

Столкновения световых пуль разной круговой поляризации

В. П. Рубан¹⁾

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черногловка, Россия

Поступила в редакцию 20 февраля 2024 г.

После переработки 10 марта 2024 г.

Принята к публикации 11 марта 2024 г.

Для локально изотропной фокусирующей керровской среды с аномальной хроматической дисперсией численно промоделированы столкновения лево- и право-поляризованных пространственно-временных оптических солитонов. Устойчивое распространение таких “световых пуль” в умеренно нелинейном режиме обеспечивается поперечным параболическим профилем показателя преломления внутри многомодового волновода. В таких системах поперечное движение центров масс волновых пакетов происходит по классическим траекториям двумерного гармонического осциллятора, а продольное движение — равномерно. Поэтому столкновения двух солитонов могут быть не только “лобовыми”, но и “касательными”. Результатом неупругого столкновения солитонов с противоположными круговыми поляризациями могут оказаться как две разлетающиеся бинарные световые пули, содержащие в себе правую и левую поляризации в некоторой пропорции, так и более сложные связанные структуры.

DOI: 10.31857/S1234567824080020, EDN: BZELAX

Введение. В нелинейной оптике на протяжении уже нескольких десятилетий исследуется проблема пространственно-временных оптических солитонов (см. [1–9] и многочисленные ссылки там). Такие локализованные в трех измерениях и устойчиво распространяющиеся когерентные структуры получили специальное название “световые пули” (light bullets) [1–3]. Трудность здесь заключается в том, что базисная математическая модель для квазиоднохроматической световой волны в Керровской среде — нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) — не обладает устойчивыми решениями солитонного типа в трехмерном однородном пространстве. Волновой пакет либо расплывается за счет дисперсии и дифракции, либо коллапсирует за счет нелинейности (см. [8–11] и ссылки там). По этой причине необходим дополнительный стабилизирующий фактор. Это может быть насыщающаяся нелинейность, пространственная неоднородность и т.д. (см., например, [4, 6, 7, 12–22]). В частности, при распространении волны в много-модовом световоде с плавным (примерно параболическим) профилем показателя преломления эффективный поперечный потенциал удерживает умеренно нелинейный волновой пакет от дифракционного (поперечного) расплывания, а в продольном (временном) направлении аномальная хроматическая дисперсия устойчиво уравновешивается ставшей эффективно одномерной нелинейностью [2, 3, 5, 8, 9]. При этом поперечные степени

свободы не заморожены, в отличие от ситуации в одномодовых оптических волокнах. В результате установившегося баланса оказываются устойчивыми световые пули с не слишком большой полной энергией. Кроме того, центр масс такого солитона может вполне известным образом (по траекториям классического осциллятора) смещаться в поперечном направлении, так что режим его движения является промежуточным между жесткой поперечной фиксацией в одномодовом волокне и полной свободой в однородном пространстве.

Но обычное скалярное НУШ описывает только одну поляризацию света — линейную либо круговую. Для локально изотропной керровской среды встает вопрос о нелинейном взаимодействии между волнами двух поляризаций. В этом случае адекватной является система из двух некогерентно связанных НУШ для медленных комплексных амплитуд лево- и право-поляризованных по кругу волн [23]. Соответственно, появляется необходимость рассмотреть задачу о комбинированных солитонах, то есть о таких устойчивых нелинейных уединенных структурах, которые содержат в себе обе круговые поляризации, причем, вообще говоря, — в произвольной пропорции. Важно также получить представление о процессах, происходящих при столкновениях трехмерных оптических солитонов с разной поляризацией. Насколько известно автору, ранее подобные задачи исследовались только в одномерной постановке. Для неупругих столкновений одномерных векторных солитонов были получены весьма нетривиальные ре-

¹⁾e-mail: ruban@itp.ac.ru

зультаты (см., например, [24–26] и ссылки там). Еще более интересной динамики следует ожидать в трех измерениях.

В данной работе проведен вариационный анализ, результаты которого говорят в пользу возможности существования умеренно нелинейных бинарных световых пучков. Трехмерное численное моделирование подтвердило их устойчивую природу. Проведен также ряд численных экспериментов по лобовым и касательным столкновениям между трехмерными световыми пучками с противоположными круговыми поляризациями. Процессы, происходящие в ходе этих неупругих столкновений, коренным образом отличаются от взаимодействия одинаково поляризованных солитонов. Выяснилось, что в зависимости от параметров столкновения, его результатом могут стать две разлетающиеся (с измененными скоростями) бинарные световые пучки, а иногда сталкивающиеся солитоны “слипаются”, образовав нестационарную структуру более сложного типа. При некоторых начальных параметрах случается волновой коллапс.

Основные свойства модели. Рассмотрим прозрачную оптическую среду с фокусирующей керровской нелинейностью и с законом дисперсии линейных волн $k(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}\omega/c$, в котором имеется диапазон частот с аномальной дисперсией $k''(\omega) < 0$. Например, многие стекла обладают указанными свойствами. В качестве основной модели возьмем известное уравнение для векторной огибающей слабонелинейной квазимонохроматической световой волны (с несущей частотой ω_0) в параксиальном приближении. В размерных переменных уравнение имеет вид

$$2k_0[-i\partial_\zeta - ik'_0\partial_t + k''_0\partial_t^2/2]\mathbf{E} - \Delta_\perp\mathbf{E} \approx \quad (1)$$

$$\approx \frac{k_0^2}{\varepsilon(\omega_0)} \left[\tilde{\varepsilon}(x, y, \zeta)\mathbf{E} + \alpha(\omega_0)|\mathbf{E}|^2\mathbf{E} + \beta(\omega_0)(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})\mathbf{E}^* \right],$$

где ζ – координата вдоль пучка, $k'_0 = 1/v_{\text{гр}}$ – обратная групповая скорость света в среде, k''_0 – отрицательный коэффициент хроматической дисперсии, $\tilde{\varepsilon}(x, y, \zeta)$ – малая неоднородность диэлектрической проницаемости на несущей частоте, α и β – положительные нелинейные коэффициенты. Пусть $\tau = t - \zeta/v_{\text{гр}}$ – “запаздывающее” время. В терминах медленных амплитуд $\psi_{1,2}(x, y, \tau, \zeta)$ левой и правой круговых поляризаций амплитуда электрического поля есть

$$\mathbf{E} \approx [(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)\psi_1 + (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y)\psi_2]/\sqrt{2}, \quad (2)$$

и тогда свет описывается двумя связанными скалярными НУШ [23], аналогично бинарному бозеконденсату холодных атомов (при замене перемен-

ных $\zeta \rightarrow t, \tau \rightarrow z$). При надлежащем перемасштабировании получается безразмерная система

$$i\frac{\partial\psi_{1,2}}{\partial\zeta} = \left[-\frac{1}{2}\Delta + U(x, y, \zeta) - |\psi_{1,2}|^2 - g|\psi_{2,1}|^2 \right]\psi_{1,2}, \quad (3)$$

где $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_\tau^2$ – трехмерный оператор Лапласа в “координатном” пространстве $\mathbf{r} = (x, y, \tau)$. Параметр перекрестной фазовой модуляции $g = 1 + 2\beta/\alpha \approx 2$ в типичном случае быстрого нелинейного отклика. Здесь важно подчеркнуть, что только при выборе базиса в виде круговых поляризаций нелинейное взаимодействие между двумя компонентами сводится к простой некогерентной связи посредством коэффициента g . Такая связь сохраняет количество каждой компоненты $N_{1,2} = \int |\psi_{1,2}|^2 dx dy d\tau$ и позволяет применять высокоэффективный численный метод Фурье с расщепленным шагом (split-step Fourier method), о чем будет сказано далее. Если же взять две линейные либо две эллиптические поляризации, то в системе остались бы нелинейные слагаемые, соответствующие так называемому четырехволновому смещению. Такие слагаемые были бы неудобны как с аналитической точки зрения (поскольку они приводят к переходам между компонентами), так и с численной точки зрения, за исключением очевидной редукции $\psi_2 = \psi_1 \exp(i\delta_0)$, которая отвечает строго линейной поляризации.

Запишем параболический внешний потенциал $U \propto -\tilde{\varepsilon}(x, y, \zeta)$ в компактном матрично-векторном виде

$$U(x, y, \zeta) = \frac{\mathbf{r} \cdot \hat{S}(\zeta)\mathbf{r}}{2} - \mathbf{r} \cdot \mathbf{F}(\zeta) + U_0(\zeta), \quad (4)$$

с симметричной матрицей $\hat{S}(\zeta)$ (у которой отличны от нуля только поперечные компоненты), с (поперечным) вектором $\mathbf{F}(\zeta)$ и скаляром $U_0(\zeta)$. Функции $\mathbf{F}(\zeta)$ и $U_0(\zeta)$ учитывают возможные отклонения центральной линии световода от оси ζ , а также вариации глубины потенциальной ямы.

По сути, связанные НУШ (3) представляют собой гидродинамическую систему для двух взаимодействующих между собой идеальных сжимаемых жидкостей, течения которых потенциальны. Переход к соответствующим гидродинамическим переменным – плотностям $I_{1,2}$ и потенциалам скоростей $\varphi_{1,2}$ – осуществляется преобразованием Маделунга

$$\psi_s = \sqrt{I_s} \exp(i\varphi_s), \quad s = 1, 2.$$

Аналогичная система уравнений, но с дефокусирующей нелинейностью, была рассмотрена в недавней работе [27]. В дефокусирующем случае положи-

тельное “гидродинамическое” давление поддерживает делокализованный фон плотности, а основными “мягкими” когерентными структурами являются квантованные вихри, а также доменные стенки между двумя круговыми поляризациями. Здесь же исследуется фокусирующая нелинейность, и основной интерес представляют солитоноподобные объекты, в которых отрицательное гидродинамическое давление (натяжение) уравновешивается “квантовым” давлением (т.е. дисперсией) в продольном направлении, тогда как в поперечном направлении слегка ослабленная гидродинамическим натяжением дифракция противостоит поперечному удерживающему потенциалу.

Для нас еще важно, что в квадратичном внешнем потенциале движение центра масс какого-либо локализованного распределения жидкостей происходит в соответствии с уравнением классического осциллятора (ср. с [28]),

$$\mathbf{R}''_{c.m.} = -\hat{S}(\zeta)\mathbf{R}_{c.m.} + \mathbf{F}(\zeta), \quad (5)$$

где два штриха обозначают вторую производную по переменной ζ . В некоторых случаях траектория этого движения может быть довольно нетривиальной, например, при вращающемся анизотропном потенциале, когда переход во вращающуюся систему координат добавляет силу Кориолиса и центробежную силу. Интересна также периодическая зависимость собственных значений матрицы $\hat{S}(\zeta)$, когда создаются условия для параметрического резонанса. Но даже и обычный анизотропный двумерный осциллятор с постоянной матрицей $\hat{S} = \text{Diag}\{\kappa_1^2, \kappa_2^2, 0\}$ “выдает” фигуры Лиссажу. При этом весьма существенно, что “внутренняя” динамика локализованной структуры никак не “чувствует” движения центра масс. Действительно, рассмотрим слегка “укороченную” вспомогательную систему уравнений без членов с $\mathbf{F}(\zeta)$ и $U_0(\zeta)$,

$$i\frac{\partial\Psi_{1,2}}{\partial\zeta} = \left[-\frac{1}{2}\Delta + \frac{\mathbf{r} \cdot \hat{S}(\zeta)\mathbf{r}}{2} - |\Psi_{1,2}|^2 - g|\Psi_{2,1}|^2 \right] \Psi_{1,2}. \quad (6)$$

Легко убедиться в том, что функции

$$\psi_s = \Psi_s(\mathbf{r} - \mathbf{R}(\zeta), \zeta) \exp[i(\mathbf{r} - \mathbf{R}(\zeta)) \cdot \mathbf{P}(\zeta) - i\gamma(\zeta)] \quad (7)$$

удовлетворяют полной системе (3) при условиях

$$\mathbf{R}' = \mathbf{P}, \quad (8)$$

$$\mathbf{P}' = -\hat{S}(\zeta)\mathbf{R} + \mathbf{F}(\zeta), \quad (9)$$

$$\gamma' = -\frac{\mathbf{P}^2}{2} + \frac{\mathbf{R} \cdot \hat{S}(\zeta)\mathbf{R}}{2} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{F} + U_0(\zeta). \quad (10)$$

Первые два условия есть уравнения движения классического осциллятора при наличии вынуждающей силы $\mathbf{F}(\zeta)$. Без ограничения общности можно считать, что $\Psi_{1,2}$ соответствуют покоящемуся центру масс, и тогда становится очевидным полное отсутствие влияния движения центра масс на внутреннюю динамику, как и для обычного НУШ [28].

Гауссов вариационный анзац. Сама эта внутренняя динамика может быть довольно сложной, особенно при наличии обеих поляризаций. В частности, представляет несомненный интерес комбинированный солитон, содержащий в себе две компоненты в количествах N_1 и N_2 . Ранее такие бинарные световые пули не исследовались. Чтобы получить общее представление о свойствах этих объектов хотя бы в простейшем случае двух симметричных волновых пакетов с совпадающими центрами, воспользуемся вариационным приближением. Наша система (3) соответствует лагранжиану

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \int \sum_{s=1,2} (\Psi_s^* \Psi'_s - \Psi_s \Psi'^*_s) dx dy d\tau - \mathcal{H}, \quad (11)$$

с гамильтоновым функционалом

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int \left[\sum_{s=1,2} (|\nabla\Psi_s|^2 + \mathbf{r} \cdot \hat{S}\mathbf{r}|\Psi_s|^2 - |\Psi_s|^4) - 2g|\Psi_1|^2|\Psi_2|^2 \right] dx dy d\tau. \quad (12)$$

По аналогии с однокомпонентным НУШ, подставим в лагранжиан пробные функции в виде гауссовых волновых пакетов,

$$\Psi_s = \sqrt{N_s} \left(\frac{\det \hat{A}_s}{\pi^3} \right)^{\frac{1}{4}} \times \exp \left(-\frac{\mathbf{r} \cdot \hat{A}_s(\zeta)\mathbf{r}}{2} - i\frac{\mathbf{r} \cdot \hat{B}_s(\zeta)\mathbf{r}}{2} - i\phi_s(\zeta) \right), \quad (13)$$

с неизвестными симметричными матрицами $\hat{A}_s(\zeta)$ и $\hat{B}_s(\zeta)$, а также с неизвестными фазами $\phi_s(\zeta)$. Подчеркнем, что матрицы $\hat{A}_s(\zeta)$ и $\hat{B}_s(\zeta)$, вообще говоря, не предполагаются диагональными, в отличие от большинства работ, применяющих вариационный метод к НУШ. Гауссовы интегралы легко вычисляются в общем виде и приводят к лагранжевой системе с конечным числом степеней свободы:

$$4L = \sum_{s=1,2} [N_s \text{Tr}(\hat{A}_s^{-1}\hat{B}'_s) + N_s \phi'_s] - 4H, \quad (14)$$

$$4H = \sum_{s=1,2} \left[N_s \text{Tr}(\hat{A}_s^{-1} \hat{B}_s^2 + \hat{A}_s + \hat{A}_s^{-1} \hat{S}) - \frac{2N_s^2}{\sqrt{8\pi^3}} (\det \hat{A}_s)^{\frac{1}{2}} \right] - 4g \frac{N_1 N_2}{\sqrt{\pi^3}} [\det(\hat{A}_1^{-1} + \hat{A}_2^{-1})]^{-\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Очевидно, что взаимодействие между поляризациями происходит через последнее слагаемое.

Как и положено, переменные N_s оказываются интегралами движения. Уравнения для матриц $A_s(\zeta)$ и $\hat{B}_s(\zeta)$ имеют структуру

$$\hat{A}'_s = (4/N_s) \hat{A}_s (\partial H / \partial \hat{B}_s) \hat{A}_s, \quad (16)$$

$$\hat{B}'_s = (4/N_s) (\partial H / \partial \hat{A}_s^{-1}). \quad (17)$$

Явный вид частных производных по элементам матрицы \hat{A}_s^{-1} легко находится при помощи математических соотношений $d \text{Tr} \hat{M} = -\text{Tr}(\hat{M}^2 d\hat{M}^{-1})$ и $d \det \hat{M} = -\det \hat{M} \text{Tr}(\hat{M} d\hat{M}^{-1}) = \det \hat{M} \text{Tr}(\hat{M}^{-1} d\hat{M})$, где \hat{M} – произвольная симметричная матрица. В результате имеем систему обыкновенных дифференциальных уравнений в компактной матричной форме:

$$\hat{A}'_s = \hat{A}_s \hat{B}_s + \hat{B}_s \hat{A}_s, \quad (18)$$

$$\hat{B}'_s = \hat{B}_s^2 - \hat{A}_s^2 + \hat{S} + \frac{N_s}{\sqrt{8\pi^3}} (\det \hat{A}_s)^{\frac{1}{2}} \hat{A}_s + 2g \frac{N_{3-s}}{\sqrt{\pi^3}} [\det(\hat{A}_1^{-1} + \hat{A}_2^{-1})]^{-\frac{1}{2}} (\hat{A}_1^{-1} + \hat{A}_2^{-1})^{-1}. \quad (19)$$

В общем виде эта система все еще довольно сложна для подробного анализа. Но если ограничиться только диагональными матрицами $\hat{S}(\zeta)$, $\hat{A}_s(\zeta)$ и $\hat{B}_s(\zeta)$, положив при этом $\hat{A}_s^{-1} = \text{Diag}\{a_s^2, b_s^2, c_s^2\}$, то для “векторов” $\mathbf{a}_s = (a_s, b_s, c_s)$ получается ньютоновская динамика

$$\tilde{N}_s \mathbf{a}_s'' = -\partial \tilde{W} / \partial \mathbf{a}_s, \quad (20)$$

где введены чуть более удобные величины $\tilde{N}_s = N_s / \sqrt{8\pi^3}$, а потенциальная энергия \tilde{W} имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{W} &= \frac{2W}{\sqrt{8\pi^3}} = \\ &= \sum_{s=1,2} \left[\frac{\tilde{N}_s}{2} \left(\frac{1}{a_s^2} + \frac{1}{b_s^2} + \frac{1}{c_s^2} + \kappa_1^2 a_s^2 + \kappa_2^2 b_s^2 \right) - \frac{\tilde{N}_s^2}{a_s b_s c_s} \right] - \\ &\quad - \frac{2g \tilde{N}_1 \tilde{N}_2 \sqrt{8}}{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)(c_1^2 + c_2^2)}}. \quad (21) \end{aligned}$$

Для однокомпонентного НУШ соответствующая динамическая система подробно изучена (см., например, [2, 3, 8, 9, 29]); при этом надо отметить, что в диагональном вариационном анзаце продольная зависимость иногда выбирается не в гауссовой форме,

а в форме $1/\cosh[\tau/c(\zeta)]$; потенциалы W при этом оказываются достаточно схожими).

Если κ_1^2 и κ_2^2 не зависят от эволюционной переменной ζ , то локальный минимум функции \tilde{W} определяет равновесную конфигурацию бинарной световой пули. В осесимметричном случае (когда $\kappa_1^2 = \kappa_2^2 = 1$) с очевидностью $a_s = b_s$, и тогда вместо шести переменных остается всего четыре. Качественный результат при этом такой же, как и для однокомпонентного солитона – в некоторой области не слишком больших параметров \tilde{N}_1 и \tilde{N}_2 у функции \tilde{W} имеется устойчивое положение равновесия. При этом, если $\tilde{N}_1 > \tilde{N}_2$, то $a_1 > a_2$ и $c_1 > c_2$, т.е. более слабая компонента локализована чуть сильнее. Это и понятно, так как при $I_2 \ll I_1$ нелинейная потенциальная яма ($-I_2 - gI_1$) для слабой компоненты оказывается глубже, чем яма ($-I_1 - gI_2$) для сильной компоненты – за счет параметра $g > 1$.

3D численное моделирование. Для проверки выводов вариационного анализа и исследования столкновений солитонов было проведено прямое численное моделирование системы (3) стандартным методом Фурье с расщепленным шагом по переменной ζ второго порядка аппроксимации. Вычислительная область имела размеры $(4\pi) \times (4\pi)$ в поперечных направлениях (по x и y) и 8π либо 12π в продольном направлении (по τ). Шаг решетки $h = 4\pi/128 \sim 0.1$ по “пространству” (x, y, τ) совместно с эволюционным шагом $\delta\zeta = 0.002$ обеспечивали достаточно хорошее разрешение гладких волновых полей (при отсутствии коллапса) и сохранение гамильтониана с точностью до четырех–шести десятичных знаков на всей дистанции распространения в несколько сот безразмерных единиц по ζ . Эксперимент прекращался, если начинался резкий и сильный (в несколько раз) рост максимальной интенсивности в преддверии коллапса, хотя пространственное разрешение при этом все еще оставалось приемлемым. Поэтому сам процесс коллапса в данной работе не моделировался.

На рисунках 1а–с показаны численные примеры зависимостей максимальной интенсивностей первой и второй компоненты бинарного волнового пакета с гауссовыми начальными условиями. Как и следовало ожидать, детального соответствия с гауссовым приближением не получилось. В компьютерных экспериментах быстро возбуждались “неучтенные” гауссианом степени свободы, что обусловлено несовершенством начальных условий. Но важно, что дальнейшего усиления этих возмущений на длинных дистанциях не происходило, так что сама идея устойчивого распространения бинарных световых пуль успешно прошла численную проверку.

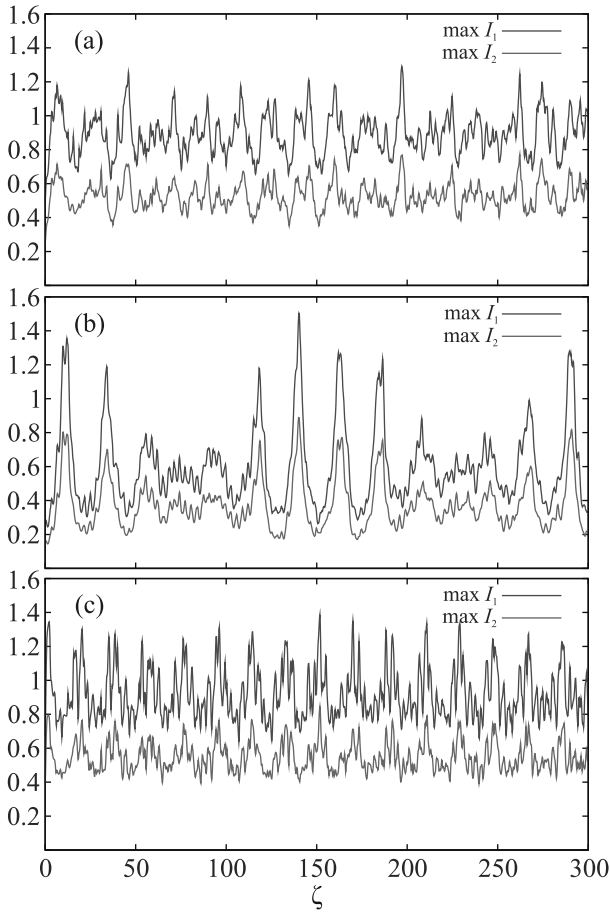


Рис. 1. (Цветной онлайн) Численные зависимости максимальных интенсивностей левой и правой компоненты нелинейного бинарного волнового пакета с $N_1 = 3.8$, $N_2 = 1.9$ и гауссовыми начальными условиями при $a_1^2 = b_1^2 = a_2^2 = b_2^2 = 0.8$. Значения остальных начальных параметров: (а) – $c_1^2 = 3.0$, $c_2^2 = 3.0$; (б) – $c_1^2 = 10.0$, $c_2^2 = 8.0$; (с) – $c_1^2 = 1.6$, $c_2^2 = 1.2$

При периодических зависимостях коэффициентов квадратичного потенциала типа $\kappa_1^2(\zeta) = 1 + \epsilon_1 \cos(2\zeta)$ и $\kappa_2^2(\zeta) = 1 + \epsilon_2 \cos(2\zeta)$, с малыми параметрами ϵ_1 и ϵ_2 , в системе имеет место параметрический резонанс, так же, как и в однокомпонентном случае (см. [30, 31] и ссылки там). Компьютерное моделирование уравнений (3) в самом деле продемонстрировало параметрическую “раскачку” размеров бинарного солитона и сильный рост его энергии, вплоть до того, что в фазе расширения поперечный размер солитона уже “не помещался” в вычислительной области. Но, поскольку в проведенных численных экспериментах не было замечено каких-либо бросающихся в глаза различий между параметрическими резонансами солитонов с одной и с двумя поляризациями, мы эту тему пока оставим в стороне.

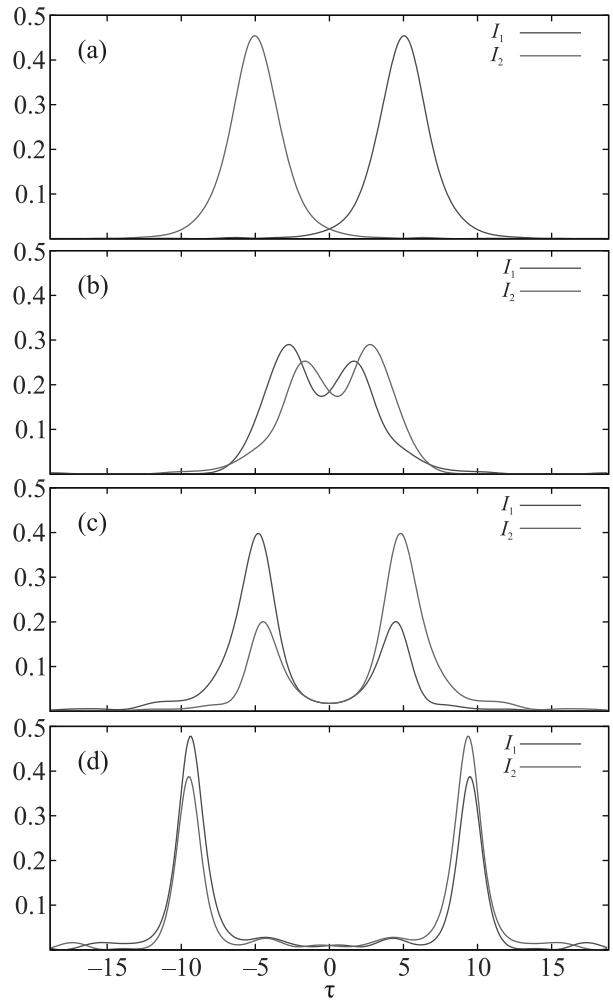


Рис. 2. (Цветной онлайн) Лобовое столкновение ($R = 0$) световых пучей при относительной скорости их сближения $v = 0.1$. Показаны обе интенсивности при $x = y = 0$ на дистанциях распространения: (а) – $\zeta = 20$; (б) – $\zeta = 60$; (с) – $\zeta = 80$; (д) – $\zeta = 140$

Зато самые коренные различия были замечены в других процессах, а именно, при столкновениях двух солитонов (напомним, что центр каждого из них движется по классической траектории, так что они могут тесно сблизиться на некотором интервале переменной ζ). Столкновения солитонов с противоположными круговыми поляризациями происходят существенно иначе, нежели столкновения между одинаково поляризованными солитонами. Так, если сближаются примерно равные по числам N_1 , N_2 левый и правый солитоны, то первый “видит” для себя во втором незаполненную глубокую потенциальную яму. Естественно, первая “жидкость” стремится “перетечь” в эту вторую яму. При перетекании она передает во вторую яму также часть своего импуль-

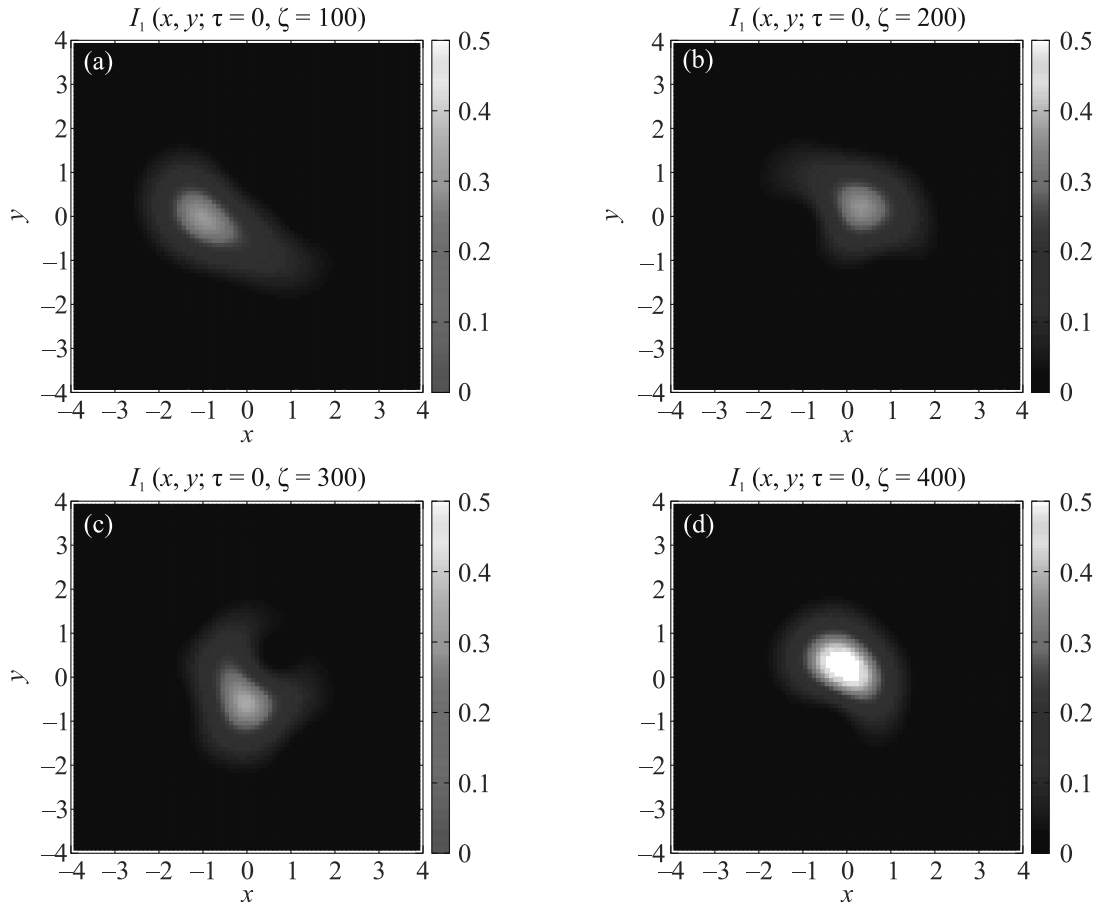


Рис. 3. (Цветной онлайн) “Слипшиеся” после касательного столкновения при $R = 1.2$, $v = 0.1$ солитоны. Показана интенсивность $I_1(x, y)$ в поперечной плоскости $\tau = 0$ на нескольких дистанциях распространения. В этой же плоскости интенсивность $I_2(x, y) = I_1(-x, -y)$ в силу симметрии начальных условий

са. Соответственно, вторая жидкость перетекает в первую яму, а формы обеих ям изменяются. Что получится в конечном итоге, зависит от относительной скорости продольного сближения v и от “прицельного параметра” – радиуса R , если говорить о строго винтовых орбитах солитонов в осесимметричном потенциале. Таким образом, даже в самом минимальном “наборе” имеем четыре “входных” параметра: N_1 , N_2 , v и R . На то, чтобы “пройти” по четырехмерной параметрической области достаточно подробно, понадобится значительное компьютерное время. Пока что более-менее систематически были промоделированы только столкновения с $N_1 = N_2 = 5.7$ (нелинейность уже не слабая, но солитон еще устойчив; начальные значения $a^2 = b^2 = 0.9$, $c^2 = 5.0$ близки к равновесным). Параметр $v = \{0.1, 0.2, 0.3\}$, а радиус R брался от 0.0 до 1.4 с шагом 0.2. Некоторые характерные результаты представлены на рис. 2–4. Так, на рисунке 2 показаны последовательные стадии лобового столкновения двух противоположно поляризо-

ванных по кругу солитонов, в результате которого образовались две бинарные световые пули. На рисунке 3 представлен случай $R = 1.2$, $v = 0.1$, когда касательное столкновение привело к “слипанию” двух солитонов в более сложную вращающуюся неосесимметричную структуру. Наконец, рисунок 4 (где $R = 1.0$, $v = 0.1$) демонстрирует столкновение с почти полным отражением, при котором каждый солитон поменял направление своего движения на обратное, получив при этом лишь малую порцию другой компоненты. Этот пример отличается от представленного на рис. 2; там каждый солитон в основном продолжил свое движение в прежнем направлении. Надо еще сказать, что в некоторых случаях после столкновения получались солитоны с примерно равными долями обеих компонент (например, при $R = 0.4$, $v = 0.1$, не показано).

Довольно часто, особенно после вторичных столкновений вблизи границы вычислительной области, происходил волновой коллапс (например,

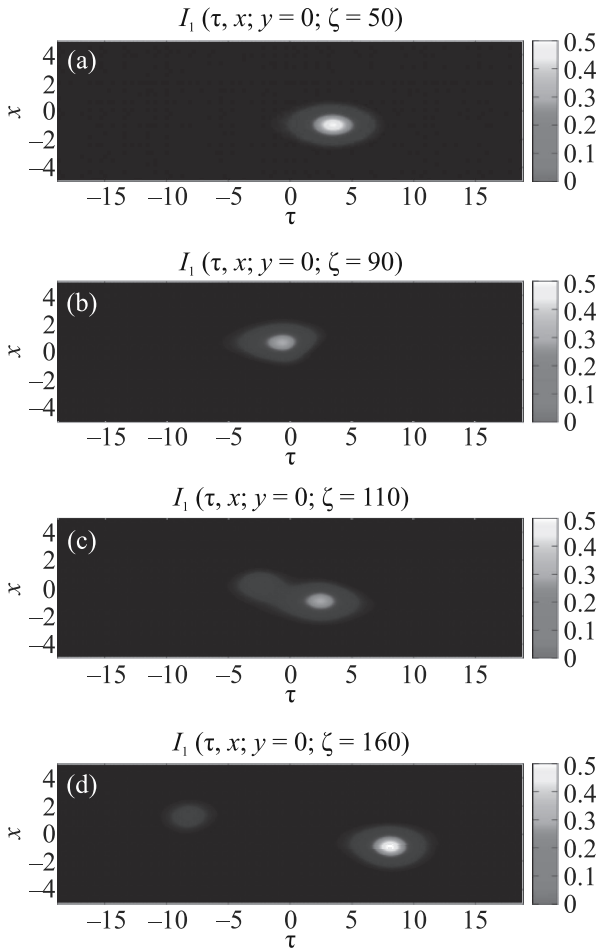


Рис. 4. (Цветной онлайн) Касательное столкновение при $R = 1.0$, $v = 0.1$, в результате которого образовались два бинарных солитона. Показана интенсивность $I_1(\tau, x)$ в плоскости $y = 0$ на нескольких дистанциях распространения. В этой же плоскости $I_2(\tau, x) = I_1(-\tau, -x)$ по симметрии начальных условий. До и после столкновения световые пучи движутся по винтовым линиям; поэтому были выбраны такие значения координаты ζ , при которых центры солитонов близки к пересечению плоскости $y = 0$

при $R = 0.2$, $v = 0.1$, не показано). Были проведены еще несколько численных экспериментов с “тяжелыми” солитонами при $N_1 = N_2 = 8.0$. У таких солитонов запас устойчивости невелик, и поэтому столкновения приводили к коллапсу практически во всех случаях, за исключением достаточно больших $R \gtrsim 1.4$. Мы здесь не будем останавливаться на обсуждении этого явления.

Во всех представленных примерах скорость сближения была малой, и поэтому процессы столкновения получались довольно затянутыми и сильно неупругими. Если столкнуть две быстрых световых пучей, то их взаимодействие будет квази-упругим.

Для сравнения были также промоделированы столкновения между одинаково поляризованными по кругу солитонами. И в каждом случае наблюдались качественные различия с приведенными выше примерами, причем развитие событий сильно зависело от начальной разности фаз между однокомпонентными солитонами. Например, при лобовом столкновении, подобном представленному на рис. 2, при нулевой разности фаз немедленно происходил коллапс, в противофазе солитоны отталкивались, не приходя в тесное сближение, а при разности фаз $\pi/2$ “световая жидкость” перетекала от одного солитона к другому (эти результаты не показаны). Взаимодействие же между противоположными круговыми поляризациями от фазы вообще не зависит.

Закключение. Таким образом, в этой работе впервые учтено взаимодействие между двумя поляризациями света при теоретическом рассмотрении трехмерных солитонов в многомодовых градиентных волноводах с керровской нелинейностью. Показана возможность существования двухкомпонентных световых пучей. При численном моделировании столкновений между противоположно поляризованными по кругу световыми пучьями наблюдается интересная и разнообразная нелинейная динамика, кардинально отличная от столкновений между одинаково поляризованными солитонами. Богатству и сложности возможных сценариев развития событий при рассеянии солитонов способствует большее число внутренних степеней свободы, которые возбуждаются в двухкомпонентной системе и взаимодействуют с трансляционным движением (аналогично одномерному случаю [24–26]). Пока что сделаны лишь несколько первых шагов на пути исследования подобных бинарных структур. Несомненно, данное направление имеет широкие перспективы, в том числе экспериментальные, так как однокомпонентные солитоны в рассматриваемых системах уже реализованы в лаборатории [5].

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках госзадания по теме FFWR-2024-0013.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

1. Y. Silberberg, *Opt. Lett.* **15**, 1282 (1990).
2. S.-S. Yu, C.-H. Chien, Y. Lai, and J. Wang, *Opt. Commun.* **119**, 167 (1995).
3. S. Raghavan and G. P. Agrawal, *Opt. Commun.* **180**, 377 (2000).
4. B. A. Malomed, D. Mihalache, F. Wise, and L. Torner, *J. Opt. B* **7**, R53 (2005).

5. W.H. Renninger and F.W. Wise, *Nat. Commun.* **4**, 1719 (2013).
6. F. Eilenberger, K. Prater, S. Minardi, R. Geiss, U. Röpke, J. Kobelke, K. Schuster, H. Bartelt, S. Nolte, A. Tünnermann, and T. Pertsch, *Phys. Rev. X* **3**, 041031 (2013).
7. B. A. Malomed, *Multidimensional Solitons*, AIP Publishing (online), Melville, N. Y. (2022); <https://doi.org/10.1063/9780735425118>.
8. O. V. Shtyrina, M. P. Fedoruk, Y. S. Kivshar, and S. K. Turitsyn, *Phys. Rev. A* **97**, 013841 (2018).
9. P. Parra-Rivas, Y. Sun, and S. Wabnitz, *Opt. Commun.* **546**, 129749 (2023).
10. L. Berge, *Phys. Rep.* **303**, 259 (1998).
11. В. Е. Захаров, Е. А. Кузнецов, *Успехи физических наук* **182**, 569 (2012).
12. D. E. Edmundson and R. H. Enns, *Phys. Rev. A* **51**, 2491 (1995).
13. V. Skarka, V. I. Berezhiani, and R. Miklaszewski, *Phys. Rev. E* **56**, 1080 (1997).
14. D. Mihalache, D. Mazilu, L.-C. Crasovan, B. A. Malomed, and F. Lederer, *Phys. Rev. E* **61**, 7142 (2000).
15. D. Mihalache, D. Mazilu, I. Towers, B. A. Malomed, and F. Lederer, *Phys. Rev. E* **67**, 056608 (2003).
16. D. Mihalache, D. Mazilu, F. Lederer, B. A. Malomed, Y. V. Kartashov, L.-C. Crasovan, and L. Torner, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 023902 (2005).
17. A. B. Aceves, O. V. Shtyrina, A. M. Rubenchik, M. P. Fedoruk, and S. K. Turitsyn, *Phys. Rev. A* **91**, 033810 (2015).
18. S. K. Adhikari, *Phys. Rev. E* **94**, 032217 (2016).
19. А. А. Балакин, В. А. Миронов, С. А. Скобелев, *ЖЭТФ* **151**, 59 (2017).
20. C. Milian, Y. V. Kartashov, and L. Torner, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 133902 (2019).
21. Т. Майтееварунуоо, В. А. Маломед, and D. V. Skryabin, *J. Opt.* **23**, 015501 (2021).
22. Е. Д. Залозная, А. Е. Дормидонов, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, В. П. Кандидов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 817 (2021).
23. А. Л. Берхоер, В. Е. Захаров, *ЖЭТФ* **58**, 903 (1970).
24. Y. Tan and J. Yang, *Phys. Rev. E* **64**, 056616 (2001).
25. R. H. Goodman and R. Haberman, *Phys. Rev. E* **71**, 056605 (2005).
26. R. H. Goodman and R. Haberman, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 104103 (2007).
27. В. П. Рубан, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 292 (2023).
28. J. J. Garcia-Ripoll, V. M. Perez-Garcia, and V. Vekslerchik, *Phys. Rev. E* **64**, 056602 (2001).
29. V. M. Perez-Garcia, H. Michinel, J. I. Cirac, M. Lewenstein, and P. Zoller, *Phys. Rev. A* **56**, 1424 (1997).
30. J. J. Garcia-Ripoll, V. M. Perez-Garcia, and P. Torres, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1715 (1999).
31. C. Mas Arabi, A. Kudlinski, A. Mussot, and M. Conforti, *Phys. Rev. A* **97**, 023803 (2018).