

Матрица корреляций градиентов фазы световой волны как способ измерения основных параметров турбулентности

В. А. Богачев⁺, И. В. Колоколов^{*×1)}, В. В. Лебедев^{*×}, Ф. А. Стариков^{+°}

⁺Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188 Саров, Россия

^{*}Институт теоретической физики имени Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

[×]Научно-исследовательский университет Высшая школа экономики, 101000 Москва, Россия

[°]Саровский физико-технический институт – филиал Научно-исследовательского ядерного университета
Московский инженерно-физический институт, 607186 Саров, Россия

Поступила в редакцию 30 августа 2024 г.

После переработки 11 сентября 2024 г.

Принята к публикации 14 сентября 2024 г.

Дифракция световой волны на флуктуациях показателя преломления в турбулентной среде приводит к ее искажениям. Их анализ позволяет извлечь основные параметры турбулентности. В настоящей работе мы предлагаем новый метод, основанный на измерениях корреляционной функции градиентов фазы световой волны, который позволяет независимо находить параметр Фрида r_0 и затем внешний масштаб турбулентности L_0 . Метод успешно протестирован на данных измерений, полученных при прохождении лазерного излучения через газовую среду с искусственно созданной турбулентностью.

DOI: 10.31857/S0370274X24100174, EDN: HNWVWF

Световая волна, распространяющаяся в турбулентной атмосфере, испытывает дифракцию на флуктуациях показателя преломления, которые обусловлены хаотическими турбулентными пульсациями. Физические эффекты, связанные с этой случайной дифракцией, интенсивно изучались во второй половине XX в. Итоги этих исследований подведены в ряде монографий [1–6], где можно найти основные полученные результаты.

Проблема измерения параметров атмосферной турбулентности в астрономических наблюдениях имеет давнюю и отнюдь не завершенную историю. Одной из основных характеристик системы является внешний масштаб L_0 [7], на котором происходит возбуждение движений газа. К сожалению, эта величина не может быть непосредственно извлечена из данных оптических измерений. Первым шагом в их обработке является определение параметра (радиуса) Фрида r_0 [8], представляющего собой длину, на которой нарушается когерентность фазы падающей на измерительный прибор электромагнитной волны. Извлечение же внешнего масштаба турбулентности является следующим шагом, требующим измерений деталей корреляционной функции фазы.

Существует несколько способов оценки параметра Фрида. Прямым методом является измерение дис-

персии изображения звезды [9]. Этот метод осложняется неизбежным дрожанием как фотоприемного устройства, так и зеркала телескопа, что вызывает появление паразитного общего (глобального) наклона волнового фронта. Преодолеть эту проблему позволяет так называемая DIMM-методика (Differential Image Motion Monitor) [10, 11], основанная на определении дисперсии разности локальных градиентов фазы в двух субапертурах. Эта методика требует привлечения информации об оптической системе и не позволяет выделить глобальный наклон волнового фронта, обусловленный крупномасштабными турбулентными флуктуациями.

В принципе радиус Фрида r_0 и внешний масштаб турбулентности L_0 можно определить по размеру длинноэкспозиционного изображения звезды на двух длинах волн [12]. Однако сделать это непросто в традиционных условиях слабого сигнала, да и дрожание аппаратуры существенно влияет на размер изображения. Оценка последнего эффекта является отдельной нетривиальной задачей. В настоящей работе мы предлагаем способ измерения параметра Фрида, не чувствительный к указанным проблемам.

Мы изучаем распространение монохроматической световой волны в турбулентной среде. Такую волну можно возбудить при помощи лазерного источника. Все характерные масштабы задачи (размер волнового пучка, длина его распространения) пред-

¹⁾e-mail: igor.kolokolov@gmail.com

полагаются значительно превышающими длину волны света λ , так что применимо описание волны в терминах комплексной огибающей Ψ . Величина $|\Psi|^2$ дает интенсивность волны, а фаза Ψ определяет конфигурацию волнового фронта.

Из-за большого значения скорости света можно считать, что состояние среды не меняется за время распространения волны, и использовать стационарное приближение для описания ее огибающей, т.е. считать Ψ функцией координаты z в направлении распространения волны и двумерного радиус-вектора $\mathbf{r} = (x, y)$ в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. В принятом приближении огибающая Ψ адиабатически подстраивается под текущее состояние среды, которое хаотически меняется со временем.

Мы считаем интенсивность электромагнитной волны достаточно малой для того, чтобы нелинейные эффекты были несущественными. Тогда уравнение для огибающей $\Psi(\mathbf{r}, z)$ линейно и имеет параболический вид:

$$i\partial_z \Psi + \frac{1}{2k_0}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\Psi + k_0 n_1 \Psi = 0, \quad (1)$$

где k_0 – волновой вектор, а n_1 – отклонение показателя преломления среды от своего равновесного значения. Поле n_1 является случайным и должно характеризоваться статистически.

Флуктуации коэффициента преломления n_1 вызываются турбулентными пульсациями и связаны с изменениями плотности среды. Вследствие этого статистика n_1 может быть пересчитана из статистики флуктуаций температуры. В соответствии с теорией Колмогорова–Обухова [13–15] для расстояний из инерционного интервала структурная функция показателя преломления может быть записана следующим образом:

$$\langle [n_1(x, y, z) - n_1(0, 0, 0)]^2 \rangle = C_n^2 (x^2 + y^2 + z^2)^{1/3}, \quad (2)$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по времени. Фактор C_n^2 в выражении (2) характеризует мощность флуктуаций показателя преломления среды, а степень $1/3$ отражает колмогоровский показатель спектра скорости турбулентной среды.

Для светового пучка, распространяющегося вдоль оси Z , флуктуации показателя преломления n_1 эффективно коротко коррелированы вдоль этой оси из-за большой скорости света. Поэтому зависимость от z в парной корреляционной функции n_1 можно аппроксимировать дельта-функцией:

$$\langle n_1(\mathbf{r}, z) n_1(\mathbf{0}, 0) \rangle \rightarrow \delta(z) C_n^2 \mathcal{A}(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Вообще говоря, фактор C_n^2 в выражении (3) является функцией координаты z . Например, фактор C_n^2 существенно меняется с высотой при вертикальном распространении луча в атмосфере.

Функция $\mathcal{A}$ в соотношении (3) может быть выражена через пространственный спектр скорости $\Phi(k)$:

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}) \propto \int d^2 k \Phi(k) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (4)$$

В качестве примера можно рассмотреть спектр фон Кармана $\Phi \propto (k^2 + \kappa^2)^{-11/6}$ [16], где κ имеет смысл обратного внешнего масштаба турбулентности. В этом случае интеграл (4) берется явно, он выражается через функцию Макдональда $K_{5/6}(\kappa r)$. Мы интересуемся случаем, когда расстояние r лежит в инерционном интервале масштабов. Тогда r много меньше внешнего масштаба турбулентности, т.е. $\kappa r \ll 1$. Удерживая главные члены разложения функции $K_{5/6}(\kappa r)$ по малому параметру κr , мы находим

$$\mathcal{A} \approx 0.7818 \kappa^{-5/3} - 1.4572 r^{5/3} + 1.1727 \kappa^{1/3} r^2. \quad (5)$$

При выводе (5) коэффициент пропорциональности в соотношении (4) был выбран в соответствии с выражением (2) для структурной функции флуктуаций показателя преломления.

В выражении (5) имеется вклад $\propto r^{5/3}$, обусловленный флуктуациями с $k \sim r^{-1}$. Остальные члены в выражении (5) обусловлены длинноволновыми флуктуациями с волновыми векторами $k \sim \kappa$. В случае произвольной турбулентности эти два члена сохраняют свою зависимость от $\mathbf{r}$, поскольку являются первыми членами разложения в ряд Тейлора по $\mathbf{r}$ длинноволновой части интеграла (4). Однако коэффициенты перед степенями $\mathbf{r}$ в общем случае не связаны между собой так, как в случае спектра фон Кармана. Мы будем использовать следующее выражение:

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}) = \text{const} - 1.4572 r^{5/3} + 1.1727 (2\pi/L_0)^{1/3} r^2, \quad (6)$$

где длина L_0 имеет смысл внешнего масштаба турбулентности. Для спектра фон Кармана $L_0 = 2\pi/\kappa$. Стоящая в выражении (6) константа имеет порядок $L_0^{5/3}$. Коэффициент при $r^{5/3}$ в выражении (6) такой же, как и в (5), он определяется видом структурной функции (2). Выражение (6) справедливо для инерционного интервала, когда $r \ll L_0$. В этом случае последний член в правой части (6) много меньше второго.

Следствием уравнения (1) на огибающую Ψ является уравнение на ее фазу φ

$$-\partial_z \varphi + \frac{1}{2k_0|\Psi|} \nabla^2 |\Psi| - \frac{1}{2k_0} (\nabla \varphi)^2 + k_0 n_1 = 0, \quad (7)$$

где $|\Psi|$ – абсолютное значение огибающей. Для широкого пучка членом с $|\Psi|$ в уравнении (7) можно пренебречь. Пренебрегая также членом с $(\nabla \varphi)^2$ в уравнении (7), мы приходим к уравнению, которое имеет следующее решение:

$$\varphi(\mathbf{r}, z) = k_0 \int^z d\zeta n_1(\mathbf{r}, \zeta). \quad (8)$$

Выражение (8) соответствует приближению тонкой атмосферы, или иначе, приближению слабых сцинтилляций.

Мы интересуемся статистикой фазы φ на приемнике. Тогда интеграл в выражении (8) берется вдоль траектории луча от источника до измерительной системы. Парная корреляционная функция фазы φ (8) выражается через параметр Фрида r_0 [8], который вводится в соответствии с определением

$$r_0^{-5/3} = 0.423 k_0^2 \int d\zeta C_n^2(\zeta), \quad (9)$$

используемым для нормального падения волны на вход измерительной системы. Параметр Фрида r_0 имеет смысл расстояния между точками, для которых дисперсия разности флуктуационной фазы порядка единицы. Как следствие соотношений (3), (6), (8), находим:

$$\langle \varphi(\mathbf{r}_1) \varphi(\mathbf{r}_2) \rangle = \text{const} - 3.44 (r/r_0)^{5/3} [1 - 1.485(r/L_0)^{1/3}], \quad (10)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

Установим условие применимости приближения тонкой атмосферы. Для этого следует оценить вклад в уравнение (7) отброшенного члена с $(\nabla \varphi)^2$. Как следует из выражения (10), разность фаз для точек, разделенных расстоянием r , становится порядка единицы при $r \sim r_0$. При этом градиент фазы оценивается как r_0^{-1} . Сравнивая $\partial_z \varphi$ и $k_0^{-1}(\nabla \varphi)^2$ и требуя, чтобы второй член был много меньше первого, мы находим неравенство:

$$k_0 r_0^2 \gg z. \quad (11)$$

В случае сильно стратифицированной среды в неравенстве (11) должна стоять эффективная толщина, на которой набирается интеграл (9). Неравенство (11) означает, что мала так называемая дисперсия Рытова. Условие широкого лазерного луча можно записать в виде $R \gg r_0$, где R – радиус пучка.

Далее мы изучаем статистику градиента фазы $\nabla \varphi$, который определяет локальный наклон волнового фронта $k_0^{-1} \nabla \varphi$. Вводим обозначение для корреляционной функции градиентов фазы:

$$Q_{\alpha\beta} = \langle \partial_\alpha \varphi(\mathbf{r}_1) \partial_\beta \varphi(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (12)$$

Греческие индексы в выражении (12) и ниже пробегают значения x, y . Функцию (12) можно найти дифференцируя выражение (10):

$$Q_{\alpha\beta} = \frac{3.44}{r_0^{5/3} r^{1/3}} \left(\frac{5}{3} \delta_{\alpha\beta} - \frac{5r_\alpha r_\beta}{9r^2} \right) - \frac{10.2}{r_0^{5/3} L_0^{1/3}} \delta_{\alpha\beta}, \quad (13)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

Недиагональная компонента корреляционной функции (13) равна

$$Q_{xy} = -\frac{1.91 xy}{r_0^{5/3} r^{7/3}}. \quad (14)$$

Она не зависит от внешнего масштаба турбулентности L_0 и определяется только параметром Фрида r_0 . Таким образом, измерения Q_{xy} могут служить для прямого определения этого параметра. Приведем также выражение для следа матрицы (13):

$$Q = (Q_{xx} + Q_{yy})/2 = \frac{1}{r_0^{5/3}} \left(\frac{4.78}{r^{1/3}} - \frac{10.2}{L_0^{1/3}} \right). \quad (15)$$

Заметим, что в принятом нами приближении Q зависит только от r .

Дрожание измерительной системы приводит к искажениям сигнала, которые эквивалентны глобальным наклонам волнового фронта с углами, случайно меняющимися со временем. В результате в корреляционной функции градиентов фазы (12) возникает дополнительный положительный, не зависящий от $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ вклад, который эффективно перенормирует L_0 в выражении (13) в сторону его увеличения. Таким образом, дрожание аппаратуры приводит к ошибкам в измерении L_0 . В то же время дрожание аппаратуры не затрагивает недиагональный член Q_{xy} в корреляционной функции (12). Поэтому значение параметра Фрида r_0 , извлеченное из выражения (14), оказывается нечувствительным к этому эффекту.

При обработке экспериментальных данных применяется способ коррекции, который заключается в вычитании из измеренных градиентов фазы $\partial_\alpha \varphi$ их среднего значения. Физически это означает исключение глобального наклона волнового фронта. Для входной апертуры радиуса R эта процедура означает замену $\partial_\alpha \varphi$ на

$$\partial_\alpha \phi = \partial_\alpha \varphi - \frac{1}{\pi R^2} \int d^2 r \partial_\alpha \varphi, \quad (16)$$

где интегрирование идет по входной апертуре (кругу радиуса R). Из выражения (16) выпадают глобальные наклоны. Поэтому эта величина нечувствительна к дрожанию прибора. Она нечувствительна также

и к наклонам волнового фронта, которые генерируются на масштабе L_0 , если L_0 больше R .

Рассмотрим парную корреляционную функцию градиентов скорректированной фазы ϕ (16) с раздвижкой между точками $\mathbf{r}$ много меньше R и усредним ее по апертуре. Эта величина может быть найдена из (13). В главном приближении:

$$\bar{Q}_{\alpha\beta} = \int \frac{d^2 r_1}{\pi R^2} \langle \partial_\alpha \phi(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}/2) \partial_\beta \phi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}/2) \rangle \approx \frac{3.44}{r_0^{5/3} r^{1/3}} \left(\frac{5}{3} \delta_{\alpha\beta} - \frac{5r_\alpha r_\beta}{9r^2} \right) - \frac{5.32}{r_0^{5/3} R^{1/3}} \delta_{\alpha\beta}. \quad (17)$$

Это выражение заменяет (12).

Таким образом, в данном случае роль L_0 берет на себя радиус апертуры R , а недиагональный член в корреляционной функции сохраняет свой вид. Поэтому параметр Фрида можно извлечь из этого недиагонального члена и после вычитания глобального наклона волнового фронта. Из выражения (17) следует формула:

$$\bar{Q} = (\bar{Q}_{xx} + \bar{Q}_{yy})/2 = \frac{1}{r_0^{5/3}} \left(\frac{4.78}{r^{1/3}} - \frac{5.32}{R^{1/3}} \right), \quad (18)$$

для следа матрицы $\bar{Q}$ для скорректированной фазы.

Мы проанализировали экспериментальные данные, полученные на стенде замкнутой адаптивной оптической системы, описанной в работе [17]. Схема установки приведена на рис. 1. Турбулентность искусственно создавалась вентилятором (между позициями 2 и 3 на рис. 1). Вентилятор располагался в 50 см от лазерного пучка и имел размер лопастей 13 см. Таким образом, внешний масштаб турбулентности существенно превышал ширину лазерного пучка, равную 4.5 см. Поток газа от вентилятора был направлен поперек пучка.

Мы использовали данные, полученные с помощью лазерного излучения с длиной волны $\lambda = 0.65$ мкм. Параметры прошедшего турбулентную трассу излучения измерялись с помощью датчика волнового фронта Шака-Гартмана. Датчик имел следующие параметры: размерность раstra микролинз 20×20 , фокусное расстояние микролинзы $f = 12$ мм, диаметр микролинзы – 0.25 мм, размер пикселя камеры прибора с зарядовой связью (ПЗС) – 10 мкм. Частота записи кадров гартманнограмм равнялась 1500 Гц, длительность записи равнялась 20 с. Перед датчиком находился телескоп (между 5 и 10 на рис. 1), уменьшающий апертуру пучка.

Результатом измерения является гартманнограмма, т.е. матрица пятен, каждое из которых находится

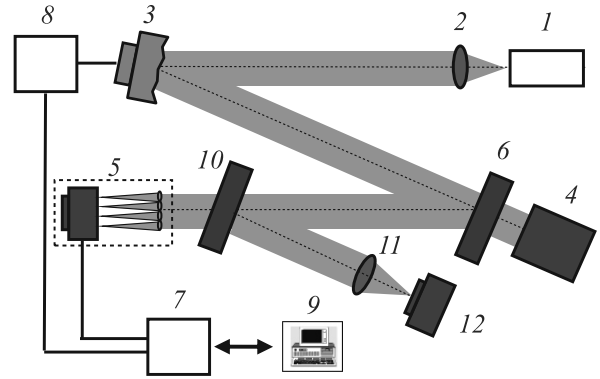


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема оптической системы [17]: 1 – лазер; 2, 11 – линза; 3 – адаптивное зеркало; 4 – потребитель; 5 – датчик волнового фронта (ДВФ) Шака-Гартмана; 6, 10 – светоделиТЕЛЬ; 7 – программируемая вентиляционная матрица; 8 – блок управления; 9 – компьютер; 12 – КМОП камера

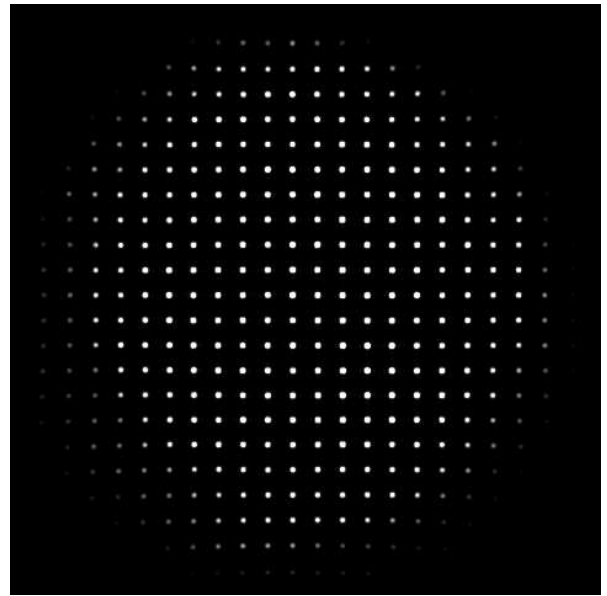


Рис. 2. Типичная гартманнограмма

в пределах своей субапертуры и сдвинуто от ее оси из-за локального наклона волнового фронта. Одна из полученных гартманнограмм показана на рис. 2. Локальные углы наклона волнового фронта даются отношениями $\Delta x/f$, $\Delta y/f$, где Δx , Δy – сдвиги пятен вдоль осей X и Y , а f – фокусное расстояние микролинзы. Пересчитывая эти углы в градиенты фазы, находим:

$$\partial_x \varphi = k_0 \Delta x / f, \quad \partial_y \varphi = k_0 \Delta y / f. \quad (19)$$

Данные соотношения позволяют извлекать градиенты фазы на входе в телескопическую систему.

В работах [17, 18] были получены спектры флуктуаций фазы на входе телескопической системы. Спектры содержат степенные участки с колмогоровским показателем, соответствующие инерционному интервалу. Таким образом, при анализе экспериментальных данных мы можем воспользоваться теоретическими соотношениями, представленными выше.

Из серии экспериментальных гартманнограмм извлекается корреляционная функция градиентов фазы Q_{xy}^{exp} (12), найденных в соответствии с выражениями (19). Раздвижка между точками $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ выбиралась заметно меньше размеров матрицы пятен. Помимо усреднения по времени, при фиксированном $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ производилось усреднение по матрице пятен, которое является дискретным аналогом усреднения по кругу, см. (17). Результат приведен на рис. 3а. На рисунке 3б показано аналогичное распределение, полученное при исключении средних наклонов волнового фронта. Процедура является дискретным аналогом соотношения (16). Для сравнения на рис. 3с приведена корреляционная функция, построенная в соответствии с аналитическим выражением (14).

Значение параметра Фрида, соответствующее эксперименту, можно извлечь, например, вычислив безразмерную величину

$$\eta = \int dx dy (Q_{xy}^{\text{exp}} - Q_{xy})^2 \left[\int dx dy (Q_{xy})^2 \right]^{-1}, \quad (20)$$

где Q_{xy} определяется формулой (14). Интегралы в (20) аппроксимируются суммами по квадрату 7×7 субапертур (с исключением центральной субапертуры), размер которого заметно меньше размеров матрицы пятен.

Полученная в соответствии с определением (20) функция $\eta(r_0)$ приведена на рис. 4, сплошная линия. Она имеет минимум при некотором значении r_0 , которое и определяет экспериментальное значение параметра Фрида r_0^{exp} . В нашем случае минимальное значение η достигается при $r_0^{\text{exp}} = 0.7$ см. Отметим, что получившееся значение r_0 оказывается существенно меньше ширины лазерного пучка (около 4.5 см), что оправдывает приближение широкого пучка.

Для сравнения на том же рис. 4 приведена штриховая линия, которая получается, если вместо экспериментальных значений Q_{xy}^{exp} подставить “идеальную” функцию, т.е. (14) при $r_0 = r_0^{\text{exp}}$, что дает $\eta = [1 - (r_0/r_0^{\text{exp}})^{5/3}]^2$. Мы заключаем, что кривые близки, разница же обусловлена как грубостью пространственного разрешения в эксперименте, так и неколмогоровскими нюансами созданной турбулент-

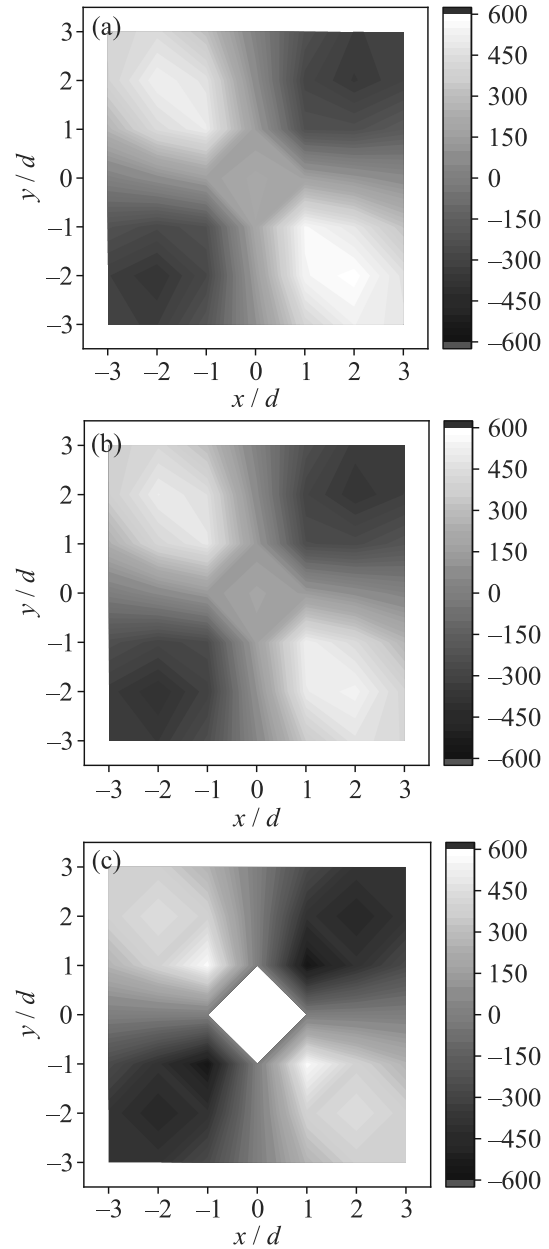


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Извлеченная из измерений недиагональная корреляционная функция Q_{xy} в $\text{рад}^2/\text{см}^2$, d – размер субапертуры ДВФ; (б) – То же после исключения средних наклонов волнового фронта; (с) – Аналитическое выражение (14)

ности. В принципе, по отличию экспериментального профиля от “идеального” можно судить о тех или иных отклонениях характера изучаемой турбулентности от колмогоровского поведения.

Ту же процедуру можно проделать при исключенном глобальном наклоне волнового фронта. На рисунке 4 штрих-пунктиром показана функция η , полученная с вычитанием среднего наклона волно-

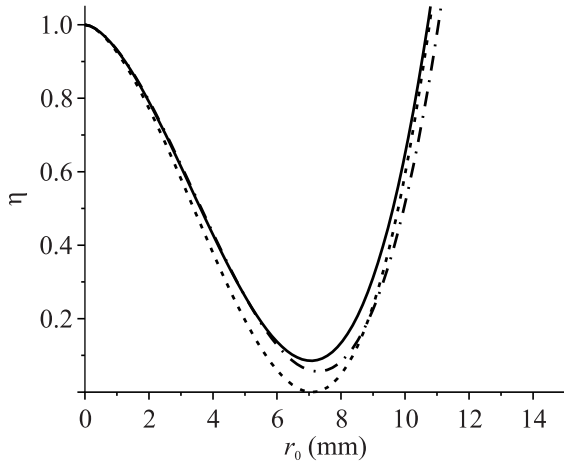


Рис. 4. Зависимость $\eta(r_0)$ (сплошная линия), извлеченная из экспериментальных данных. Штрихпунктирная кривая представляет функцию $\eta(r_0)$, полученную после вычитания глобального наклона. Штриховая линия представляет “идеальную” кривую $\eta(r_0)$

вого фронта. Значения с наклонами и без наклонов, вычисленные по производной функции η по r_0 , отличаются всего на 1 %. Результат находится в соответствии с теорией, поскольку устранение среднего наклона означает переход от выражения (13) к выражению (17), недиагональные компоненты в которых совпадают.

Полученное значение радиуса Фрида r_0 можно использовать для проверки условия применимости модели тонкой атмосферы (слабых сцинтилляций) (11). Подставляя в левую часть этого выражения $r_0 = 0.7$ см, $k_0 = 2\pi/\lambda \approx 10^5$ см $^{-1}$, мы находим $k_0 r_0^2 \approx 5 \cdot 10^4$ см, что заведомо много больше длины трассы лазерного пучка в турбулентном газе. Таким образом, условие (11) выполняется.

Сопоставим предложенный нами способ измерения параметра Фрида и традиционную DIMM-методику. Величина, которая получается из тех же экспериментальных данных по DIMM-методике, равна 0.85 см, что находится в разумном согласии с найденной нами величиной параметра Фрида 0.7 см. Подчеркнем, что, в отличие от DIMM-методики, наш метод не требует привлечения информации о параметрах оптической системы и дифракционного размера пятна.

Следующим шагом в нашей работе является извлечение внешнего масштаба турбулентности L_0 из экспериментальных данных. Вся измерительная установка была смонтирована на массивном оптическом столе, что исключает вибрации аппаратуры. Поэтому при обработке данных мы используем выражение (13), игнорируя вибрации.

Удобно использовать экспериментальные данные для величины $Q = (Q_{xx} + Q_{yy})/2$. Процедура извлечения L_0 из экспериментальных данных заключается в следующем. Мы находим значения Q^{exp} внутри того же квадрата 7×7 субапертур, а затем по аналогии с (20) составляем безразмерную величину

$$\mu = \int dx dy (Q^{\text{exp}} - Q)^2 \left[\int dx dy Q^2 \right]^{-1}, \quad (21)$$

где Q определяется выражением (15) со значением $r_0 = 0.7$ см, найденным ранее. В результате μ становится функцией L_0 . Эта функция, построенная по экспериментальным данным, приведена на рис. 5. Минимум этой функции определяет экспериментальное значение $L_0^{\text{exp}} = 24$ см. Полученное значение находится в разумном согласии с условиями возбуждения турбулентности, описанными выше.

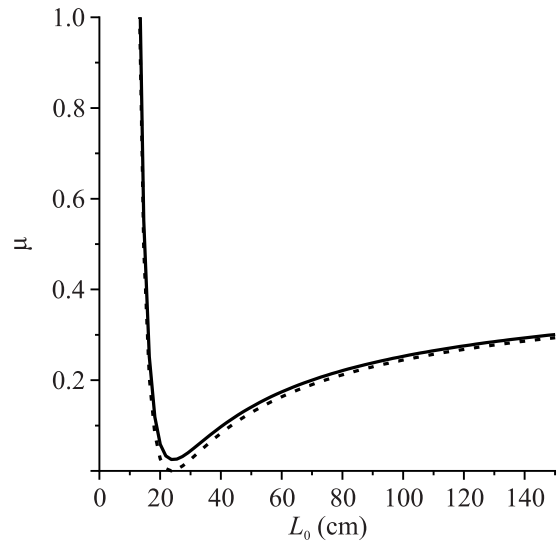


Рис. 5. Функция $\mu(L_0)$ (21), построенная по экспериментальным данным. Штриховая линия представляет “идеальную” кривую, которая получается при подстановке в формулу (21) вместо Q^{exp} выражения (15) с $L_0 = L_0^{\text{exp}}$

Представляет интерес проанализировать данные с вычтенным глобальным наклоном. По формуле (21), где вместо Q^{exp} стоит $\bar{Q}^{\text{exp}}$, а вместо Q стоит выражение (18 для $\bar{Q}$, мы вычисляем функцию $\mu(R)$, представленную на рис. 6. Минимум этой функции определяет экспериментальное значение $R^{\text{exp}} = 2.1$ см, которое находится в разумном согласии с радиусом пучка 2.2 см.

В данной работе развит метод определения параметра Фрида r_0 , основанный на измерениях недиагональной компоненты корреляционной функции градиентов фазы падающего на измерительную систему лазерного излучения. Метод позволяет незави-

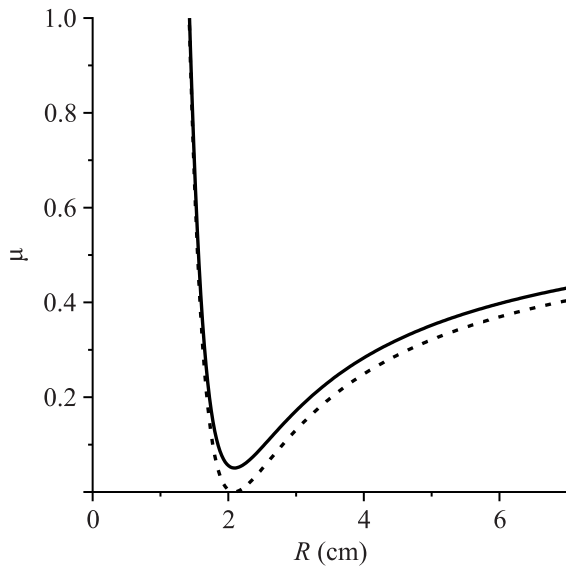


Рис. 6. Функция $\mu(R)$ (21), построенная по экспериментальным данным $\bar{Q}^{\text{exp}}$ с исключенным глобальным наклоном и выражением (18) вместо Q . Штриховая линия представляет “идеальную” кривую, которая получается при подстановке в формулу (21) вместо $\bar{Q}^{\text{exp}}$ выражения (18) с $R = R^{\text{exp}}$

симо определить r_0 и оказывается нечувствителен к наличию глобального наклона волнового фронта, как турбулентного, так и паразитного. Привлечение диагональной компоненты корреляционной функции градиентов фазы позволяет затем извлекать из экспериментальных данных внешний масштаб турбулентности L_0 . Методика успешно апробирована на данных эксперимента, описание которого приведено в работах [17, 18]. Обработка экспериментальных данных доказала эффективность предложенного метода и позволила извлечь значения r_0 , L_0 , которые находятся в хорошем соответствии с величинами, извлеченными с помощью других методик, и физическими соображениями.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, проект “Физика высоких плотностей энергии”, этап 2023–2025.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. В. И. Татарский, *Распространение волн в турбулентной атмосфере*, Наука, М. (1967).
2. V. I. Tatarskii, *The Effects of the Turbulence Atmosphere on Wave Propagation*, Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem (1971).
3. J. W. Goodman, *Statistical Properties of Laser Speckle Pattern*, in *Laser Speckle and Related Phenomena*, ed. by J. C. Dainty, Springer-Verlag, Berlin (1975).
4. С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский, *Введение в статистическую радиофизику, ч. II, Случайные поля*, Физматлит, М. (1978) [S. M. Rytov, Yu. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii, *Principles of Statistical Radiophysics, part 2*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1988)].
5. J. W. Strohbehn (editor), *Laser Beam Propagation in the Atmosphere*, Springer, N.Y. (1978).
6. L. C. Andrews and R. L. Phillips, *Laser Beam Propagation Through Random Media*, Press Monograph Series, PM **53** (1998).
7. В. П. Лукин, УФН **191**, 292 (2021) [V. P. Lukin, Phys.-Uspekhi **64**, 280 (2021)].
8. D. L. Fried, J. Opt. Soc. Am. **56**, 1372 (1966).
9. P. N. Brandt, H. A. Mauter, and R. Smart, Astron. Astrophys. **188**, 163 (1987).
10. D. L. Fried, Radio Sci. **10**, 71 (1975).
11. M. Sarazin and F. Roddier, Astron. Astrophys. **227**, 294 (1990).
12. A. Tokovinin, Publ. Astron. Soc. Pac. **114**, 1156 (2002).
13. А. Н. Колмогоров, Докл. АН СССР, **30**, 299 (1941).
14. А. Н. Колмогоров, Докл. АН СССР, **32**, 19 (1941).
15. А. М. Обухов, Докл. АН СССР **32**, 22 (1941).
16. T. von Karman, Proceedings of the National Academy of Sciences **34**, 530 (1948).
17. V. N. Belousov, V. A. Bogachev, M. V. Volkov, S. G. Garanin, A. V. Kudryashov, A. N. Nikitin, A. L. Rukosuev, F. A. Starikov, Yu. V. Sheldakova, and R. A. Shnyagin, Quantum Electron. **51**, 992 (2021).
18. В. А. Богачев, М. В. Волков, Ф. А. Стариков, Р. А. Шнягин, Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы. XXX Международный симпозиум. С.-Петербург, Издательство ИОА СО РАН, Томск (2024), с. A255; ISBN 978-5-94458-200-3.