

## О возможности изготовления $\mathcal{PT}$ -симметричных оптических димеров без поглощающего свет материала

А. А. Дмитриев<sup>+1)</sup>, К. В. Барышникова<sup>+</sup>, М. В. Рыбин<sup>+\*</sup>

<sup>+</sup>Физико-технический мегафакультет, университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

<sup>\*</sup>Физико-технический институт им. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 30 марта 2023 г.

После переработки 17 апреля 2023 г.

Принята к публикации 28 апреля 2023 г.

Рассмотрен подход к созданию оптического димера частиц, работающих в спектральной области вблизи дипольного резонанса, обладающего свойствами симметрии четность–время. Предполагается, что обе частицы состоят из активной среды с одним и тем же показателем преломления и коэффициентом экстинкции. Мы предлагаем ввести контраст усиления–потери путем изменения радиационных потерь частиц за счет вариации их формы. Чтобы проиллюстрировать данный подход, мы рассмотрели димер, состоящий из заполненного и полого бесконечных цилиндров. Продемонстрировано, что увеличение диаметра полости приводит к более сильному радиационному затуханию. После, мы нашли параметры димера с исключительной точкой на вещественной частоте, в котором при увеличении контраста усиление–потери появляются две вещественные собственные частоты.

DOI: 10.31857/S1234567823110022, EDN: dinfox

За последнее десятилетие было проведено множество исследований в области неэрмитовой фотоники [1–4]. Связанная с неэрмитовостью системы контринтуитивная физика, которая проявляется, например, в вещественности спектра гамильтониана в системах с симметрией четность–время ( $\mathcal{PT}$ ), и в вырождении (т.е. недиагонализруемости) гамильтониана в исключительных точках (EP), приводит к множеству оптических эффектов, таких как одномодовая лазерная генерация в системе из двух резонаторов [5], однонаправленная передача света без отражения [6, 7], нарушение взаимности [8] и расщепление собственных частот по корневому закону при снятии вырождения [9].

Данные эффекты были успешно продемонстрированы в системах, размеры которых значительно превышают длину волны, такие как связанные волноводы, связанные кольцевые и дисковые резонаторы и плоские слоистые структуры. Неэрмитовость вводится в эти системы как потери и усиление – за счет поглощения в среде и вынужденного излучения при наличии накачки соответственно [10], – или же путем пространственно структурированной оптической накачки активной среды [11]. Для создания неэрмитовых метаповерхностей с уникальными свойствами, основанными на  $\mathcal{PT}$ -симметрии и исключительных

точках, необходимо использовать резонансные частицы, размер которых меньше или сравним с длиной волны. В этом случае применение пространственно структурированной накачки ограничено дифракционным пределом, а для изготовления метаматериала, элементарная ячейка которого состоит из активной среды и материала с поглощением, необходим сложный технологический процесс.

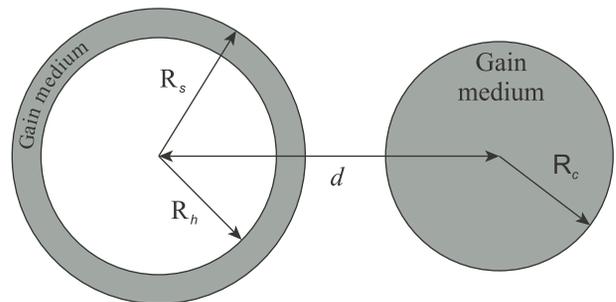


Рис. 1. (Цветной онлайн) Эскиз исследуемой системы – димера полого цилиндра и заполненного цилиндра

В данной работе рассматривается идея подбора формы резонаторов, изготовленных из активной среды, таким образом, чтобы ввести в систему контраст усиление–потери за счет отличия в коэффициентах радиационного затухания, что позволит создать метаповерхность с  $\mathcal{PT}$ -симметрией из одной только активной среды, работающей при равномерной накачке

<sup>1)</sup>e-mail: alexey.dmitriev@metalab.ifmo.ru

ке. Чтобы продемонстрировать применение данного подхода, мы рассмотрели простейшую систему, представляющую собой димер, изображенный на рис. 1, состоящий из бесконечного цилиндра из диэлектрической усиливающей среды и бесконечного же полого цилиндра из того же материала. Исследован случай ТЕ-поляризации, в которой вектор магнитного поля ориентирован вдоль осей цилиндра. Показано, что радиационные потери усиливаются при наличии полости, что обеспечивает возможность достижения контраста усиление–потери в димере из одного материала. Также была найдена геометрия димера, состоящего из цилиндра и полого цилиндра, реализующего режим исключительной точки (ЕР), и исследованы его собственные частоты и спектры рассеяния вблизи ЕР.

Фотоника в системах с  $\mathcal{PT}$  симметрией и исключительными точками традиционно изучается в рамках хорошо известных из квантовой электродинамики в резонаторе (КЭД-р) неэрмитовых двухуровневых моделей путем сопоставления “уровней” локализованным возбуждениям в резонаторах или волноводах [12]. Системы, размеры которых значительно превышают длину волны, были всесторонне изучены и хорошо описываются этими моделями. Однако, несмотря на простоту двухуровневой модели, строгое рассмотрение лежащей в ее основе задачи о распространении электромагнитных волн часто оказывается довольно сложным. Причина этой сложности заключается в том, что, в отличие от КЭД-р, где связаны разные типы частиц (например, возбужденные электрон и фотон являются “уровнями”, а связь осуществляется посредством межуровневых квантовых переходов), в системах связанных оптических резонаторов, и “уровни”, и связь – это по существу одно и то же возбуждение, а именно, электромагнитное поле. Из этого следуют два утверждения, каждое из которых соответствует усложнению задачи.

Первое из них заключается в том, что обмен энергией между резонаторами осуществляется электромагнитными волнами, в которые входят запаздывающие потенциалы. Связь между резонаторами, в свою очередь, также подвержена эффектам запаздывания. В фотонике эффективный двухуровневый гамильтониан определяется как оператор эволюции системы во времени, и в данном случае он становится зависимым от своего же собственного значения, т.е. от частоты. Однако в случае, когда резонаторы большие по сравнению с длиной волны, их можно рассматривать как некое подобие волноводов, а в них благодаря трансляционной симметрии можно ввести волновой вектор, который и становится собственным

значением основного уравнения системы вместо частоты.

Вторая сложность связана с наличием радиационных потерь, что делает потери и связь неразделимыми. В волноводных структурах, таких как резонаторы на модах шепчущей галереи, потери на излучение обычно незначительны, при этом основным каналом потерь обычно является рассеяние либо поглощение, что позволяет исследовать систему связанных резонаторов при помощи двухуровневой модели. Напротив, когда размер резонаторов сравним с длиной волны, радиационные потери и связь между резонаторами остаются неразделимы [13].

Несмотря на эти сложности, двухуровневая модель может быть выведена для данной системы при помощи подхода, основанного на теории многократного рассеяния для связанных фотонных резонаторов, работающих на дипольном резонансе Ми, однако эффективный гамильтониан  $\mathcal{H}$  оказывается зависимым от собственного значения [13]

$$\tilde{\omega}I - \mathcal{H} = \begin{bmatrix} \tilde{\omega} - \tilde{\omega}_c & i\Gamma_c H_0^{(1)}(\frac{\tilde{\omega}}{c}d) \\ i\Gamma_h H_0^{(1)}(\frac{\tilde{\omega}}{c}d) & \tilde{\omega} - \tilde{\omega}_h \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Здесь  $\tilde{\omega}$  – комплексная собственная частота димера,  $\tilde{\omega}_{c,h}$  – полюса рассеяния каждого рассеивателя димера (цилиндра и полого цилиндра) по отдельности,  $\Gamma_{c,h}$  – соответствующие силы осцилляторов,  $H_0^{(1)}(x)$  – функция Ханкеля первого рода, описывающая дипольное поле в двумерном пространстве,  $c$  – скорость света, а  $d$  – расстояние между центрами цилиндров.

Для описания электромагнитных волн вокруг цилиндров мы используем базис мультиполей, построенных на функциях Бесселя и Ханкеля. В этом случае рассеяние на цилиндре описывается коэффициентами Лоренца–Ми. Для бесконечных цилиндров радиуса  $R_c$  коэффициент рассеяния Лоренца–Ми может быть выражен как

$$a_c = \frac{T_{21}^{(c)}}{T_{11}^{(c)}}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} T_{11}^{(c)} &= H_l^{(1)}(x)J_l'(\tilde{n}x) - \tilde{n}H_l^{(1)'}(x)J_l(\tilde{n}x), \\ T_{12}^{(c)} &= H_l^{(1)}(x)H_l^{(1)'}(\tilde{n}x) - \tilde{n}H_l^{(1)'}(x)H_l^{(1)}(\tilde{n}x), \\ T_{21}^{(c)} &= \tilde{n}J_l'(x)J_l(\tilde{n}x) - J_l(x)J_l'(\tilde{n}x), \\ T_{22}^{(c)} &= \tilde{n}H_l^{(1)}(\tilde{n}x)J_l'(x) - H_l^{(1)'}(\tilde{n}x)J_l(x), \end{aligned}$$

$\tilde{n} = n + ik$  – показатель преломления цилиндра,  $l$  – азимутальное число, которое в случае диполей равно нулю, и  $x = \omega R_c/c$ .

Полюсы рассеяния – это точки, в которых знаменатель двумерного коэффициента дипольного рассеяния Лоренца–Ми равен нулю, т.е.  $T_{11}^{(c)}(\omega = \tilde{\omega}_c) = 0$ . Решая это уравнение относительно  $\tilde{\omega}_c$ , получаем показатель преломления  $\tilde{n}_c$  цилиндра, имеющего полюс рассеяния на частоте  $\tilde{\omega}_c = \omega_c - i\gamma_c$ . После этого коэффициент Лоренца–Ми можно аппроксимировать вблизи полюса рассеяния выражением

$$a_c \simeq \frac{-i\Gamma_c}{\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_c}, \quad \Gamma_c = \lim_{\tilde{\omega} \rightarrow \tilde{\omega}_c} i(\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_c)a_c, \quad (3)$$

где  $\Gamma_c$  – сила осциллятора.

Далее рассмотрим полый цилиндр, который можно исследовать как частицу ядро–оболочка. Применяя граничные условия на границах раздела, можно получить следующую формулу для коэффициента рассеяния Лоренца–Ми полого цилиндра с оболочечным показателем преломления  $\tilde{n}$ , внешним радиусом  $R_c$  и внутренним радиусом  $R_h$

$$a_h = \frac{T_{21}^{(c)}T_{11}^{(h)} + T_{22}^{(c)}T_{21}^{(h)}}{T_{11}^{(c)}T_{11}^{(h)} + T_{12}^{(c)}T_{21}^{(h)}}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} T_{11}^{(h)} &= \tilde{n}H_l^{(1)}(\tilde{n}\xi)J_l'(\xi) - H_l^{(1)'}(\tilde{n}\xi)J_l(\xi), \\ T_{12}^{(h)} &= \tilde{n}H_l^{(1)}(\tilde{n}\xi)H_l^{(1)'}(\xi) - H_l^{(1)'}(\tilde{n}\xi)H_l^{(1)}(\xi), \\ T_{21}^{(h)} &= J_l'(\tilde{n}\xi)J_l(\xi) - \tilde{n}J_l(\tilde{n}\xi)J_l'(\xi), \\ T_{22}^{(h)} &= J_l'(\tilde{n}\xi)H_l^{(1)}(\xi) - \tilde{n}J_l(\tilde{n}\xi)H_l^{(1)'}(\xi), \end{aligned}$$

и  $\xi = \tilde{\omega}R_h/c$ .

Чтобы найти полюс рассеяния, вновь приравняем знаменатель коэффициента рассеяния к нулю:

$$\left[ T_{11}^{(c)}T_{11}^{(h)} + T_{12}^{(c)}T_{21}^{(h)} \right]_{\tilde{\omega}=\tilde{\omega}_h} = 0. \quad (5)$$

Решая это уравнение относительно  $\tilde{\omega}_h$ , можно найти показатель преломления оболочки  $\tilde{n}$  и радиус полости  $R_h$ , которые соответствуют полному цилиндру, имеющему полюс рассеяния на частоте  $\tilde{\omega}_h = \omega_h - i\gamma_h$ . В этом случае коэффициент рассеяния  $a_h$  можно аппроксимировать вблизи полюса таким же образом, как в формуле (3).

Исследуем зависимость радиационных потерь от радиуса полости. На рисунке 2а, б показаны зависимости собственной частоты  $\omega_h$  и коэффициента затухания собственных состояний  $\gamma_h$  полых цилиндров с различными показателями преломления от диаметра полости, а на рис. 2с приведены соответствующие силы осцилляторов  $\Gamma_h$ . Видно, что потери увеличиваются с увеличением диаметра полости. Чтобы различить увеличение радиационных потерь и уменьшение объема усиливающей среды, были рассмотрены

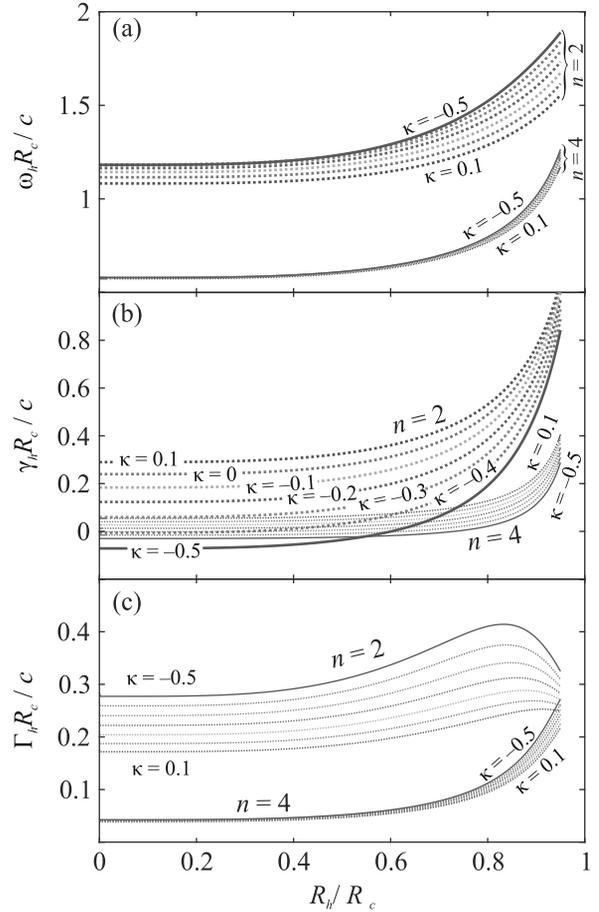


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости дипольного полюса рассеяния бесконечного полого цилиндра из диэлектрика с комплексным показателем преломления  $\tilde{n} = n + i\kappa$  от радиуса полости ( $R_h$ ), по отношению к внешнему радиусу ( $R_c$ ): резонансная частота (а), коэффициент затухания резонансного состояния (б) и сила осциллятора (с). Рассматривается ТЕ-поляризация, показатели преломления  $n = 2$  и  $n = 4$ , коэффициенты экстинкции  $\kappa = -0.5, -0.4, \dots, +0.1$

усиливающие среды ( $\kappa < 0$ , показаны сплошной и штриховыми линиями), среды без потерь и усиления ( $\kappa = 0$ , показано пунктиром) и поглощающие среды ( $\kappa > 0$ , показано штрихпунктиром). Во всех трех случаях коэффициент затухания увеличивается при уменьшении объема среды, таким образом можно утверждать, что это увеличение связано с радиационными потерями.

Увеличение радиационных потерь сопровождается сдвигом частоты, как видно из рис. 2а. Поскольку нашей целью является ввести контраст усиления–потери без сдвига частоты, к полному цилиндру следует применить масштабное преобразование, чтобы компенсировать частотный сдвиг.

Теперь проанализируем собственные частоты димера, состоящего из цилиндра и полого цилиндра. Гамильтониан зависит от своих собственных значений, из-за чего уравнение на собственную частоту не является квадратичным. Поэтому для определения собственных частот димеров необходимо найти нули функции  $f(\tilde{\omega})$ , определенной следующим образом:

$$f(\tilde{\omega}) = \det(\tilde{\omega}I - \mathcal{H}). \quad (6)$$

Наша задача – найти исключительную точку, т.е. точку, в которой сливаются две или более собственных частот. Используя разложение Тейлора, нетрудно показать, что такая точка  $\tilde{\omega}_{\text{EP}}$  удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{cases} f(\tilde{\omega}_{\text{EP}}) = 0, \\ f'(\tilde{\omega}_{\text{EP}}) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Решая эту систему уравнений относительно полюсов рассеяния  $\tilde{\omega}_{c,h}$ , приходим к следующему выражению

$$\tilde{\omega}_{c,h} = \tilde{\omega}_{\text{EP}} - A\Gamma_c\Gamma_h \left[ \tau \pm \sqrt{\tau^2 + \frac{1}{\Gamma_c\Gamma_h}} \right], \quad (8)$$

где  $A = H_0^{(1)}(\tilde{\omega}_{\text{EP}}d/c)$  и  $\tau = \frac{d}{c}H_1^{(1)}(\tilde{\omega}_{\text{EP}}d/c)$ . Используя формулу (8), можно найти полюса рассеяния частиц, которые, находясь на расстоянии  $d$ , образуют димер, находящийся в режиме исключительной точки, т.е. имеющий только одну собственную моду на частоте  $\tilde{\omega}_{\text{EP}}$ , вместо пары собственных мод на различных частотах.

Пользуясь формулой (8), найдем полюсы рассеяния димера, который, как ожидается, будет иметь исключительную точку на частоте  $\tilde{\omega} = 1.186c/R_c$  (что соответствует длине волны в вакууме 530 нм и радиусу цилиндра  $R_c = 100$  нм). Также, выберем и зафиксируем расстояние между центрами равным  $d = 4.65R_c$ , таким образом, чтобы получить чисто мнимую разность между полюсами рассеяния, необходимую для режима  $\mathcal{PT}$ -симметрии. Формула (8) в этом случае дает следующие полюса рассеяния:  $\tilde{\omega}_c = (1.19 + 0.0642i)c/R_c$ , что соответствует  $\tilde{\omega}_c = 1.99 - 0.488i$  и  $\tilde{\omega}_h = (1.19 - 0.161i)c/R_c$ . Чтобы приравнять частоты  $\omega_c$  и  $\omega_h$ , применим к полому цилиндру масштабное преобразование, таким образом, чтобы его внешний радиус стал равен  $R_s = 1.286R_c$ , где  $R_c$  – радиус цилиндра без отверстия. Радиус полости, соответствующий полюсу рассеяния в точке  $\tilde{\omega}_h$ , равен  $R_h = 0.8R_s$ . Силы осцилляторов цилиндров в этом случае оказываются равны  $\Gamma_c = 0.28$  и  $\Gamma_h = 0.317$ .

Данные значения были подставлены в эффективный гамильтониан в уравнении (1). Затем, чтобы проверить, действительно ли система оказалась

в исключительной точке, введем симметричную отстройку  $\delta\tilde{\omega} = \delta\omega - i\delta\gamma$  по частоте в полюсы рассеяния, определенные по формуле (8):  $\tilde{\omega}_c = (1.19 + 0.0642i)c/R_c + \delta\tilde{\omega}/2$  и  $\tilde{\omega}_h = (1.19 - 0.161i)c/R_c - \delta\tilde{\omega}/2$ . Будем искать собственные частоты  $\tilde{\omega}_{\pm} = \omega_{\pm} - i\gamma_{\pm}$  гамильтониана, как зависимость комплексной отстройки  $\delta\tilde{\omega}$ . Полученные листы собственных частот, показанные на рис. 3, демонстрируют топологию, по-

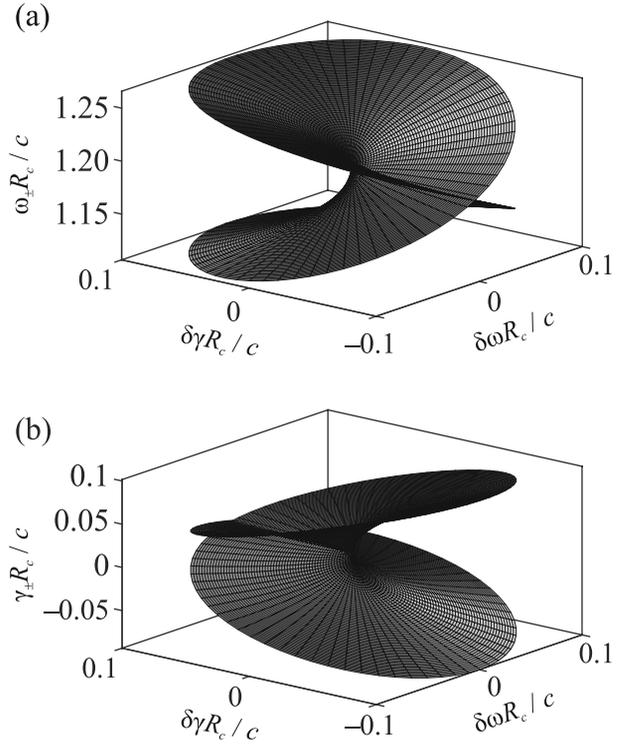


Рис. 3. (Цветной онлайн) Собственные частоты димера, состоящего из полого и заполненного цилиндров, как зависимость комплексной отстройки  $\delta\omega - i\delta\gamma$  от исключительной точки: частота собственной моды (а), коэффициент затухания собственной моды (б)

добную римановой поверхности функции комплексного квадратного корня, что является характерным признаком исключительной точки [1, 3, 4]. Отметим также, что при изменении только контраста усиление–потери ( $\delta\omega = 0$ ) наблюдается поведение по типу  $\mathcal{PT}$  симметрии. Когда контраст усиление–потери уменьшается по сравнению с его значением в исключительной точке, димер имеет две чисто вещественные собственные частоты. Увеличение контраста усиление–потери, в свою очередь, приводит к поведению, подобному разрушению  $\mathcal{PT}$  симметрии, с возникновением затухающей ( $\gamma_{\pm} < 0$ ) и усиливающейся ( $\gamma_{\pm} > 0$ ) мод на одной и той же частоте ( $\omega_{\pm} = \omega_{\text{EP}}$ ). Заметим, однако, что сам димер не подчиняется  $\mathcal{PT}$  симметрии в строгом смысле этого сло-

ва: из-за отличающейся геометрии рассеивателей (заполненный и полый цилиндр), композиция преобразований четности и инверсии времени дает систему, отличную от изначально рассматриваемого димера.

Наконец, рассмотрим спектры рассеяния на димере из активной среды с показателем преломления  $n = 1.99$  и коэффициентом экстинкции  $\kappa = -0.488$ , состоящем из цилиндра радиусом  $R_c$  и полого цилиндра с внешним радиусом  $R_s = 1.286R_c$ . Для получения спектров рассеяния мы используем описанную в литературе теорию многократного рассеяния [13–24], рассматривая только дипольный вклад. Возбуждение представляет собой плоскую волну с направлением падения, перпендикулярным плоскости, проходящей через оси цилиндров. Так как димер состоит из активной среды и находится в режиме излучения, мы рассматриваем вытекающую из димера энергию, которую определяем как сечение экстинкции, взятое со знаком минус. Спектры показаны на рис. 4 в зависимости от радиуса отверстия. Уменьшение размера отверстия приводит к уменьшению контраста усиление–потери в совокупности с небольшим сдвигом собственной частоты. Как результат, моды связаны сильнее, чем в исключительной точке, что обуславливает наличия расщепления по частоте. Увеличение радиуса полости соответствует увеличению контраста усиление–потери, что приводит к разрушению  $\mathcal{PT}$  симметрии. В этом режиме собственные моды существуют отдельно в цилиндре, мода в котором оказывается излучательной, и в полом цилиндре, в котором локализуется затухающая мода на той же частоте.

**Заключение.** Мы рассмотрели бесконечные диэлектрические цилиндры с полостью и продемонстрировали, что радиационное затухание растет с увеличением диаметра полости. Эта зависимость позволила нам получить контраст усиление–потери между полым цилиндром и цилиндром без отверстия из того же материала. В дипольном приближении нами были получены уравнения для геометрических параметров димера, состоящего из цилиндра и полого цилиндра, имеющего исключительную точку на заданной частоте. Выбрав чисто вещественную частоту исключительной точки и расстояние, соответствующее чисто мнимой разности между полюсами рассеяния сплошного и полого цилиндра, мы смогли найти параметры димера с поведением, подобным  $\mathcal{PT}$  симметрии. При уменьшении контраста усиление–потери данный димер имеет две чисто вещественные собственные частоты, а увеличение контраста усиление–потери приводит к появлению затухающей и усиливающейся мод на одной и той же

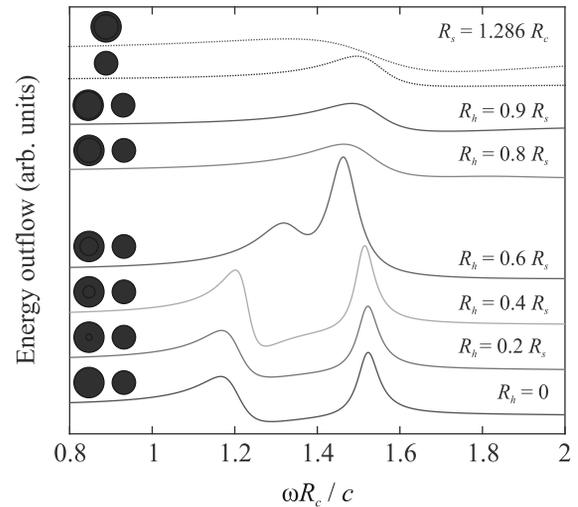


Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры вытекающей энергии димера полого (радиус  $R_s$ ) и заполненного (радиус  $R_c$ ) цилиндров из активной среды с показателем преломления  $\tilde{n} = 1.99 - 0.488i$  при освещении плоской волной, в зависимости от радиуса полости ( $R_h$ ). ТЕ поляризация

частоте. Мы проанализировали спектры рассеяния на димерах сплошного цилиндра и полого цилиндра с различным диаметром полости и показали, что уменьшение контраста усиление–потери за счет уменьшения диаметра полости приводит к расщеплению резонанса в спектрах.

Полученные результаты могут быть полезны для проектирования метаповерхностей, работающих в режимах, близких к  $\mathcal{PT}$  симметрии и к исключительной точке. Мы признаем, что столь большое значение отрицательной мнимой части показателя преломления  $-\kappa = -0.5$ , необходимой для того, чтобы наш димер демонстрировал поведение по типу  $\mathcal{PT}$  симметрии, не может быть достигнуто в активных средах оптического диапазона, где значения порядка  $\kappa \sim 10^{-2}$  на данный момент являются порогом. Столь большое усиление требуется для компенсации значительного радиационного затухания дипольных резонансов. Вместе с тем, если радиационное затухание не скомпенсировано, то средние потери будут значительно больше контраста потерь, что приведет к невозможности пронаблюдать эффекты  $\mathcal{PT}$  симметрии. Таким образом, переход к геометрическим резонансам более высокого порядка, таким как квадрупольные или октопольные состояния, для которых характерна более высокая добротность, представляется способом решить эту проблему. В частности, подходящей активной средой могут быть галогенидные перовскиты, так как на этой платформе экспери-

ментально продемонстрирована компенсация радиационных потерь усилением в квадрупольных и октопольных состояниях, приводящим к одночастичной генерации [25].

Бесконечные цилиндры были рассмотрены из-за простоты анализа. Для изготовления реальных структур необходимы частицы конечного размера, в роли которых могут выступать и конечные цилиндры. Для реализации в терагерцовом диапазоне могут быть использованы пустотельные волноводы, технология изготовления которых с диаметрами от 10 мкм является хорошо отработанной [26]. В оптическом же диапазоне при помощи электронной литографии могут быть изготовлены цилиндры с радиусом от 100 нм с отверстием внутри. Высота таких цилиндров может превышать радиус в несколько раз [27]. Однако в этом случае из-за взаимодействия мод Ми цилиндра с модами Фабри–Перо происходит сдвиг резонансной частоты относительно предсказанного теорией Ми значения (около 10% в случае высоты цилиндра, равной трем радиусам [28]), который необходимо учитывать отдельно.

Авторский коллектив благодарит за финансовую поддержку Российский научный фонд (грант # 21-79-10190).

1. R. El-Ganainy, K. G. Makris, M. Khajavikhan, Z. H. Musslimani, S. Rotter, and D. N. Christodoulides, *Nat. Phys.* **14**, 11 (2018).
2. L. Feng, R. El-Ganainy, and L. Ge, *Nature Photon.* **11**, 752 (2017).
3. M.-A. Miri and A. Alù, *Science* **363**, eaar7709 (2019).
4. Ş. K. Özdemir, S. Rotter, F. Nori, and L. Yang, *Nat. Mater.* **18**, 783 (2019).
5. L. Feng, Z. J. Wong, R.-M. Ma, Y. Wang, and X. Zhang, *Science* **346**, 972 (2014).
6. Z. Lin, H. Ramezani, T. Eichelkraut, T. Kottos, H. Cao, D. N. Christodoulides, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 213901 (2011).
7. L. Feng, X. Zhu, S. Yang, H. Zhu, P. Zhang, X. Yin, Y. Wang, X. Zhang, *Opt. Express* **22**, 1760 (2013).
8. L. Feng, M. Ayache, J. Huang, Y.-L. Xu, M.-H. Lu, Y.-F. Chen, Y. Fainman, and A. Scherer, *Science* **333**, 729 (2011).
9. K. J. H. Peters and S. R. K. Rodriguez, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 013901 (2022).
10. B. Peng, Ş. K. Özdemir, F. Lei, F. Monifi, M. Gianfreda, G. L. Long, S. Fan, F. Nori, C. M. Bender, and L. Yang, *Nat. Phys.* **10**, 394 (2014).
11. H. Hodaei, A. U. Hassan, S. Wittek, H. Garcia-Gracia, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, and M. Khajavikhan, *Nature* **548**, 187 (2017).
12. A. F. Kockum, A. Miranowicz, S. D. Liberato, S. Savasta, and F. Nori, *Nat. Rev. Phys.* **1**, 19 (2019).
13. A. A. Dmitriev and M. V. Rybin, *Phys. Rev. A* **99**, 063837 (2019).
14. A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. S. Wiersma, and U. Lemmer, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **199**, 103 (2017).
15. D. Felbacq, G. Tayeb, and D. Maystre, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 2526 (1994).
16. K. M. Leung and Y. Qiu, *Phys. Rev. B* **48**, 7767 (1993).
17. P. Lloyd and P. Smith, *Adv. Phys.* **21**, 69 (1972).
18. P. Markoš and V. Kuzmiak, *Phys. Rev. A* **94**, 033845 (2016).
19. P. Markoš, *Opt. Commun.* **361**, 65 (2016).
20. E. E. Maslova, M. F. Limonov, and M. V. Rybin, *Opt. Lett.* **43**, 5516 (2018).
21. A. Moroz, *J. Phys. Condens. Matter* **6**, 171 (1994).
22. N. A. Nicorovici, R. C. McPhedran, and L. C. Botten, *Phys. Rev. E* **52**, 1135 (1995).
23. G. Tayeb and S. Enoch, *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, 1417 (2004).
24. X. Wang, X.-G. Zhang, Q. Yu, and B. Harmon, *Phys. Rev. B* **47**, 4161 (1993).
25. E. Tiguntseva, K. Koshelev, A. Furasova, P. Tonkaev, V. Mikhailovskii, E. V. Ushakova, D. G. Baranov, T. Shegai, A. A. Zakhidov, Y. Kivshar, and S. V. Makarov, *ACS Nano* **14**, 8149 (2020).
26. F. Yu, W. J. Wadsworth, and J. C. Knight, *Opt. Express* **20**, 11153 (2012).
27. Z.-B. Fan, H.-Y. Qiu, H.-L. Zhang, X.-N. Pang, L.-D. Zhou, L. Liu, H. Ren, Q.-H. Wang, and J.-W. Dong, *Light Sci. Appl.* **8**, 67 (2019).
28. M. V. Rybin, K. B. Samusev, P. V. Kapitanova, D. S. Filonov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, and M. F. Limonov, *Phys. Rev. B* **95**, 165119 (2017).