам COMPASS находится между Глобус М-2 и Т-15МД. Дальнейшие исследования должны быть направлены на связь канонических профилей плазмы и L–H переходов с эволюцией потенциала плазмы и флуктуациями плотности, как это рассмотрено в [12] для Т-10, а также геодезических акустических мод [30] и собственных альвеновских мод на COMPASS [31, 32].

Работа выполнена в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт». Моделирование поддержано Российским научным фондом, грант № 23-72-00042.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Coppi B. // Plasma Phys. Control. Fusion. 1980. V. 5. P. 261.
2. Hsu J.Y., Chu M.S. // Phys. Fluids. 1987. V. 30. P. 1221.
3. Кадомцев Б.Б. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. С. 771. Kadomtsev B.B. // Sov. J. Plasma Phys. 1987. V. 13. P. 443.
4. Dnestrovskij Yu.N., Pereverzev G.V. // Plasma Phys. Control. Fusion. 1988. V. 30. P. 1417.
5. Dnestrovskij Yu.N., Berezovskij E.L., Lysenko S.E., Pivinskij A.A. and Tarasyan K.N. // Nucl. Fusion. 1991. V. 31. P. 1877.
6. Dnestrovskij Yu.N., Razumova K.A., Donné A.J.H., Hogewij G.M.D., Andreev V.F., Bel'bas I.S., Cherkasov S.V., Danilov A.V., Dnestrovskij A.Yu., Lysenko S.E., Spakman G.W., and Walsh M. // Nucl. Fusion. 2006. V. 46. P. 953.
7. Melnikov A.V., Eliseev L.G., Pastor I., Herranz J., Hidalgo C., Fujisawa A., Minami T., Razumova K.A., Dnestrovskij Yu.N., Lysenko S.E., Spakman G.W. and Walsh M. Pressure profile shape constancy in L-mode stellarator plasma. Proc. 34th EPS Conference on plasma physics, 2–6 July 2007, Warshaw, ECA. V. 31F. P-2.060. <http://ocs.ciemat.es/EPS2007PAP/pdf/P2.060.pdf>
8. Dnestrovskij Yu.N., Melnikov A.V., Pustovitov V.D. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. V. 51. P. 015010.
9. Diamond P.H., Itoh S.-I., Itoh K., Hahn T.S. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. V. 47. P. R35–R161.
10. Melnikov A.V. // Nature Phys. 2016. V. 12. P. 386.
11. Саранча Г.А., Елисеев Л.Г., Мельников А.В., Хабанов Ф.О., Харчев Н.К. // Письма в ЖЭТФ. 2022. Т. 116. № 2. С. 96–102. Sarancha G.A., Eliseev L.G., Khabanov Ph.O., Kharchev N.K., Melnikov A.V. // JETP Letters. 2022. V. 116. P. 98–104. DOI:10.1134/S0021364022601178.
12. Vershkov V.A., Shelukhin D.A., Subbotin G.F., Dnestrovskij Yu.N., Danilov A.V., Melnikov A.V., Eliseev L.G., Maltsev S.G., Gorbunov E.P., Sergeev D.S. et al. // Nucl. Fusion. 2015. V. 55. P. 063014.
13. Andreev V.F., Borschegovskij A.A., Chistyakov V.V., Dnestrovskij Yu.N., Gorbunov E.P., Kasyanova N.V., Lysenko S.E., Melnikov A.V., Myalton T.B., Roy I.N. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2016. V. 58. P. 055008.
14. Melnikov A.V., Vershkov V.A., Eliseev L.G., Grashin S.A., Gudozhnik A.V., Krupnik L.I., Lysenko S.E., Mavrin V.A., Perfilov S.V., Shelukhin D.A., Soldatov S.V., Ufimtsev M.V., Urazbaev A.O., Van Oost G. and Zimeleva L.G. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. V. 48. P. S87.
15. Seidl J., Krbec J., Hron M., Adamek J., Hidalgo C., Markovic T., Melnikov A.V., Stockel J., Weinzettl V., Aftanas M., Bilkova P., Bogar O., Bohm P., Eliseev L.G., et al. // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. P. 126048.
16. Melnikov A.V., Krupnik L.I., Eliseev L.G., Barcala J.M., Bravo A., Chmyga A.A., Deshko G.N., Drabinskij M.A., Hidalgo C., Khabanov P.O., Khrebtov S.M., Kharchev N.K., Komarov A.D., Kozachek A.S., Lopez J., Lysenko S.E., Martin G., Molinero A., de Pablos J.L., Soleto A., Ufimtsev M.V., Zenin V.N., Zhezhera A.I. // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. P. 072004.
17. Kim C.B. // J. Plasma Phys. 2020. V. 86. P. 905860315.
18. Белокуров А.А., Абдуллина Г.И., Аскинази Л.Г., Буланин В.В., Жубр Н.А., Корнев В.А., Крикунов С.В.,

- Лебедев С.В., Петров А.В., Разуменко Д.В. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. № 15. С. 42–46.
- Belokurov A.A., Abdullina G.I., Askinazi L.G., Bulanin V.V., Zhubr N.A., Kornev V.A., Krikunov S.V., Lebedev S.V., Petrov A.V., Razumenko D.V., Tukachinsky A.S., and Yashin A.Yu. // Technical Phys. Lett. 2019. V. 45. P. 783.
19. Gurchenko A.D., Gusakov E.Z., Niskala P., Altukhov A.B., Esipov L.A., Kiviniemi T.P., Kouprienko D.V., Kantor M.Yu., Lashkul S.I., Leerink S. // EPL. 2015. V. 110. P. 55001.
  20. Pereverzev G.V., Yushmanov P.N. ASTRA: Automated System for Transport Analysis in a Tokamak // Preprint IPP 5/98. Garching, Germany, 2002.
  21. NUBEAM NTCC Module Documentation <https://w3.pppl.gov/~pshare/help/nubeam.htm>
  22. Dnestrovskij Yu.N., Connor J.W., Cherkasov S.V., Danilov A.V., Dnestrovskij A.Yu., Lysenko S.E., Roach C.M. and Walsh M. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2007. V. 49. P. 1477.
  23. Dnestrovskij Yu.N. Self-Organization of Hot Plasmas // Springer International Publishing, Switzerland, 2015. Днестровский Ю.Н. Самоорганизация горячей плазмы. М.: НИЦ “Курчатовский институт”, 2013. 172 с.
  24. Danilov A.V., Dnestrovskij Yu.N., Melnikov A.V., Cherkasov S.V., Eliseev L.G., Dnestrovskij A.Yu., Lysenko S.E., Subbotin G.F., Vershkov V.A., Havlíček J., Urban J., Stöckel J., Bílková P., Böhm P., Šos M., Hron M., Komm M., Pánek R. et al. Heat and particle transport simulation in COMPASS and T-10 with Canonical Profiles Transport Model // Proc. 45th EPS Conf. on Plasma Physics, 2–6 July 2018, Prague, Czech Republic, ECA. V. 42A. P5.1088. <http://ocs.ciemat.es/EPS2018PAP/pdf/P5.1088.pdf>
  25. Днестровский Ю.Н., Грязневич М.П., Днестровский А.Ю., Коннор Дж.В., Лысенко С.Е., Тарасян К.Н., Черкасов С.В., Уолш М.Дж. // Физика плазмы. 2000. Т. 26. С. 579–589. Dnestrovskij Yu.N., Gryaznevich M.P., Dnestrovskij A.Yu., Connor J.W., Lysenko S.E., Tarasyan K.N., Cherkasov S.V., and Walsh M.J. // Plasma Phys. Rep. 2000. V. 26. P. 539.
  26. Kurskiev G.S., Miroshnikov I.V., Sakharov N.V., Gusev V.K., Petrov Yu.V., Minaev V.B., Balachenkov I.M., Bakharev N.N., Chernyshev F.V., Goryainov V. Yu. et al. // Nucl. Fusion. 2022. V. 62. P. 104002.
  27. Касьянова Н.В., Днестровский Ю.Н., Мельников А.В. // Физика плазмы. 2024. Т. 50. С. 283. Kasyanova N.V., Dnestrovskij Yu.N., Melnikov A.V. // Plasma Phys. Rep. 2024. V. 50. P. 322. DOI: 10.1134/S1063780X24600208.
  28. Melnikov A.V., Sushkov A.V., Belov A.M., Dnestrovskij Yu.N., Eliseev L.G., Ivanov D.P., Kirneva N.A., Korobov K.V., Krupin V.A., Lysenko S.E., Mukhovatov V.S., Mustafin N.A. et al. // Fusion Eng. Design. 2015. V. 96–97. P. 306. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920379615301095>
  29. Леонов В.М. // ВАИТ. Сер. Термоядерный синтез. 2016. Т. 39. № 3. С. 73.
  30. Seidl J., Hron M., Adamek J., Vondracek P., Horacek J., Hidalgo C., Melnikov A., Eliseev L., Markovic T., Stöckel J., Basu D., Hacek P., Havlicek J., Imříšek M., Kovarik K., Weinzettl V., Panek R. and COMPASS Team. Observation of geodesic acoustic mode-like oscillations on COMPASS // Proc. 42th EPS Conference on plasma physics, 22–26 June 2015, Lisbon, ECA, V. 39E. P-4.103. <http://ocs.ciemat.es/EPS2015PAP/pdf/P4.103.pdf>
  31. Markovic T., Melnikov A., Seidl J., Eliseev L., Havlicek J., Havranek A., Hron M., Imrisek M., Kovarik K., Mitosinkova K., Mlynar J., Naydenkova D., Panek R., Stokel J., Varju J., Weinzettl V. Alfvén-character oscillations in ohmic plasmas observed on the COMPASS tokamak // Proc. 44th EPS Conference on Plasma Physics, 26–30 June 2017, Belfast, ECA. V. 41F. P-5.140. <http://ocs.ciemat.es/EPS2017PAP/pdf/P5.140.pdf>
  32. Melnikov A.V., Markovic T., Eliseev L.G., Adamek J., Aftanas M., Bilkova P., Boehm P., Gryaznevich M., Imrisek M., Lysenko S.E., Medvedev S.Yu., Panek R., Peterka M., Seidl J., Stefanikova E., Stockel J., Weinzettl V. and the COMPASS team // Plasma Phys. Control. Fusion. 2015. V. 57. P. 065006.



## HEAT AND PARTICLE TRANSPORT SIMULATION IN COMPASS AND T-10 TOKAMAKS WITH THE CANONICAL PROFILE TRANSPORT MODEL

A. V. Danilov<sup>a, \*</sup>, Yu. N. Dnestrovskij<sup>a</sup>, A. V. Melnikov<sup>a, b, c</sup>, L. G. Eliseev<sup>a</sup>,  
S. E. Lysenko<sup>a, \*\*</sup>, and S. V. Cherkasov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182, Russia

<sup>b</sup>National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, 115409, Russia

<sup>c</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Russia

\*e-mail: Danilov\_AV@nrcki.ru

\*\*e-mail: lysenko\_SE@nrcki.ru, nrcki@nrcki.ru

The results of heat and particle transport simulations for ohmic plasma in the T-10 tokamak with a circular limiter and for D-shaped plasma in the COMPASS tokamak with a divertor are presented. In addition, the H-mode with ohmic heating and with additional heating by the neutral beam injection (NBI) in the COMPASS was simulated. The simulations were carried out with the Canonical profile transport model (CPTM) using the ASTRA code. The obtained electron temperature and density profiles agree with the measured ones with standard deviations within the experimental accuracy of 10–15%. The calculations demonstrated very similar density profiles in the H-mode both with the ohmic and with additional NBI heating. The electron temperature profiles in the H-mode with additional heating have higher pedestals than in the ohmic H-mode, that agree with the measurements. The comparison showed that the ohmic regimes in COMPASS and T-10 can be described by the same stiffness coefficients in the heat and particle transport equations.

**Keywords:** Transport analysis, Canonical profiles transport model, T-10, COMPASS, tokamak

УДК 533.9

## ПРИМЕНЕНИЕ ДВУХДЛИННОВОЛНОВОЙ ЦИФРОВОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОГО НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ ИЗНОСА ЗАЩИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СФЕРИЧЕСКОГО ТОКАМАКА ГЛОБУС-М2

© 2024 г. И. В. Алексеенко<sup>а, \*</sup>, А. М. Кожевникова<sup>а</sup>, А. Г. Раздобарин<sup>б</sup>,  
Д. И. Елец<sup>б</sup>, О. С. Медведев<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград, Россия

<sup>б</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

\*e-mail: IAlekseenko@kantiana.ru

Поступила в редакцию 03.10.2024 г.

После доработки 01.11.2024 г.

Принята к публикации 10.11.2024 г.

Продemonстрирована возможность применения метода двухдлинноволновой цифровой голографической интерферометрии для оценки износа защитных элементов сферического токамака Глобус-М2 после рабочих плазменных разрядов. На данном этапе работ защитные элементы были извлечены из разрядной камеры токамака и использовались в качестве образцов в голографическом комплексе. Представлена схема голографического интерферометра для регистрации первичных голографических изображений, в котором управление системами регистрации и контроля длины волны излучения осуществляется через программно-аппаратный комплекс в реальном масштабе-времени. Представлены результаты измерений формы элементов токамака. Показано, что при изменении разности длин волн меняется чувствительность метода измерений, а в предложенной конфигурации оптической схемы возможно определить минимальное значение изменения формы на уровне 10–30 мкм. При этом ошибка определения разности фаз, по которой проводится оценка профиля поверхности, в цифровом методе может достигать порядка  $2\pi/40$ .

**Ключевые слова:** токамак, оптический неразрушающий контроль, цифровая голографическая интерферометрия

DOI: 10.31857/S0367292124120054 EDN: EEXBHY

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Разработка диагностик, обращенных к плазме элементы (ОПЭ), является необходимым шагом в развитии термоядерных установок следующего поколения для обеспечения их надежности и безопасности при эксплуатации. В условиях длительных разрядов и высокой энергетической нагрузки, несомненно, могут возникать разрушения и/или модификации материалов внутренней облицовки [1, 2]. Недавние исследования, проводимые в рамках проекта ITER, показали, что тепловые нагрузки выше 15 МВт/м<sup>2</sup> с большой вероятностью приводят к возникновению трещин на всю глубину макетов вольфрамовых мишеней [3], а им-

пульсные тепловые нагрузки, обусловленные переходными процессами, такими как краевые локализованные моды (ELM) и срывы разряда, неизбежно будут приводить к возникновению больших температурных градиентов, и, как следствие, усталостному разрушению защитной облицовки. В случае вольфрамовой облицовки ITER порог усталостного разрушения для 10<sup>5</sup> импульсов оценивается в 0.1–0.2 МДж/м<sup>2</sup>, а уже при плотности энергии ~0.3 МДж/м<sup>2</sup> растрескивание сопровождается поверхностным плавлением вольфрама. Для токамака с реакторными технологиями TRT ожидаемые тепловые нагрузки на диверторные мишени при мощности дополнительного

нагрева  $>30$  МВт будут превышать  $10$  МВт/м<sup>2</sup> [4] в стационарном режиме и  $0.3\text{--}0.5$  МДж/м<sup>2</sup> во время переходных процессов, приближаясь, таким образом, к пределу выносимости используемых материалов.

Таким образом, достаточно остро стоит проблема контроля разрушения и эрозии элементов ОПЭ. Любое вскрытие вакуумного объема токамака сопряжено с огромными временными и финансовыми затратами особенно в случае использования трития в качестве рабочего газа. Поэтому реализация диагностических методов контроля состояния обращенных к плазме элементов должна обеспечить возможность дистанционного анализа состояния защитной облицовки в режиме реального времени и по возможности исключить вскрытие разрядной камеры реактора.

Первым токамаком, в котором разработке таких методов было уделено пристальное внимание, является международный проект ITER. Предлагаемый для ITER набор диагностических методов включает в себя эндоскопы для обзора внутренней поверхности, системы метрологии на основе лазерного радара (LIDAR), монитор эрозии высокого разрешения на основе двухдлинноволновой цифровой голографической интерферометрии (ДЦГИ) [5]. В настоящее время проект ИТЭР находится на стадии строительства и еще не закончен. Все приведенные данные об устойчивости внутренних стенок токамака имеют оценочные характеристики и являются результатом моделирования процессов воздействия на защитные стенки. Однако следует отметить тот факт, что в работе [5] проводились исследования защитного элемента, который непосредственно не был извлечен из камеры реактора. Он является модельным образцом, который подвергли искусственной деградации в целях проверки возможности применения голографического метода для оценки износа таких объектов.

В отличие от вышеприведенных исследований в данной работе мы рассматриваем возможность непосредственно на имеющемся рабочем реакторе реализовать метод оценки износа и разрушения защитных элементов сферического токамака Глобус-М2, которые были извлечены из камеры реактора в процессе его регламентного обслуживания. Тем более, что степень разрушения на токамаке Глобус-М2 ниже и, таким образом, чувствительность методов, способных к детектированию

изменений формы поверхности, должна быть выше.

В качестве метода оптического неразрушающего контроля голографическая интерферометрия относится к высокочувствительным и бесконтактным методам [6, 7]. В частности, двухдлинноволновая цифровая голографическая интерферометрия относится к методу, который позволяет проводить измерение и оценку формы поверхности исследуемого объекта [8, 9]. При этом для осуществления такого необходимо использовать когерентные источники электромагнитного излучения с перестраиваемой длиной волны.

Таким образом, использование в качестве метода диагностики ОПЭ техники двухдлинноволновой голографической интерферометрии может создать технологический задел измерительных методик контроля износа стенок токамак-реакторов.

## 2. ПРИНЦИП ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Основу метода составляет сравнение фаз оптических волновых полей, зарегистрированных и восстановленных с помощью техники цифровой голографической интерферометрии [10]. Голограммы как результат интерференции объектного (изображения исследуемого объекта) и опорного поля регистрируются на цифровую камеру высокого разрешения. Причем запись голографических изображений осуществляется для каждой отдельной длины волны либо последовательно, либо одновременно.

Расчет фазы объектной волны осуществляется с использованием преобразования Фурье. Так, использование преобразования Фурье для зарегистрированной интенсивности позволяет разделить в области пространственных частот интенсивность опорного поля  $|R_H(x, y)|^2$ , интенсивность объектного поля  $|U_H(x, y)|^2$ , а также распределение самого объектного поля  $R_H^*(x, y) \times U_H(x, y)$ . Операция фильтрации и использование обратного преобразования Фурье над таким полем  $FFT^{-1}(R_H^*(x, y) \times U_H(x, y))$  позволяет восстановить его фазовое распределение.

Распределение фаз для двух объектных полей  $U_{H1}(x, y)$  и  $U_{H2}(x, y)$ , соответствующих двум различным состояниям описывается выражением [11]

$$\Delta\varphi(x, y) = \arg \left[ e^{-i(\varphi_{H2}(x, y) - \varphi_{H1}(x, y))} \right]. \quad (1)$$

В случае регистрации голографических изображений на разных длинах волн восстановленная разность фаз будет соответствовать форме исследуемого объекта. Так, если направление освещения и наблюдения объекта перпендикулярны его поверхности, то для рассчитанной разности фаз в  $2\pi$  изменение профиля поверхности объекта будет определяться выражением [12]

$$\Delta z = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2|\lambda_1 - \lambda_2|} = \frac{\Lambda}{2}, \quad (2)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — длины волн, используемые для записи голограмм, а  $\Lambda$  — синтетическая длина волн. Важным преимуществом данного метода является возможность изменения чувствительности метода путем изменения разности длин волн.

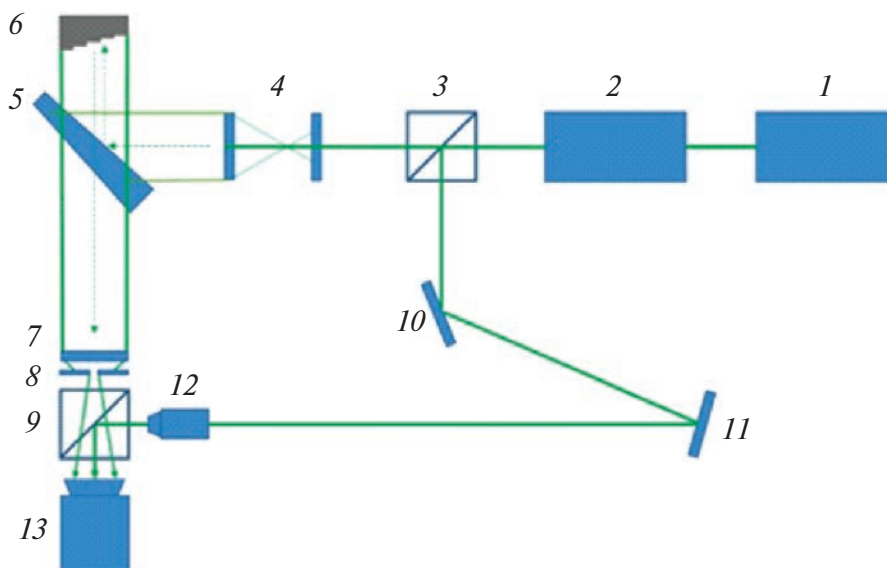
### 3. ОПТИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ЦИФРОВОГО ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

Оптическая схема регистрации голографических изображений сконфигурирована как схема регистрации голограмм сфокусированного изображения. На рис. 1 представлена рабочая схема голографического интерферометра. В качестве источника когерентного излучения использовался непрерывный кольцевой Ti:Sa лазер Техноскан TIS-SF-07 с перестраиваемой длиной волны. Диапазон перестройки длин волн составлял 100 нм и лежал в диапазоне 750–850 нм. Выходная энергия излучения составляла 1.2 Вт, а минимальная

перестройка длины волны составляла 0.085 нм. В качестве лазера накачки использовался лазер Coherent Verdi V-18 с длиной волны излучения 532 нм и выходной мощностью 10 Вт. Перестраиваемый лазер имеет очень узкую ширину линии излучения, что позволяет оценить длину когерентности в 30 м. Таким образом, в лабораторной конфигурации нет необходимости требовать согласования длин опорного и объектного плеч интерферометра. Контроль и измерение длины волны для определения чувствительности метода осуществляется с использованием измерителя длины волны Angstrom WS7 UV. Точность определения длины волны составляет менее 0.01 пм. Регистрация голограмм осуществлялась на камеру Pulnix-1402 CL с матрицей  $1040 \times 1390$  пикселей и размером пиксела 6.5 мкм.

Измерительный комплекс был полностью автоматизирован и позволял проводить реконструкцию голограмм, расчет и отображение разности фаз при перестройке длины волны в реальном времени. Таким образом, можно непосредственно контролировать чувствительность метода двухдлинноволновой голографической интерферометрии. Автоматизация осуществлялась на базе программно-аппаратного комплекса LabView.

Следует отметить, что освещение объекта осуществлялась коллимированным излучением, а угол между направлением освещения и наблюдения составляет  $0^\circ$ . Данная конфигурация по-



**Рис. 1.** Схема цифрового голографического интерферометра: 1 — лазер накачки; 2 — перестраиваемый лазер; 3 — светоделитель; 4 — коллиматор; 5 — оптический клин; 6 — объект; 7 — собирающая линза; 8 — диафрагма; 9 — светоделитель; 10, 11 — зеркало; 12 — собирающая линза/микрообъектив; 13 — ПЗС-камера.



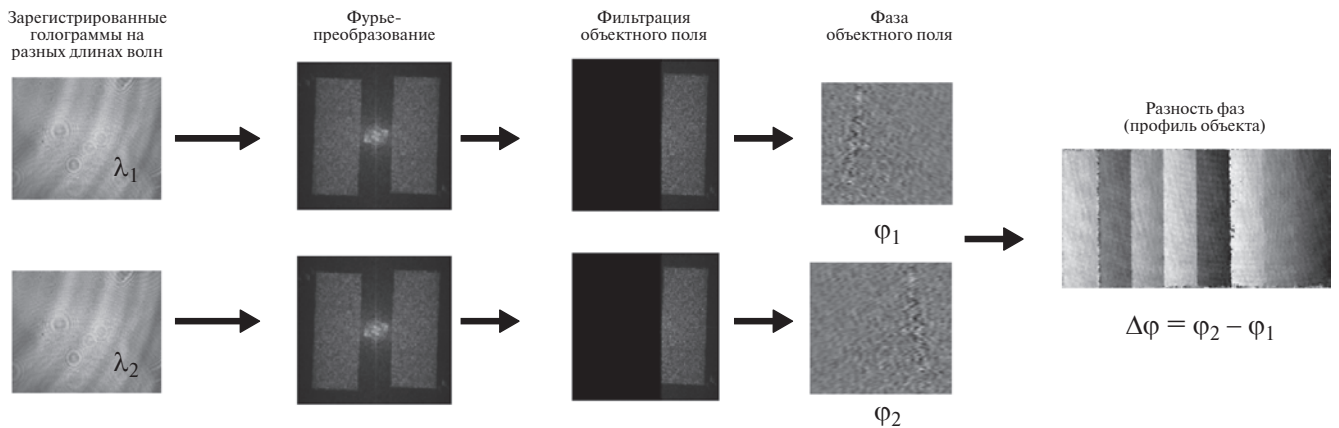


Рис. 2. Алгоритм реконструкции разности фаз в двухдлинноволновой цифровой голографической интерферометрии.

звolyет избежать дополнительного набега фаз при перестройке длины волны, что требует численной компенсации такого набега.

Как отмечалось выше, алгоритм реконструкции фазы волнового фронта осуществляется с использованием преобразования Фурье голограмм, зарегистрированных в разные моменты времени и на разных длинах волн. На рис. 2 продемонстрирован алгоритм реконструкции и расчета разности фаз для оценки рельефа исследуемой поверхности.

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНКИ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ЗАЩИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТОКАМАКА ГЛОБУС-M2

Экспериментальная работа была начата с верификации измерительного комплекса путем проведения измерений высоты профиля тест-объекта. В качестве тест-объекта была выбрана ступенчатая структура размерами  $40 \times 25$  мм, изготовленная из алюминия с диффузно отражающей поверхностью. Высота ступеней варьировалась в определенной последовательности: 2, 1 мм, 400, 200, 100, 40, 20 мкм. В силу точности обработки на станке ошибка по высоте может составлять 2 мкм. Ошибка же метода при условии определения значения разности фаз, например, в  $2\pi/50$  может составить для синтезированной длины волны в 600 мкм около 6 мкм.

При измерении профиля тест-объекта с максимальной высотой ступенек 2 мм синтезированная длина волны составляла 7.56 мм, что соответствует разности длин волн 0.09 нм ( $\lambda_1 = 825.05$  нм и  $\lambda_2 = 825.14$  нм). На рис. 3 изображен тест-объект.

Фазовое распределение на интерферограмме, а также реконструированный профиль тест-объекта показаны на рис. 4а и б соответственно. Нетрудно заметить, что при заданной разности длин волн метод имеет минимальную чувствительность на уровне 100 мкм, а ступеньки на уровне 40 и 20 мкм не разрешаются. Для увеличения чувствительности метода необходимо увеличить разность длин волн, согласно выражению (2).

Анализ ОПЭ, извлеченных из разрядной камеры токамака Глобус-M2 в ходе регламентных работ, проводился на той же оптической схеме. В качестве объектов были выбраны два защитных графитовых элемента с различной степенью износа, которые размещались в области центрального столба первой стенки токамака. На рис. 5а и 7а представлены изображения данных элементов. В нашей оптической схеме область наблюдения объектов составляла  $2.5 \times 3$  см<sup>2</sup>. Визуальный анализ образцов позволяет сказать, что глубина и степень разрушения поверхности различны. Таким образом, для детектирования и оценки профиля поверхности требуется использовать метод ДЦГИ с различной чувствительностью, для каждого объекта.

Для ОПЭ-1, изображенного на рис. 5а, запись голограмм осуществлялась на длинах волн  $\lambda_1 = 780.78$  нм и  $\lambda_2 = 782.27$  нм, что соответствует синтетической длине волны  $\Lambda = 400$  мкм. На рис. 5б представлена разность фаз, соотнесенная с профилем исследуемой поверхности, согласно выражению (2), а рис. 5в — трехмерное реконструированное изображение поверхности. Для анализа дефектов на поверхности ОПЭ-1 следует обратить внимание на рис. 5г. На данном рисунке исследу-

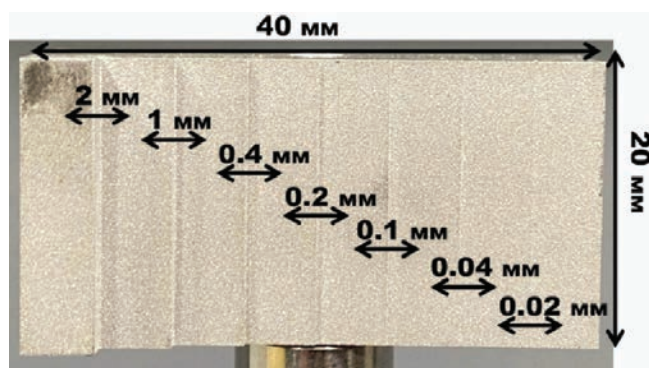


Рис. 3. Тест-объект (ступенчатая структура).

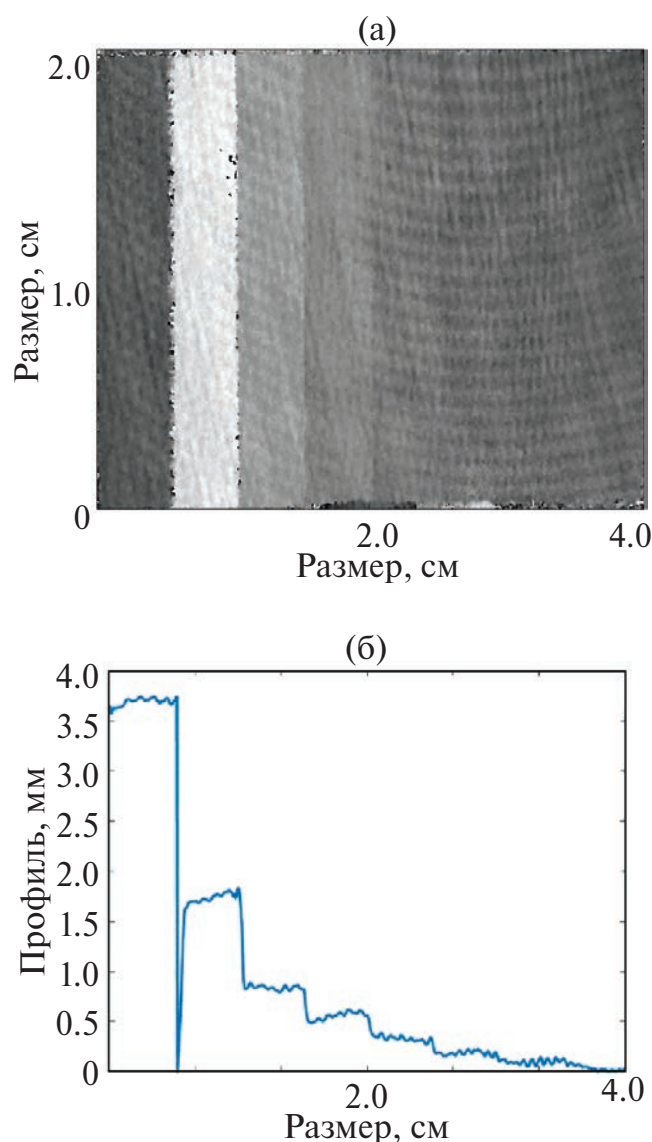


Рис. 4. Результаты измерения формы тест-объекта: интерферограмма, соответствующая синтезированной длине волны  $\Lambda = 7.56$  мм (а); реконструированный профиль ступеней тест-объекта представление поверхности объекта (б).

емая поверхность представлена в виде двумерного распределения интенсивности. Данное представление удобно для идентификации дефектов. На рис. 5а белыми, а на рис. 5г черными линиями с номерами 1 и 2 показаны области, вдоль которых был построен профиль дефекта поверхности. Результат измерения представлен на рис. 6 для линий 1 и 2 соответственно.

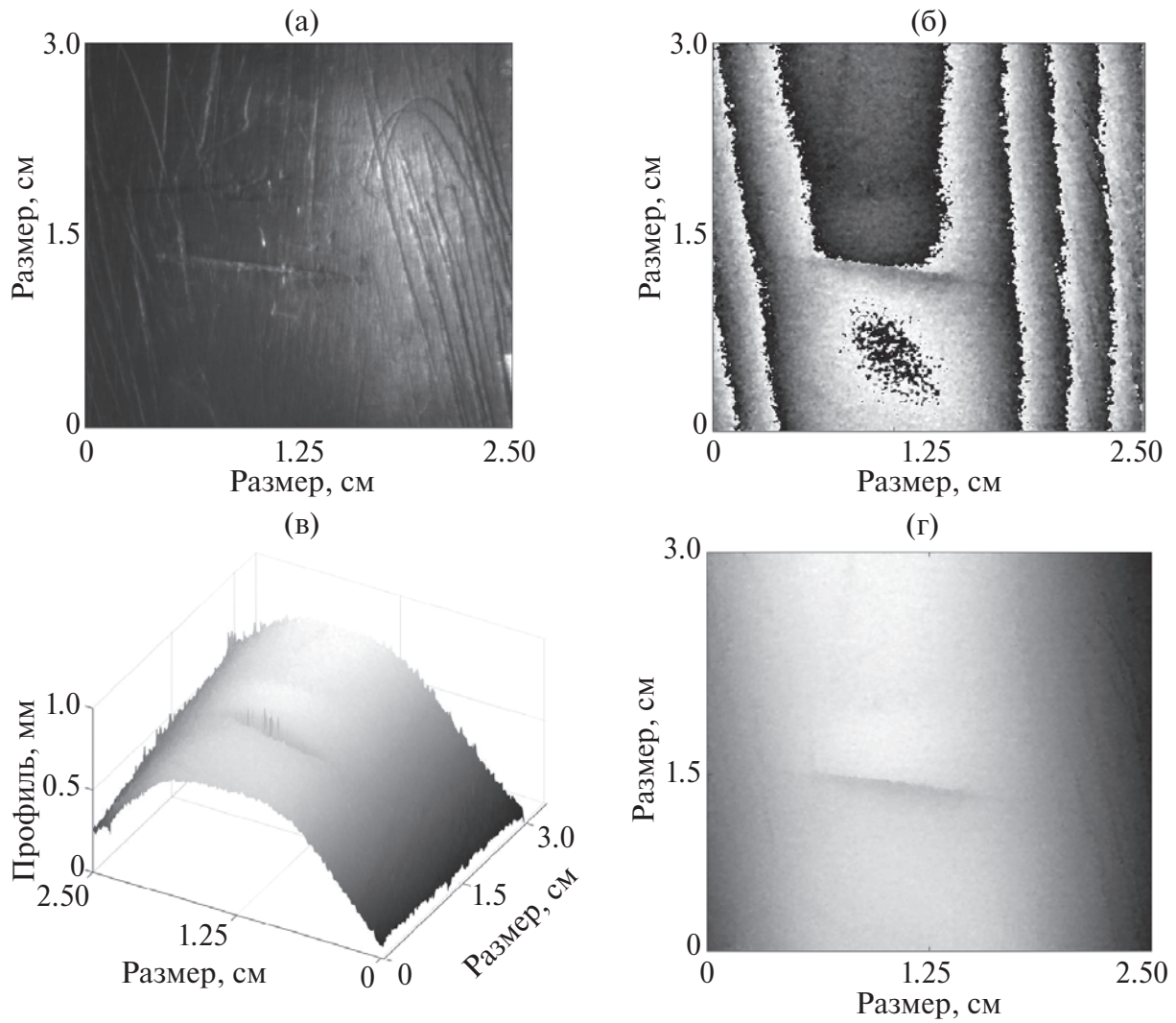
Аналогичная процедура оценки степени износа поверхности была применена для второго ОПЭ-2. На рис. 7 и 8 представлены результаты измерений для такого элемента. При этом регистрация голограмм проводилась на длинах волн  $\lambda_1 = 780.78$  нм и  $\lambda_2 = 781.28$  нм, что соответствует синтетической длине волны  $\Lambda = 1.48$  мм. Так же как и в случае с первым элементом, на рис. 7а белыми и на рис. 7г черными линиями с номерами 1 и 2 показаны области, вдоль которых строился профиль дефекта поверхности. Результат измерения представлен на рис. 8 для линий 1 и 2 соответственно.

В качестве проверки метода одна из поверхностей ОПЭ-1 была измерена на промышленном профилометре NanoSystem NV-1800 с вертикальным разрешением 0.1 нм. Измеренный с его помощью профиль вдоль линии 1 (см. рис. 5) дает значение в 150 мкм. В нашем методе профиль составляет около 140 мкм.

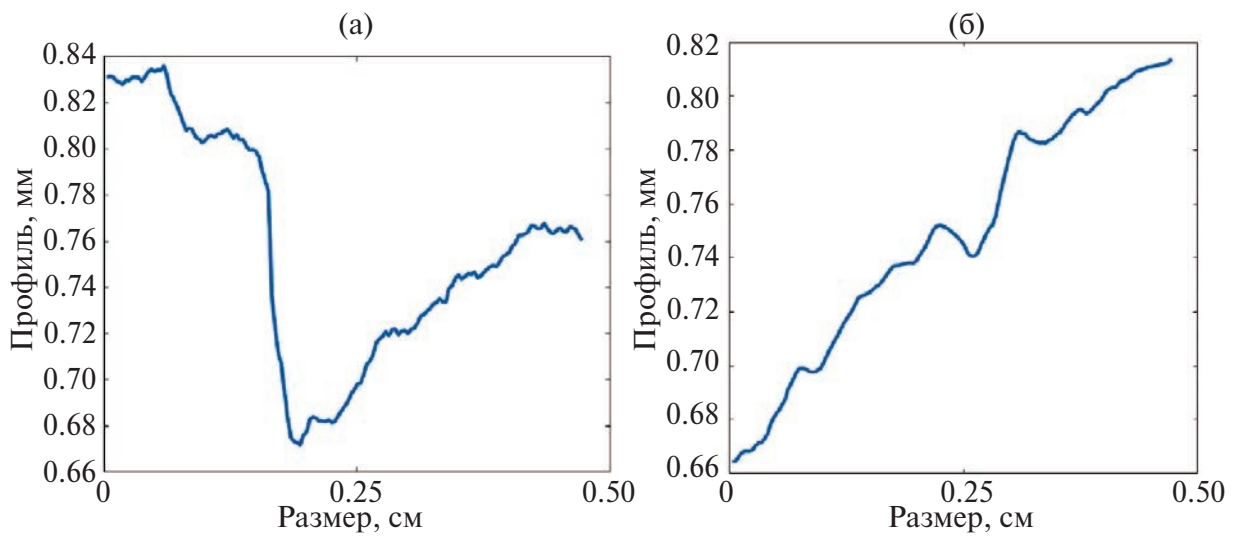
В нашем случае диапазон чувствительности метода определялся синтезированной длиной волны при регистрации, что указано в результатах. Можно сказать, что диапазон чувствительности (разность фаз в  $2\pi$ ) варьировался от 3.78 мм до 200 мкм и в диапазоне длин волн от 725 до 825 нм.

В качестве оценки ошибки измерений можно воспользоваться результатами измерений тест-объекта. На рис. 4 минимально детектируемое значение высоты ступеньки соответствует 100 мкм. Таким образом, для синтезированной длины волны  $\Lambda = 7.56$  мм разность фаз в  $2\pi$  будет соответствовать 3.78 мм, и для высоты в 100 мкм составит около  $2\pi/40$ . За ошибку измерения можно принять минимально детектируемое значение высоты профиля для данной чувствительности метода (разности длин волн) и в пределах  $2\pi/40$ . Анализ оценок ошибки метода измерения технических поверхностей был рассмотрен в том числе в работе [13].

Следует обратить внимание на трудности при анализе полученных данных. Во-первых, при достаточно глубоких и тонких нарушениях поверх-

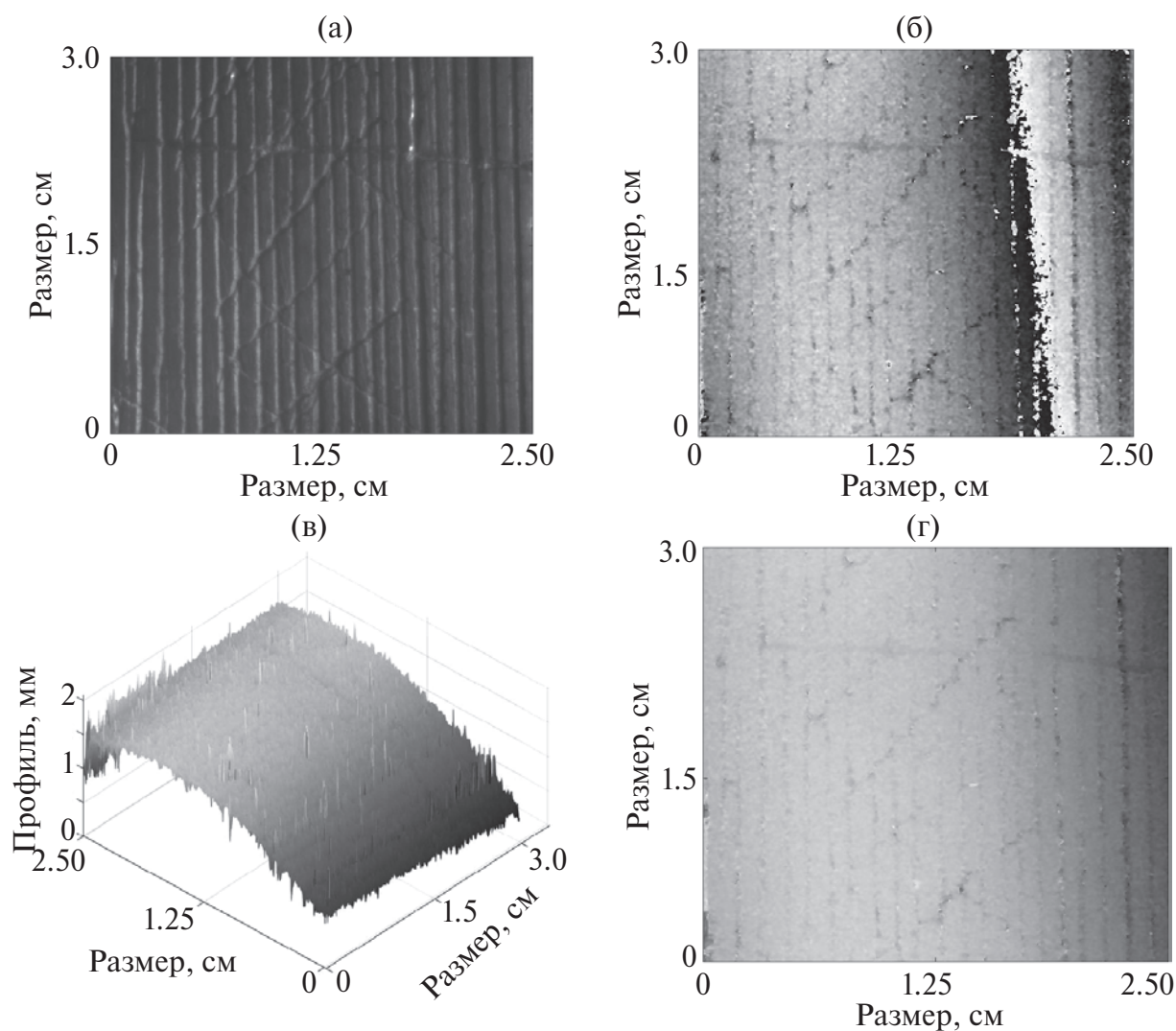


**Рис. 5.** Результаты измерения формы ОПЭ-1: изображение элемента с проявленными дефектами поверхности (а); интерферограмма, соответствующая синтезированной длине волны  $\Lambda = 400$  мкм (б); трехмерное реконструированное представление поверхности объекта (в); двумерное распределение поверхности (г).

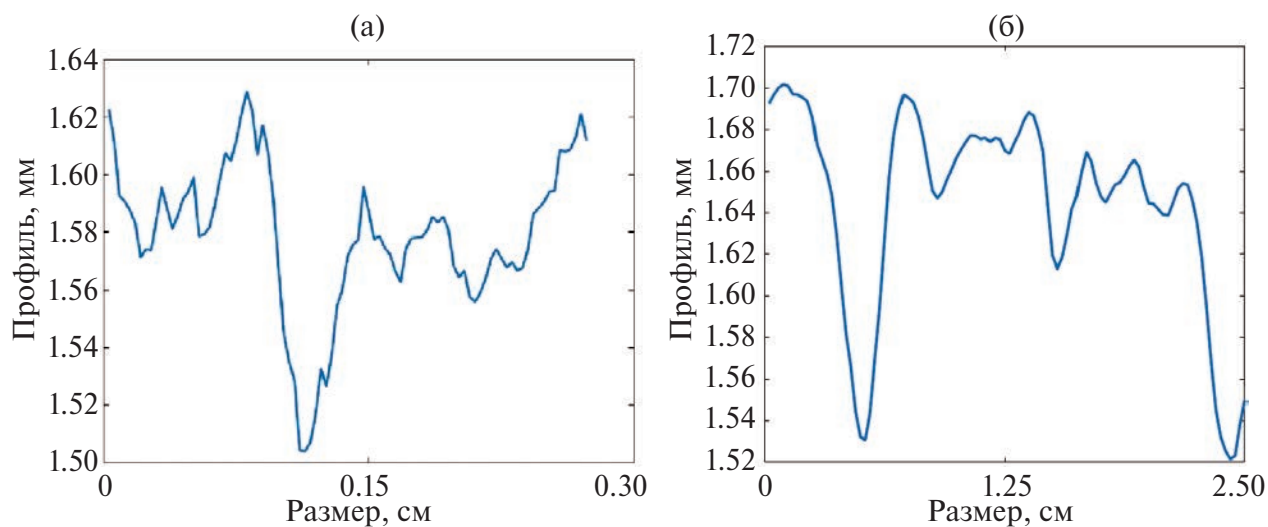


**Рис. 6.** Результаты измерения профиля ОПЭ-1: вдоль линии 1 (а), вдоль линии 2 (б).





**Рис. 7.** Результаты реконструкции формы ОПЭ-2: изображение элемента с проявленными дефектами поверхности (а); интерферограмма, соответствующая синтезированной длине волны  $\lambda = 1.48$  мм (б); трехмерное реконструированное представление поверхности объекта (в); двумерное распределение поверхности (г).



**Рис. 8.** Результаты измерения профиля ОПЭ-2: вдоль линии 1 (а), вдоль линии 2 (б)



ности объектов излучение лазера может не отражаться от таких дефектов в направлении детектора. Таким образом, дефект можно идентифицировать качественно, но получить достоверную информацию о профиле поверхности будет невозможно. Во-вторых, при построении поверхности из полученной интерферограммы численным методом Unwarp мелкие или частые дефекты на поверхности могут восприниматься как шумы, которые могут быть отфильтрованы алгоритмом и не детектироваться при дальнейшем анализе.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной статье показана возможность применения метода двухдлинноволновой цифровой голографической интерферометрии для контроля износа и разрушения поверхности обращенных к плазме защитных элементов токамак-реактора на примере реактора Глобус-М2. Использование методов цифровой голографической интерферометрии позволяет проводить бесконтактный и неразрушающий мониторинг поверхности, что позволяет разработать и разместить измерительный комплекс вне разрядной камеры реактора. Метод также обладает достаточной чувствительностью и в данной реализации способен измерить минимальное изменение формы поверхности объекта в диапазоне 10–30 мкм, а ошибка определения разности фаз может оцениваться на уровне  $2\pi/40$ . Использование программно-аппаратного управления системой захвата изображения позволяет проводить первичное наблюдение в реальном масштабе времени.

Представленные в публикации результаты получены за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 23-79-00023).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. De Temmerman G., Hirai T., Pitts R.A. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2018. V. 60. P. 044018. DOI: 10.1088/1361-6587/aaaf62.
2. Schweer B., Huber A., Sergienko G., Philipps V., Irrek F., Esser H.G., Samm U., Kempenaars M., Stamp M., Gowers C., Richards D. // J. Nucl. Mater. 2005. V. 337–339. P. 570. DOI: 10.1016/j.jnucmat.2004.10.156.
3. Pintsuk G., Bobin-Vastra I., Constans S., Gavila P., Rödiger M., Riccardi B. // Fusion Eng. Des. 2013. V. 88. P. 1858. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2013.05.091.
4. Кукушкин А.С., Пшенов А.А. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 1123.
5. Pedrini G., Alekseenko I., Jagannathan G., Kempenaars M., Vayakis G., Osten W. // Applied Optics. 2019. V. 8(5). P. A147.
6. Belashov A.V., Zhikhoreva A.A., Semenova I.V. // Applied Sciences. 2022. V. 12. P. 1687.
7. Kozhevnikova A.M., Alekseenko I.V., Schitz D.V. // Applied Optics. 2023. Т. 62. С. 7881.
8. Friesem A.A., Levy U. // Applied Optics. 1976. V. 15. P. 3009.
9. Claus D., Alekseenko I., Grabherr M., Pedrini G., Hibst R. // Light: Advanced Manufacturing. 2021. V. 2(4). P. 403.
10. Schnars U., Jueptner W. Digital holography: digital hologram recording, numerical reconstruction, and related techniques. Berlin: Springer, 2005.
11. Takeda M., Ina H., Kobayashi S. // J. Optical Soc. America. 1982. V. 72.1. P. 156.
12. Kreis T. Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods. N.Y.: John Wiley & Sons, 2006.
13. Claus D., Alekseenko I., Grabherr M., Pedrini G., Hibst R. // Light: Advanced Manufacturing. 2021. V. 2. P. 29.

## APPLICATION OF DUAL-WAVELENGTH DIGITAL HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY FOR OPTICAL NONDESTRUCTIVE WEAR TESTING OF PROTECTIVE ELEMENTS OF THE SPHERICAL TOKAMAK GLOBUS-M2

I. V. Alekseenko<sup>a,\*</sup>, A. M. Kozhevnikova<sup>a</sup>, A. G. Razdobarin<sup>b</sup>, D. I. Elels<sup>b</sup>, and O. S. Medvedev<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, 236041, Russia*

<sup>b</sup>*Ioffe Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021, Russia*

*\*e-mail: IAlekseenko@kantiana.ru*

The possibility of using the method of dual-wavelength digital holographic interferometry to assess the wear of protective elements of the Globus-M2 spherical tokamak after working plasma discharges is demonstrated. At this stage of the work, the protective elements were removed from the tokamak discharge chamber and used as samples in the holographic setup. A diagram of a holographic interferometer for recording primary holographic images is presented, in which control of the radiation wavelength recording and monitoring systems is carried out through a hardware and software complex in real time. The results of measurements of the shape of tokamak elements are presented. It is shown that when the difference in wavelengths changes, the sensitivity of the measurement method changes, and in the proposed configuration of the optical scheme it is possible to determine the minimum value of the shape change at a level of 10–30  $\mu\text{m}$ . At the same time, the error in determining the phase difference, by which the surface profile is assessed, in the digital method can reach about  $2\pi/40$ .

**Keywords:** tokamak, optical nondestructive testing, digital holographic interferometry

УДК 533.9; 537.874

## ПОЛНОВОЛНОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ЦИКЛОТРОННОГО НАГРЕВА ПЛАЗМЫ НА ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ ГАРМОНИКАХ В УСТАНОВКЕ ГДМЛ

© 2024 г. Е. Д. Господчиков<sup>а, \*</sup>, П. А. Чувакин<sup>а</sup>, А. Л. Соломахин<sup>а, b</sup>,  
А. Г. Шалашов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород, Россия

<sup>б</sup>Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

\*e-mail: egos@ipfran.ru

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.

После доработки 16.11.2024 г.

Принята к публикации 18.11.2024 г.

Проанализированы возможные сценарии дополнительного электронного циклотронного нагрева плазмы в различных конфигурациях проектируемой в ИЯФ СО РАН открытой магнитной ловушке следующего поколения ГДМЛ (газодинамическая многопробочная ловушка). Для этого был применен полноволновой импедансный подход к моделированию взаимодействия электромагнитных волн с субтермоядерной плазмой, позволяющий учитывать взаимодействие электромагнитных и квазиэлектростатических мод в окрестности электронного циклотронного резонанса в осесимметричной магнитной конфигурации. Рассмотрены схемы нагрева на первой гармонике гирочастоты обыкновенной электромагнитной волной и на второй гармонике необыкновенной волной. Для каждого случая определены диапазоны параметров установки, в которых такая схема нагрева может быть эффективной; проанализированы оптимальные с точки зрения эффективности нагрева параметры фокусировки вводимого квазиоптического СВЧ-пучка.

**Ключевые слова:** высокотемпературная плазма, открытая магнитная ловушка, электронно-циклотронный резонанс, распространение волн в плазме

DOI: 10.31857/S0367292124120064 EDN: EEWBFM

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Газодинамическая многопробочная ловушка (ГДМЛ) — это открытая ловушка нового поколения для удержания субтермоядерной плазмы, концепция которой развивается в ИЯФ СО РАН (Новосибирск). Проект ГДМЛ должен позволить изучить новые методы удержания плазмы и продемонстрировать существенное увеличение эффективности открытой ловушки [1]. Целью проекта является обоснование возможности создания термоядерных систем на основе открытой магнитной ловушки: источника нейтронов и, в перспективе, термоядерного реактора. В качестве основного метода нагрева для установки ГДМЛ предлагается наклонная инжекция мощных пучков нейтральных частиц, которые захватываются

предварительно созданной мишенной плазмой. В результате перезарядки этих пучков в плазме формируются две ионные компоненты: теплые ионы мишенной плазмы и анизотропная популяция быстрых ионов, которая обеспечивает основное энергосодержание и протекание термоядерных реакций в плазме. В подобных системах с двухкомпонентной плазмой время торможения анизотропной популяции быстрых ионов в значительной степени определяется их столкновениями с электронами мишенной плазмы. Поэтому для увеличения времени жизни быстрых ионов и, тем самым, для увеличения эффективности ГДМЛ как термоядерной системы, важной задачей является увеличение электронной температуры.

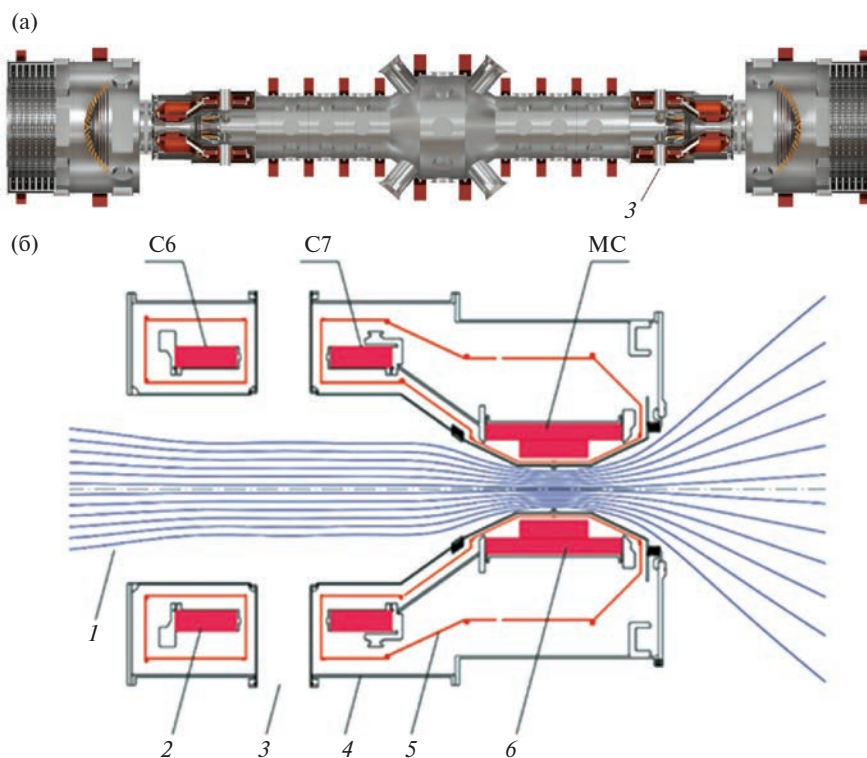
Возможность достижения стационарного уровня температуры электронов в 1 кэВ на оси

открытой магнитной ловушке за счет дополнительного электронного циклотронного резонансного (ЭЦР) нагрева плазмы на первой гармонике гирочастоты была продемонстрирована на действующей установке ГДЛ [2–5]. На этой же установке была продемонстрирована возможность нагрева электронов плазмы до 300 эВ во всем объеме плазменного шнура за счет поглощения СВЧ-излучения на первой [4, 5] и второй [6] гармониках гирочастоты. По сути, метод дополнительного ЭЦР-нагрева позволяет заместить канал потерь энергии быстрых ионов на мощность, вкладываемую в плазму за счет поглощения излучения гиротрона. Отметим, что при росте электронной температуры выше определенного значения основной канал потерь быстрых ионов может переключиться на соударения с ионами мишенной плазмы, что в конечном итоге может вести к повышению эффективности термоядерного выхода.

Реализация на установке ГДМЛ системы ЭЦР-нагрева с наклонным вводом СВЧ-излучения, аналогичной системам нагрева в установке ГДЛ, не представляется возможной с инженерной точки

зрения. Наиболее перспективной для ГДМЛ видится система ЭЦР-нагрева, основанная на вводе СВЧ-пучка в плазму, перпендикулярно к оси установки через порт вблизи магнитной пробки [1]. На рис. 1 показано место предполагаемой системы ЭЦР-нагрева на общем плане установки ГДМЛ и более детальный вид в окрестности области нагрева. Излучение в виде квазиоптического СВЧ-пучка вводится вертикально между переходными катушками С6 и С7. Такая геометрия позволяет вводить излучение в область практически однородного магнитного поля, что, в свою очередь, позволяет организовать эффективное поглощение излучения даже не в слишком горячей и плотной плазме.

Известно, что при квазиперечном вводе излучения относительно магнитного поля эффективный нагрев следует ожидать на первой гармонике для волны с обыкновенной поляризацией (О1) и на второй гармонике для волны с необыкновенной поляризацией (Х2) [7]. Предварительное геометрикооптическое моделирование показало, что в установке ГДМЛ также возможен эффективный ЭЦР-нагрев как на первой, так и на вто-



**Рис. 1.** Порты ввода СВЧ-излучения на общем плане стартовой конфигурации установки ГДМЛ (а) и модуль магнитной пробки, в который предполагается встроить систему ЭЦР нагрева [1] (б): 1 – силовая линия магнитного поля, 2 – переходная катушка, 3 – порт ввода СВЧ-пучка, 4 – вакуумная камера криостата, 5 – тепловой экран криостата, 6 – соленоид магнитной пробки.



рой гармонике. Но условия применимости геометрооптического приближения в окрестностях циклотронного резонанса в достаточно холодной и плотной плазме могут не выполняться. Например, в [6] было показано, что геометрооптическое моделирование существенно завышает эффективность ЭЦР-нагрева на второй гармонике на установке ГДЛ.

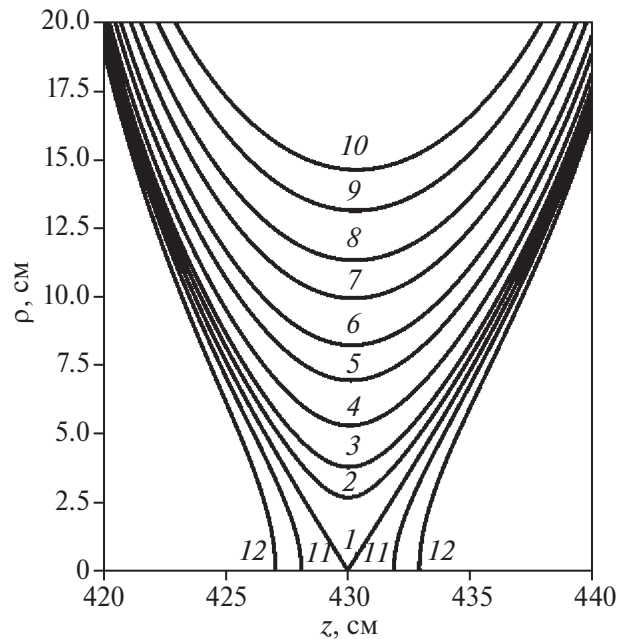
Поэтому в данной работе мы развиваем более точный полноволновой подход к моделированию взаимодействия электромагнитного излучения со слаборелятивистской плазмой, основанный на импедансной формулировке уравнений Максвелла [8, 9]. Такой подход позволяет корректно описать совместное влияние неоднородности и пространственной дисперсии плазмы, отражение электромагнитных волн от области ЭЦ-резонанса и их взаимодействие с квазиэлектростатическими волнами, включая образование комбинированных волн и взаимную трансформацию. Кроме того, этот подход позволяет избежать известных проблем с формулировкой граничных условий в ситуации, когда часть взаимодействующих волн является нераспространяющимися (скинирующимися) на границах расчетной области. Ранее подход был успешно применен к моделированию отражения волн от области резонанса в плазме стелларатора Л-2М [10]. Его применение к осесимметричной плазме ГДМЛ потребовало учета дополнительных обстоятельств, потребовавших модернизации подхода по сравнению с [10].

## 2. МОДЕЛЬ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ ГДМЛ

В стандартной конфигурации магнитной системы, разработанной для установки ГДМЛ, магнитное поле на оси системы между катушками С6–С7 составляет примерно 3 Тл, что отвечает частоте 85 ГГц для резонанса на первой и 170 ГГц для резонанса на второй гармонике. В области почти однородного магнитного поля поверхности ЭЦР образуют так называемую Х-точку. На рис. 2 построена серия поверхностей холодного гиро-резонанса  $\omega_c = eB/m_e c = \omega$  для частоты 85 ГГц при различных токах в катушках С6–С7, задаваемых параметром  $\alpha$ ,

$$I = (1 + \alpha / 100) I_0.$$

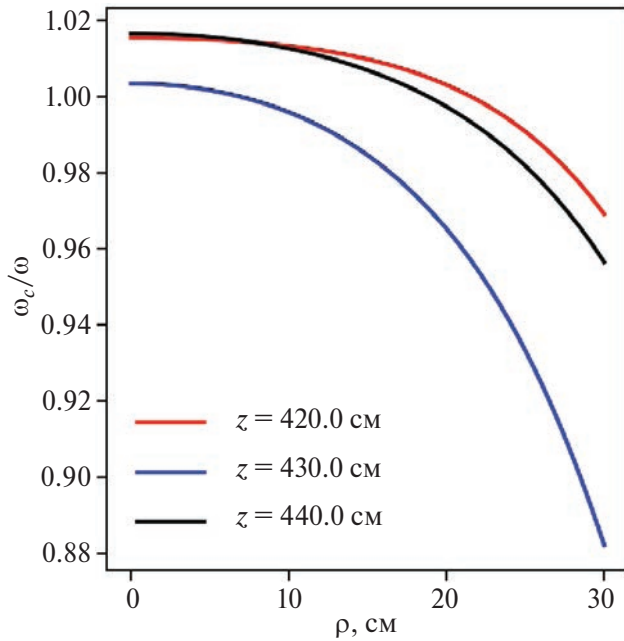
Значение тока  $I_0$  соответствует току, при котором поверхность холодного резонанса пересекает ось



**Рис. 2.** Поверхности холодного резонанса  $\omega_c = \omega$  для частоты 85 ГГц при различных токах через катушки С6–С7, определяемых параметром  $\alpha = 10^2 (I - I_0) / I_0$ : 1 –  $\alpha = 0$ ; 2 – 0.05; 3 – 0.1; 4 – 0.2; 5 – 0.35; 6 – 0.5; 7 – 0.75; 8 – 1.0; 9 – 1.4; 10 – 1.8; 11 – –0.05; 12 – –0.12. На рисунке  $\rho$  – расстояние от оси ловушки, а  $z$  координата вдоль оси ловушки.

симметрии в центре предполагаемого порта ввода СВЧ-излучения (соответствует  $z = 430$  см, если в качестве начала координат выбрано центральное сечение ловушки). Важным удобным свойством Х-точки является то, что подстройка тока в переходных катушках позволяет достаточно тонко управлять радиальным профилем магнитного поля, а значит, позволяет надеяться на управление профилем энерговклада и эффективностью нагрева за счет изменения положения резонансных поверхностей.

На рис. 3 представлены радиальные зависимости нормированного модуля магнитного поля в разных сечениях  $z$  вдоль оси ловушки от  $z = 420$  до 440 см при характерном токе в катушках С6–С7, соответствующих  $\alpha = 0.35$ . Видно, что изменение магнитного поля вблизи оси ловушки очень мало, что и является главным достоинством Х-точки. В результате резонансная область  $m_e c^2 (\omega - \omega_c) \leq T_e \omega$  может иметь ширину, сопоставимую с радиусом кривизны резонансной поверхности. Это означает, что при моделировании мы обязаны учитывать цилиндрическую геометрию задачи. С другой стороны, масштаб неоднородности магнитного поля вдоль оси  $z$  ока-

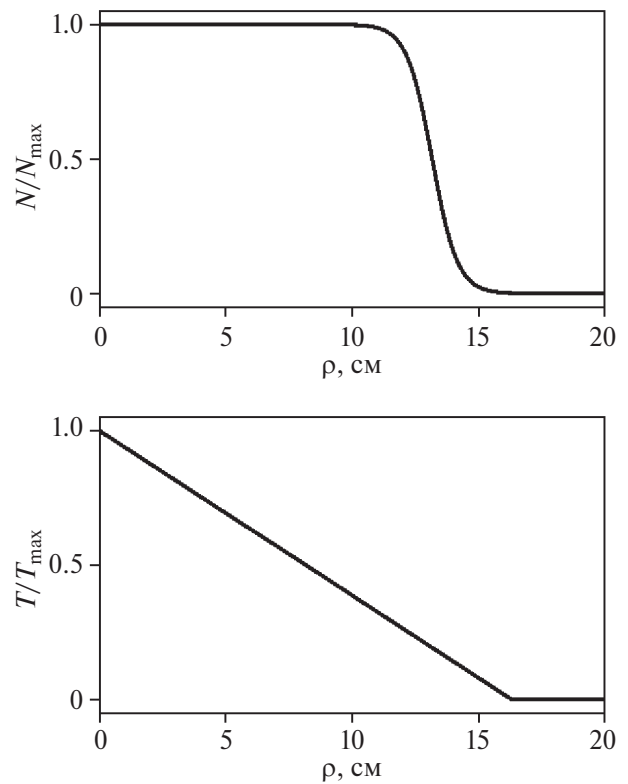


**Рис. 3.** Зависимость нормированной гирочастоты  $\omega_c/\omega$  от расстояния до оси в трех сечениях  $z$  для магнитной конфигурации, отвечающей  $\alpha = 0.35$ . Частота излучения 85 ГГц.

зывается много больше длины волны. Это позволяет нам учитывать его зависимость от  $z$  параметрически.

Внутри области циклотронного резонанса могут заметно меняться электронная температура и плотность плазмы. Поэтому мы должны учесть их радиальные зависимости. На рис. 4 приведены радиальные профили температуры и концентрации плазмы, используемые в моделировании.

Приняв во внимание, что наиболее эффективный нагрев следует ожидать при поперечном вводе излучения в виде широкого квазиоптического волнового пучка, мы приходим к следующей постановке задачи. Рассмотрим семейство полноволновых задач (решений уравнений Максвелла) для взаимодействия волны, распространяющейся поперек оси симметрии радиально-неоднородного плазменного цилиндра, при этом радиальная зависимость магнитного для каждой задачи отвечает радиальной зависимости при некотором фиксированном значении продольной координаты  $z$ . В результате находится эффективность поглощения падающей волны для каждой задачи. После чего эти эффективности сворачиваются с распределением интенсивности падающей волны по координате  $z$ . В результате мы определяем интегральную эффективность нагрева в общей квазицилиндрической геометрии. Такой



**Рис. 4.** Модельные профили плотности плазмы и электронной температуры на установке ГДМЛ [10], пересчитанные на сечение ловушки  $z = 430$  см.

подход формально отвечает пренебрежению производными по координате  $z$  в точных уравнениях Максвелла.

### 3. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КВАЗИЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Воспользуемся аксиальной симметрией задачи и представим волновое поле как ряд по азимутальным угловым гармоникам:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\rho, \varphi, z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(im\varphi) \mathbf{E}^{(m)}(\rho, z); \\ \mathbf{H}(\rho, \varphi, z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(im\varphi) \mathbf{H}^{(m)}(\rho, z). \end{aligned} \quad (1)$$

При этом для волны, поляризованной в электронную сторону, учтем тепловые поправки к диэлектрическому отклику, связанные с возможной близостью к циклотронному резонансу на второй гармонике. Для продольной компоненты диэлектрического отклика учтем тепловые поправки к диэлектрическому отклику, связанные с воз-

можной близостью к циклотронному резонансу на первой гармонике. Такой подход отвечает рассмотрению наиболее эффективных сценариев нагрева при поперечном вводе: необыкновенная волна на второй гармонике (X2) и обыкновенная на первой (O1). Кроме того, пренебрежем всеми производными по координате  $z$  от электромагнитного поля.

В результате для  $m$ -й азимутальной гармоники уравнения Максвелла преобразуются к следующей системе из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений и двух алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dH_z^{(m)}}{d\rho} &= ik_0 D_\phi^{(m)}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{dE_\phi^{(m)}}{d\rho} &= ik_0 H_z^{(m)} + i \frac{m}{\rho} E_\rho^{(m)}, \\ \frac{dE_z^{(m)}}{d\rho} &= -ik_0 H_\phi^{(m)}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} [\rho H_\phi^{(m)}] &= -ik_0 D_z^{(m)}, \\ k_0 H_\rho^{(m)} &= \frac{m}{\rho} E_z^{(m)}, \\ k_0 D_\rho^{(m)} &= -\frac{m}{\rho} H_z^{(m)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где компоненты индукции электрического поля заданы через оператор диэлектрической проницаемости

$$\begin{aligned} D_\rho^{(m)} &= \varepsilon_\perp E_\rho^{(m)} + ig E_\phi^{(m)} + \hat{\delta}\varepsilon_X^{(m)} \left[ (E_\rho^{(m)} - iE_\phi^{(m)}) \right], \\ D_\phi^{(m)} &= \varepsilon_\perp E_\phi^{(m)} - ig E_\rho^{(m)} + i\hat{\delta}\varepsilon_X^{(m)} \left[ (E_\rho^{(m)} - iE_\phi^{(m)}) \right], \\ D_z^{(m)} &= \varepsilon_\parallel E_z^{(m)} + \hat{\delta}\varepsilon_O^{(m)} \left[ E_z^{(m)} \right]. \end{aligned}$$

Холодная часть диэлектрического отклика задается скалярными функциями координат

$$\begin{aligned} \varepsilon_\perp &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}, \quad g = \frac{\omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}, \\ \varepsilon_\parallel &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi N_e(\rho) e^2}{m_e}. \end{aligned}$$

Поправки к диэлектрическому отклику, связанные с тепловым движением электронов (пространственной дисперсией), выражаются через дифференциальные операторы

$$\begin{aligned} \hat{\delta}\varepsilon_X^{(m)}[\dots] &= \frac{1}{k_0^2} \frac{d}{d\rho} \left( F_{X2}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m-1}{\rho} [\dots] \right] \right) - \\ &\quad - \frac{1}{k_0^2} \frac{m-2}{\rho} F_{X2}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m-1}{\rho} [\dots] \right], \\ \hat{\delta}\varepsilon_O^{(m)}[\dots] &= \frac{1}{k_0^2} \frac{d}{d\rho} \left( F_{O1}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m}{\rho} [\dots] \right] \right) - \\ &\quad - \frac{1}{k_0^2} \frac{m-1}{\rho} F_{O1}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m}{\rho} [\dots] \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_{X2} &= \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} F_{7/2}(\xi_2), \quad F_{O1} = \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} F_{7/2}(\xi_1), \\ \xi_n &= \mu \left( 1 - \frac{n\omega_c}{\omega} \right), \quad \mu = \frac{m_e^2}{T_e}, \end{aligned}$$

где  $F_{7/2}$  — функция Днестровского порядка 7/2 [11].

Уравнения (2) распадаются на две независимые системы: одна описывает распространение, циклотронное поглощение и линейное взаимодействие необыкновенной и бернштейновской волн, а вторая — распространение и циклотронное поглощение обыкновенной волны.

В удобном для моделирования виде первая система может быть приведена к четырем уравнениям первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} E_-^{(m)} \\ E_+^{(m)} \\ \Phi^{(m)} \\ H_z^{(m)} \end{pmatrix} &= \\ &= k_0 \begin{pmatrix} -\frac{m-1}{k_0\rho} & 0 & \frac{1}{F_{X2}} & 0 \\ -2\frac{m-1}{k_0\rho} & \frac{m+1}{k_0\rho} & \frac{1}{F_{X2}} & -2 \\ -\frac{\varepsilon_-}{2} & -\frac{\varepsilon_+}{2} & \frac{m-2}{k_0\rho} & -\frac{m}{k_0\rho} \\ 0 & \varepsilon_+ & 0 & \frac{m}{k_0\rho} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_-^{(m)} \\ E_+^{(m)} \\ \Phi^{(m)} \\ H_z^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon_\pm = \varepsilon_\perp \pm g, \quad E_\pm^{(m)} = E_\rho^{(m)} \pm iE_\phi^{(m)}$$

— комплексные амплитуды волн, вращающихся, соответственно, в ионную и электронную сторону;

$$\Phi^{(m)} = F_{X2} \left( \frac{1}{k_0} \frac{dE_-^{(m)}}{d\rho} + \frac{m}{k_0\rho} E_-^{(m)} \right).$$

Аналогично, система для обыкновенной волны может быть приведена к двум уравнениям первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho} \left( \frac{E_z^{(m)}}{\Omega^{(m)}} \right) &= k_0, \\ \left( \begin{array}{cc} -\frac{m}{k_0\rho} \frac{F_{O1}}{1+F_{O1}} & -\frac{i}{1+F_{O1}} \\ -i \left[ \varepsilon_{\parallel} - \frac{m^2}{k_0^2\rho^2} \left( 1 + \frac{F_{O1}}{1+F_{O1}} \right) \right] & \frac{m}{k_0\rho} \frac{F_{O1}}{1+F_{O1}} - \frac{1}{k_0\rho} \end{array} \right) \begin{pmatrix} E_z^{(m)} \\ \Omega^{(m)} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\Omega^{(m)} = H_{\phi}^{(m)} (1 + F_{O1}) + i \frac{m}{k_0\rho} F_{O1} E_z^{(m)}.$$

#### 4. РЕШЕНИЯ В ВИДЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим для определенности решение системы (3) в однородной среде. Оно может быть найдено путем сведения системы из четырех уравнений первого порядка к одному уравнению четвертого порядка

$$\begin{aligned} &F_{X2} \hat{L}_m^+ \hat{L}_{m-1}^- \hat{L}_{m-2}^- \hat{L}_{m-1}^+ E_-^{(m)} + k_0^2 \times \\ &\times \left[ \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{2} \hat{L}_m^+ \hat{L}_{m-1}^- + 2\varepsilon_+ F_{X2} \hat{L}_{m-2}^- \hat{L}_{m-1}^+ \right] \times \\ &\times E_-^{(m)} + k_0^4 \varepsilon_+ \varepsilon_- E_-^{(m)} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\hat{L}_m^{\pm}$  — понижающие и повышающие операторы функций Ханкеля,

$$\hat{L}_m^{\pm} [...] = \frac{d[...]}{d\rho} \pm \frac{m}{\rho} [...],$$

$$\hat{L}_m^{\pm} H_m^{(1,2)}(k_0 n \rho) = k_0 n H_{m \mp 1}^{(1,2)}(k_0 n \rho).$$

Операторы  $\hat{L}_m^{\pm}$  обладают свойством коммутации

$$\hat{L}_{m \mp 1}^{\pm} \hat{L}_m^{\pm} = \hat{L}_{m \pm 1}^{\pm} \hat{L}_m^{\pm} = \hat{B}_m.$$

Используя это свойство, уравнение (5) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} &F_{X2} \hat{B}_{m-1} \hat{B}_{m-1} E_-^{(m)} + \\ &+ 2k_0^2 \left[ \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{4} + \varepsilon_+ F_{X2} \right] \hat{B}_{m-1} E_-^{(m)} + \\ &+ k_0^4 \varepsilon_+ \varepsilon_- E_-^{(m)} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим теперь, что  $\hat{B}_m$  — оператор, собственные функции которого функции Ханкеля первого и второго рода

$$\hat{B}_m H_m^{(1,2)}(k_0 n \rho) = -k_0^2 n^2 H_m^{(1,2)}(k_0 n \rho).$$

Функции Ханкеля первого рода  $H_m^{(1)}$  соответствуют цилиндрической волне, расходящейся от оси, а функция Ханкеля второго рода  $H_m^{(2)}$  соответствует цилиндрической волне, сходящейся к оси.

Общее решение уравнения (6) принимает вид линейной комбинации цилиндрических волн

$$\begin{aligned} E_-^{(m)}(\rho) &= c_X^+ H_{m-1}^{(1)}(k_0 n_X \rho) + \\ &+ c_B^+ H_{m-1}^{(1)}(k_0 n_B \rho) + \\ &+ c_X^- H_{m-1}^{(2)}(k_0 n_X \rho) + \\ &+ c_B^- H_{m-1}^{(2)}(k_0 n_B \rho), \end{aligned}$$

где  $c_{X,B}^{+,-}$  — четыре произвольные константы. Для показателей преломления  $n_{X,B}$  получаем уравнение, аналогичное дисперсионному уравнению для плоских волн в однородной плазме,

$$F_{X2} n^4 - 2 \left[ \frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{4} + \varepsilon_+ F_{X2} \right] n^2 + \varepsilon_+ \varepsilon_- = 0.$$

Поскольку это биквадратное уравнение, мы имеем два типа волн — в соответствии с общепринятой классификацией необыкновенные волн с показателем преломления  $n_X$  и бернштейновские волны с показателем преломления  $n_B$ , и два направления распространения — сходящиеся и расходящиеся цилиндрические волны, отвечающие, соответственно, верхним индексам “−” и “+”.

Находя остальные компоненты поля, получаем общее решение системы (3) в однородной среде в виде разложения по собственным цилиндрическим модам:

$$\Psi_X^{(m)} = \begin{pmatrix} E_-^{(m)} \\ E_+^{(m)} \\ \Phi^{(m)} \\ H_z^{(m)} \end{pmatrix} = c_X^+ \mathbf{e}_X^+(m, \rho) + \quad (7)$$

$$+ c_B^+ \mathbf{e}_B^+(m, \rho) + c_X^- \mathbf{e}_X^-(m, \rho) + c_B^- \mathbf{e}_B^-(m, \rho),$$

$$\text{где } \mathbf{e}_{X,B}^{\pm}(m, \rho) = \begin{pmatrix} (2\varepsilon_+ - n_{X,B}^2) H_{m-1}^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \\ n_{X,B}^2 H_{m+1}^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \\ F_{X2} n_{X,B} H_{m-2}^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \\ -\varepsilon_+ n_{X,B} H_m^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \end{pmatrix}$$

— векторы поляризации цилиндрической необыкновенной моды.



Аналогично, для системы (4), отвечающей за распространение обыкновенной волны, получаем

$$\Psi_O^{(m)} = \begin{pmatrix} E_z^{(m)} \\ \Omega^{(m)} \end{pmatrix} = c_O^+ \mathbf{e}_O^+(m, \rho) + c_O^- \mathbf{e}_O^-(m, \rho). \quad (8)$$

Поляризация и показатель преломления цилиндрической обыкновенной моды определяются как

$$\mathbf{e}_O^{\pm}(m, \rho) = \begin{pmatrix} H_m^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) \\ \frac{i}{2} \sqrt{\epsilon_{\parallel}(1 + F_{O1})} \left[ H_{m-1}^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) - H_{m+1}^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) \right] + \frac{m}{k_0 \rho} F_{O1} H_m^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) \end{pmatrix},$$

$$n_O = \sqrt{\epsilon_{\parallel} / (1 + F_{O1})}.$$

## 5. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Системы (3) и (4) должны быть дополнены граничными условиями. На оси цилиндра это естественное граничное условие, выражающееся в требовании отсутствия особенностей поля. Однако для численного моделирования такое условие неудобно, поскольку введенные выше вектора поляризации  $\mathbf{e}_{X,B,O}^{\pm}$  на оси не определены (все функции Ханкеля имеют особенность на оси). Определенной является лишь сумма векторов поляризации, отвечающих сходящейся и расходящейся волне. Для того чтобы обойти эту проблему, мы будем считать, что в малой окрестности оси  $0 \leq \rho \leq \rho_u$  среда однородная. Воспользуемся решениями для однородной среды (7) и (8) и потребуем, чтобы эти решения не содержали особенностей. Тогда граничное условие на краю однородной области в точке  $\rho = \rho_u$  имеет вид

$$c_X^+ = c_X^-, \quad c_B^+ = c_B^-.$$

В качестве второго граничного условия мы должны на границе плазмы, удаленной от оси на расстояние  $\rho = \rho_0$ , задать распределение падающего на плазму поля. Будем считать его распределение на поверхности  $\rho = \rho_0$  следующим:

$$H_z(\rho = \rho_0, \varphi) = H_{inc} = \frac{w_0}{w} E_0(z) \exp \left[ i(k_0 l - \gamma) - r^2 \left[ \frac{1}{w^2} - i \frac{k_0}{2R} \right] \right],$$

где

$$l = \rho_0 \cos \varphi, \quad r^2 = \rho_0^2 \sin^2 \varphi,$$

$$w^2 = w_0^2 \left[ 1 + 4\pi^2 \left( \frac{l^2}{k_0 w_0^2} \right)^2 \right],$$

$$R = l \left[ 1 + \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{k_0 w_0^2}{l} \right)^2 \right].$$

Напомним, что зависимость амплитуды волны от координаты  $z$  вдоль оси ловушки учитывается параметрически, т. е. мы решаем набор независимых задач при различных  $z$ , а затем результаты

сворачиваем с распределением интенсивности  $E_0(z)$ .

Для каждой угловой гармоники (1) имеем

$$H_{inc}^{(m)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(-im\varphi) H_{inc}(\varphi) d\varphi.$$

Компоненты электрического поля выбираются таким образом, чтобы поляризация заданного излучения соответствовала сходящейся необыкновенной цилиндрической волне.

Для случая падения обыкновенной волны удобно задать распределение продольного электрического поля

$$E_z(\rho = \rho_0, \varphi) = E_{inc} = \frac{w_0}{w} E_0(z) \exp \left[ i(k_0 l - \gamma) - r^2 \left[ \frac{1}{w^2} - i \frac{k_0}{2R} \right] \right],$$

а магнитное поле в этой ситуации определяется так, чтобы это была падающая волна. Дальнейшая процедура аналогична.

Величину  $E_0$  удобно связать с полной вводимой в плазму мощностью

$$|E_0^2| = \frac{16P_0}{cw_0^2} \exp \left[ -2(z - z_0)^2 / w^2 \right].$$

В результате мы имеем для каждой угловой гармоники систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, дополненную следующими граничными условиями. Для необыкновенной волны

$$\Psi_X^{(m)}(\rho_u) = t_X^{(m)} (\mathbf{e}_X^+(\rho_u, m) + \mathbf{e}_X^-(\rho_u, m)) + t_B^{(m)} (\mathbf{e}_B^+(\rho_u, m) + \mathbf{e}_B^-(\rho_u, m)), \quad (9)$$

$$\Psi_X^{(m)}(\rho_0) = a_X^{(m)} \mathbf{e}_X^-(\rho_0, m) + r_X^{(m)} \mathbf{e}_X^+(\rho_0, m) + r_B^{(m)} \mathbf{e}_B^+(\rho_0, m).$$

Для обыкновенной волны

$$\begin{aligned} \Psi_O^{(m)}(\rho_u) &= t_O^{(m)} (\mathbf{e}_O^+(\rho_u, m) + \mathbf{e}_O^-(\rho_u, m)), \\ \Psi_O^{(m)}(\rho_0) &= a_O^{(m)} \mathbf{e}_O^-(\rho_0, m) + r_O^{(m)} \mathbf{e}_O^+(\rho_0, m). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $a_{X,O}^{(m)}$  — амплитуды падающих волн, которые считаются известными, а  $t_{X,B,O}^{(m)}$  и  $r_{X,B,O}^{(m)}$  — соответственно неизвестные комплексные амплитуды дошедших до центра цилиндра и отраженных от внешнего радиуса цилиндра необыкновенных, бернштейновских и обыкновенных волн. С формально-математической точки зрения граничные условия (9) и (10) заключаются в попарном равенстве коэффициентов перед  $\mathbf{e}_{X,B,O}^{\pm}(\rho_u, m)$ , нулевом коэффициенте перед  $\mathbf{e}_B^+(\rho_0, m)$  и известных коэффициентах перед  $\mathbf{e}_{X,O}^-(\rho_0, m)$ . В такой формулировке условия не содержат неизвестных величин и их ровно столько, сколько нужно для однозначного решения нашей системы уравнений.

## 6. ИМПЕДАНСНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Общий импедансный подход подробно описан в [8, 9], а применительно к задаче отражения от области циклотронного резонанса в [10]. Поэтому ниже мы ограничимся кратким описанием импедансного подхода, и подробно остановимся только на особенностях его применения в квазицилиндрической геометрии.

Рассмотрим для определенности случай необыкновенной волны. Будем искать решение системы (3) в виде разложения по волнам однородной среды (7), отвечающей внутренней границе  $\rho = \rho_u$ ,

$$\begin{aligned} \Psi(\rho) &= \psi_X^+(\rho) \mathbf{e}_X^+(\rho_u) + \psi_X^-(\rho) \mathbf{e}_X^-(\rho_u) + \\ &+ \psi_B^+(\rho) \mathbf{e}_B^+(\rho_u) + \psi_B^-(\rho) \mathbf{e}_B^-(\rho_u). \end{aligned} \quad (11)$$

Четыре коэффициента  $\psi_{X,B}^{\pm}(\rho)$  этого разложения есть новые неизвестные функции, которые мы используем вместо четырех компонент вектора  $\Psi$  для определения волнового поля. На эти коэффициенты мы получим систему линейных уравнений, эквивалентную исходным уравнениям (3):

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix} = ik_0 \widehat{M}' \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\widehat{M}' = U^{-1}(\rho_u) \widehat{M}(\rho) \widehat{U}(\rho_u),$$

где  $\widehat{U}(\rho_u)$  — матрица перехода к базису нормальных волн, отвечающих внутренней границе; столбцами в такой матрице являются собственные вектора  $\mathbf{e}_{X,B}^{\pm}(\rho_u)$ . Выделим в  $4 \times 4$ -матрице  $\widehat{M}(\rho)$  четыре квадранта, которые можно отождествить с некоторыми  $2 \times 2$ -матрицами  $\hat{t}^{\pm}$  и  $\hat{r}^{\pm}$  по следующему формальному правилу:

$$\widehat{M}'(\rho) = \begin{pmatrix} \hat{t}^+ & \hat{r}^- \\ -\hat{r}^+ & -\hat{t}^- \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения (12) представляются в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} &= ik_0 \hat{t}^+ \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} + ik_0 \hat{r}^- \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}, \\ \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix} &= -ik_0 \hat{r}^+ \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} - ik_0 \hat{t}^- \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Введем матрицу  $\widehat{R}(\rho)$  следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} = \widehat{R} \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Эта, неизвестная пока,  $2 \times 2$ -матрица связывает встречные моды, поэтому может быть интерпретирована как локальный оператор отражения сходящихся цилиндрических волн (—) в расходящиеся (+). Подставляя (14) в (13), получаем следующую систему на компоненты сходящейся волны и матрицы отражения:

$$\begin{cases} \frac{d}{d\rho} R = -ik_0 (\widehat{R} \hat{r}^+ \widehat{R} + \widehat{R} \hat{t}^- + \hat{t}^+ \widehat{R} + \hat{r}^-), \\ \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix} = ik_0 (\hat{t}^- + \hat{r}^- \widehat{R}) \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (15)$$

Первое уравнение (15) представляет собой эволюционную нелинейную задачу с элементарным начальным условием на внутренней границе: единичная матрица  $\widehat{R}(\rho_u) = \hat{I}$  отвечает стоячей волне, т. е. отсутствию особенностей на оси цилиндра.

Это условие позволяет найти распределение  $\hat{R}(\rho)$  во всей расчетной области, входящее во второе уравнение.

Для того чтобы записать начальное условие для второго уравнения (15), достаточно выразить граничное условие на внешней границе плазмы (9), сформулированное для набора нормальных векторов на внешней границе  $\mathbf{e}_{X,B}^{\pm}(\rho_0)$ , через коэффициенты в базисе  $\mathbf{e}_{X,B}^{\pm}(\rho_u)$ , используемого в (11). Это можно сделать, воспользовавшись очевидным соотношением

$$\hat{U}(\rho_u) \begin{pmatrix} \psi_X^+(\rho_0) \\ \psi_B^+(\rho_0) \\ \psi_X^-(\rho_0) \\ \psi_B^-(\rho_0) \end{pmatrix} = \hat{U}(\rho_0) \begin{pmatrix} r_X \\ r_B \\ a_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $\hat{U}(\rho_0)$  — матрица перехода к базису нормальных волн, отвечающих внешней границе; столбцами в такой матрице являются собственные вектора  $\mathbf{e}_{X,B}^{\pm}(\rho_0)$ . Введя формально четыре  $2 \times 2$ -матрицы  $\hat{Q}_{ij}$

$$\begin{pmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} \\ \hat{Q}_{21} & \hat{Q}_{22} \end{pmatrix} = \hat{U}^{-1}(\rho_0) \hat{U}(\rho_u)$$

и учитывая, что

$$\begin{pmatrix} \psi_X^+(\rho_0) \\ \psi_B^+(\rho_0) \end{pmatrix} = \hat{R}(\rho_0) \begin{pmatrix} \psi_X^-(\rho_0) \\ \psi_B^-(\rho_0) \end{pmatrix},$$

можно получить решение матричного соотношения (16) в виде явного выражения для компонент поля на внешней границе плазмы:

$$\begin{pmatrix} \psi_X^-(\rho_0) \\ \psi_B^-(\rho_0) \end{pmatrix} = (\hat{Q}_{22} + \hat{Q}_{21} \hat{R}(\rho_0))^{-1} \begin{pmatrix} a_0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Одновременно из этого же соотношения находятся и выражения для коэффициентов отражения по амплитуде от внешней границы:

$$\begin{pmatrix} r_X \\ r_B \end{pmatrix} = (\hat{Q}_{11} \hat{R}(\rho_0) + \hat{Q}_{12}) (\hat{Q}_{22} + \hat{Q}_{21} \hat{R}(\rho_0))^{-1} \begin{pmatrix} a_0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Равенство (17) определяет начальное условие для второго уравнения в системе (15). Равенство (18) позволяет восстановить амплитуды отраженных волн. Заметим, что для этого достаточно лишь найти решение первого уравнения (15).

Интегрируя второе уравнение системы (15) как эволюционную задачу с начальными услови-

ями (17) на внешней границе, мы находим  $\psi_{X,B}^-(\rho)$  во всем расчетном пространстве. Поля  $\psi_{X,B}^+(\rho)$  восстанавливаются по известным  $\psi_{X,B}^-(\rho)$  и  $R(\rho)$  с помощью (14). В итоге мы последовательно решаем две эволюционные задачи и находим распределения полей в области циклотронного резонанса, и, следовательно, амплитуды прошедших и отраженных волн.

Метод решения задачи падения обыкновенной волны аналогичен с той лишь разницей, что поскольку система уравнений (4) второго порядка, то оператор отражения и все связанные с ним величины оказываются скалярными.

## 7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ

Для того чтобы определить эффективность поглощения в условиях циклотронного резонанса, запишем закон изменения плотности потока энергии для необыкновенной волны с учетом резонансной диссипации и вклада пространственной дисперсии [12]:

$$\nabla \cdot (\Pi_{X,\rho}(\rho, \varphi) \mathbf{e}_\rho + \Pi_{X,\varphi}(\rho, \varphi) \mathbf{e}_\varphi) = -Q_X, \quad (19)$$

где

$$\Pi_{X,\rho} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} [E_\varphi H_z^* + i E_- \Phi^*],$$

$$\Pi_{X,\varphi} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} [-E_\rho H_z^* + E_- \Phi^*],$$

— компоненты вектора плотности потока энергии с учетом пространственной дисперсии,

$$Q_X = -\frac{\omega}{8\pi} \frac{\operatorname{Im} F_{X2}}{|F_{X2}|^2} |\Phi|^2$$

— плотность поглощаемой мощности в условиях циклотронного резонанса на второй гармонике,

$$\Phi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi^{(m)} \exp(im\varphi),$$

$\Phi^{(m)}$  введено в соотношении (3).

Проинтегрируем обе части уравнения (19) по поперечному сечению плазмы, получим

$$\frac{dP_X}{dz} = \iint Q_X \rho d\rho d\varphi = - \int_0^{2\pi} \rho_0 \Pi_{X,\rho}(\varphi, \rho_0) d\varphi. \quad (20)$$

Слева стоит линейная плотность поглощенной мощности вдоль оси  $z$ . Воспользовавшись ортогональностью азимутальных гармоник, получим

$$\frac{dP_X}{dz} = -2\pi\rho_0 \sum_m \Pi_{X,\rho}^{(m)}(\rho_0),$$

$$\Pi_{X,\rho}^{(m)} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left[ E_\phi^{(m)} H_z^{(m)*} - i E_-^{(m)*} \Phi^{(m)} \right]. \quad (21)$$

Аналогичные вычисления можно провести для обыкновенной волны на первой гармонике. Для линейной плотности поглощенной мощности получим

$$\frac{dP_O}{dz} = -2\pi\rho_0 \sum_m \Pi_{O,\rho}^{(m)}(\rho_0),$$

$$\Pi_{O,\rho}^{(m)} = -\frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left[ E_z^{(m)} H_\phi^{(m)*} + i E_z^{(m)*} \Xi^{(m)} \right], \quad (22)$$

где

$$\Xi^{(m)} = F_{O1} \left( \frac{1}{k_0} \frac{dE_z^{(m)}}{d\rho} + \frac{m}{k_0\rho} E_z^{(m)} \right).$$

Для объемной плотности джоулевых потерь получим

$$Q_O = -\frac{\omega}{8\pi} \frac{\operatorname{Im} F_{O1}}{|F_{O1}|^2} |\Xi|^2, \quad \Xi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Xi^{(m)} \exp(im\phi).$$

Эффективность поглощения, определяемая как отношение поглощенной мощности к полной вводимой мощности  $P_0$ , может быть найдена из (21) и (22) как

$$A_{X,O} = P_0^{-1} \int (dP_{X,O} / dz) dz. \quad (23)$$

Отметим, что величина под интегралом зависит от  $z$ , во-первых, поскольку интенсивность вводимого излучения в квазиоптическом пучке зависит от  $z$ , а во-вторых, так как разным  $z$  отвечают различные радиальные профили магнитного поля  $\omega_c(\rho, z)$ .

Таким образом, для определения полной эффективности поглощения достаточно определить поток энергии через внешнюю границу плазмы, воспользовавшись (21) и (22). А в тех случаях, когда нас интересует распределение поглощенной мощности в поперечном сечении, необходимо использовать приведенные выше явные выражения для плотности джоулевых потерь  $Q_{X,O}(\rho)$ .

## 8. ПРОВЕРКА МЕТОДА: МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЦ-НАГРЕВА НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНОЙ НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ

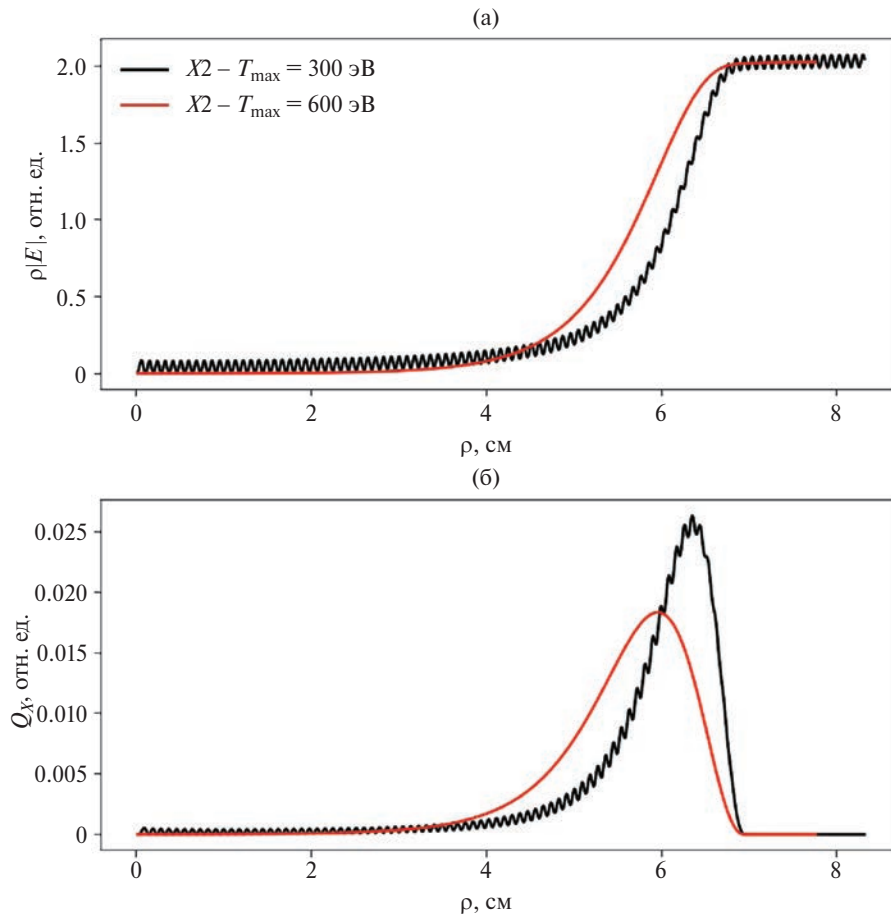
Покажем на двух примерах результаты работы импедансного метода. Мы провели моделирова-

ние для нагрева необыкновенной волной на второй гармонике для магнитной конфигурации отвечающей  $\alpha = 0.35$ , концентрации плазмы на оси  $N_{\max} = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , двух значений максимальной температуры  $T_{\max} = 300 \text{ эВ}$  и  $T_{\max} = 600 \text{ эВ}$ . Ширина вводимого пучка в перетяжке  $w_0$  выбиралась равной 1.5 см. Для моделирования такого вводимого пучка достаточно 57 азимутальных гармоник ( $-28 \leq m \leq 28$ ).

На рис. 5а представлено распределение квадрата модуля электрического поля,  $|E|^2 = |E_\rho^2| + |E_\phi^2|$ , отвечающего азимутальной гармонике  $m = 0$  в сечении  $z = 430 \text{ см}$ . Для удобства восприятия квадрат модуля электрического поля умножен на радиус, что дает постоянное значение в тех областях, где поле представляет собой цилиндрическую волну (сходящуюся или расходящуюся). Осцилляции на графиках могут появляться вследствие двух механизмов. Во-первых, неполное поглощение приводит к появлению отраженной от плазмы необыкновенной волны и, как следствие, появлению частично стоячей волны. Во-вторых, происходит трансформация необыкновенной волны в бернштейновскую в окрестности циклотронного резонанса [13, 14]. Такая волна частично поглощается в области резонанса, а частично выходит в холодную разреженную плазму, где она становится ортогональной необыкновенной волне, и как следствие их биения исчезают. Отметим, что в моделировании учитывалось поглощение бернштейновской волны за счет затухания Ландау в периферийной холодной плазме, где волна замедляется настолько, что перестает выполняться условие разложения по малому по сравнению с длиной волны ларморовскому радиусу электронов. На рисунке хорошо видно, что при обеих температурах имеет место эффективное поглощение излучения, а через область циклотронного резонанса до центра ловушки излучение практически не проходит. Также видно, что при повышении температуры резонансная область увеличивается.

Уширение резонанса еще лучше видно на рис. 5б, на котором представлены радиальные профили плотности поглощенной мощности, отвечающей нулевой азимутальной гармонике в сечении  $z = 430 \text{ см}$ . Как видно из рисунка ширина резонансной области, в которой происходит поглощение, составляет около 2 см. Осцилляции на рисунке отражают наличие отраженной необыкновенной волны, бернштейновская волна не





**Рис. 5.** Зависимости от радиальной координаты интенсивности поля  $\rho |E(\rho)|^2$  и плотности поглощенной мощности  $Q_\lambda(\rho)$ , отвечающие азимутальной гармонике с  $m = 0$ , рассчитанные с помощью импедансного метода в сечении  $z = 430$  см для температуры электронов на оси ловушки  $T_{\max} = 300$  эВ (черные кривые) и  $T_{\max} = 600$  эВ (красные кривые). Магнитная конфигурация ГДМЛ соответствует  $\alpha = 0.35$ , концентрация на оси ловушки  $N_{\max} = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

дает в эти осцилляции заметного вклада. Здесь нужно отметить, что квазиэлектростатическая сильно замедленная бернштейновская волна даже при сопоставимой с необыкновенной волной амплитуде электрического поля переносит гораздо меньше энергии.

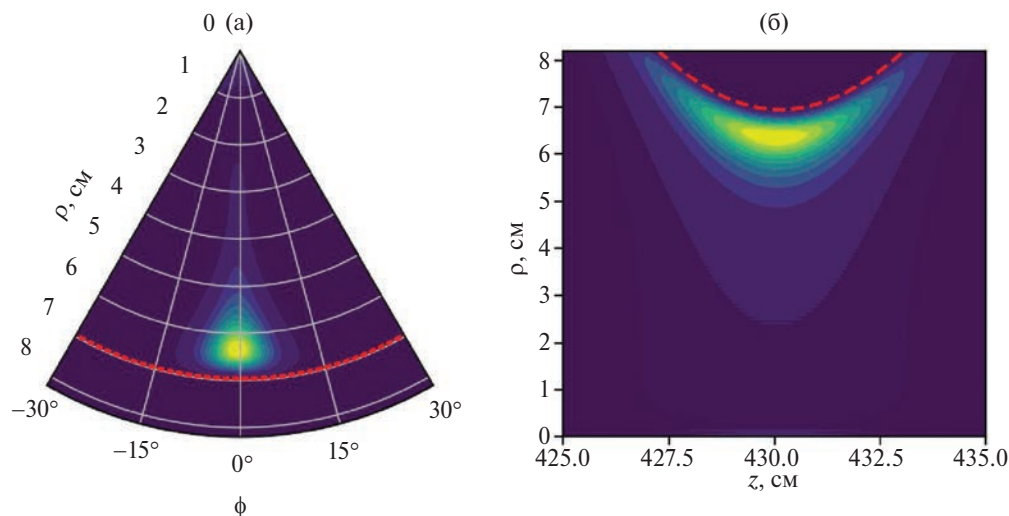
На рис. 6 изображены пространственные распределения плотности поглощаемой мощности, восстановленные по суммарному по всем азимутальным гармоникам полю. Видно, что область поглощения хорошо локализована. Локализация по азимутальному направлению определяется исходной фокусировкой пучка, по радиальному направлению — резонансным механизмом поглощения. Поскольку в нашей модели мы не можем учесть фокусировку по координате  $z$ , распределение вдоль оси ловушки повторяет распределение интенсивности во вводимом СВЧ-пучке.

## 9. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭЦР-НАГРЕВА НА УСТАНОВКЕ ГДМЛ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ

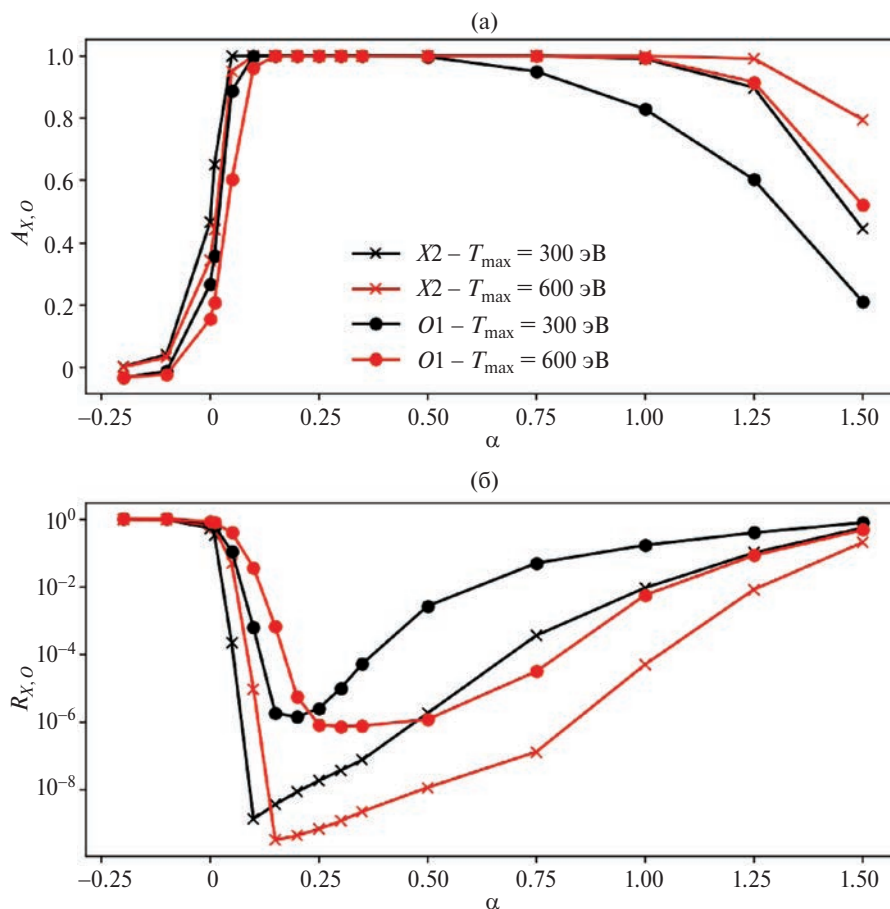
В данном разделе описывается применение разработанного подхода к расчету эффективности дополнительного ЭЦР-нагрева на установке ГДМЛ. Нами были исследованы зависимости эффективности поглощения от магнитной конфигурации, температуры и плотности плазмы. Во всех случаях мы проводили моделирование для нагрева на частоте 85 ГГц на первой гармонике обыкновенной волной и на частоте 170 ГГц на второй гармонике необыкновенной волной.

### 9.1. Зависимость эффективности поглощения от магнитной конфигурации

На рис. 7а изображены зависимости эффективности поглощения волн в плазме (23) в зави-



**Рис. 6.** Сечения плоскостью  $z = 430$  см (а) и плоскостью  $\phi = 0$  (б) распределения плотности поглощаемой мощности. Направление  $\phi = 0$  соответствует направлению на ось вводимого пучка. Конфигурация магнитного поля ГДМЛ соответствует  $\alpha = 0.35$ ,  $T_{\max} = 300$  эВ,  $N_{\max} = 10^{13}$  см $^{-3}$ . Красной штриховой линией обозначена поверхность холодного гирорезонанса.



**Рис. 7.** Зависимости полной эффективности поглощения (а) и коэффициента рассогласования (б) от тока  $I$  в катушках С6–С7, определяемого параметром  $\alpha = 10^2 (I - I_0) / I_0$ . Значение  $I = I_0$  отвечает X-точке для поверхностей ЭЦР. Черные кривые отвечают температуре электронов на оси  $T_{\max} = 300$  эВ, красные кривые отвечают температуре  $T_{\max} = 600$  эВ. Результаты моделирования для нагрева на первой гармонике обыкновенной волны изображены кружками, для необыкновенной волны на второй гармонике – крестиками. Плотность плазмы на оси ловушки  $N_{\max} = 3.6 \times 10^{13}$  см $^{-3}$ .

симости от магнитной конфигурации для двух значений температуры. Параметры СВЧ-пучка и число азимутальных гармоник взяты такими же, как в предыдущем разделе.

Падение эффективности поглощения в области отрицательных  $\alpha$  объясняется тем, что при такой конфигурации поля центральная часть пучка, содержащая наибольшую часть энергии, проходит через ось симметрии, не пересекая поверхности “холодного” гирорезонанса. На языке разложения по угловым гармоникам это означает “отражение” от оси ловушки, т. е. формирование стоячих цилиндрических волн. При  $\alpha = 0$  эффективность поглощения составляет десятки процентов. При превышении этого значения эффективность поглощения быстро увеличивается практически до 100% для обоих сценариев нагрева и остается высокой вплоть до значений, при которых резонанс смещен на периферию. Затем эффективность падает из-за более низкой температуры в области резонанса. Причем это падение происходит для нагрева с использованием обыкновенной волны на первой гармонике быстрее, чем при использовании необыкновенной на второй. То есть для эффективного нагрева с использованием необыкновенной волны на второй гармонике доступен больший диапазон магнитных конфигураций установки ГДМЛ.

Для того чтобы подробнее рассмотреть оптимум нагрева, на рис. 7б построен полный коэффициент рассогласования излучения с плазмой,  $R_{X,O} = 1 - A_{X,O}$ , в логарифмическом масштабе. В терминах импедансного подхода в цилиндрической геометрии он имеет смысл коэффициента отражения, но если отказаться от представления поля как суммы азимутальных гармоник, то коэффициент рассогласования будет описывать как мощность, отраженную от цилиндра, так и прошедшую сквозь него без поглощения. На рисунке хорошо виден оптимум по магнитным конфигурациям.

### 9.2. Зависимость эффективности поглощения от плотности плазмы

На рис. 8 изображены зависимости эффективности поглощения (23) в зависимости от плотности плазмы на оси ловушки при  $T_{\max} = 600$  эВ для двух магнитных конфигураций  $\alpha = 0.35$ , что примерно соответствует оптимуму согласования, и  $\alpha = 1.0$ , т. е. повышенному току. Из рисунка видно, что влияние плотности сводится к двум

эффектам. Во-первых, при высокой плотности возникает отсечка для электромагнитных волн, причем для необыкновенной волны на второй гармонике, как и предсказывает элементарная теория, отсечка возникает при вдвое большей плотности на оси. Во-вторых, при слишком низкой концентрации плазма становится прозрачной для излучения и перестает эффективно поглощать.

Как и в предыдущем случае видно, что в оптимуме нагрев на первой гармонике обыкновенной волны столь же эффективен, как и нагрев на второй гармонике необыкновенной волны, но область доступных концентраций плазмы для него меньше.

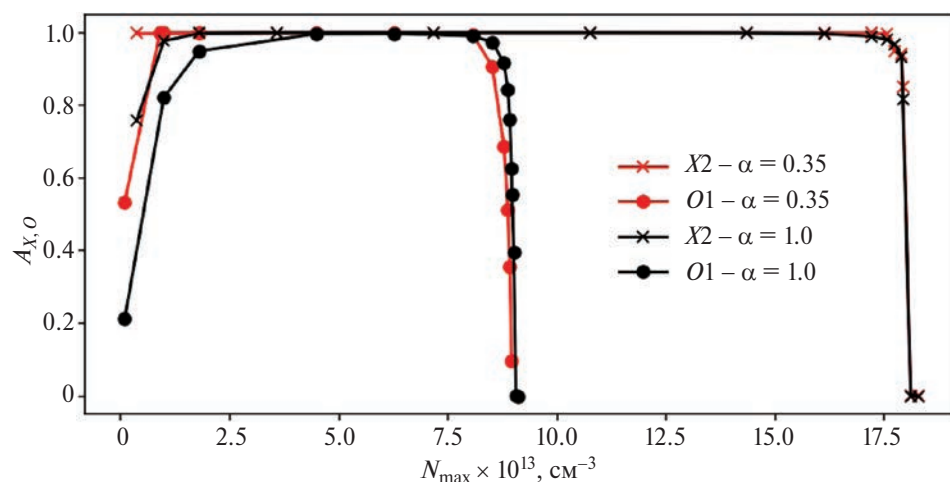
### 9.3. Требования к структуре вводимого СВЧ-пучка

Эффективность поглощения (23) может быть представлена как сумма по вкладам азимутальных мод:

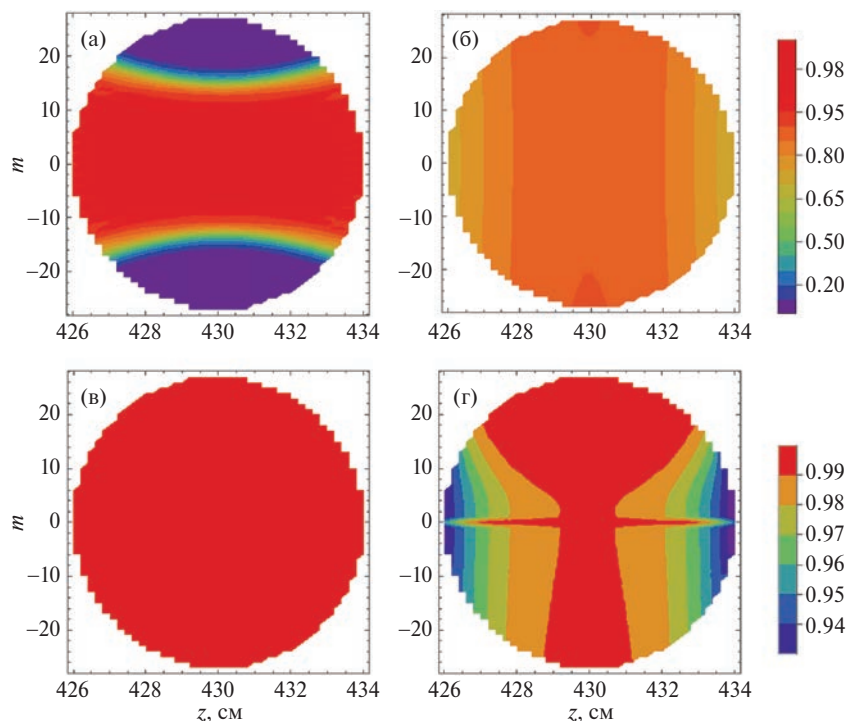
$$A = \sum_m \int A_m(z) I_m(z) dz, \quad \sum_m \int I_m(z) dz = 1,$$

где  $A_m(z)$  — парциальная эффективность поглощения для  $m$ -й азимутальной гармоники сходящейся цилиндрической волны, падающей на однородный цилиндр, отвечающий сечению  $z$ , а  $I_m(z)$  — нормированное распределение интенсивности падающего пучка по координате  $z$  и азимутальным гармоникам. На рис. 9 изображены распределения парциальной эффективности поглощения для двух поляризаций волн (O1 и X2), для двух значений плотности плазмы (высокой  $N_{\max} = 8.8 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и низкой  $N_{\max} = 0.4 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ), для температуры электронов на оси  $T_{\max} = 300$  эВ и магнитной конфигурации  $\alpha = 0.35$ . Область моделирования отвечала рассматриваемому в предыдущих разделах вводимому пучку с шириной перетяжки  $w_0 = 1.5$  см.

Из приведенных диаграмм видно, что для обыкновенной волны при низкой плотности плазмы ограничивающим фактором является ширина пучка по оси  $z$  (см. рис. 9б), а при высокой плотности — ширина азимутального спектра пучка (рис. 9а). Это можно объяснить следующим образом. При низкой плотности основным эффектом, уменьшающим поглощение, является прохождение части волнового пучка через разреженную плазму без поглощения. При этом эффективность поглощения падает для больших отклонений по продольной координате, поскольку для них область трансформации смещена на периферию (см.



**Рис. 8.** Зависимости полной эффективности поглощения от концентрации плазмы. Красные кривые отвечают  $\alpha = 0.35$ , черные кривые отвечают  $\alpha = 1.0$ . Температура электронов на оси ловушки  $T_{\max} = 600$  эВ. Результаты моделирования для нагрева на первой гармонике обыкновенной волны изображены кружками, для необыкновенной волны на второй гармонике – крестиками.



**Рис. 9.** Парциальная эффективность поглощения  $A_m(z)$  для обыкновенной волны на первой гармонике (а, б) и для необыкновенной волны на второй гармонике (в, г) для двух различных значений концентрации плазмы на оси ловушки:  $N_{\max} = 8.8 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  (а, в) и  $N_{\max} = 0.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  (б, г). Магнитная конфигурация отвечает  $\alpha = 0.35$ . Температура электронов на оси ловушки  $T_{\max} = 600$  эВ.

рис. 2). Напротив, для высокой плотности плазмы основным ограничивающим фактором становится отражение высоких азимутальных гармоник от центральной области с повышенной концентрацией. Таким образом, для оптимизации нагрева на первой гармонике обыкновенной волны может

потребоваться различная система фокусировки в зависимости от режима работы установки.

Нагрев с использованием необыкновенной волны на второй гармонике оказывается гораздо менее чувствительным к форме вводимого пучка. Сплошная засветка при высокой плотности



плазмы (рис. 9в) указывает на то, что эффективно поглощается любая волновая структура, локализованная в указанном диапазоне  $z$  и  $m$ . При более низкой плотности появляется селективность по отношению к разным спектральным компонентам волнового пучка (рис. 9г), однако для широкого в азимутальном направлении пучка эффективность поглощения по-прежнему остается близкой к максимально возможному значению за счет большой доли моды  $m = 0$ . Таким образом, в случае использования поляризации необыкновенной волны дополнительная оптимизация системы ввода излучения не требуется.

Также отметим, что на зависимости парциальной эффективности от азимутального номера можно заметить асимметрию, наиболее выраженную на рис. 9г. Это свойство связано с тем, что в неоднородной гиротропной среде снимается вырождение по направлению азимутальной фазовой модуляции.

## 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью разработанного полноволнового импедансного подхода к моделированию взаимодействия электромагнитных волн с субтермоядерной плазмой, удерживаемой в крупномасштабной осесимметричной магнитной ловушке в окрестности областей электронного циклотронного резонанса, позволяющего корректно учитывать в том числе взаимодействие электромагнитных и квазиэлектростатических мод была проанализирована возможная эффективность различных сценариев дополнительного электронного циклотронного нагрева плазмы в проектируемой в ИЯФ СО РАН осесимметричной ловушке следующего поколения ГДМЛ. Моделирование показало возможность эффективного нагрева плазмы с использованием микроволнового излучения с обыкновенной поляризацией на первой гармонике гирочастоты и с необыкновенной поляризацией на второй гармонике гирочастоты при поперечном вводе излучения в окрестность Х-точки резонансных поверхностей. Предложенные схемы нагрева отвечают использованию источников микроволнового излучения с частотой 85 ГГц для нагрева обыкновенной волной на первой гармонике и 170 ГГц для нагрева необыкновенной волной на второй гармонике. Такие источники мегаваттного уровня мощности (гиротроны) успешно разрабатываются и производятся в НПО “Гиком” совместно с ИПФ РАН. При длительности

импульса до 3 с, планируемых для установки ГДМЛ первой очереди, источник СВЧ излучения на 85 ГГц технологически проще и дешевле, чем на 170 ГГц. Однако нагрев излучением на первой гармонике имеет более жесткие ограничения на допустимые концентрации плазмы:  $N_{\max} < 0.9 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для обыкновенной волны на первой гармонике против  $N_{\max} < 1.8 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для необыкновенной волны на второй гармонике.

Было показано, что для эффективного нагрева (больше 80% поглощенной мощности) необходимо сместить точку резонанса с оси ловушки, что отвечает повышенным токам через ближайшие к области резонанса катушки магнитного поля. При реализации такой конфигурации возникают две особенности, которые необходимо принимать во внимание. Во-первых, максимум энерговыклада оказывается не на оси ловушки. Во-вторых, смещение области резонанса в периферийную плазму в случае достаточно холодной плазмы может приводить также к падению эффективности нагрева. Эффективность нагрева при смещении резонанса от оси ловушки начинает мало зависеть от азимутального спектра падающего пучка, но продолжает существенным образом зависеть от его фокусировки в продольном (относительно оси ловушки) направлении.

Полноволновое моделирование, приведенное выше, показало, что распространение и поглощение электромагнитных волн в приведенной геометрии не сопровождается заметным отражением во встречные волны и в сильно замедленные бернштейновские волны при условии, что плотность плазмы не слишком близка к плотности отсечки СВЧ-излучения. С методической точки зрения это важный и заранее не вполне очевидный результат, который обосновывает возможность применения более простых и вычислительно эффективных асимптотических методов. В частности, задача ЭЦР-нагрева в геометрии ГДМЛ может быть решена также в рамках развиваемого авторами последовательного квазиоптического подхода, реализованного для открытых магнитных ловушек в коде QOOT [6, 15–18]. Результаты моделирования рассмотренных выше сценариев дополнительного ЭЦР-нагрева плазмы для ГДМЛ с использованием кода QOOT, которые в области его применимости подтверждают выводы полноволнового моделирования, будут опубликованы в отдельной статье.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (тема FFUF-2023-0002) и ФТИ РАН (по договору между ФТИ РАН и ИПФ РАН № ОК44-6-24 от 19.07.2024).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сковородин Д.И., Черноштанов И.С., Амиров В.Х., Астрелин В.Т., Багрянский П.А., Беклемишев А.Д., Бурдаков А.В., Горбовский А.И., Котельников И.А., Магомедов Э.М., Полосаткин С.В., Поступаев В.В., Приходько В.В., Савкин В.Я., Солдаткина Е.И., Соломахин А.Л., Сорокин А.В., Судников А.В., Христо М.С., Шиянков С.В., Яковлев Д.В., Щербанов В.И. // Физика плазмы. 2023. Т. 49(9). С. 831.
2. Bagryansky P.A., Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Lizunov A.A., Maximov V.V., Prikhodko V.V., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 114. P. 205001.
3. Yakovlev D.V., Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Maximov V.V., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Bagryansky P.A. // Nucl. Fusion. 2018. V. 58. P. 094001.
4. Bagryansky P.A., Anikeev A.V., Denisov G.G., Gospodchikov E.D., Ivanov A.A., Lizunov A.A., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Maximov V.V., Korobeinikova O.A., Murakhtin S.V., Pinzhenin E.I., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V., Zaytsev K.V. // Nucl. Fusion. 2015. V.55. P. 053009.
5. Bagryansky P.A., Demin S.P., Gospodchikov E.D., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Murakhtin S.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Solomakhin A.L., Thumm M., Yakovlev D.V. // Fusion Sci. Technol. 2015. V. 68. P. 87.
6. Хусаинов Т.А., Балакин А.А., Господчиков Е.Д., Соломахин А.Л., Шалашов А.Г. // Физика плазмы. 2024. Т. 50.
7. Alikae V.V., Litvak A.G., Suvorov E.V., Fraiman A.A. // High Frequency Plasma Heating / Ed. A.G. Litvak. New York: AIP, 1991. Ch. 1. P. 1.
8. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д. // УФН. 2011. Т. 151. С. 151.
9. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2010. V. 52. P. 025007.
10. Господчиков Е.Д., Чувакин П.А., Шалашов А.Г. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 953.
11. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П., Скрыдлов Н.В. // ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 922.
12. Шафранов В.Д. // Вопросы теории плазмы. Вып. 3 / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 129.
13. Bornatici M., Engelmann F., Maroli C., Petrillo V. // Plasma Phys. 1981. V. 23. P. 89.
14. Lazzaro E., Ramponi G., Giruzzi G. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. P. 1220.
15. Shalashov A.G., Balakin A.A., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A. // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 112504.
16. Шалашов А.Г., Балакин А.А., Хусаинов Т.А., Господчиков Е.Д., Соломахин А.Л. // ЖЭТФ. 2017. Т. 151. С. 379.
17. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V., Bagryansky P.A. // Nuclear Fusion. 2022. V. 62. P. 124001.
18. Шалашов А.Г., Господчиков Е.Д., Хусаинов Т.А. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 993.

## FULL-WAVE MODELING OF ELECTRON CYCLOTRON PLASMA HEATING AT THE FUNDAMENTAL AND SECOND HARMONICS FOR THE GDMT FACILITY

E. D. Gospodchikov<sup>a, \*</sup>, P. A. Chuvakin<sup>a</sup>, A. L. Solomakhin<sup>a, b</sup>, A. G. Shalashov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia

<sup>b</sup>G.I. Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

\*e-mail: egos@ipfran.ru

Possible scenarios of auxiliary electron cyclotron plasma heating in various configurations of the next-generation open magnetic trap GDMT (Gas-Dynamic Multiple-mirror Trap) designed at the Budker Institute of Nuclear Physics are considered. For this purpose, a full-wave impedance approach is used to model the interaction of electromagnetic waves with hot plasma, which allows taking into account the interaction of electromagnetic and quasi-electrostatic modes in the vicinity of the electron cyclotron resonance in an axisymmetric magnetic configuration. Heating scenarios using the ordinary electromagnetic mode at the fundamental harmonic and extraordinary mode at the second harmonic are considered. For each case, the ranges of the setup parameters in which such a heating scheme can be effective are determined; optimal for the heating efficiency focusing parameters of the quasi-optical microwave beam are analyzed.

**Keywords:** high-temperature plasma, open magnetic trap, electron cyclotron resonance, wave propagation in plasma

УДК 533.9

## ПЛАЗМООБРАЗОВАНИЕ НА ПОВЕРХНОСТИ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОЩНОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2024 г. С. Ф. Гаранин\*, Е. М. Кравец\*\*, Г. Г. Иванова

*Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,  
Саров, Нижегородская обл., Россия**\*e-mail: SFGaranin@vniief.ru**\*\*e-mail: EMKravets@vniief.ru*

Поступила в редакцию 13.08.2024 г.

После доработки 25.10.2024 г.

Принята к публикации 28.10.2024 г.

В ряде экспериментов поверхности конденсированного вещества, например, электроды электрофизических установок, подвергаются воздействию мощного импульсного рентгеновского излучения с плотностью потока энергии  $\sim 1$  ТВт/см<sup>2</sup>. Источником этого излучения могут быть, например, Z-пинчи, образованные при токовом сжатии многопроволочных лайнеров. Под действием этого излучения на поверхности электродов могут идти процессы испарения и плазмообразования. В работе проведено теоретическое рассмотрение этих процессов. В случае когда толщина слоя плазмы мала по сравнению с характерными размерами электродов, плазмообразование можно описывать одномерными уравнениями магнитной гидродинамики с учетом переноса излучения. Одномерные расчеты, проведенные для условий экспериментов, проведенных на установке Ангара-5-1 (плотность потока энергии, приходящая от пинча,  $\sim 0.2$  ТВт/см<sup>2</sup>, время действия излучения  $\sim 15$  нс, материал электродов Fe), показали, что характерная температура плазмы составляет в этом случае  $\sim 40$  эВ, плотность  $\sim 3$  мг/см<sup>3</sup>, а ее скорость разлета  $\sim 60$  км/с. Интересно, что магнитные поля в этих экспериментах, сами по себе небольшие ( $\sim 0.8$  МГс) и неспособные привести к плазмообразованию, своим давлением сдерживают разлет плазмы и влияют на ее характерные величины и скорость разлета. Полученная в расчете скорость оказалась несколько меньше измеренной экспериментально с помощью рентгеновского электронно-оптического преобразователя ( $\sim 90$  км/с), что, возможно, связано с неоднородным турбулентным разлетом плазмы или погрешностями эксперимента.

*Ключевые слова:* Z-пинч, импульсное рентгеновское излучение, магнитная гидродинамика

**DOI:** 10.31857/S0367292124120073 **EDN:** EETPMH

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия в мире активно исследуется получение мощных импульсов мягкого рентгеновского излучения (МРИ) с помощью электрофизических установок. Одним из способов получения такого излучения является сжатие многопроволочного лайнера в конфигурации Z-пинча [1–8]. Рентгеновское излучение пинча, падающее на токонесущие электроды или изоляторы, через которые магнитный поток передается к пинчу, может приводить к их испарению или плазмообразованию. Образующиеся потоки

плазмы могут привести к шунтированию передающей линии и утечкам тока, что необходимо учитывать в работе существующих установок и постановке соответствующих экспериментов на новых установках, таких как Гамма [9].

Вообще говоря, плазмообразование на поверхности металлов возможно и при воздействии сильных магнитных полей на металлические поверхности [10]. Однако теоретические [10] и экспериментальные [11, 12] исследования показали, что при полях с магнитной индукцией менее 2 МГс плазмообразование не происходит, а при полях, немного превышающих 2 МГс, темпера-



тура плазмы на поверхности металла оказывается порядка нескольких электронвольт. В то же время, например, потоки излучения  $\sim 1 \text{ ТВт/см}^2$  соответствуют температуре чернотельного излучения  $\sim 50 \text{ эВ}$  и могут приводить к образованию плазмы с температурами такого же порядка и, соответственно, с высокими скоростями звука. Эта плазма может быстро разлетаться от поверхности электродов и перекрывать межэлектродные зазоры. Поэтому главным фактором, определяющим плазмообразование при высоких плотностях МРИ и магнитных полях, не превышающих несколько мегагаусс, следует считать МРИ.

В работе [13] экспериментально исследовалось плазмообразование на поверхности электродов из нержавеющей стали под действием излучения Z-пинча на установке Ангара-5-1. Плотность потока энергии, приходящая от пинча, составляла около  $0.2 \text{ ТВт/см}^2$ , время действия излучения примерно 15 нс. При этом во время действия МРИ магнитная индукция на поверхности электрода составляла около 0.8 МГс. Было получено, что плазма с поверхности электродов движется со скоростью 90–95 км/с. В работе была сделана оценка массы образующейся плазмы, в предположении, что эту массу можно определить по поглощению в холодном веществе квантов с энергиями 100–200 эВ, характерными для диапазона рентгеновских квантов, испускаемых Z-пинчем. При конкретном рассмотрении переноса излучения надо учитывать поглощение излучения из образующейся плазмы в этой же плазме, для чего необходимо определить ее характерные параметры и размеры.

В настоящей работе мы теоретически рассмотрим процессы плазмообразования под действием мощного МРИ и определим характерные параметры образующейся плазмы и ее скорости. Основу нашего подхода составляет одномерная магнитная гидродинамика (МГД) с учетом переноса излучения. Предполагается, что заданный поток излучения падает на поверхность вещества, которое вначале было конденсированным. Для сравнения результатов расчетов с экспериментом будем использовать эксперименты [13].

## 2. МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ

Нами предполагалось, что толщина слоя плазмы мала по сравнению с характерными размерами электродов, поэтому плазмо-

образование можно описывать одномерными уравнениями МГД с учетом переноса излучения. Численные расчеты проводились по одномерной лагранжевой методике [14], использовалась плоская одномерная геометрия. Применялась однородная численная схема второго порядка точности. Все величины считались зависящими от координаты  $x$ , перпендикулярной поверхности вещества; магнитное поле считалось поперечным, перпендикулярным  $x$  и параллельным поверхности вещества. Учитывалось МГД движение, магнитная диффузия и электронная теплопроводность, перенос излучения в приближении “вперед-назад” или приближении Шварцшильда [15], в котором излучение разбивается на две группы квантов, распространяющиеся в стороны положительного и отрицательного направлений оси  $x$ . Используемое приближение “вперед-назад” при малых пробегах излучения переходило в уравнение теплопроводности с росселандовым пробегом [15]. Использовалось приближение “серого” вещества, т. е. считалось, что пробег (характерная длина поглощения) излучения зависит только от температуры и плотности вещества.

Наша задача состоит в разработке методики, учитывающей основные необходимые для описания явления плазмообразования процессы и нахождения характеристик плазмы в этом подходе. Мы это делали на примере описания плазмообразования в экспериментах [13]. Не сразу было ясно, как ставить задачу, применительно к [13]. Например, мы полагали вначале, что задача является оптически “толстой” и можно использовать уравнение лучистой теплопроводности, и лишь проведенные расчеты показали, что оптические толщины небольшие, и следует учитывать отличие процессов переноса излучения от лучистой теплопроводности, что можно сделать в рамках приближения “вперед-назад”. Если стремиться к более детальному описанию экспериментов, то, конечно, для конкретных геометрий можно привлекать двумерные и трехмерные расчеты, вводить соответствующее описание распространения излучения с учетом спектров и уточнения моделей уравнений состояния, переходя при малых плотностях к корональному равновесию. Все эти уточнения потребуют усложнения методик и уточнения баз данных, например, спектральных непрозрачностей, что для нашей задачи сейчас не представляется простым и существенно уточняющим результаты.



Однако, используя наши результаты, можно совершенствовать подходы и продвигаться в описании физики изучаемого явления.

Система уравнений для описания плазмообразования в нашем одномерном подходе включает уравнения непрерывности и движения ( $v \equiv v_x$ )

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dv}{dx} &= 0; \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\frac{dp}{dx} - \frac{1}{c} jB, \end{aligned}$$

уравнения для магнитной индукции  $B \equiv B_z$  и электрического поля  $E \equiv E_y$ , а также теплового баланса плазмы, записанные в лагранжевых переменных в гауссовой системе единиц:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} - \frac{B}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= -c \frac{dE}{dx}; \quad \frac{dB}{dx} = -\frac{4\pi}{c} j; \quad E = \frac{j}{\sigma}; \\ \rho \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= -\frac{dQ}{dx} + jE; \quad Q = -\chi \frac{dT}{dx} + S, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность плазмы,  $\varepsilon$  — внутренняя энергия,  $\sigma$  — проводимость,  $\chi$  — теплопроводность,  $Q$  — плотность потока тепла, включающая поток излучения  $S$ . К этой системе нужно добавить уравнения для средних “односторонних” интенсивностей излучения  $I_1$  и  $I_2$ , применяемых в приближении “вперед-назад”, которые имеют вид

$$\frac{2}{3} l \frac{dI_1}{dx} = (I_0 - I_1); \quad -\frac{2}{3} l \frac{dI_2}{dx} = (I_0 - I_2),$$

где  $l$  — пробег излучения,  $I_0$  — равновесная интенсивность излучения. Поток излучения  $S$  определяется через односторонние потоки как

$$S = \pi(I_1 - I_2).$$

В расчетах мы использовали систему единиц: грамм, сантиметр,  $10^{-7}$  с, температура измерялась в килоэлектрон-вольтах. Результаты, однако, мы представляли с указанием размерности, в общепринятых единицах, например, давление в ГПа.

Расчетная сетка была квазиравномерной, ее шаги составляли геометрическую прогрессию со знаменателем  $q_n$  (для представленных расчетов  $q_n = 0.99$ , при этом начальный шаг сетки вблизи поверхности вещества, на которую падает поток излучения, был равен  $\sim 2 \times 10^{-8}$  см).

### 2.1. Уравнение состояния

Использованное в расчетах уравнение состояния (УРС) железа (материал электродов в экспериментах, проведенных на установке Ан-

гара-5-1, — нержавеющей сталь<sup>1)</sup> имеет форму, аналогичную уравнению состояния алюминия, представленного в [16]. Давление  $p$  и удельная внутренняя энергия  $\varepsilon$  в нем являются суммой трех слагаемых, зависящих от температуры  $T$  и плотности  $\rho$ : холодной или упругой составляющей (она содержит информацию о конденсированной плотности, скорости звука и энергии сублимации); горячей части, совпадающей с УРС Саха многократно ионизированной плазмы [15] (определяющей УРС для высоких температур или малых плотностей), и решеточной части, имеющей вид  $\varepsilon_3 = p_3 / (\gamma - 1)\rho \sim T^\alpha / \rho^\beta$  с  $\alpha < 1, \beta < 0$  (показатели  $\alpha, \beta, \gamma$  связаны условием [15] выполнения термодинамического тождества; этот член дает вклад в теплоемкость конденсированного вещества и относительно уменьшается при высоких температурах или малых плотностях в плазменной области). Первый и третий члены УРС удовлетворяют термодинамическому тождеству точно, так что погрешность в удовлетворении тождества определяется только уравнением Саха и должна быть небольшой. При использовании этого УРС в программе обычно не используются двухфазные состояния и, соответственно, правило Максвелла, а предполагается, что в неустойчивых состояниях, когда  $\partial p / \partial \rho < 0$  (квадрат скорости звука в этих зонах отрицателен, и возмущения плотности не распространяются в пространстве, а растут локально), вещество в разных счетных ячейках само будет распадаться на газовую и конденсированную фазы.

В используемой нами системе единиц (г, см,  $10^{-7}$  с, кэВ) уравнение состояния железа имеет вид (в этих единицах единица давления 10 ТПа, единица внутренней энергии 10 МДж/г):

$$p = p_x(\rho) + (1+z)\rho \frac{RT}{A} + aRT^\alpha \delta^\beta; \quad (2)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_x(\rho) + (1.5(1+z)T + Q(z)) \frac{R}{A} + bT^\alpha \delta^\beta; \quad (3)$$

$$p_x = \frac{\rho_0 c_0^2}{n-m} (\delta^n - \delta^m); \quad (4)$$

$$\varepsilon_x = \frac{c_0^2}{n-m} \left( \frac{\delta^{n-1} - 1}{n-1} - \frac{\delta^{m-1} - 1}{m-1} \right); \quad (5)$$

$$Q(z) = \sum_{k=1}^{[z]} I(z_k) + (z - [z]) I([z] + 1), \quad (6)$$

<sup>1)</sup> В состав нержавеющей стали кроме железа входят также другие элементы, однако учет поправок, связанных с этим, на фоне более значительных имеющихся неопределенностей представляется превышением точности.

где  $z$  — средний заряд иона,  $A$  — атомная масса,  $R = 9.65$  — универсальная газовая постоянная,  $a$  и  $b$  — коэффициенты, связанные соотношением  $b = 0.3a$ ,  $\rho_0$  — нормальная плотность,  $\delta \equiv \frac{\rho}{\rho_0}$ ,  $c_0$  — скорость звука в холодном веществе,  $Q(z)$  — затраты энергии на ионизацию,  $I(z)$  — потенциалы ионизации.

Средний заряд иона  $z$  находится из уравнения Саха для многократной ионизации

$$I\left(z + \frac{1}{2}\right) = T \ln \left( 0.01 \frac{A(1000T)^{\frac{3}{2}}}{\rho z} \right). \quad (7)$$

Атомная масса и нормальная плотность железа равны  $A = 55.8$  и  $\rho_0 = 7.87$ , скорость звука  $c_0 = 0.054$ .

Показатели степеней в (2) и (3) равны  $\alpha = \frac{3}{4}$  и  $\beta = \frac{5}{6}$ . Коэффициенты  $a$  и  $b$  для железа  $a = 0.06$ ,  $b = 0.018$ . Показатели степеней в (4) и (5) равны  $m = 3.1$ ,  $n = 2.5$ .

## 2.2. Электропроводность

Использованное в расчетах сопротивление вещества также имеет форму, аналогичную сопротивлению алюминия, представленному в [16], и определяется по-разному в плазменном и конденсированном состоянии. Сопротивление плазменного состояния считается спитцеровским с поправками на неидеальность и с учетом рассеяния электронов на нейтральных атомах. В конденсированном состоянии сопротивление считается пропорциональным внутренней энергии и обратно пропорциональным плотности. В промежуточных состояниях проводится интерполяция между формулами для конденсированного и плазменного состояния.

Используемые нами формулы для проводимости (в используемой нами системе единиц, в которой проводимость измеряется в единицах  $10^7 \text{ c}^{-1}$ ) конденсированного вещества и плазмы, имеют вид

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{\text{пл}} & \text{при } \rho \leq \rho_1; \\ \sigma_{\text{к}} \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} + \sigma_{\text{пл}} \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} & \text{при } \rho_1 < \rho < \rho_2; \\ \sigma_{\text{к}} & \text{при } \rho \geq \rho_2. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь

$$\sigma_{\text{к}} = \max(\sigma_1, \sigma_{\text{пл}}); \quad (9)$$

$$\sigma_1 = a_7 \times 10^{11} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1}{1 + a_8(\epsilon - \epsilon_0)}; \quad (10)$$

$$\sigma_{\text{пл}} = \begin{cases} a_5 \times 10^{11} \left( \frac{\Lambda}{T^{1.5}} + a_6 \left( \frac{1}{z} - 1 \right) \right)^{-1} & \text{при } z \leq 1; \\ a_2 \times 10^{11} \frac{1 + a_3 z}{1 + a_4 z} \frac{T^{1.5}}{z \Lambda} & \text{при } z > 1; \end{cases} \quad (11)$$

где  $\epsilon_0$  — внутренняя энергия при комнатной температуре и плотности  $\rho_0$ ,  $\Lambda$  — кулоновский логарифм:

$$\Lambda = \ln \left( 1 + \frac{a_1}{z^*} T^{1.5} \sqrt{\frac{A}{\rho z (1 + z^*)}} \right), \quad (12)$$

где  $z^* = \max(1, z)$ .

Следующие коэффициенты являются универсальными:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1680; \\ a_2 &= 2.76; \\ a_3 &= 2.3; \\ a_4 &= 0.71; \\ a_5 &= 5.33. \end{aligned} \quad (13)$$

Остальные значения коэффициентов в (8)–(12) определяются отдельно для каждого элемента. Для железа они были выбраны равными:

$$\begin{aligned} a_6 &= 6938 \text{ кэВ}^{-1.5}; \\ a_7 &= 0.0926 \times 10^7 \text{ c}^{-1}; \\ a_8 &= 149\,000 \times 0.1 \text{ г/МДж}. \end{aligned} \quad (14)$$

## 2.3. Электронная теплопроводность

Электронная теплопроводность определялась в расчетах через электрическую проводимость с помощью закона Видемана–Франца.

## 2.4. Пробеги излучения

Росселандов пробег излучения в плазме, учитывающий непрерывный спектр при многократной ионизации [15], в соответствии со статьей [12] определяется формулой

$$l = 0.3 \frac{T^{3.5} A^2}{\rho^2 (z + 0.1)^2 \max(z, 1)}. \quad (15)$$

Однако учет линейчатого спектра может заметно уменьшать величину  $l$ . Для получения раз-

умной величины пробега можно подобрать числовой коэффициент в формуле (15) так, чтобы вычисления давали правильное значение пробега для характерной плотности и температуры рассматриваемой плазмы. Для учета линейчатого спектра можно использовать результаты работы [17].

Росселандов пробег излучения выражается через спектральный коэффициент непрозрачности в виде

$$l_R = \int_0^\infty \frac{G_R(u)}{\kappa(u)} du, \quad (16)$$

где  $u = \frac{\hbar\omega}{kT}$ ,  $G_R(u)$  – весовой множитель, равный

$$G_R(u) = \frac{15}{4\pi^4} \frac{u^4 e^{-u}}{(1 - e^{-u})^2}, \quad (17)$$

а  $\kappa(u)$  – полный спектральный коэффициент непрозрачности, равный

$$\kappa(u) = (1 - e^{-u})(\kappa_G(\omega) + \kappa_{ff+bf}(\omega)), \quad (18)$$

где  $\kappa_G(\omega)$  – коэффициент поглощения на ионе в основном состоянии, включающий связанно-свободное поглощение,  $\kappa_{ff+bf}(\omega)$  – суммарный коэффициент тормозного и связанно-свободного поглощения малых квантов (из возбужденных состояний).

Главный вклад в коэффициент поглощения на ионе  $\kappa_G(\omega)$  определяется линейчатым спектром, а сама величина  $\kappa_G(\omega)$  определяется распределением сил осцилляторов  $df/d\omega$  этого иона:

$$\kappa_G(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2 n_Z}{mc} \frac{df}{d\omega} \frac{1}{1 - e^{-u}}, \quad (19)$$

где  $n_Z$  – концентрация ионов с зарядом ядра  $Z$ . При высоких частотах ( $\hbar\omega \gg 27Z$  эВ) асимптотика функции  $df/d\omega$  имеет вид

$$\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{as} = \frac{8}{3\sqrt{3}\pi} \frac{Z^2}{\omega^2} \frac{me^4}{\hbar^3}. \quad (20)$$

Для оценок пробега, чтобы не вычислять  $df/d\omega$  для заданной степени ионизации  $q \equiv \frac{z}{Z}$ , можно воспользоваться уже найденными в [17] зависимостями для некоторых значений, например,  $q_1$  и  $q_2$ , т. е.  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}$  и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}$ , и провести разумную интерполяцию между ними. Просто интерполировать  $df/d\omega$  нехорошо, окна про-

зрачности для  $q_1$  и  $q_2$  закроют друг друга, пробег будет занижен, причем степень этого занижения будет зависеть от близости  $q$  к  $q_1$  или  $q_2$ . Поэтому предлагаем следующий алгоритм. Преобразуем имеющиеся для  $q_1$  и  $q_2$  зависимости, меняя масштаб распределения по частотам и масштаб самой функции  $df/d\omega$  так, чтобы получить приближенное распределение сил осцилляторов для произвольного  $q$ . Например, взяв  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}$ ,

получаем преобразованное распределение:

$$\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q(\omega) = A \left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}(B\omega) \quad (21)$$

с некоторыми масштабными коэффициентами  $A$  и  $B$ . Выберем коэффициенты  $A$  и  $B$  так, чтобы выполнялось правило сумм для сил осцилляторов

$$\int_0^\infty \left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q(\omega) d\omega = Z(1 - q) \quad (22)$$

и сохранялась асимптотика (20), что с использованием (7) дает:

$$0.49A \frac{Z^2}{(B\omega)^2} = 0.49 \frac{Z^2}{\omega^2}. \quad (23)$$

Отсюда получаем связь  $A = B^2$ , а из (21) и (22) найдем:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q(\omega) d\omega &= A \int_0^\infty \left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}(B\omega) d\omega = \\ &= \frac{A}{B} Z(1 - q_1) = Z(1 - q). \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, для  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q$  получим

$$B = \frac{1 - q}{1 - q_1}, \quad A = B^2. \quad (25)$$

Аналогично получаем  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}^q$ .

Найдем теперь распределение сил осцилляторов  $df/d\omega$  для ионов в плазме железа при  $T = 0.03$  кэВ и  $\rho = 0.02$  г/см<sup>3</sup> (это некоторые характерные величины для плазмы, образующейся на поверхности электрода под действием мощного МРИ). Из уравнения Саха для многократной ионизации (7) определим, что заряд  $z = 7.98$  и степень ионизации  $q = 0.307$ .

На рис. 1 приведены графики функций  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q$ ,  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q$  и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}^q$ , а также весовой множитель  $G_R\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)$  и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}^q$ , полученные по формуле (21) для  $q_1 = 0.1$  и  $q_2 = 0.35$ .

На рис. 2 представлены полные спектральные коэффициенты поглощения фотонов в плазме  $\kappa(\omega)$  (включая вклад непрерывного спектра, вычисленный по формуле (18)), с использованием

Несмотря на большое различие коэффициентов поглощения, соответствующих  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q$  и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}^q$ , росселандовы пробеги отличаются не

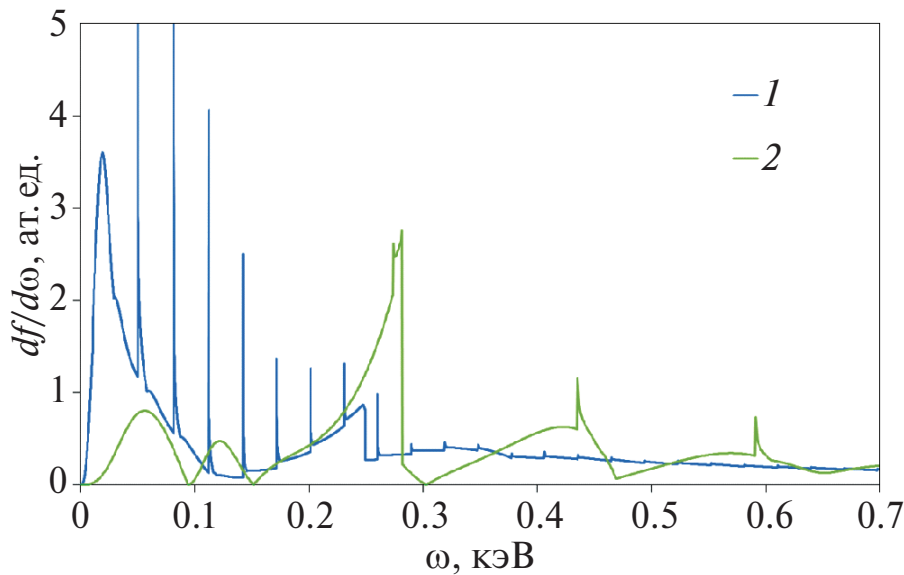


Рис. 1. Графики функций  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q$  (1) и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}^q$  (2).

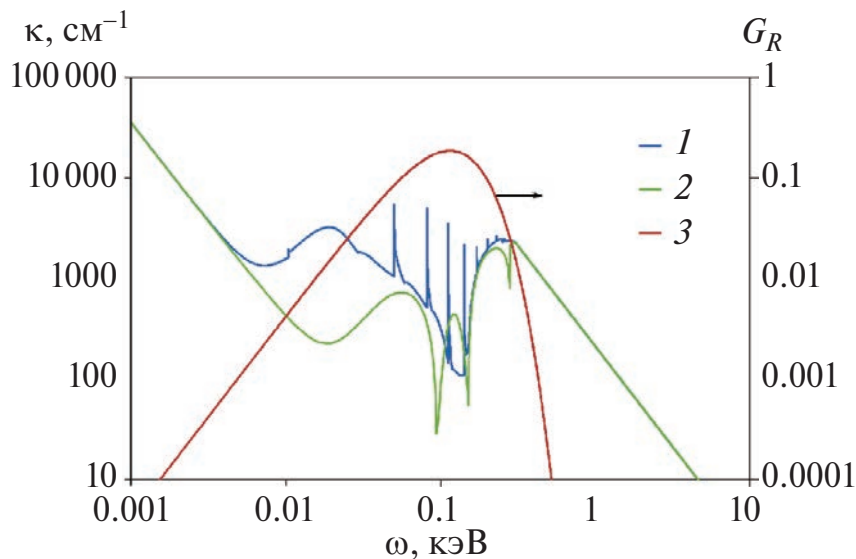


Рис. 2. Полные спектральные коэффициенты поглощения фотонов в плазме  $\kappa(\omega)$ , вычисленные по формуле (18) с использованием  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}^q$  (1) и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}^q$  (2), а также весовой множитель  $G_R\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)$  (3).



так уж сильно. Вычисленные по формуле (16) росселандовы пробеги, соответствующие  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_1}$  и  $\left(\frac{df}{d\omega}\right)_{q_2}$ , дали, соответственно, значения  $l_R^{(1)} = 0.00281$  см и  $l_R^{(2)} = 0.00363$  см.

При усреднении этих величин с весами, учитывающими удаление нашего  $q$  от  $q_1$  и  $q_2$ , получаем величину  $l_R = 0.0035$  см. Поскольку вычисления по формуле (15) приводят к значению  $l = 0.021$  см, то для учета вклада линейчатого спектра коэффициент 0.3 в (15) можно уменьшить в 6 раз и брать его равным 0.05.

Безусловно, наше описание переноса излучения является довольно грубым. Здесь есть неточности, связанные с нашим приближением “вперед-назад” с использованием росселандового пробега. Если бы изучаемая плазма в экспериментах [13] оказалась оптически толстой, то мы могли бы использовать уравнение теплопроводности и эти неточности были бы невелики. Но мы убедились, что учет неравновесности играет заметную роль, и это приходится учитывать хотя бы в таком приближении. При этом возникают также вопросы, связанные с отличием спектра излучения, падающего от источника (пинча и рассеивающих стенок в экспериментах [13]), от спектра излучающей плазмы, чего не было бы в равновесном случае. Это излучение является более жестким, и, вероятно, поглощается в “холодном” для этих квантов веществе на толщинах, меньше равновесного пробега (см. сравнение оценок [13] для толщин поглощения и результатов наших расчетов в подразд. 4.1). Введенный нами фиксированный множитель 1/6 для учета вклада линий в пробег тоже вносит неточность в описание переноса. К сожалению, здесь мы находимся в условиях, когда эти неопределенности трудно уменьшить, поскольку в этой области температур и неравновесностей надежных данных не так много.

В оправдание нашего подхода можно заметить, что сама величина пробега входит в ответ (например, в величину зоны разлета плазмы) очень слабо. Если рассматривать степенные зависимости (см. ниже раздел 7), то согласно (32, 36) разлет плазмы определяется только температурой, т. е. падающим потоком излучения, и не зависит от пробега. Фактически, конечно, некоторая зависимость есть, благодаря, например,

логарифмической зависимости степени ионизации от плотности, которая хоть и слабо, но зависит от пробега. Однако проведенные нами расчеты показали, что при варьировании пробега в 2 раза скорость разлета плазмы изменяется не более чем на 10%, так что мы пока не будем учитывать эти неопределенности.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

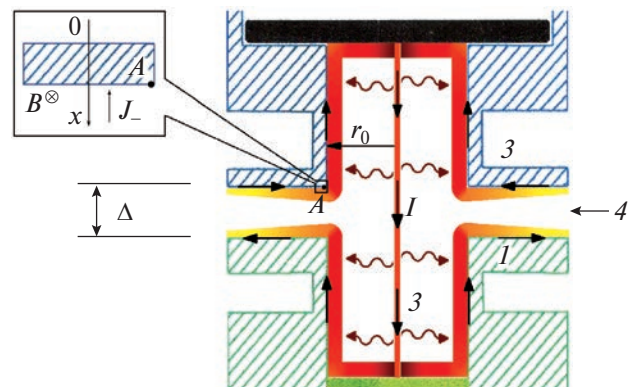
На установке Ангара-5-1 проведены эксперименты [13] для изучения влияния МРИ на образование плазмы на поверхности электродов. Конфигурация исследуемых электродов относительно источника излучения (пинча, образующегося при имплозии проволоочной сборки) показана на рис. 3.

В работе [13] приведена оценка приходящей от пинча плотности потока МРИ, падающего на плоскую часть поверхности электрода 2 в том месте, где она переходит в цилиндрическую на радиусе  $r_0 = 5$  мм (точка  $A$  на рис. 3). Эта величина равна

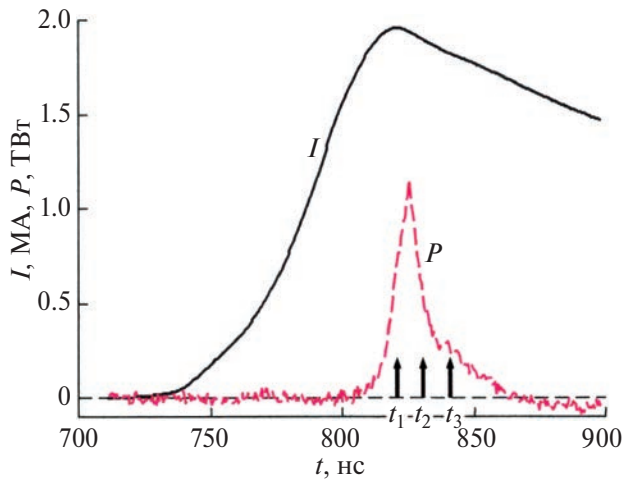
$$J = 0.28P / (2\pi r_0 \Delta), \quad (26)$$

где  $P$  — видимая детектором мощность, излучаемая сквозь небольшой зазор  $\Delta = 5$  мм между электродами. Зависимость величины  $P$  от времени представлена на рис. 4.

Величина  $J$ , определенная с помощью зависимости  $P(t)$  на рис. 4, использовалась при задании граничных условий в расчетах, проведенных нами по одномерной методике [14] для изучения и описания процессов, происходящих на электродах



**Рис. 3.** Схема расположения электродов в экспериментах с имплозией проволоочной сборки на установке Ангара-5-1: 1, 2 — исследуемые катодный и анодный электроды, соответственно, 3 — излучающий пинч, 4 — направление регистрации исходящего от пинча излучения.



**Рис. 4.** Временные зависимости полного разрядного тока ( $I$ ) и мощности МРИ ( $P$ ) от времени. Стрелки указывают на моменты времени  $t_1, t_2, t_3$ , в которые были сделаны рентгеновские фотографии электродов в эксперименте.

установки Ангара-5-1. В этих расчетах считалось, что на слой железа толщиной 0.05 см падает мощное рентгеновское излучение (см. рис. 3). Такая толщина слоя была выбрана из тех соображений, чтобы граничные условия на внутренней границе заведомо не сказывались на результатах расчетов (ни магнитная диффузия, ни гидродинамическое движение не доходили до этой границы, см., например, рис. 13).

При этом считалось, что в начальный момент времени вещество находится в конденсированном состоянии при комнатной температуре и занимает область  $0 < x < 0.05$  см.

Граничное условие на правой границе вещества задавалось в двух вариантах:

1) в гидродинамическом расчете без магнитного поля задавался поток излучения  $J_-(t)$ , равный  $J_-(t) = J(t)$ . В этом случае моменту времени  $t = 0$  соответствовал момент времени  $t = 800$  нс на экспериментальном графике. Максимальная плотность потока энергии при этом согласно формуле (26) равна  $J_{\max} = 0.2$  ТВт/см<sup>2</sup>;

2) в МГД-расчете задавался не только поток излучения  $J_-(t)$ , но учитывалось и магнитное поле, действующее на рассматриваемый слой. Для этого из [13] был взят экспериментальный ток  $I(t)$  (он также представлен на рис. 4), и по формуле

$$B(t) = \frac{I(t)}{5r} \quad (27)$$

(здесь ток в МА, радиус в см, магнитное поле в МГс) на правой лагранжевой границе вещества,

для радиуса, соответствующего точке  $A$ ,  $r = r_0$  задавалось магнитное поле (поле  $B$ , показанное на врезке к рис. 3). Счет начинался с момента времени  $t = -85$  нс, соответствующего моменту времени  $t = 715$  нс на экспериментальном графике. За нулевой отсчет времени  $t = 0$  было выбрано начало импульса рентгеновского излучения  $J_-(t)$  (экспериментальное время при этом равно  $t = 800$  нс).

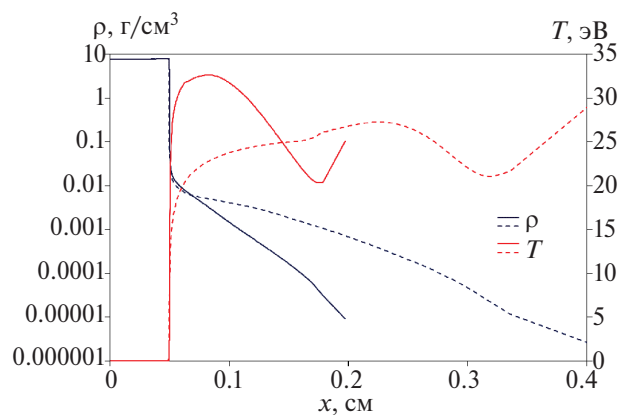
На правой границе задавались следующие условия: по газодинамике — свободная граница  $p = 0$ , по электронной теплопроводности — условие  $q_e = 0$ .

На левой границе задавались условия: по газодинамике — жесткая стенка  $v = 0$ , по магнитной диффузии —  $E = 0$ , по излучению —  $J_+(t) = J_-(t)$ , по электронной теплопроводности — условие  $q_e = 0$ . Фактически, толщина слоя была достаточно большой и до левой границы возмущения не доходили, поэтому граничные условия здесь не влияли на процессы плазмообразования.

#### 4. РАСЧЕТЫ С ПОТОКОМ МРИ, ПРИХОДЯЩИМ ОТ ПИНЧА

##### 4.1. Расчет с заданием потока излучения без учета магнитного поля

На рис. 5 показаны распределения плотности и температуры, полученные в расчете без учета магнитного поля на момент времени 26 нс, близкий к моменту максимума плотности потока излучения, а также на момент времени 40 нс, соответствующий моменту  $t_3$  на рис. 4.



**Рис. 5.** Плотность  $\rho$  и температура  $T$ , полученные в расчете в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с потоком излучения от пинча и без магнитного поля.

Рисунок 5 показывает, что характерные температуры испаряемой плазмы получаются ниже, чем при оценке через плотность потока чернотельного излучения  $J = \sigma_{\text{SB}} T^4$ , которая при использовании формулы (26) дает для максимальной плотности потока энергии  $J_{\text{max}} = 0.2 \text{ ТВт/см}^2$  температуру  $T = 37 \text{ эВ}$ . Из рис. 5 видно также, что температура в испаренном слое ведет себя немонотонно: по мере удаления от конденсированного слоя она растет, проходит через максимум, затем уменьшается и вновь растет в области очень малоплотной плазмы. Такое поведение температуры, возможно, родственно поведению температуры при плазмообразовании в сильном магнитном поле [12], где спад температуры определяется остыванием за счет теплопередачи из зоны выделения тепла, а в области оптически тонкой плазмы вновь возникает перегрев, где теплопередача уже не справляется с нагревом. Разница с [12] в том, что там нагрев определяется джоулевым тепловыделением, а здесь — падающим потоком излучения.

Излучение испаряет очень тонкий слой железа. Неиспаренное вещество остается холодным, давление в волне сжатия (эта волна не успевает в этом расчете перейти в ударную), вызванной воздействием излучения, составляет около 10 ГПа, волна к временам 40 и 60 нс проникает на глубину 0.14 и 0.25 мм соответственно. Плотность испаренного железа меняется в широком диапазоне и в области максимума температуры составляет  $0.4\text{--}3 \text{ мг/см}^3$  в различные моменты времени.

В работе [13] с помощью рентгеновского электронно-оптического преобразователя (РЭОПа) были измерены средние скорости движения плазмы, образованной у электродов. Они составили 90 км/с между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$ , и 95 км/с между моментами времени  $t_2$  и  $t_3$  (для принятого в расчетах начала отсчета времени  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  составляли 20, 30 и 40 нс соответственно). При этом в [13] отмечено, что для попадания в регистратор излучению необходимо пройти в плазме расстояние около 1 см, следовательно, на фотографиях, по мнению авторов, видно свечение только плазмы, в которой пробег излучения превышает 1 см. Конечно поток излучения от такой плазмы будет большой, порядка чернотельного, и регистрируемая граница плазмы может соответствовать меньшим потокам и большим пробегам. Однако поскольку в условиях действия на плазму потока излучения при свободной

границе плазмы, плотность разлетающейся плазмы спадает на больших расстояниях экспоненциально и не имеет фиксированной границы, в этом случае для оценок будем считать границей плазмы  $l = 1 \text{ см}$ .

Зависимость от времени этой границы  $x_l$ , для точек которой пробег излучения в плазме равен 1 см, представлена на рис. 6. Средние скорости движения плазмы получились равными 43 км/с между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$  и 59 км/с между моментами времени  $t_2$  и  $t_3$ , что в 1.5–2 раза меньше экспериментально измеренных значений.

В работе [13] из параметров оптических толщин для квантов с энергией 100–200 эВ была получена оценка плотности плазмы, которая оказалась равной 100–200  $\text{мкг/см}^3$ . В наших расчетах плотность плазмы, пробег излучения в которой равен 1 см, оказывается порядка 800  $\text{мкг/см}^3$ , что в несколько раз превышает оценку [13].

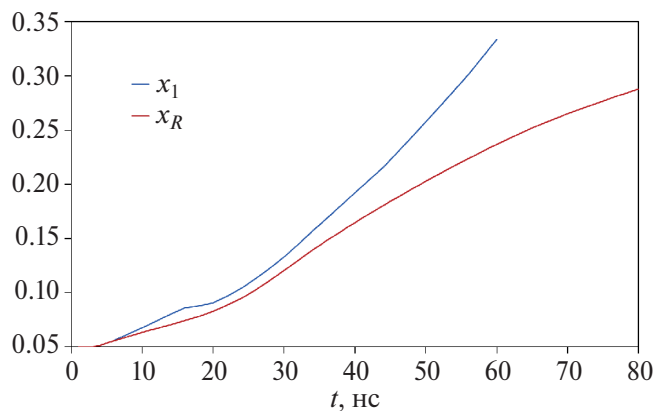


Рис. 6. Зависимость от времени координаты  $x_l$  и координаты границы плазмы  $x_R$  (в расчете с учетом магнитного поля).

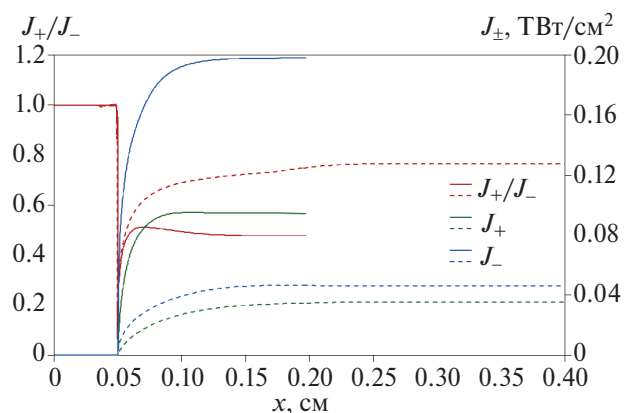


Рис. 7. Потоки излучения вперед  $J_+$  и назад  $J_-$  и их отношение в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с потоком излучения от пинча и без магнитного поля.

На рис. 7 показаны зависимости от координаты величины потоков излучения вперед  $J_+$  и назад  $J_-$  в моменты времени 26 и 40 нс. Видно, что при  $t = 26$  нс в большей части плазменной области величина  $J_+$  примерно в 2 раза меньше величины  $J_-$ , а вблизи границы с конденсированным веществом их отношение уменьшается до 0.2. Таким образом, вблизи этой границы, несмотря на то, что пробеги там сильно уменьшаются, не происходит переход к уравнению теплопроводности. Наоборот, здесь падающий поток энергии трансформируется в поток энергии разлетающейся плазмы. Выравниваются эти потоки только в конденсированном веществе, где они уже близки к нулю.

На рис. 7 показано, что при  $t = 40$  нс в области испаренного вещества величина  $J_+$  меньше величины  $J_-$  уже не так сильно, в 1.3–1.4 раза. В рассмотренные моменты времени в значительной доле плазменной области (около 2/3) оба потока, как и их отношение, почти постоянны, но вблизи границы с конденсированным веществом их отношение уменьшается, а для  $t = 40$  нс уменьшается сильнее и становится менее 0.1.

#### 4.2. Расчет с заданием потока излучения с учетом магнитного поля

Рассмотрим влияние магнитного поля на процесс плазмообразования. Обратим внимание, что магнитное поле, соответствующее максимуму тока рис. 4, составляет согласно (27) около 0.8 МГс, и его давление 2.5 ГПа оказывается того же порядка, что и давление, вызываемое действием излучения. Поэтому можно ожидать, что магнитное поле окажет существенное влияние на характерные величины разлетающейся под действием излучения плазмы и на ее скорости. На рис. 8 показаны распределения величин, полученные в расчете с учетом магнитного поля, для моментов времени 26 и 40 нс.

Согласно рис. 8 магнитное поле  $\sim 0.8$  МГс проникает в значительную часть испаренного вещества. Поле в конденсированном веществе, проникшее туда до начала импульса рентгеновского излучения  $t = 0$  на глубину  $\sim 0.05$  мм, выносится оттуда веществом, теряющим плотность и превращенным в плазму, и потому магнитное поле на границе конденсированного вещества существенно уменьшается. В результате магнитное поле даже начинает диффундировать из конденсированного вещества в плазму.

Сравнение рис. 5 и 8 показывает, что в расчете с учетом магнитного поля плазма разлетается не так сильно, как в расчете без учета магнитного поля. Локальный минимум температуры, отчетливо заметный на рис. 5, при учете магнитного поля становится не таким глубоким, или исчезает. Это же видно на рис. 9, где приведено сравнение температур в плазме для задач с магнитным полем и без него. Однако магнитное поле влияет, в основном, на разлет малоплотной плазмы с тепловым давлением порядка магнитного давления  $\sim 2.5$  ГПа и с плотностью менее  $3$  мг/см<sup>3</sup>. Внутренняя часть разлетающейся плазмы с давлением  $\sim 6$  ГПа слабо чувствительна к влиянию магнитного поля, и поэтому температурное поведение этой части на рис. 9 очень близко для обоих случаев (с магнитным полем и без).

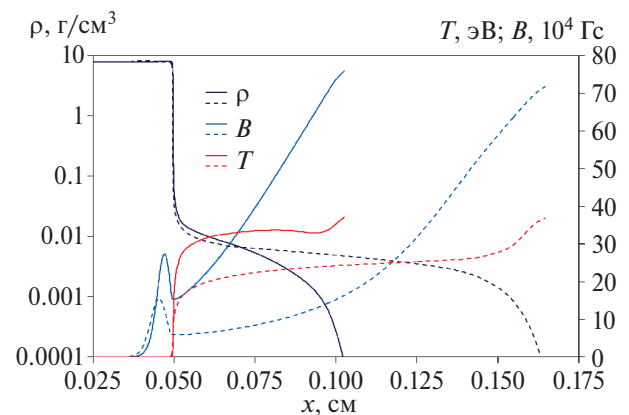


Рис. 8. Плотность  $\rho$ , температура  $T$  и магнитное поле  $B$ , полученные в расчете в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с потоком излучения от пинча.

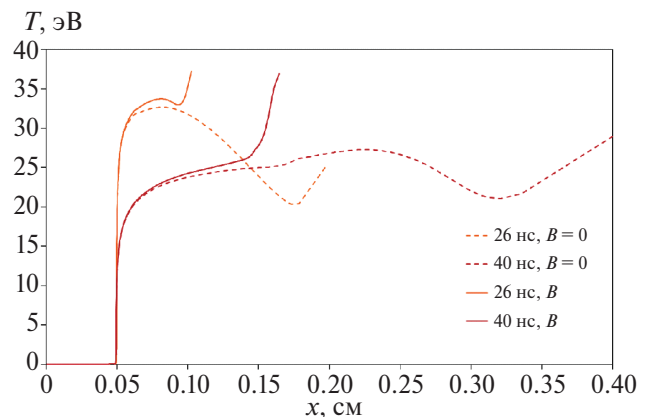
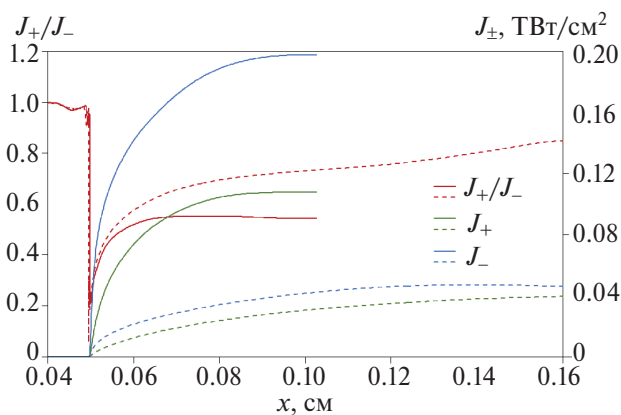


Рис. 9. Зависимость температуры от координаты в расчетах без магнитного поля (пунктирные линии) и с магнитным полем (сплошные линии).



В задачах с магнитным полем на границе вещества эта граница является конечной [18], а вещество не разлетается на бесконечность, как в случае свободной границы и изотермического разлета, рассмотренного в подразделе 4.1, поэтому можно говорить об определенной координате границы плазмы  $x_R$ . Однако уровень плотности плазмы  $800 \text{ мкг/см}^3$ , соответствующий пробегу излучения  $1 \text{ см}$  в задаче без магнитного поля, достаточно близок к границе плазмы  $x_R$  на рис. 8, а потому эти границы,  $x_l$  и  $x_R$ , можно сопоставлять и использовать для сравнения с экспериментальными данными. Согласно рис. 6 средние скорости движения плазмы с учетом магнитного поля уменьшились и оказались равными  $37 \text{ км/с}$  между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$ , и  $44 \text{ км/с}$  между моментами времени  $t_2$  и  $t_3$ , что в 2–2.5 раза меньше экспериментально измеренных.

На рис. 10 показаны зависимости от координаты потоков излучения вперед  $J_+$  и назад  $J_-$  в моменты времени 26 и 40 нс. Видно, что при учете магнитного поля отношение потоков  $J_+ / J_-$  остается приблизительно таким же, как без магнитного поля. В испаренном веществе в момент времени 26 нс величина  $J_-$  примерно в 1.8–1.9 раз больше величины  $J_+$ , а в момент времени 40 нс — в 1.2–1.4 раз. Для момента времени 26 нс, соответствующего максимуму падающего излучения, потоки  $J_+$  и  $J_-$  и величина  $J_+ / J_-$  выходят на константу при приближении к границе плазмы, а для момента времени 40 нс, для которого поток падающего излучения значительно уменьшается, наблюдается тенденция к выравниванию потоков  $J_+$  и  $J_-$ .



**Рис. 10.** Потоки излучения вперед  $J_+$  и назад  $J_-$  и их отношение в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с потоком излучения от пинча и с учетом магнитного поля.

Итак, расчеты показывают, что, хотя магнитные поля в экспериментах [13] сами по себе невелики ( $\sim 0.8 \text{ МГс}$ ) и не способны привести к плазмообразованию, но своим давлением они сдерживают разлет плазмы и влияют как на ее характерные величины, так и на скорость разлета.

Скорость движения плазменного слоя, полученная в расчетах с учетом магнитного поля, оказалась заметно меньше экспериментально измеренной [13]. Однако, поскольку альбедо излучения  $\alpha$  (отношение отраженного от стенки потока к падающему)

$$\alpha(t) = \frac{J_{0+}(t)}{J_{0-}(t)} \quad (28)$$

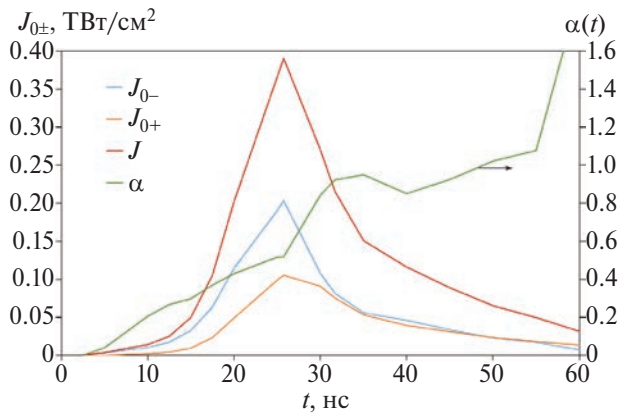
оказывается не малым ( $\alpha \sim 0.5$  в момент времени, соответствующий максимальному потоку МРИ), отраженное от других стенок излучение может давать значительный вклад в падающий на электрод поток. Поэтому необходимо учесть дополнительную плотность потока энергии МРИ, которая попадает на электрод после отражения излучения пинча от элементов конструкции установки. Это может повысить скорость плазмообразования и улучшить согласие с результатами измерений.

## 5. ВКЛАД АЛЬБЕДО СТЕНОК В ПАДАЮЩИЙ ПОТОК ИЗЛУЧЕНИЯ

Из расчетов, представленных в разд. 4, следует, что значительная часть падающего на электрод излучения отражается. Зависимость коэффициента отражения (альбедо)  $\alpha(t)$  от времени для расчета с потоком МРИ, приходящим только от пинча, и с учетом магнитного поля (см. рис. 10), приведена на рис. 11. На этом рисунке также представлена  $J(t)$  — плотность потока излучения, полученная с учетом отражения от стенок, которую мы определим ниже в настоящем разделе.

На рис. 11 показано, что доля отраженного излучения значительна и составляет к моменту максимума падающего потока  $\alpha_m \approx 0.52$ . Поэтому отраженное от окружающих стенок излучение может заметно увеличить падающие на стенку потоки и это следует учесть.

Чтобы вычислить полный поток, падающий на рассматриваемую точку  $A$ , надо сначала найти плотность потока энергии МРИ, падающую на каждую точку конструкции, т. е. на плоские, цилиндрические и торцевые поверхности кон-



**Рис. 11.** Величины  $J_{0-}(t)$ ,  $J_{0+}(t)$  и  $\alpha(t)$ , полученные в расчете с потоком МРИ, приходящим от пинча, и  $J(t)$ , вычисленная по формулам (29), (30).

струкции, представленные на рис. 3, а затем определить поток, падающий на точку А после отражения от всех поверхностей.

Будем считать пинч бесконечно тонким линейным источником с мощностью излучения на единицу длины  $P / \Delta$ , а каждый его элемент  $dl$  — изотропным источником излучения. Из этих предположений, а также полагая, что альбеда в нашей задаче одинаково для всех отражающих поверхностей, была вычислена полная плотность потока энергии излучения, падающая на точку А после первого отражения от всех поверхностей:

$$\frac{d\Phi_1}{dS_0} = 0.2993 \frac{\alpha P}{2\pi r_0 \Delta} \equiv k_1 \alpha J_0(t),$$

где  $k_1 = 1.05$ , а  $J_0(t)$  определяется по формуле (26) испускаемой из пинча мощностью МРИ  $P(t)$ , график которой представлен на рис. 4. Полученный коэффициент вклада излучения, рассеянного после первого отражения, оказался даже больше единицы. Это означает, что при стопроцентном альбеда этот вклад был бы даже больше прямого излучения от пинча, что подтверждает необходимость учета рассеянного излучения при оценке полного потока, падающего на электроды.

Сделаем оценку полного потока излучения в точке А с учетом вклада многократного отражения. Этот поток можно оценить как

$$J(t) = J_0(t)(1 + k_1 \alpha(t) + k_1 \alpha(t) k_2 \alpha(t) + \dots) = J_0(t) \left( 1 + \frac{k_1 \alpha(t)}{1 - k_\infty \alpha(t)} \right) \quad (29)$$

в предположении, что коэффициенты  $k_2 = k_3 = \dots = k_\infty$ . Величину  $k_\infty$  можно оценить как

отношение суммарной площади рассматриваемых элементов конструкции к полной площади, на которую попадает излучение, т. е. с учетом площади зазора 4 на рис. 3:  $k_\infty = 0.789$ . Величину  $\alpha(t)$  будем находить по формуле (28) из расчетов, представленных в разд. 4.

Поскольку по мере уменьшения потока  $J_0(t)$  при больших временах величина  $\alpha(t)$  сильно возрастает (падающий от пинча поток  $J_0(t)$  уменьшается, а выходящий из стенок  $J_{0+}(t)$  еще сохраняется), при этих временах пользоваться формулой (29) уже нельзя. Поэтому для оценок при  $t > t_m$  ( $t_m$  — момент времени максимума  $J_0(t)$ ) поток излучения  $J(t)$ , падающий на точку А после отражения от стенок, мы находили по формуле

$$J(t) = J_0(t) \left( 1 + \frac{k_1 \alpha(t)}{1 - k_\infty \alpha_m} \right) = J_0(t) + J_{0+} \frac{k_1}{1 - k_\infty \alpha_m}, \quad (30)$$

где  $\alpha_m$  — величина  $\alpha(t)$ , вычисленная в момент максимума  $J_0(t)$ .

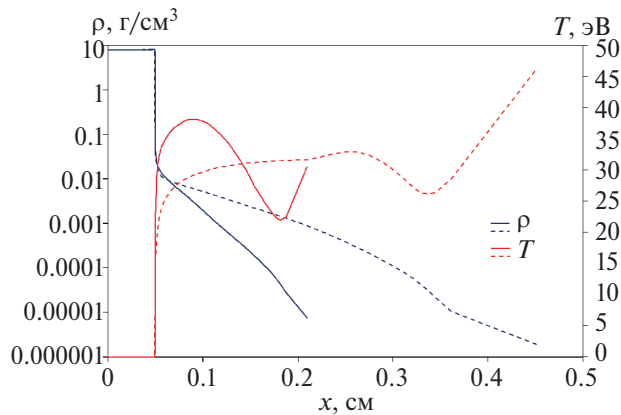
Плотность потока излучения  $J(t)$ , полученная с учетом отраженного от стенок излучения согласно формулам (29), (30), приведена на рис. 11 в начале раздела.

## 6. РАСЧЕТЫ С УЧЕТОМ РАССЕЯННОГО НА СТЕНКАХ ИЗЛУЧЕНИЯ

### 6.1. Расчет с учетом рассеянного на стенках излучения без учета магнитного поля

На рис. 12 показаны распределения плотности и температуры, полученные в расчете с учетом рассеянного на стенках излучения, но без учета магнитного поля, в моменты времени 26 и 40 нс.

Сравнение рис. 5 и 12 показывает, что в расчете с учетом рассеянного на стенках излучения температура стала выше, а плазма разлетелась сильнее. Средние скорости движения плазмы оказались равными 49 км/с между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$ , и 71 км/с между моментами времени  $t_2$  и  $t_3$ , т. е. они выросли и стали несколько ближе к экспериментально измеренным значениям скорости. Плотность плазмы, пробег излучения в которой равен 1 см, получилась немного больше, чем в расчете без учета отражения излучения от стенок, — около 900 мкг/см<sup>3</sup>.

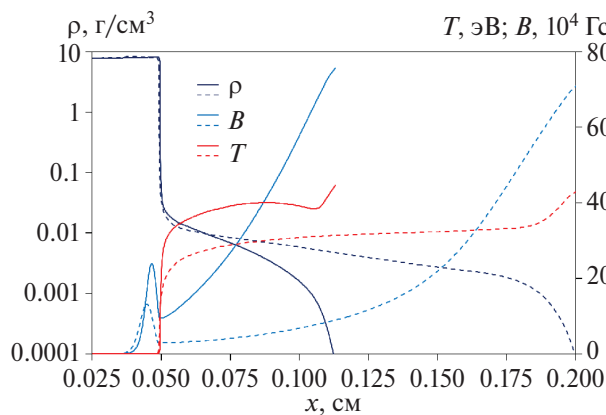


**Рис. 12.** Плотность  $\rho$  и температура  $T$ , полученные в расчете в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с учетом рассеянного на стенках излучения и без магнитного поля.

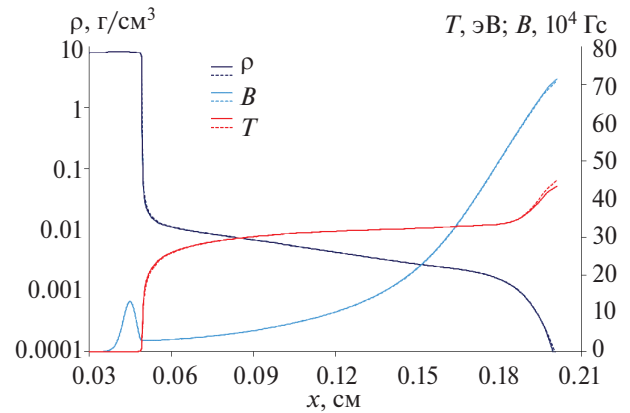
### 6.2. Расчет с учетом рассеянного на стенках излучения и магнитного поля

На рис. 13 показаны плотность, температура и магнитное поле полученные в расчете с учетом рассеянного на стенках излучения в моменты времени 26 нс и 40 нс. Для демонстрации уровня численной неопределенности, связанной с разрешением сетки, на рис. 14 представлены распределения плотности, температуры и магнитного поля в момент времени 40 нс для расчетов с сетками  $N = 1000$  и  $N/2$  ячеек. Рисунок 14 показывает хорошее согласие расчетов при таком уровне численного разрешения.

Сравнение рис. 12 и 13 показывает, что в расчете с учетом магнитного поля, как и в случае потока падающего излучения, приходящего только



**Рис. 13.** Плотность  $\rho$ , температура  $T$  и магнитное поле  $B$ , полученные в расчете в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с учетом рассеянного на стенках излучения.

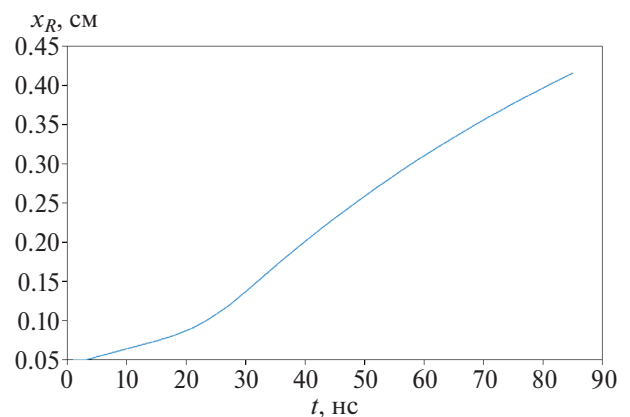


**Рис. 14.** Плотность  $\rho$ , температура  $T$  и магнитное поле  $B$ , полученные в момент времени 40 нс в задаче с учетом рассеянного на стенках излучения в расчетах с сетками  $N = 1000$  (сплошные линии) и  $N = 500$  ячеек (пунктирные линии).

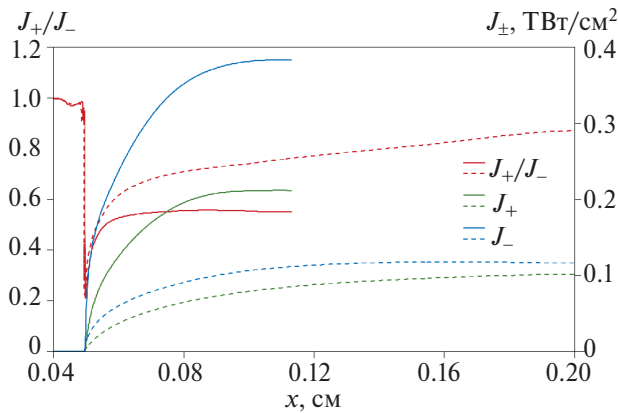
от пинча, плазма разлетается не так сильно, как в расчете без учета магнитного поля. Зависимость координаты границы вещества  $x_R$  от времени показана на рис. 15.

Средние скорости движения плазмы при учете магнитного поля, как и в разделе 4, немного уменьшились, и оказались равными 50 км/с между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$ , и 64 км/с между моментами времени  $t_2$  и  $t_3$ . Плотность плазмы, пробег излучения в которой равен 1 см, составила около 900 мкг/см³, как и в расчете без учета магнитного поля.

На рис. 16 показаны зависимости от координаты потоков излучения вперед  $J_+$  и назад  $J_-$  в моменты времени 26 нс и 40 нс. Сравнение рис. 10 и 16 показывает, что при учете рассеянного на стенках излучения практически не меняется форма потоков  $J_+(x)$  и  $J_-(x)$  и их отношение



**Рис. 15.** Зависимость координаты границы вещества  $x_R$  от времени в задаче с учетом рассеянного на стенках излучения.



**Рис. 16.** Потоки излучения вперед  $J_+$  и назад  $J_-$  и их отношение в моменты времени 26 нс (сплошные линии) и 40 нс (пунктирные линии) в задаче с учетом рассеянного на стенках излучения и магнитного поля.

в соответствующие моменты времени, при этом изменяется только их значение.

Итак, при учете отраженного от стенок излучения скорость разлета плазмы возросла, но все равно оказалась несколько меньше измеренной экспериментально с помощью РЭОПа (около 90 км/с). Имеется два предположения для объяснения оставшейся разницы в скорости:

1. Неоднородный турбулентный разлет плазмы. В расчетах без учета магнитного поля скорости разлета низкоплотной плазмы (с росселандовым пробегом 100 см)<sup>2</sup> равны 79 и 107 км/с. Эти скорости можно рассматривать как верхнюю оценку скорости неоднородного турбулентного разлета плазмы.

2. Экспериментальные погрешности, включающие как неточности измерения потоков излучения, так и неточности измерения скоростей разлетающейся плазмы.

#### 7. СКЕЙЛИНГИ ХАРАКТЕРНЫХ ВЕЛИЧИН ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛАЗМЫ. ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ИЗЛУЧЕНИЯ, ВРЕМЕНИ ЕГО ДЕЙСТВИЯ И МАТЕРИАЛА СТенок

Мы нашли, что поверхностная плазма не является оптически толстой, и потому для нее уравнение лучистой теплопроводности, строго

<sup>2</sup> Пробег 100 см при характерных размерах плазмы 1 см означает, что эта область будет излучать всего лишь в 100 раз слабее излучения черного тела, т. е. при характерных температурах 40 эВ достаточно ярко. Возможно, что экспериментально определенная граница плазмы соответствует такой малоплотной плазме.

говоря, неприменимо. Однако поскольку оптическая толщина плазмы порядка единицы, соотношения, следующие из лучистой теплопроводности, можно использовать для получения оценок зависимостей параметров поверхностной плазмы от характеристик потоков падающего на поверхность излучения и атомной массы материала стенок. В наших оценках не будем учитывать постоянные множители, а рассмотрим только пропорциональные зависимости. Для оценок можно считать, что излучение является чернотельным, и плотность потока излучения  $q$  связана с температурой соотношением

$$q \sim T^4. \quad (31)$$

Поверхностную плазму предполагаем многократно ионизованной, и потому для ее плотности энергии можно написать зависимости (2), (3)

$$\rho \epsilon \sim p \sim \frac{z p T}{A}. \quad (32)$$

Скорость звука в этой плазме

$$c \sim \sqrt{\frac{p}{\rho}} \sim \sqrt{\frac{z T}{A}}, \quad (33)$$

а коэффициент лучистой теплопроводности

$$\kappa \sim l_R \frac{T^4}{\rho \epsilon} \sim l_R \frac{T^3 A}{z p}. \quad (34)$$

Для оценки пробега  $l_R$  используем зависимость (15):

$$l_R \sim \frac{T^{3.5} A^2}{z^3 p^2}, \quad (35)$$

и тогда

$$\kappa \sim \frac{T^{6.5} A^3}{z^4 p^3}. \quad (36)$$

Формирование нашего поверхностного слоя плазмы происходит за счет того, что масштаб его разлета  $ct$  за время  $t$  определяется масштабом, формируемым теплопроводностью  $\sqrt{\kappa t}$ , т. е.

$$x \sim ct \sim \sqrt{\kappa t}. \quad (37)$$

<sup>3</sup> Доминирование линий в спектре поглощения могло бы привести к изменению скейлинга при плотности и при степени ионизации  $z$  (которая в этом приближении есть функция температуры), однако фактически из-за некоторой зависимости  $z$  от плотности и важной роли возникающих при уменьшении плотности (и соответствующего увеличении  $z$ ) окон прозрачности примерная зависимость (34), сохраняется и при учете линий [17].



Подставляя в это соотношение оценки (33) и (36), получим зависимость плотности от времени

$$\rho \sim \left( \frac{T^{5.5} A^4}{z^5 t} \right)^{1/3}. \quad (38)$$

В соотношения (33)–(38) входит пока неопределенная величина заряда иона  $z$ . Для ее оценки можно воспользоваться уравнением Саха для многократной ионизации (7), а зависимость потенциалов ионизации  $I$  от  $z$  аппроксимировать томас-фермиевской зависимостью для  $z$ , не близких к  $Z$  ( $z \ll Z$ ),

$$I \sim z^{4/3}. \quad (39)$$

Тогда, пренебрегая логарифмическими зависимостями в (7), получим

$$z \sim T^{3/4}. \quad (40)$$

Используя (31) и (40), получаем окончательно зависимости характерной плотности  $\rho$  и толщины слоя  $x$  от плотности потока излучения  $q$ , времени  $t$  и атомной массы  $A$

$$\rho \sim \frac{q^{7/48} A^{4/3}}{t^{1/3}}, \quad (41)$$

$$x \sim ct \sim \frac{q^{7/32}}{A^{0.5}} t. \quad (42)$$

Интересно также оценить зависимость оптической толщины  $x/l_R$  от  $q$ ,  $t$  и  $A$ . Используя (35), получим

$$\frac{x}{l_R} \sim q^{19/96} A^{1/6} t^{1/3}. \quad (43)$$

Оценки (41)–(43) показывают, что основные величины поверхностной плазмы очень слабо зависят от рентгеновского потока излучения. Тем не менее масса этой плазмы (произведение  $\rho x$ ) растет с ростом потока  $q$  как

$$\rho x \sim q^{0.36}. \quad (44)$$

Более заметно влияет на плазмообразование время действия излучения. Хотя плотность плазмы падает, но толщина слоя растет линейно со временем, и оптическая толщина плазмы также возрастает, так что для длинных импульсов излучения приближение лучистой теплопроводности должно становиться более оправданным.

Что касается атомной массы, то она определенно уменьшает толщину плазмы  $x$  (42), и ис-

пользование для электродов более тяжелых материалов может уменьшить шунтирование передающих линий и утечки тока.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена методика для описания процесса плазмообразования на поверхности конденсированного вещества под действием мощного МРИ. Плазмообразование описывается одномерными уравнениями магнитной гидродинамики с учетом переноса излучения.

Поскольку процессы переноса излучения для этой задачи играют ключевую роль, а линейчатый спектр является определяющим для нахождения росселандовых пробегов, предложена схема нахождения пробегов с учетом линейчатого спектра для произвольной многозарядной плазмы, основанная на ранее опубликованных данных. С использованием этой схемы найдены пробеги для плазмы железа при параметрах, характерных для плазмообразования на электродах в экспериментах на установке Ангара-5-1. Учет дискретного спектра в этом диапазоне уменьшает росселандовы пробеги примерно в 6 раз.

Проведенные расчеты показали, что характерные пробеги излучения в приэлектродной плазме в экспериментах на установке Ангара-5-1 оказываются порядка толщины слоя самой плазмы. Таким образом, с одной стороны, уравнения лучистой теплопроводности оказываются не вполне пригодными в условиях этих экспериментов, а с другой стороны, нельзя считать, что все излучение, приходящее на электрод, поглощается прямо в конденсированном веществе. В качестве параметра, характеризующего соотношение пробега и толщины слоя, можно использовать альбедо излучения  $\alpha$ , т. е. отношение выходящего из плазмы потока излучения к падающему потоку. В условиях экспериментов на установке Ангара-5-1  $\alpha \sim 0.5$ , тогда как в условиях применимости уравнения теплопроводности должно быть  $\alpha \approx 1$ , а в условиях поглощения прямо в конденсированном веществе  $\alpha \ll 1$ .

В условиях значительного альбедо стенок есть необходимость учета отраженного от стенок потока излучения. Оценки показывают, что в условиях экспериментов на установке Ангара-5-1 для плоской части электродов максимальный поток излучения на поверхность может

увеличиться за счет отраженного излучения приблизительно в 1.9 раза.

Магнитные поля в этих экспериментах сами по себе относительно небольшие (магнитная индукция составляла около 0.8 МГс) и не могут привести к плазмообразованию, но своим давлением сдерживают разлет плазмы, влияют на ее характерные величины и скорость разлета.

Одномерные расчеты, проведенные для условий этих экспериментов с учетом влияния магнитных полей (суммарная плотность потока энергии излучения, включая рассеянное, примерно  $0.36 \text{ ТВт/см}^2$ , время действия излучения около 15 нс, амплитуда тока примерно 2 МА), показали, что характерная температура плазмы составляет в этом случае около 40 эВ, плотность  $\sim 3 \text{ мг/см}^3$ , а ее скорость разлета около 60 км/с. Полученная в расчете скорость оказалась несколько меньше измеренной экспериментально с помощью РЭОПа (90 км/с), что, возможно, связано с неоднородным турбулентным разлетом плазмы или погрешностями эксперимента.

Оценки показывают, что основные величины поверхностной плазмы очень слабо зависят от рентгеновского потока излучения. Так, масса этой плазмы растет с ростом потока  $q$  как  $\rho x \sim q^{0.36}$ . Более заметно влияет на плазмообразование время действия излучения. В зависимости от времени плотность плазмы падает, но толщина слоя увеличивается линейно со временем, и оптическая толщина плазмы возрастает, и для длинных импульсов излучения приближение лучистой теплопроводности должно становиться более оправданным. Зависимость от атомной массы вещества электродов такова, что она уменьшает толщину плазмы, и использование для электродов более тяжелых материалов может уменьшить шунтирование передающих линий и утечки тока.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазов И.К., Вихарев В.Д., Волков Г.С., Никандров Л.Б., Смирнов В.П., Царфин В.Я. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 2. С. 197.
2. Spielman R.B., Deeney C., Chandler G.A., Douglas M.R., Fehl D.L., Matzen M.K., McDaniel D.H., Nash T.J., Porter J.L., Sanford T.W.L., Seamen J.F., Stygar W.A., Struve K.W., Breeze S.P., McGurn J.S., Torres J.A., Zagar D.M., Gilliland T.L., Jobe D.O., McKenney J.L., Mock R.C., Vargas M., Wagoner T. // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. № 5. P. 2105.
3. Александров В.В., Браницкий А.В., Волков Г.С., Грабовский Е.В., Зурин М.В., Недосеев С.Л., Олейник Г.М., Самохин А.А., Сасоров П.В., Смирнов В.П., Федюлов М.В., Фролов И.Н. // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 1. С. 99.
4. Lebedev S.V., Beg F.N., Bland S.N., Chittenden J.P., Dangor A.E., Haines M.G., Kwek K.H., Pikuz S.A., Shelkovenko T.A. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. № 8. P. 3734.
5. Alexandrov V.V., Frolov I.N., Fedulov M.V., Grabovsky E.V., Mitrofanov K.N., Nedoseev S.L., Oleinik G.M., Porofeev I.Yu., Samokhin A.A., Sasorov P.V., Smirnov V.P., Volkov G.S., Zurin M.V., Zukakishvili G.G. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2002. V. 30. № 2. P. 559.
6. Cuneo M.E., Waisman E.M., Lebedev S.V., Chittenden J.P., Stygar W.A., Chandler G.A., Vesey R.A., Yu E.P., Nash T.J., Bliss D.E., Sarkisov G.S., Wagoner T.C., Bennett G.R., Sinars D.B., Porter J.L., Simpson W.W., Ruggles L.E., Wenger D.F., Garasi C.J., Oliver B.V., Aragon R.A., Fowler W.E., Hettrick M.C., Idzorek G.C., Johnson D., Keller K., Lazier S.E., McGurn J.S., Mehlhorn T.A., Moore T., Nielsen D.S., Pyle J., Speas S., Struve K.W., Torres J.A. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 4. P. 046406.
7. Yu E.P., Oliver B.V., Sinars D.B., Mehlhorn T.A., Cuneo M.E., Sasorov P.V., Haines M.G., Lebedev S.V. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. № 2. P. 022705.
8. Repin P.B., Rep'ev A.G., Orlov A.P., Repin B.G., Pokrovskiy V.S. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2018. V. 46. № 10. P. 3463.
9. Завьялов Н.В., Гордеев В.С., Гришин А.В., Репин П.Б., Репьев А.Г., Орлов А.П., Репин Б.Г., Мозговой А.Л., Глушков С.Л., Пучагин С.Ю., Страбыкин К.В. Проблемы физики высоких плотностей энергии // Труды Международной конференции "XVIII Харитоновские тематические научные чтения". Саров, 2016. РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2017. С. 115.
10. Garanin S.F., Ivanova G.G., Karmishin D.V., Sofronov V.N. // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2005. V. 46. № 2. P. 153.
11. Awe T.J., Bauer B.S., Fuelling S., Siemon R.E. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. No. 3. P. 035001.
12. Garanin S.F., Kuznetsov S.D., Atchison W.L., Reimovskiy R.E., Awe T.J., Bauer B.S., Fuelling S., Lindemuth I.R., Siemon R.E. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2010. V. 38. № 8. P. 1815.
13. Александров В.В., Грабовский Е.В., Лаухин Я.Н., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Предкова Е.И., Решетняк О.Б., Ткаченко С.И. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 2. С. 121.
14. Гаврилов Н.Ф., Иванова Г.Г., Селин В.И., Софронов В.Н. // ВАНТ. Сер.: Методики и программы. 1982. № 3(4). С. 11.

15. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
16. Bujko A.M., Garanin S.F., Demidov V.A., Kostjukov V.N., Kuzjaev A.I., Kulagin A.A., Mamyshev V.I., Mokhov V.N., Petrukhin A.A., Piskarev P.N., Protasov M.S., Chernyshev V.K., Shvetsov V.A., Yakubov V.B. // Megagauss Fields and Pulsed Power Systems / Ed. by V.M. Titov and G.A. Shvetsov. New York: Nova Science Publishers, 1990. P. 743.
17. Гаранин С.Ф., Кравец Е.М. // ЖЭТФ. 2012. Т. 142. № 5. С. 1052.
18. Гаранин С.Ф. Физические процессы в системах МАГО-МТФ. Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2012.

## PLASMA FORMATION ON THE SURFACE OF CONDENSED MATTER UNDER THE EFFECT OF POWERFUL X-RAY PULSE

S. F. Garanin<sup>a, \*</sup>, E. M. Kravets<sup>a, \*\*</sup>, and G. G. Ivanova<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Russian Federal Nuclear Center—All-Russian Research Institute of Experimental Physics,*

*Sarov, Nizhny Novgorod oblast, 60719, Russia*

*\*e-mail: SFGaranin@vniief.ru*

*\*\*e-mail: EMKravets@vniief.ru*

In a number of experiments, the surfaces of condensed matter, for example, the electrodes of pulsed power facilities, are exposed to powerful pulsed X-ray radiation with an energy flux density of  $\sim 1 \text{ TW/cm}^2$ . The source of this radiation can be, for example, Z-pinches formed by current compression of multi-wire liners. Under the effect of this radiation, evaporation and plasma formation processes can occur on the surface of the electrodes. This paper provides a theoretical examination of these processes. In the case where the plasma layer thickness is small compared to the characteristic dimensions of the electrodes, plasma formation can be described by one-dimensional equations of magnetohydrodynamics taking radiation transfer into account. One-dimensional calculations performed for the experimental conditions at the Angara-5-1 facility (energy flux density coming from the pinch,  $\sim 0.2 \text{ TW/cm}^2$ , radiation exposure time  $\sim 15 \text{ ns}$ , electrode material Fe), have shown that the characteristic plasma temperature in this case is  $\sim 40 \text{ eV}$ , density  $\sim 3 \text{ mg/cm}^3$ , and its expansion speed is  $\sim 60 \text{ km/s}$ . It is interesting that the magnetic fields in these experiments, which are relatively small ( $\sim 0.8 \text{ MG}$ ) and are incapable to lead to plasma formation, restrain the expansion of the plasma with their pressure and affect its characteristic values and expansion speed. The speed obtained in the calculation is somewhat less than that measured experimentally using an X-ray electron- optical converter ( $\sim 90 \text{ km/s}$ ), that may be due to not one dimensional turbulent plasma expansion or due to experimental errors.

*Keywords:* Z-pinch, X-ray pulse, magnetohydrodynamics

УДК 533.9

## ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ И КИНЕТИЧЕСКАЯ СТАДИИ ГАЗОВОГО Z-ПИНЧА

© 2024 г. А. Ю. Фролов<sup>а, \*</sup>, В. В. Вихрев<sup>б, \*\*</sup>, А. Ю. Чирков<sup>а</sup><sup>а</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия<sup>б</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия,

\*e-mail: frolovay@bmstu.ru

\*\*e-mail: vikhrev@mail.ru

Поступила в редакцию 13.01.2024 г.

После доработки 19.09.2024 г.

Принята к публикации 01.10.2024 г.

Рассматривается феноменологическая газодинамическая модель сжатия перетяжки газового Z-пинча, через торцы которой плазма вытекает с большой скоростью. Проведенные расчеты показали, что создаются условия, при которых релаксация ионного компонента плазмы запаздывает на фоне макроскопической динамики сжатия. Поэтому описание Z-пинчей на стадии максимального сжатия должно учитывать кинетику ионов. Такой подход может раскрыть механизм ускорения ионов до высоких энергий и объяснить высокую интенсивность нейтронного излучения на финальной стадии сжатия перетяжки.

**Ключевые слова:** Z-пинч, газодинамическая модель, спектр ионов, столкновительная релаксация

**DOI:** 10.31857/S0367292124120088 **EDN:** EESMDO

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс сжатия Z-пинча характеризуется ярко выраженной неустойчивостью с образованием перетяжки [1]. Сжатие также сопровождается утечкой плазмы через торцы развивающейся перетяжки. Плотность и энергия плазмы в перетяжке быстро увеличиваются на порядки. В Z-пинчах с дейтериевым или дейтериево-третиевым наполнением наблюдается интенсивная генерация нейтронов [2].

Регистрируемый энергетический спектр нейтронов анизотропен [3]. Так, нейтроны,двигающиеся в сторону от анода к катоду, имеют энергию большую, чем нейтроны,двигающиеся в обратном направлении. Помимо анизотропии, нейтронный спектр обладает выраженным разбросом по энергиям [4]. Спектр нейтронного излучения характеризует энергии ионов, а также их направленное движение. Свойства регистрируемых спектров нейтронов позволяют говорить, что нейтроны генерируются в результате ядерных реакций синтеза. Имеется две гипотезы о механизмах генерации нейтронов, связанные с термоядерным [5]

и с ускорительным (мишенным, beam–target) механизмами, соответственно [6].

Термоядерный механизм подразумевает существенный нагрев ионов, распределение которых по энергиям близко к максвелловскому. При этом интенсивность нейтронной генерации

$$R \sim n^2 \sigma v_T, \quad (1)$$

где  $n$  — плотность (концентрация) ионов;  $\sigma v_T$  — параметр скорости реакции в максвелловской плазме с температурой  $T$ .

В ускорительном механизме предполагается наличие двух популяций ионов: тепловых (фоновых, мишенных) и высокоэнергетических (ускоренных, быстрых). Быстрые ионы могут приобретать энергию, например, в сильном электрическом поле. Энергетическое распределение мишенных ионов близко к максвелловскому с характерной температурой, малой по сравнению с энергией ускоренных ионов. При взаимодействии быстрых ионов с тепловыми нейтронная генерация

$$R \sim n_t n_b \sigma v, \quad (2)$$



где  $n_t$  — концентрация ионов фоновой плазмы (target) ионов;  $n_b$  — концентрация ускоренных (beam) ионов;  $\sigma$  — сечение реакции;  $v$  — характерная скорость быстрых ионов.

Для описания выхода нейтронов часто привлекают оба механизма. В принципе, выход нейтрон из горячей плазмы количественно объясним на основе термоядерного механизма. Однако анизотропия нейтронного излучения не согласуется с термоядерным механизмом, и она может быть связана с ускорительными процессами [4].

В работах [2, 7–9] указано о наличии в Z-пинчах струй высокоэнергетических ионов. Энергия ионов в них достигает нескольких мегаэлектронвольт. Низкоэнергетичная часть спектра соответствует максвелловскому распределению ионов. В высокоэнергетичном диапазоне спектр описывается степенной зависимостью вида  $\sim E^{-k}$ , где  $E$  — энергия, показатель степени  $k = 2–4$  [2].

Генерация высокоэнергетических ионов не объясняется в рамках магнитной гидродинамики. Вопрос набора ионами высоких энергий традиционно рассматривается на основе моделирования движения отдельных частиц в нестационарном магнитном поле Z-пинча [3]. Например, в работе [10] анализируются траектории ионов, и высокоэнергетичные ионы выделяются в отдельную фракцию. Иногда набор энергии рассматривается по аналогии с ускорением Ферми. Ускоренные ионы значительно меньше теряют энергию при столкновениях в плазме, чем набирают энергию при взаимодействии со сжимающим нестационарным магнитным полем.

Использование различных подходов для описания Z-пинчей должно сопровождаться четким разграничением корректности использования тех или иных допущений в зависимости от параметров плазмы на каждой конкретной стадии сжатия. Описание в рамках какого-либо одного подхода, видимо, корректно построить не удастся. Использование уравнений магнитной гидродинамики уместно для описания, например, динамики токово-плазменной оболочки (ТПО) на стадии перед основным сжатием. Описание образования струй ионов при развитии перетяжки может производиться с использованием кинетической теории [11, 12].

Данная работа посвящена моделированию динамики плазмы в газовом цилиндрическом Z-пинче. Целью работы является исследование границ использования гидродинамических при-

ближений для описания конечной стадии развития перетяжки. Результатом работы является демонстрация необходимости использования разных физических подходов (газодинамического и кинетического) для описания динамики Z-пинча.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Температуры ионов  $T_i$  и электронов  $T_e$  могут отличаться, но с учетом частоты электрон-ионных столкновений при  $T_e \sim T_i \sim 1$  кэВ различие сравнительно невелико (во всяком случае, не на порядок). Для простоты принято, что температуры ионов и электронов одинаковыми ( $T_e = T_i = T$ ). Омический нагрев на электронах рассматривается, как нагрев всей плазмы.

Процессы плазмообразования в газовых Z-пинчах, как правило, сопровождаются неравномерностью ТПО, выраженной в виде волокнистой структуры (филаментации) [13]. Известно, что в газовых Z-пинчах филаментация существенна при повышенных давлениях начального газа. Поскольку наша задача не связана с рассмотрением вопроса волокнистой структуры ТПО, ограничимся начальным давлением вещества порядка 10 Торр. Полагаем, что в начальный момент времени, соответствующий старту расчета, вещество полностью ионизовано и имеет некоторую начальную температуру  $T_0$ .

Развитие перетяжки в Z-пинчах сопровождается потерями на излучение, которые зависят от имеющихся в плазме примесей. Здесь примеси не рассматриваются. В качестве рабочего вещества рассматривается дейтерий.

Как правило, ТПО частично проницаема для нейтрального вещества, и этим свойством объясняются пробойные процессы в перетяжке [14, 15]. Ввиду принятого допущения о полной ионизации проницаемостью ТПО пренебрегаем.

Часто говорят о “вмороженности” магнитного поля в ТПО [4], что также означает малую диффузию магнитного поля в плазму. Здесь принято, что толщина скин-слоя не превышает толщину ТПО. Для простоты принимается однородность параметров ТПО и однородность энерговыделения в ней. В рамках данной феноменологической модели ударные волны в явном виде не рассматриваются.

Рассматриваем цилиндрический Z-пинч в пределах высоты перетяжки в одномерной постановке, в которой рассчитывается плотность, ско-

рость движения и энергия плазмы. При моделировании динамики перетяжки должна быть произведена проверка корректности используемых допущений. В случае если время релаксации для ионов достаточно высоких энергий становится сопоставимо или больше пролетного времени, характеризующего их ускорение при движении поперек перетяжки, следует сделать вывод о неполноте газодинамического подхода для описания конечной стадии Z-пинча. Разумеется, вопрос о применимости газодинамического приближения для описания конкретных систем с Z-пинчами должен рассматриваться индивидуально. В данной работе будем ориентироваться на установку ИНГ-105, описанную в работе [14].

### 3. ОПИСАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассматривается газовый цилиндрический дейтериевый Z-пинч в цилиндрической системе координат:  $r$  — радиальная координата;  $z$  — осевая координата. По оси  $z$  задача ограничена высотой перетяжки  $h$  ( $0 \leq z \leq h$ ), в пределах которой параметры, зависящие от  $r$ , считаются не зависящими от  $z$  (рис. 1). Начало координат находится в центре перетяжки. Пространство вдоль радиуса  $r$  разделено на три области: невозмущенная среда, ТПО и область с незначительным количеством вещества (“вакуум”). Невозмущенная среда представляет собой смесь ионов дейтерия ( $D$ ) и электронов ( $e$ ) с концентрацией  $n_0$  и температурой (или эффективной температурой для немаксвелловских ионов)  $T_0$ . Концентрация ионов в ТПО обозначим  $n$ . Электроны считаем максвелловскими. В качестве эффективной температуры немаксвелловских ионов принимаем  $T = 2\bar{E}/3$ , где  $\bar{E}$  — средняя энергия ионов. ТПО представляет собой ци-

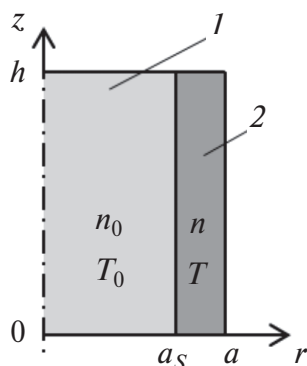


Рис. 1. Схема перетяжки: 1 — невозмущенная среда, 2 — ТПО.

линдрическую область, ось которой совпадает с осью  $z$ . Невозмущенная среда расположена в области  $0 \leq r < a_s$ ; ТПО занимает область  $a_s \leq r < a$ ; а область  $r > a$  соответствует “вакууму”;  $a_s$  — координата внутренней границы ТПО;  $a$  — внешней границы.

Граница между ТПО и вакуумом считается непроницаемой. Магнитное поле занимает область  $r < a$ . По толщине ТПО принято постоянство температуры  $T$ . На начальной стадии сжатия время релаксации ионов в ТПО много меньше характерного времени изменения их энергии. В качестве последнего принимаются пролетное время, характеризующее движение иона со средней энергией  $\bar{E}$  между внутренней и внешней границами ТПО [16]. Для корректности применимости модели оценивалось время релаксации плазмы и пролетное время. Рассмотрено движение ТПО к оси и развитие перетяжки после выхода ТПО на ось. Описание динамики Z-пинча основано на трех законах сохранения [17].

При описании динамики ТПО и перетяжки используются следующие величины: погонная концентрация ионов  $N$ , средняя скорость движения ТПО  $\bar{V}$ , скорость движения внутренней границы ТПО  $V_s = \frac{da_s}{dt}$  ( $t$  — время), скорость движения внешней границы ТПО  $V = \frac{da}{dt}$ , скорость истечения плазмы через торцы  $V_z$ .

Закон сохранения массы плазмы в ТПО имеет вид

$$\frac{dN}{dt} = -2\pi a_s V_s n_0 - 2 \frac{|V_z|}{h} N. \quad (3)$$

Для удобства распределение радиальной скорости по радиусу системы принято параболическим, в результате средняя скорость движения ТПО  $\bar{V} = \frac{V + V_s}{2}$ , а координата центра масс элемента ТПО равна  $(a + a_s)/2$ . Импульс ТПО в радиальном направлении, отнесенный к массе дейтрона, составляет  $P_r = N\bar{V}$  (далее просто импульс). Импульс электронов не учитывался. Закон сохранения радиального импульса для ТПО имеет вид

$$\frac{dP_r}{dt} = \sum F_r, \quad (4)$$

где  $F_r$  — силы, действующие на ТПО (также отнесенные к массе дейтерия).

В качестве радиальных сил  $F_r$  рассматривается сила давления магнитного поля  $p_H = \frac{\mu_0 H_\phi^2}{2}$ , где

$\mu_0$  — магнитная постоянная,  $H_\phi = I/(2\pi a)$  — напряженность магнитного поля,  $I$  — ток через пинч. Другая сила связана с давлением плазмы  $p = \frac{2NT}{\pi(a^2 - a_s^2)}$ . В результате закон сохранения им-

пульса принимает вид

$$\frac{dP_r}{dt} = -\frac{2\pi a p_H}{m_D} + \frac{2NT}{m_D(a + a_s)}, \quad (5)$$

где  $m_D$  — масса дейтрона.

Считается, что осевая скорость истечения плазмы пропорциональна тепловой скорости ионов:

$$|V_z| = \alpha \sqrt{T / m_D}, \quad (6)$$

где  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности.

В рамках одномерного подхода коэффициент пропорциональности учитывает характер сжатия перетяжки:  $\alpha \ll 1$  — цилиндрическое сжатие,  $\alpha \sim 1$  — квазисферическое. Так как ионы в перетяжке частично замагничены, то их продольные потери характеризуются скоростью, меньшей, чем характерная тепловая скорость. Поэтому в настоящей работе расчетах принято  $\alpha = 0.1$ . Отметим, что расчеты при  $\alpha = 1$  показывают чрезмерно высокое сжатие. При  $\alpha < 0.1$  результаты практически не зависят от  $\alpha$ .

Рассматривается однотемпературная двухкомпонентная плазма. В качестве энергии плазмы  $W$  принимается сумма энергии теплового движения ионов и электронов и кинетической энергии направленного радиального движения ионов

$$W = 3NT + \frac{m_D N \bar{V}^2}{2}. \quad (7)$$

Изменение энергии плазмы происходит за счет работы давления магнитного поля

$$A_H = -2\pi a V p_H, \quad (8)$$

энергии, передаваемой набегающим потоком

$$A_N = 2\pi a_s V_s p_N, \quad (9)$$

( $p_N$  — давление набегающего потока), утечки энергии через торцы

$$A_Y = -\frac{2|V_z|}{h} W, \quad (10)$$

работы внутренних сил давления

$$A_T = -p(2aV - 2a_s V_s), \quad (11)$$

и Джоулева нагрева

$$A_D = \frac{I^2}{\sigma \pi (a^2 - a_s^2)}, \quad (12)$$

где  $\sigma = \frac{e^2 n}{m_e v_e} \propto T^{3/2}$  — электропроводность плазмы,  $e$  — заряд электрона,  $v_e \propto \frac{n}{T^{3/2}}$  — частота электрон-электронных столкновений.

В результате, изменение энергии плазмы

$$\frac{dW}{dt} = A_H + A_N + A_Y + A_D. \quad (13)$$

Скорость внутренней границы ТПО определялась, исходя из равенства давления набегающего потока  $p_N = n_0 m_D V_s^2 + \frac{2NT}{\pi a^2}$  и давления плазмы:

$$V_s = -\frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}}. \quad (14)$$

Слагаемое  $\frac{2NT}{\pi a^2}$  в выражении для давления

набегающего потока  $p_N$  является, в некотором смысле, поправочным и предназначено для сглаживания расчетной схемы. Строго говоря, задача должна быть поставлена без этого слагаемого и для двух случаев: динамика ТПО до выхода на ось  $z$  ( $a_s > 0$ ), и после выхода на ось ( $a_s = 0$ ). Поскольку, в целом, ударные волны не учитываются, решение задачи, вблизи выхода ТПО на ось, проявляет немонотонность. Для устранения этого недостатка было введено поправочное слагаемое. Его физический смысл может быть интерпретирован как учет давления цилиндрически сжимаемой плазмы или влияния ударной волны при выходе ТПО на ось. Поправочное слагаемое используется только для уравнения (14), в остальных случаях выражение для давления набегающего потока имеет вид  $p_N = n_0 m_D V_s^2$ .

В результате полная система уравнений имеет следующий вид:

$$\frac{da}{dt} = 2\bar{V} + \frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}}, \quad (15)$$

$$\frac{da_s}{dt} = -\frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}}, \quad (16)$$

$$\frac{dN}{dt} = -2\pi a_s V_s n_0 - 2 \frac{|V_z|}{h} N, \quad (17)$$

$$\frac{dP_r}{dt} = -\frac{2\pi a p_H}{m_D} + \frac{2NT}{m_D(a + a_s)}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} = & -2\pi a V p_H + 2\pi a_s V_s p_N - \\ & - (2\pi a V - 2\pi a_s V_s) p - \frac{2|V_z|}{h} W + \frac{I^2}{\sigma \pi (a^2 - a_s^2)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Преобразование уравнений (15)–(19) относительно рассчитываемых величин ( $a$ ,  $a_s$ ,  $\bar{V}$ ,  $N$ ,  $T$ ) приводит к следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dt} = & -\frac{2\pi}{m_D N} \left( a_s n_0 m_D \bar{V} \frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}} + p_H a \right) + \\ & + \frac{4T}{m_D (a + a_s)} + \frac{2\bar{V}}{h} \sqrt{\frac{T}{m_D}}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{dN}{dt} = 2\pi a_s n_0 \frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}} - \frac{2N}{h} \sqrt{\frac{T}{m_D}}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & - \left( 2T - \frac{m_D \bar{V}^2}{2} + \frac{2NT}{n_0 \pi (a^2 - a_s^2)} \frac{a_s^2}{a^2} \right) \times \\ & \times \frac{\pi n_0 a_s}{N} \frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}} - \frac{2m_D \bar{V}^2}{h} - \sqrt{\frac{T}{m_D}} - \\ & - \frac{2\pi a p_H}{N} \left( \frac{a_s}{a} \sqrt{\frac{2NT}{n_0 m_D \pi (a^2 - a_s^2)}} + \bar{V} \right) - \\ & - \frac{2T (\bar{V} (3a - a_s) - V_s (a + a_s))}{(a^2 - a_s^2)} + \\ & + \frac{I^2}{4,48 \times 10^3 \pi N (a^2 - a_s^2)} \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Время релаксации ионного компонента плазмы имеет порядок времени ион-ионных столкновений

$$\tau_{ii} = \sqrt{\frac{2m_D}{m_e}} \tau_{ei} \propto \frac{T^{3/2}}{n}. \quad (23)$$

Для исходной плазмы с температурой 1 эВ и плотностью, соответствующей давлению 10 Торр (соответствует объемной концентрации дейтерия  $n_0 = 8,4 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$ ), время релаксации по (23) составляет примерно 0.6 нс. При оценке пролетного

времени считалось, что ион пролетает расстояние от внешней границы ТПО к внутренней, поперек оси  $z$  и не взаимодействует с другими ионами. Исходя из средней тепловой скорости движения ионов

$$\tau_p \approx \frac{a - a_s}{v_T} = (a - a_s) \sqrt{\frac{m_D}{2T}} \propto \frac{(a - a_s)}{\sqrt{T}}. \quad (24)$$

При толщине ТПО 1 мм и температуре плазмы 1 эВ пролетное время, вычисленное по (24), составляет 100 нс. Время релаксации на три порядка меньше пролетного времени. Исходя из приведенных оценок следует, что в рассматриваемой модели Z-пинча при движении ТПО ионный компонент должен быть максвелловским. Следовательно, при этих условиях использование газодинамического подхода допустимо.

На основе кулоновской электропроводности  $\sigma$  [18] оценивалось погонное электрическое сопротивление

$$R = \frac{1}{\sigma \pi (a^2 - a_s^2)}. \quad (25)$$

Рассчитывалось продольное осевое омическое поле  $E_R = I_0 R$ , критическое поле Драйсера  $E_{Dr} \propto n / T$ , при котором электроны входят в режим убегания (определялось по формуле из [19]).

Для оценки вклада механизмов нагрева плазмы рассчитывались погонная работа давления магнитного поля

$$M_H = \int \mu_0 H_\phi^2 \pi a V dt \quad (26)$$

и погонная величина Джоулева нагрева

$$M_D = \int I_0^2 R dt. \quad (27)$$

Электротехнический контур не рассматривался. Считалось, что в течении времени моделирования ток через пинч постоянен и равен  $I_0$ .

Система уравнений была приведена к безразмерному виду, в котором величины нормированы следующим образом:

$$\tilde{a}(t) = a(t) / a_0,$$

$$\tilde{a}_s(t) = a_s(t) / a_{s0},$$

$$\tilde{N}(t) = N(t) / N_0,$$

$$\tilde{V}(t) = \bar{V}(t) / a_0,$$

$$\tilde{T}(t) = T(t) / T_0,$$

где  $a_0$ ,  $a_{s0}$ ,  $N_0$ ,  $T_0$  — начальные радиус внешней и внутренней поверхности ТПО, начальная погонная концентрация и начальная температура



плазмы соответственно. Скорость движения ТПО в начальный момент времени принималась равной нулю.

Полученная система уравнений решалась методом Ньютона. На каждом шаге интегрирования производились анализ запаса до границы численной устойчивости и выбор шага интегрирования. Реализованная численная схема имеет первый порядок точности по времени.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Было проведено две серии расчетов. Начальные условия были следующими: внешний радиус ТПО  $a_0 = 0.150$  м, внутренний радиус ТПО  $a_{s0} = 0.148$  м, начальная температура  $T_0 = 1$  эВ. Высота перетяжки  $h = 0.01$  м.

Первая серия расчетов посвящена определению зависимости параметров Z-пинча от начального давления плазмы. Рассматривались случаи с начальной концентрацией плазмы  $n_0 = 8.4 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$ ,  $2n_0$  и  $4n_0$ ; величина  $n_0$  соответствует начальному давлению 10 Торр. Все остальные начальные параметры оставались прежними. Во второй серии расчетов исследовались зависимости параметров перетяжки от величины тока в ней. Рассматривались случаи с током равным  $I_0 = 1$  МА,  $1.5I_0$ ,  $2I_0$ . При этом начальная концентрация плазмы  $4n_0$ .

Зависимости внешней  $a(t)$  и внутренней границы ТПО  $a_s(t)$  для первой серии расчетов представлены на рис. 2.

Моменты выхода ТПО на ось  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  (особенности) для  $n_0$ ,  $2n_0$ ,  $4n_0$  равны примерно 600, 850 и 1200 нс, соответственно. Толщина ТПО при ее движении составляет около 1 мм. Для начальной плотности плазмы  $n_0$  зависимости  $a(t)$  и  $a_s(t)$  вблизи особенности представлены на рис. 3.

Видно, что от момента достижения ТПО оси  $z$  и до момента наибольшего сжатия проходит  $\sim 1$  нс. Толщина ТПО при достижении оси составляла примерно 1.5 мм, в момент особенности — 0.15 мм (примерно десятикратное сжатие). Соответственно, по оценке сверху, плотность плазмы за время сжатия увеличивается на 2 порядка. Такая оценка является завышенной, так как строится на допущении о цилиндрической симметрии Z-пинча, что не всегда так. За начало сжатия плазмы также можно принять момент времени, соответствующий началу расхождения скорости движения внутренней и внешней границы ТПО

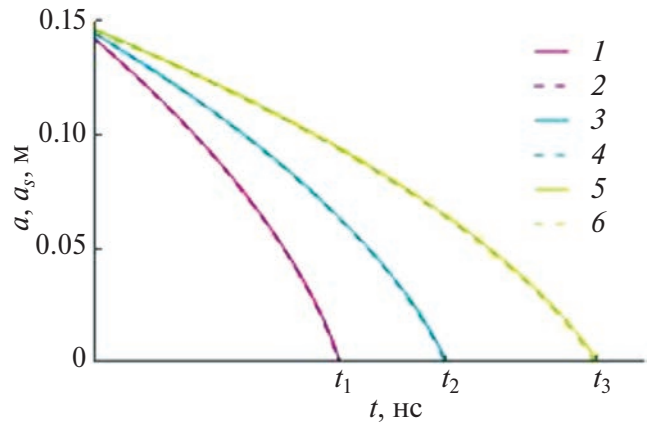


Рис. 2. Зависимость координат внешней (1, 3, 5) и внутренней (2, 4, 6) границ ТПО от времени при различных начальных концентрациях: 1, 2 —  $n_0$ ; 3, 4 —  $2n_0$ ; 5, 6 —  $4n_0$ .

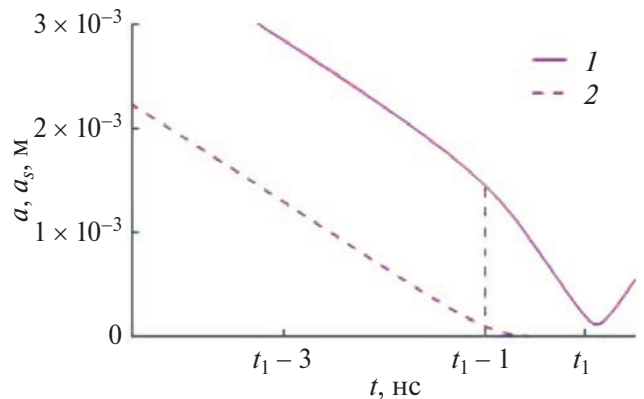
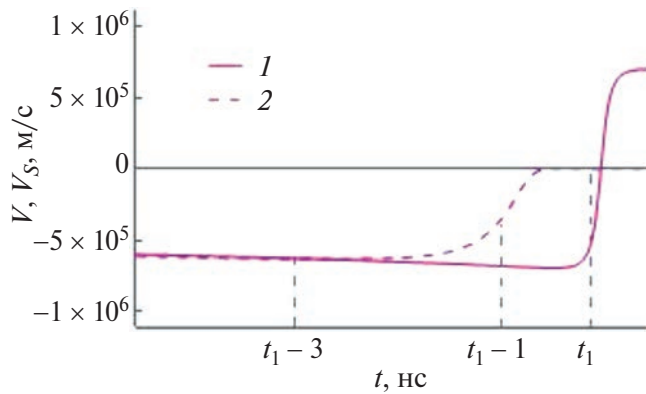


Рис. 3. Зависимость внешней 1 и внутренней 2 границ ТПО от времени при концентрации  $n_0$ .

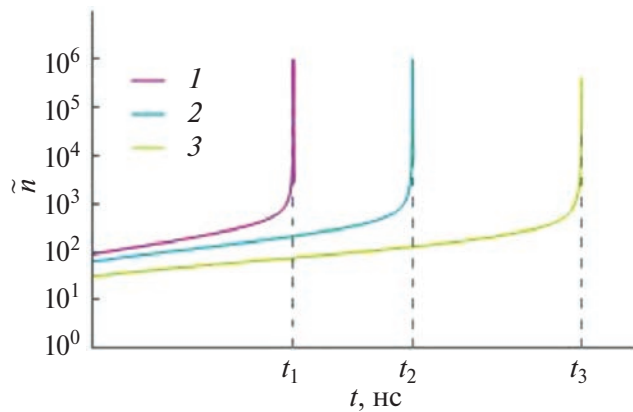
( $t_1 - 3$ ) нс (рис. 4). Зависимости плотности плазмы  $\tilde{n}(t)$  и погонной плотности  $\tilde{N}(t)$  представлены на рис. 5 и 6.

Полученные результаты выглядят непротиворечиво. Так, при увеличении начальной плотности невозмущенной плазмы скорость движения ТПО уменьшается. По мере движения ТПО набирает массу за счет изначально покоящегося вещества (рис. 6). Максимум плотности совпадает с моментом особенности. После особенности наблюдается уменьшение погонной плотности вследствие интенсивного истечения плазмы через торцы перетяжки.

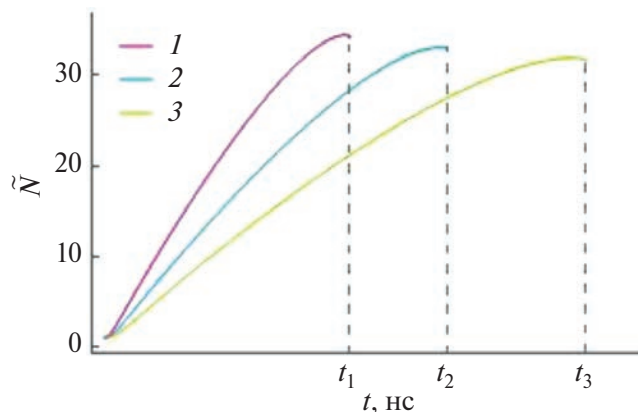
Зависимости температуры плазмы ТПО от времени приведены на рис. 7. По мере движения ТПО, ее средняя энергия составляет величину около 10 эВ. В момент выхода на ось для случая с начальной плотностью  $n_0$  имеется максимум



**Рис. 4.** Зависимости скоростей внешней  $V(1)$  и внутренней  $V_s(2)$  границ ТПО при  $n_0$ .



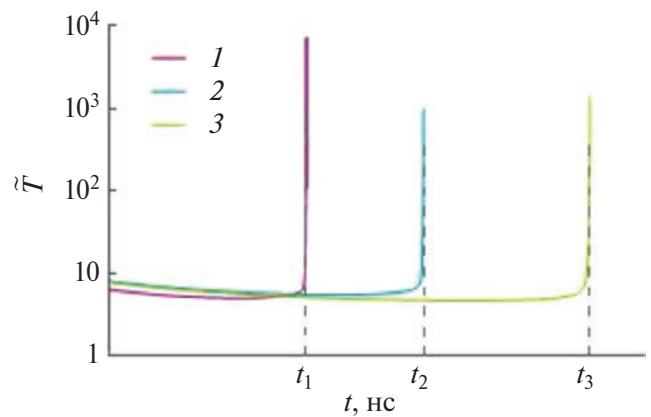
**Рис. 5.** Зависимость безразмерной плотности плазмы в ТПО от времени при начальных плотностях: 1 –  $n_0$ , 2 –  $2n_0$ , 3 –  $4n_0$ .



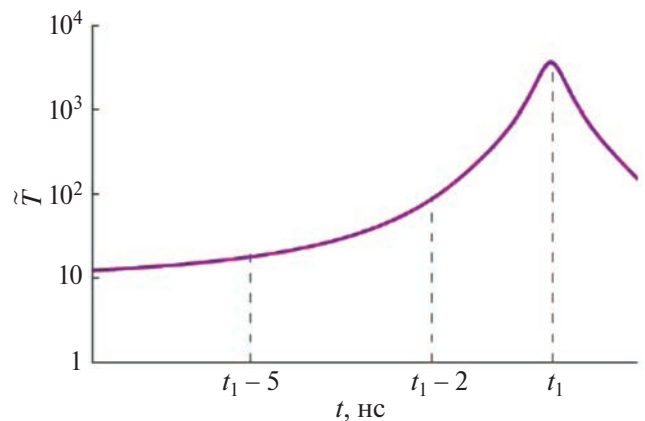
**Рис. 6.** Зависимость безразмерной погонной плотности плазмы в ТПО от времени при начальных плотностях: 1 –  $n_0$ , 2 –  $2n_0$ , 3 –  $4n_0$ .

средней энергии, существенно превышающий величину 1 кэВ (рис. 8).

Характерные значения времени ион-ионных столкновений  $\tau_{ii}$  и пролетного времени  $\tau_p$  для слу-



**Рис. 7.** Зависимости безразмерной температуры плазмы в ТПО от времени при начальных плотностях: 1 –  $n_0$ , 2 –  $2n_0$ , 3 –  $4n_0$ .



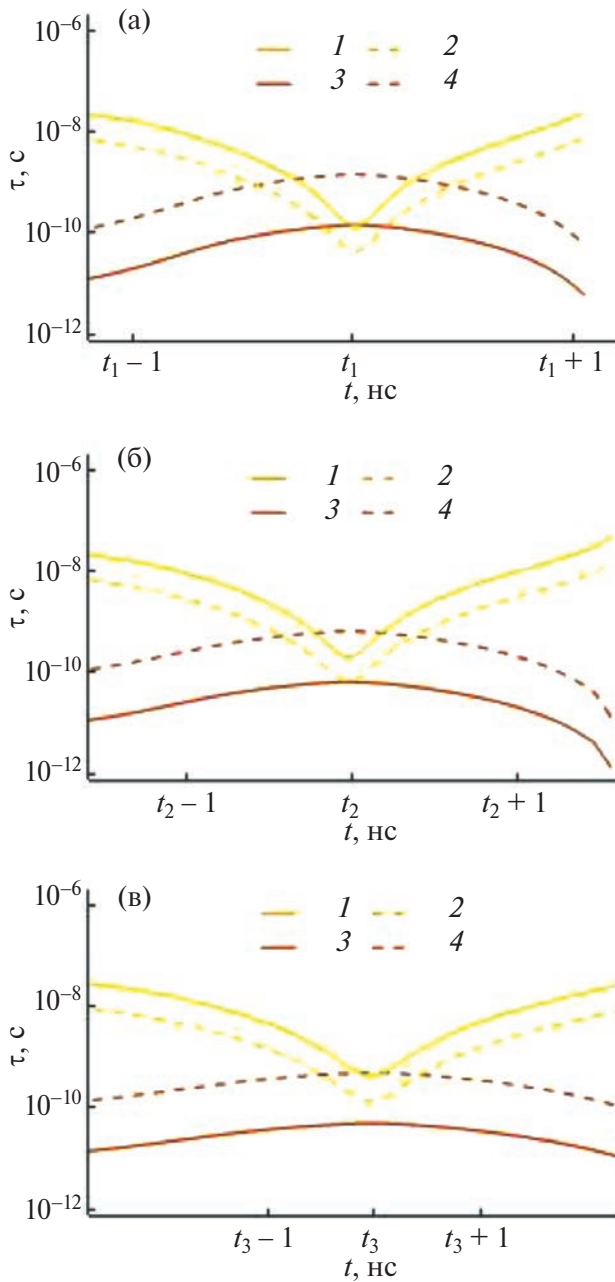
**Рис. 8.** Зависимость температуры плазмы в ТПО при начальной плотности  $n_0$  вблизи особенности.

чаев с начальными плотностями плазмы  $n_0$ ,  $2n_0$  и  $4n_0$  представлены на рис. 9. Данные приведены для ионов с энергией равной средней энергии  $\bar{E}$  и энергией  $10\bar{E}$ .

Вблизи особенности можно видеть малый временной интервал, в котором пролетное время ионов сопоставимо с временем ион-ионных взаимодействий (временем релаксации). Для ионов с энергией  $10\bar{E}$  заметно “перекрытие” времен, т. е. такие высокоэнергетичные ионы могут интенсивно ускоряться, почти не испытывая торможения при столкновениях.

Таким образом, при наличии механизма ускорения ионов (например, бетатронный механизм), можно ожидать деформации энергетического распределения ионного компонента плазмы перетяжки в области повышенных энергий.

Отметим один существенный недостаток модели. Максимальные величины плотности плазмы



**Рис. 9.** Пролетное время  $\tau_p$  (1, 2) и время ион-ионных столкновений  $\tau_{ii}$  (3, 4) для ионов с энергией  $\bar{E}$  (1, 3) и  $10\bar{E}$  (2, 4) при начальных плотностях: (а) —  $n_0$ ; (б) —  $2n_0$ ; (в) —  $4n_0$ .

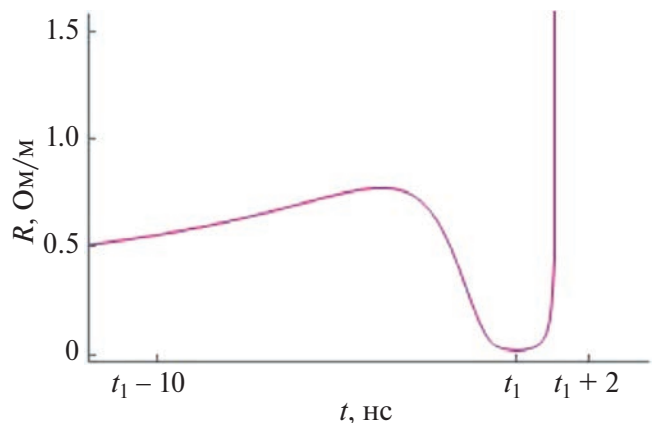
в моменты особенности выглядят завышенными. Также, в интервале “перекрывтия” времен нарушается допущение о термализации ионов. Поэтому будем считать, что максимальная плотность меньше, полученной в результате моделирования. Учет этого обстоятельства означает, что фактическое время релаксации больше посчитанного, и, следовательно, больше интервалы “перекрывтия” характерных времен  $\tau_{ii}$  и  $\tau_p$ .

Можно видеть, что при увеличении начальной плотности плазмы интервал “перекрывтия” характерных времен уменьшается, что говорит о большей степени термализации ионов. Нейтронная генерация в этом случае должна описываться преимущественно термоядерным механизмом и рассчитываться по формуле (1). Напротив, при низких начальных плотностях нейтронная генерация уже выходит за рамки термоядерного механизма. Однако формула (2) не применима для количественных оценок, так как отсутствие термализации не означает того, что формируется моноэнергетичная популяция ионов.

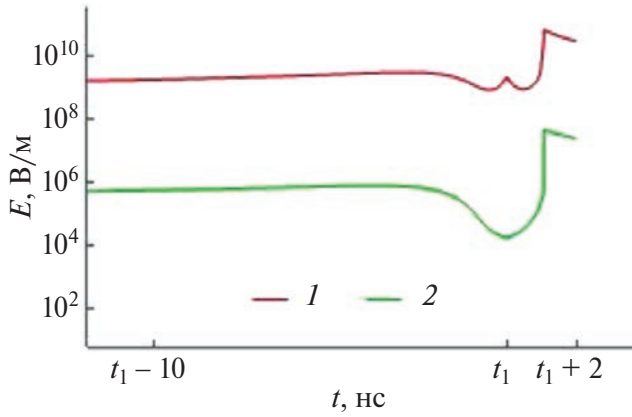
На рис. 10 представлено погонное омическое сопротивление перетяжки вблизи особенности. Примечательно, что наблюдается минимум погонного омического сопротивления при наибольшем сжатии. А интенсивный рост сопротивления происходит после особенности. Возможно, его наибольшее значение может соответствовать моменту разрушения перетяжки.

Зависимости продольного осевого омического и критического поля Драйзера от времени вблизи особенности для начальной плотности  $n_0$  представлены на рис. 11. Видно, что омическое электрическое поле, примерно, на 4 порядка меньше критического поля Драйзера на протяжении всего времени существования перетяжки. Результаты не свидетельствуют о возможности формирования электронного пучка посредством осевого пробоя.

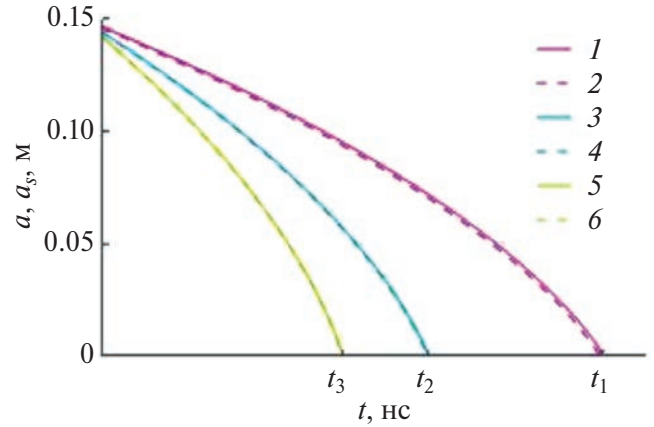
На рис. 12 представлен вклад магнитного и электрического поля в энергетический баланс Z-пинча. Видно, что работа сил давления магнитного поля превышает работу электрического поля, особенно в районе особенности. Таким образом, энергия от источника поступает преимущественно



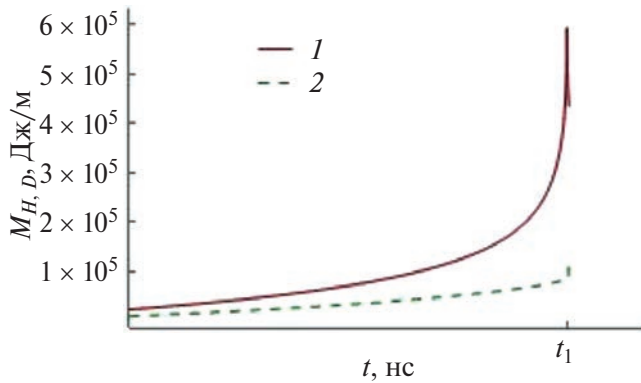
**Рис. 10.** Погонное омическое сопротивление при начальной плотности  $n_0$ .



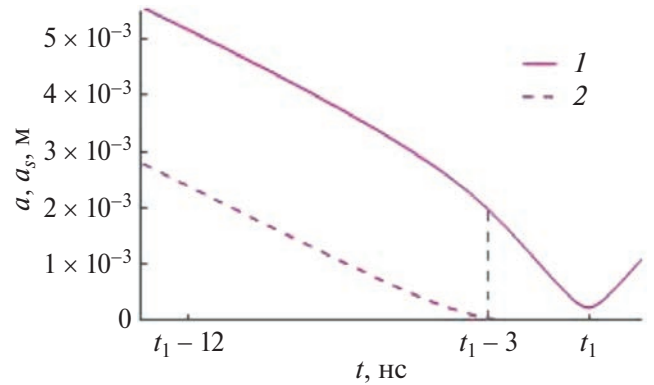
**Рис. 11.** Электрические поля в перетяжке при начальной плотности  $n_0$ : 1 – поле Драйзера  $E_{Dr}$ , 2 – омическое поле  $E_R$ .



**Рис. 13.** Зависимости координат внешней (1, 3, 5) и внутренней (2, 4, 6) границ ТПО от времени при токах  $I_0$  (1, 2),  $1.5I_0$  (3, 4) и  $2I_0$  (5, 6).



**Рис. 12.** Работа сил давления магнитного поля  $M_H$  (1) и электрического поля  $M_D$  (2) при начальной плотности  $n_0$ .

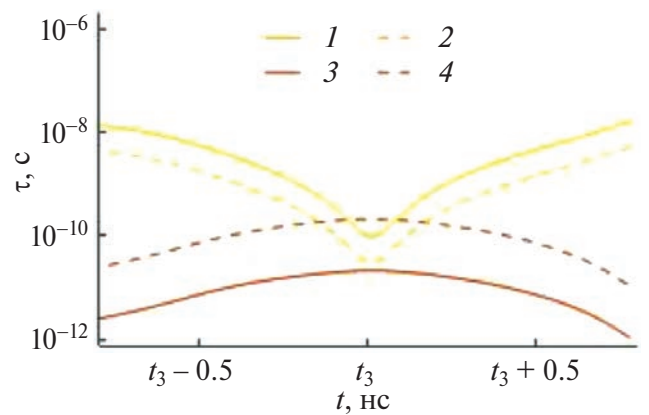


**Рис. 14.** Зависимости координат внешней (1) и внутренней (2) границ ТПО от времени при начальной плотности  $4n_0$ .

посредством магнитного поля. Перегиб в зависимости 1 на рис. 12 свидетельствует о том, что имеет место существенный нагрев плазмы, которая, расширяясь, совершает работу над силами давления магнитного поля.

Зависимости внешней  $a(t)$  и внутренней границы ТПО  $a_s(t)$  для второй серии расчетов представлены на рис. 13. Для силы тока  $I_0$  и начальной плотности плазмы  $4n_0$  зависимости  $a(t)$  и  $a_s(t)$  вблизи особенности представлены на рис. 14. Толщина ТПО составляет около 3 мм. Видно, что время между выходом ТПО на ось и максимумом сжатия увеличивается по мере увеличения начальной концентрации плазмы  $n_0$ .

На рис. 15 приведены временные зависимости пролетного времени и времени ион-ионных взаимодействий для плотности  $4n_0$  и силе тока  $2I_0$ . Сравнивая с рис. 9а (близкие времена выхода ТПО на ось) видно, что диапазон “перекрывания” времен



**Рис. 15.** Пролетное время  $\tau_p$  (1, 2) и время ион-ионных столкновений  $\tau_{ii}$  (3, 4) для ионов с энергией  $\bar{E}$  (1, 3) и  $10\bar{E}$  (2, 4). Начальная плотность  $4n_0$ , сила тока  $2I_0$ .

меньше, чем при  $n_0$  и  $I_0$ . Таким образом, на условия, реализуемые при максимальном сжатии, существенное влияние оказывает начальное дав-



ление (плотность) вещества, наполняющего разрядную камеру. Чем ниже плотность, тем более заметно “перекрытие” времен  $\tau_p$  и  $\tau_{ii}$ , т. е. условия более благоприятны для формирования популяции ускоренных ионов.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использованная нами простая феноменологическая модель динамики сжатия Z-пинча позволяет на основе количественных данных установить, какой режим реализуется в момент максимального сжатия для ионов различных энергий. Главный результат, по нашему мнению, заключается в том, что показана возможность того, что ионы достаточно больших энергий могут ускоряться практически в бесстолкновительном режиме, и указаны условия, при которых такая возможность может быть реализована. В частности, такие условия соответствуют сравнительно низкой начальной плотности вещества (низкому давлению).

При пониженных плотностях столкновения быстрых ионов относительно редки и за время конечной стадии сжатия ( $\sim 1$  нс) они ускоряются сильнее, чем ионы средних энергий. Именно на этой стадии обычно и наблюдается интенсивная генерация нейтронов. Причем за счет значительной доли быстрых ионов выход нейтронов заметно выше, чем для максвелловской плазмы с такой же энергией. При высокой плотности ионы набирают энергию, но при этом их распределение близко к максвелловскому, что дает меньший выход нейтронов по сравнению с предыдущим случаем. Такое изменение нейтронного выхода при переходе ко второму режиму, в котором нет повышенного количества надтепловых ионов соответствует известной проблеме насыщения нейтронного выхода в установках мегаджоульного диапазона энергий [20].

Для согласования разрядного контура плазмофокусных установок, как правило, увеличивают и силу тока, и начальное давление газа. Согласно представленным здесь результатам, это приводит к режимам с термализованными ионами на стадии наибольшего сжатия. Поэтому, с точки зрения максимизации нейтронного выхода, при переходе к режимам с повышенным разрядным током целесообразно уменьшение индуктивности разрядной системы, но не повышение давления начального вещества.

Отметим, что применение простой феноменологической модели позволяет учесть не только влияние плотности, а также и других параметров. Возможно, что для установок, уровень токов и энергии которых существенно отличен от рассмотренных здесь, вывод о преобладающем влиянии плотности уже не так очевиден. Простая модель позволяет установить момент времени, в который нарушается условие релаксации ионов (для режимов с относительно низкой плотностью). Начиная с этого момента, макроскопическое (гидродинамическое) описание уже нельзя признать полным. Требуется анализ кинетики ионов, их траекторий в нестационарном магнитном поле. Отдельный вопрос — турбулентность на заключительной стадии перед разрывом перетяжки и турбулентная диффузия магнитного поля.

В то же время простая модель оперирует макроскопическими параметрами и не использует в явном виде информацию о распределении ионов по энергиям. Это позволяет в дальнейшем использовать ее совместно с кинетическими подходами и подходами на основе траекторий отдельных частиц, которые могут дать информацию о распределении ионов по энергиям при их ускорении в электромагнитном поле. При этом возможно учесть бетатронное ускорение при движении иона в плоскости  $r - z$ . Этот механизм был рассмотрен Г.И. Будкером [21] и А. Шлютером [22]. Проблема возможной генерации сильных электрических полей из-за разделения зарядов также требует анализа.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вихрев В.В., Иванов В.В., Розанова Г.А. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 1. С. 77.
2. Вихрев В.В., Королев В.Д. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. № 5. С. 397.
3. Бакишев Ю.Л., Брызгунов В.А., Вихрев В.В., Волобуев И.В., Данько С.А., Казаков Е.Д., Королев В.Д., Клир Д., Мироненко-Маренков А.Д., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Усманов Г.И. // Физика плазмы. 2014. Т. 40. № 6. С. 516.
4. Гаранин С.Ф., Долинский В.Ю., Макеев Н.Г., Мамышев В.И., Маслов В.В. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 10. С. 890.
5. Петров Д.П., Филиппов Н.В., Филиппова Т.И., Храбров В.А. // Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. 1958. Т. 4. С. 170.
6. Трубинов Б.А. // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. Вып. 8. С. 317.

7. Kubes P., Paduch M., Sadowski M.J., Cikhardt J., Cikhardtova B., Klir D., Kravarik J., Kwiatkowski R., Munzar V., Rezac K., Skladnik-Sadowska E., Szymaszek A., Tomaszewski K., Zaloga D., Zielinska E. // *Phys. Plasmas*. 2019. V. 26. P. 032702.
8. Belyaeva I.F. // *Nuclear Fusion*. 1980. V. 20. № 8. P. 1037.
9. Баронова Е.О., Башутин О.А., Вихрев В.В., Вовченко Е.Д., Додулад Э.И., Елисеев С.П., Крауз В.И., Мироненко-Маренков А.Д., Никулин В.Я., Раевский И.Ф., Савелов А.С., Саранцев С.А., Силин П.В., Степаненко А.М., Какутина Ю.А., Душина Л.А. // *Физика плазмы*. 2012. Т. 38. № 9. С. 815.
10. Свицкий Э.Б. // *Журнал технической физики*. 2018. Т. 88. Вып. 1. С. 15.
11. Фролов А.Ю., Дружинина О.В., Чирков А.Ю. // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2021. Т. 26. № 5. С. 5.
12. Чирков А.Ю., Морхова Е.А., Фролов А.Ю. // *Физика плазмы*. 2022. Т. 48. № 10. С. 962.
13. Никулин В.Я., Старцев С.А., Цыбенко С.П. // *Инновационная наука*. 2015. № 7. С. 14.
14. Дулатов А.К., Лемешко Б.Д., Михайлов Ю.В., Прокуратов И.А., Селифанов А.Н. // *Физика плазмы*. 2014. Т. 40. № 11. С. 1016.
15. Грабовский Е.В., Грибов А.Н., Крылов М.К., Ефремов Н.М., Ильичева М.В., Лотоцкий А.П., Лаухин Я.Н., Сулимин Ю.Н., Панфилов Д.Г., Предкова Е.И., Шишлов А.О., Хомутинников Г.Н., Фролов А.Ю., Додулад Э.И., Школьников Э.Я., Вихрев В.В., Лукин В.В. // *ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез*. 2022. Т. 45. Вып. 1. С. 119.
16. Гуреев К.Г. // *Физика плазмы*. 1979. Т. 5. № 6. С. 1223.
17. Вихрев В.В. // *Физика плазмы*. 1977. Т. 3. № 5. С. 981.
18. Базденков С.В., Вихрев В.В. // *Физика плазмы*. Т. 1. № 3. С. 451.
19. Miyamoto K. *Plasma Physics for Controlled Fusion*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2016.
20. Никулин В.Я., Полухин С.Н. // *Физика плазмы*. 2007. Т. 33. № 4. С. 304.
21. Будкер Г.И. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций*. Т. 1. 1958.
22. Шлютер А. Управляемые термоядерные реакции. Schlüter A. Der Gyro-Relaxations-Effekt // *Zeitschrift für Naturforschung*. 1957. V. 12a. № 10. P. 822–825. <https://doi.org/10.1515/zna-1957-1009>

## GASDYNAMIC AND KINETIC STAGES OF THE GAS Z-PINCH

A. Yu. Frolov<sup>a, \*</sup>, V. V. Vikhrev<sup>b, \*\*</sup>, and A. Yu. Chirkov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

<sup>b</sup>National Research Centre Kurchatov Institute, Moscow, 123182, Russia

\*e-mail: frolovayu@bmstu.ru

\*\*e-mail: vikhrev@mail.ru

A phenomenological gasdynamic model of the compression of the gas Z-pinch neck through whose ends the plasma flows out at a high velocity was considered. Calculations showed that in this process, conditions are created under which the relaxation of the ion plasma component is delayed compared to the macroscopic compression dynamics. Therefore, the description of the Z-pinch at their maximum compression stage has to account for the ion kinetics. This approach can explain the mechanism of the ion acceleration to high energies as well as the high intensity of the neutron radiation at the final stage of the neck compression.

**Keywords:** Z-pinch, gasdynamic model, ion spectrum, collisional relaxation

УДК 533.9

## УСИЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ СЛОЕМ ФОТОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ ИНЕРТНОГО ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 2024 г. Т. В. Мамонтова<sup>а</sup>, С. А. Урюпин<sup>а, \*</sup><sup>а</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

\*e-mail: uryupin@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.

После доработки 18.11.2024 г.

Принята к публикации 19.11.2024 г.

Изучено взаимодействие циркулярно поляризованной электромагнитной волны со слоем фотоионизированной плазмы инертного газа, находящегося в магнитном поле. Дан детальный анализ коэффициентов отражения и прохождения волны в условиях, когда частота волны совпадает с циклотронной частотой фотоэлектронов. Выявлена возможность сильного увеличения коэффициентов отражения и прохождения при отрицательных малых по абсолютной величине значениях мнимой части диэлектрической проницаемости фотоионизированной плазмы. Показано, что в слое фотоионизированной плазмы, полученной в процессе быстрой многофотонной ионизации атомов ксенона при атмосферном давлении, существует возможность усиления напряженности поля терагерцового излучения более чем на два порядка.

**Ключевые слова:** фотоионизированная плазма, магнитное поле, терагерцовое излучение

**DOI:** 10.31857/S0367292124120098 **EDN:** EEMBAE

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Поиск новых возможностей усиления терагерцового (ТГц) излучения по-прежнему остается актуальным направлением исследований в физике плазмы (см., например, [1–5]). В последнее время значительное внимание уделяется изучению генерации ТГц-импульсов при воздействии на плазму интенсивного лазерного излучения [6–8]. Ряд работ посвящен генерации ТГц-излучения при ионизации атомов в поле лазерного излучения умеренной интенсивности (см., например, [9–12]). При небольших плотностях потоков электромагнитного излучения, перспективным объектом для реализации усиления ТГц-излучения является фотоионизированная плазма, в которой распределение электронов по скоростям может сильно отличаться от равновесного максвелловского (см., например, [13–18]). Неравновесность распределения фотоэлектронов и наличие эффекта Рамзауэра–Таундсена [19, 20] позволили выявить возможность усиления ТГц-излучения в фотоионизированной плазме, образованной при

туннельной [21, 22] и многофотонной [23–27] ионизации атомов инертного газа. В частности, в [23] описано усиление ТГц-импульса, распространяющегося по каналу фотоионизированной плазмы вслед за лазерным импульсом, ионизирующим атомы инертного газа при поглощении нескольких фотонов. Аналогичный режим усиления описан в [26, 27], когда лазерный и ТГц-импульсы распространяются вдоль магнитного поля. Усиление прошедшего и отраженного ТГц-импульсов слоем фотоионизированной плазмы, образованной в режиме туннельной ионизации атомов инертного газа, исследовано в работе [22].

В дополнение к описанным ранее условиям усиления ТГц-излучения в настоящем сообщении рассмотрено взаимодействие ТГц-излучения со слоем фотоионизированной плазмы, образованной при многофотонной ионизации инертного газа и находящейся в магнитном поле, ортогональном поверхности слоя. Получены общие выражения для коэффициентов отражения  $R$  и прохождения  $T$ . В условиях циклотронного резонанса дан анализ выражений для  $R$  и  $T$  при различных

соотношениях между плазменной, циклотронной и эффективной частотой столкновений электронов с нейтральными атомами. Наибольшие значения  $R$  и  $T$  реализуются при отрицательных малых по абсолютной величине значениях  $\epsilon''$  — мнимой части диэлектрической проницаемости фотоионизированной плазмы. Установлено, что при таких  $\epsilon''$  максимумы  $R$  и  $T$  реализуются при толщинах слоя кратных нечетному числу половолн, воздействующего излучения. Численные расчеты  $R$  и  $T$ , выполненные для слоя фотоионизированной плазмы, образованной при воздействии ионизирующего излучения с длиной волны 0.43 мкм на Хе при атмосферном давлении, показали возможность увеличения отраженного и прошедшего излучения более, чем на два порядка.

## 2. ВОЗДЕЙСТВИЕ ВОЛНЫ НА СЛОЙ ФОТОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ

Рассмотрим слой слабоионизированной плазмы, образованной в результате многофотонной ионизации атомов инертного газа. Режим многофотонной ионизации реализуется при интенсивности ионизирующего излучения  $\sim 10^{12} - 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. При воздействии фемтосекундного импульса лазерного излучения такой интенсивности на инертный газ при атмосферном давлении степень ионизации газа относительно мала, а эффективная частота столкновений фотоэлектронов в основном определяется их рассеянием на нейтральных атомах. При этом по истечении времени

свободного пробега фотоэлектронов, образовавшееся при ионизации атомов распределение фотоэлектронов можно аппроксимировать изотропной дельтаобразной функцией вида  $f_0(v) = n(4\pi v_0^2)^{-1} \delta(v - v_0)$ , где  $n$  — плотность фотоэлектронов,  $v_0$  — приобретенная в процессе ионизации скорость фотоэлектронов [24, 28]. Скорость  $v_0$  отвечает энергии фотоэлектронов после поглощения минимального числа фотонов ионизирующего излучения необходимого для преодоления порога ионизации. Дельтаобразное распределение фотоэлектронов по скоростям сохраняет свой вид до момента времени релаксации к максвелловскому распределению из-за столкновений фотоэлектронов между собой или неупругих столкновений фотоэлектронов с нейтральными атомами.

Изучим воздействие циркулярно поляризованной электромагнитной волны на слой фотоионизированной плазмы, имеющей указанное выше распределение фотоэлектронов. Примем, что постоянное магнитное поле ортогонально поверхности слоя плазмы, а волна распространяется вдоль магнитного поля  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  (рис. 1). Электрическое поле падающей на слой электромагнитной волны представим в виде

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = (E_0 / \sqrt{8})(1, i, 0) \exp[-i\omega(t - z/c)] + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где  $\omega$  — частота волны,  $c$  — скорость света. Проникающее в плазму поле небольшой напряженности вида  $(1/2)\mathbf{E} \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$ , где  $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$  —

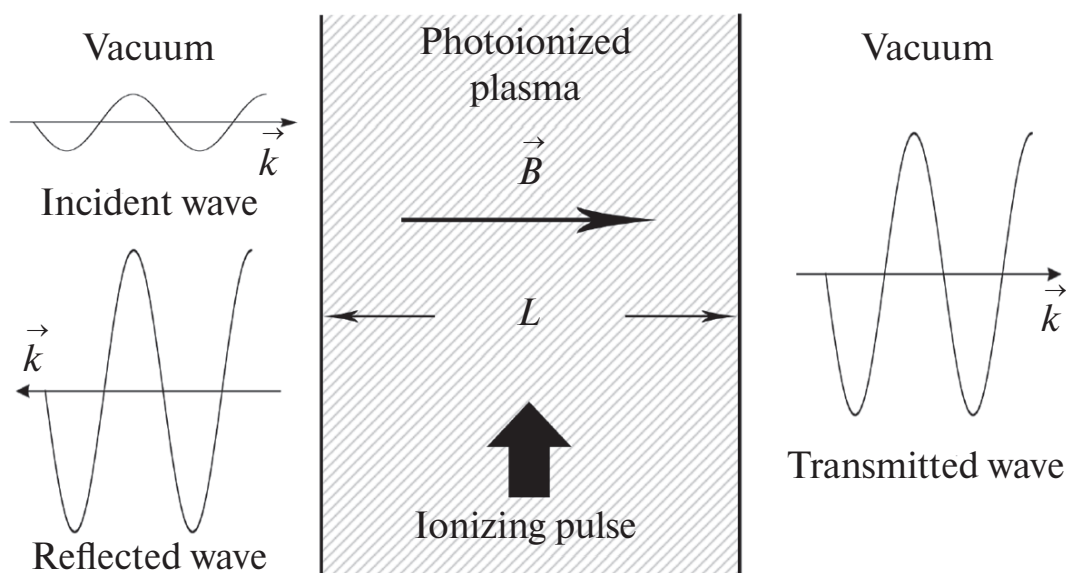


Рис. 1. Взаимодействие электромагнитной волны со слоем фотоионизированной плазмы.



напряженность электрического поля в слое плазмы, порождает малые отклонения функции распределения фотоэлектронов  $(1/2)\delta f \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$  от исходной функции распределения  $f_0(v)$ . Для нахождения малой поправки  $\delta f$  воспользуемся кинетическим уравнением вида

$$-i(\omega + iv(v))\delta f + \Omega \frac{\partial \delta f}{\partial \phi} = -\frac{e}{m} \mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}. \quad (2)$$

Здесь  $\phi$  – азимутальный угол,  $\Omega = -eB/mc$  – циклотронная частота,  $\Omega > 0$ ,  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона,  $v(v) = N\sigma_{tr}(v)v$  – частота упругих столкновений фотоэлектронов с атомами инертного газа,  $N$  – концентрация нейтральных атомов,  $\sigma_{tr}(v)$  – транспортное сечение рассеяния. Уравнение (2) записано в предположении, что изменением  $\delta f$  в пространстве можно пренебречь. Используя условие периодичности поправки к функции распределения  $\delta f(\phi) = \delta f(\phi + 2\pi)$ , представим решение уравнения (2) в виде

$$\delta f = \frac{-e}{m\Omega} \int_{-\infty}^{\phi} d\phi' \left( \mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} \right)_{\phi'} \times \exp \left[ -\frac{i}{\Omega} (\omega + iv(v))(\phi' - \phi) \right]. \quad (3)$$

Поправка к функции распределения позволяет найти плотность тока  $(1/2)\mathbf{j} \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$  При рассмотрении воздействия циркулярно поляризованной волны удобно воспользоваться уравнением для функции  $E_p = (1/\sqrt{2})(E_x - iE_y)$ . Вид уравнения для такой функции зависит от вида плотности тока  $j_p = (1/\sqrt{2})(j_x - ij_y)$ , где  $\beta$  – компонента плотности тока равна  $j_\beta = e \int d\mathbf{v} v_\beta \delta f = \sigma_{\beta\gamma} E_\gamma$ . При этом для компонент тензора проводимости имеют место соотношения  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ . С учетом этих соотношений имеем  $j_p = \sigma E_p = (\sigma_{xx} + i\sigma_{xy}) E_p$ . Далее, используя выражение (3) для поправки к функции распределения, находим проводимость

$$\sigma = \frac{i}{4\pi} \frac{\omega_L^2}{\omega - \Omega + iv_0} \left[ 1 - i \frac{\alpha}{3} \frac{v_0}{\omega - \Omega + iv_0} \right], \quad (4)$$

где  $\omega_L = \sqrt{4\pi n e^2 / m}$  – плазменная частота электронов,  $v_0 \equiv v(v_0)$ ,  $\alpha = \partial \ln v / \partial \ln v_0$  – величина, определяемая средней энергией фотоэлектронов и видом зависимости транспортного сечения рассеяния от энергии. Сечение упругого рассеяния электронов  $\sigma_{tr}(v)$  на атомах инертных газов имеет минимум в области энергий

меньших 1 эВ [19, 20], а в области больших энергий имеет положительную производную. Поскольку после процесса многофотонной ионизации средняя энергия фотоэлектронов обычно больше эВ, то в плазме, образованной при многофотонной ионизации инертных газов, параметр  $\alpha$  принимает положительные значения. Зная плотность тока, из уравнений Максвелла можно записать уравнение для определения напряженности электрического поля в слое. Такое уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 E_p}{dz^2} + k^2 \epsilon E_p = 0, \quad (5)$$

где  $k = \omega/c$  и  $\epsilon = 1 + 4\pi i\sigma/\omega$  – диэлектрическая проницаемость.

Решение уравнения (5) в слое фотоионизированной плазмы  $0 < z < L$  представим в виде

$$E_p = E_1 \exp[ik\sqrt{\epsilon}(z-L)] + E_2 \exp[-ik\sqrt{\epsilon}(z-L)]. \quad (6)$$

В области  $z < 0$  электрическое поле равно сумме полей падающей и отраженной волн, т. е.

$$E_p = E_0 \exp(ikz) + RE_0 \exp(-ikz), \quad (7)$$

где  $R$  – коэффициент отражения. В свою очередь, в области  $z > L$  вид  $E_p(z)$  отвечает полю прошедшей волны

$$E_p = TE_0 \exp[ik(z-L)], \quad (8)$$

где  $T$  – коэффициент прохождения. Учитывая связь магнитного и электрического полей

$$B_p = (1/\sqrt{2})(B_x - iB_y) = (-c/\omega) dE_p/dz$$

и равенство тангенциальных компонент полей на границах слоя  $z = 0$  и  $z = L$ , для  $E_1$  и  $E_2$  имеем

$$E_1 = E_0 D(\sqrt{\epsilon} + 1), E_2 = E_0 D(\sqrt{\epsilon} - 1), \quad (9)$$

где использовано обозначение

$$D = \left[ 2\sqrt{\epsilon} \cos(k\sqrt{\epsilon}L) - i(\epsilon + 1) \sin(k\sqrt{\epsilon}L) \right]^{-1}. \quad (10)$$

При этом коэффициенты отражения и прохождения имеют вид

$$R = i(\epsilon - 1) D \sin(k\sqrt{\epsilon}L), \quad (11)$$

$$T = 2D\sqrt{\epsilon}. \quad (12)$$

## 3. АНАЛИЗ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОПУСКАНИЯ

Влияние магнитного поля на взаимодействие монохроматической волны со слоем фотоионизованной плазмы наиболее ярко проявляется в условиях, когда частота волны совпадает с циклотронной частотой электронов  $\omega = \Omega$ . В этом случае диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\epsilon = 1 + i \frac{\omega_L^2}{v\Omega} \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) \equiv 1 + i\epsilon'' \quad (13)$$

Выражение (13) позволяет проанализировать коэффициенты  $R$  (11) и  $T$  (12) в пределе малых и больших  $|\epsilon''|$ . Сначала рассмотрим случай, когда  $|\epsilon''| \ll 1$ . С точностью до кубических по  $|\epsilon''|$  членов разложения приближенно имеем

$$\begin{aligned} kL\sqrt{1+i\epsilon''} &\simeq \\ \simeq \frac{\Omega}{c} L \left(1 + i\frac{\epsilon''}{2} + \frac{1}{8}\epsilon''^2 - \frac{i}{16}\epsilon''^3\right) &\equiv \quad (14) \\ \equiv \mathcal{L}' + i\mathcal{L}'', \end{aligned}$$

$$\frac{1+\epsilon}{2\sqrt{\epsilon}} \simeq 1 - \frac{1}{8}\epsilon''^2 - \frac{i}{8}\epsilon''^3. \quad (15)$$

Учитывая соотношения (14), (15), для коэффициентов  $R$  (11) и  $T$  (12) находим

$$R \simeq \frac{i}{2}\epsilon'' T \sinh(i\mathcal{L}' - \mathcal{L}''), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} T \simeq e^{i\mathcal{L}' - \mathcal{L}''} \left[ 1 - \frac{1}{8}\epsilon''^2 + \frac{\epsilon''^2}{16} e^{-2\mathcal{L}'' + 2i\mathcal{L}'} + \right. \\ \left. + \frac{i}{16}\epsilon''^3 (e^{2i\mathcal{L}' - 2\mathcal{L}''} - 1) \right]^{-1}. \quad (17) \end{aligned}$$

Если  $\epsilon'' > 0$ , то  $\mathcal{L}'' > 0$  и вместо (16), (17) имеем более простые выражения:

$$R \simeq -\frac{i}{4}\epsilon'' (1 - e^{-2\mathcal{L}'' + 2i\mathcal{L}'}), \quad T \simeq e^{i\mathcal{L}' - \mathcal{L}''}, \quad (18)$$

из которых видно, что  $|T|$  меньше единицы, а  $|R|$  много меньше единицы. Заметная часть энергии электромагнитной волны поглощается в слое. При этом для коэффициента поглощения имеем

$$A = 1 - |R|^2 - |T|^2 \approx 1 - e^{-2\mathcal{L}''}. \quad (19)$$

Более интересен случай, когда  $\epsilon'' < 0$  и  $\mathcal{L}'' < 0$ . В этом случае возможно значительное усиление прошедшего и отраженного излучения. Последнее просто усмотреть из вида  $R$  и  $T$  при толщине слоя

$$2\frac{\Omega}{c}L \simeq 2\mathcal{L}' = \pi(2n+1), \quad n = 0, 1, \dots \quad (20)$$

Для таких значений толщины слоя  $|R|$  и  $|T|$  имеют вид

$$|R| \simeq \frac{|\epsilon''|}{2} |T| \cosh \mathcal{L}'', \quad (21)$$

$$\begin{aligned} |T| \simeq e^{|\mathcal{L}''|} \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{8}\epsilon''^2 - \frac{\epsilon''^2}{16} e^{2|\mathcal{L}''|} \right]^2 + \right. \\ \left. + \frac{\epsilon''^6}{16} (e^{2|\mathcal{L}''|} + 1)^2 \right\}^{-1/2}. \quad (22) \end{aligned}$$

Соотношение (20) определяет дискретный набор толщин  $L_n$ , либо циклотронных частот  $\Omega_n$ , при которых реализуются локальные максимумы  $|R|$  и  $|T|$ . При этом значение  $L_n$  или  $\Omega_n$ , при котором  $|R|$  и  $|T|$  максимальны, находится из соотношения  $|\mathcal{L}''| \simeq \ln(4|\epsilon''|^{-1})$ . При выполнении условия  $|\mathcal{L}''| \simeq \ln(4|\epsilon''|^{-1})$  из (21) и (22) приближенно имеем  $|R| \simeq |T| \simeq |\epsilon''|^{-2}$ . Поскольку  $|R|$  и  $|T|$  при толщинах слоя, удовлетворяющих условиям (20), могут принимать значения много большие единицы, то коэффициент поглощения отрицателен. То есть реализуются условия для усиления электромагнитной волны, когда энергия неравновесного распределения фотоэлектронов передается волне.

Второй случай, когда  $|\epsilon''| \gg 1$  не столь интересен. Примем, что  $-\epsilon'' \gg 1$ . Тогда, из (11), (12) приближенно имеем

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{i\epsilon''} (\cos \mathcal{L} \sinh \mathcal{L} + i \sin \mathcal{L} \cosh \mathcal{L}) T, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} T = \left[ \cos \mathcal{L} \cosh \mathcal{L} + i \sin \mathcal{L} \sinh \mathcal{L} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}\sqrt{i\epsilon''} (\cos \mathcal{L} \sinh \mathcal{L} + i \sin \mathcal{L} \cosh \mathcal{L}) \right]^{-1}, \quad (24) \end{aligned}$$

где  $\mathcal{L} = kL\sqrt{-\epsilon''} / \sqrt{2}$  и  $\sqrt{i\epsilon''} = (1-i)\sqrt{-\epsilon''} / \sqrt{2}$ . Если толщина слоя удовлетворяет условию  $\mathcal{L} = \pi n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , то максимум  $|T|$  достигается при

$$\coth \mathcal{L} = \sqrt{-\epsilon''} / \sqrt{8} \gg 1, \quad (25)$$

а величина  $|T|$  относительно мала

$$|T| \approx \cosh^{-1} \mathcal{L} < 1. \quad (26)$$

Также при  $\mathcal{L} = \pi n$ ,  $n = 0, 1, \dots$  и выполнении условия (25) для  $|R|$  имеем  $|R| = \sqrt{2}$ .

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОПУСКАНИЯ

Приведем результаты численных расчетов коэффициентов отражения и прохождения при взаимодействии пробного ТГц-излучения со слоем фотоионизированной плазмы.

Примем, что фотоионизированная плазма образована при воздействии фемтосекундного лазерного импульса с несущей частотой  $\omega_0 = 4.7 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$  на ксенон при атмосферном давлении, когда концентрация атомов Хе составляет  $N = 2.5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . В этих условиях энергия фотоэлектронов  $\epsilon = 2.87 \text{ эВ}$ , их скорость  $v_0 = 10^8 \text{ см/с}$ , транспортное сечение рассеяния электронов на атомах Хе  $\sigma_{tr}(v_0) = 1.5 \times 10^{-15} \text{ см}^2$  и параметр  $\alpha = 4.47$ . Степень ионизации газа  $\beta$  зависит от плотности потока энергии ионизирующего излучения и длительности лазерного импульса.

Далее считаем  $\beta = 10^{-4}$  и для концентрации фотоэлектронов имеем  $n = 2.5 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . При этом плазменная частота электронов  $\omega_L = 2.8 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , частота их упругих столкновений с атомами Хе  $\nu = N\sigma_{tr}(v_0)v_0 = 3.8 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , а частота электрон-электронных столкновений  $\nu_{ee} = 4\pi n e^4 \Lambda / m^2 v_0^3 = 1.3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , где  $\Lambda = \ln(2\pi n v_0^3 / \omega_L^3) \approx 6.6$  — кулоновский логарифм. Образовавшееся после фотоионизации распределение фотоэлектронов по скоростям становится изотропным по истечении времени  $\sim 1/\nu = 0.26 \text{ пс}$ . Изотропная функция распределения по энергии близка к дельта-образной на временах меньших обратной

частоты электрон-электронных столкновений  $\sim 1/\nu_{ee} = 76 \text{ пс}$ .

Нас интересуют условия, в которых пробное терагерцовое излучение воздействует на фотоионизированную плазму во временном интервале  $0.26 \text{ эВ} < t < 76 \text{ эВ}$ . Частоту излучения считаем равной циклотронной частоте  $\omega = \Omega$ . Сначала обсудим случай, когда  $\omega = \Omega = 3\omega_L = 8.4 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , т. е. 1.3 ТГц. Такое соотношение частот имеет место при напряженности магнитного поля  $B = 48 \text{ Тл}$ . В этом случае  $\epsilon'' = -0.12$ . На рис. 2 приведено изменение модуля коэффициента отражения  $|R|$  в зависимости от толщины слоя  $L$  измеряемой в единицах  $c/\omega_L = 1.07 \times 10^{-2} \text{ см} = 107 \text{ мкм}$ . Сплошная кривая отвечает коэффициенту рассчитанному по формуле (11), а штрихованная кривая отвечает приближенному выражению (16). Точками обозначены положения максимумов, полученные из (20) и (21). В диапазоне толщин слоя  $15 < L\omega_L/c < 25$  имеет место существенное увеличение коэффициента отражения, а в точке, отвечающей наибольшему значению модуля коэффициента отражения,  $|R| \approx 500$ . При дальнейшем увеличении толщины слоя коэффициент отражения практически не изменяется. Отметим, что в приведенной области толщин приближенное решение близко к точному, а формулы (20) и (21) неплохо описывают положение максимумов коэффициента отражения.

На рис. 3 приведен модуль коэффициента прохождения  $|T|$  в зависимости от толщины слоя  $L$ , также на частоте  $\omega = \Omega = 3\omega_L$ . Сплошная кри-

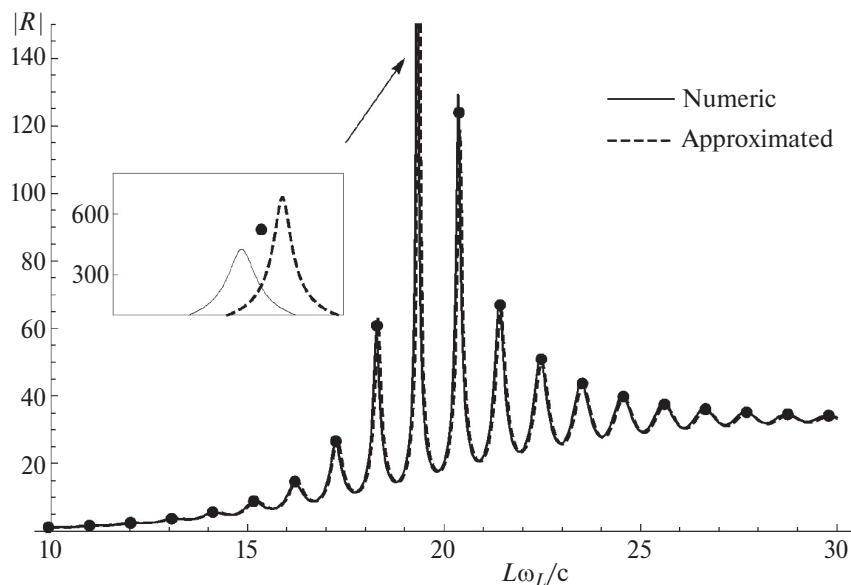


Рис. 2. Зависимость абсолютной величины коэффициента отражения от толщины слоя при  $\epsilon'' = -0.12$ .

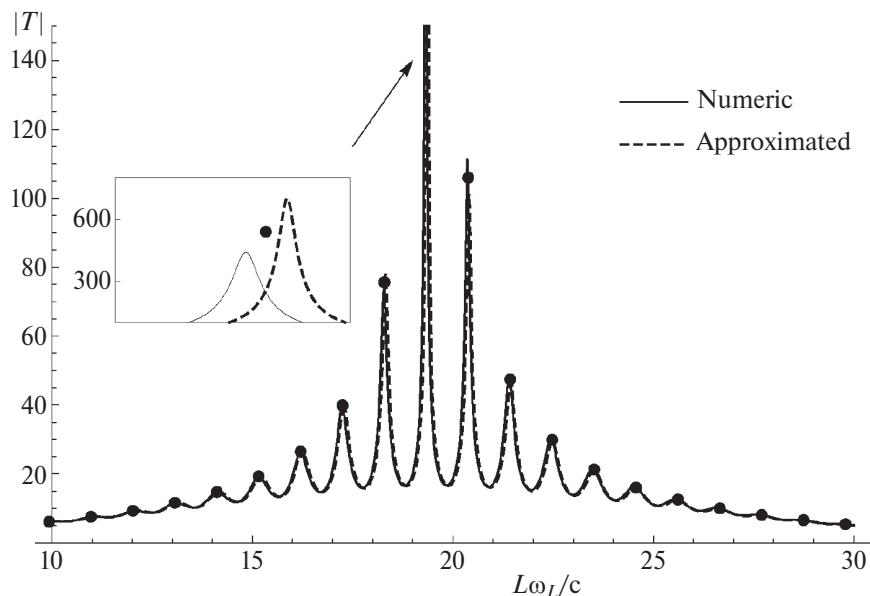


Рис. 3. Зависимость абсолютной величины коэффициента прохождения от ширины слоя при  $\epsilon'' = -0.12$ .

вая отвечает формуле (12), а штрихованная кривая — приближенной формуле (17). Точками обозначены положения максимумов, полученные из (20) и (22). Увеличение коэффициента прохождения наблюдается в том же диапазоне толщин слоя, что и для коэффициента отражения. Значения толщин слоя, при которых реализуются максимальные значения коэффициентов  $|T|$  и  $|R|$  совпадают. Дальнейшее увеличение толщины слоя приводит к уменьшению коэффициента прохождения до нуля. Так же как и для  $|R|$ , во всей области рассмотренных толщин приближенное выражение для  $|T|$  слабо отличается от точного, а формулы (20) и (22) хорошо описывают положение максимумов  $|T|$ .

Рассмотрим еще один пример, когда фотоионизованная плазма образована при воздействии лазерного импульса с несущей частотой  $\omega_0 = 1.8 \times 10^{15} \text{ с}^{-1}$  также на ксенон при атмосферном давлении. При этом энергия фотоэлектронов, образованных при 11-фотонной ионизации атомов Хе, составляет  $\epsilon = 0.72 \text{ эВ}$ , их скорость  $v_0 = 5 \times 10^7 \text{ см/с}$ , транспортное сечение рассеяния  $\sigma_{tr}(v_0) = 4 \times 10^{-15} \text{ см}^2$  и параметр  $\alpha = 6.77$ . Степень ионизации, как и выше, положим равной  $\beta = 10^{-4}$ , когда  $n = 2.5 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $\omega_L = 2.8 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ . В этих условиях частота упругих столкновений  $\nu = N\sigma_{tr}(v_0)v_0 = 5 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , а частота электрон-электронных столкновений  $\nu_{ee} = 0.9 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Изотропная функция распределения по энергии близка к дельта-образной на временах больших

$\sim 1/\nu = 0.2 \text{ пс}$ , но меньших  $\sim 1/\nu_{ee} = 108 \text{ пс}$ . В этом временном интервале пробное излучение воздействует на фотоионизованную плазму в магнитном поле  $B = 5.3 \text{ Тл}$ . Частота излучения  $\omega = \Omega = 0.35\omega_L = 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , т. е.  $0.15 \text{ ТГц}$ . В этом случае  $\epsilon'' = -2$ . При таких параметрах плазмы и излучения зависимость  $|R|$  от толщины слоя  $L$  представлена на рис. 4. Согласно рис. 4 коэффициент отражения имеет два слабо выраженных максимума, а значения абсолютной величины коэффициента отражения существенно меньше, чем в случае  $|\epsilon''| \ll 1$ . Видно, что приближенное выражение (23) пригодно лишь для грубой оценки коэффициента отражения.

Зависимость  $|T|$  от толщины слоя  $L$  при  $\epsilon'' = -2$  представлена на рис. 5. Коэффициент прохождения имеет один максимум, максимальное значение  $|T|$  существенно меньше, чем в случае  $|\epsilon''| \ll 1$ . Полученные численно значения  $|T|$  в несколько раз превышают значения, полученные из приближенного выражения (24).

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выше максимальные значения коэффициентов отражения и прохождения указывают на возможность значительного усиления ТГц излучения в слое замагниченной фотоионизованной плазмы. Вместе с тем реализовать столь большое усиление может быть не просто. Одной из причин понижения коэффициентов усиления может быть размытие границ слоя. Для приведен-



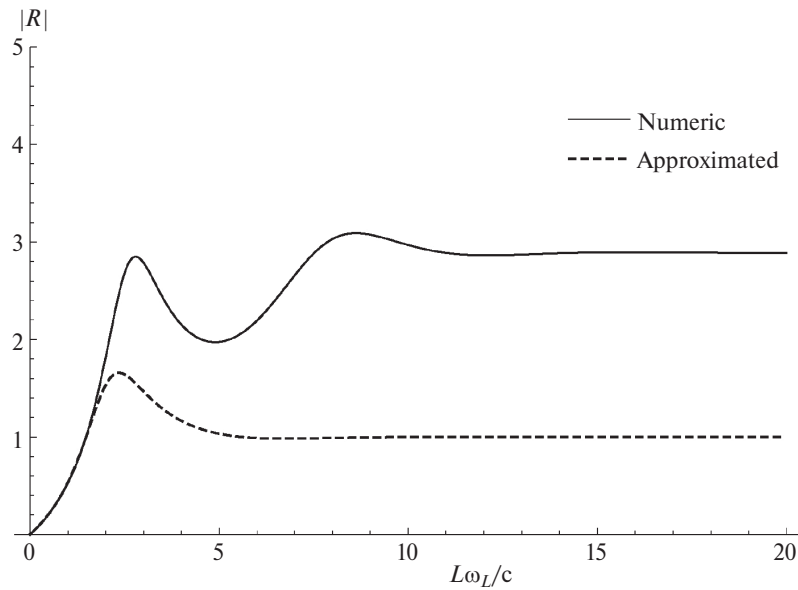


Рис. 4. Зависимость абсолютной величины коэффициента отражения от толщины слоя при  $\epsilon'' = -2$ .

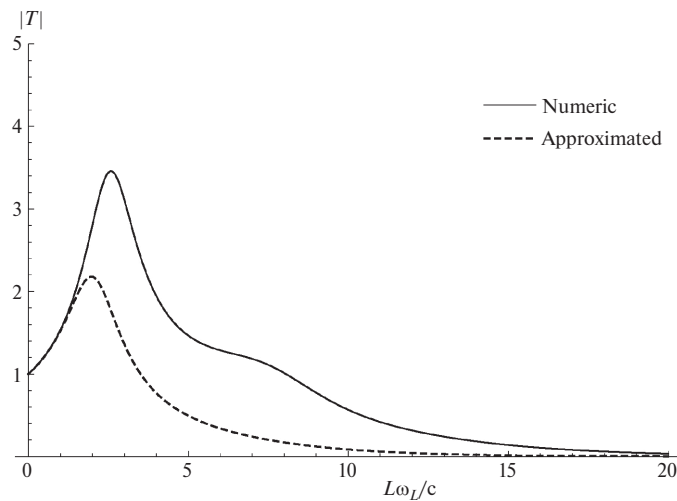


Рис. 5. Зависимость абсолютной величины коэффициента прохождения от толщины слоя при  $\epsilon'' = -2$ .

ных выше условий оптимальная толщина слоя  $\sim 0.2$  см. В реальных условиях граница плазменного слоя размыта в основном из-за не резкой фокусировки ионизирующего излучения. Если из-за размытия границы неточность задания толщины слоя составляет  $\Delta L \sim 4$  мкм, то отношение  $\Delta L / L = 2 \times 10^{-3}$ . Вследствие размытия границы условие (20) выполнено лишь приближенно. Отклонение толщины слоя от оптимального значения на 4 мкм, как видно из рисунков и численных расчетов, сопровождается уменьшением максимальных значений  $|R|$  и  $|T|$  примерно в 3 раза. Другая причина — разброс распределения фотоэлектронов по скоростям на величину  $\Delta v$ .

Например, в плазме, образованной при многофотонной ионизации ксенона, когда средняя энергия фотоэлектронов составляет  $\epsilon = 2.87$  эВ, отношение  $(\Delta v / v_0)^2 \approx 0.1$  [23].

Из-за уширения функции распределения изменяется эффективная частота столкновений, которая определяет  $\epsilon''$  (13) и  $\mathcal{L}'$  (14). Относительное изменение  $\epsilon''$  можно оценить как  $\Delta \epsilon'' / \epsilon'' \sim \Delta v / v_0$ . При этом относительное изменение оптимального значения  $\mathcal{L}'$  составляет  $\Delta \mathcal{L}' / \mathcal{L}' \sim (1/4)(\epsilon'')^2 (\Delta v / v_0)$ . Тогда при  $\epsilon'' = 0.12$ ,  $\Delta \mathcal{L}' / \mathcal{L}' \approx 1.1 \times 10^{-3}$  и уменьшение максимальных значений  $|R|$  и  $|T|$  сравнимо с уменьшением из-за размытия границ слоя.

Отметим еще одну особенность усиления излучения в условиях циклотронного резонанса. Для реализации усиления излучения с частотой около 1 ТГц напряженность магнитного поля должна составлять 50 Тл. Изменяя напряженность магнитного поля можно, как понижать, так и повышать частоту усиливаемого излучения. При этом нижняя граница диапазона усиливаемых частот определяется обратным временем существования неравновесного распределения фотоэлектронов. Для приведенных выше условий такая частота попадает в СВЧ-диапазон. Верхняя граница частот в магнитном поле напряженностью 1000 Т близка к границе дальнего инфракрасного диапазона. Есть ограничение и на величину напряженности усиленного поля. Выше считалось, что возмущения функции распределения фотоэлектронов малы. Это означает, что амплитуда скорости осцилляций электронов в усиливаемом поле должна быть малой по сравнению с характерной скоростью фотоэлектронов. Например, при энергии электронов  $\sim 1$  эВ и частоте излучения  $\sim 1$  ТГц плотность потока энергии усиленного излучения не превышает  $3 \times 10^7$  Вт/см<sup>-2</sup>.

Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” № 24-1-4-3-1.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Xie X., Xu J., Dai J., Zhang X.-C. // Appl. Phys. Lett. 2007. V. 90. P. 141104.
2. Sorenson S.A., Moss C.D., Kauwe S.K., Bagley J.D., Johnson J.A. // Appl. Phys. Lett. 2019. V. 114. P. 011106.
3. Xiao H., Wang S., Peng Y., Mittleman D.M., Zhao J., Jin Z., Zhu Y., Zhuang S. // Phys. Rev. A. 2021. V. 104. P. 013517.
4. Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M., Smetanin I.V. // Plasma Phys. Rep. 2016. V. 42. P. 113.
5. Frolov A.A. // Plasma Phys. Rep. 2016. V. 42. P. 1111.
6. Tulskey V.A., Bagheri M., Saalman U., Popruzhenko S.V. // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. P. 053415.
7. Tailliez C., Davoine X., Debayle A., Gremillet L., Bergé L. // Phys. Rev. Lett. 2022. V. 128. P. 174802.
8. Frolov A.A. // Plasma Phys. Rep. 2019. V. 45. P. 582.
9. Gildenburg V.B., Vvedenskii N.V. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. P. 245002.
10. Kostin V.A., Laryushin I.D., Silaev A.A., Vvedenskii N.V. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. P. 035003.
11. Silaev A.A., Romanov A.A., Vvedenskii N.V. // Optical Lett. 2020. V. 45. P. 4527.
12. Gao M., Xu X., Lou J., Wang R., Zhang Z., Wen Z., Chang C., Huang Y. // Phys. Rev. Res. 2023. V. 5. P. 023091.
13. Agostini P., Fabre F., Mainfray G., Petite G., Rahman N.K. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. P. 1127.
14. Delone N.B., Krainov V.P. Multiphoton processes in atoms. Berlin: Springer-Verlag, 1994.
15. Marchenko T., Muller H.G., Schafer K.J., Vrakking M.J.J. // J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Phys. 2010. V. 43. P. 185001.
16. Korneev P.A., Popruzhenko S.V., Goreslavski S.P., Yan T.-M., Bauer D., Becker W., M. Kübel, Kling M.F., Rodel C., Wunsche M., Paulus G.G. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 223601.
17. Sharma A., Slipchenko M.N., Shneider M.N., Wang X., Rahman K.A., Shashurin A. // Sci. Reps. 2018. V. 8. P. 2874.
18. Zhang L., Miao Z., Zheng W., Zhong X., Wu C. // Chemical Phys. 2019. V. 523. P. 52.
19. Townsend J., Bailey V. // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1921. V. 42. P. 873.
20. Ramsauer C. // Annalen der Physik. 1921. V. 369. P. 513.
21. Vagin K.Y., Uryupin S.A. // JETP. 2010. V. 111. P. 670.
22. Vagin K.Y., Uryupin S.A. // Plasma Phys. Rep. 2013. V. 39. P. 674.
23. Bogatskaya A.V., Popov A.M. // JETP Lett. 2013. V. 97. P. 388.
24. Vagin K.Y., Mamontova T.V., Uryupin S.A. // Phys. Rev. E. 2021. V. 104. P. 045203.
25. Vagin K.Y., Mamontova T.V., Uryupin S.A. // JETP. 2022. V. 135. P. 789.
26. Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M. // J. Opt. Soc. Am. B. 2022. V. 39. P. 299.
27. Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M. // Plasma Sources Science and Technology. 2022. V. 31. P. 095009.
28. Vagin K.Y., Mamontova T.V., Uryupin S.A. // Phys. Rev. A. 2020. V. 102. P. 023105.

## RADIATION AMPLIFICATION BY PHOTOIONIZED INERT GAS PLASMA LAYER IN A MAGNETIC FIELD

**T. V. Mamontova<sup>a</sup> and S. A. Uryupin<sup>a, \*</sup>**

*<sup>a</sup>Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Science, Moscow, 119334 Russia*

*\*e-mail: uryupin@sci.lebedev.ru*

The interaction of a circularly polarized electromagnetic wave with a layer of photoionized inert gas plasma in the magnetic field has been studied. A detailed analysis of the reflection and transmission coefficients of the wave under conditions where the wave frequency is the same as the photoelectron cyclotron frequency is given. The possibility of a strong increase in the reflection and transmission coefficients, when negative small absolute values of the imaginary part of the photoionized plasma dielectric permittivity are released, has been revealed. It is shown that in the photoionized plasma layer obtained in the process of fast multiphoton ionization of xenon atoms at atmospheric pressure, there is a possibility of increasing the field strength of terahertz radiation by more than two orders of magnitude.

*Keywords:* photoionized plasma, magnetic field, terahertz radiation

УДК 533.924

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОЩНОГО ПОТОКА ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ ГАЗОВОЙ СТРУЕЙ И ВОЛЬФРАМОВОЙ МИШЕНЬЮ

© 2024 г. С. Д. Лиджигорьев<sup>a, b, \*</sup>, Д. А. Бурмистров<sup>a, c</sup>, В. В. Гаврилов<sup>a, \*\*</sup>,  
В. А. Костюшин<sup>a</sup>, И. М. Позняк<sup>a, b</sup>, А. В. Пушина<sup>a, b</sup>, Д. А. Топорков<sup>a, b, \*\*\*</sup>

<sup>a</sup>Государственный научный центр РФ “Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований”,  
Троицк, Москва, Россия

<sup>b</sup>НИУ “Московский физико-технический институт”, Москва, Россия

<sup>c</sup>НИУ “Московский энергетический институт”, Москва, Россия

\*e-mail: sandji@triniti.ru

\*\*e-mail: vvgavril@triniti.ru

\*\*\*e-mail: toporkov@triniti.ru

Поступила в редакцию 24.07.2024 г.

После доработки 12.10.2024 г.

Принята к публикации 26.10.2024 г.

Приведены результаты исследования взаимодействия мощного потока водородной плазмы со сверхзвуковой газовой струей перед вольфрамовой мишенью. Азот или неон, инжектированные перед поверхностью мишени, служат надежным способом защиты от прямого воздействия водородной плазмы на вольфрам. Экспериментально показано, что образующаяся плазма газовой струи является мощным источником коротковолнового линейчатого излучения. Плотность поглощаемой вольфрамовой мишенью энергии  $\approx 25$  Дж/см<sup>2</sup> оказывается вдвое меньше энергии, поглощаемой вольфрамом при импульсном воздействии потока водородной плазмы без газовой струи  $\approx 50$  Дж/см<sup>2</sup>. Максимально достигаемая поверхностью вольфрама температура составляет  $\approx 3700$  К с применением газовой струи и  $\approx 5800$  К — без газовой струи. Наличие газовой струи-завесы перед вольфрамом приводит к локализации испаренного вольфрама вблизи мишени на расстояниях до 1 см от поверхности.

**Ключевые слова:** плазменный ускоритель, водородный плазменный поток, газовая струя, газовая завеса, МР–ВУФ-излучение, вольфрам, экранирование, диссипативный дивертор

**DOI:** 10.31857/S0367292124120106 **EDN:** EEKQWK

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по взаимодействию мощных потоков плазмы с нейтральным газом проводятся в связи с необходимостью решения ряда важных прикладных задач. Среди них можно выделить задачу создания мощного источника линейчатого вакуумного ультрафиолетового (ВУФ) и мягкого рентгеновского (МР) излучения с использованием импульсных плазменных ускорителей [1].

В экспериментах по столкновению водородного плазменного потока со сверхзвуковой газовой струей на установке МК-200 [1] было проде-

монстрировано образование излучающего в ВУФ–МР-диапазоне длин волн слоя плазмы толщиной  $\approx 4$  см,двигающегося по ходу водородного плазменного потока со скоростью  $\approx 3 \times 10^6$  см/с. Из-за столь высокой скорости движения источника излучения в экспериментах с односторонним воздействием плазменного потока на газовую струю уже через  $\approx 4$  мкс объект исследования выходил из поля зрения диагностического оборудования, что не позволяло проводить диагностику в течение всего времени воздействия плазменного потока на газовую струю —



10–15 мкс. Поэтому для проведения измерений на протяжении всей длительности процесса взаимодействия для локализации его области в серии экспериментов была использована вольфрамовая пластина. В дополнение к спектральной диагностике для определения роли вольфрамовой пластины в общем энергобалансе взаимодействия регистрировались динамика температуры фронтальной поверхности вольфрама и количество тепла, поглощаемого вольфрамом. Теперь, благодаря использованию вольфрамовой пластины, проведенные эксперименты можно классифицировать как исследование взаимодействия мощного потока водородной плазмы с газовой завесой и вольфрамовой мишенью. Результаты именно этой серии экспериментов представлены в данной работе.

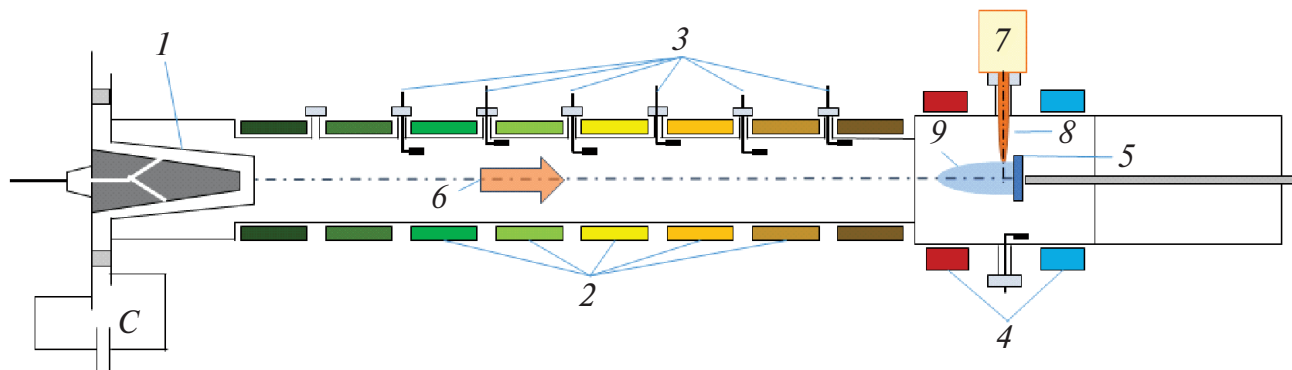
Экспериментальные результаты комплексного взаимодействия плазменного потока, газовой струи и вольфрамовой мишени, возможно, будут полезны для верификации расчетных моделей диссипативного дивертора. Примером плодотворного использования экспериментальных данных, полученных на установке МК-200, может служить успешная проверка расчетно-теоретических моделей паровой экранировки (vapour shielding) вольфрама [2].

Следует также отметить, что использование газовой завесы может позволить регулировать уровень теплового воздействия на материалы в процессе их обработки мощными плазменными потоками для улучшения эксплуатационных характеристик поверхностных слоев и расширит технологические возможности метода за счет облучения материалов мощным излучением, генерируемым при взаимодействии плазменного потока с нейтральным газом.

## 2. УСТАНОВКА МК-200 И ДИАГНОСТИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

Эксперименты проводились на установке МК-200 [3]. В состав установки входят (рис. 1): импульсный плазменный ускоритель и цилиндрическая вакуумная камера с мишенной камерой, в торце которой устанавливалась облучаемая мишень. Источником питания ускорителя является конденсаторная батарея емкостью  $\approx 1$  мФ. Эксперименты проводились при стартовом напряжении на конденсаторной батарее ускорителя 16 кВ. В этих условиях ускоритель генерировал водородный плазменный поток, который двигался в течение 10–15 мкс со скоростью  $(2\text{--}4) \times 10^7$  см  $\times$  с $^{-1}$  в продольном магнитном поле с нарастающей индукцией от 1 Тл вблизи ускорителя до 2 Тл в мишенной камере. Энергия направленного движения протонов при этом составляет 0.8–1.8 кэВ. Температура электронов  $T_e$  для описанных условий находилась в диапазоне 10–20 эВ при плотности  $n_e \approx 2 \times 10^{15}$  см $^{-3}$ , а температура ионов  $T_i \approx 80$  эВ [4]. Полное энергосодержание плазменного потока в проведенных экспериментах составляло  $\approx 50$  кДж, что при диаметре потока 8–10 см соответствовало плотности энергии в потоке 0.8–1 кДж/см $^2$ . С помощью пристеночных магнитных зондов проводились измерения скорости, диаметра и длительности потока.

Газовая завеса перед мишенью формировалась импульсным газовым клапаном с плоским соплом Лавала. Толщина газовой завесы вдоль направления движения плазменного потока составляла  $\approx 5$  см, а ширина вдоль поверхности мишени  $\approx 15$  см. В качестве рабочего газа завесы использовался азот или неон. Плотность молекул газа в завесе можно было изменять, варьируя давление



**Рис. 1.** Схема экспериментов на установке МК-200: 1 – импульсный плазменный ускоритель, 2 – катушки магнитного поля, 3 – магнитные зонды, 4 – катушки Гельмгольца, 5 – вольфрамовая мишень, 6 – плазменный поток, 7 – импульсный газовый клапан, 8 – газовая струя, 9 – мишенная плазма.

в подклапанном объеме. Максимальная плотность составляла  $\approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  при давлении 90 атм. Фронтальная поверхность вольфрама при этом располагалась параллельно центральной плоскости газовой завесы на расстоянии 2 см от нее и перпендикулярно оси водородного плазменного потока.

Для оценки плотности энергии, поглощаемой вольфрамовой мишенью, и анализа ее распределения по поверхности использовался многоканальный термопарный калориметр [5]. Чувствительными датчиками калориметра служили восемь термопар, размещенных на обратной стороне прямоугольной пластины-мишени из вольфрама с размерами 120 мм  $\times$  140 мм и толщиной 8 мм. Размеры калориметра обеспечивали полное перекрытие плазменного потока в поперечном сечении плазмопровода. Распределение по поверхности плотности поглощаемой калориметром энергии  $Q$  определялась по разнице температур на задней поверхности мишени до и после облучения плазмой в точках крепления термопар.

Регистрация спектров излучения примишенной плазмы производилась спектрометром с пропускающей дифракционной решеткой и многокадровой МКП-камерой [6]. Период решетки составлял 500 нм и использование ее совместно с коллиматором, состоящим из двух, отстоящих друг от друга на расстоянии 200 мм, щелей шириной 100 мкм, позволяло регистрировать спектры в диапазоне длин волн 1–60 нм с пространственно-временным разрешением.

Регистрация пространственного распределения излучения примишенной плазмы в спектральном диапазоне длин волн 1–200 нм осуществлялась с использованием системы обскур и МКП-камеры. Камера позволяла получать в каждом пуске четыре последовательных кадра и регистрировать динамику взаимодействия водородного плазменного потока с вольфрамовой мишенью и газовой струей. Регистрация излучения в течение всего процесса взаимодействия проводилась в серии пусков за счет изменения времени начала съемки четырехкадровой МКП-камерой. Экспозиция каждого кадра в экспериментах составляла 40 нс, интервал между кадрами 1 мкс.

Полная энергия излучения из примишенной плазмы измерялась с помощью радиационного фольгового болометра, аналогичного описанному в работе [7]. Приемным элементом излучения плазмы служила платиновая фольга толщиной

9 мкм. Для регистрации излучения с тыльной поверхности фольги использовался фотодиод ФД-9Э111Б. Временное разрешение болометра определялось временем выравнивания температуры по толщине фольги и составляло  $\approx 1.5$  мкс. За секунду до пуска ускорителя фольга разогревалась до температуры 1300 К при подаче импульса электрического тока  $I \approx 20$  А, длительностью 2 с. Спектральный диапазон чувствительности фотодиода охватывает длины волн от 0.4 до 1.8 мкм, что соответствует спектральному диапазону излучения нагретой фольги. Использование болометра совместно с маской  $\varnothing$  5.5 мм непосредственно перед фольгой и квадратной диафрагмой с размерами 16 мм  $\times$  16 мм позволяло регистрировать излучение области, контуры которой представлены на рис. 2.

Исследование динамики температуры поверхности облучаемой мишени в течение всего времени взаимодействия водородного плазменного потока с газовой завесой и вольфрамовой мишенью производилось с помощью трехволнового инфракрасного пирометра. Пирометр состоит (рис. 3) из тонких светоделительных пластин (50%), разделяющих световой пучок  $\varnothing$  1 мм, интерференционных инфракрасных светофильтров с полушириной пропускания  $\Delta\lambda = 10$  нм на длины волн  $\lambda_1 \approx 850$  нм,  $\lambda_2 \approx 1064$  нм,  $\lambda_3 \approx 1550$  нм, фотодиодов ФД-256 ( $\lambda_1$ ) и ФД9Э-111 ( $\lambda_2$ ) и ФД-10ГА ( $\lambda_3$ ), а также усилителей сигналов фотодиодов.

Пирометр регистрировал динамику температуры поверхности вольфрама в геометрическом центре мишени в диапазоне температур до  $\approx 6000$  К с временным разрешением 0.1 мкс. Взаимное расположение водородного плазменного потока, газовой завесы, вольфрамовой мишени и комплекса диагностических средств представлено на рис. 4.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим результаты экспериментов по взаимодействию водородного плазменного потока с газовой струей перед вольфрамовой мишенью. Динамика взаимодействия водородного плазменного потока с азотной газовой струей и мишенью представлена на рис. 5. Двумерные изображения в ВУФ-МР спектральных диапазонах получены с использованием четырехкадровой МКП-камеры. Указанное на кадрах значение является временем в микросекундах после пуска ускорителя, т. е. подачи высокого напряжения на его электроды. Две тем-

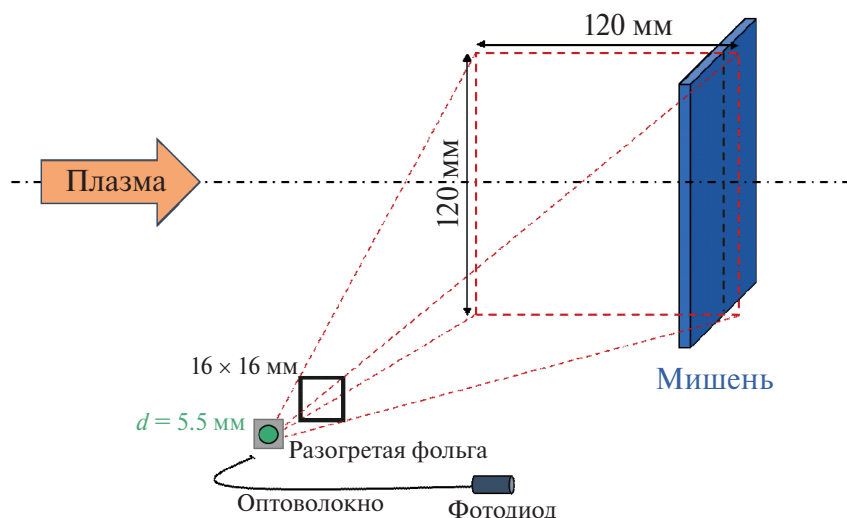


Рис. 2. Схема регистрации излучения плазмы с помощью радиационного фольгового болометра.

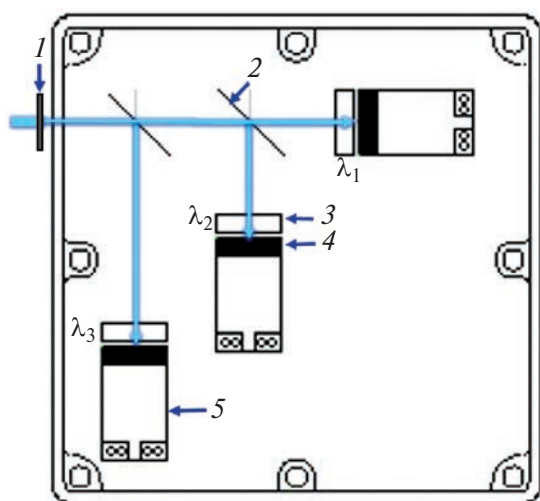


Рис. 3. Схема пирометра: 1 — диафрагма, 2 — светоделительные пластины, 3 — светофильтры, 4 — фотодиоды, 5 — усилители сигналов фотодиодов.

ные линии на кадрах соответствуют: горизонтальная — оси водородного плазменного потока, вертикальная — оси газовой струи. Штриховой белой линией отмечено положение фронтальной поверхности мишени. Расстояние от поверхности вольфрама до вертикальной оси завесы составляет 2 см. Плотность молекулярного азота в завесе  $\approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . На начальных кадрах видно формирование области повышенной светимости толщиной 4–6 см в зоне взаимодействия. Вертикальный профиль излучения обусловлен неоднородностью водородного плазменного потока в поперечном сечении. На первых четырех кадрах наблюдается движение фронта излучения в направлении мишени со скоростью  $\approx 2 \times 10^6 \text{ см/с}$ .

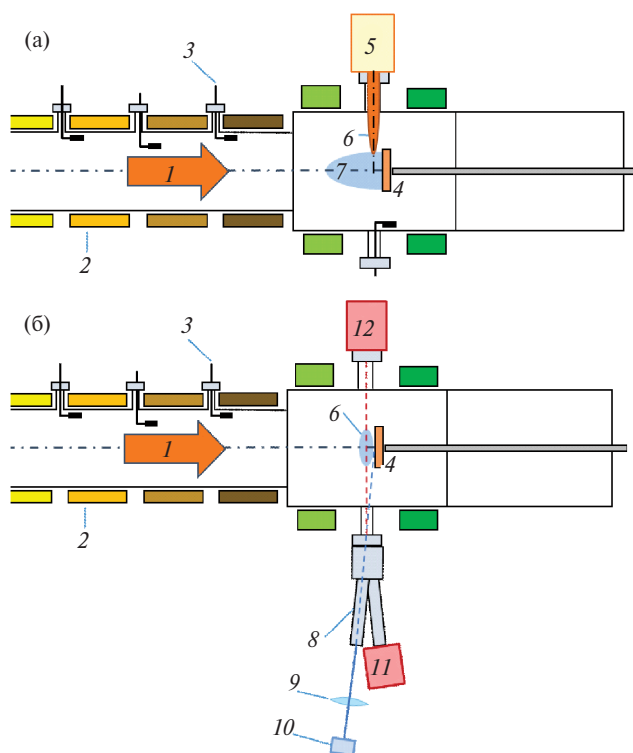


Рис. 4. Схема взаимного расположения плазменного потока, газовой завесы, вольфрамовой мишени и диагностических средств: вид сбоку (а), вид сверху (б): 1 — плазменный поток, 2 — соленоиды, 3 — магнитные зонды, 4 — вольфрамовая мишень, 5 — газовый клапан, 6 — газовая завеса, 7 — мишенная плазма, 8 — система патрубков, 9 — линза, 10 — пирометр, 11 — МКП-камера/спектрограф, 12 — болометр.

Следует отметить, что на первых кадрах отсутствует свечение поверхности вольфрама в ВУФ–МР-диапазоне. Спектральный состав излучения плазмы азотной струи в интервале 18–20 мкс



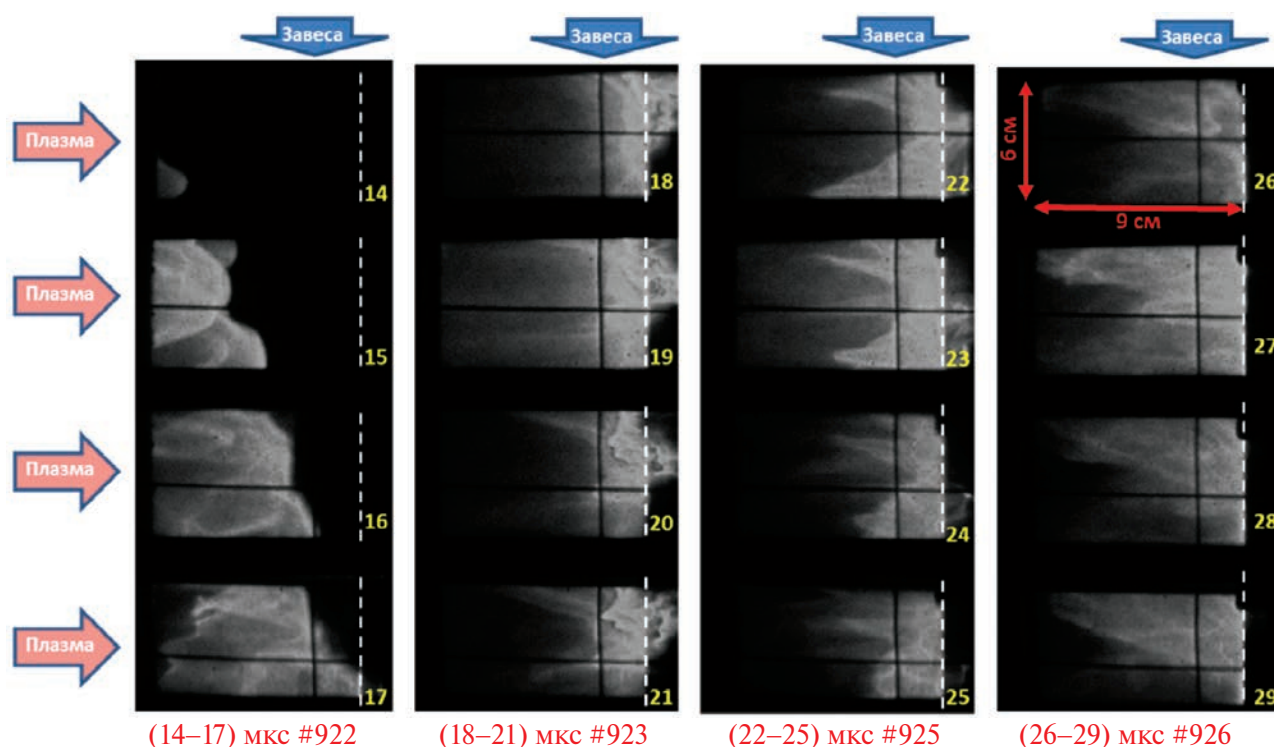


Рис. 5. Динамика взаимодействия водородного плазменного потока с азотной газовой струей и вольфрамовой мишенью.  $t = 0$  — момент подачи высокого напряжения на электроды ускорителя.

с пространственным разрешением представлен на рис. 6. Спектр излучения содержит линии ионов He-подобного азота  $2.88 \text{ нм}$  ( $1s^2-1s2p$ ) и Li-подобного —  $18.6 \text{ нм}$  ( $1s^22p-1s^24d$ ),  $20.9 \text{ нм}$  ( $1s^22s-1s^23p$ ),  $24.8 \text{ нм}$  ( $1s^22p-1s^23d$ ),  $26.6 \text{ нм}$  ( $1s^22p-1s^23s$ ). Широкополосный спектр, характерный для вольфрама, наблюдается лишь в узком слое перед поверхностью мишени.

Эксперименты с неоновой газовой завесой показали похожие результаты. Динамика взаимодействия водородного плазменного потока с неоном и мишенью представлена на рис. 7. Плотность неона в струе составляла  $\approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Передний фронт образующейся неоновой плазмы двигался к вольфрамовой мишени также со скоростью  $\approx 2 \times 10^6 \text{ см/с}$ .

Спектр излучения приповерхностной плазмы (рис. 8) в интервале  $18\text{--}20 \text{ мкс}$  содержит только линии неона от Li-подобных до Be-подобных. Непрерывный спектр неоновой плазмы связан с рекомбинационным и тормозным излучением. Представленные спектры излучения неоновой плазмы указывают на отсутствие паров вольфрама перед поверхностью мишени. Интенсивные линии, наблюдаемые на этих спектрах, принадлежат ионам неона, который формировал струю. Таким образом, наличие азотной или неоновой завесы

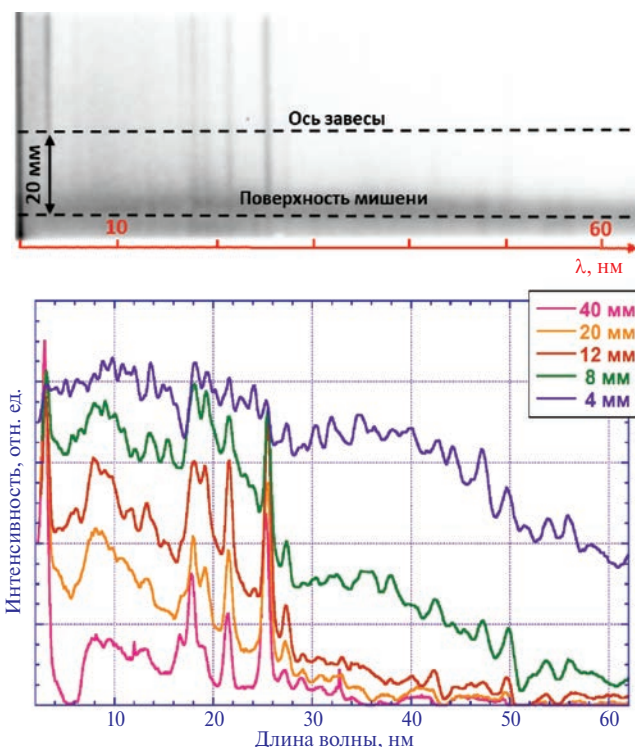


Рис. 6. Спектр излучения приименной плазмы с использованием азотной газовой завесы. Время начала кадра  $18 \text{ мкс}$  от пуска ускорителя. Экспозиция кадра  $2 \text{ мкс}$ . Указаны расстояния от поверхности мишени, для которых проведено сканирование спектров.



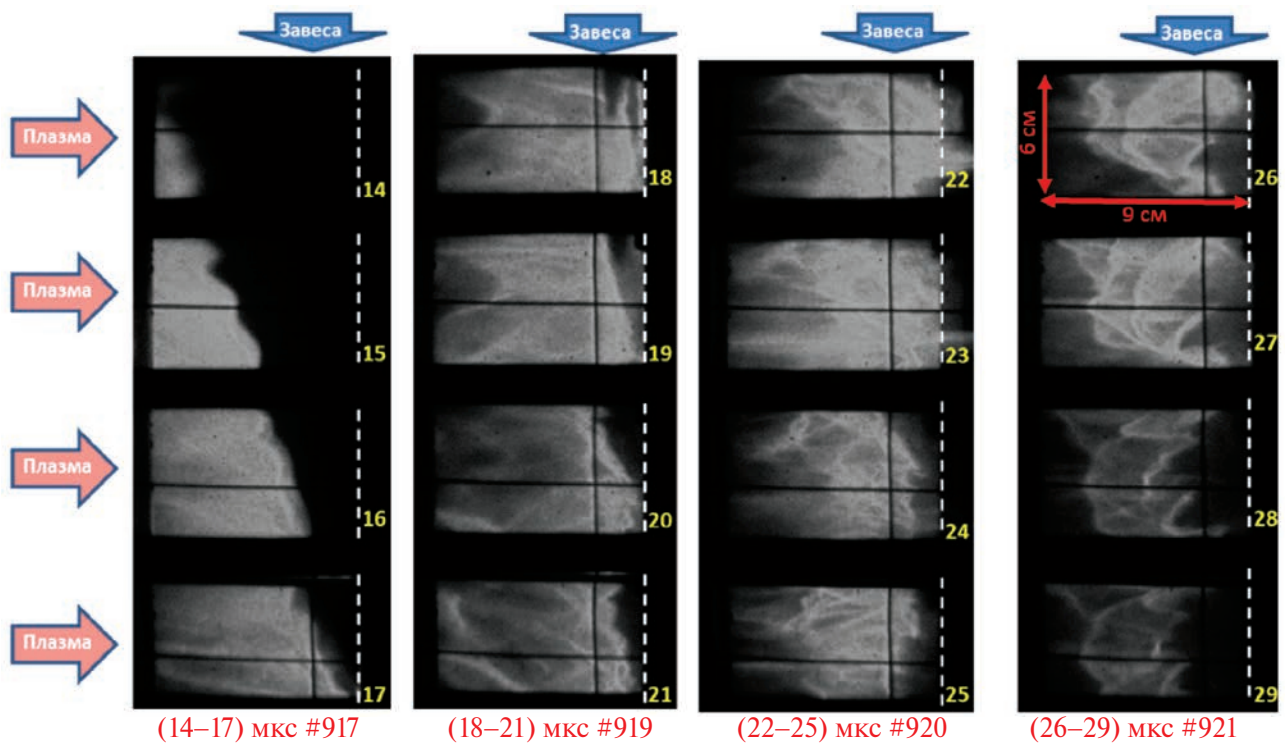


Рис. 7. Динамика взаимодействия водородного плазменного потока с неоновой газовой завесой и вольфрамовой мишенью.  $t = 0$  – момент подачи высокого напряжения на электроды ускорителя.

перед вольфрамовой мишенью приводит к отсутствию либо к локализации паров вольфрама на расстояниях менее 1 см от поверхности, и предотвращает распространение тяжелых примесей вдоль силовых линий магнитного поля навстречу налетающему плазменному потоку.

Для оценки электронной температуры  $T_e$  и ионной плотности  $n_i$  в приповерхностной плазме были проведены численные расчеты плазменной кинетики с использованием радиационно-столкновительного кода PrismSPECT [1, 8]. В случае с азотной газовой завесой сравнение экспериментального и расчетного спектров для расстояний 2–4 см от поверхности мишени показало, что наилучшее совпадение результатов наблюдается при  $T_e \approx 50$  эВ и  $n_i \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Для неона расчеты показали, что отсутствие спектральных линий в диапазоне длин волн 10.5–13 нм, в частности, линии с длиной волны  $\approx 10.6$  нм, формируемой переходами в Ве-подобных ионах неона, говорит о том, что электронная температура на расстояниях более 2 см от поверхности мишени превышает 50 эВ. Следует отметить, что при численном моделировании экспериментальных спектров учитывалось самопоглощение линейчатого излучения.

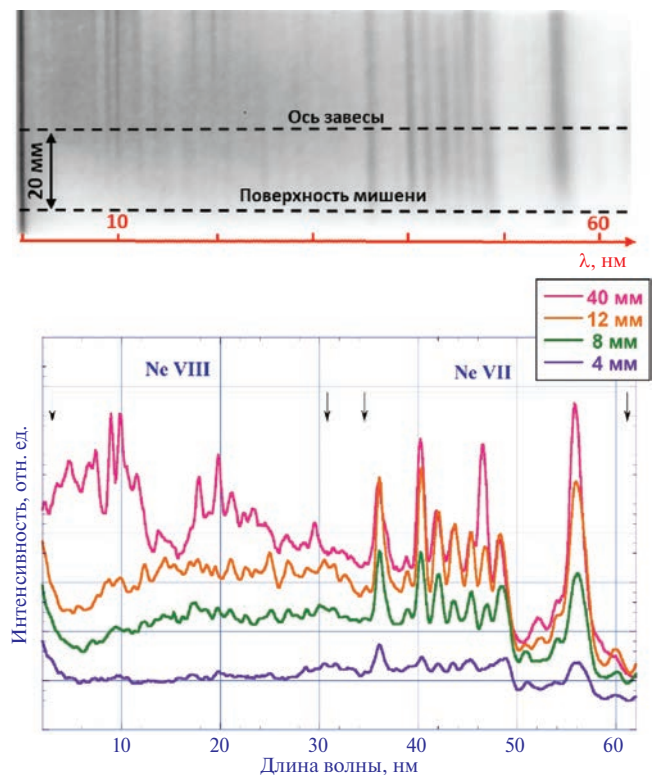


Рис. 8. Спектр излучения примешенной плазмы с использованием неоновой газовой завесы. Время начала кадра 18 мкс от пуска ускорителя. Экспозиция кадра 2 мкс. Указаны расстояния от поверхности мишени, для которых проведено сканирование спектров.

Характерной особенностью взаимодействия водородного плазменного потока с газовыми струями-завесами азота или неона перед вольфрамовой мишенью является то, что в обоих случаях в течение первых 3–4 мкс взаимодействия поверхность вольфрама находится под воздействием только излучения плазмы газовой струи. В этот период времени фронтальная поверхность вольфрама контактирует с нейтральным газом завесы.

Для определения решающей роли газовой струи в качестве защиты вольфрамовой мишени при взаимодействии с водородным плазменным потоком была проведена серия экспериментов без напуска газа перед мишенью. В этом случае на вольфрам воздействовал непосредственно водородный плазменный поток. Динамика взаимодействия плазменного потока с вольфрамовой мишенью без газа перед ней представлена на рис. 9.

Из анализа последовательных кадров определяется момент прилета плазмы на мишень, продолжительность свечения плазменного образования перед поверхностью в ВУФ-МР диапазонах излучения, а также скорость распространения вольфрама навстречу налетающему водородному плазменному потоку. В первые микросекунды после начала взаимодействия скорость распространения вольфрама составляет  $\approx 4 \times 10^6$  см/с.

Спектр излучения приповерхностной плазмы, сформировавшейся в результате взаимодействия водородного плазменного потока с вольфрамом, представлен на рис. 10. Без использования газовой завесы спектр излучения плазмы вольфрама на расстояниях до 5 см от поверхности мишени находится в широком спектральном диапазоне до 60 нм, с максимумом светимости в диапазоне от 2 до 26 нм.

Таким образом, в случае взаимодействия водородного плазменного потока непосредственно с вольфрамом перед поверхностью мишени также формируется мощный источник ВУФ-МР излучения. Но, благодаря большому количеству линий ионов вольфрама, спектр выглядит широкополосным и квазинепрерывным. Кардинальное отличие спектров плазмы газовой струи от спектров плазмы вольфрама заключается в ярко выраженном линейчатом характере излучения азотной и неоновой плазмы.

Динамика температуры поверхности облучаемой мишени, измеренная пирометром в ходе экспериментов представлена на рис. 11. Полученные данные о температуре указывают на то, что при отсутствии газовой завесы большая часть поверхности вольфрамовой мишени достигает температуры кипения  $\approx 5800$  К. Азотная и неоновая завесы эффективно защищают вольфрам от

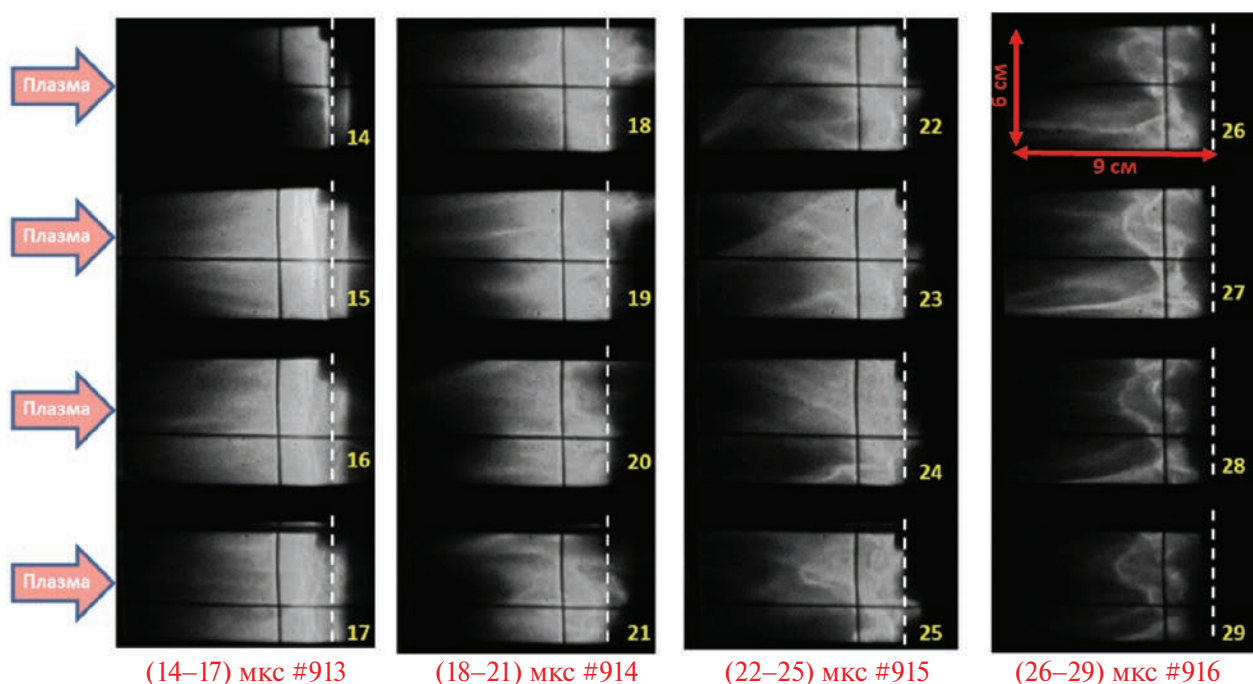
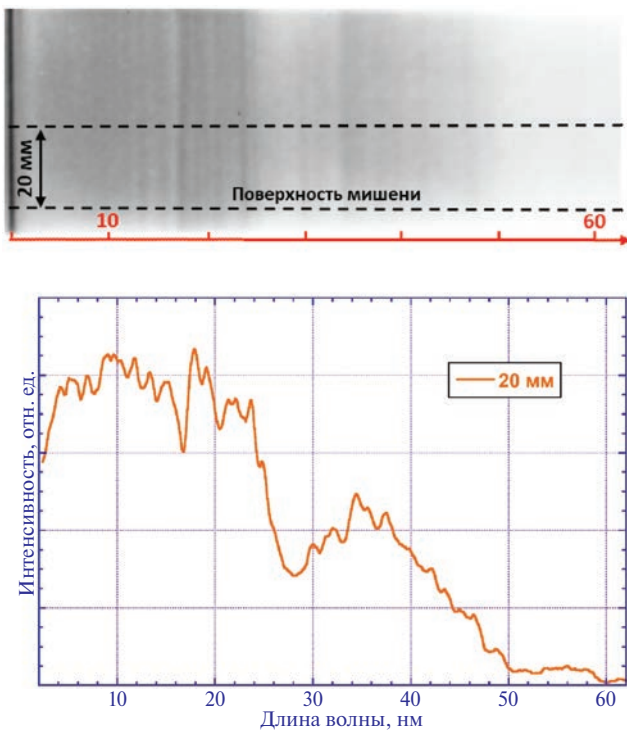


Рис. 9. Динамика взаимодействия водородного плазменного потока с вольфрамовой мишенью без газовой завесы.  $t = 0$  — момент подачи высокого напряжения на электроды ускорителя.

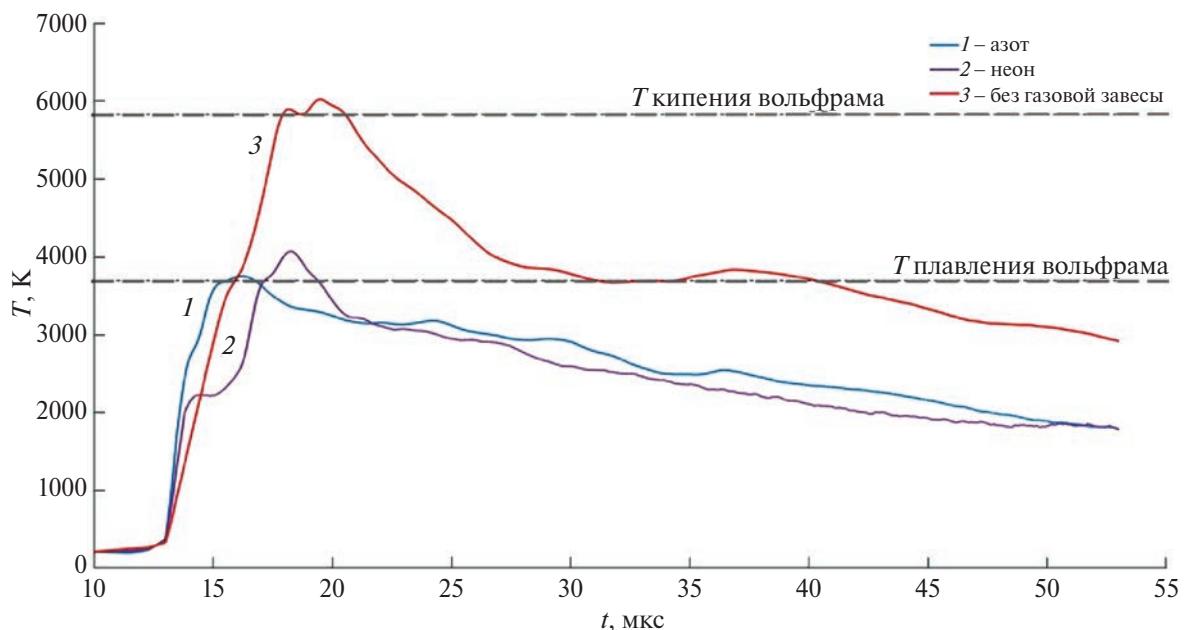


**Рис. 10.** Спектр излучения загрязненной плазмы вольфрама без использования газовой завесы. Время начала кадра 18 мкс от пуска ускорителя. Экспозиция кадра 2 мкс. Сканирование спектра проведено для расстояния 20 мм от поверхности мишени.

теплового воздействия водородного плазменного потока, а максимальная температура поверхности мишени находится вблизи точки плавления вольфрама  $\approx 3700$  К.

Обращает на себя внимание тот факт, что в экспериментах без газовой завесы уже на первых микросекундах взаимодействия водородного плазменного потока с поверхностью мишени наблюдается (см. рис. 9) яркое свечение ионов вольфрама на расстояниях до 4–6 см. При зарегистрированной скорости распространения вольфрама на уровне  $\approx 4 \times 10^6$  см/с кинетическая энергия ионов вольфрама должна составлять не менее 1 кэВ, что явно превышает возможную тепловую энергию атомов вольфрама при испарении с поверхности. Тем более, что только к  $\approx 5$  мкс от начала взаимодействия температура поверхности вольфрама достигает температуры кипения, когда может начинаться его интенсивное испарение. На этой начальной стадии взаимодействия приповерхностная область может заполняться атомами вольфрама за счет распыления вольфрама потоком водородной плазмы. Коэффициент распыления атомов вольфрама протонами с энергией  $\approx 1$  кэВ находится на уровне  $10^{-3}$  [9, 10], что может обеспечить поступление до  $10^{14}$  см $^{-2}$   $\times$  мкс $^{-1}$  атомов вольфрама в приповерхностную плазму. Однако вопрос о полном количестве атомов/ионов вольфрама, формирующем экранирующий плазменный слой, остается открытым.

Рассмотрим энергетические параметры излучения плазмы перед поверхностью мишени. Для измерения радиационных потерь использовался радиационный фольговый болометр. Динамика



**Рис. 11.** Динамика температуры поверхности облучаемой мишени.  $t = 0$  — момент подачи высокого напряжения на электроды ускорителя.



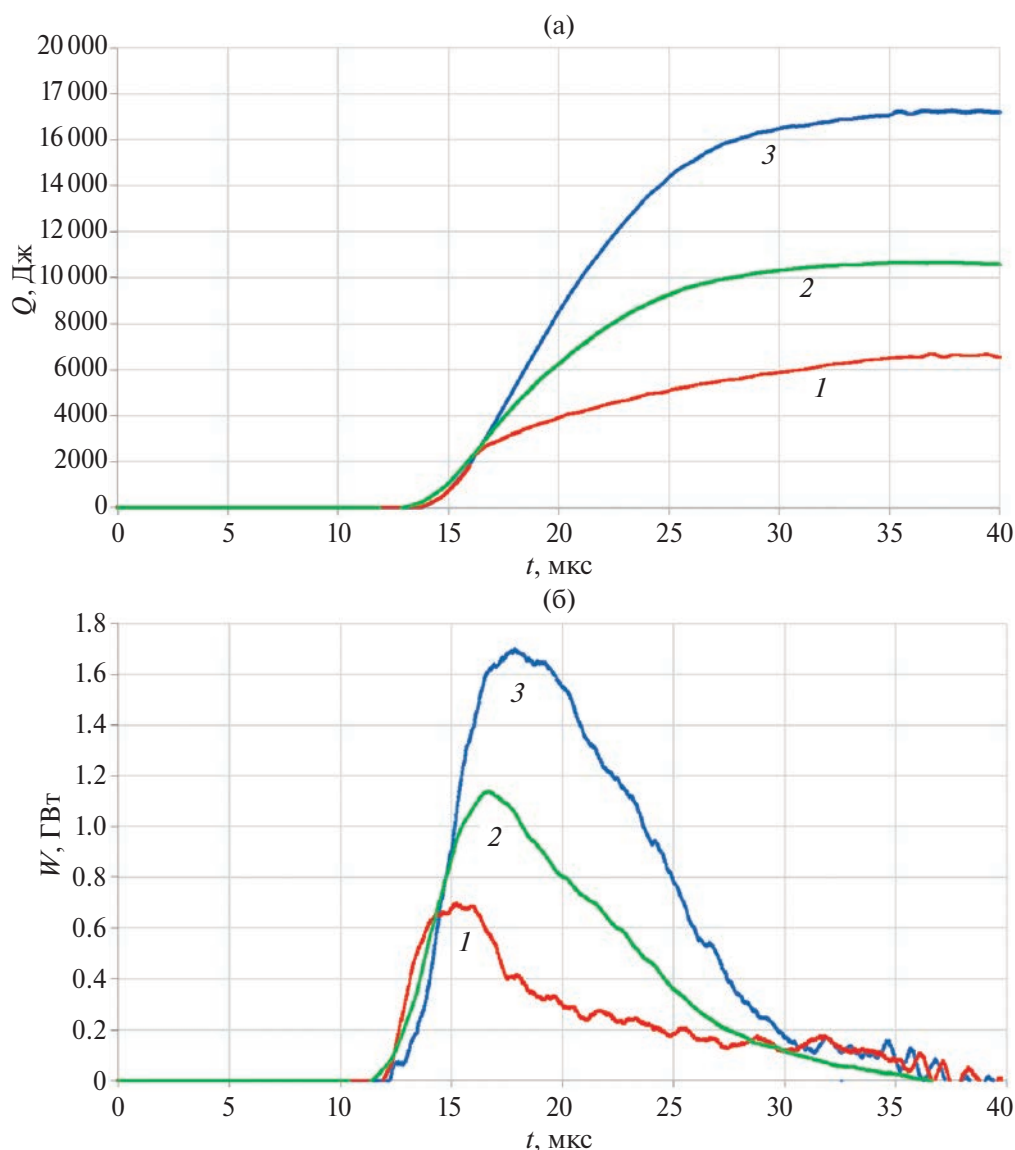
полной энергии излучения  $E(t)$  из примешенной области приведена на рис. 12а. Дифференцирование  $E(t)$  по времени позволяет вычислить мощность излучения плазмы  $W(t)$ , которая проиллюстрирована на рис. 12б.

Полная энергия излучения вольфрамовой плазмы в отсутствие завесы составляет  $\approx 17$  кДж. Пиковая мощность этого излучения составляет  $\approx 1.7$  ГВт. При применении азотной и неоновой газовых завес, общая энергия излучения плазмы составляет  $\approx 6.6$  кДж для азота и  $\approx 10.5$  кДж для неона. Максимальные значения  $W(t)$  — мощности излучения составляют 0.7 ГВт для азотной плазмы и 1.15 ГВт для неоновой плазмы. Результаты из-

мерений радиационных потерь свидетельствуют о том, что неон в полтора раза эффективнее азота переизлучает энергию падающего плазменного потока.

Перейдем к энергетическим параметрам результирующего теплового воздействия на мишень. На рис. 13 представлены результаты восьмиканальной калориметрии энергии, поглощенной вольфрамовой мишенью.

Для каждого режима приведены максимальная плотность поглощенной энергии  $Q_{\max}$ , полная энергия, поглощенная мишенью  $Q_{\text{full}}$  и значение плотности поглощенной энергии в точке измерения температуры поверхности мишени пироме-



**Рис. 12.** Динамика полной энергии (а) и мощности (б) излучения азотной плазмы 1, неоновой плазмы 2 при воздействии водородного плазменного потока на вольфрамовую мишень с газовой завесой и вольфрамовой плазмы в отсутствие завесы (3).  $t = 0$  — момент подачи высокого напряжения на электроды ускорителя.



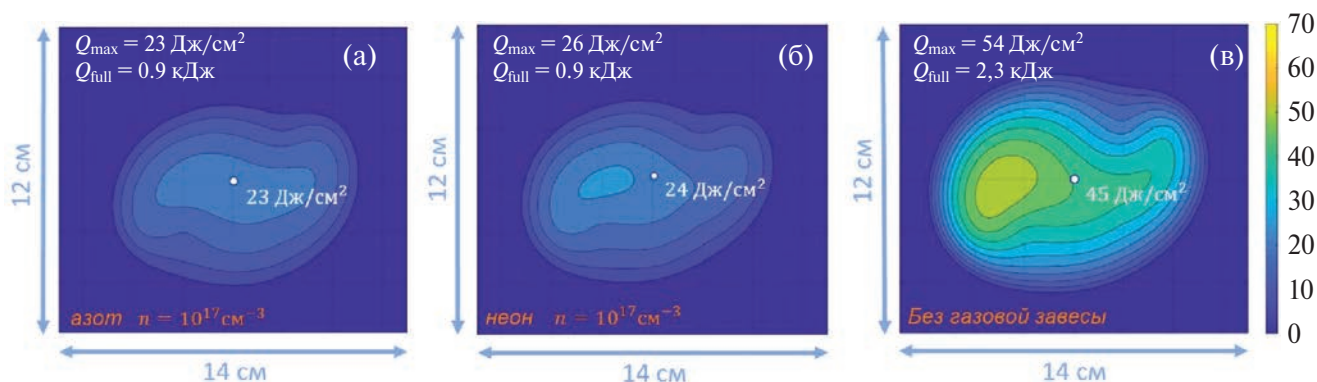


Рис. 13. Распределение плотности поглощенной мишенью энергии в экспериментах: азотная завеса (а); неоновая завеса (б); без газовой завесы (в).

тром. Данные калориметрии демонстрируют, что газовая завеса азота и неона с плотностью  $\approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  снижает плотность поглощаемой мишенью энергии до  $\approx 25 \text{ Дж/см}^2$ , что оказывается вдвое меньше уровня энергии, поглощаемой вольфрамом при импульсном воздействии мощного потока водородной плазмы без газовой завесы  $\approx 50 \text{ Дж/см}^2$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование взаимодействия мощных потоков водородной плазмы с газовой завесой азота или неона перед вольфрамовой мишенью. Газ перед поверхностью мишени эффективно преобразует энергию плазменных потоков в энергию излучения и является мощным  $\sim 1 \text{ ГВт}$  источником линейчатого ВУФ–МР-излучения, в спектрах которого наблюдаются только линии ионов газа, формирующего струю. Установлено, что неон почти вдвое эффективнее азота переизлучает энергию падающего водородного плазменного потока.

Результаты спектрального анализа и регистрации двумерных изображений плазмы с пространственно-временным разрешением показали, что присутствие газа перед мишенью приводит к локализации паров вольфрама на расстояниях менее 1 см от поверхности и предотвращает распространение тяжелых примесей вдоль силовых линий магнитного поля навстречу налетающему плазменному потоку.

Показано, что газовая завеса с плотностью  $\approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$  снижает плотность поглощаемой мишенью энергии до  $\approx 25 \text{ Дж/см}^2$ , что оказывается вдвое меньше уровня энергии, поглощаемой вольфрамом при импульсном воздействии мощного

потока водородной плазмы без газовой завесы  $\approx 50 \text{ Дж/см}^2$ . Максимальная температура поверхности вольфрама за газовой завесой находится в окрестности точки плавления, в то время как при отсутствии завесы достигает точки кипения.

Работа выполнена в рамках государственного контракта № Н.4з.241.09.21.1069 от 20.04.2021.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Toporkov D.A., Burmistrov D.A., Gavrilov V.V., Zhitlukhin A.M., Kostyushin V.A., Lidzhigoryaev S.D., Pushina A.V., Pikuz S.A., Ryazantsev S.N., Skobelev I.Yu. // Plasma Phys. Rep. 2023. V. 49. P. 1000.
2. Skovorodin D.I., Pshenov A.A., Arakcheev A.S., Eksaeva E.A., Marenkov E.D., Krashenninnikov S.I. // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 022501.
3. Kostyushin V.A., Poznyak I.M., Toporkov D.A., Burmistrov D.A., Zhuravlev K.V., Lidzhigoryaev S.D., Usmanov R.R., Tsybenko V. Yu., Nemchinov V.S. // Instruments Experimental Techniques. 2023. V. 66. P. 920.
4. Житлухин А.М., Илюшин И.В., Сафронов В.М., Скворцов Ю.В. // Физика плазмы. 1982. Т. 8. С. 509.
5. Лиджигорьяев С.Д., Бурмистров Д.А., Гаврилов В.В., Костюшин В.А., Позняк И.М., Пушина А.В., Топорков Д.А. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2023. Т. 46. С. 63.
6. Архипов Н.И., Васенин С.Г., Житлухин А.М., Половцев Н.А., Сафронов В.М., Топорков Д.А. // Приборы и техника эксперимента. 1998. № 1. С. 128.
7. Волков Г.С., Лахтюшко Н.И., Терентьев О.В. // Приборы и техника эксперимента. 2010. № 5. С. 115.
8. Prism Computational Sciences. Software tools for scientific research and commercial applications in the physical sciences and engineering. <http://www.prism-cs.com>
9. Mutzke A., Bandelow G., Schneider R. // J. Nuclear Materials. 2015. V. 467. P. 413.
10. Mikhailov V.S., Babenko P.Yu., Shergin A.P., Zinoviev A.N. // Plasma Phys. Rep. 2024. V. 50. P. 23.

## INTERACTION OF A POWERFUL HYDROGEN PLASMA FLOW WITH A SUPERSONIC GAS JET AND A TUNGSTEN TARGET

**S. D. Lidzhigoriaev<sup>a, b, \*</sup>, D. A. Burmistrov<sup>a, c</sup>, V. V. Gavrilov<sup>a</sup>, V. A. Kostyushin<sup>a</sup>,  
I. M. Poznyak<sup>a, b</sup>, A. V. Pushina<sup>a, b</sup>, and D. A. Toporkov<sup>a, b</sup>**

<sup>a</sup>*State Scientific Center of the Russian Federation Troitsk Institute for Innovation and Thermonuclear Research,  
Troitsk, Moscow, 108840, Russia*

<sup>b</sup>*National Research University Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, 141701, Russia*

<sup>c</sup>*National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, 111250, Russia*

*\*e-mail: sandji@triniti.ru*

The results of a study of the interaction of a powerful flow of hydrogen plasma with a supersonic gas jet in front of a tungsten target are presented. Nitrogen or neon injected in front of the target surface provides a reliable method of shielding tungsten from direct exposure to hydrogen plasma. It has been experimentally shown that the resulting plasma of the gas jet is a powerful source of short-wave line radiation. Energy density absorbed by a tungsten target  $\approx 25$  J/cm<sup>2</sup> is half the energy absorbed by tungsten during pulsed action of a hydrogen plasma flow without a gas jet  $\approx 50$  J/cm<sup>2</sup>. The maximum temperature achieved by the tungsten surface is  $\approx 3700$  K with the use of a gas jet and  $\approx 5800$  K without a gas jet. The presence of a gas jetscreen in front of the tungsten leads to the localization of evaporated tungsten near the target at distances of up to 1 cm from the surface.

**Keywords:** plasma accelerator, hydrogen plasma flow, gas jet, gas screen, SXR–VUV radiation, tungsten, shielding, dissipative divertor

УДК 533.9

## УПРОЩЕННЫЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ КИНЕТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРИМЕСНЫХ ИОНОВ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ ГЕЛИЯ

© 2024 г. Н. Л. Александров<sup>a, b, c, \*</sup>, А. А. Пономарев<sup>b, c</sup>

<sup>a</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

<sup>b</sup>Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Н.Новгород, Россия

<sup>c</sup>Высшая школа экономики, Москва, Россия

e-mail: [nick\\_aleksandrov@mail.ru](mailto:nick_aleksandrov@mail.ru)

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.

После доработки 18.11.2024 г.

Принята к публикации 19.11.2024 г.

С помощью приближенного подхода, справедливого при большом отношении массы иона к массе нейтральной частицы, вычислена подвижность ионов  $O_2^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^-$  и  $O_4^-$  в гелии и получено хорошее согласие с имеющимися результатами расчетов методом Монте-Карло и экспериментальными данными при высоких значениях приведенного электрического поля. Этот упрощенный подход использован для определения средней энергии ионов  $O_4^-$  и константы скорости диссоциации этих ионов в гелии. Проведено сравнение полученных характеристик ионов с результатами более точных расчетов методом Монте-Карло. Получено хорошее согласие между этими двумя подходами для средней энергии ионов, но для константы скорости диссоциации различие оказывается достаточно серьезным, достигающим порядка величины и более. Показано, что это различие связано с особенностями энергетического распределения ионов в случае большого отношения массы иона к массе нейтральной частицы.

**Ключевые слова:** подвижность ионов, метод Монте-Карло, диссоциация молекулярных ионов, слабоионизованная плазма гелия, энергетическое распределение ионов

DOI: 10.31857/S0367292124120112 EDN: EEPXD

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Кинетические характеристики электронов и ионов, включая их коэффициенты переноса и константы скорости неупругих процессов, необходимы для численного моделирования свойств неравновесной слабоионизованной газоразрядной плазмы [1–3]. При рассмотрении заряженных частиц в слабоионизованной плазме или газе в сильном электрическом поле, когда энергетическое распределение частиц является неравновесным, обычно стараются использовать сильное различие в массах заряженных и нейтральных частиц. Это в большинстве случаев существенно облегчает расчет электронных характеристик, поскольку позволяет пользоваться двучленным приближением (приближением слабой анизотропии функции распределения), которое справедливо, когда частота релаксации

энергии электронов значительно меньше частоты релаксации их импульса [1–4]. В случае ионов более типична ситуация, когда их масса сравнима с массой нейтральных частиц [5–7], что вынуждает при вычислении ионных характеристик проводить достаточно сложные расчеты, чаще всего основанные на методе Монте-Карло [7, 8].

Одной из возможных ситуаций, где может иметь место сильное различие в массах ионов и нейтральных частиц в слабоионизованной плазме, является случай ионизованного гелия с примесными ионами. Из-за аномально большого потенциала ионизации атомов гелия ионный состав обычно определяется примесными ионами, которые по массе могут значительно превосходить массу атомов He. Такая модель — модель движения тяжелых ионов в газе легких нейтральных частиц — называется рэлеевской моделью [5]. Дви-

жение ионов в рамках этой модели рассматривалось, в основном, аналитически, как в пределе слабых электрических полей (малая скорость дрейфа ионов относительно тепловой скорости нейтральных частиц) [9], так и в случае сильных полей [10, 11]. В частности, в [11] в пределе сильных полей было получено простое трансцендентное уравнение, позволяющее определять подвижность и скорость дрейфа тяжелых ионов в газе легких нейтральных частиц по транспортному сечению рассеяния ионов на нейтралах с учетом зависимости сечения от относительной скорости сталкивающихся частиц.

Хотя работа [11] была выполнена давно, но проверить работоспособность полученных формул можно было только при наличии достаточно надежных данных по сечениям взаимодействия ионов с нейтральными частицами, которые стали появляться только в настоящее время. Целью данной работы является расчет подвижности и других характеристик кислородных и азотных ионов в слабоионизованной плазме гелия в зависимости от приведенного электрического поля на основе подхода, предложенного в [11] и сравнение полученных результатов с более строгими расчетами Монте-Карло, справедливыми для любого соотношения масс участвующих в моделировании частиц. Данные такого типа оказываются в настоящее время востребованными в связи с многочисленными исследованиями распространения ионизационных волн в струе гелия (atmospheric-pressure plasma jets, guided ionization waves, plasma bullets). Актуальность таких работ связана с различными приложениями этих плазменных объектов, от обработки поверхности твердых тел и до плазменной медицины [12–15]. В этих исследованиях плазма обычно генерируется с помощью повторяющихся высоковольтных импульсов в тонких диэлектрических трубках в струе гелия (реже — другого инертного газа), которая истекает в окружающий воздух. Поэтому в такой плазме могут присутствовать примесные кислородные и азотные ионы, в том числе — кластерные [16]. Для описания процессов в такой плазме необходимо знать кинетические характеристики заряженных частиц в зависимости от электрического поля в газе, где основным нейтральным компонентом является гелий. Свойства электронов обычно определяются стандартным образом на основе численного решения уравнения Больцмана в рамках двучлен-

ного приближения [1–4]. Коэффициенты переноса и константы скорости ионно-молекулярных реакций различных примесных ионов в слабоионизованной плазме гелия ранее вычислялись ресурсозатратным методом Монте-Карло [16–19]. Цель данной работы — попробовать определить эти величины в рамках упрощенного подхода на основе формул, полученных в работе [11].

## 2. ПОДВИЖНОСТЬ И СРЕДНЯЯ ЭНЕРГИЯ ИОНОВ

Одной из основных характеристик переноса ионов в слабоионизованных газах и плазме под действием электрического поля является их скорость дрейфа  $w$ , которая связана с подвижностью  $K$  простым соотношением  $w = KE$ , где  $E$  — напряженность электрического поля. Коэффициенты переноса ионов, включая упомянутые выше, определяются функцией распределения ионов по скоростям, которая в сильном электрическом поле становится неравновесной. Эту функцию можно определить из численного решения уравнения Больцмана [2, 3] или, что чаще используется для ионов, при моделировании движения ионов методом Монте-Карло [2, 5, 8].

Как было показано в [11], в случае, когда масса ионов  $m_i$  значительно больше массы нейтральных частиц  $M$ , из уравнения Больцмана можно получить простое интегральное соотношение между  $E$  и скоростью дрейфа ионов  $w$ . Это соотношение особенно упрощается в сильном электрическом поле, когда скорость  $w$  велика по сравнению с тепловой скоростью нейтральных частиц. В этом случае его можно записать в виде [11]

$$eE/\mu N = w^2 \sigma_m(w), \quad (1)$$

где  $e$  — элементарный заряд,  $\mu$  — приведенная масса сталкивающихся иона и нейтральной частицы,  $N$  — концентрация нейтральных частиц,  $\sigma_m$  — транспортное сечение рассеяния иона на нейтральной частице.

Выражение (1) является трансцендентным уравнением относительно  $w$ , которое позволяет определять эту величину в зависимости от приведенного электрического поля  $E/N$ , если известна зависимость сечения  $\sigma_m(g)$ , где  $g$  — относительная скорость сталкивающихся иона и нейтральной частицы. В данной работе на основе формулы (1) был выполнен расчет скорости дрейфа и подвижности ионов  $O_2^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^-$



и  $O_4^-$  в He. Для этого использовались приведенные на рис. 1 данные по сечениям рассеяния для пар  $O_2^+ - He$  [18],  $N_2^+ - He$  [18],  $O_2^- - He$  [19]. На рисунке сечения даны в зависимости от энергии относительного движения  $\mu g^2/2$ . Как и в [16], сечение рассеяния для пары  $O_4^- - He$  полагалось равным сечению рассеяния для пары  $O_2^- - He$ .

На рис. 2 представлены результаты расчета приведенной подвижности  $K_0$  для ионов  $O_2^+$  и  $N_2^+$  в He по формуле (1) и их сравнение с результатами расчета этих величин методом Монте-Карло [18] с использованием тех же данных по сечениям рассеяния, а также с экспериментальными данными [20]. Приведенная подвижность определяется как [5]

$$K_0 = (p/760)(273/T)K, \quad (2)$$

где  $p$  — давление в Торр, а  $T$  — температура газа в градусах Кельвина. Аналогичные результаты расчета подвижности  $K_0$  для ионов  $O_2^-$  и  $O_4^-$  в He в сравнении с расчетом методом Монте-Карло (расчет [19] для ионов  $O_2^-$  и расчет данной работы по аналогии с [16] для ионов  $O_4^-$ ) и экспериментальными данными [20] приведены на рис. 3. Экспериментальные данные для подвижности ионов  $O_4^-$  в He имеются только в случае, когда эти ионы тепловые (предел слабого электрического поля) [21]. Поэтому они на рис. 3б не приведены. Из рисунков следует, что расчеты методом Монте-Карло хорошо согласуются с экспериментальными данными в данном диапазоне значений  $E/N$ . Результаты расчета по формуле (1) несколько отличаются от расчетов методом Монте-Карло и экспериментов, но это отличие не превышает 10% при

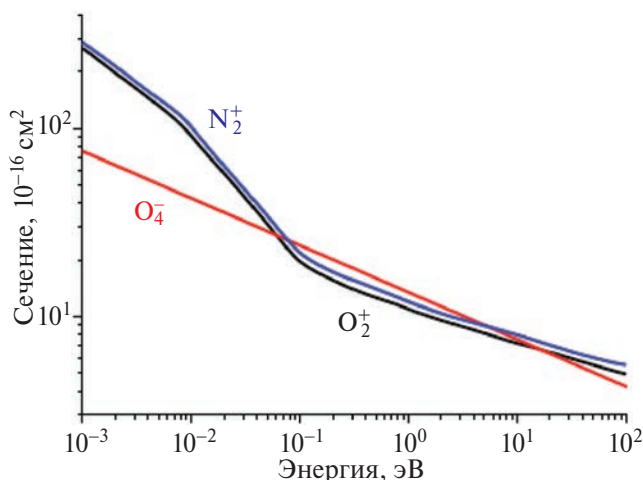


Рис. 1. Транспортные сечения рассеяния ионов на атомах He в зависимости от энергии относительного движения.

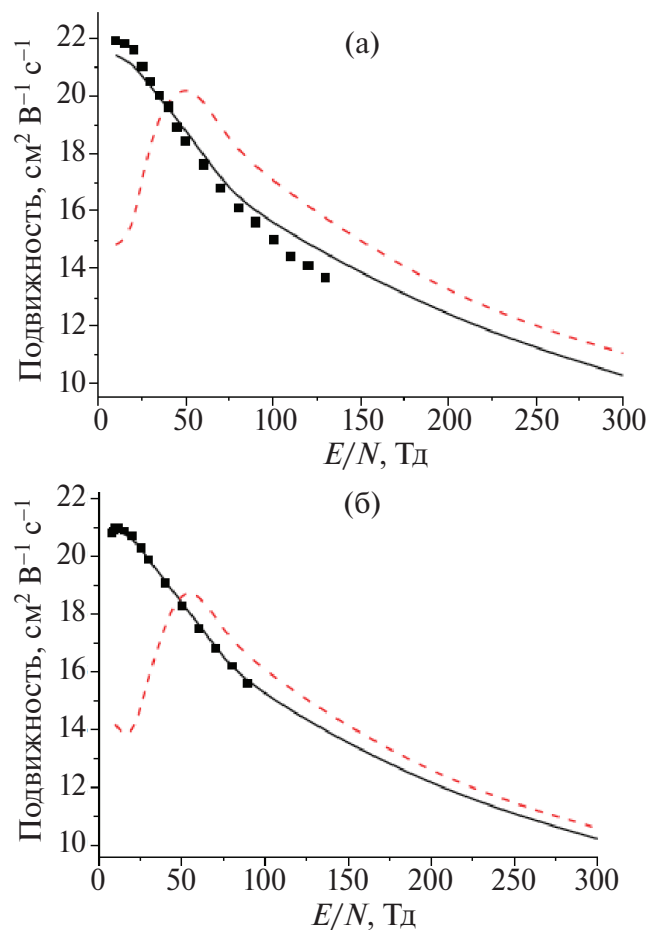
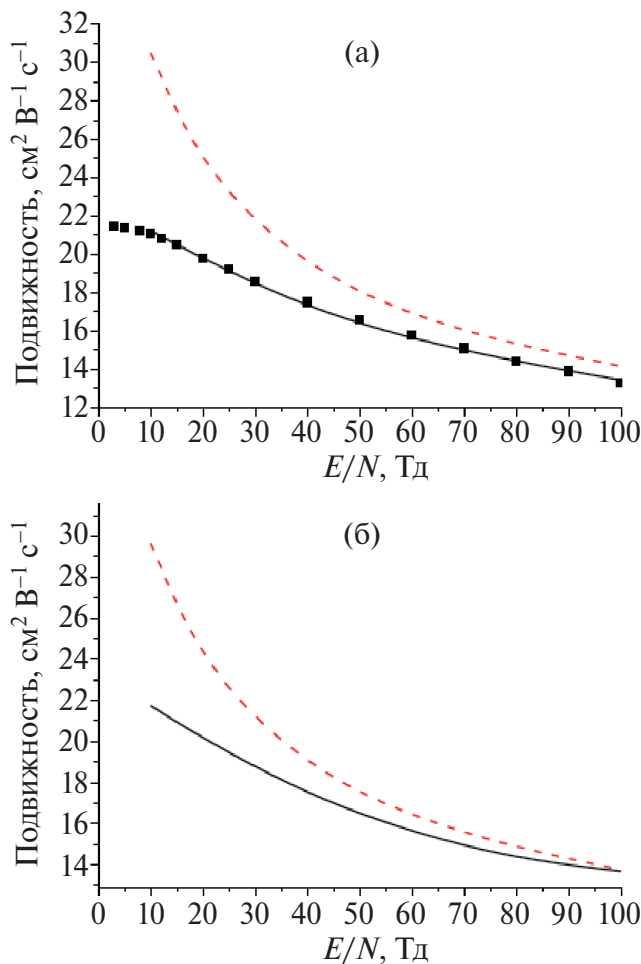


Рис. 2. Приведенная подвижность ионов  $O_2^+$  (а) и  $N_2^+$  (б) в He в зависимости от приведенного электрического поля. Сплошные кривые — расчет методом Монте-Карло [18], штриховые кривые — расчет на основе формулы (1), символы — эксперимент [20].

$E/N > 50$  Тд ( $1 \text{ Тд} = 10^{-17} \text{ В см}^2$ ) для ионов  $O_2^+$ ,  $N_2^+$  и  $O_2^-$  в He. Для более тяжелых ионов  $O_4^-$ , для которых отношение их массы к массе атомов He больше, это отличие не превышает 10% в более широкой области — при  $E/N > 35$  Тд. Различное поведение полученной из формулы (1) зависимости  $K_0$  от  $E/N$  при малых  $E/N$  для ионов  $O_2^+$  и  $N_2^+$ , с одной стороны, и ионов  $O_2^-$  и  $O_4^-$ , с другой, связано с различными зависимостями сечений рассеяния этих ионов на атомах He при малых энергиях (см. рис. 1).

### 3. СРЕДНЯЯ ЭНЕРГИЯ И КОНСТАНТЫ СКОРОСТИ НЕУПРУГИХ ИОННО-МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Используя данные по подвижности ионов в гелии, можно вычислить их среднюю энергию



**Рис. 3.** Приведенная подвижность ионов  $O_2^-$  (а) и  $O_4^-$  (б) в He в зависимости от приведенного электрического поля. Сплошные кривые — расчет методом Монте-Карло (расчет [19] для ионов  $O_2^-$  и расчет данной работы для ионов  $O_4^-$ ), штриховые кривые — расчет на основе формулы (1), символы — эксперимент [20].

и константы скорости неупругих ионно-молекулярных процессов. Для вычисления средней энергии ионов  $E_i$  здесь использовалось уравнение

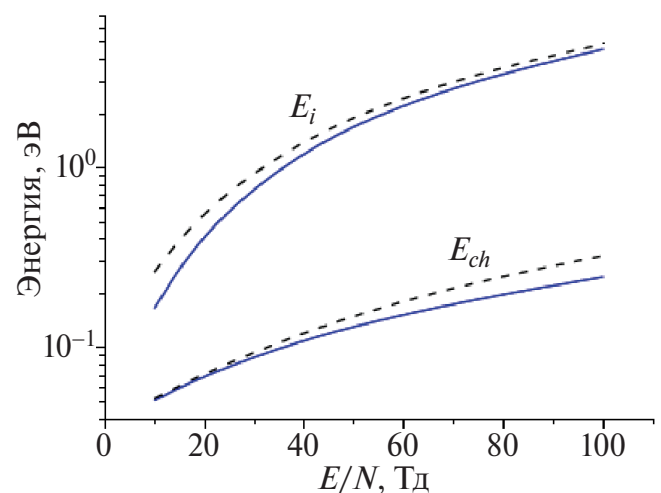
$$E_i = m_i w^2/2 + Mw^2/2 + 3k_B T/2, \quad (3)$$

где  $m_i$  и  $M$  — массы иона и нейтральной частицы соответственно,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура газа. Формула (3) является одной из простейших для описания средней энергии ионов в слабоионизованном газе и плазме под действием сильного электрического поля и восходит к работе Ванье [10]. Впоследствии она многократно уточнялась и использовалась (см. например, [5–7, 22] и ссылки там). В (3) первый член описывает среднюю энергию, связанную с дрейфовым движением ионов, второй член соответствует

энергии хаотического движения, связанного с электрическим полем, а третий член — это средняя хаотическая энергия нейтральных частиц, к которой стремится энергия ионов в пределе слабого электрического поля.

На рис. 4 приведена полная средняя энергия  $E_i$  ионов  $O_4^-$  в He, а также энергия их хаотического движения  $E_{ch} = Mw^2/2 + 3k_B T/2$ . Здесь результаты вычислений, выполненных по формулам (1) и (3), сравниваются с результатами более точных расчетов методом Монте-Карло [16]. В обоих случаях использовались одни и те же данные по сечениям рассеяния ионов  $O_4^-$  на He. Из рис. 4 следует, что, с одной стороны, приближенный подход на основе формул (1) и (3) позволяет хорошо воспроизводить результаты более точного численного подхода методом Монте-Карло. С другой стороны, видно, что в рассматриваемых условиях основной вклад в среднюю энергию ионов дает энергия их дрейфового движения, а вклад хаотического движения относительно мал. Это связано с большой массой ионов относительно массы атомов He. Именно это приближение и использовалось в [11] при выводе выражения (1).

На основе данных по средней энергии ионов можно вычислить константы скорости неупругих ионно-молекулярных процессов в зависимости от  $E/N$ . Один из простейших подходов к определению константы скорости состоит в интегрировании сечения соответствующего процесса с максвелловской функцией распределения по



**Рис. 4.** Полная средняя энергия  $E_i$  и энергия хаотического движения  $E_{ch}$  ионов  $O_4^-$  в He, вычисленные методом Монте-Карло [16] (сплошные кривые) и по формулам (1) и (3) (штриховые кривые), в зависимости от приведенного электрического поля.

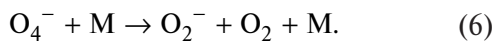
относительным скоростям сталкивающихся частиц, где в роли температуры берется ее эффективное значение [7, 22]:

$$T_{eff} = 2E_r/3k_B. \quad (4)$$

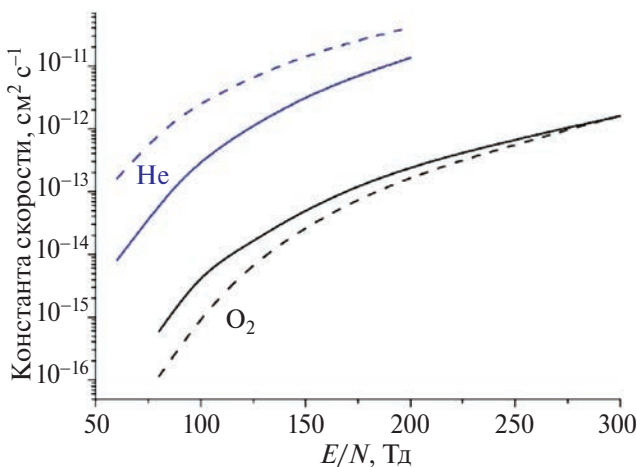
Здесь  $E_r$  — средняя энергия относительного движения ионов и нейтральных частиц, определяемая соотношением

$$E_r = [M/(m_i + M)](E_i - 3k_B T/2) + 3k_B T/2. \quad (5)$$

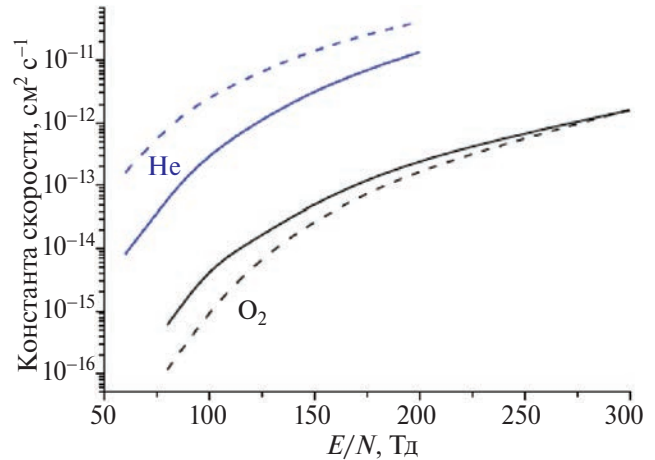
В данной работе на основе приближенных данных по  $E_r$ , приведенных на рис. 4, был выполнен расчет константы скорости диссоциации ионов  $O_4^-$  в чистом гелии при столкновении с нейтральной частицей  $M$  для  $M = He$ :



Результаты этого расчета приведены на рис. 5 и 6 в зависимости, соответственно, от  $E/N$  и  $T_{eff}$ . Там же приведены результаты, полученные из прямого расчета данной константы скорости методом Монте-Карло без использования каких-либо приближений. Этот расчет выполнен в данной работе по аналогии с расчетом [16]. На рис. 5 и 6 для сравнения также представлены данные по константе скорости процесса (6) с  $M = O_2$  в чистом кислороде, полученные из численного моделирования методом Монте-Карло и на основе приближенного подхода с использованием формул (4) и (5), где значения  $E_r$  брались из расчетов Монте-Карло для чистого  $O_2$ . Эти расчеты выпол-



**Рис. 5.** Константа скорости диссоциации иона  $O_4^-$  (реакция (6)) на атомах He в чистом гелии и на молекулах  $O_2$  в чистом кислороде в зависимости от приведенного электрического поля. Сплошные кривые — расчет методом Монте-Карло, штриховые кривые — приближенный расчет данной работы.



**Рис. 6.** Константа скорости диссоциации иона  $O_4^-$  (реакция (6)) на атомах He в чистом гелии и на молекулах  $O_2$  в чистом кислороде в зависимости от эффективной температуры ионов  $T_{eff}$ . Сплошные кривые — расчет методом Монте-Карло, штриховые кривые — приближенный расчет данной работы.

нены по аналогии с вычислениями [16], но при этом был расширен диапазон полей, для которых они были сделаны. Везде использовалось одно и то же сечение диссоциации  $O_4^-$ , полученное в [21] и приведенное в [16].

Из сравнения данных расчетов методом Монте-Карло на рис. 5 следует, что отличие констант диссоциации  $O_4^-$  в He и в  $O_2$  в зависимости от  $E/N$  достигает двух порядков величины. Согласно рис. 6 это различие при представлении данных в зависимости от  $T_{eff}$  несколько уменьшается, но все же может достигать одного порядка величины. Если же говорить о сравнении констант скорости, полученных методом Монте-Карло и приближенным методом, то для диссоциации на  $O_2$  в чистом кислороде эти константы отличаются в несколько раз при малых  $E/N$  и  $T_{eff}$ , а с ростом приведенного электрического поля это различие практически исчезает. Различие же в константе диссоциации на He в чистом гелии, посчитанной методом Монте-Карло и приближенным методом, оказывается гораздо больше. Даже в зависимости от  $T_{eff}$  оно больше одного порядка величины при малых полях и остается на уровне 3-х раз при больших полях. Отсюда можно сделать вывод, что основанный на максвелловском распределении подход [7, 22] достаточно хорошо работает для случая ионов  $O_4^-$  в чистом кислороде, где  $m_i \sim M$ , и оказывается неприменим в случае рассмотрения ионов  $O_4^-$  в чистом гелии, где  $m_i \gg M$ .

Эта неприменимость данного приближенного подхода для определения констант скорости неупругих ионно-молекулярных процессов связана с особенностью энергетического распределения тяжелых ионов в газе легких нейтральных частиц под действием сильного электрического поля. На рис. 7 сравнивается энергетическое распределение ионов  $O_4^-$  в чистом гелии (в лабораторной системе координат), посчитанное в данной работе методом Монте-Карло для  $E/N = 100$  Тд, с максвелловской функцией распределения при той же средней энергии ионов, которая в этом случае равна  $E_i = 4.6$  эВ. Нормировка этих функций имеет вид

$$\int_0^\infty f(\epsilon) \sqrt{\epsilon} d\epsilon = 1, \quad (7)$$

где  $\epsilon$  — энергия ионов в лабораторной системе координат. Видно, что эти два распределения существенно отличаются друг от друга. В частности, максвелловская функция монотонно падает с ростом энергии ионов, а функция, полученная методом Монте-Карло, проходит через максимум при энергии, близкой к  $E_i$  и энергии дрейфового движения ионов  $m_i w^2/2$ . В максимуме эта функция в несколько раз больше максвелловской функции при этих энергиях и значительно меньше ее в пределах больших и малых энергий ионов.

Согласно используемым здесь данным [21] по сечению диссоциации  $O_4^-$  реакция (6) имеет порог 0.56 эВ. Этой величине соответствует пороговая энергия относительного движения ионов.

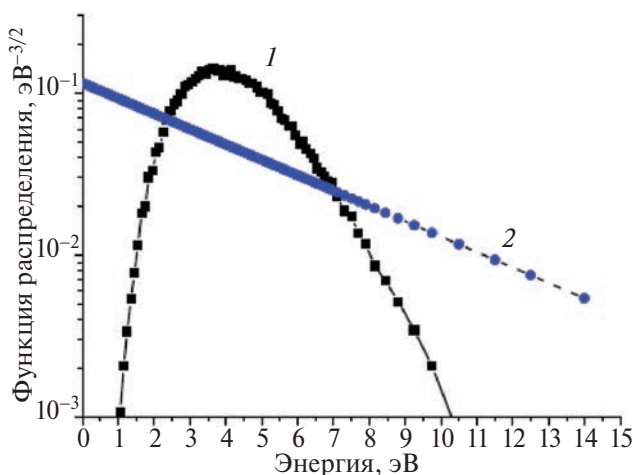


Рис. 7. Функция распределения ионов  $O_4^-$  (1) в чистом гелии (в лабораторной системе координат) при  $E/N = 100$  Тд и максвелловская функция распределения (2), соответствующая той же средней энергии ионов  $E_i = 4.6$  эВ.

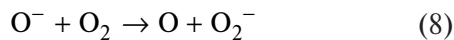
Пороговая величина энергии ионов в лабораторной системе координат, как следует из (5), приблизительно в  $(m_i/M + 1)$  раз больше. Для ионов  $O_4^-$  в чистом кислороде она равна 1.7 эВ, а в чистом гелии из-за малой массы атомов оказывается гораздо больше — 9.5 эВ. (Эти величины получены в предположении о том, что ион сталкивается с неподвижной нейтральной частицей.) При  $\epsilon > 9.5$  эВ, как следует из рис. 7, максвелловская функция распределения оказывается значительно больше функции, посчитанной методом Монте-Карло. Поэтому и приведенные на рис. 5 и 6 константа скорости процесса (6) для  $M = He$  в чистом гелии, посчитанная приближенным методом на основе максвелловского распределения ионов, существенно больше аналогичной величины, найденной при моделировании на основе метода Монте-Карло.

Из рис. 5 и 6 следует, что разные методы дают близкие результаты для константы скорости реакции (6) в кислороде и сильно различающиеся результаты для этой величины в гелии. Следует отметить, что функции распределения  $f(\epsilon)$ , посчитанные в [23] методом Монте-Карло для ионов  $O_2^-$  в чистом кислороде, оказываются по форме близкими к максвелловским функциям. При этом высокоэнергичная часть немасвелловских функций была несколько больше этой части для максвелловских функций. Поскольку в случае ионов  $O_2^-$ , как и ионов  $O_4^-$ , в чистом кислороде масса ионов близка к массе нейтральных частиц, то в качественном отношении функции распределения для этих ионов в чистом кислороде должны быть близки друг к другу. Именно этим можно объяснить только небольшое превышение константы скорости процесса (6) для  $M = O_2$  в чистом кислороде, посчитанной методом Монте-Карло, над аналогичной величиной определенной с использованием максвелловской функции (см. рис. 5 и 6).

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

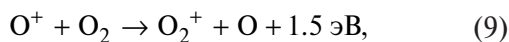
То, что константы скорости пороговых неупругих ионно-молекулярных процессов в слабоионизованном газе и плазме под действием сильного электрического поля могут зависеть от буферного газа, влияющего на энергетическое распределение и среднюю энергию ионов, хорошо известный факт. Например, константа скорости пороговой (порог  $\approx 1$  эВ) перезарядки



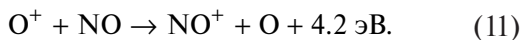


в зависимости от  $E/N$  оказывается в чистом гелии значительно (на порядок величины и более) больше, чем в чистом кислороде [24]. Поэтому константы скорости ионно-молекулярных процессов стараются приводить не в зависимости от  $E/N$ , а в зависимости от энергии относительного движения  $E_r$  или эффективной температуры  $T_{eff}$ , определяемой из (4) [7, 22].

Вопрос о влиянии неравновесности энергетического распределения ионов на константы скорости ионно-молекулярных процессов исследовался при сравнении измеренных констант скорости в дрейфовых трубках для различных буферных газов [25] с теоретическими значениями, полученными методом Монте-Карло [26] или на основе метода моментов [27] при решении уравнения Больцмана для ионов в сильном электрическом поле. Рассматривались следующие реакции взаимодействия ионов  $\text{O}^+$  с  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$  и  $\text{NO}$  в буферных газах гелии и аргоне:



и



Хотя эти реакции не пороговые, но константы скорости для них достаточно сильно зависели от энергии относительного движения  $E_r$ . Общий вывод этих работ (см. также [7]) при сравнении констант скорости этих процессов при фиксированной энергии  $E_r$  состоял в том, что константы скорости в аргоне были больше, чем в гелии. Это различие могло достигать нескольких раз и интерпретировалось как следствие различий в неравновесных энергетических распределениях ионов  $\text{O}^+$  в этих газах. В аргоне при той же энергии  $E_r$  было больше высокоэнергичных ионов  $\text{O}^+$ , чем в гелии. Это, в частности прямо следовало из функций распределения этих ионов, вычисленных методом Монте-Карло в этих газах [26]. Следует заметить, что эти расчеты продемонстрировали обеднение высокоэнергичной части неравновесной функции распределения в гелии и по сравнению с максвелловской функцией. Однако для ионов  $\text{O}^+$  в аргоне, где массы ионов и атомов близки, в [26] наблюдалось наоборот обогащение высокоэнергичной части неравновесной функции по сравнению с максвелловской функцией.

В данной работе на примере диссоциации иона  $\text{O}_4^-$  при столкновении с нейтральной частицей (реакция (6)) также продемонстрировано, что в сильнонеравновесных условиях, вызываемых присутствием электрического поля, константа скорости этого ионно-молекулярного процесса в гелии, посчитанная приближенным образом по максвелловской функции с учетом нагрева ионов в электрическом поле, оказывается существенно больше той же величины, посчитанной методом Монте-Карло. При этом отличие оказывается гораздо более выраженным (достигает порядка величины и более), чем для реакций (9)–(11), рассмотренных в [25–27]. В то же время большого отличия не наблюдается для константы скорости реакции (6) в чистом кислороде. Все это можно связать с тем, что различие в определении константы скорости разными методами увеличивается при увеличении различия в массах иона  $m_i$  и нейтральной частицы  $M$ . В рассмотренном здесь случае ионов  $\text{O}_4^-$  отношение  $m_i/M$  практически равно 16 для гелия и уменьшается до 2 для молекулярного кислорода. В случае же ионов  $\text{O}^+$  в гелии, исследованном в [25–27], отношение  $m_i/M$  принимает промежуточное значение, равное 4.

Поскольку функция распределения ионов по скоростям в слабоионизованных газах и плазме под действием сильного электрического поля, как правило, является сильно анизотропной, то возникает вопрос о том, насколько при этом правильно говорить о распределении ионов по энергиям вместо распределения по скоростям. Естественно, в общем случае функция распределения по скоростям гораздо более детально отражает анизотропное движение ионов. Однако в рассматриваемой ситуации, когда скорость дрейфа тяжелых ионов в газе легких нейтральных частиц оказывается гораздо больше скорости хаотического движения ионов, их описание на основе энергетического распределения оказывается почти эквивалентным описанию на основе распределения по скоростям.

## 5. ВЫВОДЫ

В данной работе исследована правомочность приближенного подхода, предложенного в [11] для расчета подвижности тяжелых ионов в газе легких нейтральных частиц в достаточно сильном электрическом поле, когда можно пренебречь движением этих частиц по сравнению с дрейфом

ионов. В рамках этого подхода вычислена подвижность ионов  $O_2^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^-$  и  $O_4^-$  в гелии в зависимости от приведенного электрического поля  $E/N$ . Проведено сравнение полученных данных как с имеющимися в литературе экспериментальными данными, так и с результатами более точных расчетов методом Монте-Карло, свободных от ограничений используемого приближения. Получено хорошее согласие между этими данными при достаточно высоких ( $> 50$  Тд) полях.

На примере ионов  $O_4^-$  продемонстрирована возможность вычисления их средней энергии и константы скорости диссоциации этих ионов в гелии в зависимости от приведенного электрического поля на основе приближенного метода определения подвижности ионов. Константа скорости вычислялась в предположении о максвелловском распределении ионов по энергиям, где в качестве эффективной температуры выступала величина, зависящая от электрического поля и определяемая из средней энергии относительного движения ионов. При этом получено хорошее согласие с расчетом средней энергии ионов методом Монте-Карло. В отношении константы скорости диссоциации ионов  $O_4^-$  такого согласия в гелии получить не удалось, хотя оно наблюдалось в чистом кислороде, где массы ионов и нейтральных частиц близки друг к другу. Анализ этого различия для констант скорости диссоциации ионов в гелии, полученных приближенным способом в предположении о максвелловском энергетическом распределении ионов и более точным методом в рамках моделирования Монте-Карло, показал, что в основе этого различия лежат особенности энергетического распределения ионов в случае большого отношения массы иона к массе нейтральной частицы. При этом основная часть ионов имеют энергию, сравнимую с их средней дрейфовой энергией, а высокоэнергичная часть распределения оказывается обедненной по сравнению с максвелловским распределением.

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что используемое в работе приближение применимо при вычислении подвижности и средней энергии примесных тяжелых ионов в гелии для достаточно высоких приведенных электрических полей. В то же время — это приближение с использованием максвелловского распределения и полученной средней энергии ионов дает существенно завышенные значения

для констант скорости пороговых ионно-молекулярных процессов. Вопрос о том, как можно было бы приближенно вычислять эти константы в рассматриваемых условиях без привлечения громоздких расчетов типа метода Монте-Карло, требует отдельного рассмотрения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 23-11-00245.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.
2. *Alves L.L., Bogaerts A., Guerra V., Turner M.M.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2018. V. 27. P. 023002.
3. Plasma modeling: Methods and applications / Ed. by G. Colonna, A. D'Angola. Bristol: IOP Publishing, 2016.
4. *Хаксли Л., Кромптон Р.* Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977.
5. *Мак-Даниэль И., Мэзон Э.* Подвижность и диффузия ионов в газах. М.: Мир, 1976.
6. *Mason E.A., McDaniel E.W.* Transport properties of ions in gases. New York: Wiley, 1988.
7. *Viehland L.A.* Gaseous ion mobility, diffusion, and reaction. Springer series on atomic, optical and plasma physics / Ed. G.D.F. Drake. V. 105. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2018.
8. *Longo S.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2006. V. 15. P. S181.
9. *Kihara T.* // Rev. Mod. Phys. 1952. V. 24. P. 45.
10. *Wannier G.H.* // Bell Syst. Tech. J. 1953. V. 32. P. 170.
11. *Смирнов Б.М.* // ДАН СССР. 1966. Т. 168. С. 322.
12. *Lu X., Laroussi M., Puech V.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2012. V. 21. P. 034005.
13. *Winter J., Brandenburg R., Weltmann K.D.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2015. V. 24. P. 064001.
14. *Lu X., Naidis G.V., Laroussi M., Ostrikov K.* // Phys. Rep. 2014. V. 540. P. 123.
15. *Lu X., Naidis G.V., Laroussi M., Reuter S., Graves D.B., Ostrikov K.* // Phys. Rep. 2016. V. 630. P. 1.
16. *Ponomarev A.A., Aleksandrov N.L.* // Phys. Plasmas. 2024. V. 31. P. 093509.
17. *Chang L., Nie L., Xiang Y., X. Li X.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 123513.
18. *Yousfi M., Hennad A., Benhenni M., Eichwald O., Merbahi N.* // J. Appl. Phys. 2012. V. 112. P. 043301.
19. *Ponomarev A.A., Aleksandrov N.L.* // Phys. Plasmas. 2024. V. 31. P. 043517.
20. *Ellis H.W., Pai R.Y., McDaniel E.W., Mason E.A., Viehland L.A.* // At. Data Nucl. Data Tables. 1976. V. 17. P. 177.
21. *de Urquijo J., Bekstein A., Ducasse O., Ruiz-Vargas G., Yousfi M., Benhenni M.* // Eur. Phys. J. D. 2009. V. 55. P. 637.

22. Sieck L.W., Herron J.T., Green D.S. // Plasma Chem. Plasma Proc. 2000. V. 20. P. 2000.
23. Aleksandrov N.L., Ponomarev A.A. // Plasma Sources Sci. Technol. 2015. V. 24. P. 035001.
24. Woo S.B., Wong S.F. // J. Chem. Phys. 1971. V. 55. P. 3531.
25. Albritton D.L., Dotan I., Lindinger W., McFarland M., Tellinghuisen J., Fehsenfeld F.C. // J. Chem. Phys. 1977. V. 66. P. 410.
26. Lin S.L., Bardsley J.N. // J. Chem. Phys. 1977. V. 66. P. 435.
27. Viehland L.A., Mason E.A. // J. Chem. Phys. 1977. V. 66. P. 422.

## A SIMPLIFIED APPROACH TO DESCRIBING THE KINETIC PROPERTIES OF IMPURITY IONS IN A WEAKLY IONIZED HELIUM PLASMA

N. L. Alexandrov<sup>a, b, c, \*</sup> and A. A. Ponomarev<sup>b, c</sup>

<sup>a</sup>*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Russia*

<sup>b</sup>*Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, 603155, Russia*

<sup>c</sup>*Higher School of Economics, Moscow, 101000, Russia*

\*e-mail: [nick\\_aleksandrov@mail.ru](mailto:nick_aleksandrov@mail.ru)

Using an approximate approach that is valid for a large ratio of the ion mass to the mass of the neutral particle, the mobility of  $O_2^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^-$ , and  $O_4^-$  ions was calculated in helium and good agreement was obtained with the available results of Monte Carlo calculations and experimental data at high values of the reduced electric field. This simplified approach was used to determine the average energy of  $O_4^-$  ions and the rate constants of dissociation of these ions in helium. The obtained ion characteristics were compared with the results of more accurate calculations using the Monte Carlo method. Good agreement has been obtained between these two approaches for the average ion energy, but for the dissociation rate constant the difference is quite significant, reaching an order of magnitude or more. It was shown that this difference is associated with the peculiarities of the energy distribution of ions for a large ratio of the ion mass to the mass of the neutral particle.

**Keywords:** ion mobility, Monte Carlo method, molecular ion dissociation, weakly ionized helium plasma, ion energy distributio

УДК 533.9

# ПОЛНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ С ТЯЖЕЛЫМИ НЕЙТРАЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

© 2024 г. Е. И. Бочков<sup>а, \*</sup><sup>а</sup>Российский федеральный ядерный центр — ВНИИЭФ, Саров, Нижегородская область, Россия

\*e-mail: e\_i\_bochkov@mail.ru

Поступила в редакцию 18.10.2024 г.

После доработки 12.11.2024 г.

Принята к публикации 18.11.2024 г.

Выполнен вывод полного дифференциального разложения интеграла упругих столкновений электронов с тяжелыми нейтральными частицами для случая, когда функция распределения электронов не является симметричной относительно некоторого направления. Вывод выполнен в предположении, что кинетическая энергия электронов намного превышает энергию теплового движения атомов и молекул. Показано, как полученное разложение может быть использовано при выводе уравнений для моментов функции распределения электронов.

**Ключевые слова:** функция распределения электронов, кинетическое уравнение, интеграл столкновений, дифференциальное разложение

DOI: 10.31857/S0367292124120126 EDN: EEBLAU

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Наиболее полное описание эволюции ансамбля электронов в электрическом поле возможно в рамках уравнения Больцмана, которое в наиболее общем случае является нестационарным интегро-дифференциальным уравнением для функции распределения электронов (ФРЭ) в шестимерном фазовом пространстве  $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ . В данной работе рассматривается случай слабоионизованного газа, когда столкновениями электронов друг с другом и с ионами можно пренебречь. Учитываются только упругие и неупругие столкновения электронов с нейтральными атомами или молекулами газа. В этом случае эволюция ФРЭ  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  подчиняется кинетическому уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \times \nabla_{\mathbf{r}} f + \mathbf{F}_e \times \nabla_{\mathbf{p}} f = St_{el} + St_{ex} + St_{ion}. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{F}_e = -q_e \mathbf{E}$  — сила, действующая на электрон, где  $q_e$  — элементарный заряд,  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля;  $\mathbf{v}$  — скорость

электрона;  $St_{el}, St_{ex}, St_{ion}$  — компоненты интеграла столкновений электронов, отвечающие за изменение ФРЭ в упругих столкновениях, в процессах возбуждения и ионизации атомов или молекул соответственно.

В статье [1] в предположении, что ФРЭ является симметричной относительно вектора  $\mathbf{e} = -\mathbf{E}/E$ , выполнен вывод дифференциального разложения интеграла упругих столкновений  $St_{el}$  по производным косинуса  $\mu$  полярного угла  $\theta$  между вектором импульса  $\mathbf{p}$  и единичным вектором  $\mathbf{e}$ . Отметим, что предположение о симметричности ФРЭ относительно направления  $\mathbf{e}$  означает, что плазмы является локально однородной в поперечном относительно данного вектора направлении. В данной работе получено полное дифференциальное разложение интеграла упругих столкновений, в предположении, что кинетическая энергия электронов значительно превышает энергию теплового движения атомов (молекул) и последние можно считать неподвижными.



## 2. ИНТЕГРАЛ УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ С ТЯЖЕЛЫМИ НЕЙТРАЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

На рис. 1 показана геометрия рассеяния электрона, которая тождественна использованной в работах [2, 3]. Система координат задается ортами:  $\mathbf{i} = [\mathbf{p} \times [\mathbf{e} \times \mathbf{p}]] / (p^2 \sin \theta)$ ,  $\mathbf{j} = [\mathbf{p} \times \mathbf{e}] / (p \cos \theta)$ ,  $\mathbf{k} = \mathbf{p} / p$ , где  $\mathbf{p}$  – импульс электрона после рассеяния. В этой системе координат  $\mathbf{k}$  – это полярная ось, полярный угол совпадает с углом рассеяния  $\psi \in [0, \pi]$ , а угол  $\alpha \in [0, 2\pi]$  между вектором  $\mathbf{j}$  и направлением проекции импульса  $\mathbf{p}'$  до рассеяния на плоскость  $\mathbf{ij}$  является азимутальным углом. Связь между векторами  $\mathbf{p}'$  и  $\mathbf{p}$  определяется уравнением [3]

$$\mathbf{p}' = \frac{\mathbf{p}}{p} p' \cos \psi + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{e}}{p \sin \theta} p' \sin \psi \sin \alpha + \frac{\mathbf{p} \times [\mathbf{e} \times \mathbf{p}]}{p^2 \sin \theta} p' \sin \psi \cos \alpha. \quad (2)$$

Далее будем предполагать, что энергия электрона не меняется в процессе упругого рассеяния, поскольку масса электронов много меньше массы атомов (молекул). Заметим, однако, что соответствующий член, описывающий потерю энергии электроном в упругих столкновениях, может быть легко получен, по аналогии с тем как это было сделано в [2, 3].

Вводя малый параметр  $\delta = \sqrt{1 - \xi}$ , где  $\xi = \cos \psi$ , распишем уравнение (2) по компонентам:

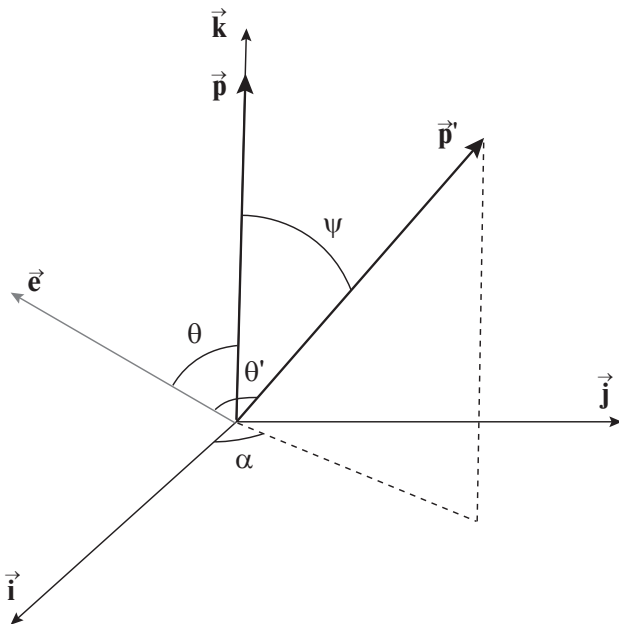


Рис. 1. Геометрия рассеяния электрона.

$$p'_x = p_x(1 - \delta^2) + \left( \frac{p_y p \sin \alpha - p_x p_z \cos \alpha}{p_\perp} \right) \delta \sqrt{2 - \delta^2},$$

$$p'_y = p_y(1 - \delta^2) - \left( \frac{p_x p \sin \alpha + p_y p_z \cos \alpha}{p_\perp} \right) \delta \sqrt{2 - \delta^2}, \quad (3)$$

$$p'_z = p_z(1 - \delta^2) + p_\perp \cos \alpha \delta \sqrt{2 - \delta^2}.$$

Здесь использовано стандартное обозначение

$$p_\perp = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}.$$

В выбранной системе координат интеграл упругих столкновений электронов с неподвижными частицами выражается следующим образом [2, 3]:

$$\text{St}_{el} = Nv \int_{\omega'} [f(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)] \sigma_{el}(p, \psi) d\omega', \quad (4)$$

где  $\sigma_{el}(p, \psi)$  – дифференциальное сечение упругого рассеяния,  $d\omega' = \sin \psi d\psi d\alpha$  – элемент телесного угла в пространстве импульсов,  $N$  – концентрация нейтральных частиц,  $v$  – модуль скорости электрона. Далее в тексте для сокращения записи мы будем опускать зависимость  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t)$  от радиус-вектора  $\mathbf{r}$ .

## 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ В СЛУЧАЕ СИММЕТРИЧНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Предполагая, что ФРЭ симметрична относительно некоторого направления (направление  $\mathbf{e}$  на рис. 1), в [1] получено следующее дифференциальное разложение  $\text{St}_{el}$ :

$$\begin{aligned} \text{St}_{el} &= Nv \int_{\omega'} [f(p, \mu', t) - f(p, \mu, t)] \sigma_{el}(p, \psi) d\omega' = \\ &= Nv \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{lr}^{(l)}(p)}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\sigma_{lr}^{(l)}(p) \equiv 2\pi \int_{-1}^1 (1 - \xi)^l \sigma_{el}(p, \xi) d\xi.$$

Введем обозначение для дифференциальных операторов, входящих в формулу (5)

$\hat{D}_l \equiv \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\}$ . Покажем теперь, что данные операторы удовлетворяют рекуррентному соотношению, которое будет важно в дальнейшем:

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\}, \\ \hat{D}_l &= [\hat{D}_1 + (l - 1)l] \hat{D}_{l-1}, \quad l > 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Для доказательства рассмотрим вспомогательную функцию  $g = (1 - \mu^2)^{l-1} \frac{\partial^{l-1} f}{\partial \mu^{l-1}}$ , тогда

$$\begin{aligned}
 \widehat{D}_l f &= \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} = \\
 &= \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial g}{\partial \mu} + 2(l-1)\mu g \right\} = \\
 &= (1 - \mu^2) \frac{\partial^{l+1} g}{\partial \mu^{l+1}} - 2l\mu \frac{\partial^l g}{\partial \mu^l} - \\
 &\quad - l(l-1) \frac{\partial^{l-1} g}{\partial \mu^{l-1}} + 2(l-1)\mu \frac{\partial^l g}{\partial \mu^l} + \\
 &\quad + 2l(l-1) \frac{\partial^{l-1} g}{\partial \mu^{l-1}} = (1 - \mu^2) \frac{\partial^{l+1} g}{\partial \mu^{l+1}} - \\
 &\quad - 2\mu \frac{\partial^l g}{\partial \mu^l} + l(l-1) \frac{\partial^{l-1} g}{\partial \mu^{l-1}}, \\
 \left[ \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} + (l-1)l \right] \widehat{D}_{l-1} f &= \\
 &= \left[ \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} + (l-1)l \right] \frac{\partial^{l-1} g}{\partial \mu^{l-1}} = \\
 &= (1 - \mu^2) \frac{\partial^{l+1} g}{\partial \mu^{l+1}} - 2\mu \frac{\partial^l g}{\partial \mu^l} + (l-1)l \frac{\partial^{l-1} g}{\partial \mu^{l-1}}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Из (6) очевидным образом следует:

$$\widehat{D}_l = \widehat{D}_1 (\widehat{D}_1 + 1 \times 2) (\widehat{D}_1 + 2 \times 3) \dots (\widehat{D}_1 + (l-1)l). \tag{8}$$

Раскрывая скобки, получаем:

$$\widehat{D}_l = \widehat{D}_1^{(l)} + c_{l-1}' \widehat{D}_1^{(l-1)} + \dots + c_1' \widehat{D}_1, \tag{9}$$

при этом коэффициенты вычисляются по теореме Виета

$$\begin{aligned}
 c_{l-1}' &= 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + l(l-1), \\
 c_{l-2}' &= 1 \times 2 \times 2 \times 3 + \dots + 1 \times 2l(l-1) + \dots + \\
 &\quad + (l-2)(l-1)(l-1)l, \\
 &\dots \\
 c_1' &= 1 \times 2 \times 2 \times 3 \dots (l-1)l.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Отметим также, что данные числа удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned}
 (-1)^l [1 \cdot 2]^l + (-1)^{l-1} [1 \cdot 2]^{l-1} c_{l-1}' + \dots + (-1) [1 \cdot 2] c_1' &= 0, \\
 (-1)^l [2 \cdot 3]^l + (-1)^{l-1} [2 \cdot 3]^{l-1} c_{l-1}' + \dots + (-1) [2 \cdot 3] c_1' &= 0, \\
 \dots \\
 (-1)^l [(l-1) \cdot l]^l + (-1)^{l-1} [(l-1) \cdot l]^{l-1} c_{l-1}' + \dots + \\
 + (-1) [(l-1) \cdot l] c_1' &= 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Данная система полезна при выводе уравнений моментов ФРЭ из кинетического уравнения (1), о чем будет сказано в разд. 5.

Для наглядности выпишем несколько первых операторов (9):

$$\begin{aligned}
 \widehat{D}_2 &= \widehat{D}_1^{(2)} + 2\widehat{D}_1, \\
 \widehat{D}_3 &= \widehat{D}_1^{(3)} + 8\widehat{D}_1^{(2)} + 12\widehat{D}_1, \\
 \widehat{D}_4 &= \widehat{D}_1^{(4)} + 20\widehat{D}_1^{(3)} + 108\widehat{D}_1^{(2)} + 144\widehat{D}_1.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Замечая, что оператор  $\widehat{D}_1 = \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\}$  совпадает с соответствующим членом в операторе Лапласа, записанном в сферической системе координат,

$$p^2 \Delta_{\mathbf{p}} = \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 \frac{\partial}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2},$$

можно предположить, что в случае учета зависимости ФРЭ от азимутального угла  $\varphi$ , члены дифференциального разложения интеграла упругих столкновений будут иметь вид тождественный (9), но только с оператором

$$\widehat{D}_1 = \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Далее мы докажем данное предположение.

#### 4. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ИНТЕГРАЛА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Разложим подынтегральную функцию в выражении (4) ряд по малому параметру  $\delta$ :

$$\begin{aligned}
 St_{el} &= Nv \int_{-1}^1 \sigma_{el}(p, \xi) \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{l!} \frac{df(\mathbf{p}'(\delta), t)}{d\delta} \right)_{\delta=0} \times \\
 &\quad \times \delta + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f(\mathbf{p}'(\delta), t)}{d\delta^2} \bigg|_{\delta=0} \delta^2 + \dots + \\
 &\quad + \frac{1}{n!} \frac{d^n f(\mathbf{p}'(\delta), t)}{d\delta^n} \bigg|_{\delta=0} \delta^n + \dots \bigg) d\alpha d\xi.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Нашей целью является вычислить все члены данного разложения, выполнив интегрирование по переменным  $\alpha$  и  $\xi$ . Для того чтобы вычислить производные по  $\delta$  в выражении (13), воспользуемся формулой Фаа Ди Бруно для  $n$ -й производ-

ной сложной функции векторного аргумента  $f(u(x), v(x), \dots, z(x))$  [4]:

$$\frac{f^{(n)}}{n!} = \sum_{k_1+2k_2+\dots+nk_n=n} \frac{\hat{B}_1^{k_1} \hat{B}_2^{k_2} \dots \hat{B}_n^{k_n}}{k_1! k_2! \dots k_n!} f(u, v, \dots, z), \quad (14)$$

$$\hat{B}_j = \frac{u_j}{j!} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{v_j}{j!} \frac{\partial}{\partial v} + \dots + \frac{z_j}{j!} \frac{\partial}{\partial z},$$

где величины

$$u_j = \frac{d^j u(x)}{dx^j}, \quad v_j = \frac{d^j v(x)}{dx^j}, \quad \dots, \quad (15)$$

$$z_j = \frac{d^j z(x)}{dx^j}, \quad j = 1, \dots, n$$

представляют собой называемые дифференциальные переменные, которые в формуле (14) рассматриваются как независимые переменные, перестановочные друг с другом и с операторами дифференцирования  $\partial_u, \partial_v, \dots, \partial_z$ . Суммирование в формуле (14) ведется по целым неотрицательным числам  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , которые являются решением диофантового уравнения  $k_1 + 2k_2 + \dots + nk_n = n$ .

В нашем случае операторы  $\hat{B}_j$  имеют следующий вид:

$$\hat{B}_j = \frac{1}{j!} \left\{ \left. \frac{d^j p'_x(\delta)}{d\delta^j} \right|_{\delta=0} \frac{\partial}{\partial p_x} + \left. \frac{d^j p'_y(\delta)}{d\delta^j} \right|_{\delta=0} \times \right. \quad (16)$$

$$\left. \times \frac{\partial}{\partial p_y} + \left. \frac{d^j p'_z(\delta)}{d\delta^j} \right|_{\delta=0} \frac{\partial}{\partial p_z} \right\}.$$

$$\frac{1}{n!} \left. \frac{d^n f}{d\delta^n} \right|_{\delta=0} = \sum_{\substack{k_1+2k_2+3k_3+\dots+(2[n/2]-1)k_{2[n/2]-1}=n}} \frac{\hat{B}_2^{k_2} \hat{B}_1^{k_1} \hat{B}_3^{k_3} \dots \hat{B}_{2[n/2]-1}^{k_{2[n/2]-1}}}{k_2! k_1! k_3! \dots k_{2[n/2]-1}!} f(\mathbf{p}, t) = \quad (19)$$

$$= \sum_{\substack{k_1+2k_2+3k_3+\dots+(2[n/2]-1)k_{2[n/2]-1}=n}} \frac{\hat{c}^{k_2}}{k_2!} L(k_1, k_3, \dots, k_{2[n/2]-1}) 2^{K/2} (\hat{a} \sin \alpha + \hat{b} \cos \alpha)^K f(\mathbf{p}, t).$$

Вычисляем по формулам (3) производные величин  $p'_x(\delta), p'_y(\delta), p'_z(\delta)$  по  $\delta$  в нуле

$$\left. \frac{d^2 p'_i(\delta)}{d\delta^2} \right|_{\delta=0} = -2p_i, \quad \left. \frac{d^{2j} p'_i(\delta)}{d\delta^{2j}} \right|_{\delta=0} = 0, \quad (17)$$

$$j > 1, \quad i = x, y, z,$$

$$\left. \frac{dp'_x(\delta)}{d\delta} \right|_{\delta=0} = \sqrt{2} \left( \frac{p_y p \sin \alpha - p_x p_z \cos \alpha}{p_\perp} \right),$$

$$\left. \frac{dp'_y(\delta)}{d\delta} \right|_{\delta=0} = -\sqrt{2} \left( \frac{p_x p \sin \alpha + p_y p_z \cos \alpha}{p_\perp} \right),$$

$$\left. \frac{dp'_z(\delta)}{d\delta} \right|_{\delta=0} = \sqrt{2} p_\perp \cos \alpha,$$

$$\left. \frac{d^{2j+1} p'_i(\delta)}{d\delta^{2j+1}} \right|_{\delta=0} = -\frac{(2j)!}{2^{3j} (2j-1)(j!)^2} \left. \frac{dp'_i(\delta)}{d\delta} \right|_{\delta=0},$$

$$j > 1, \quad i = x, y, z.$$

Тогда для операторов  $\hat{B}_j$  получаем следующие выражения:

$$\hat{B}_2 = -p_x \frac{\partial}{\partial p} - p_y \frac{\partial}{\partial p_y} - p_z \frac{\partial}{\partial p_z} \equiv \hat{c}, \quad (18)$$

$$\hat{B}_{2j} = 0, \quad j > 1; \quad \hat{B}_1 = \sqrt{2} (\hat{a} \sin \alpha + \hat{b} \cos \alpha),$$

$$\hat{B}_{2j+1} = -\frac{(2j)!}{2^{3j} (2j-1)(j!)^2} \hat{B}_1, \quad j > 1,$$

где

$$\hat{a} \equiv \frac{p}{p_\perp} \left( p_y \frac{\partial}{\partial p_x} - p_x \frac{\partial}{\partial p_y} \right),$$

$$\hat{b} \equiv p_\perp \frac{\partial}{\partial p_z} - \frac{p_z}{p_\perp} \left( p_x \frac{\partial}{\partial p_x} + p_y \frac{\partial}{\partial p_y} \right).$$

С учетом того, что все операторы  $\hat{B}_{2j} = 0$  при  $j > 1$ , формула (14) в нашем случае принимает вид:

Здесь

$$K = k_1 + k_3 + \dots + k_{2[n/2]-1};$$

$$L = \frac{(-1)^{k_3+\dots+k_{2[n/2]-1}}}{k_1! k_3! \dots k_{2[n/2]-1}!} \prod_{j=1}^{[n/2]-1} \left( \frac{(2j)!}{2^{3j} (2j-1)(j!)^2} \right)^{k_{2j+1}}$$

Далее необходимо проинтегрировать выражение (19) по переменной  $\alpha$ . Эта задача сводиться

к вычислению интеграла  $\int_0^{2\pi} (\hat{a} \sin \alpha + \hat{b} \cos \alpha)^K d\alpha$ .

Данный интеграл равен нулю, если  $K$  нечетное число, но поскольку

$$\begin{aligned} K &= k_1 + k_3 \dots + k_{2[n/2]-1} = \\ &= n - 2k_2 - 2(k_3 \dots + k_{2[n/2]-1}) - \\ &- 2(k_5 + \dots + k_{2[n/2]-1}) - \dots - 2k_{2[n/2]-1}, \end{aligned}$$

то четность числа  $K$  совпадает с четностью числа  $n$ .

Из этого следует, что  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{(2l+1)!} \frac{d^{2l+1}f}{d\delta^{2l+1}} \Big|_{\delta=0} d\alpha = 0$ .

Далее рассмотрим случай с четными значениями  $n = 2l$  и соответственно  $K$ . Для удобства записи введем обозначения:

$$\begin{aligned} k_2 &= m_2, \\ k_1 + k_3 \dots + k_{2l-1} &= 2m_1, \\ k_3 \dots + k_{2l-1} &= m_3, \\ &\dots \\ k_{2l-1} &= m_{l+1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Вычисляем интеграл:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} (\hat{a} \sin \alpha + \hat{b} \cos \alpha)^{2m_1} d\alpha &= \\ &= 2\pi \frac{(2m_1)!}{2^{2m_1} (m_1!)^2} (\hat{a}^2 + \hat{b}^2)^{m_1}. \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом данного выражения и новых обозначений интеграл по переменной  $\alpha$  от выражения (19) при четных значениях  $n$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{1}{(2l)!} \frac{d^{2l}f}{d\delta^{2l}} \Big|_{\delta=0} d\alpha &= 2\pi \sum_{m_2=0}^l \frac{\hat{c}^{m_2}}{m_2!} \times \\ &\times \sum_{\substack{m_1+m_3+\dots+m_{l+1}=l-m_2 \\ m_1 \geq m_3 \geq \dots \geq m_{l+1} \geq 0}} L(m_1, m_3, \dots, m_{l+1}) \frac{(2m_1)!}{2^{m_1} (m_1!)^2} (\hat{a}^2 + \hat{b}^2)^{m_1} f, \end{aligned} \quad (22)$$

где операторы

$$\begin{aligned} \hat{a}^2 + \hat{b}^2 &= p^2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial p_i^2} - \\ &- \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_i p_j \frac{\partial^2}{\partial p_i \partial p_j} = p^2 \Delta_{\mathbf{p}} - (\mathbf{p} \times \nabla_{\mathbf{p}})^2, \\ \hat{c} &= - \sum_{i=1}^3 p_i \frac{\partial}{\partial p_i} = -(\mathbf{p} \times \nabla_{\mathbf{p}}). \end{aligned} \quad (23)$$

Теперь вычислим выражение (22) при  $l = 1$ . В этом случае сумма в выражении (22) сводится только к двум членам со значениями  $m_1 = 1, m_2 = 0$  ( $L = 1/2$ ) и  $m_1 = 0, m_2 = 1$  ( $L = 1$ ):

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{d\delta^2} \Big|_{\delta=0} d\alpha &= 2\pi \left( \hat{c} + (\hat{a}^2 + \hat{b}^2) / 2 \right) f = \\ &= 2\pi \frac{1}{2} \left( p^2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 f}{\partial p_i^2} - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_i p_j \frac{\partial^2 f}{\partial p_i \partial p_j} - 2 \sum_{i=1}^3 p_i \frac{\partial f}{\partial p_i} \right) = \\ &= 2\pi \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \sum_{j=1}^3 \left[ (p^2 \delta_{ij} - p_i p_j) \frac{\partial f}{\partial p_j} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Далее, подставляя данное соотношение в выражение (13) и интегрируя по переменной  $\xi$ , получаем первый член дифференциального разложения интеграла упругих столкновений:

$$\text{St}_{\text{el}} = \frac{N \nu \sigma_r(p)}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \sum_{j=1}^3 \left[ (p^2 \delta_{ij} - p_i p_j) \frac{\partial f}{\partial p_j} \right] + \dots \quad (25)$$

Данное выражение хорошо известно [5], и имеем прямой аналог в классическом уравнении Фоккера–Планка [6]. Отметим также, что дифференциальный оператор в формуле (24) может быть записан в дивергентном виде:

$$\begin{aligned} \hat{D}_1 f &\equiv \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \sum_{j=1}^3 \left[ (p^2 \delta_{ij} - p_i p_j) \frac{\partial f}{\partial p_j} \right] = \\ &= p^2 \Delta_{\mathbf{p}} f - (\mathbf{p} \times \nabla_{\mathbf{p}})^2 f - 2(\mathbf{p} \times \nabla_{\mathbf{p}} f) = \\ &= \text{div}_{\mathbf{p}} (p^2 \nabla_{\mathbf{p}} f - \mathbf{p}(\mathbf{p} \times \nabla_{\mathbf{p}} f)). \end{aligned} \quad (26)$$

Соответственно в сферической системе координат  $\hat{D}_1 = \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ .

На следующем шаге вновь вернемся к формуле и вычислим числовой коэффициент при старших производных. Очевидно, что для этого нужно взять значения  $m_1 = l, m_2 = m_3 = \dots = m_{l+1} = 0$ . Соответственно числовой коэффициент при члене  $(\hat{a}^2 + \hat{b}^2)^l$  будет равен  $\frac{1}{2^l (l!)^2}$ ; вынесем этот коэффициент из-под знака суммы в выражении (22):

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{1}{(2l)!} \frac{d^{2l}f}{d\delta^{2l}} \Big|_{\delta=0} d\alpha &= \frac{2\pi}{2^l (l!)^2} \hat{D}_l f, \quad \hat{D}_l \equiv \sum_{m_2=0}^l \frac{\hat{c}^{m_2}}{m_2!} \times \\ &\times \sum_{\substack{m_1+m_3+\dots+m_{l+1}=l-m_2 \\ m_1 \geq m_3 \geq \dots \geq m_{l+1} \geq 0}} L(m_1, m_3, \dots, m_{l+1}) \frac{2^l (l!)^2}{2^{m_1} (m_1!)^2} (2m_1)! (\hat{a}^2 + \hat{b}^2)^{m_1}. \end{aligned} \quad (27)$$

Далее следует самый важный шаг. Мы хотим доказать рекуррентное соотношение, аналогичное (6):

$$\hat{D}_l = \left[ \hat{D}_1 + (l-1)l \right] \hat{D}_{l-1}, \quad l > 1, \quad (28)$$



только теперь оператор  $\widehat{D}_1$  определяется формулой (26).

Прежде всего заметим, что в выражение (27) для оператора  $\widehat{D}_l$  входят только дифференциальные операторы вида

$$\begin{aligned} (p^2 \Delta_p)^\beta (\mathbf{p} \times \nabla_p)^\gamma &= p^{2\beta} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^\gamma \Delta_p^{(\beta)} = \\ &= p^{2\beta} \sum_{i_1=1}^3 \dots \sum_{i_\gamma=1}^3 p_{i_1} \dots p_{i_\gamma} \frac{\partial^\gamma}{\partial p_{i_1} \dots \partial p_{i_\gamma}} \times \\ &\times \sum_{j_1=1}^3 \dots \sum_{j_\beta=1}^3 \frac{\partial^{2\beta}}{\partial p_{j_1}^2 \dots \partial p_{j_\beta}^2}. \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{m_2=0}^{l+1} \frac{(-\tau)^{m_2}}{m_2!} \sum_{\substack{m_1+m_3+\dots+m_{l+2}=l+1-m_2 \\ m_1 \geq m_3 \geq \dots \geq m_{l+2} \geq 0}} L(m_1, m_3, \dots, m_{l+2}) \frac{2^{l+1} ((l+1)!)^2}{2^{m_1} (m_1!)^2} (2m_1)! (\lambda - \tau^2)^{m_1} = \\ &= \widehat{P} \sum_{m_2=0}^l \frac{(-\tau)^{m_2}}{m_2!} \sum_{\substack{m_1+m_3+\dots+m_{l+1}=l-m_2 \\ m_1 \geq m_3 \geq \dots \geq m_{l+1} \geq 0}} L(m_1, m_3, \dots, m_{l+1}) \frac{2^l (l!)^2}{2^{m_1} (m_1!)^2} (2m_1)! (\lambda - \tau^2)^{m_1}. \end{aligned} \quad (33)$$

Напомним, что величины  $p_i$  и  $\partial_{p_i}$  здесь рассматриваются как независимые переменные. Далее, опуская длинные выкладки, выпишем сразу результат действия оператора

$$\widehat{D}_1 = p^2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial p_i^2} - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p_i p_j \frac{\partial^2}{\partial p_i \partial p_j} - 2 \sum_{i=1}^3 p_i \frac{\partial}{\partial p_i}$$

на выражение (29):

$$\begin{aligned} \widehat{D}_1 \{ (p^2 \Delta_p)^\beta (\mathbf{p} \times \nabla_p)^\gamma \} &= \\ &= \gamma(\gamma-1) p^{2(\beta+1)} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^{\gamma-2} \Delta_p^{(\beta+1)} + \\ &+ 2\gamma p^{2(\beta+1)} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^{\gamma-1} \Delta_p^{(\beta+1)} \\ &+ p^{2(\beta+1)} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^\gamma \Delta_p^{(\beta+1)} - \\ &- \gamma(\gamma+1) p^{2\beta} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^\gamma \Delta_p^{(\beta)} - \\ &- 2(\gamma+1) p^{2\beta} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^{\gamma+1} \Delta_p^{(\beta)} - \\ &- p^{2\beta} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^{\gamma+2} \Delta_p^{(\beta)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv p^2 \Delta_p, \tau \equiv (\mathbf{p} \times \nabla_p), \\ \lambda^\beta \tau^\gamma &= p^{2\beta} (\mathbf{p} \times \nabla_p)^\gamma \Delta_p^{(\beta)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Тогда, если ввести оператор  $\widehat{P} = \widehat{D}_1 + (l-1)l$  и использовать соотношение (30), то

$$\begin{aligned} \widehat{P} \{ \lambda^\beta \tau^\gamma \} &= \gamma(\gamma-1) \lambda^{\beta+1} \tau^{\gamma-2} + 2\gamma \lambda^{\beta+1} \tau^{\gamma-1} + \\ &+ \lambda^{\beta+1} \tau^\gamma - \gamma(\gamma+1) \lambda^\beta \tau^\gamma - 2(\gamma+1) \lambda^\beta \tau^{\gamma+1} - \\ &- \lambda^\beta \tau^{\gamma+2} + (l-1)l \lambda^\beta \tau^\gamma. \end{aligned} \quad (32)$$

Выражение в формуле (27) для оператора  $\widehat{D}_l$  можно формально рассмотреть как многочлен по переменным  $\lambda$  и  $\tau$ . Необходимо теперь показать, что если подействовать на этот многочлен оператором  $\widehat{P}$ , действие которого на члены многочлена определяется по правилу (32), то мы получим многочлен соответствующий оператору  $\widehat{D}_{l+1}$ , т. е.

тогда, соответственно будет справедливо рекуррентное соотношение (28).

Для этого вновь рассмотрим здесь случай, когда ФРЭ зависит только от угловой переменной  $\mu$ . Мы можем записать выражение для интеграла столкновений, аналогичное (13):

$$\begin{aligned} \text{St}_{\text{el}} &= N \nu \int_{-1}^1 \sigma_{\text{el}}(p, \xi) \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{1!} \frac{df(\mu'(\delta), t)}{d\delta} \Big|_{\delta=0} \times \right. \\ &\times \delta + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f(\mu'(\delta), t)}{d\delta^2} \Big|_{\delta=0} \delta^2 + \dots + \\ &\left. + \frac{1}{n!} \frac{d^n f(\mu'(\delta), t)}{d\delta^n} \Big|_{\delta=0} \delta^n + \dots \right) d\alpha d\xi, \end{aligned} \quad (34)$$

где  $\mu'(\delta) = \mu(1 - \delta^2) + \sqrt{1 - \mu^2} \delta \sqrt{2 - \delta^2} \cos \alpha$  [1]. Далее мы вновь воспользуемся формулой Фaa Ди Бруно (14), только теперь операторы  $\widehat{B}$  будут равны

$$\widehat{B}_2 = -\mu \frac{\partial}{\partial \mu} = \widehat{c}, \quad \widehat{B}_{2j} = 0, j > 1; \quad (35)$$

$$\widehat{B}_1 = \sqrt{2}(\widehat{b} \cos \alpha), \quad \widehat{b} = \sqrt{1 - \mu^2} \frac{\partial}{\partial \mu},$$

$$\widehat{B}_{2j+1} = -\frac{(2j)!}{2^{3j}(2j-1)(j!)^2} \widehat{B}_1, j > 1.$$

В итоге получаем выражение, аналогичное (19):

$$\begin{aligned} \left. \frac{1}{n!} \frac{d^n f}{d\delta^n} \right|_{\delta=0} &= \sum_{\substack{k_1+2k_2+3k_3+\dots+ \\ +(2[n/2]-1)k_{2[n/2]-1}=n}} \frac{\widehat{B}_2^{k_2} \widehat{B}_1^{k_1} \widehat{B}_3^{k_3} \dots \widehat{B}_{2[n/2]-1}^{k_{2[n/2]-1}}}{k_2! k_1! k_3! \dots k_{2[n/2]-1}!} f(\mu, t) = \\ &= \sum_{\substack{k_1+2k_2+3k_3+\dots+ \\ +(2[n/2]-1)k_{2[n/2]-1}=n}} \frac{\widehat{A}^{k_2}}{k_2!} L(k_1, k_3, \dots, k_{2[n/2]-1}) 2^{K/2} (\widehat{b} \cos \alpha)^K f(\mu, t). \end{aligned} \quad (36)$$

После интегрирования данного выражения по переменной  $\alpha$  получаем, что все нечетные производные также дадут нули, а четные —

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \left. \frac{1}{(2l)!} \frac{d^{2l} f}{d\delta^{2l}} \right|_{\delta=0} d\alpha &= \frac{2\pi}{2^l (l!)^2} \widehat{D}_l f, \\ \widehat{D}_l &\equiv \sum_{m_2=0}^l \frac{\widehat{c}^{m_2}}{m_2!} \sum_{\substack{m_1+m_3+\dots+m_{l+1}=l-m_2 \\ m_1 \geq m_3 \geq \dots \geq m_{l+1} \geq 0}} L(m_1, m_3, \dots, m_{l+1}) \frac{2^l (l!)^2}{2^{m_1} (m_1!)^2} (2m_1)! (\widehat{b}^2)^{m_1}, \\ \widehat{c} &= -\mu \frac{\partial}{\partial \mu}, \quad \widehat{b}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2}. \end{aligned} \quad (37)$$

Вводя обозначения  $\lambda = \frac{\partial^2}{\partial \mu^2}$ ,  $\tau = \mu \frac{\partial}{\partial \mu}$ , мы вновь здесь приходим к многочлену от  $\lambda$  и  $\tau$  тождественному полученному ранее (стоящему в правой части равенства (33)).

Рассмотрим теперь действие оператора  $\widehat{P} = \widehat{D}_1 + (l-1)l$  на члены  $\tau^\gamma \lambda^\beta = \mu^\gamma \frac{\partial^{\gamma+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta}}$ , только теперь оператор

$$\begin{aligned} \widehat{D}_1 &= \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} = \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} - 2\mu \frac{\partial}{\partial \mu}: \\ \widehat{P} \{ \tau^\gamma \lambda^\beta \} &= \left[ \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} - 2\mu \frac{\partial}{\partial \mu} \right] \times \\ &\times \left\{ \mu^\gamma \frac{\partial^{\gamma+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta}} \right\} + (l-1)l \tau^\gamma \lambda^\beta = \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} &= \gamma(\gamma-1)\mu^{\gamma-2} \frac{\partial^{\gamma+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta}} + \\ &+ 2\gamma\mu^{\gamma-1} \frac{\partial^{\gamma+1+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+1+2\beta}} + \mu^\gamma \frac{\partial^{\gamma+2\beta+2}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta+2}} - \\ &- \gamma(\gamma-1)\mu^\gamma \frac{\partial^{\gamma+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta}} - 2\gamma\mu^{\gamma+1} \frac{\partial^{\gamma+1+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+1+2\beta}} - \\ &- \mu^{\gamma+2} \frac{\partial^{\gamma+2\beta+2}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta+2}} - 2\gamma\mu^\gamma \frac{\partial^{\gamma+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- 2\mu^{\gamma+1} \frac{\partial^{\gamma+1+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+1+2\beta}} + (l-1)l\mu^\gamma \frac{\partial^{\gamma+2\beta}}{\partial \mu^{\gamma+2\beta}} = \\ &= \gamma(\gamma-1)\tau^{\gamma-2}\lambda^{\beta+1} + 2\gamma\tau^{\gamma-1}\lambda^{\beta+1} + \tau^\gamma \lambda^{\beta+1} - \\ &- \gamma(\gamma+1)\tau^\gamma \lambda^\beta - 2(\gamma+1)\tau^{\gamma+1}\lambda^\beta - \\ &- \tau^{\gamma+2}\lambda^\beta + (l-1)l\tau^\gamma \lambda^\beta. \end{aligned}$$

Как видим, данное выражение относительно переменных  $\lambda$  и  $\tau$  полностью совпадает с выражением (32). Таким образом, можно считать доказанным равенство (33), справедливость которого в этом случае следует из истинности утверждения (6), доказанного ранее. В свою очередь, из справедливости равенства (33) следует и истинность рекуррентного соотношения (28).

В итоге после интегрирования членов ряда (13) по переменной  $\xi$  (напомним, что  $\delta^2 = 1 - \xi$ )

получаем следующее дифференциальное разложение  $St_{el}$ :

$$\begin{aligned} St_{el} &= Nv \int_{\omega'} [f(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)] \sigma_{el}(p, \xi) d\omega' = \\ &= Nv \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{lr}^{(l)}(p)}{2^l (l!)^2} \widehat{D}_l f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \\ \sigma_{lr}^{(l)}(p) &= 2\pi \int_{-1}^1 (1-\xi)^l \sigma_{el}(p, \xi) d\xi, \\ \widehat{D}_1 f &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \sum_{j=1}^3 \left[ (p^2 \delta_{ij} - p_i p_j) \frac{\partial f}{\partial p_j} \right] = \\ &= \text{div}_{\mathbf{p}} (p^2 \nabla_{\mathbf{p}} f - \mathbf{p}(\mathbf{p} \times \nabla_{\mathbf{p}} f)), \\ \widehat{D}_l f &= [\widehat{D}_1 + (l-1)l] \widehat{D}_{l-1} f, \quad l > 1. \end{aligned} \quad (39)$$

##### 5. ПРИЛОЖЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ К ВЫВОДУ СИСТЕМЫ МНОГОГРУППОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОМЕНТОВ ФРЭ

Покажем, как полученное разложение (39) может быть использовано для получения системы многогрупповых уравнений для моментов ФРЭ. Обычно при выводе из уравнения (1) уравнений для моментов ФРЭ используют разложение ФРЭ в ряд по ортогональным функциям, например, полиномам Эрмита–Чебышева [7], или функциям Барнетта [8]. Недостатком данного подхода является его ограниченность областью низких энергий, где угловое распределение электронов обладает слабой анизотропией. В случае же релятивистских электронов данное приближение не выполняется, поскольку угловое распределение электронов сильно анизотропно [9]. Используя полученное здесь дифференциальное разложение (39), можно получить систему уравнений для моментов ФРЭ как в области низких, так и высоких энергий.

Для того чтобы получить систему многогрупповых уравнений интересующий интервал значений импульса  $[p_{\min}, p_{\max}]$  разбивается на  $K$  частей  $\Delta p_{k+1/2, k-1/2} = p_{k+1/2} - p_{k-1/2}$ ,  $k = 1, \dots, K$  [11, 12]. Величина нулевого (концентрация электронов) и первого (плотность потока) момента ФРЭ в  $k$ -й группе определяется следующим образом:

$$n_k(\mathbf{r}, t) \equiv \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} f(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t) d\varphi,$$

$$\mathbf{j}_k(\mathbf{r}, t) \equiv \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} f(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t) d\varphi. \quad (40)$$

Для получения уравнения для изменения величины  $n_k(\mathbf{r}, t)$  необходимо проинтегрировать кинетическое уравнение (1) по шаровому слою в пространстве импульсов  $p \in [p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$ ,  $\mu \in [-1, 1]$  и  $\varphi \in [0, 2\pi]$ . Интегрируя левую часть кинетического уравнения (1), получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{r}} \mathbf{j}_k + \frac{(\mathbf{j}_{k+1/2} \mathbf{F}_E)}{v_{k+1/2}(p_{k+1} - p_k)} - \\ - \frac{(\mathbf{j}_{k-1/2} \mathbf{F}_E)}{v_{k-1/2}(p_k - p_{k-1})}. \end{aligned} \quad (41)$$

Для получения уравнения для изменения величины  $\mathbf{j}_{k+1/2}(\mathbf{r}, t)$  необходимо умножить уравнение (1) на вектор  $\mathbf{v}$  и проинтегрировать по шаровому слою  $p \in [p_k, p_{k+1}]$ ,  $\mu \in [-1, 1]$  и  $\varphi \in [0, 2\pi]$ , в итоге получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{j}_{k+1/2}}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{r}} \Pi_{k+1/2} + \frac{(\Pi_{k+1} \mathbf{F}_E)}{v_{k+1}(p_{k+3/2} - p_{k+1/2})} - \\ - \frac{(\Pi_k \mathbf{F}_E)}{v_k(p_{k+1/2} - p_{k-1/2})} - \mathbf{F}_E \frac{v_{k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1/2}}, \end{aligned} \quad (42)$$

где тензор второго ранга  $\Pi_k$  — это тензор плотности потока импульса.

Далее необходимо проинтегрировать члены  $St_{el}$ ,  $St_{ex}$ ,  $St_{ion}$ , стоящие в правой части уравнения (1). В [10], где был выполнен вывод системы многогрупповых уравнений для нулевого и первого момента функции распределения электронов низких энергий, при интегрировании правой части уравнения (1) использовалось приближение Лоренца для ФРЭ. Используя полученное здесь дифференциальное разложение (39) можно выполнить интегрирование, не используя этого упрощения.

Рассмотрим это на примере интеграла упругих столкновений  $St_{el}$ . В случае нулевого момента, интегрируя выражение (39) по шаровому слою естественно, поскольку число электронов не меняется в процессе упругого рассеяния, получаем ноль ввиду равенств

$$\int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \widehat{D}_l f(p, \mu, \varphi, t) d\varphi d\mu = 0, \quad (43)$$

так как

$$\int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \widehat{D}_1 g(p, \mu, \varphi, t) d\varphi d\mu = \\ = \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial g}{\partial \mu} \right\} + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} \right] d\varphi d\mu = 0.$$

В случае уравнения первого момента, используя равенство

$$\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \widehat{v} \widehat{D}_1 f(p, \mu, \varphi, t) d\varphi = \\ = -2 \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \widehat{v} f(p, \mu, \varphi, t) d\varphi, \quad (44)$$

получаем, что ненулевой вклад даст только первый член разложения (39), а все остальные члены дадут нули ввиду первого уравнения системы (11).

Аналогично при выводе уравнения для второго момента  $\Pi_k$ , используя равенство

$$\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} v_i v_j \widehat{D}_1 f(p, \mu, \varphi, t) d\varphi = \\ = 2 \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} (p^2 \delta_{ij} - 3v_i v_j) f(p, \mu, \varphi, t) d\varphi, \quad (45)$$

можно показать, что не нулевой вклад при интегрировании величины  $St_{el}$  дадут только первые два члена ряда (39), остальные дадут нули в силу второго равенства системы (11). В общем случае при получении уравнения для  $n$ -го момента отличный от нуля вклад дадут только первые  $n$  членов ряда (39).

Отметим, без рассмотрения, что похожим образом используя некоторые упрощения (предполагается, что электрон не меняет направления своего движения в процессе возбуждения атомов, и процесс ионизации рассматривается как рассеяние электрона на свободном электроне) [11, 14], можно выполнить и интегрирование величин  $St_{ex}$ ,  $St_{ion}$ . В итоге можно получить следующую систему многогрупповых уравнений для нулевого и первого момента ФРЭ

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{r}} \mathbf{j}_k = \frac{(\mathbf{F}_E \times \mathbf{j}_{k-1/2})}{v_{k-1/2}(p_k - p_{k-1})} - \\ - \frac{(\mathbf{F}_E \times \mathbf{j}_{k+1/2})}{v_{k+1/2}(p_{k+1} - p_k)} - (v_{ion,k} + v_{ex,k})n_k +$$

$$+ \sum_m v_{ex,k_m}^{(m)} n_{k_m} + \sum_{l=l_k}^K s_{lk} v_l n_l, \\ \frac{\partial \mathbf{j}_{k+1/2}}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{r}} \Pi_{k+1/2} = \\ = \frac{(\mathbf{F}_E \times \Pi_k)}{v_k(p_{k+1/2} - p_{k-1/2})} - \frac{(\mathbf{F}_E \times \Pi_{k+1})}{v_{k+1}(p_{k+3/2} - p_{k+1/2})} + \\ + \mathbf{F}_E \frac{v_{k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1/2}} - \\ - (v_{tr,k+1/2} + v_{ion,k+1/2} + v_{ex,k+1/2}) \mathbf{j}_{k+1/2} + \\ + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{ex,k_m+1/2}^{(m)} \mathbf{j}_{k_m+1/2} + \\ + \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2,k+1/2} \mu_0(\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} \mathbf{j}_{l+1/2}, \quad (46)$$

где  $v_{tr} = N v \sigma_{tr}$  — эффективная частота упругих столкновений. Величины  $v_{ex} = N v \sum_m q_{ex}^{(m)}(\epsilon)$

и  $v_{ex,k_m}^{(m)} = N v q_{ex}^{(m)}(\epsilon_{k_m})$ , где  $q_{ex}^{(m)}$  — сечение возбуждения  $m$ -го уровня атома (молекулы) с энергией возбуждения  $\epsilon_{ex}^{(m)}$ ,  $k_m$  — это номер отрезка  $[p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$  внутри которого лежит значение  $p(\epsilon_k + \epsilon_{ex}^{(m)})$ .

Величины

$$s_{lk} \equiv N_0 v_k \Delta p_{k+1/2,k-1/2} \sum_m \sigma_{ion}^{(m)}(\epsilon_l, \epsilon_k),$$

$$v_{ion,k} \equiv N_0 v_k \sum_m q_{ion}^{(m)}(\epsilon_k)$$

и  $l_k$  — это номер отрезка  $[p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$  в котором лежит значение  $p(\epsilon_k + \min_m \{\epsilon_{ion}^{(m)}\})$ ,  $\mu_0$  — это косинус угла рассеяния электрона в процессе ионизации [3],  $c$  — скорость света.

Отметим, что при выводе системы уравнений (46) не использовались никакие предположения относительно вида ФРЭ. В этом смысле система (46) является точной. Однако система не замкнута, поскольку в нее входит величина  $\Pi_k$  для определения которой необходимо дополнительное уравнение. Если использовать приближение Лоренца (слабая анизотропия ФРЭ), то в этом случае тензор потока импульса принимает вид  $\pi_{k,ij} = \delta_{ij} \frac{n_k v_k^2}{3}$ , и, подставляя данное выражение в (46), можно получить замкнутую систему уравнений, которая будет идентична, полученной в [10], за исключением членов, отвечающих за потери энергии электроном в упругих столкно-



вениях, но которыми можно пренебречь в достаточно сильных электрических полях [10, 13].

В статье [14], используя разложение (5), была получена система одномерных многогрупповых уравнений для двух первых моментов функции распределения убегающих электронов в области релятивистских энергий. Но поскольку в процессе вывода предполагалось, что ФРЭ не зависит от азимутального угла  $\phi$  в пространстве импульсов, то полученная система уравнений не описывала диффузию электронов в направлении, ортогональном направлению дрейфа электронов. Используя полученное здесь разложение (39), можно получить систему многогрупповых уравнений, описывающую транспорт электронов высоких энергий с учетом поперечной диффузии электронов.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено дифференциальное представление интеграла упругих столкновений электронов в слабоионизованной плазме в предположении, что кинетическая энергия электронов намного превышает энергию нейтральных частиц (атомов или молекул). При этом первый член разложения совпадает с классическим оператором, фигурирующем в уравнении Фоккера–Планка. Данное дифференциальное разложение может быть использовано для вывода уравнений для моментов ФРЭ во всем диапазоне энергий электрона, в том числе и в области релятивистских энергий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочков Е.И. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 5. С. 463.
2. Holstein T. // Physical Review. 1946. V. 70. № 5–6. P. 367.
3. Бабич Л.П. // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. № 4. С. 808.
4. Шабат А.Б., Эфендиев М.Х. // Уфимский математический журнал. 2017. Т. 9. № 3. С. 132.
5. Gurevich A.V., Lukyanov A.V., Zybin K.P., and R.A. Roussel-Dupre. // Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges. NATO ASI Series. Series B: Physics. 1998. V. 367. P. 19.
6. Rosenbluth M.N., MacDonald W.M. and Judd D.L. // Physical Review. 1957. V. 107. № 1. P. 1.
7. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
8. Simonovic I., Bošnjaković D., Zoran Lj. Petrović, Ronald D. White and Dujko S. // The European Physical journal D, 2020.  
<https://doi.org/10.1140/epjd/e2020-100574-y>
9. Бабич Л.П., Донской Е.Н., Илькаев Р.И., Куцык И.М., Рюссель-Дюпре Р.А. // Физика плазмы. 2004. Т. 30. № 6.
10. Бочков Е.И. // Физика плазмы. 2024. Т. 50. № 5. С. 592.
11. Бочков Е.И. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. № 2. С. 175.
12. Бабич Л.П., Кудрявцева М.Л. // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. № 5. С. 808.
13. Bockhov E.I. // Physics of Plasmas. 2024. V. 31. № 10. 103503.
14. Бочков Е.И. // ЖЭТФ. 2022. Т. 162. С. 267.

## COMPLETE DIFFERENTIAL EXPANSION OF THE INTEGRAL OF ELASTIC COLLISIONS OF ELECTRONS WITH HEAVY NEUTRAL PARTICLES

E. I. Bockhov<sup>a</sup>, \*

<sup>a</sup>Russian Federal Nuclear Center—All-Russian Scientific Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Nizhny Novgorod oblast, 60719, Russia

\*e-mail: [e\\_i\\_bochkov@mail.ru](mailto:e_i_bochkov@mail.ru)

The derivation of the complete differential expansion of the integral of elastic collisions of electrons with heavy neutral particles is performed for the case when the electron distribution function is not symmetric with respect to some direction. The derivation is made under the assumption that the kinetic energy of electrons greatly exceeds the energy of thermal motion of atoms and molecules. It is shown how the resulting expansion can be used to derive equations for the moments of the electron distribution function.

**Keywords:** electron distribution function, kinetic equation, collision integral, differential expansion