ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2023, том 87, № 11, с. 1642–1651

УДК 535.14

НЕВИНЕРОВСКАЯ ДИНАМИКА АНСАМБЛЯ ОДИНАКОВЫХ АНГАРМОНИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

© 2023 г. М. К. Алексашин[1], А. М. Башаров[2, *], А. И. Трубилко[3]

[1]Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)", Долгопрудный, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий имени Героя Российской Федерации генерала армии Е.Н. Зиничева", Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: basharov@gmail.com

Поступила в редакцию 07.07.2023 г.
После доработки 17.07.2023 г.
Принята к публикации 28.07.2023 г.

Модель ансамбля одинаковых ангармонических осцилляторов в поле общего широкополосного термостата без фотонов сведена к модели ансамбля одинаковых N-уровневых частиц при помощи алгебраической теории возмущений. Модель в одной области параметров демонстрирует эффект сверхизлучения Дике, а в другой области – осциллирующую зависимость интенсивности коллективного излучения от числа осцилляторов ансамбля. При определенном числе осцилляторов ансамбля коллективное излучение оказывается подавленным.

DOI: 10.31857/S0367676523702848, **EDN:** FYPTLU

ВВЕДЕНИЕ

Квантовый гармонический осциллятор является основной моделью для описания различных объектов квантовой оптики. Он эффективно моделирует резонаторные устройства [1, 2], сверхпроводящие структуры на основе эффекта Джозефсона [3, 4]. Сейчас различные многорезонаторные системы предлагаются для устройств квантовой памяти [5, 6]. В качестве адекватной модели таких устройств рассматривают ансамбли невзаимодействующих между собой осцилляторов, которые связаны с общей резонаторной или волноводной модой. Общая мода может распадаться в термостат или участвовать в иных взаимодействиях с внешним излучением. В работах [7, 8] показано, что модели невзаимодействующих между собой гармонических квантовых осцилляторов, которые либо нерезонансно связаны с общей затухающей резонаторной или волноводной модой, либо напрямую (резонансно) связаны с общим термостатом, в марковском приближении описываются одинаковыми кинетическими уравнениями. В этих уравнениях различными являются только параметры, отвечающие за взаимодействие с общим термостатом. Цель данной статьи – рассмотреть случай одинаковых ангармонических квантовых осцилляторов, распадающихся в поле общего термостата или связанных с общей затухающей резонаторной или волноводной модой.

Мы рассматриваем простейшие первые результаты анализа динамики ансамбля невзаимодействующих между собой квантовых ангармонических осцилляторов, связанных с общей затухающей модой, как в работах [5, 6]. Для этого используем модель, описывающую взаимодействие ансамбля с общим термостатом. В приближении, которое мы называем первым порядком алгебраической теории возмущений [9, 10], эта задача рассматривалась неоднократно [11–13]. В приближении до второго порядка включительно эта задача решена для ансамбля гармонических осцилляторов работах [7, 8].

В данной работе решена задача о коллективном распаде локализованного ансамбля ангармонических осцилляторов в поле общего термостата без фотонов в приближении алгебраической теории возмущений до второго порядка включительно. Поскольку спектр ангармонического осциллятора не эквидистантный, то привлекая соображения из резонансной оптики можно ожидать, что, подобрав соответствующие начальные условия, удастся свести задачу к коллективному распаду двухуровневых систем. Тогда во втором порядке алгебраической теории возмущения будут иметь место особенности такого коллективного распада, в которых проявляется так называемая невинеровская динамика [9].

В теории коллективного распада двухуровневых систем наиболее известной моделью является модель Дике [14—16], в рамках которой было предсказан важный эффект формирования когерентного импульса в коллективном излучении. В задачах квантового компьютинга это побочный нежелательный эффект, т. к. он ускоряет декогеренцию. С точки зрения алгебраической теории возмущений [9, 10] модель Дике учитывает лишь слагаемые первого порядка по константе взаимодействия атомов с термостатом. Для описания сверхизлучения в модели Дике достаточно знать лишь параметры резонансных уровней. Учет слагаемых второго порядка важен в ансамблях из достаточно большого числа частиц и для корректного описания коллективного излучения необходимо знание параметров штарковского взаимодействия частиц ансамбля с термостатом, которые определяются параметрами всех квантовых уровней частицы [17]. В работе [17] предложена обобщенная модель Дике, в которой коллективная динамика зависит не только от числа одинаковых частиц в ансамбле, но и от параметров, определяющих взаимодействие частиц с электромагнитным полем во втором порядке по параметру связи с этим полем (т.е. от параметров штарковского взаимодействия).

Учет ангармонизма осцилляторов и коллективное взаимодействие ансамбля одинаковых ангармонических осцилляторов с общим термостатом в статье рассмотрено при помощи алгебраической теории возмущений. Тогда естественным образом (из исходного гамильтониана) построена эффективная модель ансамбля ангармонических осцилляторов, параметры которой выражены через параметры исходных ангармонических осцилляторов. Учтены слагаемые второго порядка включительно по константе связи, что при любой постановке задачи с ангармоническим осциллятором является новым. В марковском приближении они приводят к замене уравнения Шрёдингера для оператора эволюции всей системы и окружения на квантовое СДУ (стохастическое дифференциальное уравнение), управляемое всеми основными квантовыми случайными процессам — рождающим, уничтожающим и считывающим [18]. Квантовый считывающий процесс обуславливает особенности невинеровской динамики, аналогичные предыдущим исследованным случаям [7, 17]. А именно, при достаточном числе одинаковых составляющих ансамбля возбужденное состояние ансамбля одинаковых ангармонических осцилляторов вместо ускоренного затухания стабилизируется. Во всяком случае, в широком диапазоне значения числа осцилляторов затухание энергии ансамбля затормаживается и отличается от распада, обусловленного учетом только первого порядка алгебраической теории возмущений. Это обстоятельство может оказаться полезным в задачах квантового компьютинга. При этом, в отличие от случая гармонических осцилляторов, возникает импульс сверхизлучения ансамбля одинаковых ангармонических осцилляторов. Указанное сверхизлучение отличается от традиционного сверхизлучения Дике [14—16], поскольку имеет своеобразную — невинеровскую — зависимость от числа осцилляторов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Гамильтониан ансамбля невзаимодействующих между собой осцилляторов, термостата и оператора взаимодействия осцилляторов с термостатом возьмем в обычном виде

$$H = \sum_{i=1}^{N_p} H_{\mathrm{osc}}^{(i)} + H_{\mathrm{bath}} + V_{\mathrm{int}}.$$

Здесь $H_{\mathrm{osc}}^{(i)}$ — гамильтониан i-го осциллятора (из общего числа осцилляторов ансамбля), $H_{\mathrm{bath}} = \int \hbar\omega b_\omega^+ b_\omega d_\omega$ — гамильтониан термостата с операторами, удовлетворяющими коммутационным соотношениям $[b_\omega, b_\omega^+] = \delta(\omega - \omega')$, V_{int} — оператор взаимодействия осцилляторов ансамбля с осцилляторами термостата

$$V_{\mathrm{int}} = \sum_{i=1}^{N_p} \int g(\omega)(b_\omega + b_{\omega^+})(c_i + c_i^+)d\omega.$$

Здесь $g(\omega)$ — параметр связи между осцилляторами ансамбля и термостатом (для простоты действительный), c и c^+ — операторы i-го осциллятора: $[c, c^+] = 1$, $[N, c] = -c$, $[N, c^+]$, $N = c^+c$. Их коммутаторы между разными осцилляторами и осцилляторами ансамбля и термостата равны нулю. Для указания пространства действия операторов i-го осциллятора используем нижние индексы, c_i^+ и c_i, как в формуле для V_{int}, а также N_i в дальнейшем.

Как установлено в работах [7, 8] и указано во Введении, представленная модель охватывает также случай, когда ансамбль осцилляторов нерезонансно взаимодействует только с общей затухающей модой. Отличие от [7, 8] состоит в учете ангармонизма осцилляторов ансамбля. Считаем, что гамильтониан отдельного осциллятора отличается от квадратичного и учитывает ангармонизм следующим образом

$$H_{\mathrm{osc}}^{(i)} = h\Omega_{\mathrm{c}}[c^+c + \alpha(c + c^+)^3 + \beta(c + c^+)^4] = \\ = H_{\mathrm{osc\text{-}Diag}}^{(i)} + H_{\mathrm{osc\text{-}Non\text{-}D}}^{(i)}.$$

При этом диагональную часть осцилляторного гамильтониана удобнее выражать при помощи оператора числа квантов $N = c^+c$

$$H_{\mathrm{osc\text{-}Diag}}^{(i)} = h\Omega_{\mathrm{c}}[N + 6\beta(N + N^2)].$$

Оператор N удобно использовать и в представлении недиагональной части

$$H^{(i)}_{\text{osc-Non-D}} = V^{(i)}_{2\text{ph}} + V^{(i)}_{3\text{ph}},$$
$$V^{(i)}_{2\text{ph}} = \hbar\alpha\Omega_{\text{c}}((3cN + c^3) + \text{H.c.}),$$
$$V^{(i)}_{3\text{ph}} = h\beta\Omega_c((c^4 - 2c^2 + 4c^2N) + \text{H.c.}).$$

Буквами *Н.с.* обозначены слагаемые, эрмитово сопряженные предыдущему.

Ранее при описании нелинейных процессов в кубической среде, использовали только диагональную часть осцилляторного гамильтониана $H^{(i)}_{\text{osc-Diag}} = h\Omega_{\text{c}}[N + 6\beta(N + N^2)]$ [19–21]. В приближении “классических” осцилляторов и пренебрежении корреляциями между амплитудой и числом возбуждении, задача сводится к известной модели получения сверхизлучения классических осцилляторов, следующей из рассмотрения классической динамики [19], более известной как модель Вайнштейна–Клеева [20]. В [21] предложено построение квантованного движения ангармонического осциллятора как квантовый аналог классического метода перенормировки. Проводимое ниже рассмотрение обобщает указанные работы и приводит к специфическим проявлениям в указанных задачах черт невинеровской динамики.

Представленное выше разбиение недиагональной части осцилляторного гамильтониана на $V^{(i)}_{2\text{ph}}$ и $V^{(i)}_{3\text{ph}}$ отражает их последующую роль в оптических эффектах в когерентных электромагнитных полях [10]. Оператор $V^{(i)}_{2\text{ph}}$ ответственен за генерацию второй гармоники и “выпрямление” поля, тогда как $V^{(i)}_{3\text{ph}}$ определяет генерацию третьей гармоники и автомодуляцию падающей волны.

В картине Дирака переписываем гамильтониан задачи как

$$H(t) = \exp(iH_{\text{Diag}}t/\hbar)H_{\text{Non-D}}\exp(-iH_{\text{Diag}}t/\hbar),$$
$$H(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t).$$

Здесь

$$H_{\text{Diag}} = \sum_{i=1}^{N_{\text{p}}}\hbar\Omega_{\text{c}}[N_i + 6\beta(N_i + N_i^2)] + H_{\text{bath}}.$$

$$V_1(t) = \sum_{i=1}^{N_{\text{p}}}\int g(\omega)(b_\omega e^{-i\omega t} + b_\omega + e^{i\omega t})\times$$
$$\times(\exp(iH_{\text{Diag}}t\hbar^{-1})c_i\exp(-iH_{\text{Diag}}t\hbar^{-1}) + \text{H.c.})d\omega,$$

$$V_2(t) = \hbar\alpha\Omega_{\text{c}}\left(\sum_{i=1}^{N_{\text{p}}}\exp(iH_{\text{Diag}}t\hbar^{-1})(3c_iN_i + c_i^3)\times\right.$$
$$\left.\times\ \exp(-iH_{\text{Diag}}t\hbar^{-1}) + \text{H.c.}\right),$$

$$V_3(t) = \hbar\beta\Omega_{\text{c}}\left(\sum_{i=1}^{N_{\text{p}}}\exp(iH_{\text{Diag}}t\hbar^{-1})(c_i^2(4N_i - 2) + c_i^4)\times\right.$$
$$\left.\times\ \exp(-iH_{\text{Diag}}t\hbar^{-1}) + \text{H.c.}\right).$$

Принадлежность операторов и векторов состояния к картине Дирака мы отмечаем явным написанием временного аргумента. В представленных выражениях вместо оператора H_{Diag} можно подставлять $H^{(i)}_{\text{osc-Diag}}$, т.к. они не действуют на операторы термостата. При этом $H^{(i)}_{\text{osc-Diag}}$ является первым приближением, учитывающим ангармонизм. Дальнейший учет ангармонизма проводим по теории возмущений. Наша цель – получение эффективного гамильтониана ансамбля ангармонических осцилляторов и его окружения и вывод кинетического уравнения для ансамбля ангармонических осцилляторов, рассматриваемого как открытая система, взаимодействующая с общим термостатным полем.

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Алгебраическая теория возмущений предполагает построение эффективного гамильтониана по теории возмущений с учетом всех имеющихся в системе взаимодействий. Если отдельно сначала диагонализировать чисто осцилляторный гамильтониан системы $H^{(i)}_{\text{osc}}$ или $\sum_{i=1}^{N_{\text{p}}}H^{(i)}_{\text{osc}}$, то в дальнейшем теряются так называемые интерференционные каналы взаимодействий [22].

В рассматриваемой системе есть три безразмерных параметра взаимодействия, определяемые как отношение соответствующих энергий к энергии кванта возбуждения осциллятора $\hbar\Omega_{\text{c}}$. Другими словами, есть однородная ширина спектральной линии осциллятора $\gamma\Omega_{\text{c}}$ (формула для γ будет получена далее), сдвиг его частоты за счет ангармонизма, определяемого параметром β, а также параметры α и β генерации гармоник. Чтобы упростить для начала рассмотрение ансамбля ангармонических осцилляторов, потребуем выполнение соотношения

$$\gamma \ll \beta. \tag{1}$$

Следует заметить, что параметр γ может быть очень маленьким для ансамбля независимых ангармонических осцилляторов, нерезонансно связанных с общей затухающей модой.

Другое предположение, о котором более и не будем упоминать, и которое очевидно в резонансной оптике, это малость сдвигов и ширин линий по сравнению с характерной частотой переходов

$$\beta \ll \Omega_{\text{c}}.$$

Итак, в предположении (1) рассмотрим динамику ансамбля ангармонических осцилляторов в общем дельта-коррелированном термостате. Эта динамика в картине Дирака определяется уравнением Шрёдингера для вектора состояния системы и окружения $|\Psi(t)\rangle$:

$$
\begin{aligned}
i\hbar d|\Psi(t)\rangle &= H(t)|\Psi(t)\rangle, \\
H(t) &= V_1(t) + V_2(t) + V_3(t).
\end{aligned} \tag{2}
$$

Дополнительно предлагаем локальность ансамбля, что отражается в пренебрежении пространственными зависимостями.

Применение приближения белого шума (дельта-коррелированного термостата) требует отсутствия в гамильтониане $H(t)$ быстро меняющихся во времени слагаемых, поскольку в противном случае приближение белого шума будет не корректно для рассматриваемой задачи. Переход от исходного гамильтониана $H(t)$ к гамильтониану без быстро меняющихся во времени слагаемых $\tilde{H}(t)$ есть построение эффективного гамильтониана задачи, для чего будем использовать алгебраическую теорию возмущений [9, 10].

Алгебраическая теория возмущений использует унитарную симметрию квантовой теории и предполагает переход от исходного вектора состояния системы и окружения $|\Psi(t)\rangle$ к преобразованному вектору состояния $|\tilde{\Psi}(t)\rangle$. Такой переход можно совершать в любом удобном представлении. В картине Дирака наиболее просто формулируются требования к отбору слагаемых ряда алгебраической теории возмущений, сумма которых и составляет эффективный гамильтониан задачи [9, 10].

Оператор $T(t)$ преобразования $|\tilde{\Psi}(t)\rangle = T(t)|\Psi(t)\rangle$ выражаем через эрмитовый генератор:

$$
T(t) = e^{-iS(t)}, \quad S^{+}(t) = S(t).
$$

С точки зрения описания открытой системы и ее окружения унитарное преобразование ничего не меняет в измеряемых в эксперименте величинах. Для этого уравнение Шрёдингера для преобразованного вектора состояний $|\tilde{\Psi}(t)\rangle$ должно определяться соответственно преобразованным гамильтонианом $\tilde{H}(t)$:

$$
\begin{aligned}
i\hbar d|\tilde{\Psi}(t)\rangle &= \tilde{H}(t)|\tilde{\Psi}(t)\rangle, \\
\tilde{H}(t) &= T(t)V(t)T^{+}(t) - i\hbar T(t)\frac{d}{dt}T^{+}(t).
\end{aligned} \tag{3}
$$

Имеем следующий вариант формулы Кемпбелла–Бейкера–Хаусдорфа

$$
\begin{aligned}
\tilde{H}(t) = H(t) - i[S(t), H(t)] - \frac{1}{2}[S(t),[S(t), H(t)]] - \ldots - \\
- i\hbar e^{-iS(t)}\frac{d}{dt}e^{iS(t)}.
\end{aligned}
$$

Наличие малых параметров γ, α и β позволяет использовать следующие разложения:

$$
\begin{aligned}
S(t) &= S^{(1,0,0)}(t) + S^{(0,1.0)}(t) + S^{(0,0,1)}(t) + S^{(2,0,0)}(t) + \ldots, \\
\tilde{H}(t) &= \tilde{H}^{(1,0,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,1,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,0,1)}(t) + \tilde{H}^{(1,1,0)}(t) + \\
&+ \tilde{H}^{(1,0,1)}(t) + \tilde{H}^{(0,1,1)}(t) + \tilde{H}^{(2,0,0)}(t) + \ldots,
\end{aligned} \tag{4}
$$

где каждому взаимодействию отвечает одно место в тройке верхних индексов, так что $S^{(i,j,k)}$ описывает i-ый порядок по первому взаимодействию $V_1(t)$ (или γ), j-ый порядок по второму взаимодействию $V_2(t)$ (или α) и k-ый порядок по третьему взаимодействию $V_3(t)$ (или β). Конкретизация этих формул в различных приложениях дана в работах [7–10, 17, 22]. Применение формул для описания ансамбля ангармонических осцилляторов рассмотрено ниже. Подчеркнем, что ведущей идеей алгебраической теории возмущений, позволяющей при адиабатическом включении взаимодействий однозначно определить слагаемые (4), является последовательное исключение из всех слагаемых преобразованного гамильтониана слагаемых, быстро меняющихся во времени в картине Дирака. Для слагаемых первого порядка по константам связи имеем

$$
\begin{aligned}
\tilde{H}^{(1,0,0)}(t) &= \hbar\frac{dS^{(1,0,0)}(t)}{dt} + V_1(t), \\
\tilde{H}^{(0,1,0)}(t) &= \hbar\frac{dS^{(0,1,0)}(t)}{dt} + V_2(t), \\
\tilde{H}^{(0,0,1)}(t) &= \hbar\frac{dS^{(0,0,1)}(t)}{dt} + V_3(t),
\end{aligned}
$$

Эти формулы, как и формулы для слагаемых второго порядка по параметрам взаимодействий, неоднократно приводились [7–10, 17, 22]. Приведем для примера следующие выражения:

$$
\begin{aligned}
\tilde{H}^{(2,0,0)}(t) &= i\hbar\frac{d}{dt}S^{(2,0,0)}(t) - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), V_1(t)] - \\
&- \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), \tilde{H}^{(1,0,0)}(t)], \\
\tilde{H}^{(1,1,0)}(t) &= i\hbar\frac{d}{dt}S^{(1,1,0)}(t) - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), V_2(t)] - \\
&- \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), \tilde{H}^{(0,1,0)}(t)] - \\
&- \frac{i}{2}[S^{(0,1,0)}(t), V_1(t)] - \frac{i}{2}[S^{(0,1,0)}(t), \tilde{H}^{(1,0,0)}.
\end{aligned}
$$

Требование медленного изменения во времени слагаемых $\tilde{H}^{(i,j,k)}(t)$ приводит к тому, что операторы $S^{(i,j,k)}(t)$ “вбирают” в себя все быстропеременные во времени слагаемые. В результате, в зависимости от начальных условий, соотношения ширин линий, отстроек от резонансов и энергий взаимодействия, формируются медленно меняющиеся во времени слагаемые операторов $\tilde{H}^{(i,j,k)}(t)$.

СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ К ДИНАМИКЕ АНСАМБЛЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ ЧАСТИЦ

Проанализируем формирование медленно меняющихся слагаемых $\tilde{H}^{(1,0,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,1,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,0,1)}(t)$ эффективного гамильтониана первого порядка по параметрам взаимодействий.

Поскольку $V_2(t)$ и $V_3(t)$ целиком состоят из быстро осциллирующих слагаемых, то согласно требованиям алгебраической теории возмущений положим

$$\tilde{H}^{(0,1,0)}(t) = \tilde{H}^{(0,0,1)}(t) = 0.$$

Это позволяет определить величины $S^{(0,1,0)}(t)$ и $S^{(0,0,1)}(t)$, а также в первом приближении пренебречь процессами генерации гармоник и связанными с ними потерями.

В предположении (1) при слабых начальных возбуждениях ангармонических осцилляторов, когда среднее число квантов осцилляторов мало, а именно 0 или 1, ангармонические осцилляторы ансамбля заселяют только энергетические уровни $|0\rangle^{(i)}$ и $|1\rangle^{(i)}$. Эти уровни становятся резонансными окружающему термостатному полю. Из спектра окружающего термостатного поля алгебраическая теория возмущений выделяет область частот с центральной частотой

$$\Omega_c' = \Omega_c(1 + 12\beta) \tag{5}$$

и шириной порядка $\gamma\Omega_c'$. Совокупность частот такой области обозначаем (Ω_c'). Кванты с этими частотами оказываются резонансными переходу $|1\rangle^{(i)} \to |0\rangle^{(i)}$. Если плотность квантов термостата равна нулю, то других квантов термостата, резонансных каким-либо уровням, нет.

Заметим, что если бы в начальном состоянии присутствовали бы ангармонические осцилляторы, возбужденные на уровень $|2\rangle^{(i)}$, то в спектре окружающего термостатного поля выделилась бы новая область частот (Ω_c'') с центральной частотой

$$\Omega_c'' = \Omega_c(1 + 24\beta)$$

и шириной порядка $\gamma\Omega_c''$. Если выполнено (1), то указанные области частот не перекрываются, поскольку $\Omega_c'' - \Omega_c' = 12\beta\Omega_c \gg \gamma\Omega_c$. С ростом числа возбуждений следует заменить принятую модель ангармонизма на другую, например, использовав потенциал Морзе [23].

Таким образом, если число возбуждений осциллятора невелико, то алгебраическая теория возмущений осцилляторную модель в случае ангармонизма и взаимодействия осциллятора с полем широкополосного термостата в условиях (1) сводит к N-уровневой частице. При этом резонансное когерентное электромагнитное поле в случае его несущей частоты, равной Ω_c' или Ω_c'', и при малой частоте Раби по сравнению со спектральными ширинами переходов приводит, согласно алгебраической теории возмущений, к возбуждению только пары соответствующих низколежащих энергетических уровней.

В дальнейшем будем рассматривать простейшую ситуацию, в которой в начальном состоянии осциллятор или невозбужден, или однократно возбужден. Тогда быстроменяющиеся во времени члены генератора $S^{(1,0,0)}(t)$ такие:

$$S^{(1,0,0)}(t) =$$
$$= \sum_{i=1}^{N_p}\sum_{n=1}^{\infty}\int\limits_{\omega\notin(-\Omega_c')} \frac{g(\omega)\sqrt{n}\left|E_{n-1}^{(i)}\right\rangle\left\langle E_n^{(i)}\right| b_\omega e^{i(\omega+\Omega_{n,n-1})t}d\omega}{i\hbar(\omega+\Omega_{n,n-1})} +$$
$$+ \sum_{i=1}^{N_p}\sum_{n=1}^{\infty}\int\limits_{\omega\notin(\Omega_c')} \frac{g(\omega)\sqrt{n}\left|E_n^{(i)}\right\rangle\left\langle E_{n-1}^{(i)}\right| b_\omega e^{-i(\omega-\Omega_{n,n-1})t}d\omega}{i\hbar(\omega-\Omega_{n,n-1})}.$$

Здесь мы ввели векторы состояния i-го осциллятора, которые, в отличие от обозначений $|0\rangle^{(i)}, |1\rangle^{(i)}$ и др., стали записывать с использованием энергии $E_n = \hbar\Omega_c[n + 6\beta(n + n^2)]$ или $E_n^{(i)} = \hbar\Omega_c[n_i + 6\beta(n_i + n_i^2)]$. При этом $\Omega_{n,k} = \dfrac{E_{n,k}}{\hbar}$, $E_{n,k} = E_n - E_k$.

В это же время медленно меняющиеся слагаемые $\tilde{H}^{(1,0,0)}(t)$ содержат только проекторы на пару низколежащих уровней $|0\rangle^{(i)}|E_0\rangle^{(i)}$ и $|1\rangle^{(i)}|E_1\rangle^{(i)}$. Поэтому удобно ввести операторы

$$R_3 = \frac{1}{2}\sum_i\left(|E_1\rangle^{(i)} E_1|^{(i)} - |E_0\rangle^{(i)} E_0|^{(i)}\right),$$
$$R_- = \sum_i |E_0\rangle^{(i)}\langle E_1|^{(i)}, \quad R_+ = \sum_i |E_1\rangle^{(i)}\langle E_0|^{(i)}$$

с коммутационными соотношениями алгебры su(2):

$$[R_3, R_+] = \pm R_+, \quad [R_+, R_-] = 2R_3.$$

В этих обозначениях имеем

$$\tilde{H}^{(1,0,0)}(t) = \int\limits_{\omega\in(\Omega_c')} d\omega g(\omega) b_\omega + d_{1,0}R_- e^{i(\omega-\Omega_{1,0})t}d\omega + \text{H.c.}$$

Чтобы подчеркнуть сходство полученного гамильтониана с атомным гамильтонианом, использовано обозначение матричного элемента дипольного момента $d_{n-1,n} = d_{n,n-1} = \sqrt{n}$.

Слагаемое второго порядка $\tilde{H}^{(2,0,0)}(t)$ получается обычным образом в виде

$$\tilde{H}^{(2,0,0)}(t) = H^{\mathrm{Lamb}} + H^{\mathrm{St}}(t) + H^{\mathrm{Ex}},$$

$$H^{\mathrm{Lamb}} = \sum_{kj}\int g(\omega)^2 \frac{|d_{kj}|^2 d\omega}{\hbar^2(\Omega_{kj}-\omega)} \left| E_k \right\rangle^{(i)},$$

$$H^{\mathrm{Ex}} = -\int \frac{g(\omega)^2 |d_{10}|^2}{\hbar(\omega+\Omega_{10})} d\omega (R_- R_+ + R_+ R_- - N_{\mathrm{p}},$$

$$H^{\mathrm{St}}(t) = \int d\omega d\omega' \, g(\omega) g(\omega') b_\omega^+ b_{\omega'} e^{-i(\omega'-\omega')t} \times$$

$$\times \left\{ \Pi_+(\omega,\omega') \frac{N_{\mathrm{p}}}{2} + \Pi_-(\omega,\omega') R_3 \right\},$$

$$\Pi_0(\omega) = \frac{|d_{01}|^2}{\hbar} \frac{1}{\Omega_{01}-\omega}, \quad \Pi_1(\omega) = \frac{|d_{12}|^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\Omega_{01}-\omega} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\Omega_{12}-\omega} \right) + \frac{|d_{10}|^2}{\hbar} \frac{1}{\Omega_{10}'-\omega}, \quad \Pi_\pm(\omega,\omega') =$$

$$= \frac{1}{2}\{\Pi_0(\omega) + \Pi_0(\omega') \pm (\Pi_1(\omega) + \Pi_1(\omega'))\}.$$

Таким образом, эффективный гамильтониан задачи $H^{\mathrm{Eff}}(t)$ получается в виде суммы гамильтониана $V^{\mathrm{Sys}}(t)$, который относит к ансамблю невзаимодействующих осцилляторов, и операторов резонансного перехода $H^{\mathrm{Tr}}(t)$ и штарковского взаимодействия $H^{\mathrm{St}}(t)$:

$$\begin{gathered} H^{\mathrm{Eff}}(t) = V^{\mathrm{Sys}}(t) + H^{\mathrm{Tr}}(t) + H^{\mathrm{St}}(t), \\ V^{\mathrm{Sys}}(t) = H^{\mathrm{Lamb}} + H^{\mathrm{Ex}}, \quad H^{\mathrm{Tr}}(t) = \tilde{H}^{(1,0,0)}(t). \end{gathered} \tag{6}$$

Имеем очевидное объяснение этого результата, полученного алгебраической теорией возмущений. Из-за учета ангармонизма спектр квантового осциллятора становится неэквидистантным. Алгебраическая теория возмущений позволяет выделить из открытой системы и ее окружения модель открытой квантовой системы с конечным числом уровней и разбить окружение квантовой системы на совокупность независимых источников квантового шума. Такое представление зависит как от начальных условий, так и от значений параметров ангармонизма и параметра связи осциллятора с квантованным электромагнитным полем окружения. Выше мы предположили, что каждый осциллятор в начальный момент времени имеет не более одного кванта возбуждения, а параметр ангармонизма β достаточно велик (неравенство (1), $\gamma \sim 2\pi g^2(\Omega_{10})\hbar^{-1}$). В этом случае, исходные операторы задачи мы переписали в виде, сходном с видом операторов атомной открытой системы, полученном в [17]. Такое представление гамильтониана ангармонических осцилляторов через генераторы алгебры su(2), проведенное из “первых принципов”, далеко нетривиально и не очевидно. Обычно поступают наоборот, как в преобразовании Холштейна–Примакова [24] или в представлении генераторов полиномиальной алгебры [25, 26]. Подчеркнем, что этот “обратный переход” как бы “автоматически” выполнила алгебраическая теория возмущений с требованием отсутствия в эффективном гамильтониане быстроменяющихся во времени слагаемых. Аналогично, алгебраическая теория возмущений разбивает широкополосное окружение открытой системы на совокупность независимых шумовых источников. В этом проявился специфический универсализм алгебраической теории возмущений.

Следует подчеркнуть отличие ангармонического осциллятора от N-уровневой модели атома. Оно состоит во вкладах в параметры штарковского взаимодействия $\Pi_k(\omega)$. В случае ангармонического осциллятора вклад дают только резонансные уровни, в то время как в атоме вклад дают все оптически разрешенные переходы с уровня $\left| E_k^{(i)} \right\rangle$. Поэтому, в случае ангармонического осциллятора учитываем сдвиг Блоха–де Сиггерта [10], в то время как в случае атомов им можно пренебречь.

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ АНСАМБЛЯ АНГАРМОНИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Полученный эффективный гамильтониан (6) поставленной задачи может быть переписан в марковском приближении в терминах основных квантовых случайных процессов. Эти случайные процессы непосредственно следуют из структуры соответствующих операторов. Например, будем в полученном операторе $H^{\mathrm{Tr}}(t)$ эффективного гамильтониана считать выполненным одно из условий марковского приближения: считаем, что параметр связи $g(\omega)$ в частотной области $\omega \in (\Omega_{\mathrm{c}}')$ постоянен $g(\omega) \approx g(\Omega_{\mathrm{c}}') \approx g(\Omega_{\mathrm{c}})$. Тогда

$$H^{\mathrm{Tr}}(t) = g(\Omega_{\mathrm{c}}) d_{1,0} R_- \int\limits_{\omega \in (\Omega_{\mathrm{c}}')} b_\omega + e^{i(\omega - \Omega_{1,0})t} d\omega + \mathrm{H.c.}$$

В полученном интеграле можно считать пределы интегрирования по всей оси от $-\infty$ до $+\infty$. Естественным образом возникают операторы

$$b(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} b_\omega e^{i(\omega-\Omega_{\mathrm{c}})} d\omega, \quad B(t) = \int\limits_0^t b(s) ds.$$

Если учесть условие дельта коррелированности термостата с нулевой плотностью фотонов $b_\omega b_{\omega'^+} \geq \delta(\omega - \omega')$, то $B(t)$ представляет собой квантовый уничтожающий процесс с дифференциалом Ито $dB(t) = B(t+dt) - B(t)$.

Аналогично, в операторе $H^{\mathrm{St}}(t)$ упомянутое условие из марковского приближения вводит в рассмотрение оператор $\Lambda(t)$ – считающий (или считывающий) квантовый процесс.

$$\Lambda(t) = \int\limits_0^t ds b^+(s) b(s), \quad d\Lambda(t) = \Lambda(t+dt) - \Lambda(t),$$

поскольку оператор штарковского взаимодействия определяется интегралом

$$H^{\mathrm{St}}(t)=g^2(\Omega_c)\left\{\Pi_+(\Omega_c,\Omega_c)\frac{N_p}{2}+\Pi_-(\Omega_c,\Omega_c)R_3\right\}\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}d\omega d\omega'\, b_\omega^+ b_{\omega'} e^{-i(\omega'-\omega')t}.$$

Согласно работе [18] дифференциалы Ито $dB(t)$, $dB(t)$ и $d\Lambda(t)$ подчиняются алгебре Хадсона—Партасарати

$$d\Lambda(t)d\Lambda(t)=d\Lambda(t),\quad dB(t)dB^+(t)=dt,$$
$$d\Lambda(t)dB^+(t)=dB^+(t),\quad dB(t)d\Lambda(t)=dB(t),$$
$$d\Lambda(t)dB(t)=d\Lambda(t)dt=dB^+(t)d\Lambda(t)=dB^+(t)dB(t)=$$
$$=dB^+(t)dt=dB(t)dt=dtdt=0.$$

При этом средние от дифференциалов Ито введенных случайных процессов — нулевые:

$$\mathrm{Tr}_{\mathrm{Env}}(\rho^{\mathrm{S+Env}}(t)dB(t))=\mathrm{Tr}_{\mathrm{Env}}(\rho^{\mathrm{S+Env}}(t)dB^+(t))=$$
$$=\mathrm{Tr}_{\mathrm{Env}}(\rho^{\mathrm{S+Env}}(t)d\Lambda(t))=0.$$

След берется по состоянию термостатного электромагнитного поля с нулевой плотностью фотонов, $\rho^{\mathrm{S+Env}}(t)=|\tilde{\Psi}(t)\rangle\langle\{\tilde{\Psi}(t)|$.

Следует подчеркнуть, что для работы с алгеброй Хадсона—Партасарати необходимо все величины обезразмерить и затем, в полученных кинетических уравнениях опять, при необходимости, вернуться к размерным величинам. Эта процедура обсуждалась в [17].

Применение марковского приближения и введение квантовых стохастических процессов приводит к следующим важным следствиям.

1. Уравнение для вектора состояния или для оператора эволюции в любом представлении становятся математически неопределенными и корректный математический статус получают как квантовые стохастические дифференциальные уравнения [27].

2. Эффективный гамильтониан выражается через квантовые стохастические процессы следующим образом

$$H^{\mathrm{Eff}}(t)dt=V^{\mathrm{Sys}}(t)dt+Y^+dB(t)+$$
$$+YdB^+(t))+Y_\Lambda d\Lambda(t),$$
$$Y_\Lambda=\eta_+\frac{N_p}{2}+\eta_-R_3, \tag{7}$$
$$\eta_\pm=\frac{2\pi}{\hbar}|g(\Omega_c|^2[\Pi_1(\Omega_c)\pm\Pi_0(\Omega_c)],$$
$$Y=\chi R_-,\quad \chi=\frac{\sqrt{2\pi}g(\Omega_c)d_{10}}{\hbar\sqrt{\Omega_c}}.$$

Подчеркнем, что (7) не может быть подставлен в уравнение Шрёдингера. Согласно невинеровской теории квантовых стохастических дифференциальных уравнений [9] выражение (7) подставляется в дифференциал Ито оператора эволюции $U(t)$, получаемого из формального интегрального представления решения уравнения Шрёдингера

$$dU(t)=[\exp(-iH^{\mathrm{Eff}}(t)dt)-1]U(t). \tag{8}$$

Из разложения экспоненты выражения для $dU(t)$ в ряд с учетом всех членов разложения и алгебры Хадсона—Партасарати следует универсальный вид [9] стохастического дифференциального уравнения для оператора эволюции в случае учета квантового считывающего процесса:

$$dU(t)=\left(Y^+\frac{Y_\Lambda^e+iY_\Lambda}{(Y_\Lambda)^2}Ydt+Y^+\frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda}dB(t)+\right.$$
$$\left.+\frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda}YdB^+(t)+Y_\Lambda^e d\Lambda(t)\right)U(t). \tag{9}$$

При этом, в отличие от стохастических дифференциальных уравнений [27], в коэффициенты перед дифференциалами Ито $dB^+(t)$ и $dB(t)$ рождающего $B^+(t)$ и уничтожающего $B(t)$ процессов, как и перед dt, вошли множители типа $\frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda}$, $Y_\Lambda^e=$ $=e^{-iY_\Lambda}-1$, отражающие роль штарковского взаимодействия как квантового считающего процесса $\Lambda(t)$.

Квантовое стохастическое дифференциальное уравнение (9) служит основой для получения кинетического уравнения для матрицы плотности открытой системы [9, 17, 27]. На основе указанных работ можно сразу написать кинетическое уравнение ансамбля ангармонических осцилляторов в виде

$$\frac{d\rho^{\mathrm{S}}(t)}{dt}=\frac{i}{\hbar}[\rho^{\mathrm{S}},V^{\mathrm{Sys}}]+|\chi|^2\left(R_+\frac{Y_\Lambda^e+iY_\Lambda}{Y_\Lambda^2}R_-\rho^{\mathrm{S}}(t)+\right.$$
$$\left.+\rho^{\mathrm{S}}(t)R_+\frac{Y_\Lambda^e-iY_\Lambda}{Y_\Lambda^2}R_-+\frac{Y_\Lambda^e}{Y_\Lambda}R_-\rho^{\mathrm{S}}(t)R_+\frac{Y_\Lambda^{e+}}{Y_\Lambda}\right), \tag{10}$$

в котором новым является только конкретный вид входящих операторов и значения коэффициентов. В остальном вид кинетического уравнения остался прежним (поскольку он универсальный), который в [9, 17] назвали невинеровским. Кинетическое уравнение можно переписать с использованием релаксационного оператора Γ в форме Линдблада

$$\frac{d\rho^{\mathrm{S}}(t)}{dt}=\frac{i}{\hbar}[\rho^{\mathrm{S}},V^{\mathrm{Sys}}]-\Gamma\rho^{\mathrm{S}}(t),$$
$$\Gamma\rho^{\mathrm{S}}(t)=-\frac{i}{\hbar}[\rho^{\mathrm{S}}(t),H^{\mathrm{L-S}}]+\frac{1}{2}L^{\mathrm{S}+}L^{\mathrm{S}}\rho^{\mathrm{S}}(t)+$$
$$+\frac{1}{2}\rho^{\mathrm{S}}(t)L^{\mathrm{S}+}L^{\mathrm{S}}-L^{\mathrm{S}}\rho^{\mathrm{S}}(t)L^{\mathrm{S}+},$$

с операторами Линдблада

$$L^{S} = \frac{Y_{\Lambda}^{e}}{Y_{\Lambda}}Y, \quad H^{L-S} = Y^{+}\frac{\sin Y_{\Lambda} - Y_{\Lambda}}{Y_{\Lambda}^{2}}Y,$$

с очевидным равенством

$$L^{S+}L^{S} = 2Y^{+}\frac{1-\cos Y_{\Lambda}}{Y_{\Lambda}^{2}}Y.$$

Уравнение (10) нетрудно также переписать для представления Шрёдингера.

НЕВИНЕРОВСКАЯ ДИНАМИКА

Кинетическое уравнение (10) является основой для рассмотрения динамики локализованного ансамбля независимых ангармонических осцилляторов, нерезонансно связанных с общей затухающей модой или напрямую взаимодействующих с общим термостатом. Нетрудно ввести дополнительные слагаемые в V^{Sys} для описания резонансных взаимодействий когерентного поля с уровнями $\left|E_0^{(i)}\right\rangle$ и $\left|E_1^{(i)}\right\rangle$ и развивать далее теорию когерентных переходных процессов [10] в пренебрежении интерференционными каналами взаимодействий. Здесь же отметим яркое следствие последовательного применения алгебраической теории возмущений к ансамблю ангармонических осцилляторов в условиях (1). Это следствие демонстрирует эффект сверхизлучения и его невинеровские особенности в зависимости от числа N_p ангармонических осцилляторов в ансамбле (в ансамбле из достаточно большого числа осцилляторов).

Воспользуемся теорией, обобщающую модель Дике на учет второго порядка алгебраической теории возмущений [17]. В отличие от [17] основными параметрами теории становятся следующие

$$\Pi_0(\omega) = \frac{|d_{01}|^2}{\hbar}\frac{1}{\Omega_{01}-\omega},$$

$$\Pi_1(\omega) = \frac{|d_{12}|^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\Omega_{12}+\omega} + \frac{1}{\Omega_{12}-\omega}\right) + \frac{|d_{10}|^2}{\hbar}\frac{1}{\Omega_{10}+\omega}.$$

Если оценивать эти выражения, то видно, что $\Pi_0(\Omega_c') \sim \frac{1}{2\Omega_c'}$. В то время как $\Pi_1(\omega) \sim \frac{1}{\omega - \Omega_{21}}$, так что $\Pi_1(\Omega_c') \sim \frac{1}{\beta} \gg \frac{1}{\Omega_c}$. Поэтому можно считать, что

$$\eta_{+} \approx -\eta_{-}. \tag{11}$$

В этом соотношении проявилась роль сдвига Блоха–де Сиггерта и отличие от случая атомных систем.

Для аналитической оценки интенсивности коллективного излучения рассмотрим другой крайний случай, который не подпадает под условия развитой в данной статье теории возмущений. Пусть ангармонизм очень сильный и такой, что $\Omega_{21} = (\sqrt{2}+\sqrt{2})\Omega_{10}$. Мы не будем обсуждать, возможно ли реально реализовать такие условия. С точки зрения резонансной оптики и в пренебрежении интерференционными каналами, можно также развить алгебраическую теорию возмущений для данных условий и получить, что $\Pi_0(\omega) = \Pi_1(\omega)$. Тогда

$$\eta_{-} = 0. \tag{12}$$

В этих условиях интенсивность коллективного излучения $\bar{I}(t)$ в случае, когда в начальный момент времени $t = 0$ все ангармонические осцилляторы возбуждены на уровень $\left|E_1^{(i)}\right\rangle$, $i = 1, \ldots N_p$, можно грубо оценить так:

$$\bar{I}(t) = -\varepsilon\frac{d}{dt}\mathrm{Tr}(\hbar\Omega_{10}R_3\rho^{S}), \quad \bar{I}(t) \approx \bar{\gamma}\frac{1}{4}N_{p^2}\,\mathrm{sech}^2\times \\ \times\left[\bar{\gamma}\frac{1}{2}N_p(t-t_D)\right], \quad t_D = (\bar{\gamma}N_p)^{-1}\ln\{\bar{\gamma}N_p, \tag{13}$$

$$\bar{\gamma} = 2\chi^2\varepsilon\hbar\Omega_{10}\frac{1-\cos(\eta_{+}N_p)}{(\eta_{+}N_p)^2}. \tag{14}$$

Техника расчета описана работах [15–17]:

Здесь видно отличие от случая коллективного излучения ансамбля гармонических осцилляторов. В случае ангармонизма формируется уединенный солитоноподобный импульс, тогда как коллективное излучение гармонических осцилляторов подобно экспоненциальному распаду с константой релаксации, пропорциональной числу осцилляторов. В случае не очень большого числа ангармонических осцилляторов $1 \ll N_p \ll 2\pi/\eta_{+}$, характерный множитель в (14)

$$\frac{1-\cos(\eta_{+}N_p)}{(\eta_{+}N_p)^2}$$

равен единице. Сам множитель мы называем невинеровским, поскольку он определяется квантовым считающим случайным процессом, который возникает при учете в алгебраической теории возмущений слагаемых второго порядка по параметру взаимодействия с термостатом. Его равенство единице означает, что считающий квантовый процесс мал и себя в скорости коллективной релаксации не проявляет. Сверхизлучение в этой области называем винеровским.

Подчеркнем, что и в рассмотренных в статье условиях (1) и (11), в области $1 \ll N_p \ll 2\pi/\eta_{+}$, импульс коллективного излучения ансамбля ангармонических осцилляторов также описывается формулой (14) с невинеровским множителем, равным единице.

В области $N_p \sim 1/\eta_{+}$ в крайнем случае (12) начинает сказываться зависимость перенормированной

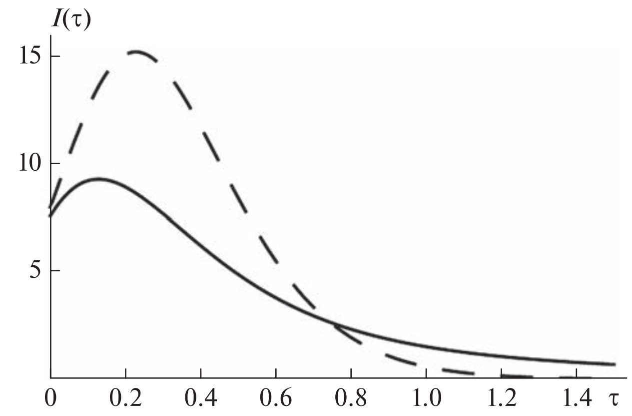

Рис. 1. Безразмерная интенсивность сверхизлучения в винеровском (пунктир) и невинеровском (сплошная линия) случаях. Положено $\eta_+ = -\eta_- = \pi/4$, $N_p = 8$.

(по сравнению со случаем сверхизлучения Дике) константы $\overline{\gamma}$ от числа ангармонических осцилляторов N_p (формулы (13), (14)). Невинеровский фактор здесь проявляется так. Во-первых, зависимость константы $\overline{\gamma}$ от числа ангармонических осцилляторов становится немонотонной; во-вторых, существует "критическое число" возбужденных ангармонических осцилляторов, когда коллективное излучение полностью подавляется. Вблизи критического числа частиц можно говорить просто о подавлении коллективного излучения.

В случае (11) интенсивность коллективного излучения ансамбля ангармонических осцилляторов исследована численно. На рисунке 1 видно, как по сравнению винеровским сверхизлучением (пунктир) невинеровское сверхизлучение (сплошная линия) проседает и сдвигается. Таким образом, как и в крайнем случае (12) имеет место подавление коллективного излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгебраическая теория возмущений не только выделяет в широкополосном термостате независимые шумовые источники, каждый из которых резонансно взаимодействует с соответствующим квантовым переходом открытой системы, но и в случае ангармонического осциллятора в определенных условиях задачу о взаимодействии ангармонического осциллятора с широкополосным термостатным полем сводит к динамике в шумовом поле квантовой N-уровневой системы. Поэтому коллективный распад ансамбля одинаковых и невзаимодействующих между собой ангармонических осцилляторов существенно отличается от коллективного распада ансамбля гармонических осцилляторов. Распад возбужденного ансамбля гармонических осцилляторов во времени описывается экспонентой $\exp(\overline{\gamma}t)$. В случае ангармонических осцилляторов формируется импульс ((13) и рис. 1). Принципиальное различие будет и при других начальных условиях.

Помимо отличия есть и сходство в распаде ансамблей одинаковых квантовых осцилляторов. И в отсутствие ангармонизма и при его проявлении при достаточном числе осцилляторов проявляются особенности невинеровской динамики, состоящие в подавлении коллективного излучения. Физической причиной является появление альтернативных каналов переизлучения квантов, определяемых штарковским взаимодействием и квантовым случайным считывающим процессом. Это обстоятельство аналогично другим случаям невинеровской динамики [9].

Следует также отметить, что в силу фундаментальности объекта под названием "квантовый осциллятор" проводятся многочисленные исследования уже сформулированных кинетических уравнений в форме Линдблада. Математики ищут решения разными методами, исследуя спектральные свойства супероператоров, свойства симметрии, изучают квантовые траектории. Физики описывают различные физические эффекты, в том числе перепутывание квантовых состояний, декогеренцию, различные биения излучений, ищут классические аналогии. Мы добавили новую модель в коллекцию уравнений для таких исследований.

Авторы выражают благодарность Калачеву А.А. и Сазонову С.В. за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Скалли М.О., Зубайри М.С.* Квантовая оптика. М.: Физматлит, 2003. 512 с.
2. *Шляйх В.П.,* Квантовая оптика в фазовом пространстве. М.: ФМЛ, 2005.
3. *Krantz P., Kjaergaard M., Yan F. et al.* // Appl. Phys. Rev. 2019. V. 6. Art. No. 021318.
4. *Gu X., Kockum A., Miranowicz A. et al.* // Phys. Reports. 2017. V. 718–719. P. 1.
5. *Моисеев С.А., Перминов Н.С.* // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 111. С. 602; *Moiseev S.A., Perminov N.S.* // JETP Lett. 2020. V. 111. P. 500.
6. *Моисеев С.А., Перминов Н.С., Желтиков А.М.* // Письма в ЖЭТФ. 2022. Т. 115. № 6. С. 353; *Moiseev S.A., Perminov N.S., Zheltikov A.M.* // JETP Lett. 2022. V. 115. No. 6. P. 318.
7. *Башаров А.М., Трубилко А.И.* // ЖЭТФ. 2021. Т. 160. № 6(12). С. 865; *Basharov A.M., Trubilko A.I.* // JETP. 2021. V. 160. No. 6. P. 737.
8. *Башаров А.М., Трубилко А.И.* // ЖЭТФ. 2021. Т. 160. № 4(10). С. 498; *Basharov A.M., Trubilko A.I.* // JETP. 2021. V. 160. No. 4. P. 431.
9. *Башаров А.М.,* // ЖЭТФ 2020. Т. 158. № 5. С. 978; *Basharov A.M.* // JETP. 2020. V. 158. No. 5. P. 853.

10. *Maimistov A.I., Basharov AM.* Nonlinear optical waves. Dordrecht: Kluwer Academic, 1999. 650 p.
11. *Клышко Д.Н.* Физические основы квантовой электроники. М.: Наука. 1986. 296 с.
12. *Килин С.Я.* Квантовая оптика: Поля и их детектирование. Минск: Навука і тэхніка. 1990. 176 с.
13. *Hanamura E., Kawabe Y., Yamanaka A.* Quantum nonlinear optics. Springer, 2007. 234 p.
14. *Dicke R.H.* // Phys. Rev. 1954. V. 93. No. 1. P. 99.
15. *Benedict M.G., Ermolaev A.M., Malyshev V.A. et al.* Super-radiance: multiatomic coherent emission. Bristol and Philadelphia: IOP, 1996.
16. *Мандель Л., Вольф Э.* Оптическая когерентность и квантовая оптика. М.: Физматлит, 2000.
17. *Basharov A.M.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. Art. No. 013801.
18. *Hudson R.L., Parthasarathy K.R.* // Commun. Math. Phys. 1984. V. 93. P. 301.
19. *Ильинский Ю.А., Маслова Н.С.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 171; *Il'inskii Yu.A., Maslova N.S.* // Sov. Phys. JETP. 1988. V. 67. No. 1. P. 96.
20. *Вайнштейн Л.А., Клеев А.И.* // ДАН СССР. 1990. Т. 311. С. 862.
21. *Сазонов С.В.* // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. Физ.-мат. науки. 2009. Т. 151. С. 150.
22. *Trubilko A.I., Basharov A.M.* // Phys. Scripta. 2020. V. 95. Art. No. 045106.
23. *Cooper I.L.* // Chem. Phys. 1987. V. 112. P. 67.
24. *Holstein T., Primakoff H.* // Phys. Rev. 1940. V. 58. P. 1098.
25. *Vadeiko I.P., Miroshnichenko G.P., Rybin A.V., Timonen J.* // Phys. Rev. A. 2003. V. 67. Art. No. 053808.
26. *Башаров А.М.* // ЖЭТФ. 2010. Т. 137. № 6. С. 1090; *Basharov A.M.* // JETP. 2010. V. 110. No. 6. P. 951.
27. *Gardiner C.W., Zoller P.* Quantum noise. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 449 p.

The non-Wiener dynamics of an ensemble of identical anharmonic oscillators

M. K. Aleksashin[a], A. M. Basharov[b, *], A. I. Trubilko[c]

[a]*Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudnyi, 141701 Russia*
[b]*National Research Center Kurchatov Institute, Moscow, 123182 Russia*
[c]*St. Petersburg University of State Fire Service of Emercom of Russia, St. Petersburg, 196105 Russia*
**e-mail: basharov@gmail.com*

The model of an ensemble of anharmonic oscillators in the field of a common broadband photon-free thermostat is reduced to a model of an ensemble of identical *N*-level particles in terms of the algebraic perturbation theory. In one region the model describes the Dicke superadiance, and in the other one—oscillating dependence of the collective radiation intensity on the number of the ensemble oscillator. The collective radiation proves to be suppressed with a certain number of oscillators.