

# Исследование нелинейности кинетической индуктивности гранулированного алюминия

М. В. Жданова<sup>1)</sup>, И. Е. Пологов, Г. Ю. Свяцкий, В. И. Чичков, Н. А. Малеева

Национальный исследовательский технологический университет МИСИС, 119049 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 января 2024 г.

После переработки 9 февраля 2024 г.

Принята к публикации 9 февраля 2024 г.

Гранулированный алюминий – сверхпроводник, известный более восьмидесяти лет и в последнее время нашедший свое применение в области создания кубитов, сверхпроводниковых детекторов микроволнового излучения и компактных резонаторов, благодаря высоким значениям кинетической индуктивности, критических магнитных полей и тока. В данной работе продемонстрирована нелинейная зависимость индуктивности от постоянного тока, что позволяет говорить о возможности параметрического усиления микроволнового сигнала в пленках гранулированного алюминия. Набег фазы микроволнового сигнала достигал 4 радиан на частоте 7 ГГц, что позволяет оценить нелинейность системы  $\Delta\phi/\phi = 1.4\%$  и потенциально возможное усиление порядка 17 дБ.

DOI: 10.31857/S1234567824060041, EDN: NZTNPR

**Введение.** Сверхпроводящие материалы являются одной из самых перспективных платформ для создания квантовых процессоров. На сверхпроводниковом кубите-трансмоне были основаны процессоры, позволившие впервые продемонстрировать квантовое превосходство [1, 2], реализовать поверхностные коды коррекции ошибок [3, 4] и решить первые задачи квантовой химии [5, 6]. Такие устройства нуждаются в усилителях считываемого сигнала. Лучшими с точки зрения отношения сигнала к шуму являются сверхпроводниковые параметрические усилители, которые имеют добавочный шум на уровне квантового предела (168 мК на 7 ГГц) [7].

Для широкополосного параметрического усиления применяются параметрические усилители бегущей волны, в которых в качестве нелинейной среды используется массив джозефсоновских контактов [8–10] или сверхпроводник с высокой кинетической индуктивностью, например, NbTiN [11–13], TiN [14] или NbN [15]. Изготовление джозефсоновских переходов происходит в несколько сложных технологических этапов ввиду многослойности структур. Поэтому создание топологии, состоящей из более чем 1000 таких контактов [8, 16–18] является трудоемкой задачей. Параметрические усилители бегущей волны, имеющие в своей основе пленки с нелинейной кинетической индуктивностью [19, 20], можно создать в одном технологическом цикле, что значительно сокращает производственные риски. Однако нелиней-

ное поведение таких систем сопряжено с возникновением областей локального перегрева, что приводит к снижению наблюдаемого значения криттока структуры [21, 22].

Для изготовления нелинейных криогенных микроволновых устройств может быть использован гранулированный алюминий [23, 24]. Благодаря высоким значениям кинетической индуктивности, достигающим 8 нГн на квадрат [25], данный материал привлекателен в производстве микроволновых детекторов на основе кинетической индуктивности, т.н. MKIDs [26–33], астрофизических датчиков, параметрических усилителей [11, 19], флаксониумов – сверхпроводниковых кубитов с высокими временами когерентности [34–38], нелинейных резонаторов [39], фильтров [40] и метаматериалов [41].

В данной работе рассматривается гранулированный алюминий как альтернатива традиционному NbTiN [11–13, 19]. Высокие значения кинетической индуктивности достигаются за счет того, что зерна алюминия, разделенные оксидом, формируют трехмерную сеть джозефсоновских туннельных переходов [42]. Такая структура получается благодаря напылению алюминия в кислородосодержащей атмосфере. Дополнительными преимуществами данного материала являются температура сверхпроводящего перехода порядка 2–3 К (температура, достижимая откачиванием паров He<sup>4</sup> и значительно превышающая критическую температуру алюминия  $T_c \approx 1.2$  К), высокие значения критического магнит-

<sup>1)</sup>e-mail: zhdanova.mar@gmail.com

ного поля [43], а также простая и стабильная технология изготовления.

**1. Технология изготовления.** Регулируя поток кислорода при напылении гранулированного алюминия, можно управлять сопротивлением на квадрат пленок [44]. В зависимости от значения потока создаются пленки с удельным сопротивлением от 10 до  $10^4$  мкОм·см и температурой сверхпроводящего перехода вплоть до 3 К [44]. Образцы для данного исследования были изготовлены в чистой технологической зоне класса ISO-7 с использованием методов тонкопленочной планарной технологии. Напыление пленок выполнялось в установке электронно-лучевого напыления Plassys MEB 550 S. Топология формировалась оптической литографией с использованием фоторезиста MICROPOSIT S1805. После формирования защитной маски подложка помещалась в камеру установки Plassys MEB 550 S, где ионной пушкой стравливался гранулированный алюминий, не покрытый фоторезистом. Этапы изготовления образцов схематично представлены на рис. 1а. Финальным шагом было распиливание подложек на чипы  $5 \times 5$  мм и отмывка от органических загрязнений. С помощью тестовых структур вытравленных мостиков шириной 8 мкм и длиной 200 мкм четырехзондовым методом было определено сопротивление на квадрат для каждого значения потока кислорода и построена градуировочная кривая (рис. 1б). В данной работе значение сопротивления было выбрано из соображений оптимизации фазовой скорости в передающей линии и ее характеристического импеданса и составило  $R_n^\square \approx 200$  Ом, соответствующее значению 1.6 sccm (стандартных кубических см/мин) потока  $O_2$ .

**2. Исследование нелинейных свойств пленок гранулированного алюминия.** В тонких сверхпроводящих пленках гранулированного алюминия кинетическая индуктивность  $L_k$  преобладает над геометрической  $L_g$ . В связи с высоким сопротивлением  $R$  кинетическая индуктивность может на несколько порядков превышать геометрическую [45]. Кинетическая индуктивность сверхпроводника может быть найдена в рамках теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ). В пределе низких частот ( $\hbar\omega \ll k_B T_c$ ) в соответствии с теорией Маттиса–Бардина для грязного сверхпроводника отношение мнимой проводимости  $\sigma_2$  к нормальной  $\sigma_n$  имеет следующий вид:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_n} = \frac{\pi\Delta}{\hbar f} \tanh \frac{\Delta}{2k_B T}, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – энергетическая щель сверхпроводника, зависящая в общем случае от температуры и тока

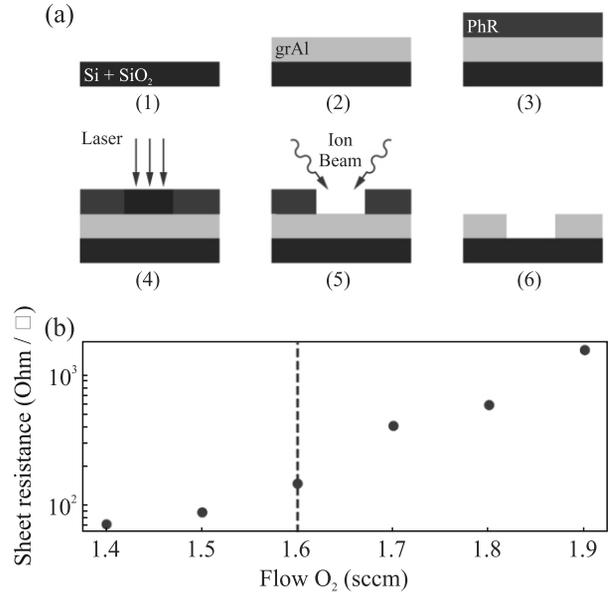


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Этапы изготовления образца: на подложку оксидированного кремния (1) электронно-лучевым напылением осаждается пленка гранулированного алюминия (2), далее наносится центрифугированием фоторезист (3), в процессе оптической литографии (4) формируется защитная маска, после чего травлением ионной пушкой (5) создается топология поверхности (6). (б) – Градуировочная кривая: график зависимости значения сопротивления на квадрат пленок гранулированного алюминия от потока кислорода во время напыления алюминия. Вертикальной линией обозначен образец с сопротивлением 200 Ом/□, рассматриваемый в данной работе

смещения. Введя кинетическую индуктивность как  $L_k = 1/2\pi f\sigma_2$ , запишем ее для полоски сверхпроводника длиной  $l$  и шириной  $w$

$$L_k = N \frac{\hbar R_n^\square}{\pi\Delta} \frac{1}{\tanh \frac{\Delta}{2k_B T}}, \quad (2)$$

где  $N = l/w$  – число квадратов в полоске, а  $R_n^\square$  – ее нормальное сопротивление на квадрат. При температурах существенно ниже критической, воспользовавшись выражением БКШ для энергетической щели сверхпроводника  $\Delta = 1.76\pi k_B T_c$ , получим привычное выражение [39]

$$L_k = 0.18N \frac{\hbar R_n^\square}{k_B T_c}. \quad (3)$$

Рассмотрим теперь зависимость кинетической индуктивности от тока смещения при низких температурах, используя метод, изложенный в [46]. При температурах существенно ниже критической

$$L_k(I) = L_k(0)e^{-\pi\zeta/4}, \quad (4)$$

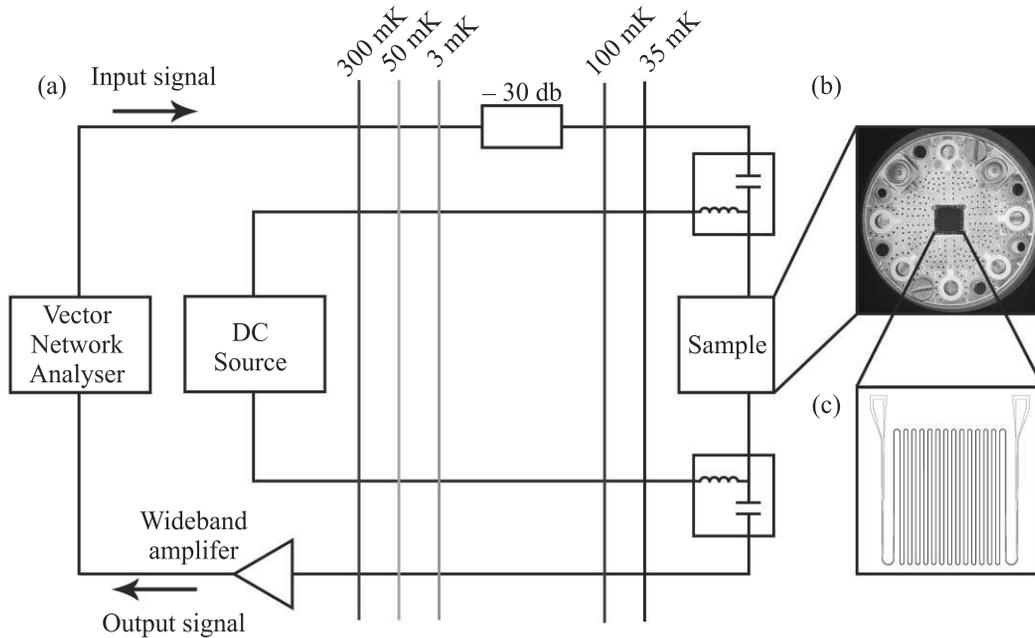


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Схема экспериментальной установки. Образец (с) устанавливался в медный держатель (b), который монтировался к нижней ступени криостата растворения. Через образец пропускался микроволновой сигнал и измерялся коэффициент передачи. Через инжекторы постоянного тока в систему подавался ток смещения. Входящий сигнал ослаблен аттенуатором 30 дБ, выходящий сигнал усилен коммерческим широкополосным усилителем

где  $L_k(0)$  задается уравнением (3), а через  $\zeta = \frac{Dk^2}{2\Delta(I)}$  обозначена комбинация коэффициента диффузии  $D$ , градиента фазы по длине полоски  $k$  и энергетической щели  $\Delta(I)$ , соответствующей току смещения  $I$ . Для каждого значения тока смещения величина  $\zeta$  может быть найдена решением уравнения

$$\frac{I}{I_{dep}} = 1.897e^{-3\pi\zeta/8} \sqrt{\zeta} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\zeta \right), \quad (5)$$

где  $I_{dep}$  – ток распаривания, полученный исходя из БКШ. Выражения (4) и (5) получены решением уравнения Горькова в пределе грязного сверхпроводника [47]. С другой стороны, кинетическая индуктивность в самом общем случае нелинейно зависит от амплитуды приложенного тока из-за разрушения куперовских пар (увеличения концентрации квази-частиц) и может быть оценена, исходя из уравнения Пишарда, как

$$L_k(I) = L_k(0) \left( 1 + \frac{I^2}{2I_*^2} + \dots \right), \quad (6)$$

где  $L_k(0)$  задается уравнением (3), а  $I_*$  – величина порядка критического тока [11, 46]. Данная оценка получается при температурах, существенно ниже критической, с учетом того, что из соображений симметрии из разложения исключаются нечетные члены.

Сверхпроводящая передающая линия на основе тонких пленок из гранулированного алюминия позволяет использовать нелинейность кинетической индуктивности для создания параметрического взаимодействия сигналов. Для исследования нелинейных свойств пленок гранулированного алюминия на подложке из оксидированного кремния была изготовлена копланарная передающая линия длиной 78 мм с шириной центральной полоски и зазором 3.5 и 5 мкм соответственно (рис. 2с). В работе использовалась пленка толщиной  $t = 30$  нм с сопротивлением на квадрат в нормальном состоянии  $R_n^{\square} = 200$  Ом и критической температурой сверхпроводящего перехода  $T_c = 2.15$  К. Относительная диэлектрическая проницаемость кремниевой подложки  $\epsilon_r = 11.9$ . Вход и выход передающей линии соединялись с контактными площадками через преобразователи импеданса. Характеристический импеданс копланарной передающей линии:

$$Z = \sqrt{(L_{kl} + L_{gl})/C_1}, \quad (7)$$

где  $L_{kl}$  и  $L_{gl}$  – погонные геометрическая и кинетическая индуктивность линии, а  $C_1$  – погонная емкость.

Фазовая скорость волны в передающей линии:

$$V_{ph} = \frac{1}{\sqrt{(L_{kl} + L_{gl})C_1}}. \quad (8)$$

В соответствии со схемой экспериментальной установки (рис. 2а) были проведены измерения транспортных свойств полученных образцов длинных передающих линий из гранулированного алюминия в криостате растворения Oxford Instruments Triton DR200 при температуре 35 мК. Образец (рис. 2с) помещался в медный держатель (рис. 2б), где соединялся с подводящими линиями с помощью алюминиевых нитей диаметром 25 мкм. Далее держатель крепился к нижней ступени криостата. Генератором сигнала выступал векторный анализатор цепей Agilent Technologies PNA-X N5242A. На входе в криостат сигнал ослаблялся аттенуаторами для подавления тепловых шумов. Для исследования нелинейных свойств через инжекторы постоянного тока Mini-Circuits Bias-Tee ZX85-12G-S+ на вход в образец подавался ток смещения от источника Keithley 6221.

**3. Результаты и обсуждение.** Для демонстрации нелинейных свойств сверхпроводящих пленок была измерена фаза микроволнового сигнала в зависимости от величины тока смещения. Нелинейный набег фазы пропорционален полной фазовой длине линии передачи при малом сигнале [48]:

$$\phi(I) = 2\pi fl/V_{ph}(I). \quad (9)$$

В пределе высокой кинетической индуктивности  $L_{gl} \ll L_k$  из формул (8) и (9) можно получить токовую зависимость кинетической индуктивности  $L_k(I)$ , зная токовую зависимость разности фаз  $\Delta\phi(I)$ :

$$L_k(I) = \left( \sqrt{L_k(0)} + \frac{\Delta\phi(I)}{2\pi fl\sqrt{C_1}} \right)^2, \quad (10)$$

где  $L_k(0) \approx 3.63$  Гн/м – погонная кинетическая индуктивность при малом сигнале, которая определяется по формуле (3),  $l$  – полная физическая длина передающей линии,  $C_1 = 1.25 \times 10^{-10}$  Ф/м – погонная емкость.

На рисунке 3 показаны результаты исследования нелинейности кинетической индуктивности. Красными точками (рис. 3а) изображена зависимость набег фазы микроволнового сигнала от тока на частоте 7 ГГц. При токе 80 мкА достигается максимальный набег фазы  $\Delta\phi = 4$  радиан при полной фазовой длине 284 радиан. Это дает нелинейность  $\Delta\phi/\phi$  около 1.4%, что соизмеримо со значениями, продемонстрированными ранее на пленках NbTiN [11, 48]. На рисунке 3б красными точками показана кинетическая индуктивность, пересчитанная из экспериментальных данных фазы по формуле (10).

Используя приближение (6), построена аналитическая зависимость для исследуемого образца: синяя

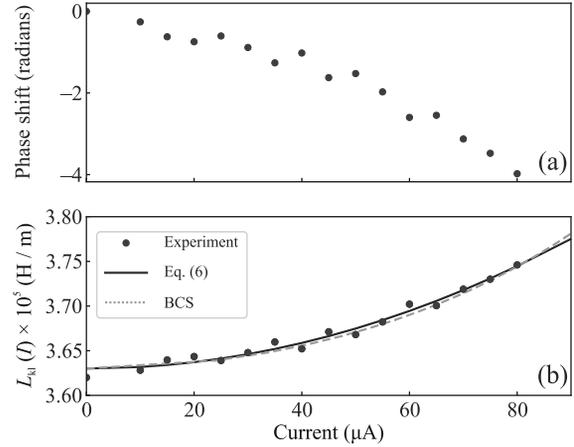


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость измеренного набег фазы  $\Delta\phi$  микроволнового сигнала (а) и кинетической индуктивности (б) от постоянного тока на частоте микроволнового сигнала 7 ГГц. На данной частоте максимальный набег фазы составил 4 радиан, при полной фазовой длине  $\phi = 284$  радиан. Экспериментально полученные значения кинетической индуктивности (красные точки) хорошо согласуются с двумя аналитическими кривыми: приближение БКШ из уравнений (4) и (5) – оранжевая пунктирная линия; и приближение уравнения (6) – синяя сплошная линия

линия на рис. 3б, где  $I_* \approx 318$  мкА. На этом же рисунке показана зависимость кинетической индуктивности от тока согласно уравнениям (4) и (5) (пунктирная оранжевая линия), согласно которой ток распаривания получился  $I_{dep} \approx 144$  мкА. Экспериментально полученные значения кинетической индуктивности хорошо согласуются с аналитическими кривыми. Экспериментально полученный критический ток исследуемого образца  $I_c \approx 80$  мкА, составляет 56% от теоретического предела. Экспериментальное значение критического тока может быть понижено из-за дефектов и неоптимальной геометрии структуры.

Для простой длинной передающей линии со слабой дисперсией в общем случае усиление  $G$  можно оценить по формуле [11]:

$$G \approx 1 + (\Delta\phi)^2. \quad (11)$$

В эксперименте набег фазы достигался путем пропускания постоянного тока через линию передачи, что происходит и при прохождении микроволнового сигнала большей мощности. По формуле (11) можно оценить, что в бездисперсионной передающей линии можно достичь усиления микроволнового сигнала порядка 17 дБ на частоте 7 ГГц.

В заключение, нами была экспериментально продемонстрирована нелинейная зависимость кинетической индуктивности тонкой пленки гранулированно-

го алюминия от постоянного тока, что, насколько известно авторам, ранее не исследовалось. На линии фазовой длиной 284 радиана получен набег фазы в 4 радиана на частоте 7 ГГц. Подобное значение позволяет ожидать существенное усиление микроволнового сигнала, открывая возможность создания параметрических усилителей на основе гранулированного алюминия.

Авторы выражают благодарность В. В. Рязанову, А. В. Карпову и А. В. Устинову за поддержку данного исследования и ценные рекомендации в процессе работы над ним.

**Финансирование работы.** Исследование нелинейности кинетической индуктивности гранулированного алюминия выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект # 21-72-30026, <https://rscf.ru/en/project/21-72-30026/>). Обзор исследований материалов с высокой кинетической индуктивностью и реализаций параметрических усилителей бегущей волны выполнен при финансовой поддержке Программы стратегического академического лидерства “Приоритет-2030” (грант НИТУ МИСИС К2-2022-029).

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. J. D. Franson, M. M. Donegan, M. J. Fitch, B. C. Jacobs, and T. B. Pittman, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137901 (2002).
2. F. Arute, A. Kunal, R. Babbush et al. (Collaboration), *Nature* **574**, 505 (2019).
3. R. Acharya, I. Aleiner, R. Allen et al. (Collaboration), *Nature* **614**, 676 (2023).
4. S. Krinner, N. Lacroix, A. Remm, et al. (Collaboration), *Nature* **605**, 669 (2022).
5. F. Arute, K. Arya, A. Remm et al. (Collaboration), *Science* **369**, 1084 (2020).
6. A. Kandala, A. Mezzacapo, K. Temme, M. Takita, M. Brink, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, *Nature* **549**, 242 (2017).
7. A. Roy and M. Devoret, *Comptes Rendus Physique* **17**, (2016).
8. C. Macklin, K. O’Brien, D. Hover, M. E. Schwartz, V. Bolkhovskiy, X. Zhang, W. D. Oliver, and I. Siddiqi, *Science* **350**, 307 (2015).
9. M. A. Castellanos-Beltran and K. W. Lehnert, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 083509 (2007).
10. M. A. Castellanos-Beltran, K. D. Irwin, G. C. Hilton, L. R. Vale, and K. W. Lehnert, *Nature Phys.* **4**, 929 (2008).
11. B. H. Eom, P. K. Day, H. G. LeDuc, and J. Zmuidzinas, *Nature Phys.* **8**, 623 (2012).
12. M. Malnou, M. R. Vissers, J. D. Wheeler, J. Aumentado, J. Hubmayr, J. N. Ullom, and J. Gao, *PRX Quantum* **2**, 010302 (2021).
13. S. Chaudhuri, D. Li, K. D. Irwin, C. Bockstiegel, J. Hubmayr, J. N. Ullom, M. R. Vissers, and J. Gao, *Appl. Phys. Lett.* **110**, 152601 (2017).
14. H. G. Leduc, B. Bumble, P. K. Day, B. H. Eom, J. Gao, S. Golwala, B. A. Mazin, S. McHugh, A. Merrill, D. C. Moore, O. Noroozian, A. D. Turner, and J. Zmuidzinas, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 102509 (2010).
15. S. Zhao, S. Withington, and C. N. Thomas, *Supercond. Sci. Technol.* **36**, 105010 (2023).
16. A. B. Zorin, M. Khabipov, J. Dietel, and R. Dolata, *16th International Superconductive Electronics Conference (ISEC)*, IEEE, Naples, Italy (2017).
17. L. Planat, A. Ranadive, R. Dassonneville, J. Puertas Mart’mez, S. Léger, C. Naud, O. Buisson, W. Hasch-Guichard, D. M. Basko, and N. Roch, *Phys. Rev. X* **10**, 021021 (2020).
18. A. Ranadive, M. Esposito, L. Planat, E. Bonet, C. Naud, O. Buisson, W. Guichard, and N. Roch, *Nat. Commun.* **13**, 1737 (2022).
19. M. R. Vissers, R. P. Erickson, H.-S. Ku, Leila Vale, Xian Wu, G. C. Hilton, and D. P. Pappas, *Appl. Phys. Lett.* **108**, 012601 (2016).
20. S. Shu, N. Klimovich, B. H. Eom, A. D. Beyer, R. B. Thakur, H. G. Leduc, and P. K. Day, *Phys. Rev. Res.* **3**, 023184 (2021).
21. W. J. Skocpol, M. R. Beasley, and M. Tinkham, *J. Appl. Phys.* **45**, 4054 (1974).
22. C. Kurter, A. Zhuravel, A. V. Ustinov, and S. M. Anlage, *Phys. Rev. B* **84**, 104515 (2011).
23. R. W. Cohen and B. Abeles, *Phys. Rev.* **168**, 444 (1968).
24. G. Deutscher, H. Fenichel, M. Gershenson, E. Grünbaum, and Z. Ovadyahu, *J. Low Temp. Phys.* **10**, 231 (1973).
25. L. Grünhaupt, N. Maleeva, S. T. Skacel, M. Calvo, F. Levy-Bertrand, A. V. Ustinov, H. Rotzinger, A. Monfardini, G. Catelani, and I. M. Pop, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 117001 (2018).
26. P. K. Day, H. G. LeDuc, B. A. Mazin, A. Vayonakis, and J. Zmuidzinas, *Nature* **425**, 817 (2003).
27. O. Quaranta, T. W. Cecil, L. Gades, B. Mazin, and A. Miceli, *Supercond. Sci. Technol.* **26**, 105021 (2013).
28. P. Szypryt, B. A. Mazin, B. Bumble, H. G. Leduc, and L. Baker, *Appl. Superconduct.* **25**, 1 (2015).
29. E. S. Battistelli, F. Bellini, C. Bucci et al. (Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **75**, 353 (2015).
30. L. Cardani, I. Colantoni, A. Cruciani, S. Di Domizio, M. Vignati, F. Bellini, N. Casali, M. G. Castellano, A. Coppolecchia, C. Cosmelli, and C. Tomei, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 093508 (2015).
31. L. Cardani, N. Casali, I. Colantoni, A. Cruciani, F. Bellini, M. G. Castellano, C. Cosmelli,

- A. D'Addabbo, S. Di Domizio, M. Martinez, C. Tomei, and M. Vignati, *Appl. Phys. Lett.* **110**, 033504 (2017).
32. F. Valenti, F. Henriques, G. Catelani et al. (Collaboration). *Phys. Rev. Appl.* **11**, 054087 (2019).
33. F. Levy-Bertrand, A. Benoît, O. Bourrion, M. Calvo, A. Catalano, J. Goupy, F. Valenti, N. Maleeva, L. Grünhaupt, I. M. Pop, and A. Monfardini, *Phys. Rev. Appl.* **15**, 044002 (2021).
34. V.E. Manucharyan, J. Koch, L.I. Glazman, and M.H. Devoret, *Science* **326**, 113 (2009).
35. I.M. Pop, K. Geerlings, G. Catelani, R.J. Schoelkopf, L.I. Glazman, and M.H. Devoret, *Nature* **508**, 369 (2014).
36. Y. Lin, L.B. Nguyen, N. Grabon, J.S. Miguel, N. Pankratova, and V.E. Manucharyan, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 150503 (2018).
37. N. Earnest, S. Chakram, Y. Lu, N. Irons, R.K. Naik, N. Leung, L. Ocola, D.A. Czaplewski, B. Baker, J. Lawrence, J. Koch, and D.I. Schuster, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 150504 (2018).
38. J. Cohen, W.C. Smith, M.H. Devoret, and M. Mirrahimi, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 060503 (2017).
39. H. Rotzinger, S.T. Skacel, M. Pfirrmann, J.N. Voss, J. Münzberg, S. Probst, P. Bushev, M.P. Weides, A.V. Ustinov, and J.E. Mooij, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 025002 (2016).
40. K.D. Irwin, M.D. Niemack, J. Beyer, H.M. Cho, W.B. Doriese, G.C. Hilton, C.D. Reintsema, D.R. Schmidt, J.N. Ullom, and L.R. Vale, *Supercond. Sci. Technol.* **23**, 034004 (2010).
41. C. Kurter, J. Abrahams, and S.M. Anlage, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 253504 (2010).
42. N. Maleeva, L. Grünhaupt, T. Klein, F. Levy-Bertrand, O. Dupre, M. Calvo, F. Valenti, P. Winkel, F. Friedrich, W. Wernsdorfer, A.V. Ustinov, H. Rotzinger, A. Monfardini, M.V. Fistul, and I.M. Pop, *Nat. Commun.* **9**, 3889 (2018).
43. K. Borisov, D. Rieger, P. Winkel, F. Henriques, F. Valenti, A. Ionita, M. Wessbecher, M. Spiecker, D. Gusenkova, I.M. Pop, and W. Wernsdorfer, *Appl. Phys. Lett.* **117**, 120502 (2020).
44. U.S. Pracht, N. Bachar, L. Benfatto, G. Deutscher, E. Farber, M. Dressel, and M. Scheffler, *Phys. Rev.* **93**, 100503 (2016).
45. D.C. Mattis and J. Bardeen, *Phys. Rev.* **111**, 412 (1958).
46. A.J. Annunziata, D.F. Santavicca, L. Frunzio, G. Catelani, M.J. Rooks, A.F. and D.E. Prober, *Nanotechnology* **21**, 445202 (2010).
47. K. Maki, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **31**, 29 (1964).
48. A.A. Adamyan, S.E. de Graaf, S.E. Kubatkin, and A.V. Danilov, *J. Appl. Phys.* **119**, 083901 (2016).