

Сила трения Казимира–Лифшица и кинетика радиационного теплообмена металлических пластин при относительном движении¹⁾

Г. В. Дедков²⁾

Кабардино-Балкарский государственный университет, 360004 Нальчик, Россия

Поступила в редакцию 25 апреля 2023 г.

После переработки 2 мая 2023 г.

Принята к публикации 15 мая 2023 г.

В рамках флуктуационной электродинамики с учетом температурного изменения материальных свойств проводятся расчеты силы трения Казимира–Лифшица и скоростей нагрева двух металлических пластин с узкой вакуумной щелью при нерелятивистском движении одной из них. Показано, что одинаковые пластины с равной начальной температурой имеют одинаковую скорость нагрева, определяемую мощностью силы трения, и обосновывается возможность измерения силы трения по кинетике нагрева пластин немагнитных металлов с температурой $1 \div 10$ К.

DOI: 10.31857/S1234567823120121, EDN: exfetb

Система двух толстых металлических (диэлектрических) пластин, разделенных вакуумным промежутком с шириной a , является одной из простейших и наиболее распространенных при изучении статического [1, 2] и динамического [3–5] эффектов Казимира, привлекающих очень большое внимание исследователей в последние два десятилетия. Это отражено в недавних обзорах [6–8]. По сути, данная система является компактной “лабораторией” для теоретического и экспериментального исследования квантовых и тепловых флуктуаций электромагнитного поля. Одним из направлений “физики Казимира” (по терминологии [6]) является изучение диссипативных тангенциальных сил, возникающих между пластинами при их относительном движении. При ширине щели $a \geq 10$ нм и температурах $T < \theta_D$ (θ_D – температура Дебая), когда нельзя пренебречь эффектом запаздывания и зависимостью материальных свойств тел от температуры, для диссипативных латеральных сил, обусловленных флуктуациями электромагнитного поля, уместно использовать общее название “силы трения Казимира–Лифшица”, хотя применяются также термины “трение Ван-дер-Ваальса” [9], “трение Казимира” [10], “квантовое трение” [11]. Несмотря на многолетние исследования, убедительные экспериментальные измерения этих сил до сих пор отсутствуют. По нашему мнению, это связано не только с малостью сил трения Казимира–Лифшица по сравнению с

“обычными” флуктуационно-электромагнитными силами (силами притяжения), но также с недостатками “маятниковой” схемы измерений с применением атомно-силового микроскопа [12], в которой эффективная площадь взаимодействия и величина относительной скорости существенно ограничены. Кроме того, до сих пор недостаточное внимание уделялось роли теплового фактора. Более экзотические экспериментальные сценарии рассматривались в [9, 13–17]. В [15–17], в частности, предлагается использовать накопление геометрической фазы вакансионным центром азота (NV) в алмазе при вращении со скоростью $10^3 \div 10^4$ об/с вблизи поверхности диэлектрика с покрытием n -Si или Au. Как известно, NV центры предлагаются в качестве базовых элементов процессоров квантовых компьютеров [18].

В наших недавних работах [19, 20] обсуждались условия значительного возрастания силы трения Казимира–Лифшица, обусловленного изменением диэлектрических свойств металлических тел при температурах $T < \theta_D$ и аномального нагрева металлической частицы при движении вблизи поверхности металлической пластины [21]. Помимо детального исследования этих особенностей в конфигурации двух пластин, основной целью данной работы является теоретическое обоснование возможности определения силы трения из тепловых измерений. В отличие от [19, 20], впервые исследуется общее интегральное выражение для силы трения без линейного разложения по скорости, полученное в рамках флуктуационной электродинамики [22, 23], и связь кинетики нагрева с силой трения. Обращается внимание на тот важный факт, что при нереля-

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾e-mail: gv_dedkov@mail.ru

тивистском относительном движении пластин с постоянной скоростью V , поддерживаемой внешним агентом, в силу симметрии, одинаковые пластины, имеющие одинаковые локальные начальные температуры, будут нагреваться с одинаковой скоростью, определяемой мощностью силы трения, не зависящей от выбора системы отсчета, совмещенной с одной из пластин. В то же время пластины с разной начальной температурой достаточно быстро приходят к квазитепловому равновесию, продолжая нагреваться. Это позволяет находить силу трения по кинетике нагрева пластин. Возможная схема эксперимента кратко обсуждается в заключительной части статьи.

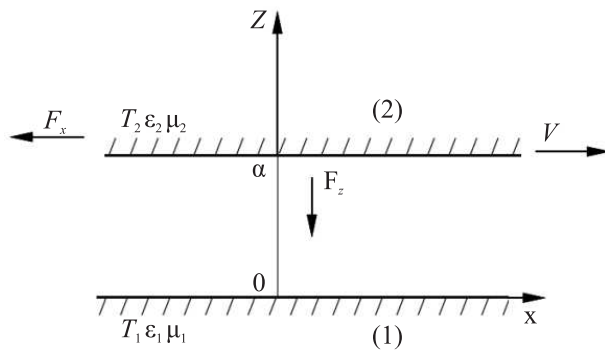


Рис. 1. Конфигурация параллельных пластин

Используем стандартную постановку задачи, в которой пластины предполагаются изготовленными из однородных и изотропных металлов с магнитными проницаемостями μ_1, μ_2 и диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, зависящими от частоты ω и локальных температур T_1 и T_2 (рис. 1). Следуя [19, 20, 22], выразим мощность, развиваемую силой трения F_x , действующей на пластину 2, движущуюся со скоростью V относительно пластины 1, связанной с лабораторной системой отсчета, через радиационные потоки тепла пластин (векторы Пойнтинга флуктуационного электромагнитного поля) P_1 и P_2 , вычисленные в их собственных системах покоя (индексы 1 и 2 здесь и далее соответствуют нумерации пластин на рис. 1, и все величины отнесены к единице площади пластин)

$$F_x V = P_1 + P_2/\gamma, \quad (1)$$

где $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$, c – скорость света. Общие релятивистские выражения для P_1 и P_2 были впервые получены Полевым [22]. В нерелятивистском пределе $V/c \ll 1$ с учетом эффекта запаздывания они приводятся к более компактному виду [23]

$$P_1 = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int d^2k \frac{|q|^2}{|Q_m|^2} \text{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\mu_2} \right) \times \left[\text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2T_1} \right) - \text{cth} \left(\frac{\hbar\omega^-}{2T_2} \right) \right] + (\mu_{1,2} \leftrightarrow \varepsilon_{1,2}), \quad (2)$$

$$P_2 = -\frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int d^2k \omega^- \frac{|q|^2}{|Q_m|^2} \text{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\mu_2} \right) \times \left[\text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2T_1} \right) - \text{cth} \left(\frac{\hbar\omega^-}{2T_2} \right) \right] + (\mu_{1,2} \leftrightarrow \varepsilon_{1,2}), \quad (3)$$

где $\omega^- = \omega - k_x V$, $T_{1,2}$ – локальные температуры пластин в энергетических единицах, $q = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}$, $q_{1,2} = \sqrt{k^2 - \varepsilon_{1,2}\mu_{1,2}\omega^2/c^2}$; при вычислении $\tilde{q}_2$ используется выражение для q_2 , в котором зависящие от ω величины берутся на частоте ω^- , а Q_m определяется выражением (a – ширина щели на рис. 1)

$$Q_m = (q + q_1/\mu_1)(q + \tilde{q}_2/\mu_2) \exp(qa) - (q - q_1/\mu_1)(q - \tilde{q}_2/\mu_2)(-qa). \quad (4)$$

Выражения для величин $(\mu_{1,2} \leftrightarrow \varepsilon_{1,2})$ в (2), (3) аналогичны первым слагаемым с надлежащими заменами. Они описывают вклады электромагнитных мод P -поляризации и при $a \leq 1$ мкм (для хорошо проводящих пластин) пренебрежимо малы по сравнению с вкладами мод S -поляризации, обусловленными вихревыми токами Фуко (первые слагаемые в (2), (3)). В дальнейшем металлы предполагаются немагнитными ($\mu_1 = \mu_2 = 1$), а вклады P -мод опускаются. Заметим еще, что в рассматриваемом нерелятивистском пределе $V/c \ll 1$ величины P_1 и P_2 непосредственно связаны со скоростями нагрева (охлаждения) пластин соотношениями $dQ_1/dt = -P_1$ и $dQ_2/dt = -P_2$.

Учитывая (1)–(4), для мощности силы трения $F_x V = P_1 + P_2$ получим

$$F_x V = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int d^2k (k_x V) \frac{|q|^2}{|Q_m|^2} \text{Im}(q_1) \text{Im}(\tilde{q}_2) \times \left[\text{cth} \left(\frac{\hbar\omega}{2T_1} \right) - \text{cth} \left(\frac{\hbar\omega^-}{2T_2} \right) \right]. \quad (5)$$

При $T_1 = T_2$ скорости нагрева одинаковых пластин, вычисляемые по формулам (2), (3), равны, поэтому $F_x V = 2P_{1,2}$. Соответственно, можно находить силу трения по тепловому нагреву любой пластины. При $T_1 \neq T_2$, соответственно, $P_1 \neq P_2$, однако, в силу симметрии системы, выполняется соотношение $P_1(T_1, T_2) = P_2(T_2, T_1)$, поэтому $P_1(T_1, T_2) + P_2(T_1, T_2) = P_1(T_1, T_2) + P_1(T_2, T_1) = P_2(T_1, T_2) + P_2(T_2, T_1)$. Таким образом, и в этом случае достаточно контролировать кинетику нагрева только одной пластины.

В режиме квазитеплого равновесия $T_1 = T_2 = T$ и линейном приближении по скорости $F_x = -\eta V$ ($\eta = \text{const}$) из (5) следует более простое выражение для коэффициента трения

$$\eta = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 T} \int_0^\infty d\omega \sinh(\hbar\omega/2T)^{-2} \times \\ \times \int d^2 k k^3 |q|^2 \text{Im}(q_1) \text{Im}(q_2) |Q_m|^{-2}, \quad (6)$$

причем в (4) нужно сделать замену $\tilde{q}_2 \rightarrow q_2$. Соответственно, скорость нагрева каждой пластины будет определяться соотношением $dQ/dt = 0.5\eta V^2$. Эквивалентные формы (5), (6) в терминах френелевских коэффициентов отражения приведены в [9, 23].

Режим квантового трения пластин ($T_1 = T_2 = 0$) изначально является термически неравновесным, поскольку они должны нагреваться, увеличивая температуру. Формально из (5) следует (здесь ϕ – угол между вектором скорости и двумерным волновым вектором флуктуационного электромагнитного поля)

$$F_x = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \int_0^{\pi/2} d\phi \cos \phi \times \\ \times \int_0^{kV \cos \phi} d\omega \frac{|q|^2}{|Q_m|^2} \text{Im}(q_1) \text{Im}(\tilde{q}_2). \quad (7)$$

В этом случае, в рамках модели Друде для диэлектрической проницаемости металла (см. далее (13) и дополнительные материалы) сила трения возникает только при конечном остаточном сопротивлении ρ_0 с частотой релаксации ν_0 . Сила трения имеет асимптотику $F_x \sim V^3$ при $V \ll c\nu_0/\omega_p$, достигает максимума и быстро убывает при $V \gg \nu_0 a$. При $a = 10$ нм, в частности, величина максимума $\eta_{\text{max}} = 2.5 \cdot 10^{-8}$ кг/м² · с достигается при $V \approx 3.7\nu_0 a$, а при $V \ll c\nu_0/\omega_p$ из (7) следует

$$\eta = \frac{\hbar}{2^{12}\pi} \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^4 \left(\frac{V}{a\nu_0}\right)^2. \quad (8)$$

Кинетика нагрева пластин в общем случае описывается уравнениями

$$P_1(T_1, T_2) \Delta t = -h\rho c_1(T_1) \Delta T_1, P_2(T_1, T_2) \Delta t = \\ = -h\rho c_2(T_2) \Delta T_2, \quad (9)$$

где $c_i(T_i)$ – зависящие от температуры удельные теплоемкости ($i = 1, 2$), h и ρ – толщина и плотность материала пластин, $P_i(T_1, T_2)$ определяются из (2), (3),

а приращения температуры ΔT_i соответствуют интервалу времени Δt . Из (9) также следует уравнение для определения зависимостей $T_2(T_1)$ или $T_1(T_2)$

$$\frac{dT_2}{dT_1} = \frac{P_1(T_1, T_2) c_1(T_1)}{P_2(T_1, T_2) c_2(T_2)}. \quad (10)$$

В случае одинаковых пластин в (10) можно сделать замену $P_2(T_1, T_2) \rightarrow P_1(T_2, T_1)$ или $P_1(T_1, T_2) \rightarrow P_2(T_2, T_1)$. При записи уравнений (9), (10) учтено, что, в силу высокой теплопроводности, скорость нагрева пластин за счет радиационной передачи тепла значительно меньше скорости диффузии тепла в их объемах. Поэтому в каждый фиксированный момент времени пластины имеют одинаковую температуру во всех точках. В самом деле, из уравнения тепловой диффузии $\partial T/\partial t = a^2 \partial^2 T/\partial z^2$ по нормали к пластинам следует, что характерное время установления теплового равновесия составляет $\tau = h^2/a^2$, где $a^2 = \kappa/c\rho$, κ – коэффициент теплопроводности. Тогда $\tau = h^2 c\rho/\kappa$ и, например, в случае золота при $T = 10$ К и $h = 500$ мкм ($c = 2.2$ Дж/кг · К, $\kappa = 3200$ Вт/м · К, $\rho = 19.8 \cdot 10^3$ кг/м³ [24]) получим оценку $\tau \simeq 3$ мкс, в то время как кинетика нагрева за счет трения характеризуется десятками секунд или минутами, в зависимости от скорости и других параметров (см. далее).

Для одинаковых пластин с одинаковой начальной температурой T_0 , полагая $P_i(T, T) = -0.5\eta(T, V)V^2$, из (9) получим

$$t = \frac{2h\rho}{V^2} \int_{T_0}^T \frac{c(T)}{\eta(T, V)} dT, \quad (11)$$

где t – время нагрева от температуры T_0 до температуры T . В простейшем случае $\eta = \text{const}$ и $(T) = a_1 T + a_2 T^3$ из (11) следует

$$T(t) = (-\beta + \sqrt{\beta^2 + T_0^4 + 2\beta T_0^2 + 2\eta V^2 t/h\rho a_2})^{1/2}, \quad (12)$$

где $\beta = a_1/a_2$.

Для проведения численных расчетов коэффициентов трения и скоростей нагрева используем приближение Друде для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ материала пластин

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i \cdot \nu(T))}, \quad (13)$$

где ω_p – плазменная частота, а $\nu(T) = \omega_p^2 \rho(T)/4\pi$ – частота релаксации электронов металла с удельным сопротивлением $\rho(T)$. Характерные зависимости $\rho(T)$ для золота с нулевым и конечным остаточным

сопротивлением $\rho_0 = 2.3 \cdot 10^{-10}$ Ом·м показаны на рис. S1 (см. дополнительные материалы). Они соответствуют приближению Блоха–Грюнайзена [25] и модифицированному приближению Блоха–Грюнайзена [26] (далее обозначаемые BG и BGM).

Примеры расчета скоростей нагрева и коэффициентов трения $\eta = F_x/V$ по формулам (2)–(6) для одинаковых пластин золота показаны на рис. 2 (модель

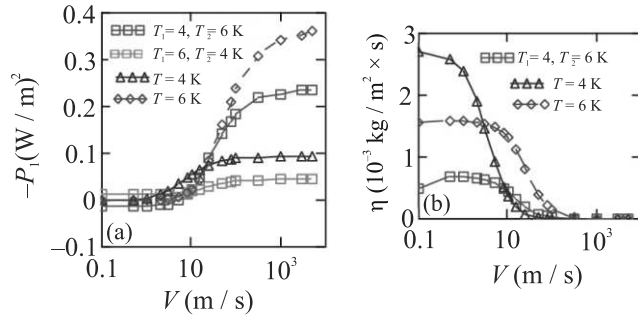


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости скорости нагрева (а) и коэффициента трения (б) пластины 1 от скорости движения пластины 2 в модели BG при разных тепловых условиях. Конфигурации $T_1 = 6$, $T_2 = 4$ К и $T_1 = 4$, $T_2 = 6$ К имеют одинаковый коэффициент трения. Конфигурации $T = 4$ К и $T = 6$ К соответствуют квазистационарному тепловому режиму. Значения P_1 и η на кривых с символами Δ (а) и $\diamond$ (б) увеличены в 3 раза

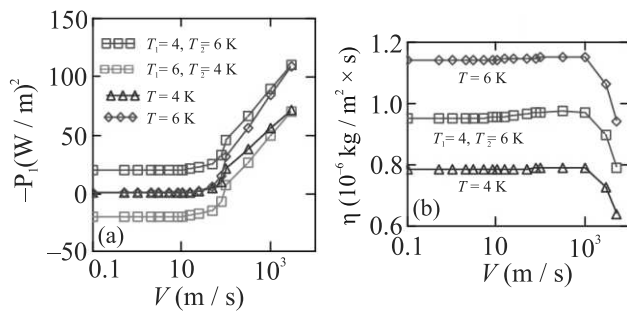


Рис. 3. Зависимости скорости нагрева (а) и коэффициента трения (б) пластины 1 от скорости движения пластины 2 в модели BGM при разных тепловых условиях. Конфигурации $T_1 = 6$, $T_2 = 4$ К и $T_1 = 4$, $T_2 = 6$ К имеют одинаковый коэффициент трения. Конфигурации $T = 4$ К и $T = 6$ К соответствуют квазистационарному тепловому режиму

BG) и рис. 3 (модель BGM). Во всех расчетах, если не оговорено, использовано значение ширины щели $a = 10$ нм. Детали вычисления интегралов в (2), (3), (5) приведены в дополнительных материалах. Заметим, что на расстояниях $a > 10$ нм практически отсутствуют процессы экстремального теплообмена и трения, обусловленные туннелированием электронов и фононов [27, 28] и другими эффектами [9, 29–31].

Из рисунков 2, 3 видно, что при $V < 10$ м/с (рис. 2а) и $V < 10^3$ м/с (рис. 3а) скорости нагрева пластин 1 и 2 имеют разный знак, будучи равны по модулю: пластина 1 нагревается, а пластина 2 охлаждается в соответствии с их температурами $T_1 = 4$ К и $T_2 = 6$ К. При этом коэффициенты трения слабо зависят от скорости V (рис. 2б, 3б). Если скорость верхней пластины превышает ранее указанные значения, то обе пластины нагреваются быстрее, причем наблюдается “аномальный” нагрев движущейся пластины 2: ее температура увеличивается, хотя температура неподвижной пластины 1 меньше (скорость нагрева пластины 2 при $T_1 = 4$, $T_2 = 6$ К соответствует скорости нагрева пластины 1 при $T_1 = 6$, $T_2 = 4$ К). Эта ситуация аналогична случаю нагрева металлической частицы золота, движущейся над поверхностью золота [21]. Однако при $T_1 = 4$, $T_2 = 6$ К скорость нагрева неподвижной пластины 1 (верхняя кривая с $\square$) выше скорости нагрева движущейся пластины 2 (нижняя кривая с $\square$), поэтому ее температура “догоняет” температуру последней, и затем обе пластины нагреваются с одинаковой скоростью.

При достаточно высоких скоростях движения пластины 2 коэффициенты трения быстро убывают (рис. 2б, 3б). Это связано с влиянием доплеровской частоты $\omega^- = \omega - k_x V = \omega - kV \cos \phi$ в (5). Характерные значения двумерного волнового вектора в данной ситуации составляют $k \sim 1/a$, а величина частоты поглощения при низких температурах $\omega \sim \nu(T)$. Поэтому частота ω^- становится знакопеременной при $V > \nu(T)a$. Тепловой фактор в (5) также становится знакопеременным, что приводит к уменьшению коэффициента трения. При этом характерная величина скорости V для “излома” (максимума) зависимости $\eta(V)$ коррелирует с величиной удельного сопротивления, так как $\nu(T) \sim \rho(T)$. Отношение сопротивлений $\rho_{\text{BGM}}/\rho_{\text{BG}}$ при температурах $T \sim 4 \div 10$ К как раз и составляет два-три порядка величины (см. дополнительные материалы). В то же время отношение коэффициентов трения $\eta_{\text{BGM}}/\eta_{\text{BG}}$ находится в обратной пропорции, поскольку при $\nu(T) < T$ и $V < \nu(T)a$ возникает нетривиальная обратно-пропорциональная зависимость коэффициента трения от удельного сопротивления ρ ($\eta \sim \rho^{-0.8}$ в линейном по скорости приближении для силы трения [19, 20], см. подробнее дополнительные материалы). Эта зависимость обусловлена смещением характерной частоты поглощения металла в область частот ниже частоты Вина с высокой плотностью электромагнитных мод и возрастанием глубины проникновения электромагнитных мод S -поляризации. Значительный рост коэффициента трения с уменьшени-

ем температуры ожидается и при движении малой металлической частицы вблизи поверхности металла [21]. При дальнейшем уменьшении температуры одно или оба указанных выше условия перестают выполняться, и коэффициент трения уменьшается. Это подтверждается результатами расчета коэффициента трения в зависимости от температуры и ширины щели, приведенными в дополнительных материалах (см. табл. S1): наблюдается значительный рост η при $T < \theta_D$, более резкий в модели BG. Зависимость от a близка к обратно-пропорциональной ($\eta \propto a^{-1}$). Это согласуется с расчетами [19, 20]. В целом, как следует из расчетов для всех рассмотренных температур и скоростей, максимальные значения коэффициента трения η в области максимума (в моделях BG и BGM) составляют $10^{-3} \div 10^{-6}$ кг/м³.

При $T_1 \neq T_2$ величина скоростей нагрева (охлаждения) пластин оказывается значительно выше, чем при квазистационарном равновесии (рис. 2, 3, кривые с символами $\square$), поэтому кинетика передачи тепла, в соответствии с (9), характеризуется значительно меньшими временами. В начальной области зависимостей P_1 и P_2 от скорости V , когда $P_1(T_1, T_2) = -P_2(T_1, T_2) \approx \text{const}$ (рис. 2а и 3а), можно приравнять левые части уравнений (9). Тогда, полагая $c_{1,2}(T) = a_1 T + a_2 T^3$, для квазистационарной температуры пластин получим

$$T = \left(-\beta + \sqrt{\beta^2 + \beta(T_1^2 + T_2^2) + T_1^4 + T_2^4} \right)^{1/2}, \quad (14)$$

где T_1 и T_2 – начальные температуры. После установления квазистационарного равновесия температура пластин будет возрастать в соответствии с (11)–(12). Результаты расчета времени нагрева пластин при численном интегрировании (10) от 4 до 5 К и от 4 до 6 К показаны на рис. 4. Значения параметров $a_1 = 0.0035$ Дж/кг · К², $a_2 = 0.0023$ Дж/кг · К⁴ и $\beta = 1.5$ для золота в диапазоне температур 1 ÷ 20 К были получены по данным [24]. Как видно из рисунка, достаточно “комфортные” значения времени нагрева пластин можно получить в диапазоне скоростей $10 \div 10^3$ м/с.

Преимущество низкотемпературных тепловых измерений по сравнению с комнатными условиями, помимо уменьшения шума и других нежелательных эффектов, связано с тем, что во втором случае время нагрева становится неприемлемо большим из-за значительно меньшей силы трения и скорости нагрева, приводящих к возрастанию подынтегральной функции в (10). Так, нагрев на 1 К при $T_0 = 300$ К, $a = 10$ нм, $V = 1000$ м/с потребует около 2 ч, тогда

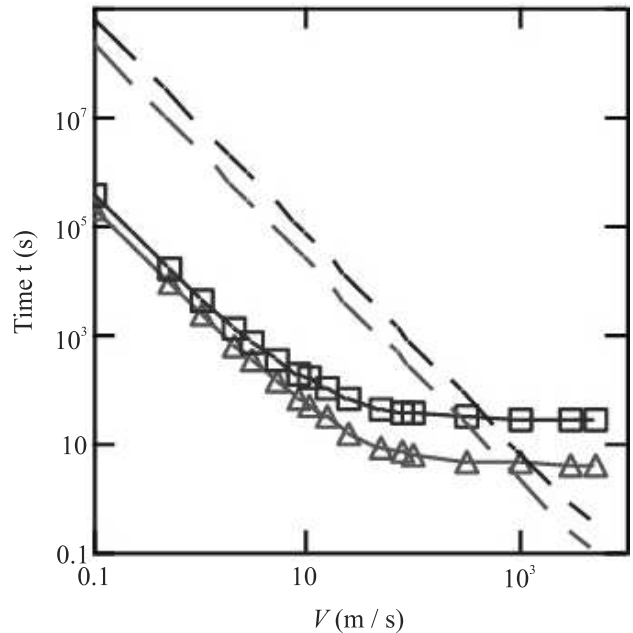


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость времени нагрева пластин золота от скорости движения одной из них при $a = 10$ нм и $h = 500$ мкм. Штриховые линии – модель BGM: нагрев от 4 до 6 К (верхняя) и от 4 до 5 К (нижняя). Линии с символами – модель BG: нагрев от 4 до 6 К (верхняя) и от 4 до 5 К (нижняя).

как нагрев от 4 до 5 К при таких же других условиях займет менее 10 с (рис. 4).

Как отмечалось в начале статьи, недостатками “маятниковой” схемы измерений силы трения с АСМ [12] является низкая скорость зонда и малая эффективная площадь взаимодействия. В этой связи, аналогично [15–17], представляется перспективным увеличение скорости за счет вращения. Так, в [17] предполагается использовать диск с диаметром ~ 10 см, вращающийся с частотой до 10^4 об/с. В нашем случае возможная схема может включать два соосных диска в общем термостате, один из которых может вращаться с угловой скоростью Ω (см. дополнительные материалы, рис. S2). Неинерциальность системы отсчета вращающегося диска не влияет на скорости нагрева, рассчитываемые по формулам (2), (3), так как частота вращения значительно меньше характерных частот флуктуационного электромагнитного поля в вакуумном зазоре. Возможным сценарием измерений является вариант квазистационарного температурного режима, когда температуры пластин возрастают с одинаковой скоростью от начальной температуры T_0 . Время нагрева варьируется путем изменения скорости V , ширины щели a , геометрических размеров активной зоны взаимодействия и материальных свойств пластин.

Заключение. Одинаковые металлические пластины, разделенные узким вакуумным промежутком с шириной ~ 10 нм и более, имеющие одинаковую начальную температуру и движущиеся относительно друг друга с нерелятивистской скоростью, нагреваются одинаково быстро за счет работы силы флуктуационного электромагнитного поля – силы трения Казимира–Лифшица. Пластины, имеющие разные начальные температуры, быстро приходят к состоянию квазитеплового равновесия, продолжая нагреваться. Величина силы трения и скорости нагрева пластин значительно возрастают с уменьшением температуры до некоторого предела, зависящего от скорости и остаточного сопротивления металла, а затем изменяются в квантовом режиме ($T = 0$), когда сила трения изменяется пропорционально кубу скорости при низких скоростях (< 1 м/с), достигает максимума и резко убывает при высоких скоростях ($> 10^3\text{--}10^4$ м/с). Сила трения пластин золота может быть измерена по их нагреву на $1 \div 2$ К (с временем нагрева менее 1 мин) при температурах $T < 10$ К в системе двух соосных дисков с диаметром ~ 10 см, один из которых вращается с частотой $10 \div 10^3$ об/с.

Автор благодарен К. Хенкелю (С. Henkel) за предоставленные данные о сопротивлении золота и обсуждение предварительных результатов работы.

1. H. B. G. Casimir, Proc. Kon. Ned. Akad. Wet. B **51**, 793 (1948).
2. E. M. Lifshitz, ZhETF **29**, 94 (1955) [Sov. Phys. JETP **2**, 73 (1956)].
3. E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **62**, 1742 (1989).
4. V. V. Dodonov, A. B. Klimov, and V. I. Man'ko, Phys. Lett. A **142**, 511 (1989).
5. J. Schwinger, Proc. Nat. Acad. Sci. USA **89**, 4091 (1992).
6. V. Dodonov, Physics **2**, 67 (2020).
7. V. M. Mostepanenko, Universe **7**, 84 (2021).
8. D. Reiche, F. Intravaia, and K. Busch, APL Photonics **7**, 030902 (2022).
9. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Rev. Mod. Phys. **79**, 1291 (2007).
10. J. S. Høye, I. Brevik, and K. A. Milton, Symmetry **8**, 29 (2016).
11. J. B. Pendry, J. Phys. C: Condens. Matter **9**, 10301 (1997).
12. B. C. Stipe, T. D. Stowe, T. W. Kenny, and D. Rugar, Phys. Rev. Lett. **87**, 096901 (2001).
13. А. И. Волокитин, Письма в ЖЭТФ **104**(7), 534 (2016).
14. А. И. Волокитин, Письма в ЖЭТФ **110**(6), 379 (2019).
15. K. Viotti, M. B. Farias, P. I. Villar, and F. C. Lombardo, Phys. Rev. D **99**, 105005 (2019).
16. M. B. Farias, F. C. Lombardo, A. A. Soba, P. I. Villar, and R. S. Decca, Nature PJ Quant. Information **6**, 25 (2020).
17. F. C. Lombardo, R. S. Decca, L. Viotti, and P. I. Villar, Adv. Quant. Tech. **4**, 2000155 (2021).
18. M. V. Gurudev Dutt, L. Childress, L. Jiang, E. Togan, J. Maze, F. Jelezko, A. S. Zibrov, P. R. Hemmer, and D. Lukin, Science **316**(5829), 1312 (2007).
19. Г. В. Дедков, Письма в ЖЭТФ **114**(11), 779 (2021).
20. G. V. Dedkov, Universe **7**, 427 (2021).
21. G. V. Dedkov, Appl. Phys. Lett. **121**, 231603 (2022).
22. В. Г. Полевой, ЖЭТФ **98**, 1990 (1990).
23. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, Chin. Phys. **56**, 3002 (2018).
24. *Физические величины*. Справочник под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, М. (1991).
25. *Handbook of Physics*, ed. by E. U. Condon and H. Odishaw, McGraw Hill, N.Y. (1967).
26. J. Baptiste, in *The Physics Factbook*, ed. by G. Elert (2004); (<https://hypertextbook.com/facts/2004/JennelleBaptiste.shtml>).
27. S.-A. Biehs, A. Kittel, and P. Ben-Abdallah, Z. Naturforsch. **75**, 802 (2020).
28. M. G. Vioria, Y. Guo, S. Merabia, P. Ben-Abdallah, and R. Messina, arXiv: 2212.03073.
29. J. B. Pendry, K. Sasiithlu, and R. V. Craster, Phys. Rev. B **94**, 075414 (2016).
30. K. Sasiithlu, J. B. Pendry, and R. W. Craster, Z. Naturforsch. **72**, 181 (2017).
31. S. Kuehn, R. F. Loring, and J. A. Marohn, Phys. Rev. Lett. **96**, 156103 (2006).