

Особенности электронного спектра при переходе из фазы аксионного изолятора в фазу квантового аномального эффекта Холла в тонкой пленке собственного антиферромагнитного топологического изолятора

В. Н. Меньшов^{+*×1)}, Е. В. Чулков^{+*°}

⁺Томский государственный университет, 634050 Томск, Россия

^{*}Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия

[×]Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

[°]Departamento de Polimeros y Materiales Avanzados: Física, Química y Tecnología, Facultad de Ciencias Químicas, Universidad del País Vasco UPV/EHU, 20080 San Sebastián/Donostia, Basque Country, Spain

Поступила в редакцию 11 ноября 2022 г.

После переработки 24 ноября 2022 г.

Принята к публикации 25 ноября 2022 г.

В данной работе мы исследуем топологические состояния электронов в тонкой пленке собственного антиферромагнитного топологического изолятора, акцентируя внимание на их взаимосвязи с магнитной текстурой. Мы рассматриваем модель пленки с четным числом семислойных блоков, которая подвержена переходу из фазы аксионного изолятора в фазу квантованной холловской проводимости во внешнем магнитном поле. В континуальном подходе мы моделируем эффективный двумерный гамильтониан тонкой пленки топологического изолятора с неколлинеарной намагниченностью, на основе которого получаем энергетический спектр и кривизну Берри. Анализ топологических индексов позволяет построить топологическую фазовую диаграмму в зависимости от параметров системы и степени неколлинеарности. Для топологически различных областей диаграммы мы описываем краевые электронные состояния на боковой грани пленки. Кроме того, мы исследуем спектр одномерных состояний на доменной стенке, разделяющей домены с противоположным углом неколлинеарности. Мы также обсуждаем полученные результаты и экспериментальную ситуацию в тонких пленках соединения MnBi_2Te_4 .

DOI: 10.31857/S1234567823020106, EDN: oetpsg

Введение. В последние годы исследование взаимосвязи между топологической электронной зонной структурой и магнитным порядком стало одним из приоритетных в квантовой физике твердого тела [1]. Такая взаимосвязь является основой для ряда уникальных явлений, например, квантового аномального эффекта Холла (КАЭХ) [2–5] и состояния аксионного изолятора (АИ) [6–8]. Недавнее открытие ван-дер-вальсовского соединения MnBi_2Te_4 , как трехмерного топологического изолятора (ТИ), обладающего одновременно собственным антиферромагнитным (АФМ) порядком А-типа, и его производных значительно продвинуло исследования квантованной спин-зависимой проводимости [9–18]. Действительно, тонкие пленки MnBi_2Te_4 проявляют себя как весьма привлекательная платформа для реализации различных магнитных и топологических состояний

благодаря богатой фазовой диаграмме в параметрическом пространстве “число структурных семислойных блоков (СБ) – внешнее магнитное поле – температура” [19]. В тонких пленках MnBi_2Te_4 , содержащих нечетное число СБ Te-Bi-Te-Mn-Bi-Te , наблюдается КАЭХ при температуре $T = 1.4 \text{ K}$ [11]. Поместив такие пленки во внешнее магнитное поле умеренной величины (не создающее уровней Ландау), нормальное к базисной плоскости, удастся надежно поддержать плато поперечной проводимости $\cong e^2/h$ до $T = 6.5 \text{ K}$ [11]. С другой стороны, образцы MnBi_2Te_4 с четным числом СБ в основном состоянии являются АИ, но с ростом внешнего поля они показывают переход из АИ в режим КАЭХ [12]. Вместе с тем, в пленках MnBi_2Te_4 во внешнем поле наблюдается последовательность метамгнитных переходов между состояниями с различными коллинеарными и неколлинеарными текстурами намагниченности, которые коррелируют с изменением спектраль-

¹⁾e-mail: vnmenshov@mail.ru

ных и транспортных характеристик [11, 20–23]. Комплексные экспериментальные исследования установили соответствие между зонной структурой, магнитной текстурой и топологической фазой в пленках MnBi_2Te_4 толщиной от 4 до 8 СБ [24]. Было показано, что в процессе перемагничивания образцов в области неколлинеарной фазы происходит топологический переход, сопровождающийся инвертированием энергетических зон [24]. Следует заметить, что только недавно экспериментаторы проявили непосредственный интерес к теме краевых состояний электронов, реализующих квантованную проводимость в пленках MnBi_2Te_4 [25].

Введение АФМ порядка нарушает симметрию по отношению к обращению времени Θ и удваивает элементарную ячейку кристалла, но сохраняет комбинированную симметрию $S = \Theta T_{1/2}$, где $T_{1/2}$ – оператор трансляции на вектор кристаллической решетки без учета магнитного порядка. Монг и др. показали, что наличие симметрии S позволяет топологически классифицировать систему в духе Z_2 инварианта [26]. Нарушение комбинированной симметрии S вблизи поверхности АФМ ТИ с одноосной анизотропией ведет к возникновению энергетической щели в дираковском спектре поверхностных топологических состояний [26, 27], что подтверждают спектроскопические измерения на поверхности (0001) MnBi_2Te_4 [9]. Нарушение симметрии вблизи поверхности (0001) планарных АФМ ТИ, предсказанных в [28] для материалов типа $\text{V}(\text{Bi},\text{Sb})_2(\text{Se},\text{Te})_4$, должно приводить к смещению дираковского конуса поверхностных состояний из точки Γ зоны Бриллюэна. Наложение внешнего магнитного поля может индуцировать более сложные конфигурации магнитного порядка в АФМ ТИ [29]. Спектральные свойства поверхностных состояний в собственных АФМ ТИ с неколлинеарной текстурой намагниченности исследовались теоретически в недавних работах [30, 31].

На сегодняшний день теоретическое исследование изменения топологических свойств тонкой пленки собственного АФМ ТИ при трансформации АФМ порядка в ферромагнитный (ФМ) через метамагнитный переход отсутствует. В настоящей работе в континуальной модели для пленки АФМ ТИ с четным числом СБ аналитически изучается поведение электронных состояний, когда реализуется неколлинеарная текстура намагниченности. Мы выводим эффективный двумерный гамильтониан модели. На его основе описано изменение кривизны Берри и энергетического спектра двумерных электронных состояний системы при вариации угла наклона намагниченности АФМ подрешеток по отношению к легкой оси и

получена фазовая диаграмма системы в параметрической плоскости “угол наклона как мера неколлинеарности – толщина пленки”, которая содержит области с различными топологическими индексами. Мы анализируем краевые электронные состояния, возникающие на боковой грани пленки. Подразумевая, что в реальной пленке АФМ ТИ при метамагнитном переходе возможно формирование магнитной доменной структуры в плоскости пленки, показано существование особых одномерных состояний, индуцированных доменными стенками (ДС).

Модель для тонкой пленки собственного АФМ ТИ. Тройные соединения семейства MnBi_2Te_4 имеют тетрадимитную кристаллическую структуру, построенную из СБ, между которыми действуют слабые ван-дер-ваальсовские силы. СБ можно представить как последовательность ковалентно связанных атомных слоев $\text{Te1-Bi1-Te2-Mn-Te3-Bi2-Te4}$ вдоль направления роста кристалла $\mathbf{e}_z$. Топологическая природа этих соединений определяется четырьмя низкоэнергетическими состояниями вблизи уровня Ферми: связывающими состояниями, сформированными из p_z -орбиталей атомов в слоях Bi1 и Bi2 , $|\text{Bi}, \sigma\rangle$, и антисвязывающими состояниями, сформированными из p_z -орбиталей атомов в слоях Te1 и Te4 , $|\text{Te}, \sigma\rangle$, где индекс $\sigma = \uparrow, \downarrow$ обозначает проекцию спина на ось квантования $\mathbf{e}_z$. Матричный элемент оператора скорости, A , перемешивает состояния с противоположной четностью и проекцией спина, инвертируя энергетические уровни состояний $|\text{Bi}, \sigma\rangle$ и $|\text{Te}, \sigma\rangle$ благодаря сильной спин-орбитальной связи. Длинноволновое поведение электронов в объеме материала может быть описано в рамках $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ подхода. Соответствующий 4×4 гамильтониан в базисе $u_\Gamma = \{|\text{Bi}, \uparrow\rangle, |\text{Te}, \uparrow\rangle, |\text{Bi}, \downarrow\rangle, |\text{Te}, \downarrow\rangle\}$ имеет в окрестности Γ точки зоны Бриллюэна вид [32]:

$$H_t(\mathbf{k}) = (\Xi - Bk^2)\tau_z \otimes \sigma_0 + A\tau_x \otimes (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}), \quad (1)$$

где удержаны члены до второго порядка по волновому вектору $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$, σ_α и τ_β ($\alpha, \beta = 0, x, y, z$) суть матрицы Паули в спиновом и орбитальном пространстве, соответственно. Условие $\Xi B > 0$ определяет инвертированный порядок зон вблизи $\mathbf{k} = 0$, отражающий нетривиальную топологию блоховских состояний в импульсном пространстве. Чтобы не усложнять в дальнейшем анализ, рассматриваем изотропную по $\mathbf{k}$ версию гамильтониана, сохраняющую симметрию частица-дырка.

Суперобменная Te2-Mn-Te3 -связь между магнитными моментами на соседних ионах $3d$ -металла, в которой участвуют ионы халькогена из внутренних слоев СБ, ведет к формированию ФМ поряд-

ка внутри каждого СБ. Между соседними СБ доминирует АФМ связь [33]. Таким образом, в основном состоянии слоистого АФМ ТИ обменный потенциал регулярно осциллирует вдоль направления $\mathbf{e}_z$, ортогонального базисной плоскости. Установлено, что в материале MnBi_2Te_4 с одноосной анизотропией ниже температуры Нееля $T_N \approx 24$ К спонтанно возникает дальний АФМ порядок с намагниченностью $\mathbf{m} = (0, 0, m_z)$, период которой равен удвоенной толщине СБ [9]. Учитывая только главную пространственную гармонику, можно записать распределение намагниченности как $m_z(z) \sim \sin(\pi z/c)$. В планарных АФМ ТИ [28] магнитные моменты на $3d$ -ионах лежат в базисной плоскости, формируя намагниченность $\mathbf{m} = (m_x, m_y, 0)$, где $m_{x,y}(z) \sim \sin(\pi z/c)$. Энергия магнито-кристаллической анизотропии в известных АФМ ТИ столь невелика, что внешнее магнитное поле умеренной величины способно переориентировать намагниченность $\mathbf{m}$ относительно легкой оси, провоцируя подчас формирование сложных неколлинеарных текстур [29]. Чтобы иметь возможность рассматривать различные конфигурации магнитного порядка, мы феноменологически добавляем к гамильтониану (1) обменный потенциал H_{ex} , который имеет в базисе u_{Γ} следующий вид:

$$H_{ex}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} J_1 m_z & 0 & J_3 m_- & 0 \\ 0 & J_2 m_z & 0 & J_4 m_- \\ J_3 m_+ & 0 & -J_1 m_z & 0 \\ 0 & J_4 m_+ & 0 & -J_2 m_z \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $m_{\pm}(\mathbf{r}) = m_x(\mathbf{r}) \pm i m_y(\mathbf{r})$ и $m_z(\mathbf{r})$ – продольная и поперечная компоненты намагниченности $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_z)$ по отношению к базисной плоскости (x, y) , соответственно, $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $J_{1,2,3,4}$ – матричные элементы обменных интегралов.

Мы рассматриваем пленку трехмерного АФМ ТИ, ограниченную вдоль направления $\mathbf{e}_z$ и бесконечную, и однородную в плоскости (x, y) (пока в дальнейшем не будут рассмотрены специальные ситуации). Ее поверхности, расположенные при $z = \pm l$, считаем идеально плоскими. В пределах пленки $|z| < l$ топологические электроны, определенные гамильтонианом (1), помимо обменного поля подвержены действию электростатического поверхностного потенциала (ПП) $U(\mathbf{r})$, локализованного на границах пленки [34–37]. Полный функционал электронной энергии пленки запишем в виде:

$$\Omega = \int d\mathbf{r} \Theta^+(\mathbf{r}) [H_t(-i\nabla) + U(\mathbf{r}) + H_{ex}(\mathbf{r})] h(l - |z|) \Theta(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где спинорные огибающие функции $\Theta(\mathbf{r})$ описывают электронные состояния с низкой энергией, $h(z)$ – функция Хевисайда. Мы применяем процедуру теории возмущений на редуцированном базисе [34–36], которая позволяет исходную трехмерную модель пленки АФМ ТИ, представленную функционалом (3), свести к эффективному двумерному гамильтониану $h(\kappa)$. В качестве базиса используем четыре низкоэнергетических собственных состояния гамильтониана $H_t(\kappa = 0, k_z \rightarrow -i\partial/\partial z) + U(z)$, $\varphi^\sigma(z)$ и $\chi^\sigma(z)$, с собственными значениями E_φ и E_χ , соответственно. Эти состояния вырождены по спину σ , их спинорные функции $\varphi^\sigma(z)$ и $\chi^\sigma(z)$ имеют различную четность, а энергии сравнительно малы $|E_{\varphi,\chi}| \ll \Xi$. Зависящие от продольного импульса $\kappa = (k_x, k_y)$ поправки к гамильтониану $H_t(0, -i\partial/\partial z)$ и обменный член $H_{ex}(z)$ рассматриваем как возмущение. Результирующий гамильтониан можно записать в аддитивном виде: $h(\kappa, \mathbf{m}) = h_0(\kappa) + h_{ex}(\mathbf{m})$, где $h_0(\kappa)$ и $h_{ex}(\mathbf{m})$ – матрицы ранга 4×4 , элементы которых отвечают переходам между базисными состояниями. Предполагаем, что ПП $U(\mathbf{r})$ однородный в плоскости (x, y) , $U(\mathbf{r}) = U(z)$, и не нарушает структурную симметрию пленки, т.е. $U(z) = U(-z)$. Тогда матрица $h_0(\kappa)$ принимает блочно-диагональную форму $h_0(\kappa) = \text{diag}\{(\mathbf{f}^\uparrow(\kappa) \cdot \boldsymbol{\sigma}), (\mathbf{f}^\downarrow(\kappa) \cdot \boldsymbol{\sigma})\}$ с вектором $\mathbf{f}^\Sigma(\kappa) = (\mathcal{A}k_y, -\mathcal{A}k_x, \Sigma\Delta(\kappa))$, где подразумевается, что верхнему индексу $\Sigma = \uparrow$ или $\Sigma = \downarrow$ отвечает множитель Σ , принимающий значения $+1$ или -1 , соответственно. Здесь введены обозначения: $\Delta(\kappa) = \Delta_0 - b\kappa^2$, $2\Delta_0 = E_\varphi - E_\chi$, $2b = V_\varphi - V_\chi$, $V_\varphi = B \int_{|z|<l} dz (\varphi^\sigma)^\dagger \sigma_z \varphi^\sigma$, $V_\chi = B \int_{|z|<l} dz (\chi^\sigma)^\dagger \sigma_z \chi^\sigma$, $\mathcal{A} \int_{|z|<l} dz (\varphi^\sigma)^\dagger \sigma_x \chi^{-\sigma} = i\sigma\mathcal{A}$, $\mathcal{A}$ – действительная величина, $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$ [34–36]. Мы моделируем матрицу ПП в виде $U = U \text{diag}\{1, -1, 1, -1\}$, сохраняя электрон-дырочную симметрию системы. Соответственно, имеем: $\Delta_0 = E_\varphi = -E_\chi$ и $b = V_\varphi = -V_\chi$.

Матричная структура обменного члена $h_{ex}(\mathbf{m})$ связана с конкретным распределением намагниченности $\mathbf{m}(z)$ в пленке и зависит от числа СБ. Мы концентрируемся на случае пленки АФМ ТИ с четным числом СБ. В основном состоянии электроны на противоположных поверхностях пленки испытывают противоположные по знаку обменные поля, то есть система находится в фазе АИ [12]. Полагаем, что магнитный порядок, присущий объемному АФМ ТИ, сохраняется в тонкой пленке материала, несмотря на наличие границ. Такое допущение

ние можно подкрепить экспериментальными фактами для MnBi_2Te_4 [29, 38]. Поэтому опишем распределение намагниченности нечетной относительно середины пленки $z = 0$ периодической с периодом $2c$ функцией $m_z(z) = m_0 f(z)$, определенной при $|z| < l$, где $f(z) = -f(-z)$, $m_{\pm} = 0$. Величина m_0 ассоциируется с амплитудой магнитных моментов в СБ. Кроме того, чтобы избежать громоздких вычислений, мы положим $J_1 = J_2$ и $J_3 = -J_4$ и ограничимся первым неисчезающим порядком по m_0 . Таким образом, находим электронный спектр пленки АФМ ТИ в состоянии АИ: $E_{\text{AI}}(\kappa) = \pm \sqrt{\Delta^2(\kappa) + \mathcal{A}^2 \kappa^2 + M_0^2 m_0^2}$, где $M_0 = J_1 \int_{|z|<l} dz f(z) (\varphi^\sigma)^+ \chi^\sigma$.

Чтобы получить в пленке MnBi_2Te_4 с четным числом СБ режим КАЭХ, ее помещают во внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H$, направленное перпендикулярно базисной плоскости (x, y) . В сравнительно слабом поле ($H < H_1$) коллинеарная АФМ текстура, характерная для основного состояния при $H = 0$, почти не меняется. Однако дальнейший рост поля ведет к существенной перестройке магнитной текстуры пленки с довольно резким переходом в неколлинеарную фазу при спин-флоп поле $H = H_1$, которое равно $H_1 \approx 1.8\text{--}2.5$ Тл согласно [24]. Наконец, в полях выше $H \approx H_2$ (это поле имеет умеренную величину $H_2 \approx 6\text{--}7$ Тл [24]) в пленке реализуется коллинеарная ФМ фаза. Таким образом, прежде чем намагниченность пленки полностью насыщается, в интервале $H_1 < H < H_2$ наблюдается промежуточная неколлинеарная (“скошенная”) конфигурация, где магнитные моменты в соседних СБ направлены под некоторым углом друг к другу. Такую магнитную текстуру $\mathbf{m}_z$ можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} m_x(z) &= m_1 f(z), \\ m_y(z) &= m_2 f(z), \\ m_z(z) &= m_3 |f(z)|. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь магнитный порядок имеет ФМ компоненту вдоль направления $\mathbf{e}_z$ и АФМ компоненту в плоскости (x, y) . Для удобства рассуждений полагаем, что функция $f(z)$ не меняет знак в пределах отдельного СБ, а также является симметричной относительно середины СБ. С ростом внешнего поля величина m_3 растет, в свою очередь, $m_{1,2}$ падает. При этом амплитуда намагниченности в каждом СБ не меняется, $m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = m_0^2$. Соответственно, в ФМ фазе (при $H > H_2$) имеем $m_3 = m_0$ и $m_1 = m_2 = 0$. Предлагаемая в (4) модельная текстура $\mathbf{m}(z)$ для неколлинеарной фазы неоднократно использовалась для интерпретации экспериментальных данных в [22–24, 39]

и в целом согласуется с равновесной конфигурацией, полученной из микромагнитных симуляций [22, 40].

В случае неколлинеарной текстуры намагниченности (4) матрица $\mathbf{h}_{ex}(\mathbf{m})$ принимает форму: $\mathbf{h}_{ex}(\mathbf{m}) = \text{diag}\{(\mathbf{g}(\mathbf{m}) \cdot \boldsymbol{\sigma}), (\mathbf{g}(\mathbf{m}) \cdot \boldsymbol{\sigma})\}$ с вектором $\mathbf{g}(\mathbf{m}) = (M_{\parallel} m_1, M_{\parallel} m_2, M_{\perp} m_3)$, где

$$\begin{aligned} M_{\perp} &= J_1 \int_{|z|<l} dz |f(z)| (\varphi^\sigma)^+ \varphi^\sigma = \\ &= J_1 \int_{|z|<l} dz |f(z)| (\chi^\sigma)^+ \chi^\sigma \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} M_{\parallel} &= J_3 \int_{|z|<l} dz f(z) (\varphi^\sigma)^+ \sigma_z \varphi^\sigma = \\ &= J_3 \int_{|z|<l} dz f(z) (\chi^\sigma)^+ \sigma_z \chi^\sigma. \end{aligned}$$

Таким образом, полный эффективный гамильтониан пленки распадается на два независимых блока ранга 2×2 : $\mathbf{h}(\kappa, \mathbf{m}) = \text{diag}\{(\mathbf{d}^\uparrow(\kappa, \mathbf{m}) \cdot \boldsymbol{\sigma}), (\mathbf{d}^\downarrow(\kappa, \mathbf{m}) \cdot \boldsymbol{\sigma})\}$, где $\mathbf{d}^\Sigma(\kappa, \mathbf{m}) = \mathbf{f}^\Sigma(\kappa) + \mathbf{g}(\mathbf{m})$. Для лучшего восприятия запишем блоки в явном виде:

$$\begin{aligned} &(\mathbf{d}^\Sigma(\kappa, \mathbf{m}) \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \\ &= \begin{pmatrix} \Sigma \Delta(\kappa) + M_{\perp} m_3 & i A k_- + M_{\parallel} m_- \\ -i A k_+ + M_{\parallel} m_+ & -\Sigma \Delta(\kappa) - M_{\perp} m_3 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $m_{\pm} = m_1 \pm i m_2$. Отметим, что обменное поле текстуры (4) модифицирует не только диагональные члены в блоке (5) (как в случае ФМ ТИ [1, 3–5]), но также недиагональные. При этом полный гамильтониан $\mathbf{h}(\kappa, \mathbf{m})$ сохраняет блочно-диагональную форму. Подчеркнем, что обменные энергии $M_0 m_0$, $M_{\parallel} m_{1,2}$, $M_{\perp} m_3$ и гибридизационная энергия $\Delta(\kappa) = \Delta_0 - b \kappa^2$, формирующие гамильтониан $\mathbf{h}(\kappa, \mathbf{m})$, зависят не только от объемных параметров материала, Ξ , V и A , но также от толщины пленки $2l$ и силы ПП U [33–36].

Кривизна Берри и топологический фазовый переход. В неколлинеарной фазе с магнитной текстурой (4) блоки гамильтониана $\mathbf{h}(\kappa, \mathbf{m})$, обладающие противоположными псевдо-спиновыми степенями свободы $\Sigma = \uparrow / \downarrow$ [41], неэквивалентны друг другу из-за потери симметрии по отношению обращения времени. Это означает возможность реализации КАЭХ [3–5]. В рамках топологической зонной теории эффекты квантованной проводимости связаны с концепцией кривизны Берри блоховской волновой функции [42]. Чтобы описать топологические

фазовые переходы в пленке АФМ ТИ под воздействием внешнего поля $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H$, исследуем поведение кривизны Берри в импульсном пространстве при вариации текстуры намагниченности (4). Определим кривизну Берри $\Omega^\Sigma(\mathbf{\kappa})$ через единичный вектор $\mathbf{D}^\Sigma = \mathbf{d}^\Sigma/|\mathbf{d}^\Sigma|$ как $\Omega^\Sigma(\mathbf{\kappa}) = \frac{\mathbf{D}^\Sigma}{2} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{D}^\Sigma}{\partial k_x} \times \frac{\partial \mathbf{D}^\Sigma}{\partial k_y} \right)$ [43]. Непосредственные вычисления приводят к выражению

$$\Omega^\Sigma(\mathbf{\kappa}) = \Sigma \frac{\mathcal{A}^2(\Delta^\Sigma + b\kappa^2) + 2\mathcal{A}b(k_y M_\parallel m_1 - k_x M_\parallel m_2)}{2|\mathbf{d}^\Sigma|^3}. \quad (6)$$

Норма $|\mathbf{d}^\Sigma(k_x, k_y)|$ определяет четыре ветви двумерного спектра пленки АФМ ТИ

$$E_\pm^\Sigma(\mathbf{\kappa}) = \pm |\mathbf{d}^\Sigma(k_x, k_y)| = \quad (7)$$

$$= \pm \sqrt{(\Delta^\Sigma - b\kappa^2)^2 + (\mathcal{A}k_y + M_\parallel m_1)^2 + (\mathcal{A}k_x - M_\parallel m_2)^2},$$

где $\Delta^\Sigma = \Delta_0 + \Sigma M_\perp m_3$. В отсутствие продольной компоненты намагниченности, $m_1 = m_2 = 0$ выражения (6) и (7) принимают вид, характерный для пленки ФМ ТИ [3–5]. Когда формально отсутствует поперечная компонента, $m_3 = 0$, спектр (7) является бесщелевым благодаря зеркальной симметрии относительно плоскости, перпендикулярной обменному полю $\sim (\mathbf{e}_x m_1 + \mathbf{e}_y m_2) M_\parallel$, которое сдвигает точку Дирака из середины зоны Бриллюэна.

Полагая без потери общности $m_2 = 0$, трактуем $m_1/m_0 = \sqrt{1 - (m_3/m_0)^2} = \sin \alpha$ ($0 \leq \alpha < \pi/2$) как варьируемый параметр, отражающий степень неколлинеарности магнитной текстуры, в которой моменты соседних СБ направлены под углом 2α друг к другу. Как видно из (7), энергетическая щель размером $2|\Delta^\Sigma - b\kappa_0^2|$ располагается в стороне от $\bar{\Gamma}$ точки при $\mathbf{\kappa} = \mathbf{\kappa}_0 = (0, -M_\parallel m_1/\mathcal{A})$. Таким образом, когда выполняется условие $bM_\parallel^2 m_1^2 = \mathcal{A}^2 \Delta^\Sigma$ (для определенности считаем $b > 0$ и $M_\perp > 0$), спектральные ветви $E_\pm^\Sigma(\mathbf{\kappa})$ (7) инвертируются, и система проходит через бесщелевое состояние при критическом угле α^Σ . Этот переход между изолирующими фазами сопровождается резкой трансформацией распределения $\Omega^\Sigma(\mathbf{\kappa})$ в импульсном пространстве. Если уровень Ферми ε_F находится внутри щели, $|\varepsilon_F| < |\Delta^\Sigma - b\kappa_0^2|$, поток кривизны Берри (5) через двумерную зону Бриллюэна квантуется:

$$\frac{1}{2\pi} \int d\mathbf{\kappa} \Omega^\Sigma(\mathbf{\kappa}) = \Sigma h(\mathcal{A}^2 \Delta^\Sigma - bM_\parallel^2 m_1^2) = \Sigma C^\Sigma. \quad (8)$$

Таким образом, вариация соотношения между поперечной и продольной компонентами обменной энергии ($\sim M_\perp m_0$ и $\sim M_\parallel m_0$) или энергии гибридизации ($\sim \Delta_0$) ведет к резкому переходу при $\alpha = \alpha^\Sigma$

из тривиальной фазы с числом Черна $C^\Sigma = 0$ в топологическую фазу с $C^\Sigma = 1$ или, наоборот, путем зонной инверсии в блоке $\mathbf{d}^\Sigma$. Критерий реализации режима КАЭХ [3–5], когда один из блоков пребывает в топологической фазе, а другой – в тривиальной фазе, можно выразить через угол α с помощью неравенства

$$M_\perp m_0 \cos \alpha > |\Delta_0 - bM_\parallel^2 m_0^2 \sin^2 \alpha / \mathcal{A}^2|. \quad (9)$$

В случае $\alpha = 0$ условие (9) переходит в известную формулу для КАЭХ в модели тонкой пленки ФМ ТИ, $M_\perp m_0 > |\Delta_0|$, отражающую конкуренцию обменной связи топологических электронов с намагниченностью, с одной стороны, и гибридизации между топологическими состояниями на противоположных поверхностях пленки, с другой, [3–5]. В случае неколлинеарной магнитной текстуры возникает дополнительный фактор $\alpha \neq 0$. Рисунок 1 представ-

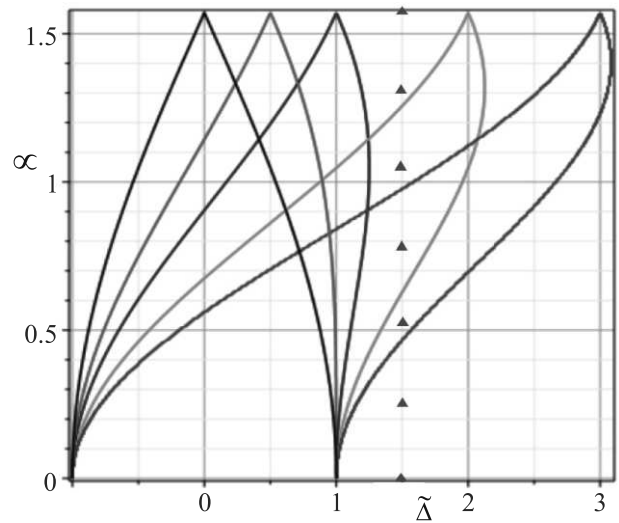


Рис. 1. (Цветной онлайн) Фазовая диаграмма пленки АФМ ТИ в зависимости от параметров модели. Вдоль вертикальной оси отложен угол неколлинеарности α , вдоль горизонтальной – безразмерная энергия гибридизации $\tilde{\Delta} = \frac{\Delta_0}{M_\perp m_0}$. Кривые линии ограничивают область КАЭХ. Справа от области КАЭХ располагается область КСЭХ, слева – область тривиального изолятора. Безразмерный параметр $\gamma = \frac{M_\parallel^2}{M_\perp^2} \frac{bM_\perp m_0}{\mathcal{A}^2}$ принимает значения: 0 (черная кривая), 0.5 (красная), 1 (синяя), 2 (зеленая), 3 (коричневая)

ляет эволюцию топологически различных изолирующих фаз в пленке АФМ ТИ посредством фазовой диаграммы в координатах $(\Delta_0/M_\perp m_0, \alpha)$ при фиксированном параметре $\gamma = \tilde{m}^2/\Pi$, где $\tilde{m} = M_\parallel/M_\perp$, $\Pi = \mathcal{A}^2/bM_\perp m_0$. В экспериментальной ситуации угол α можно изменять, меняя величину поля H , а энер-

гия Δ_0 связана с толщиной пленки $2l$ [35], в то время как значения обменных энергий $M_\perp m_0$ и $M_\parallel m_0$ определяются материалом и поверхностью образца. Как видно из рис. 1, КАЭХ может реализоваться не только строго в ФМ фазе, но также в неколлинеарной фазе, хотя область существования эффекта заметно сокращается при увеличении угла α . Интересно, что с ростом параметра η область, занимаемая КАЭХ на параметрической плоскости, смещается в целом в сторону более сильной гибридизации Δ_0 . Причем, когда $\eta > 1/2$ и $\Delta_0 > M_\perp m_0$, режим КАЭХ существует только в неколлинеарной фазе в интервале $0 < \alpha_1 < \alpha < \alpha_2 < \pi/2$. КАЭХ может возникать путем квантового перехода либо из тривиального режима с $C^\uparrow = C^\downarrow = 0$, либо из режима квантового спинового эффекта Холла (КСЭХ) с $|C^\uparrow| = |C^\downarrow| = 1$.

Краевые электронные состояния. В континуальной модели топологический инвариант C^Σ формально определен как интеграл по всему пространству импульсов (8) в предположении, что система является неограниченной и однородной в плоскости (x, y) . Однако в реальных транспортных измерениях холловский отклик формируется через квазиодномерные проводящие каналы, образованные краевыми электронными состояниями, локализованными на боковых гранях вдоль периметра образца конечных размеров [3–5, 35, 36]. Чтобы исследовать краевые состояния в случае АФМ ТИ, рассмотрим модель ограниченной пленки, занимающей полуплоскость $(x > 0, y)$. Спинорная огибающая функция $\eta^\Sigma(x, k_y)$ искомого состояния удовлетворяет уравнению $(\mathbf{d}^\Sigma \cdot \boldsymbol{\sigma})(-i\partial_x, k_y)\eta^\Sigma(x, k_y) = \varepsilon^\Sigma(k_y)\eta^\Sigma(x, k_y)$ и граничным условиям при $x = 0$. Используем свободные граничные условия: $\eta^\Sigma(x = 0, k_y) = 0$. Такая задача может быть решена аналитически. Пространственный профиль краевых состояний следует зависимости $\eta^\Sigma(x, k_y) \sim \exp[-q_1^\Sigma(k_y)x] - \exp[-q_2^\Sigma(k_y)x]$ с затуханием внутрь пленки, которое определяется характеристическими импульсами $q_{1,2}^\Sigma(k_y) = [\mathcal{A} \pm \sqrt{\mathcal{A}^2 - 4b\Delta^\Sigma(k_y)}]/2b$. Спектр состояний описывается линейным соотношением $\varepsilon^\Sigma(k_y) = \Sigma(\mathcal{A}k_y + M_\parallel m_1)$. Состояние $\eta^\Sigma(x, k_y)$, ассоциированное с блоком Σ , существует только в конечном интервале импульсов $|k_y| < k^\Sigma$, другими словами, пока линейный ход $\varepsilon^\Sigma(k_y)$ не встретится с проекцией двумерных зон $E_\pm^\Sigma(k_x = 0, k_y)$ (7) в точках $k_y = \pm k^\Sigma$. Эффективный гамильтониан краевых состояний можно представить в виде $h_{edge}^\Sigma(k_y) = \Sigma(\mathcal{A}k_y + M_\parallel m_1)$.

На рисунке 2 изображена картина эволюции спектра одномерного краевого состояния $\varepsilon^\Sigma(k_y)$ при вариации угла α на фоне проекции двумерного спектра $E_\pm^\Sigma(k_x = 0, k_y)$. В области $0 < \alpha < \alpha^\downarrow$

($\alpha^\downarrow \approx 0.63$ при выбранных параметрах), где $\Delta^\uparrow > 0$ и $\Delta^\downarrow > 0$, имеет место режим КСЭХ. В этом случае (панели при $\alpha = 0, \pi/12, \pi/6$), на боковой грани присутствует пара краевых киральных состояний, спектральные ветви которых пересекают соответствующие инвертированные запрещенные зоны: одно с псевдо-спином $\uparrow$ имеет положительную групповую скорость и соединяет точки $E_-^\uparrow(0, -k^\uparrow)$ и $E_+^\uparrow(0, k^\uparrow)$, другое с $\downarrow$ – отрицательную скорость и соединяет точки $E_-^\downarrow(0, k^\downarrow)$ и $E_+^\downarrow(0, -k^\downarrow)$. Согласно парадигме топологической зонной теории [44], каждое из таких электронных состояний следует классифицировать как топологическое состояние (ТС) в том смысле, что оно не может исчезнуть, пока не изменится знак энергетической щели. В области $\alpha^\downarrow < \alpha < \alpha^\uparrow$ ($\alpha^\uparrow \approx 1.36$), где $\Delta^\uparrow \Delta^\downarrow < 0$, реализуется режим КАЭХ. В этом режиме (панели при $\alpha = \pi/4, \pi/3$) на боковой грани пленки, помимо ТС, возникает другая линейная ветвь, которая не пересекает щель нижнего блока, а соединяет точки $E_-^\downarrow(0, k^\downarrow)$ и $E_-^\downarrow(0, -k^\downarrow)$, принадлежащие одной двумерной ветви. Такое краевое состояние естественно классифицировать как топологически тривиальное или ординарное состояние (ОС). Область $\alpha^\uparrow < \alpha \leq \pi/2$ принадлежит режиму тривиального изолятора (панели с $\alpha = 5\pi/12, \pi/2$), где $\Delta^\uparrow < 0$ и $\Delta^\downarrow < 0$. Здесь присутствуют две ветви ОС, одна из которых соединяет точки $E_-^\downarrow(0, k^\downarrow)$ и $E_-^\downarrow(0, -k^\downarrow)$, другая – точки $E_+^\uparrow(0, k^\uparrow)$ и $E_+^\uparrow(0, -k^\uparrow)$. При прохождении критического угла $\alpha = \alpha^\Sigma$, когда в блоке Σ происходит квантовый переход между топологической и тривиальной фазами, краевое ТС плавно трансформируется в краевое ОС (или наоборот) в контексте спектра $\varepsilon^\Sigma(k_y)$ и профиля $\eta^\Sigma(x, k_y)$. В этом смысле, краевое ОС также следует считать топологически обусловленным. Отметим, что ОС существует только при условии, что спектральная зависимость $E_\pm^\Sigma(\mathbf{k})$ в тривиальной фазе с $\Delta^\Sigma > 0$ имеет вогнутый участок, края которого соединяются прямой $\varepsilon^\Sigma(k_y)$. Мы намеренно выделили эту особенность на рис. 2, выбрав определенные значения параметров модели. Заметим, что с удалением от точки α^Σ в сторону тривиальной фазы вогнутость функции $E_\pm^\Sigma(\mathbf{k})$, и, следовательно, краевое ОС могут исчезнуть. Заметим, что похожая ситуация с парадоксальным присутствием тривиальных краевых состояний фермионов была обнаружена в [31, 45].

Связанные электронные состояния на магнитных доменных стенках неколлинеарной текстуры. Выше речь шла об однодоменной магнитной конфигурации с пространственно однород-

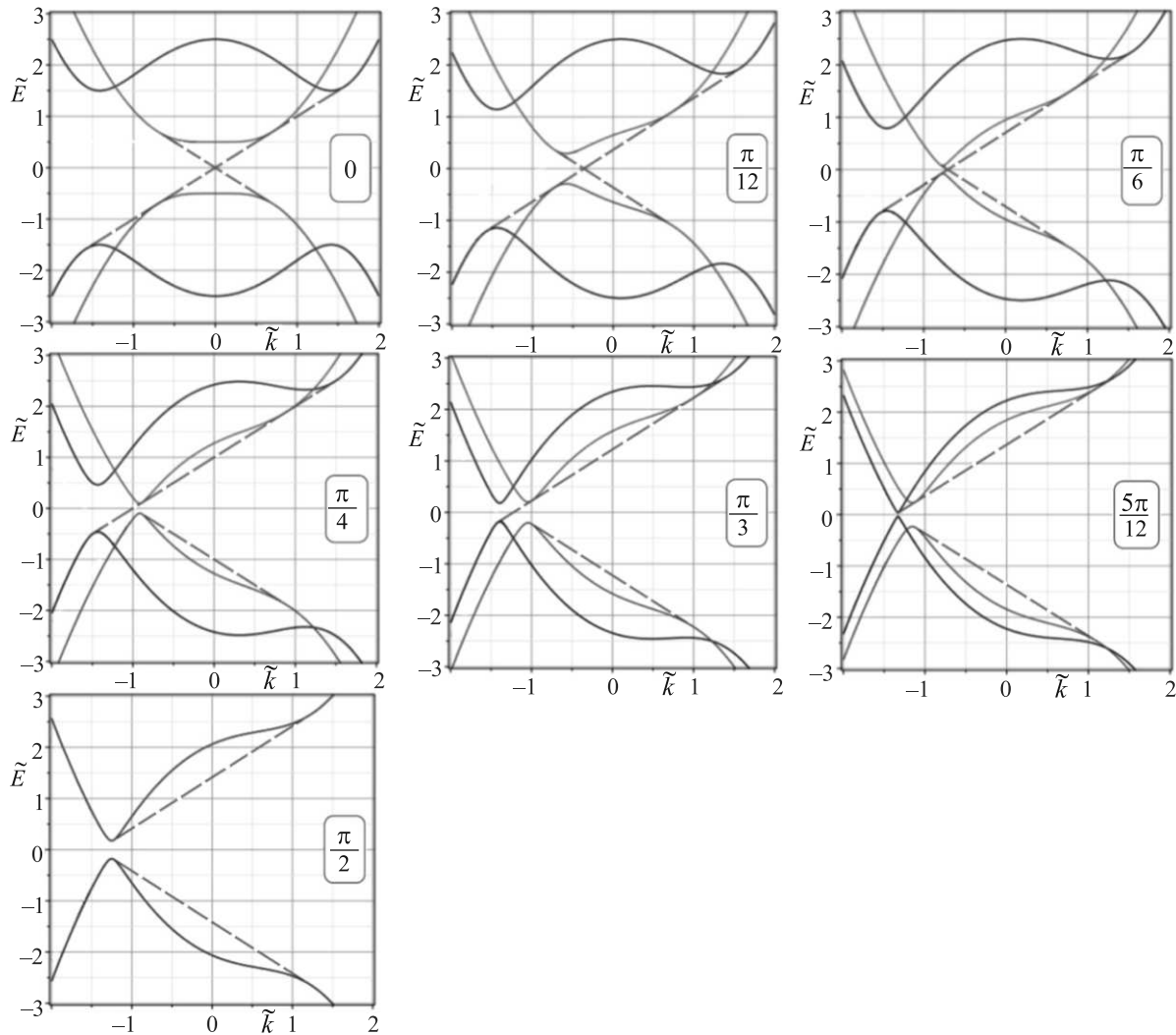


Рис. 2. (Цветной онлайн) Эволюция электронных состояний в тонкой пленке АФМ ТИ при вариации однодоменной неколлинеарной текстуры намагниченности от полностью насыщенной ФМ до планарной АФМ. Угол неколлинеарности принимает значения $\alpha = 0, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$ при определенном выборе параметров: $\Pi = 1, \tilde{\Delta} = \frac{\Delta_0}{M_{\perp} m_0} = 1.5, \tilde{m} = \sqrt{2}$. Набор панелей соответствует тем точкам на фазовой диаграмме системы, что обозначены фиолетовыми треугольниками на рис. 1. Синим и коричневым цветом представлены проекции двумерных состояний для верхнего блока, голубым и зеленым – для нижнего. Красными пунктирными линиями изображены ветви одномерных краевых состояний. Вдоль вертикальной оси отложена безразмерная энергия $\tilde{E} = \frac{(E, \epsilon)}{M_{\perp} m_0}$, вдоль горизонтальной – безразмерный импульс $\tilde{k} = \left(\frac{b}{M_{\perp} m_0}\right)^{1/2} k_y$

ной намагниченностью внутри пленки. Помимо ограниченности реальной пленки в плоскости, потеря трансляционной инвариантности может быть вызвана неоднородностью магнитного порядка, например, разбиением образца на магнитные домены, которые обычно возникают из-за структурных дефектов образца в процессе его перемагничивания. Магнитные доменные стенки в магнитных ТИ могут одновременно являться топологическими доменными стенками, разделяющими в пространстве фазы с различными

топологическими индексами [1, 46–48]. На таких доменных стенках неизбежно должны формироваться топологически защищенные связанные электронные состояния, которые наряду с краевыми состояниями, рассмотренными выше, могут вносить свой вклад в холловский отклик магнитного ТИ [1, 46, 47]. Недавно в рамках сравнительно простой модели [28, 30, 31] был исследован вопрос о связанных состояниях, которые могли бы формироваться на антифазных и неколлинеарных ДС на поверхности ФМ ТИ и АФМ

ТИ при различных ориентациях магнитной анизотропии. Ниже мы изучаем возможность возникновения и спектральные особенности одномерных электронных состояний на неколлинеарных ДС в пленках АФМ ТИ конечной толщины.

Рассмотрим пленку АФМ ТИ с четным числом СБ, магнитная текстура которой разделена на два домена в плоскости (x, y) , что описывается формулой

$$m_x(x, z) = m_1 f(z) \operatorname{sgn}(x), \quad m_y(x, z) = 0, \\ m_z(x, z) = m_3 |f(z)|. \quad (10)$$

Это значит, что при пересечении ДС, расположенной вдоль линии $(x = 0, y)$, планарная компонента намагниченности резко меняет знак на противоположный, при этом поперечная компонента не меняется вдоль всей плоскости, как не меняется амплитуда, $m_1^2 + m_3^2 = m_0^2$. Магнитные текстуры правого и левого доменов, сдвинутые относительно друг друга на один СБ, вырождены по энергии. Поэтому такие домены должны возникать с равной вероятностью при метамагнитном переходе в пленках MnBi_2Te_4 . Аппроксимация (10) допустима в пределе низкой плотности ДС.

Мы ищем локализованные на ДС электронные состояния, которые описываются уравнением $(\mathbf{d}^\Sigma \cdot \boldsymbol{\sigma})(-i\partial_x, k_y)\eta^\Sigma(x, k_y) = \varepsilon^\Sigma(k_y)\eta^\Sigma(x, k_y)$. Компоненты спинорной огибающей волновой функции $\eta^\Sigma(x, k_y)$ и ее производной $\partial_x \eta^\Sigma(x, k_y)$ сшиваются на границе $x = 0$. Эта граница разделяет области правого и левого магнитных доменов, которые согласно (8) можно охарактеризовать локальными топологическими индексами: C_R^Σ при $x > 0$ и C_L^Σ при $x < 0$. Поэтому следует ожидать появление нетривиальных одномерных состояний, локализованных на ДС (10). Действительно, при $\alpha \neq 0$ такая граничная задача для блока Σ имеет пару решений с собственными функциями $\eta_\pm^\Sigma(x, k_y)$ и соответствующими собственными значениями $\varepsilon_\pm^\Sigma(k_y)$. Функции $\eta_+^\Sigma(x, k_y)$ и $\eta_-^\Sigma(x, k_y)$ обладают различной пространственной симметрией. Дисперсионные зависимости удовлетворяют условию $\varepsilon_+^\Sigma(k_y) = -\varepsilon_-^\Sigma(-k_y)$. Эволюция спектров $\varepsilon_\pm^\Sigma(k_y)$ на фоне проекции спектров двумерных состояний правого и левого доменов при вариации угла α представлена на рис. 3. Всегда присутствуют две восходящих и две нисходящих ветви, $\varepsilon_\pm^\uparrow(k_y)$ и $\varepsilon_\pm^\downarrow(k_y)$, отвечающие состояниям с различной киральностью. Эти одномерные ветви соединяют точки на проекциях зон двумерных состояний, происходящих от соседних доменов. Состояния, индуцированные ДС, могут быть как ТС, так и ОС. На панели с $\alpha = \pi/6$, отвечающей режиму КСХЭ, мы видим четыре ТС. В режиме

КАХЭ пара ТС сосуществует с парой ОС, как видно на панелях при $\alpha = \pi/4, \pi/3$. В тривиальном режиме, представленном панелями при $\alpha = 5\pi/12, \pi/2$, имеют место четыре ОС. При переходе из одного режима в другой пара ТС плавно трансформируется в пару ОС, или наоборот.

Закключение. Мы показали, что электронная структура и топологические фазы в пленках АФМ ТИ чувствительны к изменению магнитной текстуры. Наши результаты качественно согласуются с экспериментальными данными [24]. Когда под влиянием внешнего поля величиной $H_1 < H < H_2$ магнитные моменты в пленке MnBi_2Te_4 выстраиваются в неколлинеарную текстуру, авторы этой работы наблюдали закрытие и открытие щели в зонном спектре системы, сопровождающееся топологическим фазовым переходом. Так при температуре $T = 2$ К в пленке толщиной 6 СБ поперечное сопротивление выходило на плато $0.98 \cdot h/e^2$ в поле $H_Q \approx 6$ Тл, т.е. еще на подходе к ФМ насыщению при $H_2 \approx 7$ Тл [24]. Аналогичное поведение поперечного сопротивления в пленке MnBi_2Te_4 толщиной 8 СБ с $H_Q \approx 5$ Тл и $H_2 \approx 7$ Тл было зарегистрировано в [49].

С формальной точки зрения наш подход годится также для описания электронных состояний в пленке планарного АФМ ТИ, помещенной в поле $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H$. Следует отметить, что в АФМ ТИ с легкой осью $\mathbf{e}_z$ могут возникать неколлинеарные текстуры со сравнительно малыми углами $\alpha < \alpha_1$, которые соответствуют значениям внешнего поля, превышающим спин-флоп поле H_1 . В пленке АФМ ТИ с легкой плоскостью, например, $\text{V}(\text{Bi}, \text{Sb})_2\text{Te}_4$ (у которого $T_N \approx 80-90$ К [28]), появление неколлинеарной текстуры с некомпенсированной поперечной намагниченностью, и, как следствие, КАЭХ, можно спровоцировать сравнительно слабым полем $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H$ при значительно более высокой температуре, чем в пленке MnBi_2Te_4 .

Предметом теоретического исследования [50] была тонкая пленка немагнитного ТИ, помещенная во внешнее магнитное поле, параллельное плоскости пленки. Был предсказан топологический переход с ростом величины поля из изолирующей фазы с диамагнитным откликом в полуметаллическую фазу с нулевым откликом. Принимая во внимание выводы работы [50], можно предположить, что в основном состоянии пленка планарного АФМ ТИ с нечетным числом СБ в зависимости от соотношения между обменной энергией и энергией гибридизации является либо изолятором с диамагнитным откликом, либо вейлевским полуметаллом, который невосприимчив к слабому продольному полю. Это предположение

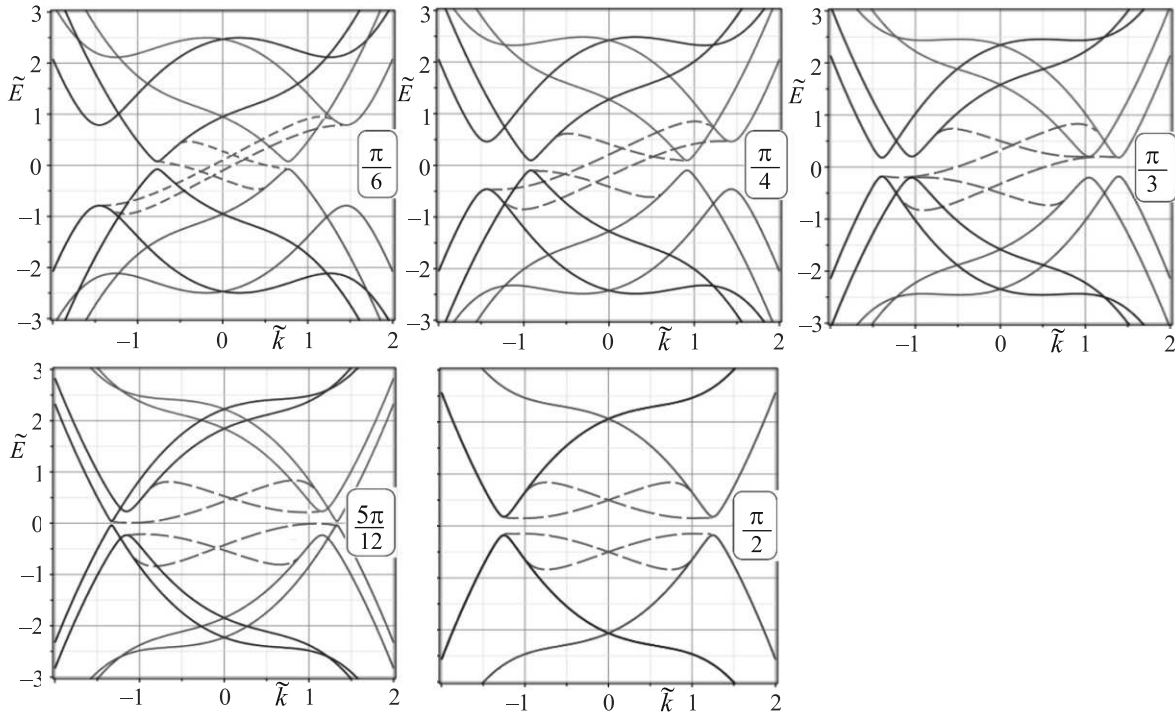


Рис. 3. (Цветной онлайн) Эволюция электронных состояний в тонкой пленке АФМ ТИ при вариации неколлинеарной текстуры намагниченности, содержащей ДС. Угол неколлинеарности проходит значения $\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$. Используются те же значения параметров, что на рис. 2. Красными пунктирными линиями изображены ветви состояний, индуцированных ДС. Синим, голубым, коричневым и зеленым цветами представлены проекции двумерных состояний

требует детального анализа, особенно в аспекте краевых состояний, формирующих отклик.

Авторы работы [51] вывели $\mathbf{k}\mathbf{p}$ модель для пленки ТИ с коллинеарным АФМ порядком А-типа вдоль легкой оси $\mathbf{e}_z$ и показали осцилляции числа Черна при изменении числа СБ с четного на нечетное. Коэффициенты модели [51] связаны только с параметрами объемной зонной структуры ТИ и толщиной пленки. Предложенный нами аналитический подход позволяет анализировать топологические состояния пленки АФМ ТИ в обменном поле неколлинеарных и пространственно неоднородных текстур намагниченности, а также включить в рассмотрение условия на поверхности пленки через ПП. Эти условия определяют величину и знак обменной щели поверхностного состояния [37] и поэтому могут существенно влиять на топологический режим в тонкой пленке [35, 47].

Распространив изучение электронных состояний на случай сложных неколлинеарных текстур намагниченности в тонких пленках собственных АФМ ТИ, мы получили новые результаты, значительно углубляющие понимание взаимосвязи зонной топологии и магнитного упорядочения. Предсказанные нами топологически обусловленные спин-поляризованные

безмассовые состояния различного типа, возникающие на боковых гранях и ДС образцов АФМ ТИ, должны проявляться на макроскопическом уровне в магнето-транспортных измерениях, например, экспериментах по КАЭХ, а также могут быть обнаружены, используя сканирующую туннельную спектроскопию. Одномерные баллистические киральные каналы с квантованной в единицах e^2/h проводимостью, которые формируются в пленках АФМ ТИ и контролируются внешними полями, могут стать ключевыми элементами при разработке перспективных методов хранения, обработки и передачи информации.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Санкт-Петербургского государственного университета (проект # 90383050) и Российского научного фонда (грант # 18-12-00169-п).

1. Y. Tokura, K. Yasuda, and A. Tsukazaki, Nat. Rev. Phys. **1**, 126 (2019).
2. C.-Z. Chang, J. Zhang, X. Feng et al., Science **340**, 167 (2013).
3. C.-Z. Chang and M. Li, J. Phys. Condens. Matter **28**, 123002 (2016).

4. X. Kou, Y. Fan, M. Lang, P. Upadhyaya, and K. L. Wang, *Solid State Commun.* **215–216**, 34 (2015).
5. H. Weng, R. Yu, X. Hu, X. Dai, and Z. Fang, *Adv. Phys.* **64**, 227 (2015).
6. A. Sekine and K. Nomura, *J. Appl. Phys.* **129**, 141101 (2021).
7. D. M. Nenner, C. A. C. Garcia, J. Gooth, C. Felser, and P. Narang, *Nat. Rev. Phys.* **2**, 682 (2020).
8. Y. Zhao and Q. Liu, *Appl. Phys. Lett.* **119**, 060502 (2021).
9. M. M. Otrokov, I. I. Klimovskikh, H. Bentmann et al. (Collaboration), *Nature* **576**, 416 (2019).
10. Y. Gong, J. Guo, J. Li et al. (Collaboration), *Chin. Phys. Lett.* **36**, 076801 (2019).
11. Y. Deng, Y. Yu, M. Z. Shi, Z. Guo, Z. Xu, J. Wang, X. H. Chen, and Y. Zhang, *Science* **367**, 895 (2020).
12. C. Liu, Y. Wang, H. Li, Y. Wu, Y. Li, J. Li, K. He, Y. Xu, J. Zhang, and Y. Wang, *Nat. Mater.* **19**, 522 (2020).
13. А. М. Шикин, Д. А. Естюнин, Д. А. Глазкова, С. О. Фильнов, И. И. Климовских, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 241 (2022).
14. А. М. Шикин, Н. Л. Зайцев, А. В. Тарасов, Т. П. Макарова, Д. А. Глазкова, Д. А. Естюнин, И. И. Климовских, *Письма в ЖЭТФ* **116**, 544 (2022).
15. Н. А. Абдуллаев, И. Р. Амирасланов, З. С. Алиев, З. А. Джахангирли, И. Ю. Складнева, Е. Г. Ализаде, Е. Н. Алиева, М. М. Отроков, В. Н. Зверев, Н. Т. Мамедов, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 801 (2022).
16. Д. А. Глазкова, Д. А. Естюнин, И. И. Климовских, Т. П. Макарова, О. Е. Терещенко, К. А. Кох, В. А. Голяшов, А. В. Королева, А. М. Шикин, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 315 (2022).
17. А. М. Шикин, Д. А. Естюнин, Н. Л. Зайцев, Д. А. Глазкова, И. И. Климовских, С. О. Фильнов, А. Г. Рыбкин, К. А. Кох, О. Е. Терещенко, К. А. Звездин, А. К. Звездин, *ЖЭТФ* **161**, 126 (2022).
18. I. I. Klimovskikh, M. M. Otrokov, D. Estyunin et al. (Collaboration), *npj Quantum Mater.* **5**, 54 (2020).
19. M. M. Otrokov, I. P. Rusinov, M. Blanco-Rey, M. Hoffmann, A. Y. Vyazovskaya, S. V. Ereemeev, A. Ernst, P. M. Echenique, A. Arnau, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 107202 (2019).
20. S. H. Lee, Y. Zhu, Y. Wang et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Research* **1**, 012011 (2019).
21. C. Lei, O. Heinonen, A. H. MacDonald, and R. J. McQueeney, *Phys. Rev. Mater.* **5**, 064201 (2021).
22. S. Yang, X. Xu, Y. Zhu, R. Niu, C. Xu, Y. Peng, X. Cheng, X. Jia, Y. Huang, X. Xu, J. Lu, and Y. Ye, *Phys. Rev. X* **11**, 011003 (2021).
23. J. Cai, D. Ovchinnikov, Z. Fei, M. He, T. Song, Z. Lin, C. Wang, D. Cobden, J.-H. Chu, Y.-T. Cui, C.-Z. Chang, D. Xiao, J. Yan, and X. Xu, *Nat. Commun.* **13**, 1668 (2022).
24. D. Ovchinnikov, X. Huang, Z. Lin, Z. Fei, J. Cai, T. Song, M. He, Q. Jiang, C. Wang, H. Li, Y. Wang, Y. Wu, D. Xiao, J.-H. Chu, J. Yan, C.-Z. Chang, Y.-T. Cui, and X. Xu, *Nano Lett.* **21**, 2544 (2021).
25. Y. Feng, J. Zhu, W. Lin, Z. Lian, Y. Wang, H. Li, H. Yao, Q. He, Y. Pan, Y. Wu, J. Zhang, Y. Wang, X. Zhou, J. Shen, and Y. Wang, *Nano Lett.* **22**, 7606 (2022).
26. R. S. K. Mong, A. M. Essin, and J. E. Moore, *Phys. Rev. B* **81**, 245209 (2010).
27. D. Zhang, M. Shi, T. Zhu, D. Xing, H. Zhang, and J. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 206401 (2019).
28. E. K. Petrov, V. N. Men'shov, I. P. Rusinov, M. Hoffmann, A. Ernst, M. M. Otrokov, V. K. Dugaev, T. V. Menshchikova, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **103**, 235142 (2021).
29. P. M. Sass, J. Kim, D. Vanderbilt, J. Yan, and W. Wu, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 037201 (2020).
30. I. P. Rusinov, V. N. Men'shov, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **104**, 035411 (2021).
31. В. Н. Меньшов, И. П. Русинов, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 768 (2021) [V. N. Men'shov, I. P. Rusinov, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **114**, 699 (2021)].
32. C.-X. Liu, X.-L. Qi, H. J. Zhang, X. Dai, Z. Fang, and S.-C. Zhang, *Phys. Rev. B* **82**, 045122 (2010).
33. D. Zhang, M. Shi, T. Zhu, D. Xing, H. Zhang, and J. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 206401 (2019).
34. В. Н. Меньшов, В. В. Тугушев, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 480 (2016) [V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **104**, 453 (2016)].
35. V. N. Men'shov, I. A. Shvets, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **96**, 075302 (2017).
36. В. Н. Меньшов, И. А. Швец, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **110**, 777 (2019) [V. N. Men'shov, I. A. Shvets, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **110**, 771 (2019)].
37. V. N. Men'shov, I. A. Shvets, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **106**, 205301 (2022).
38. P. Swatek, Y. Wu, L.-L. Wang, K. Lee, B. Schunk, J. Yan, and A. Kaminski, *Phys. Rev. B* **101**, 161109(R) (2020).
39. J. Ge, Y. Liu, P. Wang, Z. Xu, J. Li, H. Li, Z. Yan, Y. Wu, Y. Xu, and J. Wang, *Phys. Rev. B* **105**, L201404 (2022).
40. Y.-H. Li and R. Cheng, *Phys. Rev. Research* **4**, L022067 (2022).
41. H.-Z. Lu, W.-Y. Shan, W. Yao, Q. Niu, and S.-Q. Shen, *Phys. Rev. B* **81**, 115407 (2010).
42. R. Takahashi, *Topological States on Interfaces Protected by Symmetry*, Springer, Tokyo, Japan (2015).

43. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and S.-C. Zhang, *Science* **314**(5806), 1757 (2006).
44. X. L. Qi and S. C. Zhang, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1057 (2011).
45. D. R. Candido, M. Kharitonov, J. C. Egues, and E. M. Hankiewicz, *Phys. Rev. B* **98**, 161111(R) (2018).
46. K. Yasuda, M. Mogi, R. Yoshimi, A. Tsukazaki, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, F. Kagawa, and Y. Tokura, *Science* **358**, 1311 (2017).
47. V. N. Men'shov, I. A. Shvets, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **99**, 115301 (2019).
48. J. G. Checkelsky, J. Ye, Y. Onose, Y. Iwasa, and Y. Tokura, *Nat. Phys.* **8**, 729 (2012).
49. S. K. Chong, C. Lei, S. H. Lee, J. Jaroszynski, Z. Mao, A. H. MacDonald, and K. L. Wang, <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2208/2208.13332.pdf>.
50. A. A. Zyuzin, M. D. Hook, and A. A. Burkov, *Phys. Rev. B* **83**, 245428 (2011).
51. H.-P. Sun, C. M. Wang, S.-B. Zhang, R. Chen, Y. Zhao, C. Liu, Q. Liu, C. Chen, H.-Z. Lu, and X. C. Xie, *Phys. Rev. B* **102**, 241406(R) (2020).