

Фотовольтаический эффект Холла в двумерных флуктуирующих сверхпроводниках

М. В. Боев, В. М. Ковалев¹⁾

Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 9 августа 2024 г.

После переработки 28 августа 2024 г.

Принята к публикации 1 сентября 2024 г.

В работе обсуждается возможность существования фотовольтаического эффекта Холла – поперечного отклика двумерной системы со встроенным в плоскости системы постоянным тянущим электрическим полем – на внешнее циркулярно-поляризованное излучение вблизи точки фазового перехода системы в сверхпроводящее состояние со стороны нормальной фазы, $T > T_c$. Показано, что фотовольтаический эффект Холла может быть обусловлен сверхпроводящими флуктуациями в режиме, когда вклад в эффект нормальных электронов отсутствует.

DOI: 10.31857/S0370274X24100067, EDN: EZVBQA

1. Введение. Изучение стационарных токов носителей заряда в современных двумерных системах, индуцированных внешним высокочастотным полем, является активным направлением исследований в настоящее время [1]. В зависимости от симметрии двумерной системы, могут наблюдаться фотогальванические и фотовольтаические эффекты [2–13], эффекты фотонного увлечения носителей [14–16] и ряд других. В основе микроскопического описания таких явлений лежат симметричные свойства: отсутствие пространственной инверсии кристаллической решетки или самой структуры приводит к особенностям электрон-фотонного, электрон-фононного и электрон-электронного взаимодействий в самых различных системах [1–20]. Следует отметить, что указанные фотоиндуцированные транспортные эффекты изучаются как в полупроводниковых [2–16], так и в сверхпроводящих системах [21–26]. В случае изотропных (в плоскости) двумерных систем, указанные эффекты могут иметь место если пространственная инверсия нарушена встроенным стационарным тянущим электрическим полем $\mathbf{F}$, лежащим в плоскости двумерной системы. Среди большого разнообразия фотоиндуцированных транспортных эффектов особый интерес вызывает фотовольтаический эффект Холла (ФЭХ), заключающийся в появлении в поперечном к $\mathbf{F}$ направлении фотоиндуцированного тока. В случае внешнего циркулярно-поляризованного излучения, падающего по нормали к плоскости дву-

мерной системы, плотность стационарного тока ФЭХ может быть записана в виде (рис. 1)

$$\mathbf{j} = i\gamma[\mathbf{F} \times [\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*]], \quad (1)$$

где $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} \exp(-i\omega t) + \mathbf{E}^* \exp(i\omega t)$ – электрическое поле внешнего циркулярно-поляризованного излучения в плоскости двумерной системы, γ – частотно-зависящий коэффициент, величина которого определяется конкретным микроскопическим механизмом эффекта. В случае сверхпроводящих систем, аналогом встроенного поля $\mathbf{F}$ является встроенный в систему сверхток. Теория ФЭХ недавно была разрабо-

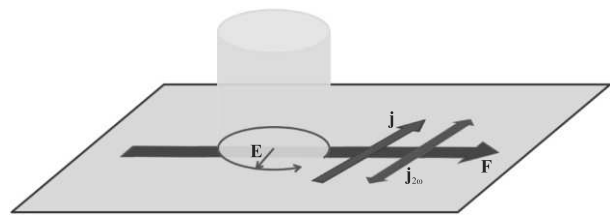


Рис. 1. (Цветной онлайн) Стационарный ($\mathbf{j}$) и переменный ($\mathbf{j}_{2\omega}$) фотовольтаический эффект Холла как отклик на циркулярное-поляризованное внешнее излучение

тана применительно к полупроводниковым двумерным системам с линейным и квадратичным спектром носителей заряда [27]. Одним из ключевых выводов разработанной теории является факт отсутствия циркулярного ФЭХ в случае, когда время релаксации импульса частицы не зависит от энергии частицы. Такая ситуация возникает для двумерных систем

¹⁾e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

с параболическим спектром носителей заряда: время релаксации импульса, описывающее процессы рассеяния носителей на короткодействующих примесных центрах, не зависит от их энергии (в случае линейной дисперсии двумерных носителей заряда, время релаксации импульса зависит от энергии даже в случае короткодействующих примесей). Применительно к сверхпроводящим системам, теория ФЭХ, описываемого выражением (1), была построена в работе [28]. Было показано, что ниже критической температуры, $T < T_c$, эффект имеет место вследствие того, что плотность состояний вблизи уровня Ферми сильно перестраивается при спаривании электронов, приводя к специфической зависимости времени релаксации импульса квазичастиц сверхпроводника от их энергии даже в случае параболической дисперсии и короткодействующих рассеивающих центров. В точке фазового перехода $T = T_c$ плотность тока ФЭХ обращается в ноль, что согласуется с теорией ФЭХ для нормальных электронов в работе [27].

Цель настоящего сообщения заключается в том, чтобы теоретически показать возможность существования циркулярного ФЭХ выше T_c для системы нормальных электронов с независимым от энергии временем релаксации импульса. Если двумерная система может испытывать фазовый переход в сверхпроводящее состояние, то ФЭХ, описываемый выражением (1), может быть обусловлен наличием флуктуирующих куперовских пар вблизи T_c при $T > T_c$, даже если вклад нормальных электронов отсутствует. Следует отметить, что, в отличие от парапроводимости, когда сверхпроводящие флуктуации дают лишь поправку к друдевской проводимости [29], в случае ФЭХ сверхпроводящие флуктуации могут давать вклад в основной эффект на фоне нулевого вклада нормальных электронов.

Еще одним родственным эффектом, представляющим интерес в современной литературе, является переменный ФЭХ (*ac* Hall effect), когда поперечный к $\mathbf{F}$ (в случае сверхпроводников – поперечный к встроенному стационарному сверхтоку) фотоиндуцированный ток осциллирует на удвоенной частоте внешнего излучения – явление, фактически представляющее собой эффект генерации второй гармоники [1, 30–32]. В настоящем сообщении будет также изучен и переменный ФЭХ, обусловленный сверхпроводящими флуктуациями.

Теоретическое описание вклада сверхпроводящих флуктуаций в транспортные свойства сверхпроводников основывается либо на использовании временных уравнений Гинзбурга–Ландау, либо на использовании методов диаграммной техники [29]. В насто-

ящем кратком сообщении мы воспользуемся иным подходом, предложенным Асламазовым и Ларкиным, и базирующемся на использовании кинетического уравнения, аналогичному уравнению Больцмана для нормальных электронов [29, 33]. Благодаря простоте такого подхода, он часто используется для описания высокочастотных откликов сверхпроводящих флуктуаций [21, 34–37].

2. Флуктуационный ФЭХ. Согласно подходу Асламазова и Ларкина, вклад флуктуаций определяется решением уравнения Больцмана для функции распределения флуктуаций

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{f - f_0}{\tau_p} + 2e(\mathbf{F} + \mathbf{E}(t)) \cdot \nabla_p f = 0. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*e^{i\omega t}$ – вектор напряженности электромагнитной волны, падающей нормально на двумерную систему и оказывающей силовое воздействие на сверхпроводящие куперовские пары, несущие заряд $2e$. Равновесное состояние сверхпроводящих флуктуаций описывается функцией распределения Релея–Джинса, $f_0 = T/(\varepsilon_p + \mu)$, где $\mu = \alpha T_c \epsilon$, $\epsilon = (T - T_c)/T_c$ – приведенная температура, $\varepsilon_p = p^2/4m$. Отметим, что здесь и далее температура в энергетических единицах и $\hbar = 1$. Параметр α уравнения Гинзбурга–Ландау выражается через длину когерентности ξ посредством соотношения $4m\alpha T_c \xi^2 = 1$, где

$$\xi^2 = \frac{v_F^2 \tau^2}{2} \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi T \tau}\right) + \frac{\psi'(1/2)}{4\pi T \tau} \right] \quad (3)$$

и $\psi(x)$ – дигамма-функция. Эффективное время жизни куперовских пар, как и их равновесная функция распределения, выражается через кинетическую энергию центра масс куперовской пары $\varepsilon_p + \mu$ как $\tau_p = \pi\alpha/(16(\varepsilon_p + \mu))$. Данное обстоятельство является ключевым для флуктуационного механизма ФЭХ, обсуждаемого в настоящей работе: даже если время релаксации импульса τ нормальных электронов не зависит от их энергии, время жизни флуктуирующих куперовских пар τ_p , определяющих ток ФЭХ, зависит от кинетической энергии пары.

В выражение (3) входит фермиевская скорость нормальных электронов, v_F , и время релаксации импульса нормальных электронов на примесях $\tau = \text{const}$. Для нахождения стационарного тока, ищем решение уравнения (2) итерациями по сумме полей $\mathbf{F} + \mathbf{E}(t)$. В результате, в первом порядке поправка

к функции распределения содержит стационарный и переменный вклады, $f_1 = \bar{f}_1 + \tilde{f}_1(t)$, где

$$\bar{f}_1 = -(2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0, \quad (4)$$

$$\tilde{f}_1(t) = -(2e)\left[\tau_{\omega}e^{-i\omega t}(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0 + \tau_{\omega}^*e^{i\omega t}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0\right],$$

и $\tau_{\omega} = \tau_{\mathbf{p}}(1 - i\omega\tau_{\mathbf{p}})^{-1}$. Во втором порядке $f_2 = \bar{f}_2 + \tilde{f}_2e^{-i\omega t} + \tilde{f}_2^*e^{i\omega t}$ (поправки на удвоенной частоте не дают вклад в стационарный ток)

$$\bar{f}_2 = (2e)^2\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\omega}^*(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] + \quad (5)$$

$$+ (2e)^2\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\omega}(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0],$$

$$\tilde{f}_2 = (2e)^2\tau_{\omega}(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\omega}(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] +$$

$$+ (2e)^2\tau_{\omega}(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0],$$

$$\tilde{f}_2^* = (2e)^2\tau_{\omega}^*(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\omega}^*(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] +$$

$$+ (2e)^2\tau_{\omega}^*(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0].$$

Полный ток, обусловленный сверхпроводящими флуктуациями, определяется стационарной поправкой третьего порядка

$$\mathbf{j} = (2e) \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \bar{f}_3, \quad (6)$$

$$\bar{f}_3 = -(2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\bar{f}_2$$

$$-(2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\tilde{f}_2^* - (2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\tilde{f}_2.$$

Это выражение может быть преобразовано к виду, более удобному для дальнейших вычислений. Интегрируя один раз по частям, плотность тока может быть выражена через поправки второго порядка к функции распределения

$$\mathbf{j} = (2e)^2 \sum_{\mathbf{p}} \left[\bar{f}_2(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) + \tilde{f}_2(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) + \right. \quad (7)$$

$$\left. + \tilde{f}_2^*(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \right] (\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}).$$

Первый член здесь не дает вклада в циркулярный ток. Подставляя во второе и третье слагаемые в (7) выражения (5) и интегрируя еще раз по частям, получаем для тока общее выражение следующего вида

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = & -(2e)^4 \sum_{\mathbf{p}} \tau_{\omega} [(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] (\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\tau_{\omega}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}) \\ & -(2e)^4 \sum_{\mathbf{p}} \tau_{\mathbf{p}} [(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\tau_{\omega}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}) \\ & -(2e)^4 \sum_{\mathbf{p}} \tau_{\omega}^* [(\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] (\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\tau_{\omega}^*(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}) \\ & -(2e)^4 \sum_{\mathbf{p}} \tau_{\mathbf{p}} [(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})f_0] (\mathbf{E}^* \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\tau_{\omega}^*(\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}). \end{aligned} \quad (8)$$

Выбирая направление постоянного поля вдоль оси x , $\mathbf{F} = (F_x, 0)$, можно убедиться, что в случае циркулярно-поляризованного излучения второе и четвертое слагаемые в (8) не дают вклада в выражение (1). Анализ оставшихся слагаемых в случае циркулярно-поляризованного излучения приводит к следующему выражению для плотности тока

$$j_y = -\frac{(2e)^4}{(2m)^2} \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} [\tau_{\omega}(\tau_{\omega})' - \tau_{\omega}^*(\tau_{\omega}^*)'] \varepsilon_{\mathbf{p}} \tau_{\mathbf{p}} f_0' \times (E_x E_y^* - E_x^* E_y) F_x, \quad (9)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/4m = m\mathbf{v}_{\mathbf{p}}^2$ и штрих означает взятие производной по энергии $\varepsilon_{\mathbf{p}}$. Сравнение выражения (9) с (1) дает для коэффициента γ выражение (восстанавливаем $\hbar$ для размерности)

$$\gamma = \frac{2(2e)^4}{(2m)^2} \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \left(\frac{\omega\tau_{\mathbf{p}}^3}{(1 + \omega^2\tau_{\mathbf{p}}^2)^2} \right)' \varepsilon_{\mathbf{p}} \tau_{\mathbf{p}} f_0'. \quad (10)$$

Интеграл в этом выражения удобно переписать в безразмерном виде

$$\gamma = \frac{(2e)^4}{2\pi} \left(\frac{\pi\alpha}{16} \right)^3 \left(\frac{T_c\hbar}{2m\mu^4} \right) \int_0^{\infty} \frac{2a_{\omega}(1-2x)dx}{(1+x)^3[a_{\omega}^2 + (1+x)^2]^2}, \quad (11)$$

где $a_{\omega} = \pi\alpha\hbar\omega/16\mu$. Теперь в (11) удобно рассмотреть предельные случаи. В области низких частот, $a_{\omega} \ll 1$, легко находим

$$\gamma = \frac{(2e)^4}{20\pi} \left(\frac{\pi\alpha}{16} \right)^3 \left(\frac{T_c\hbar}{m\mu^4} \right) a_{\omega} \sim \frac{\omega}{(T - T_c)^5}, \quad (12)$$

а в области высоких частот, $a_{\omega} \gg 1$, получаем

$$\gamma = -\frac{(2e)^4}{2\pi} \left(\frac{\pi\alpha}{16} \right)^3 \left(\frac{T_c\hbar}{m\mu^4} \right) \frac{1}{2a_{\omega}^3} \sim \frac{-1}{\omega(T - T_c)}. \quad (13)$$

Интеграл в (11) можно вычислить в общем случае, но финальное аналитическое выражение достаточно громоздко, поэтому соответствующее поведение $\gamma(\omega)$ удобнее представить в виде графика, рис. 2. Отметим высокую степень сингулярности по приведенной температуре в (12) и смену знака тока с ростом частоты.

3. Флуктуационный ас ФЭХ. В настоящем разделе рассмотрим переменный ФЭХ, представляющий собой переменный поперечный к $\mathbf{F}$ ток на удвоенной частоте падающего циркулярно-поляризованного излучения, $\mathbf{j}(t) = \mathbf{j}^{(2\omega)} \exp(-2i\omega t) + \mathbf{j}^{(2\omega)*} \exp(2i\omega t)$. Общее феноменологическое выражение для переменного ФЭХ имеет вид

$$\mathbf{j}(t) = \{\alpha\mathbf{F}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) + \beta\mathbf{E}(\mathbf{F} \cdot \mathbf{E})\} e^{-2i\omega t} + \text{c.c.} \quad (14)$$

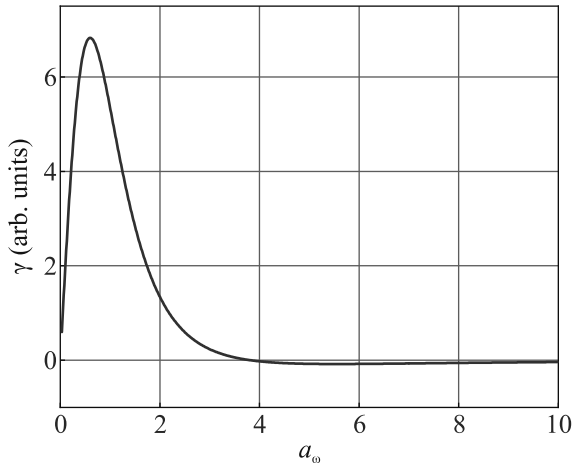


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость плотности тока ФЭХ от параметра a_ω

Для расчета эффекта генерации второй гармоники, определяемого переменным током, требуются поправки второго и третьего порядка к функции распределения на удвоенной частоте внешнего излучения. Стандартным образом, изложенным в предыдущей секции, находим

$$\begin{aligned}\tilde{f}_2^{(2\omega)} &= (2e)^2 \tau_{2\omega} (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \tau_\omega (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) f_0, \\ \tilde{f}_3^{(2\omega)} &= -(2e) \tau_{2\omega} (\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \tilde{f}_2^{(2\omega)} - (2e) \tau_{2\omega} (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \tilde{f}_2,\end{aligned}\quad (15)$$

и для амплитуды тока получаем выражение

$$\begin{aligned}\mathbf{j}^{(2\omega)} &= (2e) \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \tilde{f}_3^{(2\omega)} = \\ &= (2e)^2 \sum_{\mathbf{p}} \left[\tilde{f}_2^{(2\omega)} (\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) + \tilde{f}_2 (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \right] (\mathbf{v} \tau_{2\omega}).\end{aligned}\quad (16)$$

После подстановки (15) в (16) и интегрирования по частям, амплитуда тока принимает вид

$$\begin{aligned}\mathbf{j}^{(2\omega)} &= -(2e)^4 \sum_{\mathbf{p}} [\tau_{\mathbf{p}} (\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) f_0] (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \tau_\omega (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) (\mathbf{v} \tau_{2\omega}) \\ &\quad - (2e)^4 \sum_{\mathbf{p}} [\tau_\omega (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) f_0] \left[(\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \tau_\omega (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) + \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \tau_{2\omega} (\mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}) \right] (\mathbf{v} \tau_{2\omega}).\end{aligned}\quad (17)$$

Это выражение применимо при любой поляризации излучения. В случае циркулярно-поляризованного излучения анализ (17) приводит к следующему выражению для амплитуды холловской компоненты переменного тока

$$\begin{aligned}j_y^{(2\omega)} &= -\frac{(2e)^4}{(2m)^2} E_y (\mathbf{F} \cdot \mathbf{E}) \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} f'_0 \varepsilon_{\mathbf{p}} \\ &\quad \left[(\tau_{\mathbf{p}} + \tau_\omega) [\tau_\omega \tau'_{2\omega} + (\tau_\omega \tau_{2\omega})' + \varepsilon_{\mathbf{p}} (\tau_\omega \tau'_{2\omega})'] + \right. \\ &\quad \left. + \tau_\omega [2\tau_{2\omega} \tau'_{2\omega} + \varepsilon_{\mathbf{p}} (\tau_{2\omega} \tau'_{2\omega})'] \right],\end{aligned}\quad (18)$$

где $\tau_{2\omega} = \tau_{\mathbf{p}} (1 - 2i\omega \tau_{\mathbf{p}})^{-1}$. Величина амплитуды тока (18) является комплекснозначной величиной. Сравнивая это выражение с (14) находим соответствующий коэффициент

$$\begin{aligned}\beta &= -\frac{(2e)^4}{2\pi 2m} \int_0^\infty d\varepsilon f'_0 \left\{ \varepsilon (\tau_\varepsilon + \tau_\omega) [\tau_\omega (\varepsilon \tau_{2\omega})']' \right. \\ &\quad \left. + \frac{\tau_\omega}{2} [\varepsilon^2 (\tau_{2\omega}^2)']' \right\}.\end{aligned}\quad (19)$$

Зависимости величин $\text{Re} \beta$ и $\text{Im} \beta$ от частоты циркулярно-поляризованного излучения представлены на рис. 3.

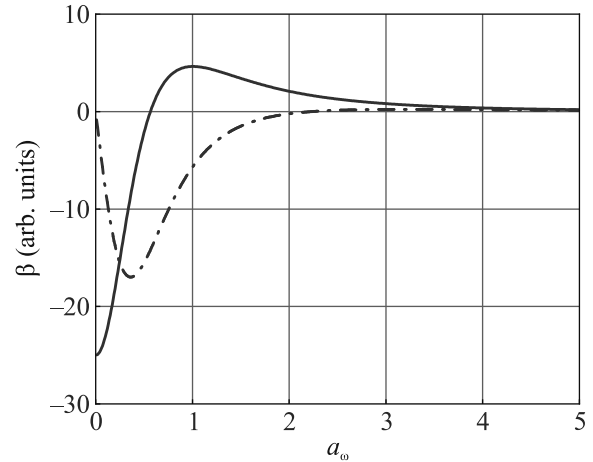


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости $\text{Re} \beta$ и $\text{Im} \beta$ от частоты циркулярно-поляризованного внешнего излучения (сплошная и штрихпунктирная кривые соответственно)

Закключение. В настоящем сообщении было показано, что фотовольтаический эффект Холла, индуцированный циркулярно-поляризованным излучением, может иметь место в двумерных системах даже в режиме, когда вклад нормальных электронов отсутствует. В этом случае ФЭХ может быть обусловлен сверхпроводящими флуктуациями вблизи точки перехода двумерной системы в сверхпроводящее состояние.

Авторы благодарят О. В. Кибиса за обсуждение результатов и полезные замечания.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект #FSUN-2023-0006) и Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. M. M. Glazov and S. D. Ganichev, *Phys. Rep.* **535**, 101 (2014).
2. V. I. Belinicher and B. I. Sturman, *Sov. Phys.-Uspekhi* **23**, 199 (1980).
3. E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, *Problemy Sovremennoi Fiziki*, Nauka, Leningrad (1980).
4. S. D. Ganichev and W. Prettl, *Intense Terahertz Excitation of Semiconductors*, Oxford University Press, Oxford (2006).
5. L. E. Golub, S. A. Tarasenko, M. V. Entin, and L. I. Magarill, *Phys. Rev. B* **84**, 195408 (2011).
6. M. V. Entin, L. I. Magarill and V. M. Kovalev, *J. Phys.: Condens. Matter* **31**, 325302 (2019).
7. E. Deyo, L. E. Golub, E. L. Ivchenko, and B. Spivak, *arXiv:0904.1917* (2009).
8. N. V. Leppenen and L. E. Golub, *Phys. Rev. B* **107**, L161403 (2023).
9. L. E. Golub and M. M. Phys. *Rev. B* **106**, 205205 (2022).
10. L. E. Golub, E. L. Ivchenko, and B. Spivak, *Phys. Rev. B* **102**, 085202 (2020).
11. M. V. Entin and V. M. Kovalev, *Phys. Rev. B* **104**, 075424 (2021).
12. A. V. Snegirev, V. M. Kovalev, and M. V. Entin, *Phys. Rev. B* **107**, 085415 (2023).
13. A. V. Snegirev, V. M. Kovalev, and M. V. Entin, *Phys. Rev. B* **109**, 085422 (2024).
14. J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **105**, 227402 (2010).
15. M. V. Entin, L. I. Magarill, and D. L. Shepelyansky, *Phys. Rev. B* **81**, 165441 (2010).
16. P. A. Obratsov, N. Kanda, K. Konishi, M. Kuwata-Gonokami, S. V. Garnov, A. N. Obratsov, and Y. P. Svirko, *Phys. Rev. B* **90**, 241416(R) (2014).
17. O. V. Kibis, *Phys. Lett. A* **166**, 393 (1992).
18. O. V. Kibis, *JETP* **88**, 527 (1999).
19. O. V. Kibis, *Phys. Solid State* **43**, 2336 (2001).
20. O. V. Kibis, *Physica E* **12**, 741 (2002).
21. V. M. Kovalev, K. Sonowal, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **103**, 024513 (2021).
22. A. V. Parafilo, M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **106**, 144502 (2022).
23. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, *Appl. Phys. Lett.* **124**, 252601 (2024).
24. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. B* **109**, L220503 (2024).
25. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. Lett.* **132**, 096001 (2024).
26. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, I. D. Tokman, V. Vadimov, B. Lounis, and A. I. Buzdin, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 137002 (2021).
27. M. V. Durnev, *Phys. Rev. B* **104**, 085306 (2021).
28. A. V. Parafilo, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **108**, L180509 (2023).
29. A. I. Larkin and A. A. Varlamov, *Theory of Fluctuations in Superconductors*, Oxford University Press, Oxford (2005).
30. L. E. Golub and S. A. Tarasenko, *Phys. Rev. B* **90**, 201402(R) (2014).
31. M. V. Boev and V. M. Kovalev, *JETP Lett.* **116**, 173 (2022).
32. K. Sonowal, A. V. Parafilo, M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *2D Materials* **10**, 045004 (2023).
33. L. G. Aslamazov and A. I. Larkin, in *Proceedings of the First European conference on condensed matter, European Physical Society*, Geneva, Switzerland (1971).
34. T. Mishonov and D. Damianov, *Czech. J. Phys.* **46**, 631 (1996).
35. D. Damianov and T. Mishonov, *Superlat. Microstr.* **21**, 467 (1997).
36. T. M. Mishonov, A. I. Posazhennikova, and J. O. Indekeu, *Phys. Rev. B* **65**, 064519 (2002).
37. T. M. Mishonov, G. V. Pachov, I. N. Genchev, L. A. Atanasova, and D. Ch. Damianov, *Phys. Rev. B* **68**, 054525 (2003).