

Модовый состав излучения суперконтинуума предельно коротких импульсов в полых антирезонансных волноводах

И. В. Савицкий⁺, Е. А. Степанов^{+,*}, А. А. Ланин^{+,*}, А. Б. Федотов^{+,*1)}

⁺Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

^{*}Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия

Поступила в редакцию 2 декабря 2022 г.

После переработки 11 января 2023 г.

Принята к публикации 17 января 2023 г.

В работе проведен анализ модового состава широкополосного излучения со спектром, простирающимся в диапазоне от 200 до 2500 нм, полученного в процессе солитонной самокомпрессии лазерного импульса в полном антирезонансном волноводе. Продемонстрировано, что наиболее энергоемкая инфракрасная часть излучения от 1300 до 2500 нм, формирующая предельно короткий импульс, локализована в основной пространственной моде LP_{01} . Выполнение условий фазового согласования в видимой части суперконтинуума приводит к генерации третьей гармоники вблизи 620 нм в высших волноводных модах и модах капилляров. Было показано, что локализованное в сердцевине световода излучение третьей гармоники на длине волны ~ 700 нм позволяет измерять фазу поля относительно огибающей предельно коротких импульсов на выходе из волновода.

DOI: 10.31857/S1234567823040079, EDN: riqoac

Одним из современных решений актуальной задачи транспортировки и управляемого преобразования мощных сверхкоротких лазерных импульсов является использование полых антирезонансных волноводов [1–4]. Низкие потери излучения в световодах такого типа обуславливаются эффектом антирезонансного отражения, в основе которого лежит многолучевая интерференция на первом слое тонких стенок, составляющих структуру волокна [1, 5, 6]. Антирезонансные волноводы нового типа, обладающие отрицательной кривизной границы сердцевина-оболочка, были впервые предложены в работе [4]. Такие волноводы, называемые также однокольцевыми или револьверными, обладают меньшими потерями, чем антирезонансные волокна типа Кагоме, а также более просты в производстве [7–9]. Кроме того, было показано, что такие волноводы оптимизированы для работы в среднем инфракрасном (ИК) диапазоне вплоть до 5 мкм благодаря простоте структуры таких волокон [8, 9].

Благодаря широкой спектральной полосе пропускания антирезонансные волноводы находят применение в задачах генерации высокоинтенсивного широкополосного излучения, простирающегося от глубокого ультрафиолетового до ближнего ИК диапазона [10, 11]. Использование однокольцевых волноводов позволило расширить диапазон генерации суперконтинуума (СК) в область среднего ИК излучения до

длины волны 4 мкм [12–14]. Также обсуждается возможность генерации мощного когерентного ультрафиолетового излучения в области длин волн 200 нм в виде дисперсионных волн, перекачка энергии в которые эффективно происходит в рассматриваемых световодах [15, 16]. Кроме того, в полых однокольцевых волноводах была осуществлена компрессия сверхкоротких лазерных импульсов ближнего и среднего инфракрасных диапазонов до предельно малых значений длительности [17–19].

Существенной проблемой полых антирезонансных волноводов является их многомодовость, что приводит к одновременному распространению нескольких мод высшего порядка. В ряде работ показана возможность прямого возбуждения заданных высших волноводных мод или их суперпозиции [20, 21], а существование нескольких поперечных мод в волноводе оказывается ограничивающим фактором для большей части приложений. Пассивное подавление высших волноводных мод с помощью аккуратного подбора параметров структуры волновода является предметом активных исследований [22, 23]. В то время как в данных работах исследовалась возможность распространения излучения в высших модах в антирезонансной спектральной области, мы обнаружили проявления высших мод в широком диапазоне длин волн. С помощью мультиоктавного суперконтинуума и широкополосной

¹⁾e-mail: a.b.fedotov@physics.msu.ru

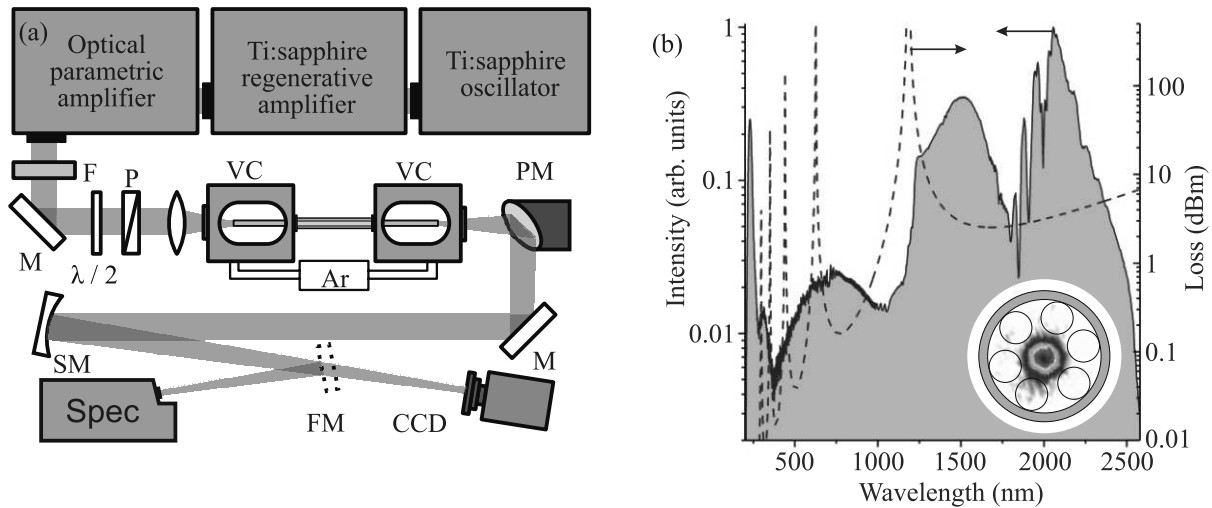


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Схема экспериментальной установки. Источник сверхкоротких ИК импульсов состоит из титан-сапфирового генератора и регенеративного усилителя, а также параметрического усилителя. М – зеркала; FM – откидываемое зеркало; F – спектральные фильтры; $\lambda/2$ – полуволновая пластинка; P – поляризатор; VC – вакуумные/газовые камеры; SM – сферическое зеркало; PM – параболическое зеркало; Spec – спектрометр; CCD – камера. (б) – Спектр мультиоктавного суперконтинуума на выходе из волновода (синяя заливка) и рассчитанные потери волновода в фундаментальной моде (красная пунктирная линия). На вставке – схематическое изображение поперечного сечения волновода и измеренная мода на выходе из волновода в ИК диапазоне

третьей гармоники, генерируемых в процессе солитонной самокомпрессии в коротком прямом отрезке однокольцевого волновода, была исследована связь между фундаментальной модой, модами высшего порядка и модами капилляров, окружающих сердцевину полого световода. Исследуемые нами явления резонансного переноса энергии из фундаментальной моды в высшие отражаются на качестве формируемого пучка, эффективности нелинейного преобразования, предельной длительности сжатого импульса и величине пьедестала.

В работе проведен анализ модового состава широкополосного излучения со спектром, простирающимся в диапазоне от 200 до 2500 нм, полученного в процессе солитонной самокомпрессии импульсов накачки в полом волноводе. Было показано, что наиболее энергетичная часть излучения в области 1300–2500 нм, формирующая предельно короткий импульс, локализована в основной пространственной моде LP_{01} . Выполнение условий фазового согласования между накачкой в фундаментальной моде и утроенным по частоте излучением в высших модах сердцевин и модах капилляров приводит к эффективной генерации третьей гармоники (ГТГ) в области длины волны 620 нм. Локализованное в сердцевине излучение третьей гармоники на длине волны 700 нм может быть использовано для мониторинга фазы поля сверхкороткого импульса относительно огибающей интенсивности на выходе из волновода.

Система для получения мощных сверхкоротких лазерных импульсов (подробно представлена в [19, 24]) состоит из титан-сапфирового генератора и усилителя чирпированных импульсов. Импульсы с энергией 2.4 мДж, центральной длиной волны 808 нм, длительностью 50 фс и частотой повторения 1 кГц используются в качестве накачки для двухканального оптического параметрического усилителя (ОПУ). На выходе из ОПУ получаем импульсы холостой волны с энергией 180 мкДж, центральной длиной волны ~ 2000 нм, длительностью ~ 50 фс и горизонтальной поляризацией. Это излучение проходит через оптический аттенуатор для контроля энергии импульсов и заводится в полый антирезонансный однокольцевой волновод протяженностью 20 см, поперечная структура которого изображена на вставке к рис. 1б. Структура представляет собой полую сердцевину с диаметром $D = 70$ мкм, окруженную шестью полыми капиллярами с диаметрами $d = 36$ мкм и толщиной стенок $w \approx 610$ нм, что позволяет оценить положения длин волн резонансного перемешивания мод сердцевин и оболочки $\lambda_{rk} = 2w(n^2 - 1)^{0.5}/k$ при $k = 1 - 4$ и $n = 1.44$: $\lambda_{r1} - \lambda_{r5} = 1264, 632, 421, 316, 252$ нм, соответственно (рис. 1б). Заведение производилось линзой из флюорита кальция с фокусным расстоянием 75 мм. Длительность импульса на центральной длине волны 2 мкм на входе составляла ~ 60 фс, энергии варьировались до 50 мкДж перед линзой во

избежание повреждения световода. Коэффициент заведения в световод оценивается как 75 %, давление аргона в световоде в большинстве экспериментов было ~ 4 бара.

Измерение мод выходного излучения в видимом и ближнем ИК диапазоне производилось с помощью кремниевой камеры (Thorlabs CS895MU), в длинноволновой ближней ИК области – с помощью тепловой камеры (Pyrocam III, Ophir Optonics). Измерения спектров осуществлялись с помощью кремнивого спектрометра (Ocean Insight Maya 2000 Pro) и ИК спектрометра на основе арсенида галлия-индия (Solar Laser Systems SDH-IV). Чтобы избежать искажений при регистрации, изображение с выхода световода перестраивалось на щели спектрометров и камеры при помощи $4f$ системы.

Генерация суперконтинуума в полых антирезонансных волноводах происходит по сценарию солитонной самокомпрессии. Данный режим распространения излучения в среде характеризуется действием нелинейного эффекта фазовой самомодуляции (ФСМ) в присутствии отрицательной дисперсии групповых скоростей (ДГС). В то время как ФСМ отвечает за уширение спектра, аномальная дисперсия волновода компенсирует положительный нелинейный набег фазы и приводит к уменьшению длительности импульса вплоть до предельно малых значений [19, 24]. В данной работе нас прежде всего интересует режим преобразования, при котором солитонная самокомпрессия импульсов холостой волны приводит к образованию мультиоктавного СК, простирающегося от ~ 200 нм до ~ 2600 нм. Спектр, соответствующий максимальному уширению импульса накачки с центральной длиной волны ~ 2000 нм и энергией 21 мкДж, изображен на рис. 1b синей цветной заливкой. Потери используемого антирезонансного волновода были рассчитаны с помощью аналитической модели [25]. В рамках данной модели получены выражения для показателя преломления и потерь тонкостенного капилляра для фундаментальной и высших мод. Спектр излучения в диапазоне 200–800 нм не чувствителен к потерям световода, поскольку при данной входной энергии большая часть излучения генерируется в процессе солитонной самокомпрессии на последних миллиметрах волновода. С другой стороны, ИК часть суперконтинуума, постепенно уширяющаяся за счет ФСМ по мере распространения импульса в волноводе, ограничена первой полосой потерь на длине волны 1260 нм, что приводит к резкому падению интенсивности излучения за ней. Численные расчеты методом конечных элементов, а также

экспериментальные результаты [24] показывают, что данная модель может быть применена для исследования однокольцевого волновода, структура которого изображена на вставке к рис. 1b.

В нашей работе [24] была продемонстрирована реализация метода для характеристики предельно коротких импульсов с помощью спектральной интерферометрии, в которой информация о фазе поля кодируется с помощью пространственной, а не частотной карты спектральной интерференции (X-SEA-F-SPIDER) [19]. Данный метод дает разрешение по одной из координат, что позволяет сделать вывод о пространственной однородности пучка на всем диапазоне измерения 1300–2500 нм. Кроме того, при выделении ИК излучения более 1300 нм с помощью оптических фильтров, было обнаружено, что это излучение локализовано в основной LP_{01} моде (вставка к рис. 1b и вставка SWIR к рис. 2). Таким образом, можно сделать вывод, что формирующее предельно короткий импульс излучение локализовано в основной пространственной моде.

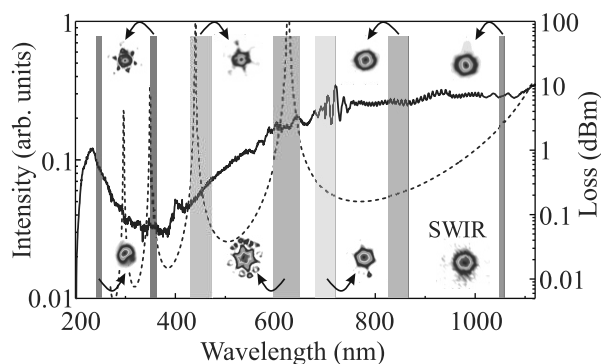


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр видимой и ближней ИК части мультиоктавного суперконтинуума на выходе из волновода (синяя линия) и потери волновода в фундаментальной моде, рассчитанные с помощью аналитической модели (красная пунктирная линия). На вставках – поперечные моды, соответствующие выделенным спектральным диапазонам

С другой стороны, при исследовании видимой и ближней ИК части спектра суперконтинуума были обнаружены отличительные особенности модового состава выходного излучения. Схема регистрации пространственной структуры излучения состояла из изображающей $4f$ системы, перестраивающей выходной торец волокна на камеру. Для того, чтобы избежать хроматические aberrации, использовались коллимирующее параболическое и фокусирующее сферическое зеркала (рис. 1a). Фокусные расстояния зеркал составляли 10 см и 50 см соответственно,

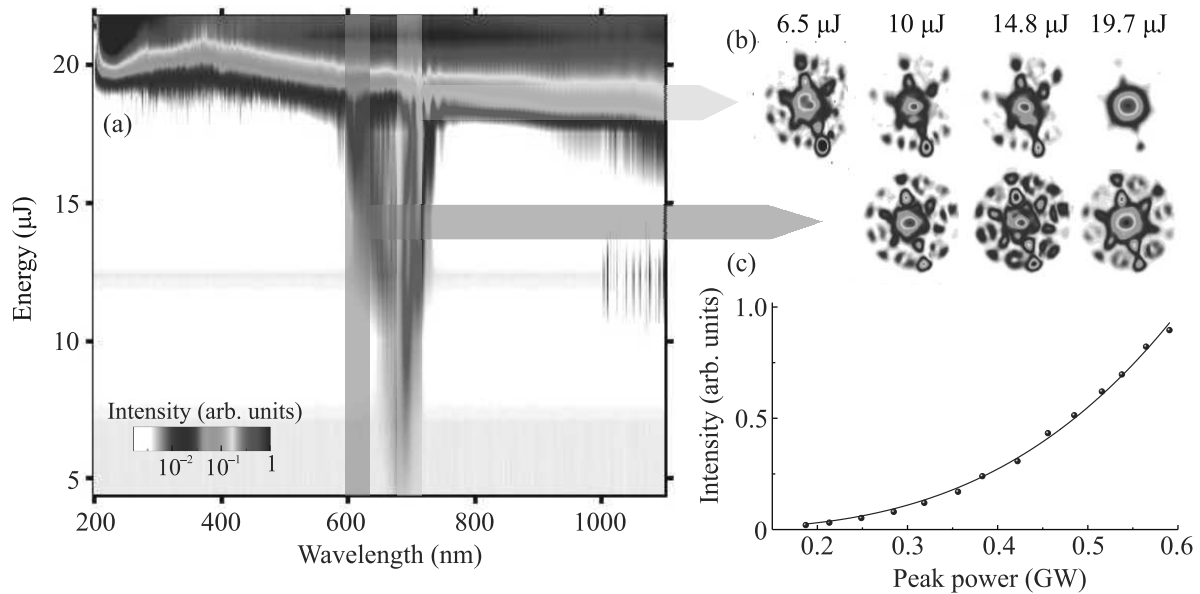


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Генерация видимой части суперконтинуума в волноводе в зависимости от энергии входных импульсов. (b) – Поперечные моды выходного излучения в узких спектральных диапазонах вблизи длин волн 620 нм (зеленая заливка) и 700 нм (желтая заливка) для различных энергий излучения, распространяющегося в волноводе. (c) – Зависимость энергии сигнала третьей гармоники от пиковой мощности входного излучения измеренная (точки) и аппроксимированная функцией ax^b , где $b = 3.15$ (синяя кривая)

что приводило к увеличению изображения на камере в 5 раз. Различные спектральные области были выделены с помощью узкополосных фильтров на длинах волн 245, 355, 445, 620, 700, 850 и 1064 нм. Такой набор фильтров позволил выделить спектральные области, в которых проявляются различные пространственные свойства излучения, области дисперсионной волны (рис. 2, фиолетовая область), резонансов волновода (рис. 2, синяя, голубая и зеленая области), спектральной интерференции с высокой видностью (рис. 2, желтая область), малых потерь волновода (рис. 2, оранжевая и красная области), выделяемые узкополосными фильтрами. Каждому из диапазонов поставлено в соответствие изображение поперечного сечения излучения на выходе из волновода.

Пространственное распределение излучения СК в ближнем ИК (800–1100 нм) и коротковолновом ИК (1300–3000 нм) спектральных диапазонах соответствуют фундаментальной моде LP_{01} полой сердцевины. В этих диапазонах не возникает условий возбуждения высших мод. В высокочастотной спектральной области на длине волны 245 нм генерируется дисперсионная волна также в основной моде волновода. С другой стороны, в видимой области спектра от 350 до 650 нм изображение излучения СК на выходе из волновода обладает особенностями из-за возбуждения высших мод сердцевины и мод капил-

ляров, что особенно сильно проявляется на длине волны 620 нм.

Общий ход эволюции спектра при увеличении энергии входных импульсов (рис. 3a) соответствует режиму солитонной самокомпрессии излучения и для видимого диапазона [14, 19, 24]. При малой энергии импульсов (до ~ 7 мкДж) наблюдается только сигнал на длине волны в окрестности третьей гармоники ~ 670 нм от накачки на ~ 2000 нм, а при увеличении энергии разделяется на две части, одна из которых сдвигается в красную область (до ~ 700 нм), а другая в синюю область (до ~ 620 нм). Для анализа свойств этих частей были использованы два узкополосных фильтра FBH620-52 и FBH700-40 (Thorlabs). При небольших энергиях до 15 мкДж в обеих областях наблюдается сложная модовая структура (рис. 3b), различающаяся только более эффективным возбуждением мод капилляров на длине волны 620 нм. При увеличении энергии синее крыло суперконтинуума перетекает в видимую область, а также образуется мощная дисперсионная волна на длинах волн в окрестности ~ 250 нм. Так как это крыло генерируется на последнем этапе распространения излучения в волноводе, а также вследствие того, что антирезонансная структура удерживает большую часть этого излучения в основной волноводной моде, в структуре поперечного сечения излучения

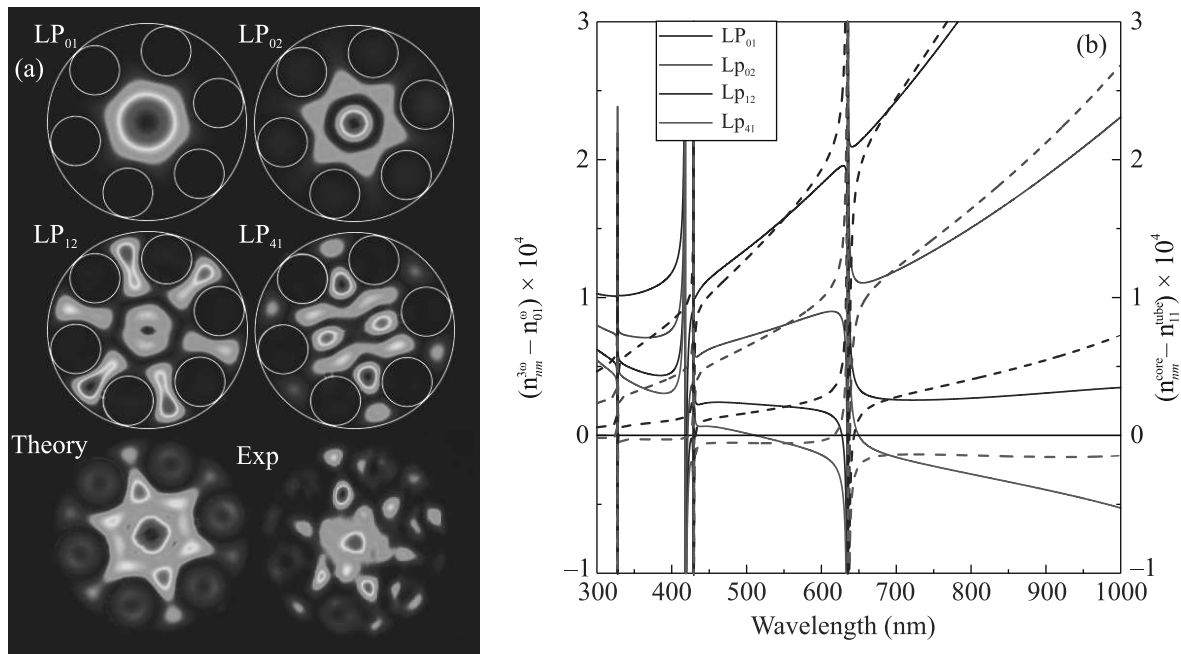


Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Рассчитанные LP_{nm} моды полого антирезонансного волновода и сравнение комбинации этих мод с экспериментально полученным пространственным распределением излучения на длине волны 620 нм на торце световода. (b) – Спектральная зависимость отстроек показателя преломления $\Delta n_{3\omega}$ и Δn_{tube} для процесса генерации третьей гармоники в высших моды и перетекания излучения из высших мод сердцевины

проявляется LP_{01} мода, которая, при дальнейшем увеличении энергии, становится подавляющей.

Рассмотрим коротковолновую часть описываемого сигнала вблизи 620 нм (рис. 3а). Сигнал появляется только при энергии ~ 10 мкДж, после чего начинает быстро нарастать, за счет спектрального уширения накачки до ~ 1900 нм, где условия фазового согласования ГТГ реализуются наиболее полно. Фазовая расстройка процесса ГТГ $\Delta k = 3k_0(n^{3\omega} - n^{\omega})$ определяется величиной $\Delta n^{3\omega} = (n_{nm}^{3\omega} - n_{01}^{\omega})$, где n_{nm} – эффективный показатель преломления моды сердцевины LP_{nm} [23]. Наиболее близки к выполнению фазового синхронизма в области длин волн 400–700 нм моды LP_{12} и LP_{41} , причем их пространственная структура хорошо узнаваема в эксперименте (рис. 4). Однако проявляющиеся в эксперименте кольцевые моды капилляров не удается описать представленной моделью. Они возникают за счет перетекания излучения из высших мод, эффективность которого зависит от расстройки $\Delta n_{tube} = (n_{nm}^{core} - n_{11}^{tube})$, где n^{core} , n^{tube} – показатели преломления для мод сердцевины и капилляра, соответственно. Наибольшая длина синхронизма такой межмодовой переканки энергии в области ~ 600 нм возникает у мод LP_{12} и LP_{41} сердцевины, в которых условия фазового согласования ГТГ благоприятствует. Длинноволновый пик излучения в области 670–700 нм (рис. 3а,

желтая заливка) становится заметным при достижении энергии накачки ~ 6.5 мкДж (при давлении аргона 4 атм) и интерпретируется нами как третья гармоника от центральной длины волны накачки. Анализ зависимости яркости сигнала, генерируемого при пониженном давлении аргона во избежание развития сложной нелинейной временной динамики, от энергии накачки показал кубический закон, что ожидаемо для процесса ГТГ. Здесь было важно учесть проявляющийся эффект спектральной компрессии накачки при увеличении заводимой мощности, отражающийся на увеличении длительности импульса в 1.5 раза [19].

В области длин волн 700 нм из-за слабой связи между модами третья гармоника генерируется как в высших модах, так и в фундаментальной моде LP_{01} сжатым по длительности импульсом на конце световода. Отличное качество пучка на утроенной частоте (рис. 3б) позволило пронаблюдать явление $f-3f$ интерференции широкополосного импульса и его гармоники при вариации фазы поля относительно огибающей интенсивности $\phi_{сер}$, где f – абсолютная оптическая частота накачки. Регистрируемая разность фаз между сдвинутым в синюю область фундаментальным излучением и N -гармоникой $\phi^f - N\phi = N\phi^f - \phi^{Nf}$, где $\phi^{Nf} = 2\pi Nft + \phi_{сер}$, фаза спектральных компонент СК вблизи N -гармоники,

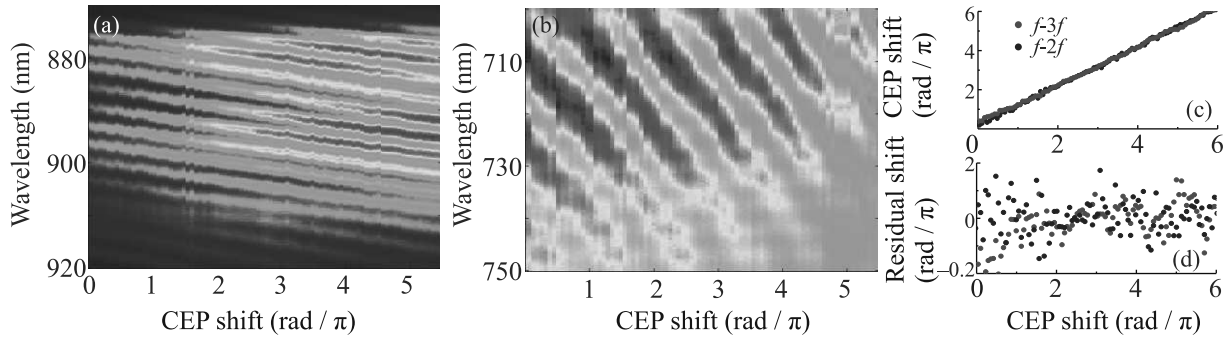


Рис. 5. (Цветной онлайн) (a), (b) – Спектрограммы $f-2f$ (a) и $f-3f$ (b) интерферометрии суперконтинуума на выходе из антирезонансного световода. Скорость смещения пиков в случае $f-3f$ интерферометрии в 2 раза быстрее при изменении фазы накачки. (c) – Восстановленные $\phi_{\text{СЕР}}$ по $f-2f$ (синие квадраты) и $f-3f$ (зеленые точки) интерферометрии при варьировании $\phi_{\text{СЕР}}$ от 0 до 6π и (d) – отклонения измеренных от установленных значений фазы

а $N\phi^f = 2\pi Nft + N\phi_{\text{СЕР}}$, фаза генерируемой N -ой гармоники, несет информацию о стабильности фазы поля СК относительно огибающей $\phi^{f-Nf} = (N-1)\phi_{\text{СЕР}}$. Используемый в качестве накачки импульс холостой волны обладает пассивной стабилизацией $\phi_{\text{СЕР}}$ от импульса к импульсу [19, 24], что позволяет измерить ϕ^{f-Nf} в эксперименте. Анализируя одновременно картины спектральных полос излучения из световода напрямую и направленного в независимый $f-2f$ интерферометр, была подтверждена удвоенная скорость смещения фазы ϕ^{f-3f} сигнала из световода (рис. 5b) по отношению к ϕ^{f-2f} (рис. 5a). На рисунке 5с показано хорошее соответствие между устанавливаемой фазой и измеренной двумя независимыми методами. Отклонение измеряемой фазы от устанавливаемой показано на рис. 5d, дисперсия которого равна $\sigma^{f-2f} = 190$ мрад и $\sigma^{f-3f} = 220$ мрад в диапазоне изменения фазы 6π в зависимости от метода. Таким образом, $f-3f$ интерференцию, возникающую в результате солитонной самокомпрессии можно использовать для контроля скачков $\phi_{\text{СЕР}}$ предельно коротких импульсов на выходе из волновода.

Таким образом, в работе проведен анализ модового состава широкополосного излучения со спектром, простирающимся в диапазоне от 200 до 2500 нм, полученного в процессе солитонной самокомпрессии в полом волноводе. Было подтверждено, что большая часть излучения, формирующая предельно короткий импульс (1300–2500 нм), локализована в основной пространственной моде LP_{01} . Было обнаружено, что в видимой части суперконтинуума выполняются условия фазового согласования, приводящие к генерации третьей гармоники в высших волноводных модах и модах капилляров вблизи 620 нм. Кроме того, было показано, что излучение третьей гармоники, генерирующееся при слабом фазовом синхронизме на

длине волны 700 нм может быть использовано для измерения фазы поля относительно огибающей импульсов на выходе из волновода.

Авторы выражают благодарность руководителю научной группы профессору А. М. Желтикову за всестороннюю поддержку. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда # 22-12-00149 в части исследования модового состава излучения и формирования короткого ИК импульса, а также грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 20-21-00131, # 19-29-12062 в части исследования влияния фазы предельно короткого импульса.

1. C. Wei, R. J. Weiblen, C. R. Menyuk, and J. Hu, Adv. Opt. Photonics **9**, 504 (2017).
2. F. Benabid, J. C. Knight, G. Antonopoulos, and P. St. J. Russell, Science **298**, 399 (2002).
3. F. Couny, F. Benabid, and P. S. Light, Opt. Lett. **31**, 3574 (2006).
4. A. D. Pryamikov, A. S. Biriukov, A. F. Kosolapov, V. G. Plotnichenko, S. L. Semjonov, and E. M. Dianov, Opt. Express **19**, 1441 (2011).
5. N. M. Litchinitser, A. K. Abeeluck, C. Headley, and B. J. Eggleton, Opt. Lett. **27**, 1592 (2002).
6. P. Song, K. Y. Phoong, and D. Bird, Opt. Express **27**, 27745 (2019).
7. A. V. Gladyshev, A. N. Kolyadin, A. F. Kosolapov, Yu. P. Yatsenko, A. D. Pryamikov, A. S. Biriukov, I. A. Bufetov, and E. M. Dianov, Quantum Electron. **45**, 807 (2015).
8. M. S. Astapovich, A. V. Gladyshev, M. M. Khudyakov, A. F. Kosolapov, M. E. Likhachev, and I. A. Bufetov, IEEE Photon. Technol. Lett. **31**, 78 (2019).
9. A. V. Gladyshev, A. F. Kosolapov, A. N. Kolyadin, M. S. Astapovich, A. D. Pryamikov, M. E. Likhachev, and I. A. Bufetov, Quantum Electron. **47**, 1078 (2017).

10. F. Belli, A. Abdolvand, W. Chang, J.C. Travers, and P.St.J. Russell, *Optica* **2**, 292 (2015).
11. J.C. Travers, W. Chang, J. Nold, N.Y. Joly, and P.St.J. Russell, *J. Opt. Soc. Am. B* **28**, A11 (2011).
12. M. Cassataro, D. Novoa, M.C. Gunendi, N.N. Edavalath, M.H. Frosz, J.C. Travers, and P.St.J. Russell, *Opt. Express* **25**, 7637 (2017).
13. A.I. Adamu, Md.S. Habib, C.R. Smith, J.E. Antonio Lopez, P. Uhd Jepsen, R. Amezcua-Correa, O. Bang, and C. Markos, *Sci. Rep.* **10**, 4912 (2020).
14. E.A. Stepanov, A.A. Voronin, F. Meng et al. (Collaboration), *Phys. Rev. A* **99**, 033855 (2019).
15. N.Y. Joly, J. Nold, W. Chang, P. Hölzer, A. Nazarkin, G.K.L. Wong, F. Biancalana, and P.St.J. Russell, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203901 (2011).
16. J.C. Travers, T.F. Grigorova, C. Brahms, and F. Belli, *Nat. Photonics* **13**, 547 (2019).
17. T. Balciunas, C. Fourcade-Dutin, G. Fan, T. Witting, A.A. Voronin, A.M. Zheltikov, F. Gerome, G.G. Paulus, A. Baltuska, and F. Benabid, *Nat. Commun.* **6**, 6117 (2015).
18. U. Elu, M. Baudisch, H. Pires, F. Tani, M.H. Frosz, F. Köttig, A. Ermolov, P.St.J. Russell, and J. Biegert, *Optica* **4**, 1024 (2017).
19. I.V. Savitsky, E.A. Stepanov, A.A. Lanin, A.B. Fedotov, and A.M. Zheltikov, *ACS Photonics* **9**, 1679 (2022).
20. T.G. Euser, G. Whyte, M. Scharrer, J.S.Y. Chen, A. Abdolvand, J. Nold, C.F. Kaminski, and P.St.J. Russell, *Opt. Express* **16**, 17972 (2008).
21. B.M. Trabold, D. Novoa, A. Abdolvand, and P.St. Russell, *J. Opt. Lett.* **39**, 3736 (2014).
22. A. Ge, F. Meng, Y. Li, B. Liu, and M. Hu, *Micromachines* **10**, 128 (2019).
23. P. Uebel, M.C. Günendi, M.H. Frosz, G. Ahmed, N.N. Edavalath, J.-M. Ménard, and P.St.J. Russell, *Opt. Lett.* **41**, 1961 (2016).
24. И.В. Савицкий, Е.А. Степанов, А.А. Ланин, А.А. Воронин, Е.Е. Серебрянников, А.А. Иванов, М. Ху, Я. Ли, А.Б. Федотов, А.М. Желтиков, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 437 (2022).
25. M. Zeisberger and M.A. Schmidt, *Sci. Rep.* **7**, 11761 (2017).