

УДК 535.2

## МАЛОПЕРИОДНЫЕ ДВУХЧАСТОТНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПУЛИ ПРИ РАССТРОЙКАХ ФАЗОВЫХ И ГРУППОВЫХ СКОРОСТЕЙ

© 2024 г. А. А. Калинович<sup>1</sup>, К. В. Кошкин<sup>1, \*</sup>, М. В. Комиссарова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Москва, Россия

\*E-mail: koshkin.kv19@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 15.07.2024

После доработки 19.08.2024

Принята к публикации 30.08.2024

С помощью численного моделирования показана возможность формирования (2D+1) малопериодных (3–5 осцилляций под огибающей) световых пуль в нецентросимметричных средах при генерации второй гармоники и наличии расстройек фазовых и групповых скоростей. Продемонстрировано, что кубичная нелинейность не препятствует формированию пространственно-временных солитонов лишь до определенных значений интенсивности.

**Ключевые слова:** малоцикловая, световая пуля, солитон

**DOI:** 10.31857/S0367676524120067, **EDN:** EXDEAB

### ВВЕДЕНИЕ

Одновременное линейное распывание оптических импульсов из-за дисперсии и дифракции может компенсироваться нелинейными эффектами. Это приводит к образованию и распространению световых пуль в средах с различной нелинейностью. Тип нелинейности играет ключевую роль в стабильности пространственно-временных солитонов. Известно, что пространственно-временные солитоны (ПВС) неустойчивы в среде с кубичной нелинейностью. В среде же с квадратичной нелинейностью даже при небольших расстройках фазовых и групповых скоростей могут формироваться и распространяться устойчивые двухцветные световые пули [1–6].

Кубичная нелинейность свойственна не только центросимметричным кристаллам, но и кристаллам, не обладающим центром симметрии. Эта нелинейность становится существенной, сравнимой с основной нелинейностью второго порядка лишь при высокой интенсивности входного сигнала. Кубичная нелинейность оказывает значительное влияние на генерацию второй гармоники (ГВГ), снижая эффективность ГВГ, и на поведение пучков света в среде. В среде с квадратичной и кубичной нелинейностью наблюдаются два типа трехчастотных солитонов [7]. Для их возникновения необходимы определенные соотношения между коэффициентами дисперсии групповой скорости (ДГС), нелинейности и частотами волн.

Благодаря развитию волоконно-оптической связи, область квадратично-кубичной нелинейности

стала предметом пристального изучения. Анализ пространственно-временных эффектов для комбинированной нелинейности является сложной задачей, так как конкуренция между двумя нелинейностями может иметь решающее значение. Например, в экспериментальной работе [8] с кристаллом бета-бората бария, который обладает заметной кубичной нелинейностью, были обнаружены самосжимающиеся пространственно-временные солитоны.

В отличие от квазимонохроматических ПВС, малопериодные световые пули на комбинированной нелинейности исследованы в меньшей степени. Настоящая работа посвящена исследованию возможности формирования малопериодных ПВС при учете эффектов высшего порядка, таких как дисперсия третьего порядка, дисперсия нелинейности и т. д.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В книге [9] для описания распространения ультракороткого импульса длительностью меньше одной пикосекунды вводится обобщенное многомерное нелинейное уравнение Шредингера, которое учитывает линейные эффекты высших порядков, таких как дисперсия третьего порядка и дисперсия дифракции. В работе [10] выведены уравнения, описывающие процесс генерации второй гармоники предельно короткими импульсами с учетом дисперсии нелинейности. По аналогии с методами [9, 10], можно записать систему квазиоптических уравнений, описывающую распространение малопериодного

импульса в среде со смешанной квадратично-кубической нелинейностью:

$$i\left(\frac{\partial A_1}{\partial z} + \delta \frac{\partial A_1}{\partial \tau}\right) = \frac{-\beta_1}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \tau^2} + i \frac{\gamma_1}{6} \frac{\partial^3 A_1}{\partial \tau^3} + \\ + (a_1 A_1^* A_2 + ib_1 \frac{\partial}{\partial \tau} (A_1^* A_2)) e^{i\Delta k z} + \\ + \frac{c}{2n_1\omega} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - i \frac{c}{2n_1\omega^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \\ + A_1 (g_{11} |A_1|^2 + g_{12} |A_2|^2); \quad (1)$$

$$i\left(\frac{\partial A_2}{\partial z} - \delta \frac{\partial A_2}{\partial \tau}\right) = \frac{-\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \tau^2} + i \frac{\gamma_2}{6} \frac{\partial^3 A_2}{\partial \tau^3} + \\ + \left(a_2 A_1^2 + ib_2 \frac{\partial}{\partial \tau} (A_1^2)\right) e^{-i\Delta k z} + \\ + \frac{c}{4n_2\omega} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} - i \frac{c}{8n_2\omega^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \\ + A_2 (g_{21} |A_1|^2 + g_{22} |A_2|^2); \quad (2)$$

В (1)–(2)  $A_1$  и  $A_2$  – медленно меняющиеся огибающие электрического поля импульса на основной частоте и на частоте второй гармоники, соответственно,  $\tau = t - \frac{z}{2} \left( \frac{1}{v_{g2}} + \frac{1}{v_{g1}} \right)$  – время,  $z$  – направление распространения,  $v_{g1,2}$  – групповая скорость

на основной и удвоенной частотах,  $\delta = \frac{\left( \frac{1}{v_{g1}} - \frac{1}{v_{g2}} \right)}{2}$  –

групповая расстройка,  $\beta_{1,2} = \frac{\partial^2 k_{1,2}}{\partial \omega^2}$  – коэффициенты

ДГС,  $\gamma_{1,2} = \frac{\partial^3 k_{1,2}}{\partial \omega^3}$  – коэффициенты дисперсии

третьего порядка (ДТП),  $k_{1,2}$  – волновые числа,  $\Delta k = 2k_1 - k_2$  – расстройка фазовых скоростей,

$a_1 = \frac{4\pi\omega}{cn_1} \chi^{(2)}(2\omega; -\omega)$ ,  $a_2 = \frac{8\pi\omega}{cn_2} \chi^{(2)}(\omega; \omega)$ ,  $g_{11} =$

$= \frac{3\pi\omega}{2cn_1} \chi^{(3)}(\omega; \omega; -\omega)$ ,  $g_{12} = \frac{3\pi\omega}{cn_1} \chi^{(3)}(\omega; 2\omega; -2\omega)$ ,  $g_{21} =$

$= \frac{6\pi\omega}{cn_2} \chi^{(3)}(2\omega; \omega; -\omega)$ ,  $g_{22} = \frac{3\pi\omega}{cn_2} \chi^{(3)}(2\omega; 2\omega; -2\omega)$  –

коэффициенты нелинейности,

$$b_1 = \frac{4\pi}{cn_1} \left( \chi^{(2)}(2\omega; -\omega) + \omega \frac{\partial \chi^{(2)}}{\partial \omega}(2\omega; -\omega) \right),$$

$$b_2 = \frac{8\pi}{cn_2} \left( \chi^{(2)}(\omega; \omega) + \omega \frac{\partial \chi^{(2)}}{\partial \omega}(\omega; \omega) \right) -$$

коэффициенты дисперсии нелинейности,  $n_{1,2}$  – показатели преломления,  $\chi^{(2)}(\omega, \omega)$ ,  $\chi^{(2)}(2\omega, -\omega)$  – восприимчивости, индекс  $i = 1$  относится к параметрам импульса на основной частоте, а  $i = 2$  – на второй гармонике. В систему уравнений (1)–(2) для импульсов фемтосекундной включены такие эффекты высших порядков как: дисперсия третьего порядка, дисперсия квадратичной нелинейности, пространственно-временная фокусировка и керровская нелинейность (второе, четвертое, шестое и седьмое слагаемые в правой части системы соответственно). При распространении квазимонохроматического импульса пикосекундной длительности влиянием этих эффектов обычно пренебрегают ввиду их относительной малости, а наличием в кристалле керровской нелинейности – ввиду малой интенсивности сигнала. Роль слагаемого, содержащего смешанные пространственно-временные производные и ответственного за эффект пространственно-временной фокусировки, была отмечена в главе 7 книги [9].

## БЕЗРАЗМЕРНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Для проведения численного эксперимента в системе (1)–(2) продольная координата нормируется на квадратичную нелинейную длину, поперечная координата – на поперечный размер входного пучка, а время на длительность импульса на входе в среду:

$$i \frac{\partial \psi_1}{\partial \bar{z}} + i \bar{\delta} \frac{\partial \psi_1}{\partial \bar{\tau}} = \frac{-D_{\beta 1}}{2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{\tau}^2} + \frac{i D_{\gamma 1}}{6} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \bar{\tau}^3} + \\ + \left( \psi_1^* \psi_2 - i D_{b1} \frac{\partial (\psi_1^* \psi_2)}{\partial \bar{\tau}} \right) e^{i \bar{\Delta k} \bar{z}} + D_{c1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{x}^2} - \\ - i D_{c2} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{x}^2} + \psi_1 (D_{11} |\psi_1|^2 + D_{12} |\psi_2|^2); \quad (3)$$

$$i \frac{\partial \psi_2}{\partial \bar{z}} - i \bar{\delta} \frac{\partial \psi_2}{\partial \bar{\tau}} = \frac{-D_{\beta 2}}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \bar{\tau}^2} + \frac{i D_{\gamma 2}}{6} \frac{\partial^3 \psi_2}{\partial \bar{\tau}^3} + \\ + \left( \eta \psi_1^2 - i D_{b2} \frac{\partial \psi_1^2}{\partial \bar{\tau}} \right) e^{-i \bar{\Delta k} \bar{z}} + \frac{D_{c1}}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \bar{x}^2} - \\ - i \frac{D_{c2}}{4} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \bar{x}^2} + \psi_2 (D_{21} |\psi_1|^2 + D_{22} |\psi_2|^2); \quad (4)$$

Здесь  $\psi_{1,2} = \frac{A_{1,2}}{A_{in}}$ ,  $\bar{z} = \frac{z}{l_{nl}}$ ,  $l_{nl} = \frac{1}{a_1 A_{in}}$ ,  $D_{\beta 1,2} = \frac{\beta_{1,2} l_{nl}}{2 \tau_{in}^2}$ ,

$$D_{\gamma 1,2} = \frac{\gamma_{1,2} l_{nl}}{6 \tau_{in}^3}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_{in}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{R_{in}}, \quad \eta = \frac{n_2 \chi^{(2)}(2\omega)}{2 n_1 \chi^{(2)}(\omega)},$$

$$D_{11} = \frac{g_{11} A_{in}}{a_1}, \quad D_{b1} = \frac{1}{N} \frac{\chi^{(2)}(\omega) + \omega \frac{\partial \chi^{(2)}(\omega)}{\partial \omega}}{\chi^{(2)}(\omega)},$$

$$D_{b_2} = \frac{\eta}{N} \frac{\chi^{(2)}_{(2\omega)} + \omega \frac{\partial \chi^{(2)}_{(2\omega)}}{\partial \omega}}{\chi^{(2)}_{(2\omega)}}, D_{c_1} = \frac{c l_{nl}}{2\omega n_1 R_{in}^2},$$

$$D_{c_2} = \frac{c l_{nl}}{2\omega^2 n_1 R_{in}^2 \tau_{in}}, \bar{\Delta k} = l_{nl} \Delta k, \bar{\delta} = \frac{\delta l_{nl}}{\tau_{in}},$$

расстройка групповых скоростей,  $N \approx \omega \tau_{in}$  — число колебаний поля под огибающей сигнала,  $A_{in}$  — начальная пиковая амплитуда на основной частоте,  $R_{in}$  — начальная ширина импульса,  $\tau_{in}$  — начальная длительность импульса,  $D_{11} > 0$  — фокусирующая нелинейность,  $D_{11} < 0$  — дефокусирующая.

На вход в среду ( $\bar{z} = 0$ ) подаются компоненты на обеих частотах, имеющие гауссовскую огибающую:

$$\psi_1 = E_1 \exp[-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2], \psi_2 = E_2 \exp[-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2]. \quad (5)$$

Для решаемой численно системы уравнений (3)–(4) в условиях синхронизма фазовых и групповых скоростей нами ранее [2] были найдены следующие оптимальные безразмерные параметры, при которых пучок гауссовской формы распространяется в «дышащем» режиме:  $D_{b1} = -0.1$ ,  $D_{b2} = -0.2$ ,  $D_{\gamma 1} = \frac{D_{b1}}{N}$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = \frac{D_{c1}}{N}$ ,  $\eta = 0.5$ ,  $D_{c2} = 0.01$ ,  $D_{b1} = \frac{1}{N}$ ,  $D_{b2} = \frac{\eta}{N}$ ,  $E_1 = 1$ ,  $E_2 = 0.5$ . Под «дышащим» режимом понимается наличие осцилляций параметров солитона, таких как интенсивность, длительность. В данной работе мы отталкиваемся от приведенных оптимальных значений безразмерных коэффициентов, постепенно увеличивая безразмерные коэффициенты групповых и фазовых расстройек, а также добавляя кубичную нелинейность, считая взаимодействие по-прежнему двухчастотным.

Проведем некоторые оценки допустимых значений коэффициентов. Для многих нелинейных анизотропных кристаллов, например  $\text{LiNbO}_3$ , ДГС и ДТП в диапазоне прозрачности можно оценить по формуле Зельмейера [11]. В области частот  $\omega \sim 10^{15}$  Гц ДГС может быть отрицательной. При длительности импульса  $\tau_{in} \sim 10^{-14}$  с для кристалла ниобата лития в случае длин волн  $\lambda \approx 1 \text{ мкм}$  ( $\omega \approx 10^{15}$  Гц),  $|\beta_1(\omega)| \approx 10^{-27} - 10^{-26} \frac{\text{с}^2}{\text{см}}$ . В этом диапазоне длин волн расстройки фазовых скоростей  $\Delta k \sim 0.1 \text{ мкм}^{-1}$ , а характерные длины имеют следующие величины: длина группового запаздывания  $l_g = \frac{\tau_{in}}{|\delta|} \approx 10 \text{ мкм}$ , дисперсионная длина второго порядка  $l_{dis} = \frac{\tau^2}{|\beta_1(\omega)|} \approx 100 \text{ мкм}$ , дисперсионная длина третьего порядка  $l_{dis3} = \frac{\tau^3}{|\gamma_1(\omega)|} \approx 150 \text{ мкм}$ . Если  $l_{dis} \approx 5 - 10 l_{nl2}$ , то нелинейная длина второго

порядка  $l_{nl2} = \frac{1}{A_{in} a_1} \approx 10 \text{ мкм}$ . Тогда интенсивность  $I \approx 10^{12} - 10^{13} \text{ Вт/см}^2$ . Безразмерный коэффициент, отвечающий за кубичную нелинейность в таком случае  $D_{11} \approx \frac{\chi^{(3)} A_{in}}{\chi^{(2)}} \approx 1$ .

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

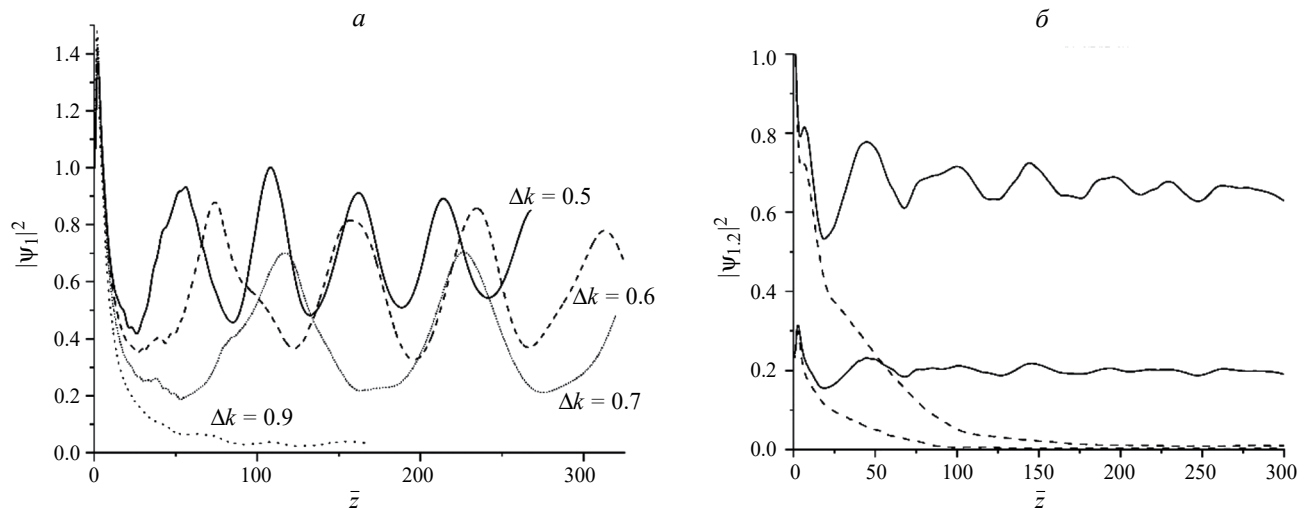
На первом этапе численные эксперименты мы проводим с учетом только квадратичной нелинейности. В таком случае при условии фазового синхронизма и оптимального набора параметров формируется устойчивая световая пуля при осцилляции интенсивностей обеих гармоник по мере распространения в среде [2]. Зафиксировав расстройку групповых скоростей  $\bar{\delta} = 0$ , постепенно увеличиваем расстройку фазовых скоростей. Удастся найти диапазон значений безразмерного коэффициента  $\bar{\Delta k}$ , при котором пуля остается устойчивой. На рис. 1а представлены зависимости интенсивности сигнала (при  $\bar{\delta} = 0$  и  $N=10$ ) на основной частоте для разных значений  $\bar{\Delta k}$ . Так, при значениях  $\bar{\Delta k} < 0.8$  наблюдается «дышащий» режим распространения, форма огибающей сигнала остается практически неизменной.

При уменьшении числа осцилляций до  $N=5$ , эффекты высшего порядка возрастают в два раза. Проводя ряд экспериментов, находим, что при значениях вплоть до  $\bar{\Delta k} = \bar{\delta} = 0.25$  (рис. 1б) формируется световая пуля, однако при больших значениях устойчивого режима не наблюдается.

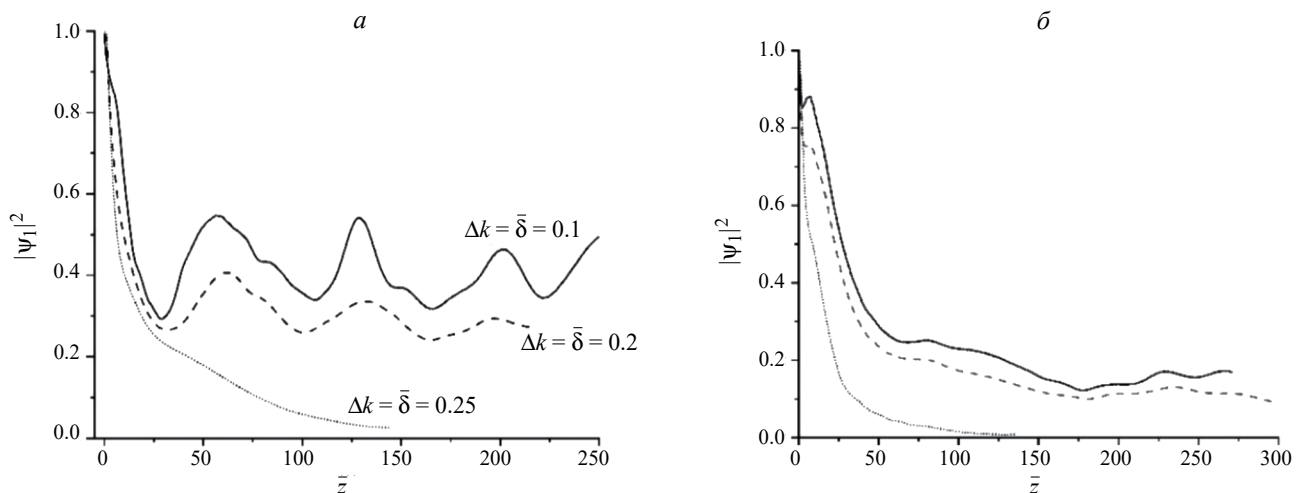
Далее мы уменьшаем число осцилляций под огибающей до  $N=3$  (рис. 2а). Предельное значение расстроек фазовых и групповых скоростей, при которых может сформироваться световая пуля  $\bar{\delta} = \Delta k = 0.2$ . Фактически, это иллюстрирует возрастающую роль эффектов высших порядков.

Рассмотрим случай, когда дисперсия групповой скорости отсутствует на частоте второй гармоники. Такой случай сравнительно проще реализовать в реальных кристаллах. Так как теперь нарушено оптимальное соотношение между коэффициентами ДГС, формирование световых пуль становится возможным только в условиях фазового синхронизма, так как даже при сравнительно небольших расстройках  $\Delta k = \bar{\delta} = 0.1$  световая пуля заметно уширяется по поперечной и продольной координате, а интенсивность заметно убывает, как показано на рис. 2б.

Напомним, что после перехода к безразмерной системе коэффициентов нами исходя из оптимальных безразмерных параметров были приведены оценки допустимых значений параметров системы (3)–(4). При увеличении интенсивности входного



**Рис. 1.** Зависимости пиковых интенсивностей сигнала на основной частоте  $|\psi_1|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  (а) при  $N=10$ ,  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.01$ ,  $D_{b1} = 0.1$ ,  $D_{b2} = 0.05$ ,  $\delta = 0$  и различных значениях безразмерной фазовой расстройки:  $\Delta k = 0.5$ ,  $\Delta k = 0.6$  (пунктир),  $\Delta k = 0.7$  (короткий пунктир),  $\Delta k = 0.9$  (точечный пунктир). Зависимости пиковых интенсивностей сигнала на основной и удвоенной частотах  $|\psi_{1,2}|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  (б) при  $N=5$ ,  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{\gamma 1} = 0.02$ ,  $D_{\gamma 2} = 0.04$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.02$ ,  $D_{b1} = 0.2$ ,  $D_{b2} = 0.1$ ,  $\delta = \Delta k = 0.25$  (сплошные),  $\delta = \Delta k = 0.28$  (пунктир).



**Рис. 2.** Зависимости пиковых интенсивностей сигнала на основной частоте  $|\psi_1|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  (а) при  $N=3$ ,  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.0333$ ,  $D_{b1} = 0.333$ ,  $D_{b2} = 0.166$ ,  $\delta = \Delta k$  и различных значениях безразмерной фазовой расстройки:  $\Delta k = 0.1$  (сплошная),  $\Delta k = 0.2$  (пунктир),  $\Delta k = 0.25$  (короткий пунктир). Зависимости пиковых интенсивностей сигнала на основной частоте  $|\psi_1|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  (б) при  $N=5$ ,  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = 0$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.02$ ,  $D_{b1} = 0.2$ ,  $D_{b2} = 0.1$ ,  $\delta = 0.1$  и различных значениях безразмерной фазовой расстройки:  $\Delta k = 0$  (сплошная),  $\Delta k = 0.1$  (пунктир),  $\Delta k = 0.25$  (короткий пунктир).

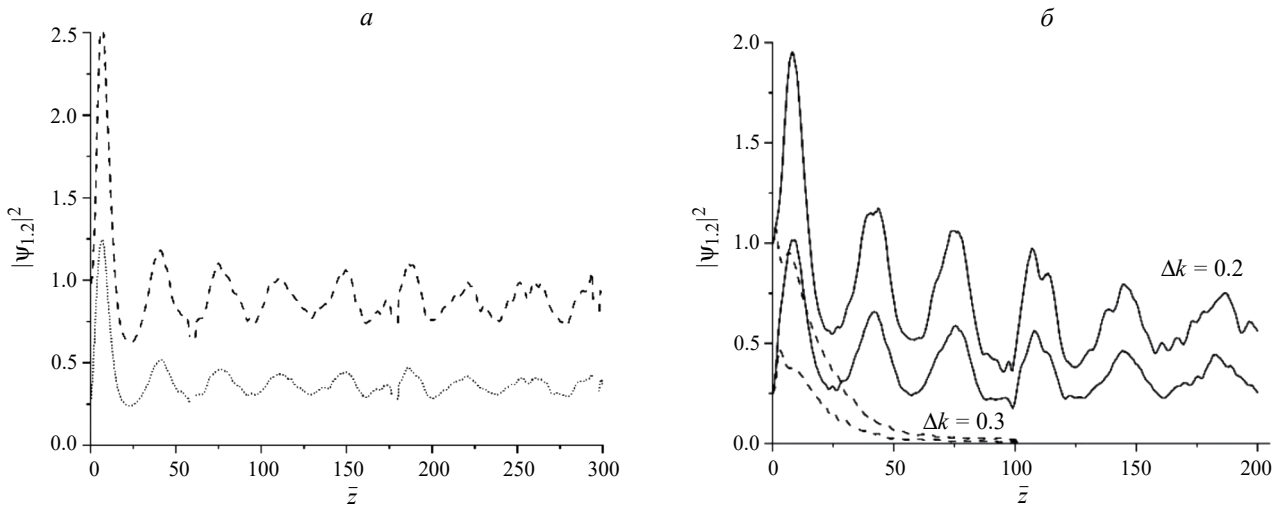
импульса возрастает безразмерный коэффициент, ответственный за наличие кубичной нелинейности

$$D_{11} \approx \frac{\chi^{(3)} A_{in}}{\chi^{(2)}}.$$

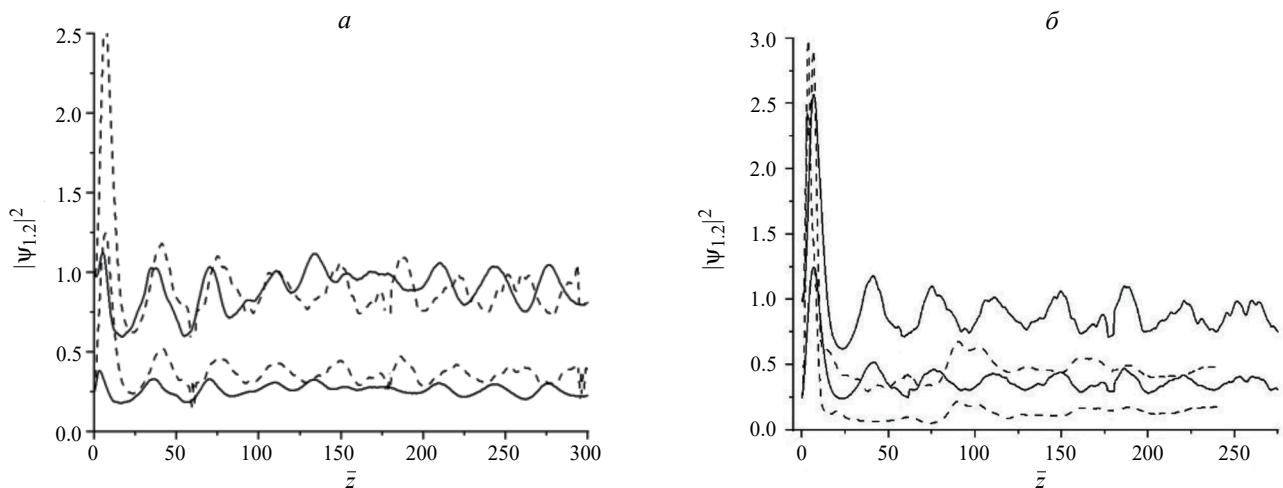
Поэтому на следующем этапе мы учитываем коэффициент  $D_{11}$ , выбирая коэффициенты, равные  $D_{11} = 0.1$ ,  $\bar{\delta} = \Delta k = 0.1$  (рис. 3а),  $\bar{\delta} = \Delta k = 0.2$  (сплошные),  $\bar{\delta} = \Delta k = 0.3$  (пунктир) (рис. 3б). В обоих случаях заметнее становится начальная компрессия солитона, однако во последнем случае световая пуля не формируется. Увеличение фазовых и групповых

расстроек приводит к уменьшению средней интенсивности световой пули.

При увеличении коэффициента кубичной нелинейности до  $D_{11} = 0.15$  существенных отличий не наблюдается. Для сравнения на рис. 4а и 4б приведены четыре случая с разным значением коэффициента  $D_{11}$ . При дальнейшем увеличении до значения  $D_{11} = 0.5$  наблюдается сильная самокомпрессия после прохождения всего двух-трех нелинейных длин, после чего световая пуля не формируется.



**Рис. 3.** Зависимости пиковых интенсивностей сигнала на основной и удвоенной частотах  $|\psi_{1,2}|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  при наличии кубичной нелинейности (а);  $N=5$ ,  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.02$ ,  $D_{b1} = 0.2$ ,  $D_{b2} = 0.1$ ,  $D_{11} = 0.1$ ,  $\delta = \Delta k = 0.1$ . Зависимости пиковых интенсивностей сигнала на основной и удвоенной частотах  $|\psi_{1,2}|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  (б) при  $N=5$ ,  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.02$ ,  $D_{b1} = 0.2$ ,  $D_{b2} = 0.1$ ,  $\delta = \Delta k$  и различных значениях безразмерной фазовой расстройки:  $\Delta k = 0.2$  (сплошные),  $\Delta k = 0.3$  (пунктир).



**Рис. 4.** Зависимости пиковых интенсивностей сигнала ( $N=5$ ) на основной и удвоенной частотах  $|\psi_{1,2}|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  при наличии кубичной нелинейности (а);  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.02$ ,  $D_{b1} = 0.2$ ,  $D_{b2} = 0.1$ ,  $\delta = \Delta k = 0.1$ ,  $D_{11} = 0.1$  (пунктир),  $D_{11} = 0$  (сплошные). Зависимости пиковых интенсивностей сигнала ( $N=5$ ) на основной и удвоенной частотах  $|\psi_{1,2}|^2$  от продольной координаты  $\bar{z}$  при наличии кубичной нелинейности (б),  $D_{\beta 1} = -0.1$ ,  $D_{\beta 2} = -0.2$ ,  $D_{c1} = 0.1$ ,  $D_{c2} = 0.02$ ,  $D_{b1} = 0.2$ ,  $D_{b2} = 0.1$ ,  $\delta = \Delta k = 0.1$ ,  $D_{11} = 0.25$  (пунктир),  $D_{11} = 0.15$  (сплошные).

Используя приведенные выше оценки характерных интенсивностей для кристалла ниобата лития, коэффициенту  $D_{11} = 0.5$  на частоте  $\omega \sim 10^{15}$  Гц соответствует интенсивность  $I \approx 10^{11} - 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>, а нелинейные длины второго и третьего порядков  $l_{n12} \approx l_{n13}$  принимают значения нескольких десятков микрон. Таким образом при столь высоких интенсивностях по причине наличия сильной самокомпрессии устойчивость малопериодных световых пуль нарушается.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ малопериодных параметрических световых пуль требует учета совместного влияния дифракции и дисперсии высшего порядка, квадратичной, а также зачастую и кубичной нелинейностей. Для решения этой задачи была исследована система связанных квазиоптических уравнений. Мы демонстрируем, что формирование световых пуль остается возможным в определенном диапазоне расстроек фазовых и групповых скоростей, а также при наличии

кубической нелинейности. Для кристалла ниобата лития проведена оценка характерных нелинейных и дисперсионных длин, а также длительности и интенсивности импульса.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Skryabin D.V., Firth W.J.* // Opt. Commun. 1998. V. 148. P. 79.
2. *Кошкин К.В., Сазонов С.В., Калинович А.А., Комиссарова М.В.* // Изв РАН. Сер. физ. 2024. Т. 88. № 1. С. 68; *Koshkin K.V., Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Komissarova M.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2024. V. 88. No. 1. P. 56
3. *Malomed B.A., Drummond P., He H. et al.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 4725.
4. *Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Komissarova M.V., Zakharova I.G.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. Art. No. 033835.
5. *Liu X., Beckwitt K., Wise F.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 1328.
6. *Liu X., Qian L., Wise F.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. No. 2. P. 83.
7. *Комиссарова М.В., Сухоруков А.П.* // Изв РАН. Сер. физ. 1992. Т. 56. № 12. С. 189; *Komissarova M.V., Sukhorukov A.P.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 1992. V. 56. No. 12. P. 1995.
8. *Šminas R., Tamošauskas G., Valiulis G., Dubietis A.* // Opt. Letters. 2016. V. 41. No. 9. P. 2097.
9. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны: от волоконных световодов к фотонным кристаллам. М.: Физматлит, 2005; *Kivshar Y.S., Agrawal G.P.* Optical solitons: from fibers to photonic crystals. N.Y.: Academic Press, 2005.
10. *Trofimov V.A., Stepanenko S., Razgulin A.* // PLoS ONE. 2019. V. 14. No. 12. Art. No. e0226119.
11. *Nikogosyan D.N.* // Nonlinear optical crystals: a complete survey. Springer Science+Business Media Inc., 2005.

## Few-cycle two-frequency light bullets with detuning of phase and group velocities

**A. A. Kalinovich<sup>1</sup>, K. V. Koshkin<sup>1, \*</sup>, M. V. Komissarova<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Lomonosov Moscow State University, Moscow, 191991 Russia*

*\*e-mail: koshkin.kv19@physics.msu.ru*

Using numerical modeling, the possibility of forming (2D+1) short-period (3—5 oscillations under the envelope) light bullets in non-centrosymmetric media with the second harmonic at the presence of phase and group velocities mismatches is shown. It is demonstrated that cubic nonlinearity does not prevent the formation of space-time solitons only up to certain intensity values.

*Keywords:* few-cycle, light bullet, soliton.