

# О возможности преобразования с увеличением энергии линейно поляризованных аттосекундных импульсов высоких гармоник в циркулярно поляризованные в оптически модулированной неоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера

И. Р. Хайрулин<sup>+1)</sup>, В. А. Антонов<sup>+</sup>, М. Ю. Рябкин<sup>+\*</sup>

<sup>+</sup>Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

<sup>\*</sup>Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 7 марта 2023 г.

После переработки 24 марта 2023 г.

Принята к публикации 27 марта 2023 г.

Предложен метод преобразования линейно поляризованного излучения одиночной гармоники или совокупности гармоник оптического поля высокого порядка, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, в эллиптически и, в частности, циркулярно поляризованное излучение в оптически модулированной неоподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера. Показано, что данный метод позволяет обеспечить высокую энергетическую эффективность преобразования излучения благодаря усилению поля гармоник, а также является устойчивым к изменению числа высоких гармоник, образующих усиливаемые импульсы. Возможность экспериментальной реализации метода рассмотрена на примере активной плазмы неоподобных ионов  $Ti^{12+}$  с невозмущенной длиной волны инвертированного перехода 32.6 нм.

DOI: 10.31857/S1234567823090045, EDN: boldpr

**1. Введение.** Субфемто-/аттосекундные импульсы вакуумного ультрафиолетового (ВУФ) и рентгеновского излучения являются мощным инструментом исследования и управления динамикой электронных процессов, протекающих в атомах, молекулах и твердых телах на их собственных (фемто- и аттосекундных) временных масштабах [1–4]. Основным способом получения таких импульсов на сегодняшний день является генерация гармоник оптического/инфракрасного (ИК) поля высокого порядка (ГВП) [5–7] посредством фокусировки лазерного импульса с интенсивностью порядка  $10^{14}$ – $10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> в струю газа благородных атомов. В этом случае, согласно трехступенчатой модели ГВП [8, 9], под действием лазерного поля происходит ионизация атомов газа, ускорение оторванных электронов под действием лазерного поля и с определенной вероятностью их столкновение с родительскими ионами, в результате которого набранная кинетическая энергия преобразуется в высокочастотное излучение. Наиболее эффективно такой процесс протекает в лазерном поле линейной поляризации, так как вероятность столкновения

электрона с ионом оказывается наибольшей [10, 11]. В этом случае поляризация генерируемых высоких гармоник оказывается также линейной.

В то же время, для исследования магнитных и хиральных сред, обладающих свойством кругового дихроизма, наиболее ярко проявляющимся на краях полос поглощения веществ, требуется излучение ВУФ/рентгеновского диапазона циркулярной поляризации [12–14]. До недавнего времени основными источниками такого излучения были синхротроны. Однако использование синхротронных источников для измерений сверхбыстрых физических и химических процессов ограничено пикосекундной длительностью (10–100 пс) и недостаточной интенсивностью генерируемых импульсов. В качестве альтернативы в последнее время для этих целей все чаще используют гораздо более яркие фемтосекундные источники на основе рентгеновских лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) со специально сконструированными ондуляторами [15–17], позволяющими получить излучение с высокой эллиптичностью. Однако, в силу того, что генерация в ЛСЭ стартует со спонтанных процессов, генерируемое в ондуляторе ЛСЭ излучение обладает низкой продольной когерентностью, и его спектрально-временные харак-

<sup>1)</sup>e-mail: khairulnir@ipfran.ru

теристики существенно изменяются от импульса к импульсу. В последнее время активно развивается подход, основанный на использовании усиления когерентного затравочного излучения [18]. Однако его расширение на случай субфемтосекундных (тем более, циркулярно-поляризованных) импульсов остается проблематичным. Кроме того, огромные размеры и стоимость подобных экспериментальных комплексов и, как следствие, их недоступность для широкого круга исследователей делают привлекательной идею получения эллиптически/циркулярно поляризованного ВУФ/рентгеновского излучения с помощью лабораторных источников, основанных на эффекте ГГВП.

Получение интенсивного излучения высоких гармоник эллиптической и циркулярной поляризации является значительно более трудной задачей по сравнению с генерацией гармоник линейной поляризации. Одним из возможных способов решения этой задачи является использование ГГВП в лазерном поле эллиптической поляризации [19]. Однако вероятность рекомбинации оторванного электрона с родительским ионом быстро спадает с ростом эллиптичности лазерного поля [10], так как при движении в эллиптически поляризованном поле электрон с большой вероятностью пролетает мимо родительского иона, что делает данный метод неэффективным для генерации излучения гармоник с высокой эллиптичностью. Одним из способов преодолеть данное ограничение является использование газа выстроенных молекул, где цилиндрическая симметрия относительно оси поляризации лазерного поля оказывается нарушенной, что позволяет генерировать эллиптически поляризованные гармоники при использовании лазерного поля линейной поляризации [20, 21]. Кроме того, в последнее время большое внимание уделяется методам генерации высоких гармоник эллиптической и циркулярной поляризации, основанным на использовании многокомпонентных лазерных полей с различающимися частотами, амплитудами и, в общем случае, поляризациями. К примеру, в работах [22, 23] экспериментально показана возможность генерации гармоник с эллиптичностью 0.7–0.75 в благородных газах в комбинации перекрывающихся лазерных импульсов на фундаментальной частоте и ее второй гармонике с взаимно ортогональными линейными поляризациями, а в работах [24, 25] использовались так называемые биэллиптические или бициркулярные поля, в которых два лазерных пучка с отношением частот 1:2 обладают эллиптически или циркулярными поляризациями, вектора электрического поля в которых вращаются в противополо-

ложных направлениях. В то же время, следует отметить, что излучение гармоник, генерируемых в многокомпонентных лазерных полях, зачастую обладает неоднородным спектральным и поляризационным составом: гармоники близких порядков обладают существенно различающимися амплитудами, фазами и/или поляризацией.

Низкая эффективность генерации высоких гармоник эллиптической и циркулярной поляризации делает актуальной задачу их усиления. В недавней работе [26] была экспериментально показана возможность усиления циркулярно поляризованного излучения одиночной гармоники высокого порядка, настроенной в резонанс с инвертированным переходом никелеподобных ионов  $Kr^{8+}$  в активной среде плазменного рентгеновского лазера. При этом усиление достигалось с сохранением поляризационного состояния излучения. Более того, в работе [27] была теоретически показана возможность усиления совокупности высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов циркулярной или эллиптической поляризации, в активной среде неоподобных ионов  $Ti^{12+}$ , дополнительно облучаемой интенсивным лазерным полем фундаментальной частоты. Роль данного поля состоит в модуляции энергий лазерных состояний ионов (верхнего и нижних состояний инвертированного перехода) посредством эффекта Штарка и, как следствие, в перераспределении спектра усиления среды по комбинационным частотам в окрестности частоты резонанса. При этом вследствие наведенной модулирующим полем анизотропии среды поляризация составляющие поля гармоник, параллельная и ортогональная к поляризации модулирующего поля, усиливаются по-разному. При определенной комбинации интенсивности и длины волны модулирующего поля многокомпонентные спектры усиления обеих поляризационных составляющих точно согласованы между собой. В результате усиление совокупности гармоник оказывается возможным как с сохранением поляризационного состояния, так и с умеренным (не более, чем в несколько раз) увеличением эллиптичности излучения. Рост эллиптичности поля гармоник в последнем случае достигается за счет преимущественного усиления одной из поляризационных компонент, в то время как разность фаз между ними остается неизменной и в случае эллиптической или циркулярной поляризации составляет  $\pi/2$ .

Альтернативным способом получения эллиптически или циркулярно поляризованного излучения высоких гармоник является генерация гармоник линейной поляризации при облучении газовой среды ли-

нейно поляризованным лазерным полем с последующим преобразованием их поляризации в эллиптическую или циркулярную. В диапазоне ВУФ и рентгеновского излучения для этого, в основном, используются многослойные структуры, при прохождении через которые или при отражении от которых между двумя ортогональными (*s*- и *p*-) поляризационными компонентами поля набегают разность фаз  $\pi/2$  [28]. Первоначально такие структуры применялись для преобразования и анализа поляризации излучения синхротронных источников [29, 30], но в недавних работах была показана возможность их использования для преобразования линейно поляризованного излучения высоких гармоник в циркулярно поляризованное [31,32]. Однако существенным недостатком таких схем является низкая эффективность преобразования (по энергии излучения), которая составляет в лучшем случае несколько процентов.

В настоящей работе мы предлагаем метод преобразования линейной поляризации в эллиптическую с управляемой степенью эллиптичности и, в частности, в циркулярную, для излучения как одиночной гармоники, так и совокупности высоких гармоник, образующих субфемто-/аттосекундные импульсы, с одновременным усилением излучения. С этой целью предлагается внести небольшую (порядка ширины линий усиления) частотную расстройку между линиями усиления для ортогональных поляризационных компонент поля гармоник посредством соответствующего выбора интенсивности модулирующего поля. Как следствие, в спектре усиления появляются области, где одна поляризационная компонента поля при распространении в среде приобретает положительный фазовый сдвиг, а другая – отрицательный. В результате при настройке частот гармоник между индуцированными линиями усиления на оптимальной толщине среды между поляризационными составляющими излучения достигается фазовый сдвиг  $\pi/2$ , что, в зависимости от взаимной ориентации поляризацй модулирующего поля и поля гармоник на входе в среду, соответствует преобразованию поляризации гармоник в эллиптическую или циркулярную. Отметим, что фазовое преобразование поля гармоник позволяет увеличить эллиптичность в неограниченное число раз (в том числе, от 0 до 1). Возможность реализации предлагаемого метода обсуждается на примере активной плазмы неоподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$  с невозмущенной длиной волны инвертированного перехода 32.6 нм.

**2. Теоретическая модель.** Рассмотрим активную среду плазменного рентгеновского лазера с инверсией населенности на переходе между двумя воз-

бужденными энергетическими уровнями неоподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$   $|3p^1S_0\rangle \leftrightarrow |3s^1P_1\rangle$  с невозмущенной длиной волны перехода 32.6 нм [33, 34] (рис. 1а). Верхний энергетический уровень является невырожденным и соответствует состоянию  $|1\rangle = |3p^1S_0, J = 0, M = 0\rangle$  с полным моментом  $J = 0$ . Нижний энергетический уровень является трехкратно вырожденным и соответствует состояниям  $|2\rangle = |3s^1P_1, J = 1, M = 0\rangle$ ,  $|3\rangle = |3s^1P_1, J = 1, M = 1\rangle$ ,  $|4\rangle = |3s^1P_1, J = 1, M = -1\rangle$  с полным моментом  $J = 1$  и различными проекциями момента на ось квантования,  $M = 0, \pm 1$ . Далее, будем полагать, что активная плазменная среда имеет форму тонкого вытянутого вдоль оси *x* цилиндра, в котором концентрация ионов  $\text{Ti}^{12+}$  и свободных электронов, аналогично [27], составляют  $N_{\text{ion}} = 4.2 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и  $N_e = 5 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , соответственно. Важно отметить, что лишь около 1% ионов находятся в верхнем состоянии  $|1\rangle$ , тогда как нижние лазерные состояния  $|2\rangle$ ,  $|3\rangle$ ,  $|4\rangle$  практически не заселены из-за быстрых излучательных переходов в нижележащие состояния ионов  $\text{Ti}^{12+}$ . В результате коэффициент усиления активной среды по интенсивности составляет  $70 \text{ см}^{-1}$ .

Далее будем полагать, что активная плазменная среда одновременно облучается двумя линейно поляризованными полями, которые распространяются вдоль оси *x* плазменного канала (рис. 1). Первым из них является достаточно длинный по сравнению с временными масштабами описываемых процессов импульс лазерного поля ИК диапазона с частотой  $\Omega$  и амплитудой  $E_{IR}$ , однородной во всем объеме активной среды. Подобный лазерный импульс можно представить в виде плоской монохроматической волны, электрическое поле которой имеет вид:

$$\mathbf{E}_{IR}(x, t) = \mathbf{z}_0 E_{IR} \cos \left[ \Omega \left( t - x \sqrt{\varepsilon_{pl}^{(IR)}} / c \right) \right], \quad (1)$$

где  $\mathbf{z}_0$  – единичный вектор поляризации лазерного поля (далее ось *z* будет выбрана в качестве оси квантования),  $c$  – скорость света в вакууме,  $\varepsilon_{pl}^{(IR)} = 1 - \omega_{pl}^2 / \Omega^2$  – диэлектрическая проницаемость плазмы на частоте ИК поля,  $\omega_{pl} = \sqrt{4\pi N_e e^2 / m_e}$  – плазменная частота,  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона, соответственно. В выражении (1) значения  $\Omega$  и  $E_{IR}$  таковы, что частота ИК поля и частоты Раби на всех разрешенных переходах из состояний  $|1\rangle - |4\rangle$  много меньше частот этих переходов. Таким образом, влияние поля (1), в основном, сводится к изменению мгновенных значений энергии состояний  $|1\rangle - |4\rangle$  на масштабе в доли оптического периода и длины волны вследствие квадратичного эффекта Штарка [35]. При этом частоты переходов между состояниями

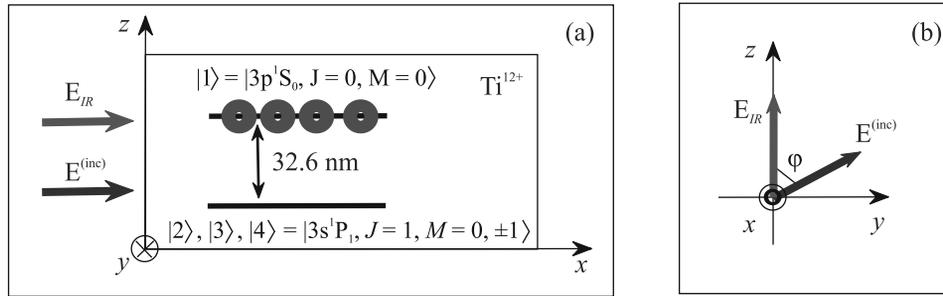


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Схематичное пояснение рассматриваемой постановки задачи. Активная среда плазменного рентгеновского лазера на основе неоноподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$  в виде вытянутого вдоль оси  $x$  цилиндра облучается комбинацией линейно поляризованного лазерного поля ИК диапазона (красная стрелка) и совокупностью линейно поляризованных высоких гармоник различных порядков, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов (синяя стрелка), с частотами, близкими к частоте инвертированного перехода. (б) – Направления поляризаций ИК поля (красная стрелка) и суммарного поля высоких гармоник (синяя стрелка)

ми  $|1\rangle - |4\rangle$  изменяются во времени и пространстве вслед за изменением интенсивности лазерного поля (1):

$$\begin{aligned} \omega_{12}(t, x) &= \bar{\omega}_z + \Delta_z \cos \left[ 2\Omega \left( t - x \sqrt{\varepsilon_{pl}^{(IR)}} / c \right) \right], \\ \omega_{13}(t, x) &= \omega_{14}(t, x) = \\ &= \bar{\omega}_y + \Delta_y \cos \left[ 2\Omega \left( t - x \sqrt{\varepsilon_{pl}^{(IR)}} / c \right) \right], \quad (2) \\ \omega_{23}(t, x) &= \omega_{24}(t, x) = \\ &= (\Delta_z - \Delta_y) \left\{ 1 + \cos \left[ 2\Omega \left( t - x \sqrt{\varepsilon_{pl}^{(IR)}} / c \right) \right] \right\}, \\ \omega_{34}(t, x) &= 0, \end{aligned}$$

где  $\Delta_z \equiv \Delta_{12}$ ,  $\Delta_y \equiv \Delta_{13} = \Delta_{14}$ ,  $\Delta_{ij} = \sum_{k \neq i} (|d_{ki}^{(z)}| E_{IR})^2 / (2\hbar^2 \omega_{ik}) - \sum_{k \neq j} (|d_{kj}^{(z)}| E_{IR})^2 / (2\hbar^2 \omega_{jk})$  – амплитуда модуляции частоты перехода  $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ ,  $d_{ki}^{(z)}$  –  $z$ -проекция дипольного момента перехода из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|k\rangle$  с частотой  $\omega_{ik}$ ,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка, а суммирование ведется по всем состояниям иона  $\text{Ti}^{12+}$  в отсутствие поля (1). Также в (2)  $\bar{\omega}_z \equiv \bar{\omega}_{12} = \omega_{12}^{(0)} + \Delta_z$  – средняя по времени частота перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ . В отсутствие ИК поля  $\bar{\omega}_{12}$  совпадает с невозмущенной частотой перехода  $\omega_{12}^{(0)}$ . Аналогично,  $\bar{\omega}_y \equiv \bar{\omega}_{13} = \omega_{13}^{(0)} + \Delta_y = \bar{\omega}_{14} = \omega_{14}^{(0)} + \Delta_y$  – средняя по времени частота переходов  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$ , причем в отсутствие модулирующего поля  $\omega_{12}^{(0)} = \omega_{13}^{(0)} = \omega_{14}^{(0)}$ . Отметим, что для неоноподобных ионов амплитуды модуляции переходов  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  и  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle, |4\rangle$  несколько отличаются друг

от друга. К примеру, для неоноподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$   $|\Delta_z|/|\Delta_y| \approx 0.93$  [27]. Как следствие, средние по времени частоты соответствующих переходов оказываются разными.

Одновременно активная среда облучается совокупностью  $2N + 1$  линейно поляризованных в плоскости  $zy$  гармоник ИК поля фундаментальной частоты  $\Omega$  высокого порядка с одинаковыми амплитудами  $A_0$  и одинаковыми фазами. Во временной области излучение гармоник образует последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, электрическое поле которых имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(inc)}(t) &= \frac{1}{2} \exp(-i\omega_{inc}t) \sum_{n=-N}^N a(t) [z_0 A \cos(\varphi) + \\ &+ y_0 A \sin(\varphi)] e^{-i2n\Omega t} + \text{к.с.}, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\omega_{inc}$  – несущая частота поля (3),  $\varphi$  – угол между направлениями поляризаций поля высоких гармоник и лазерного поля (1) (рис. 1б), а  $a(t)$  – огибающая (по полю) импульсной последовательности, которая определяется формой спектрального контура отдельной гармоники. Если несущая частота  $\omega_{inc}$  поля (3) близка к средним частотам  $\bar{\omega}_{12}$  и  $\bar{\omega}_{13}$ , то при распространении в среде оно (поле) может приводить к возбуждению резонансной поляризации. При этом в силу того, что дипольный момент перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  ориентирован вдоль оси  $z$ , а дипольные моменты переходов  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle, |4\rangle$  лежат в плоскости  $xy$ ,  $z$ -проекция поля (3) будет отвечать за возбуждение  $z$ -проекции вектора резонансной поляризации среды посредством возбуждения квантовой когерентности (недиагонального элемента матрицы плотности) на переходе  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ ,  $\rho_{12}$ . Аналогично,  $y$ -проекция поля (3) будет приводить к возбуждению

$y$ -проекции вектора резонансной поляризации среды посредством возбуждения когерентностей на переходах  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle, |4\rangle$ ,  $\rho_{13}$  и  $\rho_{14}$ :

$$\mathbf{P}(x, t) = N_{\text{ion}}^{(\text{res})}(\rho_{12}\mathbf{d}_{21} + \rho_{13}\mathbf{d}_{31} + \rho_{14}\mathbf{d}_{41}) + \text{к.с.}, \quad (4)$$

где  $N_{\text{ion}}^{(\text{res})}$  – концентрация ионов  $\text{Ti}^{12+}$ , которые к моменту прихода излучения высоких гармоник (3) находятся в одном из резонансных состояний  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  или  $|4\rangle$ ;  $\mathbf{d}_{21} = \mathbf{z}_0 d_z$ ,  $\mathbf{d}_{31} = \mathbf{d}_{41} = -iy_0 d_y$ ,  $d_z = D/\sqrt{3}$ ,  $d_y = D/\sqrt{6}$ , а  $D \equiv |\langle 3p^1 S_0 \| D \| 3s^1 P_1 \rangle| \simeq 0.41$  ат.ед. – приведенный дипольный момент инвертированного перехода. Ниже, для удобства, переход  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  будем называть  $z$ -поляризованным, а переходы  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle, |4\rangle$  –  $y$ -поляризованными.

Далее распространение излучения высоких гармоник (3) в модулированной оптическим полем неоподобной активной плазменной среде описывается замкнутой системой уравнений, состоящей из одномерного волнового уравнения и уравнений для элементов матрицы плотности состояний  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  и  $|4\rangle$ , частоты переходов между которыми изменяются согласно выражениям (2). Явный вид этой системы уравнений в приближении медленно меняющихся амплитуд и приближении вращающейся волны приведен в работе [27]. При этом, как показано в [27], взаимодействие высокочастотного излучения (3) (при реалистичных значениях его интенсивности) с модулированной активной средой происходит в режиме, близком к линейному, когда изменением разности населенностей на  $z$ - и  $y$ -поляризованных переходах можно пренебречь. В этом случае  $z$ - и  $y$ -компоненты поля высоких гармоник распространяются в среде независимо друг от друга, и их пространственно-временная эволюция описывается двумя независимыми системами уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} = i4\pi N_{\text{ion}}^{(\text{res})} d_z \frac{\omega_{\text{inc}}}{c\sqrt{\varepsilon_{pl}^{(HH)}}} \tilde{\rho}_{12}, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{12}}{\partial \tau} + \{i(\tilde{\omega}_z - \omega_{\text{inc}}) + \\ + i\Delta_z \cos[2(\Omega\tau + \Delta Kx)] + \gamma_{12}\} \tilde{\rho}_{12} = \\ = -in_{tr}^{(z)} \frac{d_z \tilde{E}_z}{2\hbar}, \end{cases} \quad (5a)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial y} = 4\pi N_{\text{ion}}^{(\text{res})} d_y \frac{\omega_{\text{inc}}}{c\sqrt{\varepsilon_{pl}^{(HH)}}} (\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\rho}_{14}), \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{13}}{\partial \tau} + \{i(\tilde{\omega}_y - \omega_{\text{inc}}) + \\ + i\Delta_y \cos[2(\Omega\tau + \Delta Kx)] + \gamma_{13}\} \tilde{\rho}_{13} = \\ = \frac{n_{tr}^{(y)} d_y}{2\hbar} \tilde{E}_y, \frac{\partial \tilde{\rho}_{14}}{\partial \tau} + \{i(\tilde{\omega}_y - \omega_{\text{inc}}) + \\ + i\Delta_y \cos[2(\Omega\tau + \Delta Kx)] + \gamma_{14}\} \tilde{\rho}_{14} = \\ = \frac{n_{tr}^{(y)} d_y}{2\hbar} \tilde{E}_y, \end{cases} \quad (5b)$$

где  $\tau = t - x\sqrt{\varepsilon_{pl}^{(HH)}}/c$  – локальное время в системе отсчета, движущейся вдоль оси  $x$  с фазовой скоростью излучения высоких гармоник в плазме,  $\varepsilon_{pl}^{(HH)} = 1 - \omega_{pl}^2/\omega_{\text{inc}}^2$ ,  $\tilde{E}_z(x, \tau)$  и  $\tilde{E}_y(x, \tau)$  – медленно меняющиеся амплитуды  $z$ - и  $y$ -поляризованных компонент высокочастотного поля, соответственно,  $\tilde{\rho}_{12}(x, \tau)$ ,  $\tilde{\rho}_{13}(x, \tau)$  и  $\tilde{\rho}_{14}(x, \tau)$  – медленно меняющиеся амплитуды когерентностей на переходах  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ ,  $n_{tr}^{(z)} \equiv n_{tr}^{(12)}$ ,  $n_{tr}^{(y)} \equiv n_{tr}^{(13)} = n_{tr}^{(14)}$  – соответствующие разности населенностей, которые в рассматриваемом приближении одинаковы и равны  $n_{tr}^{(z)} \equiv n_{tr}^{(y)} = 1$ ;  $\Delta K = \Omega \left( \sqrt{\varepsilon_{pl}^{(HH)}} - \sqrt{\varepsilon_{pl}^{(IR)}} \right) / c$  – добавка к волновому числу модулирующего ИК поля (1), обусловленная разностью фазовых скоростей излучения высоких гармоник и лазерного поля фундаментальной частоты в плазме;  $\gamma_{12} = \gamma_{12}^{(0)} + (w_{\text{ion}}^{(1)} + w_{\text{ion}}^{(2)})/2$ ,  $\gamma_{13} = \gamma_{13}^{(0)} + (w_{\text{ion}}^{(1)} + w_{\text{ion}}^{(3)})/2$ ,  $\gamma_{14} = \gamma_{14}^{(0)} + (w_{\text{ion}}^{(1)} + w_{\text{ion}}^{(4)})/2$  – скорости релаксации когерентностей на переходах  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ ;  $\gamma_{12}^{(0)} = \gamma_{13}^{(0)} = \gamma_{14}^{(0)} = \gamma_{\text{coll}} + (\Gamma_{\text{rad}}^{(1)} + \Gamma_{\text{rad}}^{(2,3,4)})/2$  – аналогичные скорости релаксации, но в отсутствие модулирующего поля,  $\Gamma_{\text{rad}}^{(i)}$  – скорость радиационного распада состояния  $|i\rangle$  во все нижележащие состояния иона ( $\Gamma_{\text{rad}}^{(1)-1} \simeq 50$  пс,  $\Gamma_{\text{rad}}^{(2,3,4)-1} \simeq 3.3$  пс),  $\gamma_{\text{coll}}$  – скорость столкновительной релаксации, величина которой определялась по экспериментально измеренной относительной ширине линии усиления оптически тонкой среды; для активной плазмы ионов  $\text{Ti}^{12+}$   $\gamma_{\text{coll}}^{-1} \simeq 220$  фс ( $2\gamma_{12}^{(0)}/\omega_{12}^{(0)} \simeq 1.5 \cdot 10^{-4}$  [27]);  $w_{\text{ion}}^{(i)}$  – скорость туннельной ионизации из состояния  $|i\rangle$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) под действием ИК поля, которая оценивалась по теории Переломова–Попова–Терентьева [36]. Отметим, что при рассматриваемых ниже параметрах модулирующего ИК поля скорости ионизации  $w_{\text{ion}}^{(i)}$  оказываются много меньше невозмущенных скоростей релаксации когерентностей на рассматриваемых переходах, из-за чего справедливо равенство:  $\gamma_{12} \approx \gamma_{13} \approx \gamma_{14} \equiv \gamma$ .

Решения систем (5a) и (5b) для медленно меняющихся амплитуд  $\tilde{E}_z$  и  $\tilde{E}_y$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z(x, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\text{inc}}^{(z)}(\omega) \exp[\tilde{G}_z(\omega)x] e^{-i\omega\tau} d\omega, \\ \tilde{G}_z(\omega) &= \sum_{n_z=-\infty}^{\infty} \frac{g_0 J_{n_z}^2(P_{\Omega}^{(z)})}{1 + i(\tilde{\omega}_z + 2n_z\Omega - \omega - \omega_{\text{inc}})/\gamma}, \quad (6a) \\ \tilde{E}_y(x, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\text{inc}}^{(y)}(\omega) \exp[\tilde{G}_y(\omega)x] e^{-i\omega\tau} d\omega, \end{aligned}$$

$$\tilde{G}_y(\omega) = \sum_{n_y=-\infty}^{\infty} \frac{g_0 J_{n_y}^2(P_{\Omega}^{(y)})}{1 + i(\bar{\omega}_y + 2n_y\Omega - \omega - \omega_{\text{inc}})/\gamma}, \quad (6b)$$

где  $\tilde{S}_{\text{inc}}^{(z,y)}(\omega)$  – спектры  $z$ - и  $y$ -компонент высокочастотного поля на передней границе среды ( $x = 0$ ) (отметим, что в силу отсутствия отражений данное поле совпадает с полем (3)),  $P_{\Omega}^{(z,y)} = \Delta_{z,y}/(2\Omega)$  – индексы модуляции для  $z$ - и  $y$ -поляризованных переходов,  $J_n(x)$  – функция Бесселя первого рода  $n$ -го порядка,  $g_0 = 2\pi\omega_{\text{inc}}N_{\text{ion}}^{(\text{res})}n_{tr}^{(z)}d_z^2/(\hbar c\gamma\sqrt{\varepsilon_{pl}^{(HH)}}) = 4\pi\omega_{\text{inc}}N_{\text{ion}}^{(\text{res})}n_{tr}^{(y)}d_y^2/(\hbar c\gamma\sqrt{\varepsilon_{pl}^{(HH)}})$  – коэффициент усиления по амплитуде в отсутствие модулирующего поля, который для рассматриваемой активной среды ионов  $\text{Ti}^{12+}$  составляет  $g_0 = 35 \text{ см}^{-1}$ . При выводе формул (6) (подробный вывод аналогичного выражения приведен в работе [37]) дополнительно предполагалось, что начальные значения когерентностей  $\tilde{\rho}_{12}$ ,  $\tilde{\rho}_{13}$  и  $\tilde{\rho}_{14}$  равны нулю, что равносильно пренебрежению влиянием усиленного спонтанного излучения. Кроме того, выражения (6) подразумевают, что плазма является сильно диспергирующей для модулирующего ИК поля, так что выполняется неравенство  $g_0/\Delta K \ll 1$  (для рассматриваемых ниже параметров модулирующего поля  $g_0/\Delta K \simeq 0.005$ ), и, как следствие, эффекты когерентного рассеяния частотных компонент высокочастотного поля [38–42] несущественны.

Для описания состояния поляризации высокочастотного излучения высоких гармоник будем использовать величину эллиптичности [43]

$$\sigma = \text{tg}(\chi), \quad (7a)$$

где угол  $\chi$  определяется выражением

$$\sin(2\chi) = \frac{2|\tilde{E}_z| \cdot |\tilde{E}_y| \sin(\delta)}{|\tilde{E}_z|^2 + |\tilde{E}_y|^2}, \quad (7b)$$

а  $\delta \equiv \arg(\tilde{E}_z) - \arg(\tilde{E}_y)$  – разность фаз между медленно меняющимися амплитудами  $z$ - и  $y$ -поляризационных компонент высокочастотного поля.

Согласно решению (6) спектры усиления для  $z$ - и  $y$ -компонент высокочастотного поля,  $\tilde{G}_{z,y}(\omega)$ , представляют собой набор индуцированных линий усиления, отстоящих друг от друга на удвоенную частоту модулирующего поля и центрированных относительно средних частот  $z$ - и  $y$ -поляризованных переходов, соответственно, а соответствующие коэффициенты усиления отличаются от невозмущенного коэффициента усиления в  $J_{n_z}^2(P_{\Omega}^{(z)})$  и  $J_{n_y}^2(P_{\Omega}^{(y)})$  раз. При этом в

силу того, что частота модулирующего поля  $\Omega$  существенно превышает скорость релаксации когерентности  $\gamma$ , которая, в свою очередь, определяет полуширину линий усиления (для ионов  $\text{Ti}^{12+}$  и модулирующего поля с длиной волны  $3.9 \text{ мкм}$   $\Omega/\gamma \approx 105$ ), индуцированные линии усиления с различными номерами  $n_{z,y}$  в общем случае не перекрываются.

**3. Условия преобразования линейной поляризации в циркулярную для излучения высоких гармоник.** Пусть интенсивность и длина волны модулирующего поля подобраны так, что выполняется следующее равенство:

$$\bar{\omega}_y - \bar{\omega}_z = \Delta_y - \Delta_z = 2\Omega + \Delta\omega_{yz}, \quad (8)$$

где  $0 \leq \Delta\omega_{yz} < 2\Omega$ . Тогда, если  $\Delta\omega_{yz} = 0$ , то спектр усиления для  $y$ -поляризованной составляющей высокочастотного поля,  $\tilde{G}_y(\omega)$ , будет смещен как целое относительно спектра усиления для  $z$ -поляризованной составляющей,  $\tilde{G}_z(\omega)$ , на удвоенную частоту модулирующего поля, и они будут полностью перекрываться. При этом линия усиления с номером  $n_z = n$  и коэффициентом усиления  $J_n^2(P_{\Omega}^{(z)})$  для поля  $z$ -поляризации будет совпадать с линией усиления с номером  $n_y = n - 1$  и коэффициентом усиления  $J_{n-1}^2(P_{\Omega}^{(y)})$  для поля  $y$ -поляризации, а соответствующие индексы модуляции будут связаны соотношением:  $P_{\Omega}^{(y)} - P_{\Omega}^{(z)} = 1$ . Если же величина  $\Delta\omega_{yz} > 0$  оказывается порядка ширины линии усиления активной среды,  $2\gamma$ , то между  $n$ -й линией усиления  $z$ -поляризации и  $(n - 1)$ -й линией усиления  $y$ -поляризации появляется спектральное окно, в котором резонансная дисперсия для  $z$ -поляризованной составляющей поля является положительной, а для  $y$ -поляризованной составляющей – отрицательной. В результате существует зависящее от величины отношения  $J_n^2(P_{\Omega}^{(z)})/J_{n-1}^2(P_{\Omega}^{(y)})$  оптимальное положение частоты высокой гармоники между соответствующими линиями усиления, а также оптимальная ориентация поляризации поля гармоники относительно поляризации модулирующего поля, определяемая углом  $\varphi$ , так что на определенной толщине активной среды амплитуды  $z$ - и  $y$ -поляризационных составляющих высокой гармоники будут близки друг к другу, а разность фаз между ними будет равна  $\pi/2$ . Другими словами, поляризация поля гармоники изменится с линейной на циркулярную. Важно отметить, что эффективность (по энергии поля) такого преобразования оказывается выше 100%, так как при распространении в среде излучение усиливается.

На рисунке 2а представлены спектры усиления для высокочастотного поля  $z$ - и  $y$ -поляризации в оптически модулированной активной плазме нео-

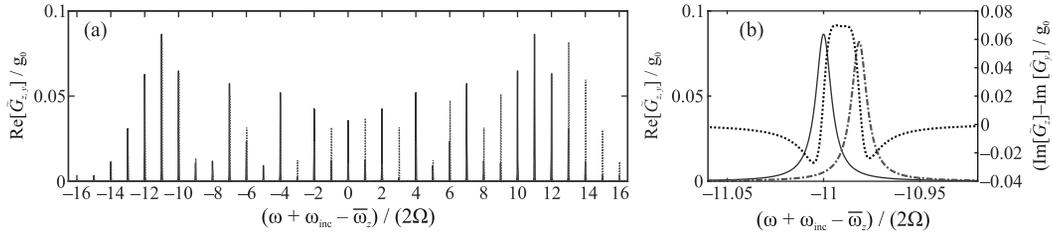


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Спектры усиления оптически модулированной активной плазменной среды неоподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$  для  $z$  – (синяя сплошная линия) и  $y$  – (красная штриховая линия) поляризованных составляющих высокочастотного поля. (б) – По левой оси – тот же спектр, что и на рисунке (а), только в окрестности линий усиления с  $n = -11$ ; по правой оси – разность дисперсионных зависимостей, относящихся к линиям усиления  $z$ - и  $y$ -поляризации (черная пунктирная линия). Оба рисунка построены при выполнении равенства (8) и  $\Delta\omega_{yz} = 3.8\gamma$ ,  $\Omega/\gamma \approx 105$  ( $\Lambda = 2\pi c/\Omega = 3.9$  мкм,  $I_{IR} = 8.45 \times 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup>). Соответствующие значения индексов модуляции:  $P_{\Omega}^{(z)} \approx 12.80$  и  $P_{\Omega}^{(y)} \approx 13.82$

ноподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$  при выполнении условия (8) и частотном сдвиге между спектрами усиления  $\Delta\omega_{yz} = 3.8\gamma$ . В этом случае индексы модуляции для  $z$ - и  $y$ -поляризованных переходов составляют  $P_{\Omega}^{(z)} \approx 12.80$  и  $P_{\Omega}^{(y)} \approx 13.82$ , соответственно. Отметим, что для получения таких индексов модуляции может быть использована следующая комбинация интенсивности и длины волны модулирующего поля:  $I_{IR} = 8.45 \times 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup> и  $\Lambda = 2\pi c/\Omega \approx 3.9$  мкм, которая является экспериментально достижимой [44, 45]. На рисунке 2а можно выделить две характерные спектральные области. Первая из них соответствует спектральному интервалу  $-15 \leq (\omega - \omega_{inc} - \bar{\omega}_z)/(2\Omega) \leq -6$  (что соответствует  $-15 \leq n \leq -6$ ), в котором коэффициенты усиления для  $z$ - и  $y$ -поляризованных компонент поля близки друг к другу:  $J_n^2(P_{\Omega}^{(z)}) \approx J_{n-1}^2(P_{\Omega}^{(y)}) \approx J_{n,(aver)}^2$ , где  $J_{n,(aver)}^2 = [J_n^2(P_{\Omega}^{(z)}) + J_{n-1}^2(P_{\Omega}^{(y)})]/2$  – среднее значение коэффициентов усиления для поля  $z$ - и  $y$ -поляризации. Вторая спектральная область соответствует  $-5 \leq (\omega - \omega_{inc} - \bar{\omega}_z)/(2\Omega) \leq 16$  ( $-5 \leq n \leq 16$ ); в данной области отношение коэффициентов усиления для  $z$ - и  $y$ -поляризованных компонент поля с изменением номера линии  $n$  существенно изменяется. Практический интерес представляет первая спектральная область, так как она обеспечивает одинаковые условия преобразования линейной поляризации в циркулярную для высоких гармоник разных порядков. Стоит также отметить, что выбранный частотный сдвиг  $\Delta\omega_{yz} = 3.8\gamma$  обеспечивает наилучший баланс между абсолютным значением и равномерностью распределения величины  $\text{Im}(\tilde{G}_z) - \text{Im}(\tilde{G}_y)$ , характеризующей фазовый сдвиг между поляризованными составляющими поля высокой гармоники, располагающейся между линиями усиления из первой спектральной области (см. рис. 2б).

Далее рассмотрим преобразование поляризации одиночной высокой гармоники из первой спектральной области. Для определенности будем полагать, что ее частота располагается точно посередине между линией усиления для поля  $z$ -поляризации с номером  $n = -11$  и линией усиления для поля  $y$ -поляризации с номером  $n - 1 = -12$  (рис. 2б), при этом  $\omega_{inc} = \bar{\omega}_z + 2n\Omega + \Delta\omega_{yz}/2$ . Кроме того, для простоты будем полагать, что спектральная ширина контура высокой гармоники много меньше ширины линий усиления, так что излучение гармоники можно полагать монохроматическим:  $\tilde{S}_{inc}^{(z)}(\omega) = A \cos(\varphi)\delta(\omega)$ ,  $\tilde{S}_{inc}^{(y)}(\omega) = A \sin(\varphi)\delta(\omega)$ , где  $\delta(\omega)$  – дельта-функция Дирака. Учет конечной ширины спектрального контура поля гармоники качественно не изменит эффект преобразования поляризации, однако приведет к неоднородностям в распределении эллиптичности в пределах импульса высокой гармоники, которые обусловлены неоднородным по спектру усилением  $z$ - и  $y$ -компонент поля. Описание этих искажений выходит за рамки данной статьи и будет рассмотрено в последующих работах. Отметим только, что упомянутые неоднородности минимальны при условии настройки несущей частоты высокой гармоники точно посередине между соответствующими линиями усиления.

В силу того, что коэффициенты усиления для  $z$ - и  $y$ -поляризованных компонент поля рассматриваемой высокой гармоники близки друг к другу,  $J_{-11}^2(P_{\Omega}^{(z)}) \approx J_{-12}^2(P_{\Omega}^{(y)}) \approx J_{-11,(aver)}^2$ , а частота гармоники настроена посередине между соответствующими линиями усиления, отношение амплитуд поляризованных составляющих поля гармоники при распространении в среде сохраняется и определяется углом  $\varphi$  (см. рис. 1б):  $|\tilde{E}_y|/|\tilde{E}_z| \approx \text{tg}(\varphi)$ . Используя определение (7), нетрудно показать, что эллиптич-

ность излучения высокой гармоники в этом случае имеет вид:

$$\sigma \simeq \frac{1 - \sqrt{1 - \sin^2(2\varphi) \sin^2(\delta)}}{\sin(2\varphi) \sin(\delta)}, \quad (9)$$

где разность фаз между поляризационными компонентами поля гармоники определяется выражением

$$\delta \simeq g_0 x J_{n,(aver)}^2 \frac{\Delta\omega_{yz}/\gamma}{1 + (\Delta\omega_{yz}/2\gamma)^2}, \quad n = -11. \quad (10)$$

На рисунке 3 представлена зависимость эллиптичности  $\sigma$  от разности фаз между поляризационными

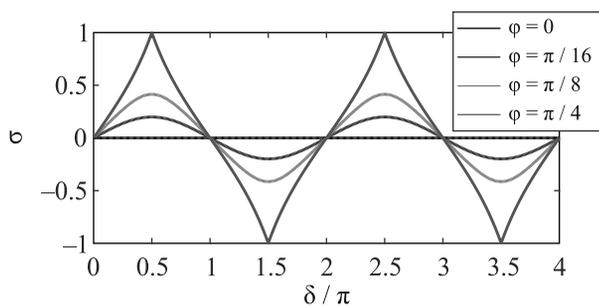


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость величины эллиптичности высокой гармоники,  $\sigma$ , определяемой выражением (9), от разности фаз между поляризационными компонентами,  $\delta$ , при различных значениях угла  $\varphi$  между направлениями поляризации поля высокой гармоники и модулирующего поля на входе в среду:  $\varphi = 0$  (черная линия),  $\varphi = \pi/16$  (синяя линия),  $\varphi = \pi/8$  (зеленая линия),  $\varphi = \pi/4$  (красная линия)

ми компонентами поля  $\delta$  при различных значениях угла  $0 \leq \varphi \leq \pi/4$  (как видно из (9), остальные значения угла  $\varphi$  с точностью до замены знака  $\sigma$  дают тот же результат). Видно, что при  $\delta_{\max} = \pi/2 + p\pi$ , где  $p = 0, 1, 2, \dots$ , эллиптичность поля гармоники достигает своего максимального при фиксированном  $\varphi$  абсолютного значения:  $|\sigma_{\max}| = |1 - |\cos(2\varphi)| / |\sin(2\varphi)|$ . При этом в рассматриваемом интервале углов  $0 \leq \varphi \leq \pi/4$  четным  $p$  соответствуют положительные  $\sigma_{\max}$  и правая эллиптическая поляризация высокой гармоники, а нечетным  $p$  – отрицательные  $\sigma_{\max}$  и левая эллиптическая поляризация. Таким образом, на оптимальных толщинах активной среды, соответствующих значениям разности фаз  $\delta_{\max}$ , достигается эффективное преобразование поляризации излучения гармоники из линейной в эллиптическую. При этом на фиксированной толщине среды величиной эллиптичности можно управлять посредством изменения угла между направлениями поляризаций модулирующего поля и высокой гармоники.

При  $\varphi = \pi/4$  поляризационные компоненты поля гармоники на входе в среду имеют одинаковые амплитуды, что соответствует  $\sigma_{\max} = 1$  и преобразованию линейной поляризации поля гармоники в циркулярную. Стоит отметить, что учет небольшой разницы между коэффициентами усиления для составляющих поля  $z$ - и  $y$ -поляризации из первой спектральной области (учет различия  $J_n^2(P_\Omega^{(z)})$  и  $J_{n-1}^2(P_\Omega^{(y)})$ ,  $-15 \leq n \leq -6$ ) приводит лишь к незначительному уменьшению величины  $\sigma_{\max}$  из-за изменения относительных амплитуд поляризационных компонент поля гармоники в процессе усиления. К примеру, в рассматриваемом случае гармоники, располагаемой точно между линиями усиления с  $n = -11$ , при  $\varphi = \pi/4$  величина  $\sigma_{\max}$  для толщины среды, соответствующей  $\delta = \pi/2$ , составляет 0.98. Однако с увеличением толщины среды разница между амплитудами поляризационных составляющих увеличивается, что приводит к уменьшению величины  $\sigma_{\max}$ . Таким образом, оптимальной для получения поляризации, близкой к циркулярной, является толщина среды

$$x_{\text{circ}}^{(n)} \simeq \frac{\pi/2}{g_0 J_{n,(aver)}^2} \frac{1 + (\Delta\omega_{yz}/2\gamma)^2}{\Delta\omega_{yz}/\gamma}, \quad (11)$$

соответствующая наименьшему оптимальному фазовому сдвигу  $\delta = \pi/2$ . В рассматриваемом случае активной плазмы ионов  $\text{Ti}^{12+}$  и частоты высокой гармоники между линиями усиления с  $n = -11$  указанная толщина составляет  $x_{\text{circ}}^{(n)} \simeq 6.5$  мм. При этом благодаря усилению амплитуда поля гармоники увеличивается в  $\exp(0.5\pi\gamma/\Delta\omega_{yz}) \approx 1.5$  раза. Заметим, что выражение (11) справедливо для линий усиления с произвольным номером  $n$  из первой спектральной области.

**4. Преобразование линейной поляризации субфемто-/аттосекундных импульсов излучения высоких гармоник в циркулярную.** Перейдем к рассмотрению преобразования линейной поляризации в циркулярную для субфемто-/аттосекундных импульсов, образованных совокупностью  $2N + 1$  высоких гармоник (см. (3)). Как и прежде, будем полагать, что гармоники являются монохроматическими, обладают линейной поляризацией, ориентированной под углом  $\varphi = \pi/4$  относительно поляризации модулирующего поля (см. рис. 1b), и частота каждой из гармоник находится точно посередине между парой линий усиления для  $z$ - и  $y$ -поляризационных компонент поля с близкими коэффициентами усиления  $J_n^2(P_\Omega^{(z)}) \approx J_{n-1}^2(P_\Omega^{(y)}) \approx J_{n,(aver)}^2$ ,  $-15 \leq n \leq -6$  (см. рис. 2a). Кроме того, в целях наиболее эффективного усиления будем полагать, что центральная гармони-

ка с частотой  $\omega_{\text{inc}}$  во всех рассматриваемых далее случаях настроена между наиболее интенсивными линиями усиления для поля  $z$ - и  $y$ -поляризации, которым соответствуют номера  $n_z = n = -11$  и  $n_y = n - 1 = -12$ , так что выполняется равенство  $\omega_{\text{inc}} = \bar{\omega}_z - 22\Omega + \Delta\omega_{yz}/2$ . Тогда решения (6a) и (6b) для медленно меняющихся амплитуд  $z$ - и  $y$ -компонент высокочастотного поля примут вид:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z &= \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{n=-N}^N \exp \left[ \frac{g_0 x J_{n-11,(\text{aver})}^2}{1 - i\Delta\omega_{yz}/(2\gamma)} \right] e^{-i2n\Omega\tau}, \\ \tilde{E}_y &= \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{n=+N}^N \exp \left[ \frac{g_0 x J_{n-11,(\text{aver})}^2}{1 + i\Delta\omega_{yz}/(2\gamma)} \right] e^{-i2n\Omega\tau}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) видно, что из-за различия в коэффициентах усиления для высоких гармоник с разными номерами  $n$  (см. рис. 2a) гармоники разных порядков приобретают циркулярную поляризацию на разных толщинах среды (см. (11)). Это означает, что, строго говоря, линейную поляризацию излучения совокупности высоких гармоник не удастся преобразовать в циркулярную. Однако в рассматриваемом случае, когда высокие гармоники образуют последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, с практической точки зрения интерес представляет преобразование поляризации излучения в окрестности максимумов образуемых импульсов, где полная интенсивность суммарного поля гармоник по обоим поляризационным составляющим максимальна. Согласно (12) на передней границе среды  $x = 0$  максимумы импульсов достигаются в моменты времени  $\tau_{\text{pulse}} = k\pi$ , где  $k$  – целое число. При распространении излучения в среде  $z$ -компонента каждой из высоких гармоник приобретает положительный фазовый сдвиг, тогда как  $y$ -компонента – тот же по абсолютной величине отрицательный фазовый сдвиг. Это приводит к тому, что максимумы образуемых импульсов в  $z$ - и  $y$ -поляризации достигаются в моменты времени  $\tau_{\text{pulse}} \pm \Delta\tau$ , где знак “–” относится к  $z$ -поляризации, а знак “+” – к  $y$ -поляризации. Однако для рассматриваемых значений параметров активной плазмы ионов  $\text{Tl}^{12+}$  и модулирующего поля (в частности, соответствующих отстройке линий усиления  $\Delta\omega_{yz} = 3.8\gamma$  и коэффициента усиления по амплитуде  $g_0 = 35 \text{ см}^{-1}$ ) величина  $\Delta\tau$  оказывается порядка  $10^{-3}$  от периода модулирующего поля. Таким образом, в дальнейшем можно с хорошей точностью пренебречь смещением импульсов и предполагать, что их максимумы достигаются в моменты времени  $\tau_{\text{pulse}}$ .

Далее рассмотрим зависимость эллиптичности излучения совокупности высоких гармо-

ник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, от толщины модулированной активной среды в моменты времени  $\tau_{\text{pulse}}$ . В силу того, что коэффициенты усиления для  $z$ - и  $y$ -составляющих поля гармоник близки друг к другу, а каждая из гармоник настроена точно посередине между соответствующими линиями усиления и при  $x = 0$  обладает линейной поляризацией, ориентированной под углом  $\varphi = \pi/4$  относительно поляризации модулирующего поля, при распространении в среде амплитуды поляризаационных компонент поля гармоник остаются близкими друг к другу,  $|\tilde{E}_y|/|\tilde{E}_z| \approx 1$ . При этом, как и в случае преобразования поляризации одиночной высокой гармоники, эллиптичность для совокупности высоких гармоник определяется выражением (9) при  $\varphi = \pi/4$ . Однако теперь выражение для разности фаз между поляризаационными составляющими  $\delta$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \delta(x, \tau = \tau_{\text{pulse}}) &\simeq \\ &2 \arctg \left\{ \frac{\sum_{n=-N}^N \exp(G_n^{(\text{aver})} x) \sin(\Delta D_n^{(\text{aver})} x)}{\sum_{n=-N}^N \exp(G_n^{(\text{aver})} x) \cos(\Delta D_n^{(\text{aver})} x)} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

где  $G_n^{(\text{aver})} = g_0 J_{n-11,(\text{aver})}^2 / [1 + \Delta\omega_{yz}^2 / (2\gamma)^2]$ ,  $\Delta D_n^{(\text{aver})} = G_n^{(\text{aver})} \Delta\omega_{yz} / (2\gamma)$ .

На рисунке 4 приведены пространственные зависимости величины фазового сдвига  $\delta$  в моменты времени  $\tau_{\text{pulse}}$  (рис. 4a) для случаев преобразования поляризации совокупности трех ( $N = 1$ ), пяти ( $N = 2$ ) и семи ( $N = 3$ ) синфазных высоких гармоник, а также временные зависимости суммарной (по обоим поляризациям) интенсивности образуемых ими импульсов (рис. 4b–d, левая ось, синие линии) и соответствующей величины эллиптичности (рис. 4b–d, правая ось, красные линии) на оптимальных толщинах активной среды, соответствующих  $\delta = \pi/2$  (рис. 4a). Видно, что для каждого набора высоких гармоник существует своя оптимальная толщина среды, на которой образуемые ими импульсы становятся циркулярно поляризованными в том смысле, что излучение в пределах импульсов обладает эллиптичностью близкой к единице, в то время как между импульсами, где интенсивность поля мала, эллиптичность излучения является неоднородной функцией времени. При этом с увеличением числа высоких гармоник однородность распределения эллиптичности в пределах каждого импульса понижается, а соответствующая оптимальная толщина среды – увеличивается, что связано с различием

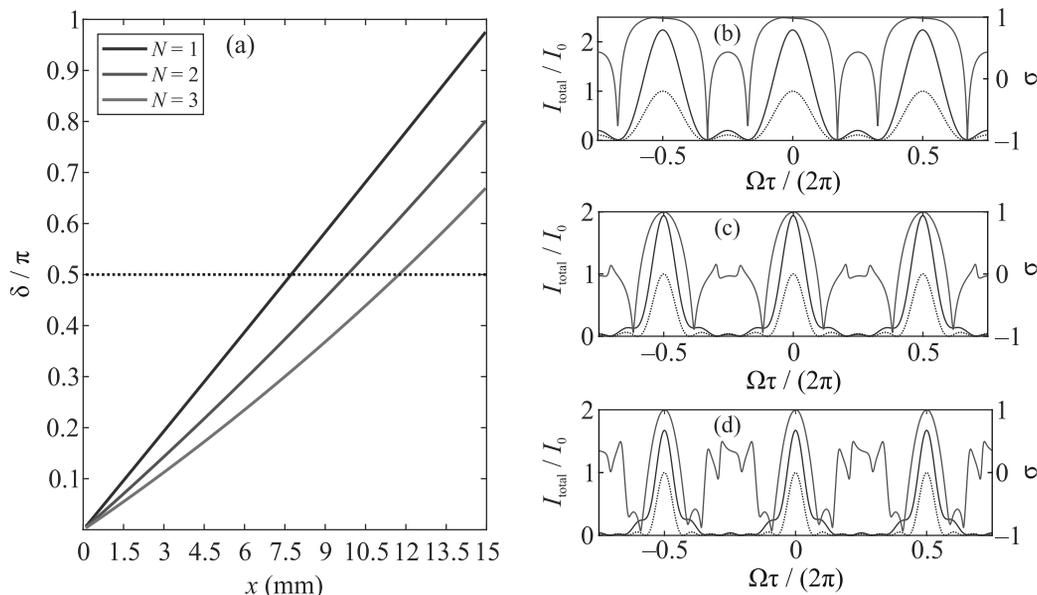


Рис. 4. (Цветной онлайн) (a)– Зависимости (13) величины фазового сдвига  $\delta$  между поляризационными компонентами излучения высоких гармоник в момент формирования максимума образуемых ими импульсов  $\tau_{\text{pulse}}$  от толщины среды  $x$  для совокупностей трех ( $N = 1$ , синяя линия), пяти ( $N = 2$ , красная линия) и семи ( $N = 3$ , зеленая линия) высоких гармоник. Черная пунктирная линия соответствует  $\delta = \pi/2$ . (b)–(d) – Временные зависимости нормированной суммарной (по поляризационным составляющим (12)) интенсивности (левая ось, синяя линия) и эллиптичности (правая ось, красная линия) излучения совокупности высоких гармоник на толщине среды, соответствующей  $\delta(\tau = \tau_{\text{pulse}}) = \pi/2$ . Черная пунктирная линия (левая ось) изображает временную зависимость интенсивности импульсов на передней границе активной среды. Рисунок (b) соответствует совокупности трех ( $N = 1$ ) высоких гармоник и толщине среды  $x = 7.7$  мм, (c) – совокупности пяти ( $N = 2$ ) высоких гармоник и  $x = 9.8$  мм, (d) – совокупности семи ( $N = 3$ ) гармоник и  $x = 11.7$  мм. Все рисунки построены для  $g_0 = 35 \text{ см}^{-1}$  и  $\Delta\omega_{yz} = 3.8\gamma$ . На рисунках (b)–(d)  $I_0 = (2N + 1)^2 cA^2 / (8\pi)$  – интенсивность импульсов на входе в среду

в величине коэффициентов усиления для гармоник разных порядков. Так, для совокупности трех высоких гармоник оптимальная толщина среды составляет 7.7 мм, для пяти гармоник – 9.8 мм, а для семи гармоник – 11.7 мм (рис. 4a). Кроме того, различие в коэффициентах усиления гармоник приводит к уменьшению эффективности усиления импульсов, а также к искажениям пьедестала, усиливающимся с ростом числа гармоник. Наконец отметим, что, как и в случае преобразования поляризации одиночной высокой гармоники, имеется возможность управления величиной эллиптичности субфемто-/аттосекундных импульсов путем изменения угла между направлениями поляризации модулирующего поля и поля высоких гармоник.

**4. Выводы.** Таким образом, в настоящей работе предложен метод преобразования линейно поляризованного излучения одиночной гармоники оптического поля высокого порядка, а также совокупности высоких гармоник, образующих последовательность субфемто-/аттосекундных импульсов, в эллиптически (с управляемой эллиптичностью) и,

частности, циркулярно поляризованное излучение в оптически модулированной неоноподобной активной среде плазменного рентгеновского лазера. Основная идея метода состоит во введении сдвига фаз в  $\pi/2$  между поляризационными составляющими излучения высоких гармоник благодаря резонансной дисперсии модулированной активной среды при оптимальной частотной настройке гармоник между индуцированными линиями усиления для ортогонально поляризованных компонент поля гармоник. В отличие от методов, использующих многослойную рентгеновскую оптику [31, 32], предложенный подход позволяет обеспечить гораздо (на два порядка) более высокую энергетическую эффективность преобразования излучения, превышающую 100% благодаря усилению поля гармоник. Другой важной особенностью предлагаемого метода является устойчивость к изменению числа высоких гармоник, образующих усиливаемые субфемто-/аттосекундные импульсы.

Возможность экспериментальной реализации предложенного метода рассмотрена на примере активной плазмы неоноподобных ионов  $\text{Ti}^{12+}$  с

невозмущенной длиной волны инвертированного перехода 32.6 нм. Однако данный метод может быть обобщен на случаи других неонов- и никелеподобных (например,  $\text{Mo}^{14+}$  и  $\text{Ag}^{19+}$  [46]) ионов, обладающих схожей структурой энергетических уровней, что открывает возможность эффективного преобразования поляризации высоких гармоник и образуемых ими импульсов в различных (в том числе, более коротковолновых) спектральных диапазонах.

Работа поддержана НЦМУ “Центр фотоники” при финансировании Министерством науки и высшего образования РФ, соглашение # 075-15-2020-906.

Авторы выражают благодарность О. А. Кочаровской за ценные обсуждения результатов, а также Х. Х. Рокка, М. А. Бериллу и В. Н. Шляпцеву за обсуждения и данные по энергетической структуре ионов  $\text{Tl}^{12+}$ .

1. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
2. M. Wu, S. Chen, S. Camp, K. J. Schafer, and M. B. Gaarde, *J. Phys. B* **49**, 062003 (2016).
3. L. Young, K. Ueda, M. Guhr et al. (Collaboration), *J. Phys. B* **51**, 032003 (2018).
4. R. Schoenlein, T. Elsaesser, K. Hollack, Z. Huang, H. Kapteyn, M. Murnane, and M. Woerner, *Philos. Trans. R. Soc. A* **377**, 20180384 (2019).
5. C. Winterfeldt, C. Spielmann, and G. Gerber, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 117 (2008).
6. M. C. Kohler, T. Pfeifer, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **61**, 159 (2012).
7. В. В. Стрелков, В. Т. Платоненко, А. Ф. Стержантов, М. Ю. Рябикин, *УФН* **186**, 449 (2016).
8. P. B. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1994 (1993).
9. M. Lewenstein, P. Balcou, M. Y. Ivanov, A. L’Huillier, and P. B. Corkum, *Phys. Rev. A* **49**, 2117 (1994).
10. K. S. Budil, P. Salieres, A. L’Huillier, T. Ditmire, and M. D. Perry, *Phys. Rev. A* **48**, R3437 (1993).
11. P. Antoine, A. L’Huillier, M. Lewenstein, P. Salieres, and B. Carre, *Phys. Rev. A* **53**, 1725 (1996).
12. C. T. Chen, F. Sette, Y. Ma, and S. Modesti, *Phys. Rev. B* **42**, 7262 (1990).
13. C. M. Schneider, M. S. Hammond, P. Schuster, A. Cebollada, R. Miranda, and J. Kirschner, *Phys. Rev. B* **44**, 12066 (1991).
14. N. Böwering, T. Lischke, B. Schmidtke, N. Müller, T. Khalil, and U. Heinzmann, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1187 (2001).
15. E. A. Schneidmiller and M. V. Yurkov, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **16**, 110702 (2013).
16. E. Ferrari, E. Allaria, J. Buck, G. De Ninno, B. Diviacco, D. Gauthier, L. Giannessi, L. Glaser, Z. Huang, M. Ilchen, G. Lambert, A. A. Lutman, B. Mahieu, G. Penco1, C. Spezzani, and J. Viefhaus, *Sci. Rep.* **5**, 13531 (2015).
17. A. A. Lutman, J. P. MacArthur, M. Ilchen et al. (Collaboration), *Nature Photon.* **10**, 468 (2016).
18. S. Ackermann, A. Azima, S. Bajt et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **111**, 114801 (2013).
19. V. V. Strelkov, M. A. Khokhlova, A. A. Gonoskov, I. A. Gonoskov, and M. Yu. Ryabikin, *Phys. Rev. A* **86**, 013404 (2012).
20. X. Zhou, R. Lock, N. Wagner, W. Li, H. C. Kapteyn, and M. M. Murnane, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 073902 (2009).
21. E. Skantzakis, S. Chatziathanasiou, P. A. Carpeggiani, G. Sansone, A. Nayak, D. Gray, P. Tzallas, D. Charalambidis, E. Hertz, and O. Faucher, *Sci. Rep.* **6**, 39295 (2016).
22. G. Lambert, B. Vodungbo, J. Gautier, B. Mahieu, V. Malka, S. Sebban, P. Zeitoun, J. Luning, J. Perron, A. Andreev, S. Stremoukhov, F. Ardana-Lamas, A. Dax, C. P. Hauri, A. Sardinha, and M. Fajardo, *Nat. Commun.* **6**, 6167 (2015).
23. C. Zhai, R. Shao, P. Lan, B. Wang, Y. Zhang, H. Yuan, S. M. Njoroge, L. He, and P. Lu, *Phys. Rev. A* **101**, 053407 (2020).
24. A. Fleischer, O. Kfir, T. Diskin, P. Sidorenko, and O. Cohen, *Nature Photon.* **8**, 543 (2014).
25. O. Kfir, P. Grychtol, E. Turgut, R. Knut, D. Zusin, D. Popmintchev, T. Popmintchev, H. Nembach, J. M. Shaw, A. Fleischer, H. Kapteyn, M. Murnane, and O. Cohen, *Nature Photon.* **9**, 99 (2015).
26. A. Depresseux, E. Oliva, J. Gautier, F. Tissandier, G. Lambert, B. Vodungbo, J.-P. Goddet, A. Tafzi, J. Nejdil, M. Kozlova, G. Maynard, H. T. Kim, K. Ta Phuoc, A. Rousse, P. Zeitoun, and S. Sebban, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 083901 (2015).
27. I. R. Khairulin, V. A. Antonov, M. Yu. Ryabikin, M. A. Berrill, V. N. Shlyaptsev, J. J. Rocca, and O. Kocharovskaya, *Sci. Rep.* **12**, 6204 (2022).
28. J. B. Kortright and J. H. Underwood, *Nucl. Instrum. Methods A* **291**, 272 (1990).
29. F. Schäfers, H.-Ch. Mertins, A. Gaupp, W. Gudat, M. Mertin, I. Packe, F. Schmolla, S. Di Fonzo, G. Soullié, W. Jark, R. Walker, X. Le Cann, R. Nyholm, and M. Eriksson, *Appl. Opt.* **38**, 4074 (1999).
30. H. Kimura, T. Miyahara, Y. Goto, K. Mayama, M. Yanagihara, and M. Yamamoto, *Rev. Sci. Instrum.* **66**, 1920 (1995).
31. B. Vodungbo, A. B. Sardinha, J. Gautier, G. Lambert, C. Valentin, M. Lozano, G. Iaquaniello, F. Delmotte, S. Sebban, J. Luning, and P. Zeitoun, *Opt. Express* **19**, 4346 (2011).
32. J. Schmidt, A. Guggenmos, M. Hofstetter, S. H. Chew, and U. Kleineberg, *Opt. Express* **23**, 33564 (2015).
33. P. V. Nickles, V. N. Shlyaptsev, M. Kalachnikov, M. Schnürer, I. Will, and W. Sandner, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2748 (1997).

34. D. Alessi, B.M. Luther, Y. Wang, M.A. Larotonda, M. Berrill, and J.J. Rocca, *Opt. Express* **13**, 2093 (2005).
35. M. Chini, B. Zhao, H. Wang, Y. Cheng, S.X. Hu, and Z. Chang, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 073601 (2012).
36. В. С. Попов, *УФН* **174**, 921 (2004).
37. I.R. Khairulin, V.A. Antonov, M.Yu. Ryabikin, and O. Kocharovskaya, *Photonics* **9**, 51 (2022).
38. T.R. Akhmedzhanov, V.A. Antonov, A. Morozov, A. Goltsov, M. Scully, S. Suckewer, and O. Kocharovskaya, *Phys. Rev. A* **96**, 033825 (2017).
39. I.R. Khairulin, V.A. Antonov, M.Yu. Ryabikin, and O. Kocharovskaya, *Phys. Rev. Res.* **2**, 023255 (2020).
40. V.A. Antonov, I.R. Khairulin, and O. Kocharovskaya, *Phys. Rev. A* **102**, 063528 (2020).
41. И. Р. Хайрулин, В. А. Антонов, О. А. Кочаровская, *Квантовая электроника* **50**, 375 (2020).
42. I.R. Khairulin, V.A. Antonov, M.Yu. Ryabikin, and O. Kocharovskaya, *Phys. Rev. A* **107**, 023507 (2023).
43. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, N.Y. (1964).
44. G. Andriukaitis, T. Balciunas, S. Ališauskas, A. Pugžlys, A. Baltuška, T. Popmintchev, M.-C. Chen, M.M. Murnane, and H.C. Kapteyn, *Opt. Lett.* **36**, 2755 (2011).
45. Z. Samsonova, S. Hofer, V. Kaymak, S. Ališauskas, V. Shumakova, A. Pugžlys, A. Baltuska, T. Siefke, S. Kroker, A. Pukhov, O. Rosmej, I. Uschmann, C. Spielmann, and D. Kartashov, *Phys. Rev. X* **9**, 021029 (2019).
46. M. Berrill, Y. Wang, M.A. Larotonda, B.M. Luther, V.N. Shlyaptsev, and J.J. Rocca, *Phys. Rev. A* **75**, 063821 (2007).