



*Письма*

*в*

**ЖУРНАЛ**

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**

*и*

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ**

**ФИЗИКИ**

2024 г. Том 119 вып. 1, стр. 1–72

2024 г. Том 119 вып. 2, стр. 73–148



НАУКА

— 1727 —

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**П И С Ь М А**  
**В**  
**ЖУРНАЛ**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**  
**И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**том 119**

Выпуск 1

10 января 2024

*Журнал издается под руководством  
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора  
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ru>

**Интернет-версия английского издания**  
**<http://www.springerlink.com/content/1090-6487>**

---

© Российская академия наук, 2024

© Редакция журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2024



# Особенности рождения антипротонов с большими поперечными импульсами под углом $40^\circ$ в $p + A$ взаимодействиях при энергии пучка 50 ГэВ

Н. Н. Антонов<sup>+</sup>, В. А. Виктор<sup>+</sup>, В. А. Гапиенко<sup>+1)</sup>, Г. С. Гапиенко<sup>+</sup>, И. В. Лобов<sup>+</sup>, Ф. Н. Новоскольников<sup>+</sup>, А. Ф. Прудкогляд<sup>+</sup>, А. А. Семак<sup>+</sup>, И. П. Солодовников<sup>+</sup>, В. И. Терехов<sup>+</sup>, М. Н. Уханов<sup>+</sup>, С. С. Шиманский\*

<sup>+</sup> Институт физики высоких энергий, НИЦ “Курчатовский институт”, 142281 Протвино, Россия

\*Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 27 сентября 2023 г.

После переработки 15 ноября 2023 г.

Принята к публикации 22 ноября 2023 г.

Представлены данные по рождению антипротонов под углом  $40^\circ$  (лаб. сист.) во взаимодействиях протонов с энергией 50 ГэВ с четырьмя ядерными мишенями: С, Al, Cu и W. Инвариантные сечения измерены при поперечных импульсах вплоть до  $p_T \approx 2.6$  ГэВ/с. Анализ импульсных спектров показал, что в процессе образования антипротонов участвуют многонуклонные (многокварковые) конфигурации внутри ядра. Результаты получены в эксперименте СПИН (ИФВЭ, Протвино).

DOI: 10.31857/S1234567824010014, EDN: sanlaf

При анализе данных с космических аппаратов выяснилось, что точность измерения потоков антипротонов в космических лучах значительно выше точности расчетов, базирующихся на результатах ускорительных экспериментов. Желательность получения новых данных по рождению антипротонов в  $p + A$  столкновениях в широком диапазоне энергий, в том числе и при  $\sqrt{S} \sim 10$  ГэВ, была отмечена в [1].

В работе представлены данные эксперимента СПИН по образованию антипротонов в  $p + A$  взаимодействиях при энергии пучка 50 ГэВ. Основной задачей эксперимента является детальное изучение процессов рождения частиц с большими поперечными импульсами ( $p_T > 1$  ГэВ/с) в предкумулятивной и кумулятивной областях. Под кумулятивной областью понимается область значений импульсов, запрещенных по кинематике для взаимодействий с участием свободных нуклонов, а сами частицы, рожденные в кумулятивной области, принято называть кумулятивными. Выбранная кинематическая область дает возможность [2, 3] наблюдать процессы жесткого взаимодействия налетающей частицы с многонуклонными (многокварковыми) компонентами в ядерной материи при минимальном вкладе вторичных перерасеяний.

Исследование проводится с помощью одноплечевого, узкоапертурного магнитного спектрометра, ко-

торый позволяет измерять инклюзивные спектры заряженных частиц, вылетающих под фиксированным углом при облучении тонких ядерных мишеней высокоинтенсивными пучками протонов или ядер углерода, выведенными из ускорителя У70. Схему установки и детали эксперимента можно найти в [4].

Настоящие результаты получены при регистрации частиц, вылетающих из мишеней под углом  $40^\circ$  (лаб. сист.) по отношению к направлению пучка, что соответствует  $\sim 150^\circ$  в с.д.м. налетающего протона и покоящегося нуклона ядра. Измерения проводились с использованием выведенного из ускорителя У70 протонного пучка с интенсивностью  $\sim 2 \cdot 10^{12}$  протонов/цикл при длительности вывода  $\sim 1$  с. Диапазон импульсов, доступный для анализа спектров антипротонов, составлял 1–4 ГэВ/с. Ширина захвата импульсов спектрометром в этом диапазоне составляла  $\Delta p/p \approx 2\%$ . Идентификация заряженных частиц в эксперименте проводится с помощью измерения времени пролета. Дополнительно используются данные с порогового черенковского детектора, что позволяет проводить разделение заряженных  $\pi/K$  мезонов. Максимальное значение измеренного поперечного импульса было  $p_T = 2.57$  ГэВ/с.

Инвариантные сечения рождения антипротонов показаны на рис. 1 для четырех разных мишеней: С, Al, Cu и W. Для описания инклюзивных спектров частиц в кумулятивной области и в области с большими  $p_T$  В. С. Ставинский предложил [5] использовать кинематические переменные квазибинар-

<sup>1)</sup>e-mail: Vladimir.Gapienko@ihep.ru

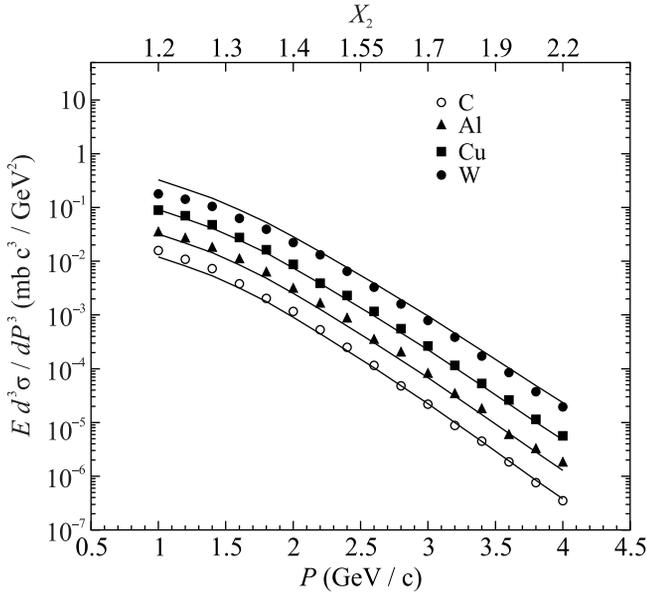


Рис. 1. Инвариантные сечения рождения антипротона как функции импульса. На верхней горизонтальной оси приведены расчетные значения переменной  $X_2$ . Кривые представляют результат расчетов согласно (1)

ных подпроцессов, в которых участвуют части сталкивающихся объектов (аналогично, как это делается в партонной модели). Для этого он ввел переменные  $X_1$  и  $X_2$  (“переменные Ставинского”), описывающие участвующие в столкновениях доли от первоначальных четырех-импульсов, соответственно, налетающей частицы и мишени. Значения “переменной Ставинского”  $X_2$ , вычисленные согласно [5, 6], приведены на верхней горизонтальной оси рис. 1. В нашем случае величина  $X_2$  является минимальной массой мишени (измеренной в единицах массы нуклона), необходимой для рождения антипротона под углом  $40^\circ$ . Как следует из приводимых значений  $X_2$ , во всем диапазоне доступных импульсов процесс рождения антипротона идет с участием мишени с массой большей массы нуклона.

В предыдущих работах [8, 9], где анализировались данные эксперимента СПИН, по образованию заряженных частиц с большими  $p_T$  в пред- и кумулятивной областях в  $p + A$  и  $C + A$  взаимодействиях, было показано, что инвариантные сечения могут быть описаны параметризацией [6, 7]:

$$E \frac{d^3 \sigma}{dp^3} = C_1 \cdot A_1^{\alpha(X_1)} \cdot A_2^{\alpha(X_2)} \cdot \exp(\Pi/C_2), \quad (1)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  атомные массы сталкивающихся ядер,  $C_1$  и  $C_2$  – константы,  $\Pi$  – безразмерная скейлинговая переменная,  $\Pi = \sqrt{S_{\min}}/2m_N$ ,  $\sqrt{S_{\min}}$  – минимальная инвариантная энергия квазибинарного подпро-

цесса,  $m_N$  – масса нуклона,  $\alpha(X)$  – функция от  $X_1$  или  $X_2$ . Аппроксимация измеренных в эксперименте СПИН спектров  $\pi$ ,  $d$  и  $t$  при  $p_T > 1$  ГэВ/с выражением (1) выполнима [8, 9], если  $A$ -зависимость брать в виде  $\alpha(X) = (K + X)/3$ , где величина  $K$  определялась как  $2.45 + 0.05$ . Результат применения выражения (1) при степенной зависимости, взятой как  $\alpha(X) = (2.4 + X_2)/3$ , представлен на рис. 1 в виде кривых с параметром наклона  $C_2 = 0.160$ . Кривые хорошо описывают точки в широком интервале импульсов. Однако переменные  $X_1$  и  $X_2$  не могут дать абсолютно точное описание кинематики квазибинарного рассеяния, поскольку в процедуре [5, 6] никак не учитываются структурные функции налетающей частицы и частицы мишени. Возможно с этим связано наличие разницы между расчетом и экспериментальными данными в области импульсов  $p \approx 1$  ГэВ/с.

В нашей предыдущей работе [10] для 4-х мишеней были представлены величины отношения  $\bar{p}/\pi^-$  в зависимости от поперечного импульса. Из этих данных, воспроизведенных здесь на рис. 2, был сделан

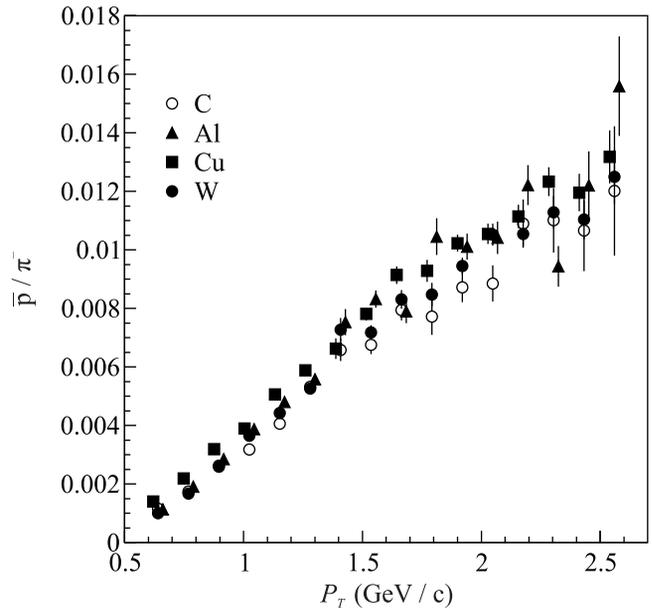


Рис. 2. Взят из [10]. Отношение  $\bar{p}/\pi^-$  как функция поперечного импульса для 4-х мишеней

вывод о тождественности  $\bar{p}/\pi^-$  для всех использованных ядер. Однако, более детальное рассмотрение позволяет увидеть возможный эффект от вторичных взаимодействий. На рисунке 3 для разных импульсов приведены двойные отношения  $(\bar{p}/\pi^-)_w/(\bar{p}/\pi^-)_c$  и  $(\bar{p}/\pi^-)_{Al}/(\bar{p}/\pi^-)_c$ , где индексами “w”, “Al” и “c” обозначены мишени, для которых измерялось  $\bar{p}/\pi^-$  отношение. Точки для всех перечисленных выше двойных отношений лежат на рис. 3 систематически вы-

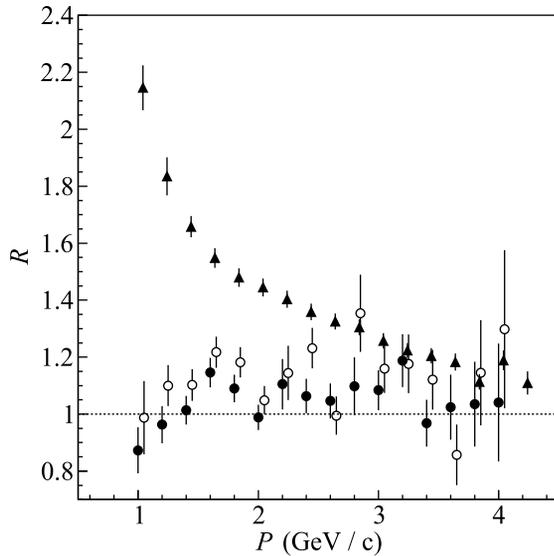


Рис. 3. Двойные отношения в зависимости от импульса частиц: черными кружками приведено  $(\bar{p}/\pi^-)_w/(\bar{p}/\pi^-)_c$ , светлыми кружками  $(\bar{p}/\pi^-)_{Al}/(\bar{p}/\pi^-)_c$ , отношение  $(p/\pi^+)_w/(p/\pi^+)_c$  [11] показано треугольниками

ше единицы, что может свидетельствовать о наличии вторичных взаимодействий. Приведенное на этом же рисунке для сравнения двойное отношение  $(p/\pi^+)_w/(p/\pi^+)_c$ , полученное [11] нами из спектров протонов и  $\pi^+$  мезонов, подчеркивает разницу между механизмами рождения протонов и антипротонов.

В работах [12, 13] исследовалось образование частиц с импульсами до 3 ГэВ/с под нулевым углом к направлению пучка при взаимодействии с различными ядрами пучка протонов с энергией 70 ГэВ ускорителя У70. Если для  $p/\pi^+$  наблюдалась сильная зависимость от атомного веса мишени, то неожиданным результатом было обнаружение одинаковой А-зависимости для выходов как для  $\bar{p}$ , так и для  $\pi^-$  частиц, а именно  $\sim A^{2/3}$ . Это позволило сделать вывод [13] о слабом поглощении антипротонов ядром. Вывод о малом вкладе вторичных процессов был получен и в работе [14] при исследовании рождения антипротонов под малыми углами в протон-ядерных столкновениях при энергии протонного пучка с энергией 10 ГэВ.

На рисунке 4 измеренные нами величины  $\bar{p}/\pi^-$  приведены для разных  $p_T$  совместно с данными [15] эксперимента FODS ( $\sqrt{S} = 11.5$  ГэВ) и данными [16] эксперимента на ускорителе FNAL ( $\sqrt{S} = 23.8$  ГэВ). Для каждого из перечисленных экспериментов на рисунке 4 показаны результаты, полученные с двумя разными мишенями. Отличием представленного нами распределения от данных из [15] и [16] яв-

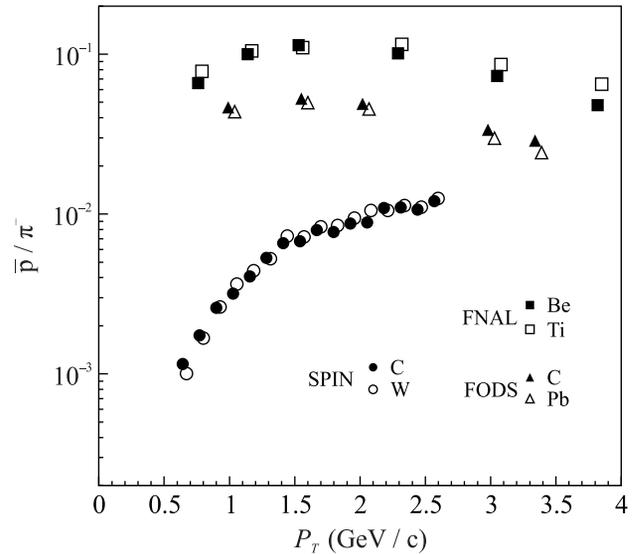


Рис. 4. Отношение  $(\bar{p}/\pi^-)$  как функция  $p_T$ . Данные для FODS взяты из [15], данные эксперимента FNAL позаимствованы из [16]

ляется отсутствие “перегиба” при  $p_T \sim 1.5$  ГэВ/с. Отметим, что данные работ [15] и [16] получены под углами близкими к  $90^\circ$  в с.ц.м. и без выхода за область импульсов, разрешенных в кинематике нуклон-нуклонных взаимодействий.

**Основные выводы.** Выход антипротонов, вылетающих под углом  $40^\circ$  (лаб. сист.) из C, Al, Cu и W мишеней, имеет ту же самую сильную зависимость от массы ядра, что была ранее нами обнаружена [8, 9] для других частиц, рождающихся с  $p_T > 1$  ГэВ/с под углами  $35^\circ$  и  $40^\circ$  после облучения ядерных мишеней протонами с энергией 50 ГэВ. Это отличается от степенной зависимости  $\sim A^{2/3}$ , установленной [12, 13] в измерениях на У70 при регистрации антипротонов под “нулевым” углом к направлению пучка. Анализ инклюзивных спектров указывает на механизм образования антипротонов с участием многокварковой (многонуклонной) компоненты ядра. Отношение  $\bar{p}/\pi^-$ , измеренное для разных ядер, свидетельствует о наличии искажающего влияния вторичных взаимодействий.

Авторы признательны руководству НИЦ “Курчатовский институт” – ИФВЭ за поддержку данного исследования, персоналу отделения ускорителя и отделения пучков за эффективную работу. Авторы благодарят Головина А.Т. за неоценимую техническую помощь, оказываемую при подготовке установки СПИН к проведению измерений.

**Финансирование работы.** Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института физики высоких энергий, НИЦ “Курчатовский ин-

ститут”. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

**Конфликт интересов.** Конфликт интересов отсутствует.

1. M. Korsmeier, F. Donato, and M. Di Mauro, *Phys. Rev. D* **97**, 103019 (2018).
2. А. В. Ефремов, В. Т. Ким, Г. И. Лыкасов, *ЯФ* **44**, 241 (1986).
3. Л. П. Каптарь, Б. Л. Резник, А. И. Титов, *ЯФ* **42**, 777 (1985).
4. Н. Н. Антонов, В. А. Виктор, В. А. Гапиенко, Г. С. Гапиенко, В. Н. Гресь, А. Ф. Прудкогляд, В. А. Романовский, А. А. Семак, И. П. Солодовников, В. И. Терехов, М. Н. Уханов, (эксперимент СПИН), *ПТЭ* **5**, 43 (2022).
5. В. С. Ставинский, *Краткие сообщения ОИЯИ* **18**, 5(1986).
6. А. А. Балдин, *Краткие сообщения ОИЯИ* **3**(54), 27 (1992).
7. А. А. Балдин, Е. Н. Кладницкая, О. В. Рогачевский, *Краткие сообщения ОИЯИ* **2**(94), 20 (1999).
8. В. В. Аммосов, Н. Н. Антонов, В. А. Виктор и др. (эксперимент СПИН), *ЯФ и ИНЖ.* **4**(9–10), 773 (2013).
9. Н. Н. Антонов, А. А. Балдин, В. А. Виктор (эксперимент СПИН), *Письма в ЖЭТФ* **111**(5), 291 (2020).
10. Н. Н. Антонов, В. А. Гапиенко, Г. С. Гапиенко, В. Н. Гресь, М. А. Илюшин, А. Ф. Прудкогляд, В. А. Романовский, А. А. Семак, И. П. Солодовников, В. И. Терехов, М. Н. Уханов, В. А. Виктор, (эксперимент СПИН), *ЭЧАЯ* **53**(2), 329 (2022).
11. Н. Н. Антонов, А. А. Балдин, В. А. Виктор и др. (эксперимент СПИН), *Письма в ЖЭТФ* **108**(12), 799 (2018).
12. Л. М. Барков, В. Г. Васильченко, Н. К. Вишневецкий, В. С. Дацко, Ю. М. Иванов, В. И. Котов, В. Г. Лапшин, П. К. Лебедев, А. И. Мысник, С. Б. Нурушев, Р. А. Рзаев, А. И. Ронжин, В. И. Рыкалин, В. П. Сахаров, *Ядерная Физика* **35**(5), 1186 (1982).
13. Л. М. Барков, М. С. Золотарев, В. И. Котов, П. К. Лебедев, Л. А. Макарьина, А. П. Мишакова, В. С. Охалкин, Р. А. Рзаев, В. П. Сахаров, В. П. Смахтин, С. С. Шиманский, *Ядерная Физика* **37**(5), 1232 (1983).
14. А. О. Вайсенберг, Ю. Б. Лепихин, В. А. Смирнитский, Ю. М. Шабельский, В. А. Шейнкман, *Письма ЖЭТФ* **29**(11), 719 (1979).
15. V. V. Abramov, V. Yu. Baldin, A. F. Buzulutskov et al. (FODS experiment), *Z. Phys. C* **24**, 205 (1984).
16. J. W. Cronin, H. J. Frisch, M. J. Shochet, J. P. Boymond, R. A. Piroue, and R. L. Sumner, *Phys. Rev. D* **11**, 3105 (1975).

## On production of heavy charged particles in $\gamma\gamma$ fusion at planned $pp$ colliders

*S. I. Godunov<sup>+1)</sup>, E. K. Karkaryan<sup>+</sup>, V. A. Novikov<sup>+</sup>, A. N. Rozanov<sup>\*</sup>, M. I. Vysotsky<sup>+</sup>, E. V. Zhemchugov<sup>+</sup>*

<sup>+</sup>*I. E. Tamm Department of Theoretical Physics, Lebedev Physical Institute, 119991 Moscow, Russia*

<sup>\*</sup>*Centre de Physique de Particules de Marseille (CPPM), Aix-Marseille Universite, CNRS/IN2P3, 13288 Marseille, France*

Submitted 15 November 2023  
Resubmitted 21 November 2023  
Accepted 22 November 2023

DOI: 10.31857/S1234567824010026, EDN: sarbyy

In the course of the Standard Model expansion new heavy particles are usually introduced. If these particles are electrically charged they should be produced in the  $\gamma\gamma$ -fusion,  $\gamma\gamma^{(*)} \rightarrow \chi^+\chi^-$ , and the cross section of this reaction is determined by the values of the electric charge and the mass of  $\chi$ . One popular example of  $\chi^\pm$  is chargino – a mixture of superpartners of charged Higgs and  $W^\pm$  bosons. In the recent paper [1], the CMS collaboration presented the results of a search for a long-lived chargino in the LHC 2016-2018 data. In [2], exclusion intervals of chargino masses in some particular models are presented by the ATLAS collaboration.

We consider two reactions: ultraperipheral collisions when both protons remain intact and can be used for event tagging with the help of forward spectrometers, and the semiexclusive process when only one proton survives while the second disintegrates. We calculate their cross sections for the planned colliders: HE-LHC (collision energy 27 TeV), SPPC (70 TeV) and FCC (100 TeV) and compare them with what is obtainable at the LHC (13 TeV).

One of the necessary ingredients of the calculation is the cross section of the  $\gamma\gamma^{(*)} \rightarrow \chi^+\chi^-$  reaction. Formulas for the cross section of the massive fermions pair production in the collision of a real and a virtual photons are presented in [3, Appendix E, Eq. (E3)]. For the total cross section of  $\gamma\gamma^{(*)} \rightarrow \chi^+\chi^-$  reaction we get:

$$\sigma(W^2, Q_2^2, m_\chi^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{W^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{Q_2^2}{W^2}\right)^3} \times \\ \times \left( \left(1 + \frac{Q_2^4}{W^4} + \frac{4m_\chi^2}{W^2} - \frac{8m_\chi^4}{W^4} - \frac{8m_\chi^2 Q_2^2}{W^4}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{W^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{W^2}}} - \left(1 - \frac{6Q_2^2}{W^2} + \frac{Q_2^4}{W^4} + \frac{4m_\chi^2}{W^2}\right) \sqrt{1 - \frac{4m_\chi^2}{W^2}} \right), \quad (1)$$

where  $\alpha$  is the fine structure constant,  $m_\chi$  is the mass of  $\chi^\pm$ ,  $W$  is the invariant mass of the produced pair,  $Q_2^2$  is the virtuality of the photon emitted by the disintegrating proton.

Formulas for the cross section of  $\chi^+\chi^-$  pair production in the fusion of photons emitted by a disintegrating and an elastically scattered protons are presented in [4, Eqs. (18)–(21), see also Eq. (41)]. For the quasielastic process  $pp \rightarrow p\chi^+\chi^-p$  the cross section is given by Eqs. (2.15) and (2.16) in [5].

Cross sections for pair production of heavy charged particles for the future  $pp$  colliders are presented in Table 1. Total numbers of events were estimated based on the expected luminosity of these experiments. The SPPC has the greatest potential and can find heavy charged fermions with masses up to about 800 GeV in one year of operation. Let us stress that there are many more semiexclusive events than quasielastic ones.

The main advantage of the considered processes is the possibility to detect survived proton(s) which provides effective means for background suppression. Nowadays, when the detectors for these colliders are intensively discussed, we would like to emphasize the importance of forward spectrometers that could provide unique model independent methods for Beyond Standard Model searches.

Numerical results were obtained with the help of `libepa` library [6].

**Funding.** This work is supported by Russian Science Foundation grant # 19-12-00123-II.

<sup>1)</sup>e-mail: sigodunov@lebedev.ru

**Table 1.** Total cross sections (in fb) for  $\chi^+\chi^-$  pair production in ultraperipheral collisions  $pp \rightarrow p\chi^+\chi^-p$  (UPC) and in the inelastic process  $pp \rightarrow p\chi^+\chi^-X$  (SE). The column with  $m_\chi = 0.106$  GeV corresponds to muon pair production with the threshold  $W > 12$  GeV

$\sqrt{s}$ , TeV	$m_\chi$ , GeV		0.106		100		200		400		800	
	UPC	SE	UPC	SE	UPC	SE	UPC	SE	UPC	SE	UPC	SE
13	69100	229000	3.45	20.9	0.341	2.11	0.0253	0.157	0.00117	0.00697		
27	102000	367000	7.46	50.4	0.901	6.17	0.0903	0.617	0.00681	0.0458		
70	158000	638000	16.6	134	2.36	19.2	0.301	2.4	0.0326	0.253		
100	184000	772000	21.4	187	3.19	27.9	0.433	3.7	0.0514	0.424		

**Conflict of interest.** Authors declare that there is no conflict of interest.

This is an excerpt of the article “On production of heavy charged particles in  $\gamma\gamma$  fusion at planned  $pp$  colliders”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364023603743

1. A. Hayrapetyan, A. Tumasyan, W. Adam, et al. (The CMS collaboration), arXiv: 2309.16823 [hep-ex].
2. G. Aad, B. Abbott, K. Abeling, et al. (The ATLAS collaboration), arXiv: 2310.08171 [hep-ex].
3. V.M. Budnev, I.F. Ginzburg, G.V. Meledin,

and V.G. Serbo, Phys. Rept. **15**, 181 (1975); DOI: 10.1016/0370-1573(75)90009-5.

4. S.I. Godunov, E.K. Karkaryan, V.A. Novikov, A.N. Rozanov, M.I. Vysotsky, and E.V. Zhemchugov, Phys. Rev. D **108**(9), 093006 (2023); DOI: 10.1103/PhysRevD.108.093006; arXiv: 2308.01169 [hep-ph].
5. S.I. Godunov, V.A. Novikov, A.N. Rozanov, M.I. Vysotsky, and E.V. Zhemchugov, JHEP **10**, 234 (2021); doi: 10.1007/JHEP10(2021)234; arXiv: 2106.14842 [hep-ph].
6. E.V. Zhemchugov, S.I. Godunov, E.K. Karkaryan, V.A. Novikov, A.N. Rozanov, and M.I. Vysotsky, arXiv: 2311.01353 [hep-ph].

# Самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного луча в плавленом кварце при около критической мощности

И. О. Киняевский, А. В. Корибут<sup>1)</sup>, П. А. Данилов, С. И. Кудряшов

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН (ФИАН), 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 ноября 2023 г.

После переработки 10 ноября 2023 г.

Принята к публикации 22 ноября 2023 г.

Исследованы самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного импульса в плавленом кварце. В зависимости от энергии лазерного импульса наблюдались три различных режима: 1) линейный, когда эффект самофокусировки незначителен, характеризующийся линейным спектральным уширением; 2) переходной, когда за счет самофокусировки заметно уменьшается диаметр лазерного луча в фокальной плоскости без значительного нелинейного поглощения и коллапса пучка, характеризующийся резким ростом уширения спектра за счет фазовой самомодуляции; 3) нелинейный режим, филаментация, характеризующийся близким к линейному спектральному уширению за счет фазовой самомодуляции. Наклон в зависимости уширения спектра от энергии лазерного импульса для линейного и нелинейного режимов одинаковы в пределах погрешности измерений. Численное моделирование с использованием матричной оптики описало спектральное уширение за счет фазовой самомодуляции во всех режимах.

DOI: 10.31857/S1234567824010038, EDN: sarjid

Сверхбыстрые оптические и лазерные технологии получили большое развитие за последние десятилетия и нашли широкое распространение в различных фундаментальных и прикладных областях, таких как обработка материалов [1], спектроскопия [2], зондирование атмосферы [3] и других. Применение ультракоротких высокоинтенсивных лазерных импульсов имеет некоторые особенности распространения в среде, обусловленные керровской нелинейностью. Основными являются самофокусировка (СФ), фазовая самомодуляция (ФСМ) и филаментация, как сложное действие нескольких нелинейных эффектов [4, 5]. Данные эффекты могут иметь негативный характер, и для их подавления используются специальные методы, например, усиление chirpированных импульсов [6]. Однако для некоторых задач данные эффекты находят полезное применение, например, эффект ФСМ используется для сокращения длительности лазерного импульса за счет уширения его спектра [7], генерация когерентного суперконтинуума за счет ФСМ, охватывающего октаву [8], привлекательна для дистанционного многокомпонентного газового анализа. Уширение спектра за счет ФСМ также ис-

пользуется для формирования затравки оптических параметрических усилителей [9] или ВКР (вынужденное комбинационное рассеяние) усилителей [10]. Также ФСМ можно использовать для оценки величины и характера керровской нелинейности [11, 12]. Для всех этих применений необходимо корректное описание эффектов ФСМ, СФ и филаментации.

Несмотря на огромный прогресс в изучении эффектов, связанных с керровской нелинейностью (см. обзорные статьи [4, 5]), они по-прежнему активно исследуются по причине многообразного их проявления в различных средах и условиях, особенно для сфокусированных лазерных пучков [13–16]. В некоторых работах остросфокусированный лазерный импульс в среде рассматривается как “микромасштабная филаментация” [13]. Однако в [14, 15] в зависимости от числовой апертуры ( $NA$ ) наблюдался различный вклад в фокусировку излучения. В [15] показано, что при острой фокусировке ( $NA = 0.03$ ) не происходит насыщения интенсивности с увеличением энергии импульса и, как следствие, электронной плотности, что свидетельствует об отсутствии режима филаментации. В [16] при  $NA > 0.015$  полностью исчезал эффект самоочистения пучка, который является следствием процесса филаментации. Таким образом, в зависимости от числовой апертуры рас-

<sup>1)</sup>e-mail: andrew-koribut@yandex.ru

пространение сфокусированных лазерных импульсов может проходить в линейном или нелинейном режиме при одинаковой энергии/мощности.

Ранее нами была исследована “филаментация” сфокусированных ( $NA \sim 0.02$ ) фемтосекундных лазерных импульсов в кристалле  $BaWO_4$ , при которой наблюдалась конструктивная интерференция эффектов ВКР и ФСМ [10, 17]. Целью данной работы было исследование эффектов “филаментации”, ФСМ и СФ сфокусированного ( $NA = R_{1/e^2}/F \simeq 0.02$ ) фемтосекундного лазерного импульса в плавленом кварце. В отличие от [14–16] переход между линейным и нелинейным режимом фокусировки осуществлялся изменением мощности лазерного импульса вблизи критической мощности самофокусировки. Плавленый кварц был выбран как среда с хорошо изученной природой и величиной керровской нелинейности.

Эксперимент проводился с излучением второй гармоники волоконного лазера на ионах иттербия (Satsuma, Amplitude systems). Параметры излучения: длительность 300 фс (FWHM), центральная длина волны 515 нм, энергия до 1.8 мкДж, диаметр лазерного пучка 1.7 мм (уровень  $1/e^2$ ), частота повторения импульсов 1 кГц. Энергия импульса изменялась путем отстройки кристалла второй гармоники от фазового синхронизма. Лазер работал на основной моде TEM<sub>00</sub> с нестабильностью энергии 0.5%. Лазерный луч фокусировался линзой с фокусным расстоянием 40 мм ( $NA \sim 0.02$ ) в середину образца плавленого кварца толщиной 1 см (рис. 1). Геометрия фокусировки была такой же, как и в работе по конструктивной интерференции ВКР и ФСМ в кристалле  $BaWO_4$  [10, 17], при которой достигалась наибольшая эффективность преобразования [18]. На выходе из образца излучение ослаблялось отражениями от клиньев (не указаны на рис. 1) и проходило через линзу с фокусным расстоянием 90 см для последующей диагностики спектральных, энергетических и пространственных характеристик излучения. Спектр лазерного импульса измерялся спектрометром (ASP-150 FT, спектральное разрешение 0.03 нм, Авеста). Профиль лазерного луча измерялся CCD-камерой (Spigicon SP-620U), а энергия лазерного импульса – измерителем энергии Ophir-PE20.

Примеры измеренных спектров импульса и профилей интенсивности пучка после прохождения образца представлены на рис. 2 для нескольких значений энергии импульса накачки. С увеличением энергии импульса наблюдается практически симметричное уширение спектра, обусловленное ФСМ. При энергии более 0.3 мкДж наблюдалось уменьшение

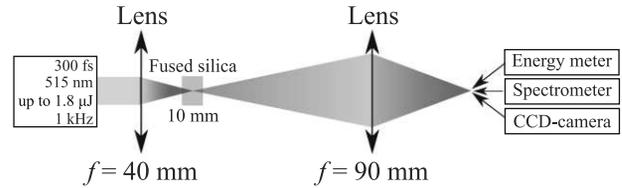


Рис. 1. (Цветной онлайн) Оптическая схема эксперимента

радиуса пучка, что вызвано действием СФ. При энергии более 0.5 мкДж наблюдалось увеличение амплитуды периферии пучка (формирование пьедестала), что хорошо видно на рис. 2 при энергии 1.2 мкДж. Появление пьедестала связано с плазмообразованием, вызывающим рассеяние луча. Профиль пучка при энергиях более 0.5 мкДж соответствует типичным профилям излучения в режиме филаментации (нелинейная фокусировка) [15].

Ширина спектра в зависимости от энергии импульса накачки представлена на рис. 3а. Одновременно с измерениями спектра измерялась энергия на выходе из образца и ее зависимость от энергии накачки представлена на рис. 3б. На рисунке 3а можно выделить три области с различными характеристиками зависимостями уширения спектра от энергии импульса накачки. Первый соответствует диапазону до 0.3 мкДж, который связан с линейным распространением лазерного импульса. Уширение спектра наблюдалось при энергии более 0.2 мкДж и имело линейную зависимость от энергии импульса накачки, что хорошо согласуется с теорией ФСМ.

Второй участок (энергия от 0.3 до 0.5 мкДж) характеризуется резким увеличением ширины спектра, что указывает на увеличение интенсивности из-за активации дополнительной нелинейной (само-) фокусировки. Активация СФ подтверждается изменением размера лазерного пучка (рис. 2). Однако в данном диапазоне энергий нелинейное поглощение (и образование плазмы, соответственно) не было зарегистрировано (рис. 3б). Таким образом, на втором участке нелинейная подфокусировка увеличивает интенсивность излучения, что приводит к усилению уширения спектра за счет ФСМ, но интенсивности недостаточно для регистрируемого нелинейного поглощения. Насколько нам известно, это первая демонстрация такого эффекта при докритической мощности самофокусировки.

Третий участок (более 0.5 мкДж) характеризуется близкой к линейной тенденции увеличения ширины спектра с увеличением энергии, которое происходит при мощности излучения выше критической мощности самофокусировки. При мощности выше

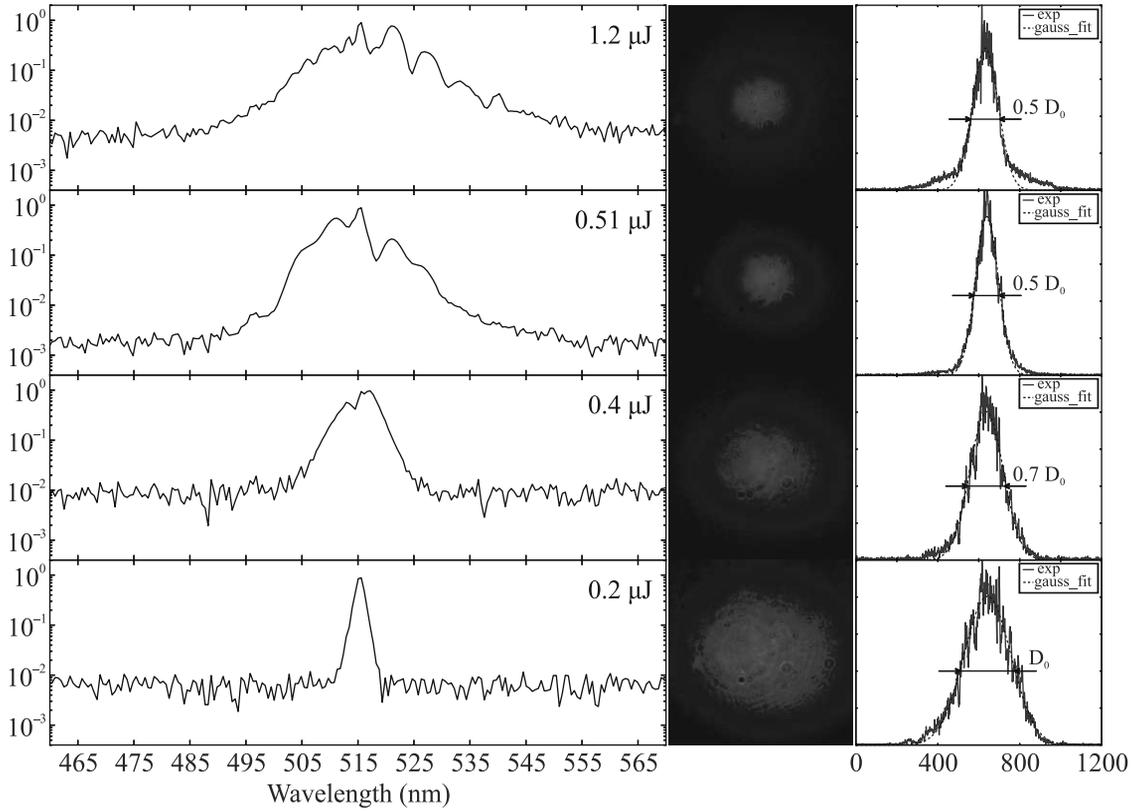


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры излучения и профили пучка прошедших через образец импульсов при различных энергиях накачки (приведены на рисунке)

критической самофокусировка преобладает над дифракцией и, соответственно, резко возрастает интенсивность и наблюдается нелинейное поглощение, что приводит к образованию плазмы и последующему рассеянию на ней. Совместное действие этих эффектов приводит к образованию филамента и стабилизации интенсивности. Этот режим хорошо исследован [4, 5], однако стоит отметить, что наклон прямых на участках 1 (линейный режим) и 3 (нелинейный режим) (рис. 3а) совпадают в пределах погрешности. Данный факт неочевиден, так как в нелинейном режиме существенно изменяется радиальное и продольное распределение интенсивности. Таким образом, наклон зависимости уширения спектра за счет ФСМ от энергии импульса накачки можно использовать для определения нелинейного показателя преломления в режиме филаментации сфокусированного лазерного импульса, если вклад других нелинейных эффектов, таких как самоукручение [19], незначителен. Однако уширение спектра за счет ФСМ в режиме филаментации обладает меньшей стабильностью, что увеличивает ошибку измерений.

Для проверки экспериментальных результатов было проведено численное моделирование прохож-

дения сфокусированного лазерного пучка и соответствующего уширения спектра за счет ФСМ при распространении в образце плавленного кварца. Лазер работал на основной моде ТЕМ<sub>00</sub>, поэтому распределение интенсивности будем полагать гауссовым:

$$I(r, t) = I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{4 \ln 2 t^2}{T_{FWHM}^2}\right), \quad (1)$$

где  $r_0 = 0.85$  мм – радиус пучка по уровню  $1/e^2$ ,  $T_{FWHM} = 0.3$  пс – длительность импульса по уровню FWHM,  $I_0$  – пиковая интенсивность вычисляемая по:

$$I_0 = \frac{E}{(\pi r_0^2/2) T_{FWHM} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 16}}}. \quad (2)$$

В линейном режиме фокусировки, когда фокус совпадает с центром образца ( $z = 0$ ),  $I_0$  зависит от координаты  $z$  как:

$$I_0(z) = \frac{I_{\max}}{1 + (z/z_{\text{dif}})^2}, \quad (3)$$

где  $z_{\text{dif}} = \pi n w_0^2 / \lambda$  – дифракционная длина для пучка с радиусом  $w_0$  (по уровню  $1/e^2$ ) в образце кварца.

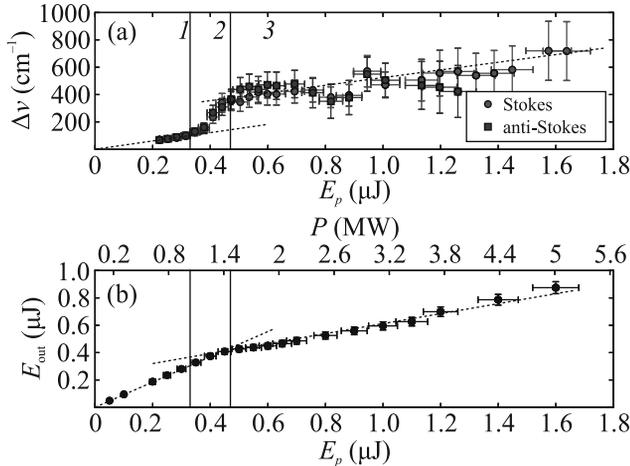


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Уширение спектра в стоксовую (круги) и антистоксовую (квадраты) области лазерного импульса прошедшего через образец плавленного кварца от энергии импульса накачки; пунктирные линии – интерполяция линейных участков. Обозначения 1–3 выделяют области с различными характерами зависимости. (б) – Зависимость энергии прошедшего импульса от энергии импульса накачки

В нелинейном режиме, профиль излучения изменяется под действием самофокусировки. При распространении в воздухе самофокусировка не оказывает существенного влияния, так как критическая мощность самофокусировки в воздухе ( $P_{cr} \sim 10^9$  Вт, что соответствует энергии лазерного импульса 0.4 мДж для нашей лазерной установки) существенно превышает энергию/мощность лазерных импульсов в эксперименте. Таким образом, после прохождения через линзу ( $f = 40$  мм) и расстояния  $z = 36.43$  мм (линейный фокус совпадает с центром образца), размер пучка и радиус кривизны фронта будут равны:

$$w = r_0 \sqrt{(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2} \quad (4)$$

$$R = z_d \frac{(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2}{z/z_d - z(1 - z/f)/f}, \quad (5)$$

где  $z_d = \pi r_0^2 / \lambda$  – дифракционная длина исходного пучка. Последующее распространение описывается методами матричной ( $ABCD$  матрицы) оптики с начальным комплексным радиусом кривизны:

$$q_0 = \left( \frac{1}{R} + i \frac{\lambda}{\pi w^2} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Преломление на границе раздела воздух/плавленный кварц соответствует  $q_{ref} = nq_0$  и для вычисления нового размера пучка и радиуса кривизны:

$$R = \text{Re} \left( \frac{1}{q_{ref}} \right)^{-1}, \quad r = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi n} \frac{1}{\text{Im} \left( \frac{1}{q_{ref}} \right)}}. \quad (7)$$

Нелинейный фазовый набег при распространении в плавленном кварце на расстояние  $dz$  равен  $\varphi_{nl} = k_0 n_2 I dz$ . Где  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $n_2$  – нелинейный показатель преломления, а из-за зависимости интенсивности от радиуса пучка возникает самофокусировка. Вблизи оси распространения экспоненциальный множитель, отвечающий за радиальное распределение набег фазы, можно разложить в ряд, и тогда нелинейный фазовый набег, зависящий от радиальной координаты, будет иметь вид  $\varphi_{nl} = k_0 n_2 I_0 \exp \left( -\frac{4 \ln 2 t^2}{T_{FWHM}^2} \right) \frac{2r^2}{w^2} dz$ , что совпадает с фазой  $\varphi_{lens} = \frac{kr^2}{2F}$ , вносимой собирающей линзой с фокусным расстоянием  $F = \frac{nw^2}{4n_2 I_0 dz}$ . Тогда разделим длину образца на шаги и на каждом шаге будем учитывать влияние дополнительной линзы с соответствующей матрицей распространения  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 1 - \frac{dz}{F} & dz \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{pmatrix}$  и  $q_{out} = \frac{Aq_{in} + B}{Cq_{in} + D}$ . Таким образом можно численно описать распространения импульса через образец. На каждом шаге нелинейный набег фазы не превышает  $\pi/100$ . При мощности импульса, превышающей критическую мощность СФ, СФ преобладает над дифракцией и возникает коллапс пучка на некотором расстоянии, поэтому возможно вычисление формы пучка внутри образца только до координаты коллапса. Положение коллапса определяется увеличением интенсивности до уровня  $10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup>, который является характерным для филамента в плавленном кварце [20, 21]. Насколько нам известно, матричная оптика ранее не использовалась для описания СФ, поэтому данная модель была проверена для коллимированного пучка. Для того, чтобы СФ компенсировала дифракционную расходимость при критической мощности СФ ( $P_{cr} = 3.77\lambda^2 / (8\pi n_0 n_2)$ ), эффективное фокусное расстояние должно быть равно  $F = \frac{nw^2}{4n_2 I_0 dz} k_{eff}$ , где  $k_{eff} = 3.77$ . Отметим, что данный коэффициент не зависит от диаметра коллимированного пучка, линейных и нелинейных показателей преломления среды.

Также мы сравнили результаты наших расчетов с результатами работы [22], где представлено выражение, связывающее энергию импульса и пиковую интенсивность сфокусированного лазерного луча с учетом СФ:

$$E = \frac{I\tau\lambda^2}{\pi(NA)^2 + I\lambda^2/P_{cr}}. \quad (8)$$

Для получения зависимости интенсивности в фо-

кусе луча от энергии лазерного импульса мы преобразовали (8) к следующему виду:

$$I_{\max} = \frac{E_p \pi (NA)^2}{\lambda^2 (\tau - E_p / P_{cr})}. \quad (9)$$

Зависимость интенсивности в фокусе пучка ( $NA = 0.021$ ), рассчитанная методом матричной оптики и с помощью (9), представлена на рис. 4а, где наблюдается хорошее согласие двух методов. Напротив, если учитывать только линейную фокусировку (линия 3) при значениях пиковой мощности, близких к критической, на рис. 4а наблюдается большое расхождение.

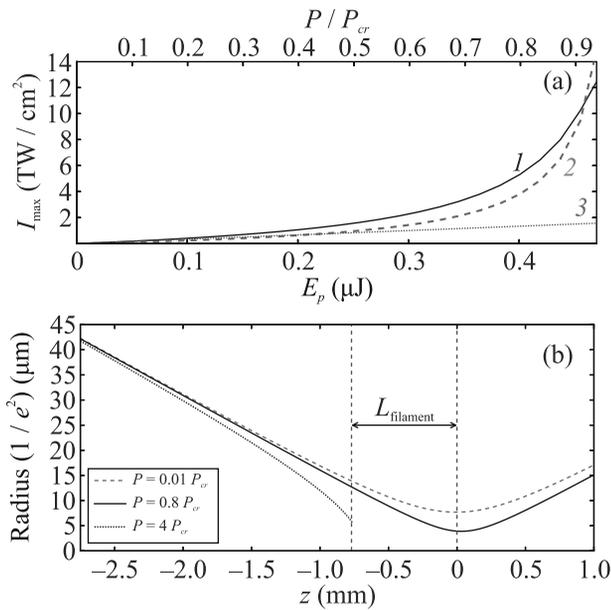


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Расчетная зависимость интенсивности в фокусе в образце плавленного кварца от энергии лазерного импульса: 1 – метод матричной оптики; 2 – выражение (9); 3 – линейное распространение. (б) – Радиус пучка в зависимости от координаты внутри образца плавленного кварца. Излучение распространяется слева направо и  $z = 0$  соответствует центру образца

Используя вышеописанную модель, основанную на матричной оптике, была рассчитана зависимость радиуса пучка от координаты  $z$  внутри образца с учетом начальной фокусировки линзой  $f = 40$  мм. Для сфокусированного лазерного луча наблюдались различные варианты распространения в зависимости от мощности лазерных импульсов. При малой мощности, когда керровская нелинейность не оказывает существенного влияния, излучение распространяется в линейном режиме (рис. 4б, пунктирная линия). При постепенном увеличении мощности лазер-

ных импульсов до критической мощности СФ увеличивается вклад керровской нелинейности и уменьшается радиус пучка в сравнении с линейным случаем распространения. При мощности  $0.8P_{cr}$  радиус пучка в фокусе был в  $\approx 2$  раза меньше, чем в линейном режиме из-за действия СФ (рис. 4б, сплошная линия). При мощности излучения, превышающих критическую мощность СФ, пучок схлопывается раньше геометрического фокуса и расчет останавливается на этой координате.

Для расчета уширения спектра использован следующий подход. Распространение в среде с нелинейным показателем преломления  $n_2$  на расстояние  $dz$  приводит к нелинейному набегу фазы  $\delta\varphi = k_0 n_2 I(t) dz$ , что приводит к появлению новых частот:

$$\begin{aligned} \delta\omega &= -\frac{\partial\delta\varphi}{\partial t} = -k_0 n_2 dz \frac{\partial I}{\partial t} = \\ &= k_0 n_2 dz I_0 \frac{8 \ln 2t}{T_{FWHM}^2} \exp\left(\frac{-4 \ln 2t^2}{T_{FWHM}^2}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

и максимальное уширение достигается при  $\frac{\partial\delta\omega}{\partial t} = 0$ , что соответствует  $t = \pm \frac{T_{FWHM}}{\sqrt{8 \ln 2}}$  и  $|\delta\omega_{\max}| = k_0 n_2 I_0 dz \sqrt{8 \ln 2/e} / T_{FWHM}$ , где  $I_0 = I_0(z)$  из-за наличия фокусирующей линзы (линейный режим) и СФ внутри образца (нелинейный). Тогда уширение на всей длине образца можно вычислить как:

$$\Delta\omega_{\max} = \frac{k_0 n_2 \sqrt{8 \ln 2/e}}{T_{FWHM}} \int_0^l I_0 dz, \quad (11)$$

и для линейного случая можно вычислить аналитически:

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\max} [\text{cm}^{-1}] &= \\ &= \frac{16 \ln 2 \sqrt{2/\pi} \epsilon n n_2 E}{T_{FWHM}^2 \lambda^2 c} \arctan\left(\frac{l}{2z_{dif}}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

При мощности излучения вблизи критической мощности СФ возможны два варианта: 1)  $P < P_{cr}$ ; 2)  $P \geq P_{cr}$ . В первом случае можно использовать зависимость интенсивности от координаты  $z$  внутри образца, полученную представленным методом матричной оптики. Во втором случае длина образца разбивается на три участка: 1) до коллапса пучка; 2) филамент (расстояние между нелинейным и линейным фокусами, см рис. 4б); 3) за линейным фокусом. На первом участке используется зависимость интенсивности от координаты, полученная методом матричной оптики. На втором участке мы оцениваем  $\int I(z) dz$  как  $I_{\text{filament}} \times L_{\text{filament}}$  где средняя интенсивность в филаменте  $I_{\text{filament}}$  по порядку составляет  $\sim 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> [20,21]. После линейного

фокуса, мы оцениваем нелинейный набег фазы, как на первом участке, с учетом уменьшения мощности в филаменте (умножаем на коэффициент пропускания, рис. 3b).

Расчет уширения спектра от энергии лазерных импульсов проводился при вариации  $n_2$  и  $I_{\text{filament}}$ . При значениях  $n_2 = 1.7 \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$  и  $I_{\text{filament}} = 1.3 \times 10^{13} \text{ Вт}/\text{см}^2$  расчетная зависимость наилучшим образом описывает экспериментальные данные (рис. 5, сплошная линия). Значение величины  $n_2$  влияло на положение точки перегиба по горизонтали  $E_{in} \sim 0.5 \text{ мкДж}$  (энергия коллапса пучка), изменение  $I_{\text{filament}}$  влияло на положение точки перегиба по вертикали (спектральное уширение перед коллапсом). Данные значения хорошо согласуются с данными по  $n_2$  [23] и  $I_{\text{filament}}$ , полученными в других экспериментах [20,21]. Также расчет подтверждает, что при  $P > P_{cr}$  наклон зависимости уширения спектра от энергии импульса близок к линейному режиму (описываемому (12)), но возникает дополнительный спектральный сдвиг за счет уширения спектра вне филамента.

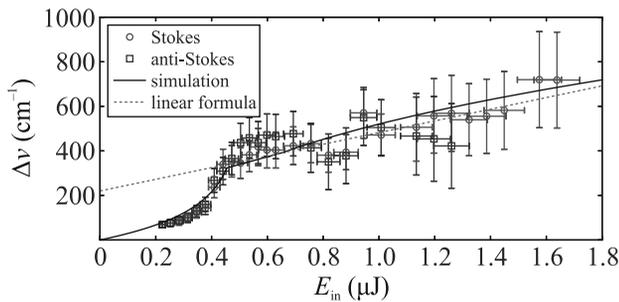


Рис. 5. (Цветной онлайн) Расчетная (сплошная линия) и экспериментальная (точки) зависимости ширины спектра лазерного импульса, прошедшего через образец плавленого кварца, от энергии импульса накачки. Пунктирная линия соответствует наклону для линейного режима

На рисунке 6 представлена зависимость  $I \cdot z$  интеграла при мощности выше критической мощности СФ в филаменте и на всей длине образца. Отметим, что в нелинейном режиме рост уширения спектра при увеличении энергии импульса происходит преимущественно в филаменте, тогда как вне филамента оно практически не изменяется.

В данной работе мы экспериментально и численно исследовали совместное действие самофокусировки и фазовой самомодуляции сфокусированных ( $NA \simeq 0.02$ ) лазерных импульсов с длительностью 300 фс на длине волны 515 нм в плавленом кварце в зависимости от мощности лазерных импульсов

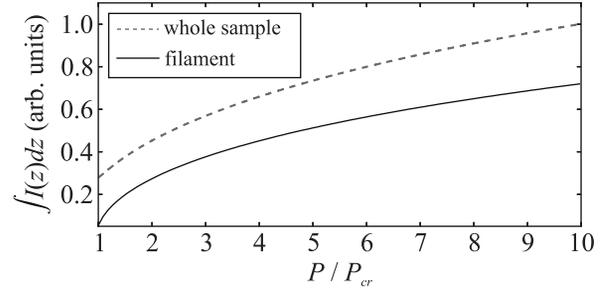


Рис. 6. Зависимость уширения спектра в филаменте и на всей длине образца от мощности лазерного излучения

вблизи критической мощности самофокусировки. В ходе экспериментов выделены три режима в зависимости от мощности лазерного излучения: 1) линейная фокусировка ( $P < 0.6P_{cr}$ ), влияние самофокусировки незначительно и реализуется линейное уширение спектра за счет ФСМ; 2) переходной режим ( $0.6P_{cr} < P < P_{cr}$ ), самофокусировка значительно уменьшает размер пучка в линейном фокусе, но нелинейное поглощение и коллапс пучка не возникают, в этом случае наблюдается резкий рост ширины спектра при увеличении энергии импульса; 3) нелинейный режим ( $P > P_{cr}$ ), самофокусировка преобладает над дифракцией, что приводит к филаментации, с близкой к линейной зависимости ширины спектра от энергии. Углы наклона для линейного и нелинейного режима совпадают в пределах погрешности. Для количественного описания распространения сфокусированного лазерного пучка с учетом самофокусировки предложена и апробирована численная модель, основанная на матричной оптике.

**Финансирование работы.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 23-22-00453, <https://rscf.ru/project/23-22-00453/>.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. Sugioka, *Nanophotonics* **6**, 393 (2017).
2. R. Liao, H. Tian, W. Liu, R. Li, Y. Song, and M. Hu, *J. Phys. Photonics* **2**, 042006 (2020).
3. Y. E. Geints, O. V. Minina, I. Y. Geints et al. (Collaboration), *Sensors* **22**, 6322 (2022).
4. S. V. Chekalin and V. P. Kandidov, *Phys.-Uspekhi* **56**, 123 (2013).
5. A. Couairon and A. Mysyrowicz, *Phys. Rep.* **441**, 47 (2007).
6. D. Strickland and G. Mourou, *Opt. Commun.* **55**, 447 (1985).

7. Ya. V. Grudtsyn, A. V. Koribut, V. A. Trofimov, and L. D. Mikheev, *JOSA B* **35**, 1054 (2018).
8. R. Alfano, S. F. B. Mazhar, M. Sharonov, and L. Shi, *Optik* **249**, 168208 (2022).
9. Z. Heimer, V. Petrov, V. L. Panyutin, V. V. Badikov, K. Kato, K. Miyata, and M. Mero, *Sci. Rep.* **12**, 5082 (2022).
10. I. Kinyaevskiy, V. Kovalev, P. Danilov, N. Smirnov, S. Kudryashov, A. Koribut, and A. Ionin, *Chin. Opt. Lett.* **21**, 031902 (2023).
11. I. O. Kinyaevskiy, V. I. Kovalev, A. V., Koribut, P. A. Danilov, N. A. Smirnov, S. I. Kudryashov, Ya. V. Grudtsyn, E. E. Dunaeva, V. A. Trofimov, and A. A. Ionin, *J. Russ. Laser Res.* **43**, 315 (2022).
12. J. M. Laniel, N. Hô, R. Vallée, and A. Villeneuve, *JOSA B* **22**, 437 (2005).
13. S. I. Kudryashov, P. A. Danilov, E. V. Kuzmin, Yu. S. Gulina, A. E. Rupasov, G. K. Krasin, I. G. Zubarev, A. O. Levchenko, M. S. Kovalev, P. P. Pakholchuk, S. A. Ostrikov, and A. A. Ionin, *Opt. Lett.* **47**, 3487 (2022).
14. K. Lim, M. Durand, M. Baudelet, and M. Richardson, *Sci. Rep.* **4**, 7217 (2014).
15. D. Reyes, M. Baudelet, M. Richardson, and S. Rostami Fairchild, *J. Appl. Phys.* **124**, 053103 (2018).
16. D. V. Pushkarev, G. E. Rizaev, D. V. Mokrousova, S. Yu. Gavrilov, M. V. Levus, E. S. Mitricheva, L. V. Seleznev, and A. A. Ionin, *Opt. Quantum Electron.* **55**, 577 (2023).
17. I. O. Kinyaevskiy, V. I. Kovalev, P. A. Danilov, N. A. Smirnov, S. I. Kudryashov, L. V. Seleznev, E. E. Dunaeva, and A. A. Ionin, *Opt. Lett.* **45**, 2160 (2020).
18. I. O. Kinyaevskiy, A. V. Koribut, I. V. Gritsenko, A. M. Sagitova, M. V. Ionin, E. E. Dunaeva, and A. A. Ionin, *Opt. Spectrosc.* **131**, 190 (2023).
19. F. DeMartini, C. H. Townes, T. K. Gustafson, and P. L. Kelley, *Phys. Rev.* **164**, 312 (1967).
20. S. Tzortzakis, L. Sudrie, M. Franco, B. Prade, A. Mysyrowicz, A. Couaïron, and L. Bergé, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 213902 (2001).
21. Y. Tian, C. Gong, D. Kong, and X. Hu, *JOSA B* **39**, 2435 (2022).
22. C. B. Schaffer, A. Brodeur, J. F. García, and E. Mazur, *Opt. Lett.* **26**, 93 (2001).
23. D. Milam, *Appl. Opt.* **37**, 546 (1998).

# Контраст Рэмси-КПН резонансов в тушащих и деполяризующих газах

Д. С. Чучелов, М. И. Васьковская, Е. А. Цыганков<sup>1)</sup>, С. А. Зибров, К. М. Сабакарь, В. В. Васильев, В. Л. Величанский

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 ноября 2023 г.

После переработки 20 ноября 2023 г.

Принята к публикации 22 ноября 2023 г.

Молекулярный азот часто используется в качестве буферного газа в ячейках с щелочными металлами благодаря его известному свойству тушения флуоресценции. Широко распространено мнение, что устранение спонтанного излучения уменьшает ширину резонанса когерентного пленения населенностей. Однако наши недавние результаты не подтвердили это положительное действие молекулярного азота в типичных диапазонах концентраций  $^{87}\text{Rb}$  и давлений буферных газов. Напротив, экспериментально наблюдалось негативное влияние тушения – контраст резонанса когерентного пленения населенностей в  $\sigma^+-\sigma^+$  конфигурации полей был ниже в ячейках с молекулярным азотом. В данной работе эти результаты получают подтверждение в импульсной схеме регистрации резонанса когерентного пленения населенностей методом Рэмси-спектроскопии. В работе приводятся результаты сравнения характеристик центрального резонанса Рэмси в молекулярном азоте и в неоне, показано, что применение неона обеспечивает лучшее соотношение контраста к ширине.

DOI: 10.31857/S123456782401004X, EDN: satmmf

**1. Введение.** Открытие эффекта когерентного пленения населенностей (КПН), позволяющего опрашивать микроволновые переходы в атомах оптическими методами, привело к разработке атомных часов в масштабе чипа [1], использующихся в настоящее время в навигации и системах связи [2], в малых спутниках, известных как “CubeSats” [3], в задачах подводного зондирования [4] и других. Такие часы имеют малые размеры и энергопотребление, но для их применения в более широком спектре приложений требуется повысить стабильность их частоты [5].

Стеклоянная ячейка, содержащая атомы щелочного металла, является одним из основных элементов часов. Обычно она наполняется буферными газами для снижения скорости релаксации когерентности и сужения опорного резонанса. Азот часто предпочитают другим газам, из-за его способности тушить спонтанное излучение, которое должно приводить к дополнительному уширению резонанса [1, 6]. С другой стороны, известно, что благородные газы, практически не тушащие флуоресценцию, эффективнее деполяризуют возбужденное состояние атомов щелочного металла [7]. Этот эффект возникает вследствие быстрой релаксации состояния с ненулевым угловым моментом

при столкновениях с газом, что приводит к выравниванию населенностей подуровней возбужденного состояния [8, 9].

В нашей недавней работе [10] было сделано предположение, что тушение может уменьшить степень деполяризации возбужденного состояния, поскольку сечения столкновений для этих эффектов сравнимы по величине. Мы провели численный расчет эффекта оптической накачки в атомах  $^{87}\text{Rb}$  с учетом всех подуровней  $D_1$  линии. Рассмотрены два предельных случая: 1) деполяризация возбужденного состояния отсутствует и 2) населенности подуровней возбужденного состояния равны. Во втором случае контраст КПН-резонанса в два раза выше при значительной скорости оптической накачки. Мы пришли к выводу, что азот должен обеспечивать меньший контраст, чем благородные газы, из-за меньшей деполяризации возбужденного состояния, и подтвердили это экспериментально для  $\sigma^+-\sigma^+$  схемы, используемой в атомных часах в масштабе чипа.

Рэмси-спектроскопия [11] в настоящее время является привлекательным подходом к разработке миниатюрных КПН-часов с улучшенной стабильностью частоты [12–14], поскольку импульсная схема обеспечивает подавление светового сдвига частоты перехода сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона по сравнению с непрерывным взаимодействием.

<sup>1)</sup>e-mail: tsyganov.e.a@yandex.ru

В этой работе мы показали, что неон обеспечивает большее отношение контраст/ширина центрального резонанса Рэмси, чем азот, и измерили соответствующую разницу в кратковременной стабильности частоты.

**2. Эксперимент.** Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Использовался одно-модовый лазер с вертикальным резонатором, излучающий с поверхности на длине волны  $\simeq 795$  нм. Ток инжекции лазера модулировался СВЧ-сигналом на частоте, близкой к 3.4 ГГц, и первые боковые полосы полихроматического оптического поля настраивались на переходы  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ ,  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$  D<sub>1</sub> линии  $^{87}\text{Rb}$ . Величина тока инжекции составляла 1.15 мА, а мощность СВЧ-поля выбиралась так, чтобы интенсивность первых боковых полос спектра была максимальной. Для реализации импульсной схемы возбуждения резонанса КПН использовался акустооптический модулятор АОМ. Дифрагированный пучок первого порядка проходил через атомную ячейку и регистрировался фотодетектором PD. Для формирования резонанса КПН в конфигурации  $\sigma^+ - \sigma^+$  использовалась четвертьволновая пластинка  $\lambda/4$ . Диаметр лазерного луча составлял 3 мм. Частота лазерного излучения стабилизировалась на значении, соответствующем максимуму контура поглощения. Для этого ток инжекции модулировался на частоте 15 кГц, а сигнал обратной связи использовался для управления температурой лазера.

Синусоидальный сигнал частотой 80 МГц, подаваемый на АОМ, модулировался последовательно прямоугольных импульсов; см. рис. 1b. Конфигурация полей для Рэмси-спектроскопии резонанса КПН отличается от традиционной, содержащей как оптические, так и микроволновые импульсы [15]. Последовательность импульсов в Рэмси-КПН состоит только из оптических импульсов. Импульс накачки должен иметь достаточную длительность и амплитуду, чтобы распределение населенностей по магнитным подуровням основного состояния и когерентность рабочих подуровней вышли на стационарные значения. Длительность детектирования должна быть достаточно малой, чтобы излучение практически не возмущало атомы. В нашем эксперименте за импульсом накачки длительностью  $T_p$  следовало время свободной эволюции  $T_R$ . Сигнал пропускания атомной ячейки регистрировался в начале каждого импульса накачки в течение  $\tau_d = 5$  мкс. Для наблюдения осцилляций Рэмси (рис. 2) частота СВЧ-поля линейно сканировалась вблизи значения, соответствующего частоте метрологического перехода. Сбор данных и управление конфигурацией последо-

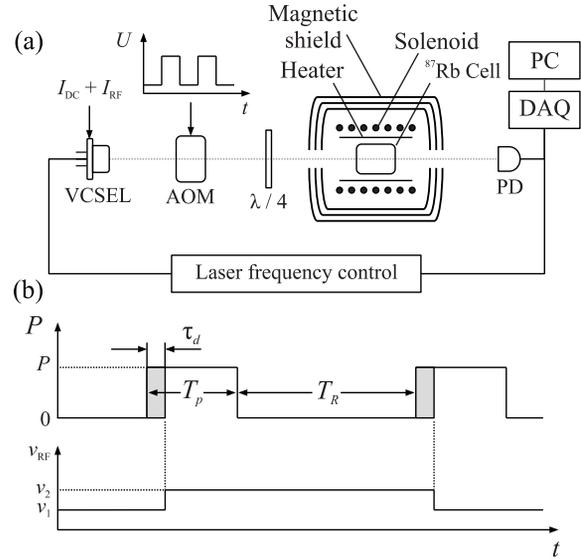


Рис. 1. (a) – Схема экспериментальной установки. (b) – Диаграмма последовательности оптических импульсов:  $T_p$  – длительность импульса накачки;  $T_R$  – длительность времени свободной эволюции;  $\tau_d$  – длительность детектирования;  $P$  – мощность лазерного излучения в течение импульса накачки. В режиме измерения стабильности частоты резонанса КПН значение частоты СВЧ-сигнала переключалось между  $\nu_1$  и  $\nu_2$  после фазы детектирования в каждом цикле

вательности импульсов осуществлялись с использованием платы NI PCIe-6363 и программного обеспечения LabVIEW. Сигнал с фотодетектора использовался как в контуре стабилизации частоты лазера, так и для регистрации сигналов Рэмси-КПН.

Мы использовали две цилиндрические атомные ячейки (диаметром 8 мм и длиной 15 мм) с  $^{87}\text{Rb}$ , одну заполненную азотом ( $\text{N}_2$ ), а другую – неон ( $\text{Ne}$ ), обе при давлении 90 Торр. Ячейки исследовались поочередно в одинаковых экспериментальных условиях. Атомная ячейка помещалась в продольное магнитное поле величиной 0.02 Гс для выделения метрологического СВЧ-резонанса от магниточувствительных на подуровнях  $m_{F_g} = \pm 1$ . Температура атомной ячейки поддерживалась на уровне 66 °С, а ее вариации в ходе эксперимента не превышали 0.01 °С. Ячейка, нагреватель и соленоид были помещены в трехслойный магнитный экран, обеспечивавший подавление лабораторного магнитного поля более чем в 500 раз.

Известно, что ширина центрального резонанса Рэмси обратно пропорциональна времени свободной эволюции, а его амплитуда экспоненциально затухает с ростом  $T_R$ . Поэтому максимальное отношение амплитуда/ширина достигается при определенном

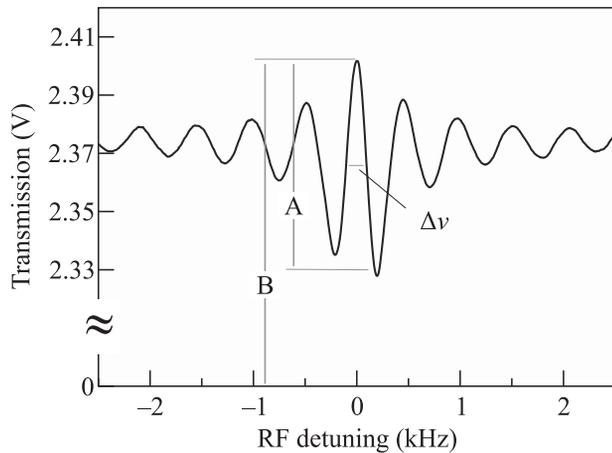


Рис. 2. Резонанс Рэмси-КПН, полученный в ячейке с 90 Торр неона (скользящее среднее по 5 точкам). Экспериментальные параметры:  $P = 30$  мкВт,  $T_p = 3$  мс,  $T_R = 1.8$  мс,  $\tau_d = 5$  мкс.  $\Delta\nu$  – полная ширина на полувысоте,  $C = A/B$  – контраст резонанса

значении  $T_R$ , близким по величине времени релаксации когерентности основного состояния. Последнее мы оценили по ширине резонанса КПН  $\Delta\nu$ , зарегистрированного в непрерывном режиме при экстраполяции оптической мощности к нулю,  $1/\pi\Delta\nu \simeq 1.8$  мс для двух газов. Далее в эксперименте мы использовали  $T_R = 1.8$  мс, чтобы получить соотношение амплитуда/ширина, близкое к максимальному.

Кратковременная стабильность частоты атомных часов часто характеризуется отношением контраста резонанса к его ширине  $Q$  [16] при условии ограничения дробовым шумом. Мы измерили ширину  $\Delta\nu$  и контраст  $C$  (рис. 2) центрального резонанса Рэмси и получили зависимость  $Q$  от оптической мощности для обеих исследуемых ячеек; см. рис. 3. Максимальное значение  $Q \simeq 8\%/кГц$  для  $N_2$  достигается в диапазоне 30–40 мкВт. При более высокой мощности излучения  $Q$  уменьшается за счет эффективной накачки атомов в непоглощающее состояние  $F_g = 2, m_F = +2$ . В ячейке с Ne мы получили в 2.5 раза большее значение  $Q \simeq 20\%/кГц$  в диапазоне 70–100 мкВт.

Для подтверждения преимуществ использования Ne в импульсной  $\sigma^+ - \sigma^+$  схеме мы провели измерения стабильности частоты способом, описанным в [12]. Генератор СВЧ-поля Agilent 8257C был синхронизирован с пассивным водородным стандартом VCN-1007, а регистрировался сигнал коррекции частоты. Для этого частота СВЧ-поля переключалась после времени детектирования в каждом цикле, и регистрировалась разность сигналов пропуска атомной ячейки на частотах СВЧ-поля  $\nu_1$  и  $\nu_2$ ; см. рис. 1б.

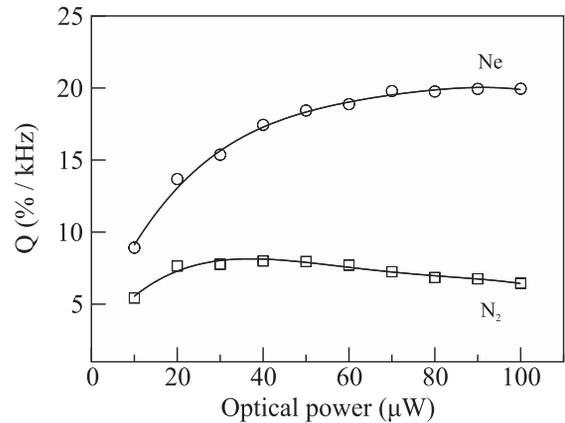


Рис. 3. Зависимости отношения контраста к ширине центрального резонанса Рэмси от оптической мощности в ячейках с неона и азотом. Экспериментальные параметры:  $T_p = 3$  мс,  $T_R = 1,8$  мс,  $\tau_d = 5$  мкс

Разность частот  $\nu_1 - \nu_2$  устанавливалась близкой к полуширине центрального резонанса для достижения максимального наклона корректирующего сигнала. Таким образом, записанный корректирующий сигнал позволяет измерить стабильность частоты резонанса Рэмси относительно водородного стандарта.

Измеренные зависимости девиации Аллана от времени измерения для  $N_2$  и Ne показаны на рис. 4.

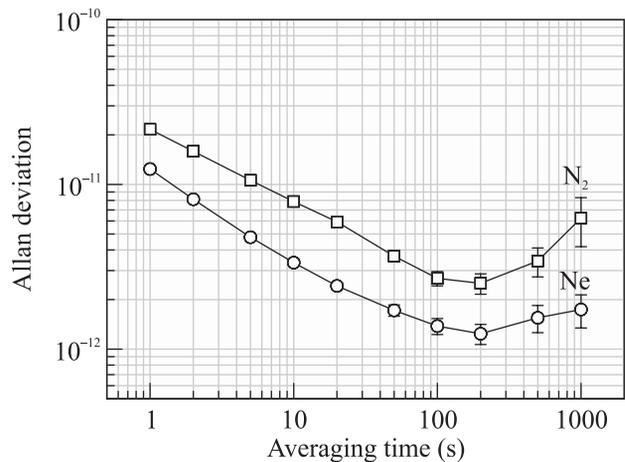


Рис. 4. Девиация Аллана частоты центрального резонанса Рэмси-КПН в исследуемых ячейках

Мощность излучения во время импульса накачки составила 30 мкВт для  $N_2$  и 80 мкВт для Ne. На основании полученных значений  $Q$  ожидалось, что стабильность частоты до 100 с в ячейке с Ne будет в 2,5 раза лучше, чем в  $N_2$ . Экспериментально достигнуто улучшение стабильности частоты примерно в 2 раза. Однако мы зарегистрировали более высокий уровень шума в Ne по сравнению с  $N_2$  даже при оди-

наковой мощности лазера. Из-за различия коэффициентов столкновительного уширения [17] контур поглощения атомов рубидия в ячейке с Ne имеет меньшую ширину, чем в ячейке с N<sub>2</sub> в тех же условиях. Это приводит к увеличению амплитуды шума, вызванного флуктуациями частоты лазера, которые можно подавить с помощью широкополосной петли обратной связи в системе стабилизации частоты лазера. Отметим, что давление 90 Торр не является оптимальным для размера используемых ячеек, но подходит для демонстрации различий между газами. Ухудшение стабильности после 200 секунд вызвано температурным дрейфом, который сильно влияет на частоту резонанса КПН в атомных ячейках с одним буферным газом. Температурную чувствительность можно подавить, используя смесь двух газов с линейными температурными коэффициентами противоположных знаков. Чаще всего используют смеси Ar-N<sub>2</sub> и Ar-Ne, из которых последняя будет иметь преимущество более высокого отношения контраста к ширине.

**3. Заключение.** В работе приводятся результаты исследования КПН-резонансов в импульсной схеме регистрации в миниатюрных газовых ячейках. Представлены результаты сравнения характеристик центрального резонанса Рэмси-КПН в  $\sigma^+-\sigma^+$  схеме возбуждения в <sup>87</sup>Rb, в ячейках с молекулярным азотом и неона. Показано, что в одинаковых экспериментальных условиях отношение контраста резонанса к его ширине больше для ячейки с неона, что обусловлено более высокой степенью выравнивания населенностей подуровней возбужденного состояния и, следовательно, меньшей оптической накачкой в крайнее непоглощающее состояние. Измерения девиации Аллана продемонстрировали улучшение кратковременной стабильности частоты центрального резонанса в 2 раза в случае ячейки с неона. Таким образом, в миниатюрных атомных часах предпочтительным является применение газовых ячеек со смесью благородных буферных газов.

**4. Финансирование работы.** Данная работа финансировалась за счет средств Российского научного фонда (грант # 19-12-00417). Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

**5. Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. J. Kitching, *Appl. Phys. Rev.* **5**, 031302 (2018).
2. M.S. Grewal, L.R. Weill, and A.P. Andrews, *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*, Wiley-Interscience, Hoboken, NJ (2007).
3. Z. Warren, H. Kettering, and J. Camparo, in: *Proceedings of the 52nd Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting* (2021). URL: <https://www.ion.org/publications/browse.cfm?proceedingsID=154>.
4. Microchip Technology Incorporated, <https://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/00003876.pdf>.
5. M. Travagnin, Joint Research Center, <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC125394>.
6. J. Vanier and C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, CRC Press, Boca Raton (1989).
7. W. Happer, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 169 (1972).
8. W. Franzen and A.G. Emslie, *Phys. Rev.* **108**, 1453 (1957).
9. A.I. Okunevich and V.I. Perel', *Soviet Physics JETP* **31**, 666 (1970).
10. K.M. Sabakar, M.I. Vaskovskaya, D.S. Chuchelov, E.A. Tsygankov, V.V. Vassiliev, S.A. Zibrov, and V.L. Velichansky, *Phys. Rev. Appl.* **20**, 034015 (2023).
11. N.F. Ramsey, *Rev. Sci. Instrum.* **28**, 57 (1957).
12. C. Carlé, M. Petersen, N. Passilly, M.A. Hafiz, E. de Clercq, and R. Boudot, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **68**, 3249 (2021).
13. C. Carlé, M.A. Hafiz, S. Keshavarzi, R. Vicarini, N. Passilly, and R. Boudot, *Opt. Express* **31**(5), 8160 (2023).
14. M. Abdel Hafiz, C. Carlé, N. Passilly, J.M. Danet, C.E. Calosso, and R. Boudot, *Appl. Phys. Lett.* **120**(6), (2022).
15. T. Zanon, S. Guerandel, E. de Clercq, D. Holleville, N. Dimarcq, and A. Clairon, *Phys. Rev. Lett.* **94**(19), 193002 (2005).
16. J. Vanier and C. Mandache, *Appl. Phys. B* **87**, 565 (2007).
17. G.A. Pitz, A.J. Sandoval, T.B. Tafoya, W.L. Klennert, and D.A. Hostutler, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer* **140**, 18 (2014).

## Эффективная загрузка атомного чипа из низкоскоростного атомного пучка

П. И. Скакуненко<sup>+</sup>, Д. В. Быкова<sup>+</sup>, А. Е. Афанасьев<sup>+,\*1)</sup>, В. И. Балыкин<sup>+,\*</sup>

<sup>+</sup>Институт спектроскопии РАН, 108840 Москва, Троицк, Россия

<sup>\*</sup>Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 октября 2023 г.

После переработки 21 ноября 2023 г.

Принята к публикации 21 ноября 2023 г.

В работе исследованы различные режимы загрузки магнито-оптической ловушки (МОЛ), сформированной вблизи атомного чипа, на примере атомов  $^{87}\text{Rb}$ . Исследована загрузка из тепловых атомных паров и из низкоскоростного атомного пучка. При использовании атомного пучка продемонстрирована возможность контроля загрузки магнито-оптической ловушки пространственным управлением атомного пучка. Это позволило увеличить скорость загрузки атомов в магнито-оптической ловушке при сохранении ультравысокого вакуума в области атомного чипа. При оптимальных режимах загрузки максимальное количество атомов в МОЛ составило значение  $4.9 \times 10^7$  атомов. При этом, измеренное время жизни атомов в МОЛ составило значение 4.1 с.

DOI: 10.31857/S1234567824010051, EDN: saxuid

Ансамбли холодных и ультрахолодных атомов являются естественными объектами для построения квантовых сенсоров. Исследование и использование таких систем представляет значительный интерес как для фундаментальной физики, так и в многочисленных приложениях. Основной целью разработки сенсоров, использующих квантовые состояния систем (атомов, молекул, центров окраски, квантовых точек и др.) для измерения физических полей, является повышение точности измерений [1]. Это необходимо не только для решения прикладных задач, например, навигации, поиска полезных ископаемых, но также для решения фундаментальных задач: детектирование гравитационных волн и темной материи, исследования дрейфа фундаментальных констант [2].

Использование квантовых эффектов в функционировании сенсоров позволяет значительно повысить точность проводимых измерений (например, при создании атомных часов или измерении ускорения свободного падения). Предельная точность квантового сенсора определяется квантовым проекционным шумом (*quantum projection noise*, QPN). При использовании нейтральных атомов в сенсоре предел его точности будет определяться количеством атомов  $N$  в атомном ансамбле сенсора [3]:

$$\text{QPN} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (1)$$

Значительные усилия научного сообщества были направлены на исследования экспериментальных схем, позволяющих достичь максимально возможного количества атомов в сенсоре. В качестве источника атомов для квантовых сенсоров в подавляющем большинстве случаев используется магнито-оптическая ловушка (МОЛ). МОЛ необходима для первичного охлаждения и локализации атомов. Как правило, на начальном этапе приготовления атомного ансамбля в МОЛ его температура соответствует доплеровскому пределу охлаждения (145 мК для атомов Rb). На последующих этапах атомный ансамбль охлаждается ниже доплеровского предела за счет субдоплеровских механизмов охлаждения (порядка 10 мК), а затем, при необходимости, достигается его температура порядка 100 нК методом испарительного охлаждения. Каждый из указанных этапов, особенно этап испарительного охлаждения, связан с потерей количества атомов. По этой причине именно максимальное количество атомов в МОЛ, полученное на этапе приготовления первичного атомного ансамбля, будет во многом определять точность квантового сенсора.

Помимо этого, ансамбли холодных атомов, формируемые в МОЛ, используются в качестве источников атомов для большого круга экспериментов. К таким, например, относятся эксперименты по исследованию механизмов субдоплеровского охлаждения атомов [4] с целью увеличения количества атомов в состоянии бозе-эйнштейновской конденсации [5]. Ко-

<sup>1)</sup>e-mail: afanasiev@isan.troitsk.ru

личество атомов в МОЛ играет важную роль при исследовании свойств ультрахолодной плазмы [6] и атомов в ридберговских состояниях [7].

Современные тенденции в развитии квантовых сенсоров направлены на их миниатюризацию и энергоэффективность. Это связано с необходимостью располагать квантовые сенсоры на движущихся платформах как для исследований в фундаментальной физике, так и для прикладных задач. В частности, активно развиваются направления использования квантовых сенсоров в космическом пространстве [8, 9]. Комплексным решением миниатюризации и энергоэффективности является использование технологии атомного чипа [10]. Действительно, технология атомного чипа позволяет провести миниатюризацию квантового сенсора и увеличить его энергоэффективность за счет уменьшения эффективного сопротивления используемых на чипе электрических микропроводов. Кроме того, вблизи микропроводов возможно достичь высоких градиентов магнитных полей, которые недостижимы в случае использования катушек квадрупольного поля. Это, в свою очередь, позволяет быстро и эффективно достигать бозе-эйнштейновской конденсации [11].

Атомный чип позволяет формировать вблизи его поверхности распределение магнитного поля, близкое к квадрупольному [12], необходимое для формирования МОЛ. Это дает возможность производить охлаждение и захват атомов вблизи атомного чипа без использования катушек квадрупольного поля, которые являются более громоздкими и менее энергоэффективными в сравнении с атомным чипом. Квадрупольное магнитное поле, необходимое для формирования первичного ансамбля холодных атомов на чипе, создается за счет протекания тока через микропровод атомного чипа, размещенного в однородном внешнем магнитном поле [13]. Такая конфигурация обеспечивает требуемое распределение магнитного поля, в котором в центре ловушки магнитное поле равно нулю. При смещении из центральной области ловушки мультипольные компоненты магнитного поля высших порядков (гексапольная, октопольная) искажают квадрупольное распределение. Это приводит к тому, что эффективный объем МОЛ, в котором происходит охлаждение, уменьшается [14].

Количество атомов в МОЛ  $N$  определяется выражением [15]:

$$N = R\tau, \quad (2)$$

где  $R$  – скорость загрузки атомов в МОЛ и  $\tau$  – время жизни атомов, которое определяется процессами

столкновения атомов с остаточными газами в вакуумной камере. Как правило, при использовании МОЛ с квадрупольным распределением магнитного поля скорость загрузки определяется площадью лазерных лучей и потоком атомов. При отклонении пространственного распределения магнитного поля от квадрупольного объем области эффективного захвата атомов будет определяться не размерами лазерных лучей, а эффективным размером области, где отклонения магнитного поля от “идеального” распределения малы. Очевидно, что при такой ситуации способом увеличения  $R$  остается увеличение потока атомов, поступающих в область охлаждения.

Существует два подхода для загрузки атомов в МОЛ: (1) из атомного пара, который можно создать в области МОЛ при помощи диспенсера, и (2) из атомного пучка. Оба подхода исследуются в настоящей работе с целью определения оптимальных параметров увеличения скорости загрузки атомов в МОЛ, сформированную вблизи атомного чипа.

Методы локализации атомов вблизи атомного чипа и их детектирования описаны ранее в нашей работе [16]. Для охлаждения атомов вблизи атомного чипа используется зеркальная МОЛ, которая формируется двумя лазерными лучами. Один из этих лучей распространяется параллельно плоскости атомного чипа, а второй отражается от нее под углом  $45^\circ$ . Далее эти лучи отражаются в обратном направлении, пройдя два раза через четвертьволновую пластину. При такой конфигурации лазерное поле вблизи атомного чипа будет эквивалентно полю, которое используется в трехмерной МОЛ.

Магнитное квадрупольное поле, необходимое для МОЛ, формируется за счет протекания тока через U-образный провод на поверхности атомного чипа, находящегося во внешнем однородном магнитном поле. Ширина используемого в данной работе провода составляла значение 2.9 мм, длина – 6.2 мм и толщина – 7 мкм. В такой конфигурации возможно было пропускать через микропровод электрический ток величиной 8 А без его существенного нагрева, что позволяло проводить измерения с большими временами загрузки атомов в МОЛ.

Загрузка атомов в МОЛ из атомных паров позволяет сделать систему компактной. Однако достижение высокой скорости загрузки  $R$  требует значительного увеличения давления паров Rb в вакуумной камере, что негативно сказывается на времени жизни атомов в МОЛ. Данный подход использовался в [16], и количество локализованных атомов было небольшим (порядка  $10^5$ ), что не позволяет использовать такой метод для задач квантовой сенсорики.

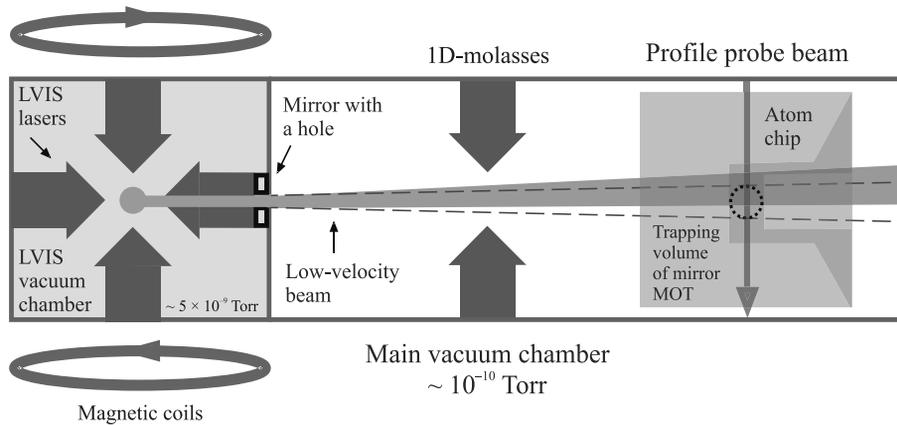


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки для загрузки атомов в МОЛ вблизи атомного чипа из низкоскоростного атомного пучка

В данной работе мы исследуем динамику загрузки и определяем время жизни атомов в МОЛ при загрузке из паров для сравнения с методом загрузки из атомного пучка.

При использовании атомного пучка для загрузки МОЛ экспериментальная установка состоит из двух вакуумных камер с дифференциальной откачкой. Одна камера – для атомного источника с относительно невысоким для современных систем на основе холодных атомов вакуумом. Другая камера – с высоким вакуумом – для атомного чипа (рис. 1). В этом случае атомный чип, формирующий требуемое распределение магнитного поля, размещается в ультравысоковакуумной камере с давлением  $10^{-10}$  Торр. Атомный пучок формируется из атомов, находящихся в камере при давлении порядка нескольких единиц  $10^{-9}$  Торр. В этой камере создается трехмерная магнито-оптическая ловушка, из которой формируется низкоскоростной атомный пучок для загрузки атомного чипа [17]. Средняя скорость атомов в направлении распространения пучка  $V = 14$  м/с. Для формирования низкоскоростного атомного пучка из МОЛ изготавливается отверстие диаметром 1 мм в зеркале, которое служит для создания требуемой конфигурации лазерных полей трехмерной МОЛ. Это отверстие также является отверстием для дифференциальной откачки. Наличие отверстия формирует в отраженном луче область с отсутствием лазерного поля, что приводит к дисбалансу сил светового давления в центральной части МОЛ: суммарная сила действует на атомы в направлении отверстия. Атомный пучок из трехмерной МОЛ направляется в область с атомным чипом, где происходит дальнейшее охлаждение и локализация атомов.

В нашей установке на пути распространения низкоскоростного атомного пучка сформирована об-

ласть взаимодействия атомов с поперечным лазерным излучением и двумерным квадрупольным магнитным полем. Данная область может быть использована для фокусировки атомного пучка в область атомного чипа [18, 19]. В настоящей работе используется только лазерное излучение без квадрупольного магнитного поля в конфигурации одномерного поперечного лазерного охлаждения (одномерная оптическая патока, 1D-molasses). Это позволяет осуществлять пространственный контроль положения атомного пучка в плоскости, параллельной плоскости атомного чипа, за счет создания дополнительной силы в поперечном направлении. Величина силы контролировалась интенсивностью лазерного излучения. Оптимальное положение атомного пучка достигалось при интенсивности, равной интенсивности насыщения перехода. Частота излучения использовалась такая же, как и при формировании низкоскоростного атомного пучка и охлаждении атомов вблизи атомного чипа. Длина области взаимодействия составляла значение 15 мм.

В работе используются атомы  $^{87}\text{Rb}$ . Это определяет частоты лазерных полей, используемых для охлаждения, управления и локализации атомов. Для этих целей используется лазер, стабилизированный по частоте с отстройкой  $\delta = -2\Gamma$  ( $\Gamma = 2\pi \times 6$  МГц – ширина атомного перехода Rb) относительно перехода  $5S_{1/2} F = 2 \rightarrow 5P_{3/2} F' = 3$   $^{87}\text{Rb}$ . Для оптической накачки атомов Rb использовалось излучение другого лазера, стабилизированное по частоте вблизи перехода  $5S_{1/2} F = 1 \rightarrow 5P_{3/2} F' = 2$   $^{87}\text{Rb}$ . Излучение лазеров пространственно совмещалось и передавалось в область эксперимента по оптическим волокнам, сохраняющим поляризацию.

В области атомного чипа был сформирован зондирующий лазерный луч диаметром 1 мм. Этот луч

распространялся в плоскости, параллельной атомному чипу, перпендикулярно атомному пучку. Использование этого луча позволяло визуализировать пространственное положение атомного пучка в области атомного чипа по резонансной флуоресценции атомов, детектируемой камерой, расположенной снизу вакуумной камеры.

Динамика загрузки атомов в МОЛ описывается следующим уравнением:

$$\frac{dN(t)}{dt} = R - \frac{N(t)}{\tau} - \beta N^2(t), \quad (3)$$

где  $N(t)$  – количество атомов в МОЛ в момент времени  $t$ , отсчитываемого от начала загрузки,  $R$  – скорость загрузки,  $\tau$  – время жизни атомов в МОЛ, определяемое столкновениями с остаточным газом в вакуумной камере,  $\beta$  – вероятность потери холодного атома при столкновении с другим холодным атомом в МОЛ (двухчастичные взаимодействия) [20]. Из (3) следует, что динамика количества атомов в МОЛ при начальном условии  $N(0) = 0$  будет определяться следующим выражением:

$$N(t) = \frac{2R\tau \tanh \frac{At}{2\tau}}{A + \tanh \frac{At}{2\tau}}, \quad (4)$$

$$A = \sqrt{1 + 4R\tau^2\beta}.$$

Когда концентрация атомов  $n = N/V$ , где  $V$  – объем ловушки, в МОЛ мала и двухчастичные взаимодействия еще не являются ограничивающим фактором на загрузку атомов, последним членом в (3) можно пренебречь. В этом случае выражение (4) приобретает вид:

$$N(t) = R\tau(1 - e^{-t/\tau}). \quad (5)$$

При выключении загрузки атомов (перекрытии атомного пучка) начинается распад атомного ансамбля в МОЛ. Из выражения (3) можно определить динамику изменения количества атомов в МОЛ:

$$N(t) = \frac{N_0 e^{-t/\tau}}{1 + N_0 \tau \beta (1 - e^{-t/\tau})}. \quad (6)$$

Выражение (6), когда двухчастичные взаимодействия не влияют на время жизни атомов в атомном ансамбле, принимает вид:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}. \quad (7)$$

На рисунке 2а представлены зависимости количества атомов в МОЛ, образованной вблизи атомного

чипа, от времени, которое отсчитывается от времени включения лазерных лучей при различных методах загрузки МОЛ. Количество атомов в МОЛ определялось по сигналу флуоресценции. При загрузке атомов из паров (рис. 2а, черная кривая) с помощью диспенсера, расположенного рядом с атомным чипом, количество атомов в МОЛ наименьшее. Видно, что при использовании атомного пучка (рис. 2а, зеленая и синяя кривые) количество атомов, локализованных в МОЛ, резко вырастает. В таблице 1 приведены полученные значения стационарного количества атомов в ловушке, скорость загрузки и время жизни атомов в МОЛ.

Приведенные в табл. 1 параметры оценивались с применением выражения (5) (простая экспоненциальная зависимость). Двухчастичные столкновения не учитывались в обработке экспериментальных данных. Это связано с тем фактом, что на динамику загрузки атомов в МОЛ вблизи атомного чипа влияет динамика формирования МОЛ для низкоскоростного атомного пучка. В силу особенностей нашей экспериментальной установки, МОЛ низкоскоростного атомного пучка начинает формироваться в момент времени  $t_0 = 0$  одновременно с включением охлаждающего лазерного излучения вблизи атомного чипа. Это приводит к тому, что поток атомов, а соответственно и скорость загрузки  $R$ , в начальный момент времени будут зависеть от времени. Нам удалось учесть двухчастичные столкновения и, следовательно, определить параметр  $\beta$  из кривых разгрузки (см. ниже).

Загрузка атомов из низкоскоростного атомного пучка чувствительна к положению низкоскоростного атомного пучка по отношению к положению атомного чипа. Данное положение можно контролировать с использованием оптической патоки. Зеленая кривая на рис. 2а соответствует случаю загрузки МОЛ без использования оптической патоки. В этом случае положение атомного пучка в области атомного чипа оказалось неоптимальным (рис. 2с). Оптимальным является положение, когда атомный пучок проходит через центральную область атомного чипа. На рисунке 2b и с показано изображение атомного пучка (атомный пучок распространяется слева направо; детектирующий лазерный луч распространяется сверху вниз; их пересечение помечено красным цветом) на фоне атомного чипа, демонстрирующее его пространственное положение. Желтым выделен микропровод U-образной ловушки, по которому протекает ток для формирования, требуемого для МОЛ магнитного поля. Из рисунка 2с видно, что атомный пучок смещен относительно центральной части

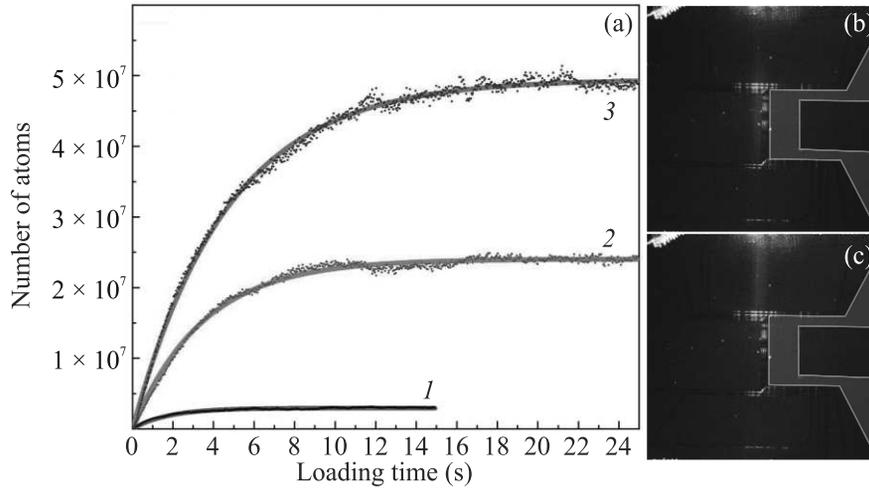


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Измеренная временная зависимость количества атомов в МОЛ. Черная кривая (1) соответствует загрузке атомов из тепловых паров (параметры загрузки:  $R = 0.2 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$ ;  $t = 1.8 \text{ c}$ ); зеленая кривая (2) – загрузка атомов осуществлялась из низкоскоростного атомного пучка, положение которого относительно центра атомного чипа показано на рис. (с) (параметры загрузки:  $R = 0.7 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$ ;  $t = 3.5 \text{ c}$ ); синяя кривая (3) соответствует загрузке атомов из низкоскоростного атомного пучка, положение которого контролировалось с использованием одномерной оптической патоки (b) (параметры загрузки:  $R = 1.1 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$ ;  $t = 4.7 \text{ c}$ ); на рис. (b) и (с) показаны фотографии подсвеченного атомного пучка на фоне атомного чипа. Атомный пучок распространяется слева направо, и он подсвечивается узким лазерным лучом, распространяющимся сверху вниз. Красным показаны области пересечения атомного пучка с лазерным лучом. Желтым выделен микропровод U-образной ловушки, по которому протекает ток для формирования требуемого для МОЛ магнитного поля

Таблица 1. Параметры МОЛ при различных методах загрузки

Метод загрузки МОЛ	Стационарное количество атомов в МОЛ $N_0$	Скорость загрузки $R$ , $\times 10^7 \text{ c}^{-1}$	Время жизни атомов $\tau$ , с
Из паров	$0.3 \times 10^7$	$0.17 \pm 0.02$	$1.76 \pm 0.02$
Из атомного пучка	$2.4 \times 10^7$	$0.69 \pm 0.01$	$3.46 \pm 0.02$
Из атомного пучка при коррекции с помощью одномерной оптической патоки (1D-molasses)	$4.9 \times 10^7$	$1.06 \pm 0.01$	$4.68 \pm 0.02$

атомного чипа. Это является следствием наличия остаточной поперечной скорости атомов на выходе из формирующей атомный пучок диафрагмы. Наши оценки, проведенные на основании геометрии нашей установки и характерных скоростях атомов в низкоскоростных атомных пучках, показывают, что величина этой скорости составляет значение порядка 0.3 м/с.

Синяя кривая на рис. 2а соответствует случаю загрузки МОЛ с использованием одномерной оптической патоки, когда достигнуто оптимальное положение атомного пучка по отношению к атомному чипу. Пространственное сканирование положения пучка позволило увеличить скорость загрузки атомов (в 1.5 раза) и их количество в стационарном состоянии (в 2 раза).

Наши измерения показали, что время жизни атомов в МОЛ  $\tau$  при загрузке из атомных паров мало. Это связано с увеличением давления паров Rb в вакуумной камере при включении диспенсера. И это же является причиной меньшей скорости загрузки атомов в МОЛ  $R$  по сравнению с загрузкой из атомного пучка. Действительно, в МОЛ локализуются только атомы со скоростью меньше критической [15]  $v_c \sim 35 \text{ м/с}$ . При загрузке атомов из паров атомы имеют максвелловское распределение по скоростям и количество атомов требуемых скоростных групп мало. При загрузке атомов из низкоскоростного атомного пучка поток атомов с  $v < v_c$  существенно больше.

Положение атомного пучка относительно атомного чипа не должно изменять давление паров в ва-

куумной камере. По этой причине ожидаемое время жизни атомов  $\tau$  при изменении положения пучка не должно изменяться. Из полученных данных видно, что оно отличается на 35%. Это может быть связано с отличием динамики загрузки от выражения (3) при большом количестве атомов в МОЛ.

По этой причине было проведено прямое измерение времени жизни атомов в МОЛ. Данное измерение предусматривает выключение потока атомов, поступающих в область охлаждения, после достижения в МОЛ стационарного значения количества атомов (“разгрузка” атомов из МОЛ). Поскольку быстро убрать атомные пары из области атомного чипа при использовании диспенсера невозможно, то такие измерения были проведены только при загрузке МОЛ из атомного пучка. Для выключения атомного пучка производилось выключение лазерного поля трехмерной МОЛ, которая формирует низкоскоростной атомный пучок.

На рисунке 3 представлены зависимости числа атомов в МОЛ от времени при выключении атомного пучка. Зависимости представлены в логарифми-

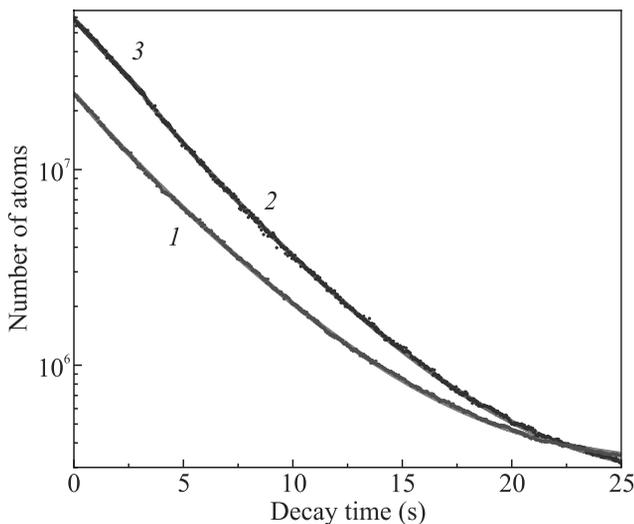


Рис. 3. (Цветной онлайн) Временная зависимость количества атомов в МОЛ при выключении низкоскоростного атомного пучка (разгрузка МОЛ). Синяя кривая (2) получена после загрузки МОЛ из низкоскоростного атомного пучка с использованием одномерной оптической паточки (параметры разгрузки:  $\tau = 4.0$  с;  $\beta = 3.4 \times 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ ); зеленая кривая (1) соответствует загрузке без одномерной оптической паточки (параметры разгрузки:  $\tau = 4.3$  с;  $\beta = 3.3 \times 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ ). Красная кривая (3) показывает аппроксимацию экспоненциальной зависимостью количества атомов в МОЛ на начальном этапе при большом количестве атомов в МОЛ (с параметром  $\tau_{fs} = 3.6$  с)

ческом масштабе для двух случаев загрузки: с коррекцией положения пучка одномерной оптической паточкой и без. В первом случае количество атомов в МОЛ в стационарном состоянии больше. После загрузки атомов из атомного пучка без пространственной корректировки, кривая разгрузки атомов из МОЛ аппроксимируется выражением (6) с параметрами  $\tau = 4.3$  с и  $\beta = 3.3 \times 10^{-9} \text{ с}^{-1}$  (по порядку величины совпадает с результатами других групп [21]).

При увеличении количества атомов в ловушке, что достигается использованием пространственной корректировки положения атомного пучка одномерной оптической паточкой на этапе загрузки МОЛ, кривая разгрузки на рис. 3 уже не аппроксимируется выражением (6). Как показывают исследования [21, 22], при достаточно большом количестве атомов на начальном этапе кривая разгрузки описывается экспоненциальным законом типа (7), однако с другой константой времени  $\tau_{fs} < \tau$ . Этот эффект связан с достижением предельной концентрации атомов в МОЛ вследствие эффективного отталкивания между холодными атомами. На рисунке 3 этот участок показан красным цветом. При этом полученный показатель экспоненты составил значение  $\tau_{fs} = 3.6$  с. Кривая аппроксимируется выражением (6), начиная с количества атомов равного  $2.5 \times 10^7$  и меньше, с параметрами  $\tau = 4.0$  с и  $\beta = 3.4 \times 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ .

Из полученных данных видно, что при использовании пространственной коррекции атомного пучка с использованием одномерной оптической паточки удастся достичь режимов, когда количество атомов в МОЛ начинает существенно влиять на динамику их потерь. Дальнейшее увеличение атомов в МОЛ может быть достигнуто за счет увеличения потока атомов, поступающих в область эффективного охлаждения. Этого можно достичь при использовании фокусировки атомного пучка [18, 19].

Наши исследования показали преимущество загрузки атомного чипа из низкоскоростного атомного пучка. Преимущества связаны с двумя факторами. Во-первых, при использовании загрузки из атомного пучка удастся достигнуть больших времен жизни атомов в МОЛ. Это связано с тем фактом, что использование атомного пучка позволяет избежать формирования паров атомов Rb в области атомного чипа, а следовательно, избежать дополнительных столкновений, приводящих к потерям атомов в МОЛ. Измерения показывают, что время жизни атомов в магнито-оптической ловушке, сформированной вблизи атомного чипа, составляет значение порядка 4.1 с. Во-вторых, использование атомного пучка позволяет производить пространственный контроль по-

ложения атомов в области локализации, оптимизируя тем самым скорость загрузки атомов. Большое время жизни и высокая скорость загрузки атомов позволяют локализовать большее количество атомов вблизи атомного чипа, около  $4.9 \times 10^7$ . Для сравнения, полученное нами в МОЛ количество атомов больше, чем в эксперименте, в котором была проведена компенсация гексапольной компоненты магнитного поля [23]. Достигнутое значение количества атомов характерно для современных систем на базе атомного чипа [24].

**Финансирование работы.** Настоящая публикация подготовлена в результате выполнения работы # 23-00-008 “Перспективные методы лазерной спектроскопии с использованием холодных атомов” в рамках Программы “Научный фонд Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (НИУ ВШЭ)”.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет известных конкурирующих финансовых интересов или личных отношений, которые могли бы повлиять на работу, представленную в этой статье.

1. C. L. Degen, F. Reinhard, and P. Cappellaro, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 035002 (2017).
2. G. M. Tino, *Quantum Sci. Technol.* **6**, 024014 (2021).
3. G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
4. D. Provorchenko, D. Tregubov, D. Mishin, M. Yaushev, D. Kryuchkov, V. Sorokin, K. Khabarova, A. Golovizin, and N. Kolachevsky, *Atoms* **11**, 30 (2023).
5. E. T. Davletov, V. V. Tsyganok, V. A. Khlebnikov, D. A. Pershin, D. V. Shaykin, and A. V. Akimov, *Phys. Rev. A* **102**, 011302 (2020).
6. B. B. Zelener, S. Y. Bronin, E. V. Vilshanskaya, E. V. Vikhrov, K. P. Galstyan, N. V. Morozov, S. A. Saakyan, V. A. Sautenkov, and B. V. Zelener, *Quantum Electron.* **52**, 523 (2022).
7. D. B. Tretyakov, V. M. Entin, E. A. Yakshina, I. I. Beterov, and I. I. Ryabtsev, *Quantum Electron.* **52**, 513 (2022).
8. D. Becker, M. D. Lachmann, S. T. Seidel, H. Ahlers, A. N. Dinkelaker, J. Grosse, O. Hellmig, H. Muntinga, V. Schkolnik, and T. Wendrich, *Nature* **562**, 391 (2018).
9. D. C. Aveline, J. R. Williams, E. R. Elliott, C. Dutenhoffer, J. R. Kellogg, J. M. Kohel, N. E. Lay, K. Oudrhiri, R. F. Shotwell, N. Yu, and R. J. Thompson, *Nature* **582**, 193 (2020).
10. D. Li, W. He, S. Shi, B. Wu, Y. Xiao, Q. Lin, and L. Li, *Sensors* **23**, 5089 (2023).
11. J. Rudolph, W. Herr, C. Grzeschik, T. Sterneke, A. Grote, M. Popp, D. Becker, H. Muntinga, H. Ahlers, A. Peters, C. Lämmerzahl, K. Sengstock, N. Gaaloul, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *New J. Phys.* **17**, 065001 (2015).
12. J. Reichel, *Applied Physics B* **74**, 469 (2002).
13. J. Reichel, W. Hansel, and T. W. Hansch, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).
14. S. Wildermuth, P. Kruger, C. Becker, M. Brajdic, S. Haupt, A. Kasper, R. Folman, and J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. A* **69**, 030901 (2004).
15. A. M. Steane, M. Chowdhury, and C. J. Foot, *JOSA B* **9**, 2142 (1992).
16. A. E. Afanasiev, A. S. Kalmykov, R. V. Kirtaev, A. A. Kortel, P. I. Skakunenko, D. V. Negrov, and V. I. Balykin, *Opt. Laser Technol.* **148**, 107698 (2022).
17. Z. T. Lu, K. L. Corwin, M. J. Renn, M. H. Anderson, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3331 (1996).
18. A. E. Afanasiev, D. V. Bykova, P. I. Skakunenko, and V. I. Balykin, *JETP Lett.* **115**, 509 (2022).
19. D. Bykova, A. Afanasiev, and V. Balykin, *JETP Lett.* **118**, 14 (2023).
20. D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 961 (1989).
21. T. Walker and P. Feng, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **34**, 125 (1994).
22. L. Marcassa, V. Bagnato, Y. Wang, C. Tsao, J. Weiner, O. Dulieu, Y. B. Band, and P. S. Julienne, *Phys. Rev. A* **47**, R4563 (1993).
23. M. Hyodo, K. Nakayama, M. Watanabe, and R. Ohmukai, *Phys. Rev. A* **76**, 013419 (2007).
24. V. Singh, V. B. Tiwari, A. Chaudhary, R. Shukla, C. Mukherjee, and S. R. Mishra, *J. Appl. Phys.* **133**, 084402 (2023).

# Особенности динамического спектра сигналов, возбуждаемых широкоапертурным электронным потоком в замагниченной плазме большого объема

И. Ю. Зудин<sup>+1)</sup>, М. Е. Гуцин<sup>+</sup>, А. В. Стриковский<sup>+</sup>, Н. А. Айдакина<sup>+</sup>, С. В. Коробков<sup>+</sup>, А. С. Николенко<sup>+</sup>,  
В. И. Гундорин<sup>+</sup>, К. Н. Лоскутов<sup>+</sup>, А. Г. Демехов<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт прикладной физики РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2023 г.

После переработки 17 ноября 2023 г.

Принята к публикации 20 ноября 2023 г.

На крупномасштабном стенде “Крот” исследованы электромагнитные сигналы, возбуждаемые широкоапертурным потоком электронов в лабораторной плазме в условиях, ограниченно моделирующих взаимодействие волн и частиц в околосредней плазме. Спектр электромагнитного излучения включает шумы свистового диапазона, возбуждаемые, предположительно, за счет токовой неустойчивости, а также дискретные (узкополосные) сигналы вблизи гармоник электронной циклотронной и плазменной частот. Показано, что узкополосные сигналы с положительным дрейфом частоты, наблюдаемые при инжекции электронного потока, обусловлены нестационарными вариациями концентрации плазмы за счет дополнительной ионизации нейтрального газа ускоренными электронами. Такие эффекты необходимо учитывать при интерпретации необычных форм динамического спектра в различных лабораторных экспериментах, моделирующих процессы в ионосфере и магнитосфере Земли.

DOI: 10.31857/S1234567824010063, EDN: sdbdot

Генерация электромагнитного излучения потоками энергичных электронов – явление, хорошо известное в космической плазме, попытки лабораторного моделирования которого предпринимаются на протяжении почти 50 лет [1]. Лабораторное моделирование считается перспективным подходом, дополняющим натурные исследования и открывающим возможности качественного понимания природы развивающихся плазменных неустойчивостей, а также верификации теоретических и численных моделей с использованием правил подобия [2].

Значительная часть излучений околосредней плазмы (хоры, шипения, триггерные излучения, свистящие атмосферерики и др.) возбуждается в виде свистовых волн с частотами, удовлетворяющими условию  $f_{lh} < f < f_{ce} < f_p$ , где  $f_{lh}$ ,  $f_{ce}$  и  $f_p$  – частоты нижнегибридного, электронного циклотронного и плазменного резонансов соответственно [3]. Генерация свистовых волн электронными потоками активно изучается и в лабораторной плазме. Ранее в лабораторных экспериментах было установлено, что “узкие” моноэнергетические электронные пучки, ширина которых меньше  $\delta_e = c/2\pi f_p$  (где  $c$  – скорость света) в фоновой замагниченной плазме устойчивы, и излучают свистовые волны только при

наличии начальной модуляции [4]. Более приближены к натурной ситуации постановки лабораторных экспериментов с “широким” распределением электронов в пространстве и с особенностями функции распределения электронов по энергиям в виде “хвоста”, в которых зафиксирована генерация электромагнитных сигналов в результате развития тех или иных неустойчивостей. Всплески излучения со сложным спектральным составом, подобные магнитосферным хорам эмиссиям [5, 6], наблюдаются в неравновесной плазме электронно-циклотронного резонансного (ЭЦР) разряда [7, 8] и при инжекции в лабораторную плазму “широких” электронных пучков [9, 10]. Наряду со свистовыми волнами, довольно распространены сигналы на частотах ионных и электронных гирогармоник [11–13]. Теория говорит, что такие сигналы наиболее эффективно возбуждаются в условиях двойного плазменного резонанса [14], что отмечено и в лабораторных экспериментах [15].

В работе [16] нами была описана токовая неустойчивость, возбуждаемая электродом под высоким положительным потенциалом в столбе замагниченной плазмы, которая сопровождается генерацией широкого спектра свистовых волн. Примечательно, что хотя поток ускоренных частиц формировался посредством их сбора из фоновой замагниченной плаз-

<sup>1)</sup>e-mail: zudiniy@ipfran.ru

мы, а энергии и скорости оказывались сравнительно невелики, общая картина генерации свистовых волн и отдельные особенности их спектра, включая провал в окрестности половинной гирочастоты, оказались схожи с результатами, полученными ранее с широкоапертурными пучками электронов и интерпретированными как развитие кинетических неустойчивостей для объяснения магнитосферных эффектов [10]. Поэтому для лучшего понимания возможной природы наблюдаемых сигналов нами был поставлен новый эксперимент по инъекции в большой столб замagnetической плазмы широкоапертурного электронного потока при параметрах плазмы, близких как к использованным в предыдущей работе [16], так и к параметрам установки из цитируемых работ [9, 10].

Схема стенда “Крот” [17], на котором проводился эксперимент, приведена на рис. 1. Плазма созда-

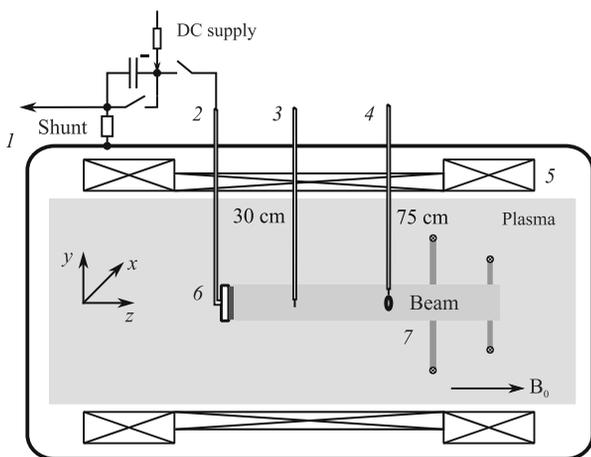


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки: (1) – вакуумная камера; (2) – высоковольтный источник; (3) – зонд Ленгмюра; (4) – рамочная антенна либо зонд с СВЧ резонатором; (5) – соленоид; (6) – накальный катод; (7) – индукторы для создания плазмы

ется импульсным индукционным разрядом в аргоне при давлении  $p_0 = 4 \times 10^{-4}$  торр в магнитном поле индукцией до 1 кГс. Максимальная концентрация плазмы при работе источника около  $2 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , температура электронов  $T_e \sim 5$  эВ. Установка работает в импульсно-периодическом режиме, интервал следования импульсов 20 с. Эксперименты выполняются после окончания ионизирующего импульса в спокойной распадающейся плазме, характерное время диффузионного распада которой составляет несколько мс. В процессе распада электроны остывают до  $T_e \sim 0.5$  эВ за время порядка 1 мс, температура ионов  $T_i \simeq T_e$ . Высокая (на уровне 1%) воспроизводимость параметров плазмы от одного “выстрела”

установки к другому позволяет производить измерения в режиме многократных повторений, накапливая большие объемы экспериментальных данных.

Широкоапертурный поток электронов создавался накальным катодом в виде плоской вольфрамовой спирали, покрытой гексаборидом лантана: шаг спирали 5 мм, диаметр 80 мм. Электроны ускорялись при подаче на катод импульсного (длительностью 50 – 120 мкс) напряжения величиной  $U_b = 30\text{--}300$  В отрицательной полярности относительно стенки камеры, полный ток эмиссии катода достигал 1.5 А. Термокотод крепился на подвижной штанге с вакуумным уплотнением; во всех описанных в работе экспериментах катод устанавливался на оси плазменного столба с плоскостью спирали, перпендикулярной магнитному полю.

Инжекция электронного потока производилась в фоновую плазму ( $N_e \simeq 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $f_p \simeq 2.85$  ГГц,  $T_e \simeq 0.5$  эВ) либо в нейтральный газ – аргон при давлении  $p_0 = 4 \times 10^{-4}$  торр. Статическое магнитное поле изменялось в пределах  $B_0 = 40\text{--}180$  Гс ( $f_{ce} = 110\text{--}500$  МГц). Измерения температуры и концентрации плазмы осуществлялись зондом Ленгмюра; также для независимых измерений концентрации плазмы использовался зонд с сверхвысокочастотным (СВЧ) резонатором на отрезке двухпроводной линии [18]. Измерения переменного магнитного поля сигналов, генерируемых электронным потоком, выполнялись одновитковой рамочной антенной диаметром 1 см, помещенной в электростатический экран и изолированной от плазмы слоем диэлектрика. Установленные на штангах зонды и антенна свободно перемещались поперек плазменного столба.

Регистрация волновых форм сигналов осуществлялась цифровыми осциллографами Tektronix MDO 4054-3 (полоса 500 МГц) и Tektronix MSO 54 (полоса 2 ГГц); спектральные характеристики в их динамике получались в результате цифровой обработки волновых форм методами оконного преобразования Фурье. Важно, что при некорректном применении современных широкополосных цифровых осциллографов возможно получение ложных сигналов и ошибочных результатов, в том числе и при лабораторном моделировании магнитосферных излучений, (см., например, [19] и последующее исправление [20]). Поэтому при анализе сигналов, детали спектра которых априори неизвестны, большое внимание уделялось контролю спектрального состава волновых форм, поступающих на обработку, в расширенной частотной полосе и их антиалайзинговой фильтрации, а также контролю процедур обработки на симулированных (тестовых) волновых формах.

На рисунке 2а приводятся результаты измерений концентрации и параметров функции распределения

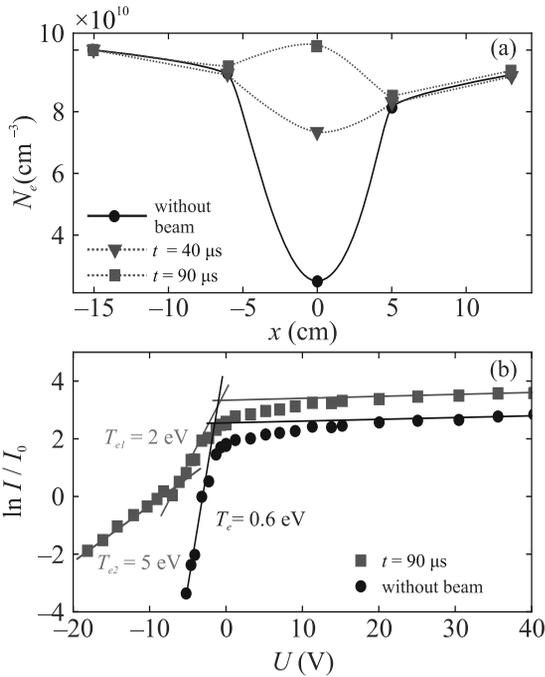


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Распределение концентрации плазмы и электронной температуры в поперечном сечении плазменного столба при инжекции электронов. (б) – Вольтамперная характеристика зонда Ленгмюра, полученные на оси электронного потока.  $B_0 = 90 \text{ Гс}$ ,  $U_b = 125 \text{ В}$

электронов при инжекции электронного потока в замagnetиченную фоновую плазму. Здесь и далее для представления результатов эксперимента используется декартова система координат, привязанная к катоду и показанная на рис. 1: ось  $z$  направлена вдоль оси камеры и магнитного поля, ось  $y$  – вертикально, ось  $x$  – горизонтально. До подачи импульса ускоряющего напряжения из-за потерь частиц фоновой плазмы на катод существует область обеднения концентрации, или “тень”. После начала инжекции в магнитной трубке, опирающейся на катод, происходит дополнительная ионизация нейтрального аргона и разогрев плазмы с формированием двухтемпературной функции распределения ( $T_{e1} \approx 2 \text{ эВ}$  и  $T_{e2} \approx 5 \text{ эВ}$ ). Из-за дополнительной ионизации спустя приблизительно 100 мкс  $N_e$  на оси электронного потока оказывается даже несколько выше фонового значения.

При инжекции электронов в нейтральный газ плазма образуется только в магнитной трубке, опирающейся на катод, и имеет вид тонкого, диаметром порядка 5 см шнура с максимальной концентрацией

$N_e \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . При этом также формируется двухтемпературная функция распределения электронов, однако температуры обеих популяций ( $T_{e1} \approx 6 \text{ эВ}$ ,  $T_{e2} \approx 17 \text{ эВ}$ ) оказываются в разы выше, чем при инжекции в готовую плазму, вероятно – из-за меньших потерь на теплопроводность в фоновой среде.

В обоих случаях, и при инжекции электронов в готовую плазму, и в нейтральный газ, возбуждаются интенсивные электромагнитные шумы (рис. 3а). Ти-

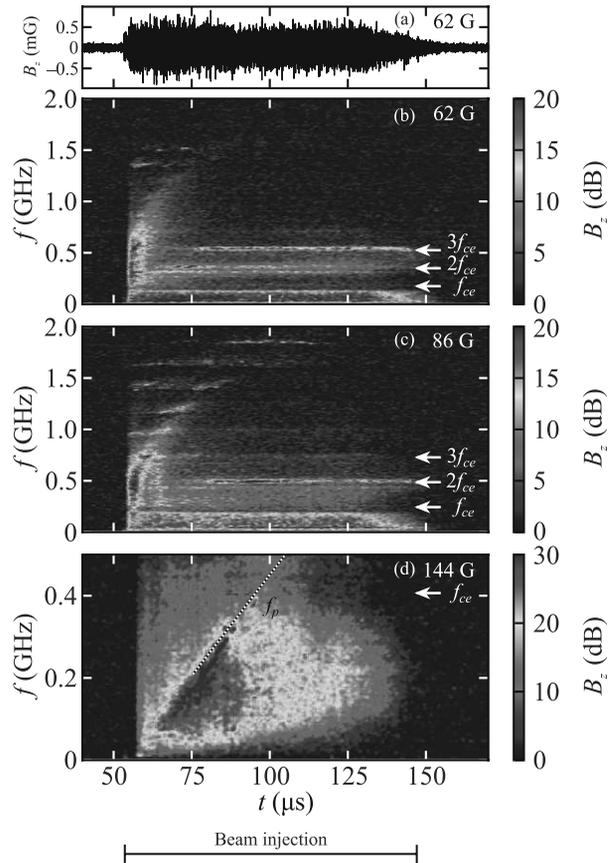


Рис. 3. (Цветной онлайн) Электромагнитные шумы, регистрируемые при ускоряющем напряжении  $U_b = 250 \text{ В}$ . (а) – Осциллограмма шумов в диапазоне частот 10–750 МГц (инжекция в фоновую плазму,  $B_0 = 62 \text{ Гс}$ ,  $f_{ce} = 174 \text{ МГц}$ ); спектрограммы шумов при инжекции в фоновую плазму; (б) –  $B_0 = 62 \text{ Гс}$ ,  $f_{ce} = 174 \text{ МГц}$ ; (с) –  $B_0 = 86 \text{ Гс}$ ,  $f_{ce} = 243 \text{ МГц}$ ; (д) – инжекция в нейтральный аргон,  $B_0 = 144 \text{ Гс}$ ,  $f_{ce} = 404 \text{ МГц}$ . Гирогармоники отмечены стрелками; на панели (д) пунктиром показан ход плазменной частоты

пичное значение амплитуды шумов в полосе частот 10 – 750 МГц составляет 100–500 мкГс, пиковый уровень – около 1 мГс. Примеры динамических спектров (или спектрограмм) шумов в координатах “время–частота” приведены на рис. 3б–д. Все спектрограммы

при построении нормировались на амплитуду спектра шума в приемном тракте до начала инжекции.

Если плазма в начале инжекции электронов отсутствует либо ее концентрация соответствует условию  $f_p < f_{ce}$  (режим разреженной плазмы), амплитуда шумов в каждый момент времени максимальна в окрестности  $f_p$ . На динамическом спектре формируется “плазменная линия”  $f \simeq f_p(t)$ , воспроизводящая временной ход  $N_e$  вплоть до выполнения условия  $f_p \simeq f_{ce}$  (см. рис. 3d). Если электроны инжектируются в готовую плазму при условии  $f_p > f_{ce}$  (режим плотной плазмы), на начальной стадии также присутствуют ярко выраженные динамические спектральные компоненты с нарастающими частотами, напоминающие “плазменную линию” (см. рис. 3b, c).

Более детально спектрограммы сигналов с дрейфом частоты в плотной плазме представлены на рис. 4. У отдельных элементов спектра частота воз-

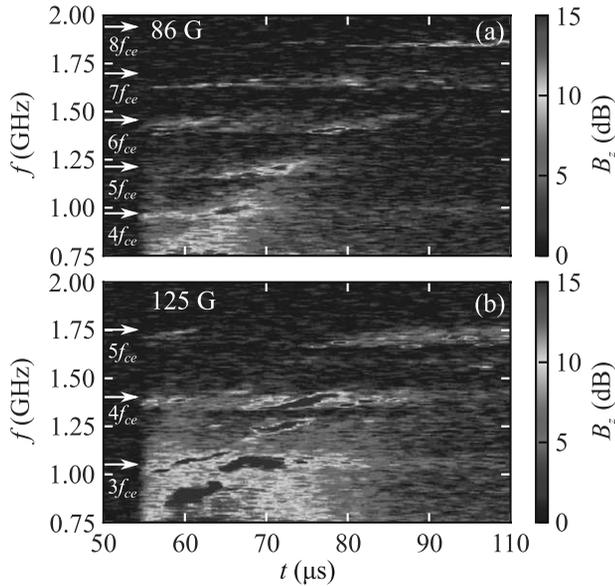


Рис. 4. (Цветной онлайн) Тонкая динамическая структура спектра сигналов в начале инжекции электронов в фоновую плазму. (a) –  $B_0 = 86$  Гс,  $f_{ce} = 243$  МГц; (b) –  $B_0 = 125$  Гс,  $f_{ce} = 350$  МГц. Гирогармоники отмечены стрелками

растает с темпом порядка 10 МГц/мкс; длительность таких элементов варьирует в диапазоне 3 – 10 мкс. С течением времени всплески возникают на все более высоких частотах, при этом общий ход динамического спектра приблизительно соответствует динамике  $N_e(t)$  в магнитной трубке, опирающейся на катод. Согласно приводимым на рис. 2а данным зондовых измерений,  $f_p$  за первые 50 мкс инжекции электронов увеличивается с 1 до 2 ГГц, что соответствует

общему ходу интенсивности всплесков в частотно-временной области.

Спустя приблизительно 50 мкс после начала инжекции электронов в газ или плазму  $N_e$  устанавливается на квазистационарном уровне, соответствующем режиму плотной плазмы  $f_p > (\gg) f_{ce}$ . При этом регистрируется сплошной спектр шумов, ослабленный в окрестности гирочастоты  $f_{ce}$  (см. рис. 3b, c). Выше  $f_{ce}$ , в полосе непрозрачности плазмы для электромагнитного излучения, внутри электронного потока уверенно регистрируются узкополосные сигналы с частотами, близкими к гирогармоникам  $2f_{ce}$ ,  $3f_{ce}$ ,  $4f_{ce}$  и т.д.

Усредненные по времени частотные спектры продольной ( $B_z$ ) и поперечной ( $B_x$ ) компонент магнитного шума внутри электронного потока и на его периферии приведены на рис. 5. Внутри электронного

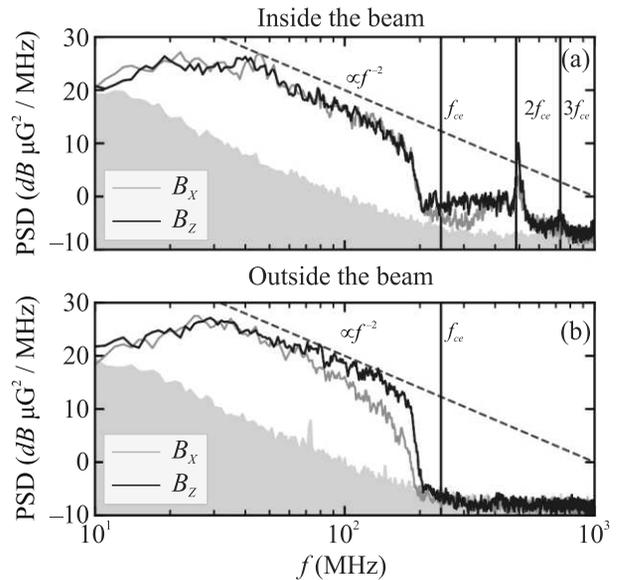


Рис. 5. (Цветной онлайн) Спектры продольной ( $B_z$ ) и поперечной ( $B_x$ ) компонент магнитных шумов эксперимента: (a) – внутри и (b) – вне электронного потока на отрезке времени 45 – 65 мкс после начала инжекции.  $B_0 = 86$  Гс,  $f_{ce} = 243$  МГц. Серым отмечен уровень шумов системы; вертикальными черными линиями отмечены первая и вторая гармоники электронной гирочастоты; пунктир – зависимость  $PSD \propto f^{-2}$

потока компоненты  $B_z$  и  $B_x$  сопоставимы, их спектр мощности спадает по закону, близкому к  $\propto f^{-2}$ . На частотах  $f > f_{ce}$  внутри электронного потока – в области источника – широкополосный шум также присутствует, но его уровень ниже, чем у сигналов на гирогармониках  $nf_{ce}$ . Вне электронного потока спектр имеет резкую границу  $f \simeq f_{ce}$ : шумы представляют

собой свистовые волны, излучаемые в окружающую плазму.

Обсудим более детально различные компоненты спектра электромагнитных сигналов.

Шумы сплошного спектра по своим свойствам близки к ранее описанной нами свистойой неустойчивости при сборе электронов из плазмы на электрод [16]. Во-первых, неравновесный (неустойчивый) характер шумов подтверждается тем, что их уровень на два порядка превышает оценку уровня тепловых шумов на рамочной антенне в плазме [21] – даже при выборе максимальной электронной температуры  $T_e = 5$  эВ (см. рис. 2) и завышенной до  $R_{\text{rad}} = 0.5$  Ом оценке сопротивления излучения антенны. По окончании инжекции электронов, на срезе импульса ускоряющего напряжения, шумы исчезают за время, не превышающее 10 мкс, что на один-два порядка меньше, чем характерное время релаксации  $T_e$ .

Во-вторых, геометрия электрического тока, возбуждаемого при инжекции электронов в замагниченную плазму, во многом повторяет структуру тока при сборе электронов из плазмы на высоковольтный электрод [16]. Ускоряющее напряжение прикладывается непосредственно между катодом и заземленной стенкой вакуумной камеры, однако вольтамперная характеристика (ВАХ) зонда Ленгмюра (рис. 2) показывает, что на расстоянии  $\sim 30$  см от катода потенциал плазмы при подаче ускоряющего напряжения не изменяется. Косвенно это указывает на то, что все падение напряжения приходится на прикатодное пространство: фоновая плазма за счет своей высокой проводимости переносит потенциал стенки камеры в область  $z < 30$  см. Максимальный гирорадиус ускоряемых вблизи катода электронов, соответствующий энергии 300 эВ и  $B_0 \sim 50$  Гс, составляет  $\rho_e \simeq 1$  см; гирорадиусы электронов с  $T_e = 2-5$  эВ не превышают 1 мм. Во всем диапазоне энергий длина свободного пробега электронов, определяемая кулоновскими столкновениями,  $l_e > 1$  м. Таким образом, электроны, ускоряемые в прикатодной области, сильно замагничены, а их гирорадиусы много меньше размеров катода. Поскольку поперечные размеры фоновой плазмы значительно превышают диаметр катода и заполняемой ускоренными электронами магнитной трубки, электрическая цепь может замыкаться только продольным электронным током, протекающим по плазме вдоль оси  $z$ . Такая геометрия воспроизводит описанную в [16] с точностью до направления движения электронов: в цитируемой работе – из плазмы к собирающему электроду (коллектору), в настоящей работе – от эмитирующего электрода (термокатода) в плазму.

В-третьих, спектральные свойства шумов соответствуют картине из [16]: сигналы со сплошным спектром, ограниченным сверху частотой  $f_{ce}$  вне области генерации. Амплитуды шумов в работе [16] и в настоящем исследовании также согласуются. В [16] развивающаяся неустойчивость при полном токе собираемых из плазмы электронов  $I \sim 100$  А и его плотности  $j_z \sim 1$  А/см<sup>2</sup> приводила к генерации шумов с пиковой амплитудой порядка 10 мГс и среднеквадратичным уровнем 0.1–1 мГс. В данной работе полный ток эмитируемых электронов, проходящий через площадку того же сечения, оказывается приблизительно в 100 раз меньше, а амплитуда шумов, при похожих параметрах плазмы и частотной полосы, в  $10 \div 30$  раз меньше. Поскольку электрические цепи не полностью эквивалентны, а детали пространственной структуры и динамики тока отличаются, такое соответствие следует признать хорошим и, более того, указывающим на близость механизмов генерации шумов со сплошным частотным спектром в результате развития токовой неустойчивости – как при сборе электронов из плазмы, так и при их эмиссии в плазму.

Свистовые шумы со сплошным спектром характерны для целого ряда пучково-плазменных экспериментов, моделирующих генерацию электромагнитных эмиссий в ионосфере и магнитосфере Земли [1, 9, 10]. С учетом результатов [16] и настоящей работы, можно говорить о едином механизме генерации свистовых шумов в системах с продольным током, характерном и для быстрых моноэнергетических электронных пучков [9, 10], и для потоков электронов с умеренной скоростью и большим разбросом по энергиям.

Сигналы на электронных гирогармониках также достаточно типичны для пучково-плазменных систем. Как правило, эти сигналы не связаны с возбуждением каких-либо собственных мод плазмы (например, квазиэлектростатических электронно-циклотронных волн), но представляют собой результат интерференции полей электронов, движущихся по спиральным траекториям, и регистрируются с помощью магнитных антенн только внутри электронного потока [21, 22]. Вне электронного потока излучение на гирогармониках отсутствует. Это отличает лабораторный эксперимент от упомянутых во введении космических наблюдений [13], где сигналы на гирогармониках, регистрируемые с помощью электрических антенн, объясняются неустойчивостью мод Бернштейна (электронных или ионных), в том числе, в условиях двойного плазменного резонанса.

С точки зрения моделирования физических явлений в околоземной плазме, особый интерес представляет генерация узкополосных всплесков с дрейфом частоты. В некоторых публикациях обстоятельство появления сигналов с дрейфом частоты, положительным (нарастающий тон) или отрицательным (убывающий тон) уже рассматривается как свидетельство подобия лабораторного эксперимента космическому наблюдению [23]. Вместе с тем, при учете нестационарных вариаций  $N_e(t)$ , вызванных дополнительной ионизацией нейтрального газа инжектируемыми электронами либо, наоборот, распадом плазмы, появление сигналов с дрейфующей частотой в полосе, соответствующей диапазону изменения электронной плазменной частоты  $f_p(t)$ , не столь удивительно. В частности, измерения зависимости от времени частоты спектральной линии, возбуждаемой инжектируемым в плазму слаботочным электронным пучком вблизи  $f_p$ , используются как метод прецизионной диагностики концентрации распадающейся плазмы [24]. В нашем эксперименте генерация узкополосных повышающихся тонов может быть обусловлена механизмами, характерными для нестационарного пучково-плазменного разряда, сопровождаемого возбуждением квазиэлектростатических (ленгмюровских) волн и сигналов на электронных гирогармониках [25]. Конечно, дать исчерпывающее объяснение тонкой структуры спектра, приводимого на рис. 4, на данном этапе не представляется возможным, однако связь этой структуры с нарастанием концентрации плазмы, сопровождаемым динамическим изменением электронной плазменной частоты и дисперсионных свойств плазмы в целом, однозначно прослеживается.

Для объяснения эффектов генерации шумоподобных и дискретных всплесков излучения в ряде пучково-плазменных экспериментов, нацеленных на лабораторное моделирование космических явлений, принято использовать те же механизмы взаимодействия электронов с волнами на циклотронном резонансе, которые привлекаются для интерпретации космических явлений [10, 23]. Однако описываемые в цитируемых работах исследования выполняются, как правило, в низкотемпературной аргоновой плазме, имеющей приблизительно те же параметры, что и на стенде “Крот”, включая концентрацию электронов и давление нейтрального газа, индукцию магнитного поля и масштабы области взаимодействия электронов с фоновой средой. Несмотря на очевидные проявления эффектов взаимодействия электронов с нейтральным газом, такие как, например, яркое оптическое свечение [23], возможное влияние эф-

фектов дополнительной ионизации нейтрального газа или распада плазмы на сигналы, генерируемые электронным потоком, в цитируемых работах в явном виде не обсуждается. При этом узкополосные сигналы свистового диапазона с понижением частоты, представленные в [23], имеют длительность около 1 мс, что соответствует характерному времени вариаций параметров плазмы, возможных в таком эксперименте. Поэтому, как нам кажется, дрейф частоты излучения, показанный в [23], естественно связать именно с нестационарностью среды, а не с нелинейным взаимодействием “волна-частица”.

Кратко полученные результаты можно представить следующим образом. Токовая неустойчивость, приводящая к возбуждению широкополосных сигналов в свистовом диапазоне, имеет достаточно универсальный характер; она наблюдается как при инжекции в плазму ускоренных электронов (с моноэнергетическим или размытым по энергиям спектром), так и при вытягивании электронов из плазмы продольным электрическим полем. Такая неустойчивость, наблюдаемая на различных лабораторных установках, должна проявляться и в околоземной плазме, в частности, в авроральной ионосфере. Кроме того, электроны, инжектируемые в замагниченную плазму, возбуждают узкополосные сигналы на электронных гирогармониках и на частотах, близких к локальному значению электронной плазменной частоты. В последнем случае при импульсной инжекции возможно появление сигналов с дрейфом частоты, вызванным динамикой плазмы в результате дополнительной ионизации нейтрального газа. Дополнительная ионизация может качественным образом изменять условия генерации электромагнитного излучения за счет изменения соотношений между резонансными частотами плазмы, создавать благоприятные условия для канализированного распространения волн [26], которое способствует повышению эффективности взаимодействий “волна-частица” в околоземной плазме, включая и активные эксперименты. Все эти эффекты необходимо учитывать при планировании и интерпретации результатов экспериментов в ионосфере, в том числе – с инжекцией импульсных электронных пучков с борта космических аппаратов.

В заключение следует отметить высокую значимость результатов лабораторного моделирования, полученных в работах [9, 10, 23] и др., которые, без сомнения, позволяют накапливать ценный экспериментальный материал, и на его базе создавать новые и развивать имеющиеся модели взаимодействия волн и частиц в ионосфере и магнитосфере.

Настоящий эксперимент по постановке не воспроизводит пучково-плазменные исследования из цитируемых работ до деталей, в первую очередь – по энергиям электронов, составляющих в этих работах несколько кэВ, и по качеству электронного пучка. Очевидно, однако, что без получения исчерпывающей диагностической информации о плазме и критического анализа всех особенностей лабораторного эксперимента, включая такие дополнительные факторы как рассмотренная здесь нестационарная дополнительная ионизация нейтрального газа, выводы о подобии эффектов генерации всплесков излучения со сложным спектральным составом в лаборатории и в космосе следует делать с большой осторожностью.

**Финансирование.** Эксперименты проведены с использованием уникальной научной установки “Комплекс крупномасштабных геофизических стендов ИПФ РАН” (УНУ ККГС). Экспериментальные исследования и обработка результатов выполнены в рамках государственного задания ИПФ РАН # FFUF-2021-0028. Анализ результатов применительно к моделированию взаимодействия волн и частиц в околоземной плазме выполнен М. Е. Гуциным и А. Г. Демеховым при поддержке Российского научного фонда (проект # 21-12-00385).

**Конфликт интересов.** Отсутствует.

1. R. L. Stenzel, J. of Geophys. Res. **82**, 4805 (1977).
2. Х. Альвен, К.-Г. Фельтхаммар, *Космическая электродинамика: Основные принципы*, МИР, М. (1967).
3. R. A. Helliwell, *Whistlers and Related Ionospheric Phenomena*, Stanford University Press, California (1965).
4. M. Starodubtsev, and C. Krafft, Phys. Rev. Lett. **83**, 1335 (1999).
5. W. J. Burtis and R. A. Helliwell, Phys. Status Solidi **24**, 1007 (1976).
6. X.-J. Zhang, A. G. Demekhov, Y. Katoh, D. Nunn, X. Tao, D. Mourenas, Y. Omura, A. V. Artemyev, and V. Angelopoulos, J. Geophys. Res. Space Phys. **126**, e2021JA029330 (2021).
7. А. Г. Шалашов, А. В. Водопьянов, С. В. Голубев, А. Г. Демехов, В. Г. Зорин, Д. А. Мансфельд, С. В. Разин, Письма в ЖЭТФ **84**, 375 (2006) [A. G. Shalashov, A. V. Vodopyanov, S. V. Golubev, A. G. Demekhov, V. G. Zorin, D. A. Mansfeld, and S. V. Razin, JETP Lett. **84**, 314 (2006)].
8. M. E. Viktorov, A. G. Shalashov, E. D. Gospodchikov, N. Yu. Semin, and S. V. Golubev, Phys. Plasmas **27**, 062104 (2020).
9. X. An, B. van Compernelle, J. Bortnik, R. M. Thorne, L. Chen, and W. Li, Geophys. Res. Lett. **43**, 2413 (2016).
10. B. van Compernelle, X. An, J. Bortnik, R. M. Thorne, P. Pribyl, and W. Gekelman, Plasma Phys. Control. Fusion **59**, 014016 (2017).
11. S. N. Walker, A. G. Demekhov, S. A. Boardsen, N. Y. Ganushkina, D. G. Sibeck, and M. A. Balikhin, J. Geophys. Res. Space Phys. **121**, 9701 (2016).
12. N. P. Meredith, R. B. Horne, R. M. Thorne, and R. R. Anderson, J. Geophys. Res. **114**, A07218 (2009).
13. R. M. Thorne, B. Ni, X. Tao, R. B. Horne, and N. P. Meredith, Nature **467**, 943 (2010).
14. V. V. Zheleznyakov and E. Y. Zlotnik, Sol. Phys. **44**, 461 (1975).
15. М. Е. Викторов, С. В. Голубев, В. В. Зайцев, Д. А. Мансфельд, Изв. Вузов. Радиофизика, **57**, 947 (2014) [M. E. Viktorov, S. V. Golubev, V. V. Zaitsev, and D. A. Mansfeld, Radiophys. Quantum Electron. **57**, 849 (2014)].
16. И. Ю. Зудин, М. Е. Гуцин, Н. А. Айдакина, С. В. Коробков, А. В. Стриковский, Письма в ЖЭТФ, **113**, 92 (2021) [I. Yu. Zudin, M. E. Gushchin, N. A. Aidakina, S. V. Korobkov, and A. V. Strikovskiy, JETP Lett. **113**, 86 (2021)].
17. Н. А. Айдакина, А. Г. Галка, В. И. Гундорин, М. Е. Гуцин, И. Ю. Зудин, С. В. Коробков, А. В. Костров, К. Н. Лоскутов, М. М. Могилевский, С. Э. Привер, А. В. Стриковский, Д. В. Чугунин, Д. В. Янин, Геомагнетизм и Аэронавтика, **58**, 331 (2018) [N. A. Aidakina, A. G. Galka, V. I. Gundorin, M. E. Gushchin, I. Yu. Zudin, S. V. Korobkov, A. V. Kostrov, K. N. Loskutov, M. M. Mogilevskiy, S. E. Priver, A. V. Strikovskiy, D. V. Chugunin, and D. V. Yanin, Geomagnetism and Aeronomy **58**, 314 (2018)].
18. R. L. Stenzel, Rev. Sci. Instr. **47**, 603 (1976).
19. B. Van Compernelle, X. An, J. Bortnik, R. M. Thorne, P. Pribyl, and W. Gekelman, Phys. Rev. Lett. **114**, 245002 (2015).
20. B. Van Compernelle, X. An, J. Bortnik, R. M. Thorne, P. Pribyl, W. Gekelman, Phys. Rev. Lett. **117**, 059901 (2016).
21. G. Golubyatnikov, and R. L. Stenzel, Phys. Fluids B: Plasma Phys. **5**, 3122 (1993).
22. R. L. Stenzel, and G. Golubyatnikov, Phys. Fluids B: Plasma Phys. **5**, 3789 (1993).
23. E. M. Tejero, C. Crabtree, D. D. Blackwell, W. E. Amatucci, G. Ganguli, and L. Rudakov, Phys. Plasmas **23**, 055707 (2016).
24. R. L. Stenzel, Phys. Fluids B. **1**, 1369 (1989).
25. Е. Г. Шустин, Физика плазмы, **47**, 518 (2021) [E. G. Shustin, Plasma Phys. Rep. **47**, 536 (2021)].
26. Ю. Н. Агафонов, В. С. Бажанов, В. Я. Исякаев, Г. А. Марков, А. А. Похунков, Ю. В. Чугунов, С. А. Кулиستиков, Письма в ЖЭТФ **52**, 1127 (1990) [Yu. N. Agafonov, V. S. Bazhanov, V. Ya. Isyakaev, G. A. Markov, A. A. Pokhunkov, Yu. V. Chugunov, and S. A. Kulistikov, JETP Lett. **52**, 530 (1990)].

## Неканонические профили концентрации и температуры электронов плазмы токамака Глобус-М2 в режиме с горячими ионами

Г. С. Курский<sup>1)</sup>, В. В. Яньков\*, В. К. Гусев<sup>+</sup>, Н. С. Жильцов<sup>+</sup>, Е. О. Киселев<sup>+</sup>, А. К. Крыжановский<sup>+</sup>,  
В. Б. Минаев<sup>+</sup>, И. В. Мирошников<sup>+</sup>, Ю. В. Петров<sup>+</sup>, Н. В. Сахаров<sup>+</sup>, В. В. Солоха<sup>+</sup>, А. Ю. Тельнова<sup>+</sup>,  
Н. В. Теплова<sup>+</sup>, Е. Е. Ткаченко<sup>+</sup>, Г. А. Трошин<sup>+</sup>, Е. А. Тюхменева<sup>+</sup>, П. Б. Щеголев<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

\*Ergophos LLC, CA 94070 San Carlos, USA

Поступила в редакцию 9 октября 2023 г.

После переработки 23 ноября 2023 г.

Принята к публикации 24 ноября 2023 г.

Показано, что радиальный профиль электронной температуры в сферическом токамаке Глобус-М2 связан с радиальным профилем концентрации электронов и описывается степенной зависимостью  $T_e(\rho) = \text{const } n_e(\rho)^{1.65}$ . Аналитическая модель аттрактора плотности, предполагающая зависимость  $n_e$  от удельного полойдального объема  $v$ , ранее проверенная на токамаках с большим аспектным отношением TCV и JET, выполняется и на сферическом токамаке, аппроксимация 162 экспериментальных профилей дала  $n_e(\rho)v(\rho)^{1.06} = \text{const}$ . Предложенная модель позволяет рассчитать пространственное распределение  $T_e(\rho)$  и  $n_e(\rho)$  по известной магнитной конфигурации.

DOI: 10.31857/S1234567824010075, EDN: sbdzuww

**Введение.** Экстраполяция экспериментальных данных существующих токамаков на установку, где будут достигнуты условия для зажигания термоядерной реакции облегчена явлением “канонических профилей давления” в токамаках, в явном виде сформулированным Коши [1]. Есипчук и Разумова конкретизировали профиль давления плазмы, нормировали радиус шнура на корень квадратный из запаса устойчивости  $q$  на границе плазмы, и предложили универсальную зависимость полного давления плазмы от нормированного радиуса. Анализ Есипчука и Разумовой является одним из блестящих примеров выявления эмпирических закономерностей в сложных физических процессах [2]. Позднее нормировка Есипчука–Разумовой нашла теоретическое объяснение при моделировании низкочастотной квазигидродинамической турбулентности плазмы, при которой имеется тенденция к поддержанию профиля полного давления плазмы вблизи турбулентно-релаксированного состояния вида  $p v^2 = \text{const}$  (см. [3] и цитированные там работы). Такой профиль давления хорошо согласуется не только с результатами экспериментов, обсуждаемых Есипчуком и Разумовой, но и с каноническими профилями давления, обсуждавшимися в работах Б. Б. Кадомцева [4] и Ю. Н. Днестровского [5]. Следует обратить внима-

ние и на другие модели самоорганизации плазмы, разработанные Дябилиным и Разумовой [6, 7], Менарди [8].

С другой стороны, полагая, что на турбулентных временах плазма заморожена лишь в полойдальное магнитное поле, а замороженность в тороидальное поле разрушена неинвариантностью по полойдальному направлению, можно предположить аттрактор для плотности плазмы согласно работе [9]. Аттрактором плотности является плато на зависимости функции распределения частиц от тороидального момента импульса, как в квазилинейной теории Веденова, Велихова, Сагдеева [10] (см. также [11]), которое можно получить используя только магнитный момент вместо полного механического момента в обобщенном импульсе, полагая, что в плазме токамака ларморовский радиус мал. Бейкер и Розенблют [12] обобщили аттрактор Янькова [9, 13], предложив аппроксимацию  $n \cdot v^\alpha = \text{const}$  и проверили ее на данных токамака DIII-D [14]. Вейзен и др. [15] проверили аппроксимацию Бейкера–Розенблюта на 226 омических профилях токамака TCV и нашли, что  $\alpha = 1$ . Для режимов с электронно-циклотронным нагревом плазмы для 200 профилей наилучшее согласие с экспериментальными данными было получено при  $\alpha = 0.8$ . Назовем пространственные распределения плотности неканоническими, если они удовлетворяют условию  $n \cdot v^\alpha = \text{const}$ . Здесь мы впервые проверим выполне-

<sup>1)</sup>e-mail: Gleb.Kurskiy@mail.ioffe.ru

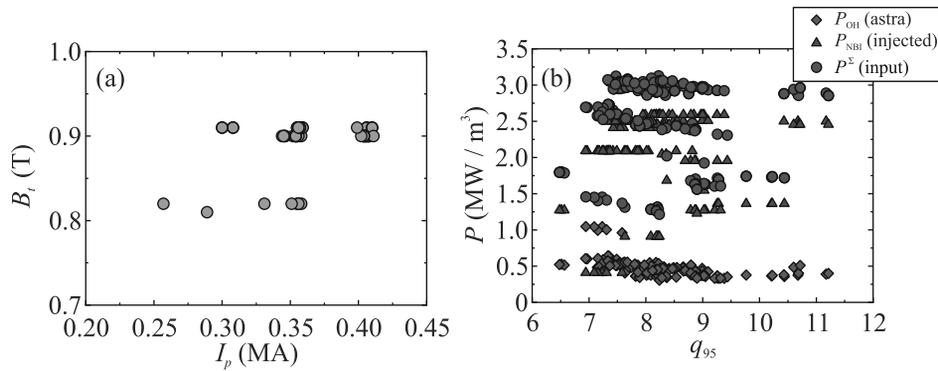


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Область значений тока плазмы и тороидального магнитного поля в выбранных экспериментах. (б) – Мощность омического нагрева, мощность вводимых атомных пучков и их сумма в зависимости от запаса устойчивости на границе плазмы

ние этой формулы для профилей плотности в сферическом токамаке (СТ).

К сожалению, знание одного лишь пространственного распределения плотности недостаточно для предсказания зажигания, необходимо еще знать и профиль температуры. Яньков [16], Днестровский [5], Разумова и Лысенко [17], предлагали формулу  $T_e = \text{const } n_e^2$ , Смирнов и Пастухов [18] рассматривают зависимость профиля давления от профиля  $q$ , как и в настоящей работе, но зависимость температуры от плотности у них не играет большой роли, также стоит отметить и недавнее исследование профилей JET [19]. База данных Глобус-М2 позволяет дать экспериментальный ответ в аппроксимации Бейкера–Розенблюта на вопрос о зависимости электронной температуры от плотности в компактном сферическом токамаке.

**Анализ экспериментальных данных токамака Глобус-М2.** Глобус-М2 [20] является компактным сферическим токамаком с большим радиусом вакуумной камеры  $R = 0.36$  см, и малым радиусом  $a = 0.24$  см. Тороидальное магнитное поле на оси вакуумной камеры может достигать 1 Тл, ток плазмы 0.5 МА. Система обмоток полоидального магнитного поля позволяет создавать диверторную конфигурацию с верхним и нижним положением Х-точки, а также с двумя Х-точками. Физическая программа исследований на установке направлена главным образом на исследования нагрева и генерации тока плазмы пучками высокоэнергичных атомов и высокочастотными волнами. Основные результаты исследований опубликованы в [21–24]. Для анализа пространственных распределений температуры и концентрации электронов в токамаке Глобус-М2 были выбраны режимы с нагревом методом нейтральной инжекции, при которой достигается режим с горя-

чими ионами [25, 26]. В этом режиме температура ионов достигает величины 4 кэВ, превышая температуру электронов в 2.5 раза при средней плотности плазмы  $n_l = 5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . При увеличении плотности плазмы температура ионов начинает приближаться к электронной: при  $n_l \approx 10 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$   $T_i(0)/T_e(0) \approx 2$ , а при  $n_l \approx 15 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$   $T_i(0)/T_e(0) \approx 1$ .

Всего было рассмотрено 33 разряда с дополнительным нагревом нейтральным пучком при различных значениях тока плазмы ( $I_p$ ) 0.26–0.41 МА, тороидального магнитного поля ( $B_t$ ) 0.8–0.9 Тл и средней плотности плазмы ( $n_l$ ) вдоль вертикальной хорды  $4\text{--}13 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Из анализа были исключены временные точки, соответствующие фазе подъема и сброса тока, выбрана квазистационарная фаза разряда. Во всех разрядах присутствуют пилообразные колебания. Пространственные распределения температуры ( $T_e(R)$ ) и концентрации электронов ( $n_e(R)$ ) были измерены с помощью высокоточной диагностики томсоновского рассеяния (ТР) токамака Глобус-М2 [27, 28] в экваториальной плоскости, от магнитной оси шнура до границы плазмы со стороны слабого магнитного поля. Измерения выполняются с постоянной частотой 330 Гц на протяжении всего разряда. В результате установленным критериям соответствуют 162 пары профилей  $T_e(R)$  и  $n_e(R)$ .

Рисунок 1 иллюстрирует область значений тока плазмы и тороидального магнитного поля в выбранных экспериментах. Значение коэффициента запаса устойчивости на границе плазмы  $q_{95}$  меняется в диапазоне от 6.5 до 11.5, при этом суммарная плотность вводимой в плазму мощности нагрева, меняется в широком диапазоне от 1.2 до 3.1 МВт/м<sup>3</sup>. Это значительно выше плотности мощности нагрева плазмы на СТ MAST и NSTX при нейтральной инжекции ( $\leq 0.4 \text{ МВт/м}^3$ ), крупном токамаке JET

( $\leq 0.5 \text{ МВт/м}^3$ ) и сравнимо с экспериментами на токамаках ASDEX-U и DIII-D ( $\leq 1 \text{ МВт/м}^3$ ).

Для анализа формы профилей  $T_e$ ,  $n_e$  необходимо определить распределение полоидального магнитного потока внутри последней замкнутой магнитной поверхности. Код ASTRA 6.2.1. использовался для совместного решения уравнения Грэда–Шафранова и диффузии полоидального магнитного потока. При этом пространственные распределения температуры и концентрации электронов были фиксированы в соответствии с экспериментальными данными, предоставленными диагностикой TP. Профиль температуры ионов задавался в виде:  $T_i(\rho) = T_e(\rho) * T_i^{CXRS}(0) / T_e^{TS}(0)$ . Для расчета проводимости плазмы по неоклассическим формулам [29] использовали характерную зависимость эффективного заряда плазмы от плотности для токамака Глобус-М2 при нейтральной инжекции,  $\langle Z_{\text{eff}} \rangle = 4 * \langle n_e \rangle^{-0.4}$  (здесь плотность в единицах  $10^{19} \text{ м}^{-3}$ ). Распределение эффективного заряда плазмы по сечению плазменного шнура полагалось однородным.

Практически во всех выбранных разрядах наблюдаются пилообразные колебания, существенным образом влияющие на пространственное распределение температуры и концентрации электронов, главным образом внутри радиуса инверсии [28]. К сожалению, получить режим без пилообразных колебаний при нагреве нейтральным пучком на токамаке Глобус-М2 невозможно. Это потребует значительного снижения тока плазмы до величины  $< 0.1 \text{ МА}$  при тороидальном магнитном поле  $0.8\text{--}0.9 \text{ Тл}$ . Такой ток недостаточен для эффективного удержания быстрых ионов с энергией  $20\text{--}40 \text{ кэВ}$ , образующихся в плазме при нейтральной инжекции делая такой режим бессмысленным с точки зрения нагрева плазмы. Развитие этой неустойчивости происходит на резонансной поверхности  $q = 1$ , ограничивающей значительную область плазмы. Значения приведенного малого радиуса, соответствующего локализации поверхности  $q = 1$  находится в диапазоне  $0.2 \div 0.5$ . При этом характерная амплитуда пилообразных колебаний температуры в центре плазмы при нейтральной инжекции составляет величину  $\sim 20\%$  [30]. Поэтому, для анализа формы профилей необходимо исключить как зону перемешивания, так и краевую область плазмы, так как она тоже является МГД неустойчивой по отношению к развитию пилинг-баллонной моды, что выражается в периодических выбросах энергии в обдирочный слой (SOL) известных как ELM [29]. Таким образом из экспериментальных данных была выделена область “жесткого переноса”  $\rho_\psi \in 0.6 \div \rho_{q95}$ , для которой и проверялась справедливость аппрок-

симации Бейкера–Розенблюта. Здесь  $\rho_\psi = \sqrt{\frac{\psi - \psi_0}{\psi_a - \psi_0}}$  – координата магнитной поверхности, где  $\psi$  – полоидальный магнитный поток, а  $\psi_0$  и  $\psi_a$  его значения в центре и на границе плазмы соответственно,  $\rho_{q95}$  – радиальная координата магнитной поверхности охватывающей 95% полоидального магнитного потока. Пространственные распределения температуры и концентрации электронов в зависимости от  $\rho_\psi$  представлены на рис. 2а, b, где красным цветом показана интересующая область. Характерные значения погрешности измерения локальных значений  $T_e$  и  $n_e$  не превышают 5%. Соответствующие зависимости удельного полоидального объема  $v = \frac{q}{2\pi\rho B_t} \frac{\partial V}{\partial \rho}$  (здесь  $\rho$  – радиальная координата магнитной поверхности,  $V$  – объем охватываемый магнитной поверхностью радиуса  $\rho$ ) и запаса устойчивости от  $\rho_\psi$  приведены на рис. 2с, d. Красным цветом выделены точки, расположенные в интервале  $\rho_\psi \in 0.6 \div \rho_{q95}$ .

Рассмотрим для этих точек зависимость  $n_e / \langle n_e \rangle V$  от соответствующих локальных значений  $q$  и  $v$  (см. рис. 3). Отметим, что в токамаках с большим аспектным отношением профиль удельного полоидального объема почти совпадает с более известным профилем  $q$ , поэтому была проверена еще и зависимость плотности от  $q$ .

Полученные зависимости хорошо аппроксимируются функцией вида  $y = a \cdot x^b$ . Соответствующие значения параметров подгонки представлены на рис. 3. Среднее абсолютное процентное отклонение (МАРЕ) аппроксимации от экспериментальных данных в области “жесткого переноса” составляет 8% для зависимости от  $q$  и 11% для  $v$ . Аппроксимация профиля плотности для зависимости от  $q$  получается несколько лучше. Отклонение экспериментальных точек от аппроксимации можно объяснить конечной точностью измерения локальных значений плотности, предположениями, в рамках которых был рассчитан профиль запаса устойчивости (тока) плазмы, а также влиянием пилообразных колебаний. Также стоит отметить, что по мере приближения к сепаратрисе разброс точек несколько увеличивается в обоих случаях, однако форма зависимости сохраняется. В центральной области плазмы увеличивается как разброс, так и систематическое отклонение точек, вызванное пилообразными колебаниями, которые приводят к большому разбросу параметра пикованности профиля плотности  $P_n = n_{e0} / \langle n_e \rangle V$  (здесь  $n_{e0}$  – значение концентрации электронов в центре плазмы) в диапазоне  $2 \div 2.5$ . Значение параметра  $a$  для аппроксимации Бэйкера–Розенблюта составило  $1.06 \pm 0.02$ , что хорошо соответствует ре-

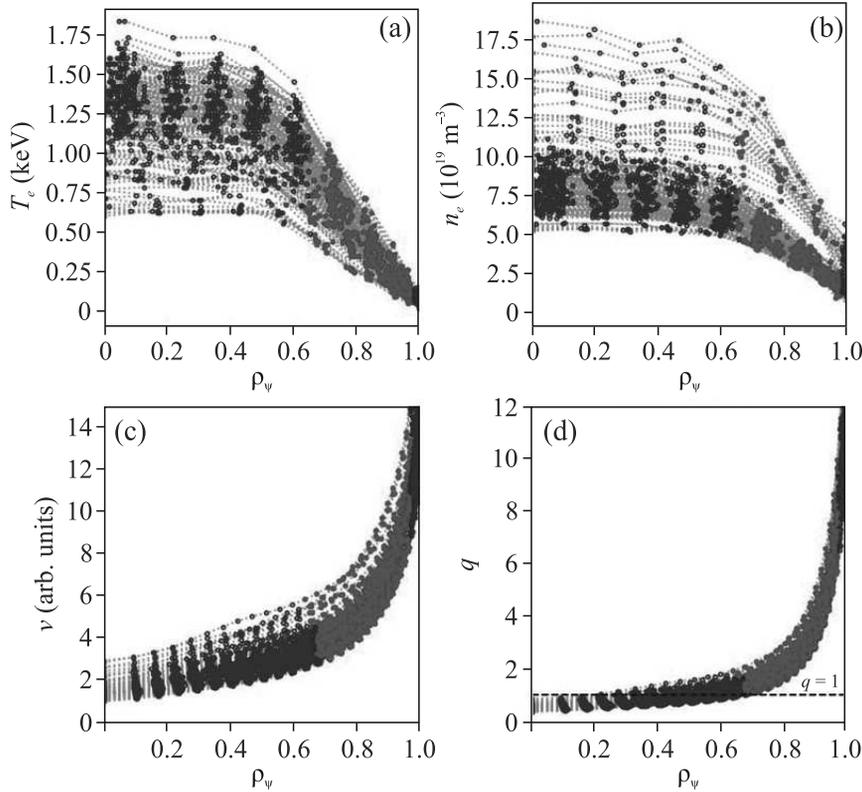


Рис. 2. (Цветной онлайн) Экспериментально измеренные пространственные распределения температуры (a) и концентрации (b) электронов в зависимости от  $\rho_\psi$ , (c) и (d) – соответствующие радиальные распределения удельного полоидального объема и запаса устойчивости соответственно. Красным цветом выделены точки, расположенные в интервале  $\rho_\psi \in 0.6 \div \rho_{q95}$

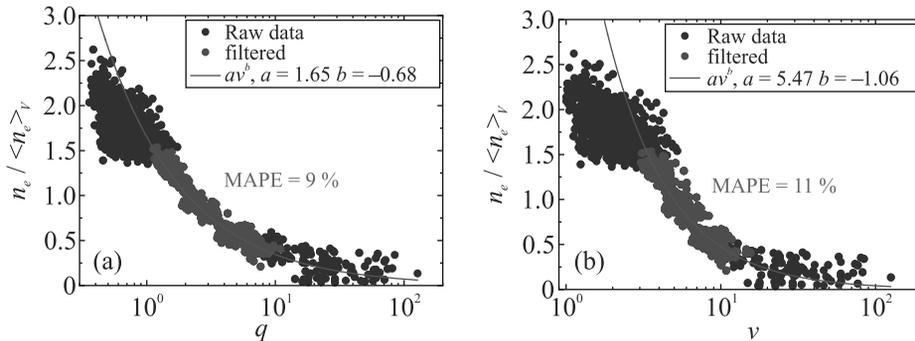


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость приведенных локальных значений плотности плазмы от запаса устойчивости (a) и от удельного полоидального объема (b). Зеленым цветом выделены точки, соответствующие области  $\rho_\psi \in 0.6 \div \rho_{q95}$ . Кривые иллюстрируют аппроксимацию данных зависимостью вида  $y = a \cdot x^b$  полученные минимизацией среднего абсолютного процентного отклонения (MAPE)

зультатам, полученным по данным TCV. Для зависимости плотности от запаса устойчивости получилось заметное отклонение от единицы  $n_e \cdot q^{0.68} = \text{const}$ .

Для оптимизации параметров плазмы с целью выполнения условий зажигания знания канонических профилей давления недостаточно. Необходимо еще и профиль температуры, поэтому была изу-

чена зависимость формы профилей температуры электронов от формы профилей плотности плазмы. Несмотря на то, что в выбранных режимах локальные значения плотности и температуры находятся в достаточно широком диапазоне (рис. 4a), наблюдается взаимная зависимость формы нормированных пространственных распределений (рис. 4b). Про-

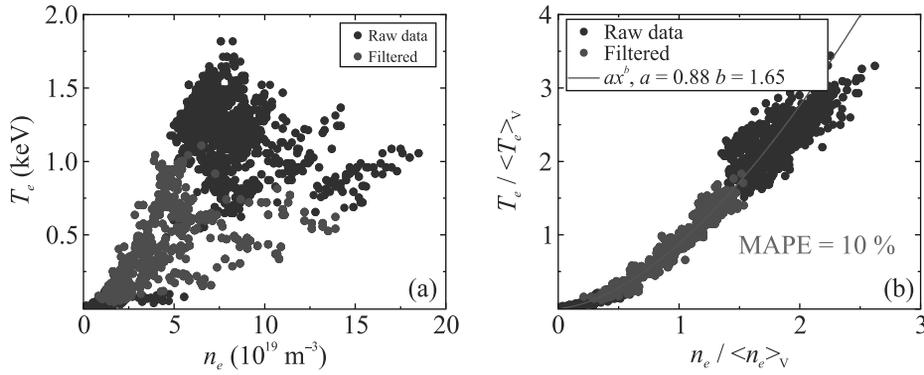


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Зависимость локальных значений температуры электронов от соответствующих локальных значений концентрации электронов плазмы; (б) – то же, что и на рис. (а), но для нормированных значений температуры и концентрации. Зеленым цветом выделены точки, соответствующие области  $\rho_\psi \in 0.6 \div \rho_{q95}$

филь электронной температуры более пикирован, чем профиль концентрации, зависимость приведенной температуры от приведенной плотности хорошо аппроксимируется функцией вида  $y = a \cdot x^b$ . Для точек, лежащих вне области, затрагиваемой пилообразными колебаниями значение параметра  $b$ , составляет значение  $1.65 \pm 0.02$  при  $\text{MAPE} = 10\%$ . Стоит отметить, что несмотря на “сильную пилу” полученная зависимость оказывается справедливой и для области перемешивания.

**Заключение.** Аналитическая модель аттрактора плотности  $nv = \text{const}$ , ранее подтвержденная данными токамаков с большим аспектным отношением TCV и DIII-D, проверена на сферическом токамаке Глобус-М2. В режиме с дополнительным нагревом нейтральным пучком эмпирический показатель степени близок к единице

$$nv^{1.06} = \text{const}. \quad (1)$$

В рассматриваемых режимах локальные значения концентрации электронов варьировались в следующих диапазонах:  $5 \div 18 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$  для центра плазмы и  $0.5 \div 5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$  на периферии плазменного шнура. При этом температура электронов в центре и на периферии плазмы находилась в диапазоне  $0.6 \div 1.8 \text{ кэВ}$  и  $0.05 \div 0.2 \text{ кэВ}$  соответственно.

Главный эмпирический результат, это наличие зависимости:

$$T = \text{const } n^{1.65}. \quad (2)$$

Полученный показатель степени у плотности в зависимости (2) несколько меньше, чем предлагаемый в работах [5, 16, 17]. Более важным является наличие зависимости формы профиля температуры от формы профиля плотности, которой могло и не быть. Полученная зависимость позволяет продолжить мо-

дель канонических профилей давления Коппи, Есипчука, Разумовой, Днестровского и полностью рассчитать профили по известной магнитной конфигурации. Существенно, что температура и плотность неоклассических профилей не обращается в ноль на границе, поэтому профили можно дополнить граничными условиями типа Пастухова–Смирнова или Голдстоуна [32], рассчитать условия зажигания, времени удержания и оптимизировать параметры термоядерной установки на основе токамака для режимов без пилообразных колебаний. Снижение тока плазмы при фиксированном магнитном поле позволит избежать появления резонансной поверхности  $q = 1$  – необходимого условия для развития “пилы”. Стоит отметить, что существующая на сегодняшний день концепция сферического токамака Глобус-3 предполагает удержание и нагрев плазмы с большим значением  $q_{95}$  в качестве основного режима [33–36]. Модель неоканонических профилей объясняет парадоксальные экспериментальные результаты Мирнова [37] и Сахарова [38], в которых улучшение удержания получалось в результате сброса тороидального тока. Позднее этот метод использовался в TFTR [39] и JET [40] для увеличения пикированности профилей плотности и температуры в экспериментах с дейтериево-третичной плазмой, причем в экспериментах на TFTR максимальный нейтронный выход был получен именно в сценарии со снижением тока плазмы. Также стоит отметить, что наблюдаемая в данной работе связь между температурой и плотностью согласуется с наблюдаемым эффектом пикирования профилей плотности при снижении столкновительности плазмы  $v^* \propto n_e/T_e^2$  [41].

Исследования проведены на УНУ “Сферический токамак Глобус-М”, входящей в состав ФЦКП “Материаловедение и диагностика в передовых

технологиях”. Авторы выражают благодарность Днестровскому А.Ю. за плодотворные обсуждения.

**Финансирование работы.** Эксперименты по нагреву плазмы с помощью нейтральной инжекции выполнены в рамках проекта 0034-2021-0001. Измерение пространственных распределений температуры и концентрации электронов, а также обработка результатов эксперимента выполнены в рамках проекта 0040-2019-0023.

**Конфликт интересов.** Авторы не имеют конфликта интересов.

1. B. Coppi, *Comm. Plasma Phys. Control. Fusion* **5**, 261 (1980).
2. Yu. V. Esiptchuk and K. A. Razumova, *Plasma Phys. Control. Fusion* **28**, 1253 (1986).
3. В. П. Пастухов, Д. В. Смирнов, *Физика плазмы* **42**, 307 (2016).
4. Б. Б. Кадомцев, *Физика плазмы* **13**, 771 (1987).
5. Y. N. Dnestrovskij, *Self-Organization of Hot Plasmas*, Springer, Heidelberg (2015); <https://doi.org/10.1007/978-3-319-06802-2>.
6. K. S. Dyabilin and K. A. Razumova, *Nucl Fusion* **55**, 053023 (2015).
7. К. С. Дябилин, К. А. Разумова, *Физика плазмы* **41**, 747 (2015).
8. E. Minardi, *Phys. Lett.* **70**, A240 (1998).
9. V. V. Yan'kov, *JETP Lett.* **60**, 171 (1994).
10. A. A. Vedenov, E. P. Velikhov, and R. Z. Sagdeev, *Nucl. Fusion* **1**, 82 (1961).
11. А. А. Галеев, Л. И. Рудаков, *ЖЭТФ* **45**, 647 (1964).
12. D. R. Baker and M. N. Rosenbluth, *Phys. Plasmas* **5**, 2936 (1998).
13. V. V. Yankov, *Physika Plazmy* **21**, 759 (1995).
14. D. R. Baker, M. R. Wade, C. C. Petty et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **40**, 1003 (2000).
15. H. Weisen, I. Furno, S. Alberti et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **42**, 136 (2002).
16. V. V. Yan'kov, *Phys.-Uspekhi* **40**(5), 477 (1997); DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1997v040n05ABEH000235>.
17. K. A. Razumova and S. E. Lysenko, *Plasma* **6**, 408 (2023); DOI: <https://doi.org/10.3390/plasma6030028>.
18. V. P. Pastukhov and D. V. Smirnov, *JETP Lett.* **114**, 208 (2021).
19. A. B. Kukushkin, P. A. Sdvizhenskii, J. Flanagan D. Kos, V. S. Neverov, G. Szepesi, D. M. A. Taylor, and JET Contributors, *Plasma Phys. Control. Fusion* **65**, 075009 (2023).
20. V. B. Minaev, V. K. Gusev, N. V. Sakharov et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **57**, 066047 (2017).
21. Yu. V. Petrov, V. K. Gusev, N. V. Sakharov et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **62**, 042009 (2022).
22. G. S. Kurskiev, V. K. Gusev, N. V. Sakharov et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **61**, 064001 (2021).
23. G. S. Kurskiev, V. K. Gusev, N. V. Sakharov et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **62**, 016011 (2022).
24. N. N. Bakharev, I. M. Balachenkov, F. V. Chernyshev et al. (Collaboration), *Phys. Plasmas* **30**, 072507 (2023).
25. G. S. Kurskiev, I. V. Miroshnikov, N. V. Sakharov et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **62**, 104002 (2022).
26. G. S. Kurskiev, N. V. Sakharov, V. K. Gusev et al. (Collaboration), *Plasma Physics Reports* **49**, 403 (2023).
27. Г. С. Курскиев, Н. С. Жильцов, А. Н. Коваль и др. (Collaboration), *Письма в ЖТФ* **47**, 41 (2021).
28. N. S. Zhiltsov, G. S. Kurskiev, S. Yu. Tolstyakov et al. (Collaboration), <https://arxiv.org/abs/2311.18723>; arXiv:2311.18723 [physics.plasm-ph]; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.18723>.
29. S. P. Hirshman, R. J. Hawryluk, and B. Birge, *Nucl. Fusion* **17**, 611 (1977).
30. Ю. В. Петров, П. А. Багрянский, И. М. Балаченков и др. (Collaboration), *Физика плазмы* **49**(12), 1 (2023); DOI: 10.31857/S036729212360084X.
31. В. В. Солоха, Г. С. Курскиев, А. Ю. Яшин и др. (Collaboration), *Физика плазмы* **49**, 322 (2023).
32. R. J. Goldston, *Nucl. Fusion* **52**, 013009 (2012).
33. A. B. Mineev, E. N. Bondarchuk, A. A. Kavin et al. (Collaboration), *Physics of Atomic Nuclei* **85**(7), 1194 (2022).
34. A. B. Mineev, E. N. Bondarchuk, A. A. Kavin et al. (Collaboration), *Physics of Atomic Nuclei* **85**(7), 1205 (2022).
35. A. B. Mineev, V. B. Minaev, N. V. Sakharov et al. (Collaboration), *Physics of Atomic Nuclei* **85**(S1), S17 (2022).
36. В. В. Минаев, А. Б. Минеев, Н. В. Сахаров и др. (Collaboration), *Физика плазмы* **49**(12), 1 (2023); DOI: 10.31857/S0367292123600851; EDN: CGJWHV.
37. S. V. Mirnov, *Nucl. Fusion* **9**, 57 (1969).
38. N. V. Sakharov, T. Yu. Akatova, L. G. Askinazi et al. (Collaboration), *Plasma Phys. Control. Fusion* **35**, 411 (1993).
39. K. M. McGuire, H. Adler, P. Alling et al. (Collaboration), *Phys. Plasmas* **2**, 2176 (1995); doi: 10.1063/1.871303.
40. M. Keilhacker, A. Gibson, C. Gormezano et al. (Collaboration), *Nucl. Fusion* **39**, 209 (1999).
41. C. Angioni, L. Carraro, T. Dannert et al. (Collaboration), *Phys. Plasmas* **14**, 055905 (2007); doi: 10.1063/1.2515300.

# Влияние квантовой расфазировки на ток через квантовый точечный контакт в периодически меняющемся внешнем поле<sup>1)</sup>

И. Ермаков<sup>+\*</sup>, О. Лычковский<sup>×+2)</sup>

<sup>+</sup>Отдел математических методов квантовых технологий,  
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 119991 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Российский квантовый центр, 121205 Москва, Россия

<sup>×</sup>Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 октября 2023 г.

После переработки 14 ноября 2023 г.

Принята к публикации 15 ноября 2023 г.

Рассматриваются две одномерные квантовые  $XX$ -цепочки, соединенные квантовым точечным контактом с осциллирующими параметрами. Если цепочки изначально поляризованы в противоположных направлениях, можно ожидать установления спинового тока через квантовый точечный контакт. Недавно было показано [Phys. Rev. B **103**, L041405 (2021)], что на самом деле, когда частота осцилляций превышает критическое значение, ток полностью прекращается, и квантовый точечный контакт фактически становится изолятором. В настоящей работе исследуется влияние квантовой расфазировки на этот эффект. Показано, что любое ненулевое значение расфазировки приводит к появлению тока.

DOI: 10.31857/S1234567824010087, EDN: saihcb

**Введение.** Транспорт через квантовый точечный контакт (КТК) с осциллирующими параметрами традиционно привлекает значительное внимание. Возможность управления макроскопическим квантовым состоянием электронного газа с помощью внешнего зависящего от времени воздействия привлекательна как с точки зрения практических приложений [1, 2], так и в силу теоретической значимости [3–9].

Предыдущие исследования одного из авторов [10] выявили неравновесный фазовый переход [11, 12] в замкнутой системе, состоящей из двух цепочек свободных фермионов, разделенных осциллирующим КТК. В частности, было обнаружено, что когда частота осцилляций,  $\omega$ , превышает критическое значение  $\omega_c$ , равное ширине зоны для цепочки, ток падает до нуля, т.е. КТК становится изолятором<sup>3)</sup>. Напро-

тив, когда частота меньше этого критического значения,  $\omega < \omega_c$ , КТК становится проводником и устанавливается ненулевой ток между цепочками<sup>4)</sup>.

В настоящей работе мы исследуем, как слабое взаимодействие с окружающей средой изменяет эту картину. В частности, мы рассматриваем эффект марковской расфазировки, который может быть описан с помощью уравнения Горини-Коссаковский-Сударшана-Линдблада (ГКСЛ). Мы демонстрируем, что расфазировки любой конечной величины достаточно для того, чтобы сделать КТК проводящим даже при частоте, выше критической. Таким образом, расфазировка приводит к исчезновению фазового перехода.

Известно, что, в силу преобразования Йордана-Вигнера одномерная свободно-фермионная цепочка с перескоком между ближайшими соседями унитарно эквивалентна одномерной  $XX$ -модели спинов  $1/2$  [15]. В данной статье мы работаем со спинами. Вместо двух фермионных цепочек мы рассматриваем две спиновых  $XX$ -цепочки. Изначально они поляризованы в противоположных направлениях. Ток частиц на фермионном языке соответствует спиново-

<sup>1)</sup>См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru)

<sup>2)</sup>e-mail: o.lychkovskiy@skoltech.ru

<sup>3)</sup>Из общих соображений можно ожидать замедления динамических процессов для частот, превышающих ширину зоны. Для локально взаимодействующих систем многих тел можно доказать строгое ограничение, экспоненциально малое по частоте [13]. В работе [10] был получен более сильный результат: для некоторых (но не для всех) КТК усредненный за цикл ток строго равен нулю (а не просто мал) в неравновесном установившемся состоянии для произвольной частоты выше критической.

<sup>4)</sup>Похожий фазовый переход для переменного тока был обнаружен в [14].

му току на языке спинов. Этот ток стремится выравнять разницу поляризацій.

Спиновая (кубитная) картина особенно удобна в контексте квантовых вычислений. Недавние достижения в области небольших квантовых устройств с шумами [16, 17], таких как сверхпроводящие процессоры и решетки холодных атомов, уже позволяют проводить экспериментальные исследования в области квантовой многочастичной физики. Было бы интересно реализовать предложенный в [10] КТК на одном из существующих устройств такого типа. Известно, что динамика  $XX$ -модели может быть воспроизведена с помощью определенного узкого набора двухкубитных квантовых вентилях [18–20], что дополнительно упрощает ее реализацию на квантовом процессоре.

Типичным шумом в квантовом процессоре является расфазировка. Поэтому естественно задаться вопросом, какое влияние расфазировка будет оказывать на явление, обнаруженное в [10]. Это является дополнительной мотивацией нашего исследования.

Наш подход к задаче основан на решении ГКСЛ в представлении Гейзенберга. Известно, что для  $XX$ -модели с расфазировкой пространство операторов фрагментировано на динамически не связанные между собой подпространства разной размерности [21–24]. Это сильно упрощает задачу и позволяет нам численно исследовать достаточно большие системы, что, в свою очередь, дает возможность построить надежную физическую картину.

**Модель.** Марковская диссипативная динамика может быть описана уравнением ГКСЛ в представлении Гейзенберга [25],

$$\partial_t O_t = i[H, O_t] + \mathcal{D}^\dagger O_t, \quad (1)$$

с начальными условиями  $O_{t=0} = O$ . Здесь  $O_t$  и  $O$  являются, соответственно, представлениями Гейзенберга и Шредингера наблюдаемой  $O$ ,  $H$  - гамильтониан, а  $\mathcal{D}^\dagger$  - сопряженный супероператор диссипации (диссипатор), который имеет вид

$$\mathcal{D}^\dagger O_t \equiv \gamma \sum_j \left( l_j^\dagger O_t l_j - \frac{1}{2} \{l_j^\dagger l_j, O_t\} \right), \quad (2)$$

где  $l_j$  - операторы Линдблада,  $\gamma$  - вещественная положительная константа, а  $\{\cdot, \cdot\}$  обозначает антикоммутатор. Если известен оператор Гейзенберга  $O_t$  наблюдаемой, то эволюция во времени ее среднего значения задается выражением  $\langle O \rangle_t = \text{tr} O_t \rho_0$ , где  $\rho_0$  - начальное состояние системы.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид (ср. [10]):

$$H = H_L + H_R + V_t, \quad (3)$$

где  $H_L$  и  $H_R$  описывают две  $XX$ -цепочки, а  $V_t$  описывает осциллирующий КТК, который соединяет эти две цепочки. Явный вид этих трех вкладов в гамильтониан таков:

$$H_L = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{L-1} (\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y),$$

$$H_R = \frac{1}{4} \sum_{j=L}^{2L-1} (\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y), \quad (4)$$

$$V_t = \frac{\sin(\omega t)}{4} (\sigma_L^x \sigma_{L+1}^x + \sigma_L^y \sigma_{L+1}^y), \quad (5)$$

где  $\sigma_j^\alpha$ ,  $\alpha = x, y, z$  являются матрицами Паули на  $j$ -м сайте,  $L$  обозначает количество спинов в каждой цепочке, а  $\omega$  - частоту возбуждения. Подчеркнем, что  $V_t$  - единственный член гамильтониана, который зависит от времени.  $V_t$  обращается в ноль при  $\omega = 0$ ; в этом пределе цепочки не связаны друг с другом.

Операторы Линдблада  $l_j$  имеют вид

$$l_j = \sigma_j^z, \quad j = 1, 2, \dots, 2L. \quad (6)$$

Известно, что такие операторы Линдблада вызывают расфазировку, то есть затухание недиагональных элементов матрицы плотности в базисе, собственном для  $\sigma_j^z$ .

Изначально система готовится в чистом состоянии  $\rho_0 = |\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|$ , где

$$|\Psi_0\rangle = |0_1 \dots 0_L\rangle \otimes |1_{L+1} \dots 1_{2L}\rangle \quad (7)$$

и  $|0_j\rangle$ ,  $|1_j\rangle$  являются собственными векторами  $\sigma_j^z$ , такими, что  $\sigma_j^z |0_j\rangle = -|0_j\rangle$ ,  $\sigma_j^z |1_j\rangle = |1_j\rangle$ .

Начальное условие (7) означает, что левая и правая цепочки полностью поляризованы в противоположных направлениях, см. рис. 1. Заметим, что при  $\omega = 0$ , т.е. когда цепочки не взаимодействуют, это состояние является собственным состоянием гамильтониана (3). Более того, соответствующая матрица плотности  $\rho_0$  является стационарным состоянием уравнения ГКСЛ (1). Проще говоря, в отсутствие КТК профиль намагниченности (7), остается неизменным со временем, независимо от наличия или отсутствия расфазировки.

**Решение системы уравнений ГКСЛ.** В общем случае численное решение уравнения ГКСЛ (1) требует экспоненциального количества ресурсов. Это связано с тем, что размерность пространства операторов для  $2L$  кубитов растет как  $4^{2L}$ . Однако для некоторых диссипативных систем пространство операторов разбивается на динамически не связанные

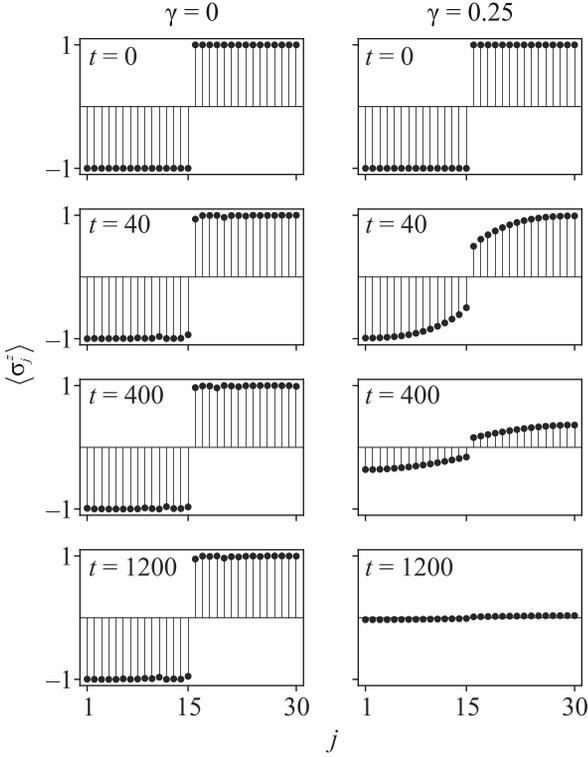


Рис. 1. (Цветной онлайн) Эволюция профиля поляризации двух спиновых  $XX$ -цепочек, соединенных КТК и инициализированных в состоянии (7), в отсутствие (левая колонка) и при наличии (правая колонка) расфазировки. Общее число спинов составляет  $2L = 30$ , частота возбуждения  $\omega = 2.5$ . Можно видеть, что в отсутствие расфазировки КТК является изолятором, в то время как при наличии расфазировки КТК проводит спиновый ток

секторы, размерность некоторых из которых является полиномиальной по количеству кубитов [21, 26–32]. Рассматриваемая система относится к этому типу [21–24]. В частности, подпространство, содержащее интересующие нас наблюдаемые, а именно,  $z$ -проекция спинов,  $\sigma_j^z$ , имеет размерность, пропорциональную  $L^2$ . Ниже мы явно построим это подпространство.

Сначала рассмотрим модель без диссипации,  $\gamma = 0$ . В этом случае система является замкнутой и уравнение (1) – это уравнение Гейзенберга. Введем следующие операторы, известные как строки Онсагера (см. [24, 33–35]):

$$\begin{aligned} A_j^0 &= -\sigma_j^z, \\ A_j^n &= \sigma_j^x \left( \prod_{m=1}^{n-1} \sigma_{j+m}^z \right) \sigma_{j+n}^x, \\ A_j^{-n} &= \sigma_j^y \left( \prod_{m=1}^{n-1} \sigma_{j+m}^z \right) \sigma_{j+n}^y, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} B_j^n &= \frac{i}{2} \sigma_j^x \left( \prod_{m=1}^{n-1} \sigma_{j+m}^z \right) \sigma_{j+n}^y, \\ B_j^{-n} &= -\frac{i}{2} \sigma_j^y \left( \prod_{m=1}^{n-1} \sigma_{j+m}^z \right) \sigma_{j+n}^x, \quad 1 \leq n \leq 2L-1. \end{aligned}$$

Здесь  $n+1$  – это “размер” строки Онсагера, то есть количество матриц Паули, которые она содержит. Этот размер варьируется от одного (для  $A_j^0$ ) до  $2L$  (для  $A_1^{\pm(2L-1)}, B_1^{\pm(2L-1)}$ ). Индекс  $j$  должен быть согласован с  $n$ . А именно, для заданного  $n$  допустимы значения  $j = 1, 2, \dots, 2L - n$ . Из этого легко получить, что всего существует  $D = 2L(4L-1)$  строк Онсагера.

Легко видеть, что подпространство операторов  $\mathcal{P}$ , натянутое на  $D$  строк Онсагера, является замкнутым относительно коммутации с гамильтонианом (3) [33, 34, 35] (это показано явно в дополнительных материалах). Таким образом, это подпространство отфакторизовывается от остального пространства операторов при эволюции, заданной уравнением Гейзенберга.

Теперь перейдем к случаю с диссипацией,  $\gamma > 0$ . Легко проверить, что подпространство  $\mathcal{P}$  инвариантно относительно диссипативного супероператора с операторами Линдблада (6) [21–24]. Это следует из равенств  $\mathcal{D}\sigma_j^{x,y} = -2\sigma_j^{x,y}$  и  $\mathcal{D}\sigma_j^z = 0$  (см. дополнительные материалы).

В результате система уравнений ГКСЛ (содержащая  $D$  уравнений) полностью определяет динамику внутри подпространства  $\mathcal{P}$ . Поскольку  $D$  квадратично зависит от  $L$ , эти уравнения можно эффективно решить для относительно больших размеров системы. На обычном ноутбуке оказывается возможным провести вычисления и получить профиль поляризации в зависимости от времени для систем, состоящих из нескольких десятков кубитов. Результаты вычислений представлены в следующем разделе.

Представляется уместным дать краткий обзор исследуемой модели в фермионной картине. Преобразование Йордана–Вигнера [15], отображает гамильтониан (3) в гамильтониан двух цепочек невзаимодействующих фермионов, соединенных КТК с осциллирующей амплитудой туннелирования [10]. Спиновый оператор  $\sigma_j^z$  отображается на  $2n_j - 1$ , где  $n_j$  – это оператор числа фермионов на  $j$ -м сайте, сохранение  $z$ -проекции полной поляризации соответствует сохранению числа частиц, спиновый ток отображается на ток частиц, а начальное состояние (7) соответствует пустой левой цепи и полностью заполненной фермионами правой цепи. Строки Онсагера (8) квадратичны по операторам создания и уни-

чтожения фермионов и составляют базис в подпространстве всех квадратичных операторов.

Последнее обстоятельство дает простое объяснение инвариантности пространства строк Онсагера относительно полностью когерентной динамики, генерируемой гамильтонианом (3) (который также квадратичен в фермионной картине).

Причина инвариантности при наличии диссипации более тонкая. Диссипативный супероператор с операторами Линдблада (6) не является квадратичным, а имеет четвертый порядок [21, 27, 28]. Можно было бы возразить, что эти операторы Линдблада эквивалентны стохастическим локальным магнитным полям (в спиновой картине) или химическим потенциалам (в фермионной картине), см., например, [36], что возвращает нас к квадратичному гамильтониану, хотя и со стохастическими членами. Этот аргумент, однако, специфичен для конкретных операторов Линдблада (6). На самом деле, упомянутая инвариантность возникает для широких классов операторов Линдблада, которые, в общем случае, не эквивалентны квадратичным стохастическим гамильтонианам или квадратичным операторам Линдблада [24]. Например, подпространство  $\mathcal{P}$  инвариантно и для операторов Линдблада вида  $l_j = \sigma_j^z \sigma_{j+1}^z$ ,  $j = 1, \dots, 2L - 1$ , которые соответствуют членам четвертого порядка в соответствующем стохастическом гамильтониане. Мы повторили наши расчеты для этих операторов Линдблада, см. дополнительные материалы. Качественная картина не отличается от картины для операторов Линдблада (6).

**Результаты.** В работе [10] было показано, что в отсутствие диссипации КТК становится изолятором при частотах, превышающих  $\omega_c = 2$ . Мы проверили этот факт с использованием нашего подхода. Для этого мы провели численные моделирования профиля поляризации для  $\gamma = 0$  и  $\omega = 2.5$ . Результаты представлены на левом графике рис. 1. Можно видеть, что, за исключением небольшой начальной “утечки” поляризации, происходящей в течение первых нескольких циклов (это переходный эффект, также наблюдавшийся в [10]), начальный профиль поляризации действительно сохраняется.

Чтобы подтвердить, что временной интервал, охваченный нашими расчетами, достаточен для установления квазистационарного состояния, мы вычисляем следующую величину:

$$\Delta^R(t) = L - \sum_{j=L+1}^{2L} \langle \sigma_j^z \rangle(t). \quad (9)$$

Эта величина представляет из себя отклонение полной поляризации правой цепочки от начальной поля-

ризации. Если КТК проводит спиновый ток, то поляризация всех спинов в стационарном состоянии будет равна нулю. Как следствие,  $\Delta^R(t) \rightarrow L$  при  $t \rightarrow \infty$ . Если же КТК является изолятором,  $\Delta^R(t)$  не должна расти с размером системы. Вместо этого, данная величина должна быстро приблизиться к некоторому конечному в пределе  $L \rightarrow \infty$  и, как правило, небольшому значению. Такое поведение является проявлением начальной утечки поляризации<sup>5)</sup>.

На рисунке 2 показано, что в случае отсутствия расфазировки  $\Delta^R(t)$  остается ниже единицы в те-

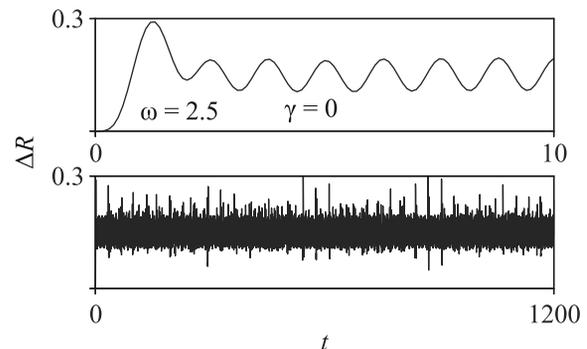


Рис. 2. (Цветной онлайн) Отклонение полной поляризации правой цепочки от начальной поляризации в отсутствие расфазировки. Верхний график охватывает первые несколько циклов колебаний, нижний – весь временной интервал, представленный на рис. 1. Можно видеть, что отклонение остается малым в течение всего исследуемого временного интервала и не стремится к  $L = 15$ . Это означает, что КТК является изолятором, что согласуется с результатами работы [10]

чение всего рассматриваемого времени и не демонстрирует никакой тенденции к приближению к  $L$ . Среднее по времени значение  $\Delta^R(t)$  составляет  $\langle \Delta^R \rangle_{\text{mean}}^{2L=30} = 0.150$ , среднеквадратическое отклонение –  $\langle \Delta^R \rangle_{\text{rms}}^{2L=30} = 0.155$ . Мы также проверили, что среднее значение не растет с размером системы, в частности,  $\langle \Delta^R \rangle_{\text{mean}}^{2L=20} = 0.151$  и  $\langle \Delta^R \rangle_{\text{mean}}^{2L=10} = 0.156$  ( $\langle \Delta^R \rangle_{\text{rms}}^{2L=20} = 0.150$ ,  $\langle \Delta^R \rangle_{\text{rms}}^{2L=10} = 0.160$ ). Таким образом, мы приходим к выводу, что КТК действительно является изолятором в отсутствие расфазировки.

Следующим шагом мы провели расчеты для ненулевого значения расфазировки  $\gamma$ . Мы обнаружили, что в этом случае КТК всегда проводит ток,

<sup>5)</sup> Ненулевое значение этой утечки является проявлением того факта, что поляризация каждой из цепочек по-отдельности не является интегралом движения (как это было бы в случае не взаимодействующих друг с другом цепочек), и начальное состояние (7) не является стационарным состоянием. Утечка сопровождает релаксацию начального состояния к неравновесному стационарному состоянию.

как показано в правой колонке рис. 1. В этом случае поляризация со временем выравнивается, и обе цепочки в конечном итоге становятся полностью деполаризованными. Заметим, что расфазировка имеет свойство способствовать превращению изолятора в проводник и в других случаях, в частности, при локализации (см., например, [37–39]).

Интересно, что ток как функция диссипативной константы  $\gamma$  является немонотонным. Например, скорость роста  $\Delta^R$  для  $\gamma = 2.5$  меньше, чем для  $\gamma = 0.25$ , как показано на рис. 3. Это поведение яв-

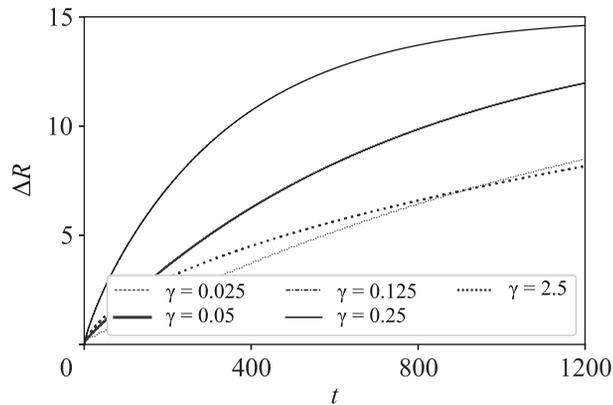


Рис. 3. (Цветной онлайн) Отклонение полной поляризации правой цепочки от начальной поляризации для различных значений расфазировки  $\gamma$ . Общее число спинов составляет  $2L = 30$ , частота возбуждения  $\omega = 2.5$

ляется проявлением диссипативного квантового эффекта Зенона [40, 41]. Этот эффект заключается в том, что сильная диссипация приводит к “заморозке” динамики. Таким образом, мы приходим к выводу, что начальное состояние (7) стабильно в двух противоположных пределах,  $\gamma = 0$  и  $\gamma \rightarrow \infty$ .

**Заключение.** Мы исследовали неравновесную физику двух диссипативных спиновых  $XX$ - цепочек, соединенных осциллирующим квантовым контактом. Ранее было показано, что в отсутствие диссипации контакт не проводит спиновый ток при частотах осцилляций выше критической [10]. Мы показали, что этот эффект неустойчив относительно квантовой расфазировки – контакт неизбежно начинает проводить ток при любом ненулевом значении расфазировки.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российской Федерации в лице Минобрнауки России (соглашение # 075-15-2020-788).

**Конфликт интересов.**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. C. W. J. Beenakker, P. Baireuther, Y. Herasymenko, I. Adagideli, L. Wang, and A. R. Akhmerov, Phys. Rev. Lett. **122**(14), 146803 (2019).
2. Ch. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **80**(3), 1083 (2008).
3. L. P. Kouwenhoven, A. T. Johnson, N. C. van der Vaart, C. J. P. M. Harmans, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **67**(12), 1626 (1991).
4. Sh. Nakajima, T. Tomita, Sh. Taie, T. Ichinose, H. Ozawa, L. Wang, M. Troyer, and Y. Takahashi, Nature Phys. **12**(4), 296 (2016).
5. M. Lohse, Ch. Schweizer, O. Zilberberg, M. Aidelsburger, and I. Bloch, Nature Phys. **12**(4), 350 (2016).
6. L. S. Levitov, H. Lee, and G. B. Lesovik, **37**(10), 4845 (1996).
7. D. A. Ivanov, H. W. Lee, and L. S. Levitov, Phys. Rev. B **56**(11), 6839 (1997).
8. J. Keeling, I. Klich, and L. S. Levitov, Phys. Rev. Lett. **97**(11), 116403 (2006).
9. J. Dubois, T. Jullien, F. Portier, P. Roche, A. Cavanna, Y. Jin, W. Wegscheider, P. Roulleau, and D. C. Glatthli, Nature **502**(7473), 659 (2013).
10. O. Gamayun, A. Slobodeniuk, J.-S. Caux, and O. Lyckovskiy, Phys. Rev. B **103**(4), L041405 (2021).
11. J. Marro and R. Dickman, *Nonequilibrium Phase Transitions in Lattice Models*, Cambridge University Press, Cambridge, UK (2005).
12. T. Prosen and E. Ilievski, Phys. Rev. Lett. **107**(6), 060403 (2011).
13. D. A. Abanin, W. De Roeck, and F. Huveneers, Phys. Rev. Lett. **115**, 256803 (2015); DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.256803; URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.115.256803>.
14. Мю Znidarič, B. Žunkovič, and T. Prosen, Phys. Rev. E **84**, 051115 (2011); DOI: 10.1103/PhysRevE.84.051115; URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.84.051115>.
15. E. Lieb, Th. Schultz, and D. Mattis, Ann. Physics **16**(3), 407 (1961); ISSN: 0003-4916; DOI: [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(61\)90115-4](https://doi.org/10.1016/0003-4916(61)90115-4); URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491661901154>.
16. X. Mi, M. Sonner, M. Y. Niu et al. (Collaboration), Science **378**(6621), 785 (2022).
17. Q. Zhu, Zh.-H. Sun, M. Gong et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **128**(16), 160502 (2022).
18. L. G. Valiant, *Quantum computers that can be simulated classically in polynomial time*, in *Proceedings of the thirty-third annual ACM symposium on Theory of computing* (2001), p.114; <https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/380752.380785>.

19. B. M. Terhal and D. P. DiVincenzo, *Phys. Rev. A* **65**(3), 032325 (2002).
20. R. Jozsa and A. Miyake, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **464**(2100), 3089(2008).
21. M. Žnidarič, *J. Stat. Mech.: Theory Exp.* **2010**(05), L05002 (2010).
22. N. Shibata and H. Katsura, *Phys. Rev. B* **99**, 174303 (2019); DOI: 10.1103/PhysRevB.99.174303; URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.99.174303>.
23. X. Turkeshi and M. Schiró, *Phys. Rev. B* **104**(14), 144301 (2021).
24. A. Teretenkov and O. Lychkovskiy, arXiv preprint arXiv:2304.03155 (2023).
25. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*, Oxford University Press, N.Y. (2002).
26. T. Prosen, *New J. Phys.* **10**(4), 043026 (2008).
27. V. Eisler, *J. Stat. Mech.: Theory Exp.* **2011**(06), P06007 (2011).
28. K. Temme, M. M. Wolf, and F. Verstraete, *New J. Phys.* **14**(7), 075004 (2012).
29. B. Žunkovič, *New J. Phys.* **16**(1), 013042 (2014).
30. F. H. L. Essler and L. Piroli, *Phys. Rev. E* **102**, 062210 (2020); DOI: 10.1103/PhysRevE.102.062210; URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.102.062210>.
31. L. R. Bakker, V. I. Yashin, D. V. Kurlov, A. K. Fedorov, and V. Gritsev, *Physical Review A* **102**(5), 052220 (2020).
32. T. Linowski, A. Teretenkov, and L. Rudnicki, *Phys. Rev. A* **106**(5), 052206 (2022).
33. D. K. Jha and J. G. Valatin, *Journal of Physics A: Mathematical, Nuclear and General* **6**(11), 1679 (1973).
34. T. Prosen, *Journal of Physics A: Mathematical and General* **31**(21), L397 (1998).
35. O. Lychkovskiy, *SciPost Physics* **10**(6), 124 (2021).
36. A. Kiely, *Europhysics Letters* **134**(1), 10001 (2021); DOI: 10.1209/0295-5075/134/10001; URL: <https://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/134/10001>.
37. S. A. Gurvitz, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 812 (2000); DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.812; URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.812>.
38. M. B. Plenio and S. F. Huelga, *New J. Phys.* **10**(11), 113019 (2008); DOI: 10.1088/1367-2630/10/11/113019; URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/10/11/113019>.
39. M. Žnidarič and M. Horvat, *Eur. Phys. J. B* **86**, 1 (2013).
40. B. Misra and E. C. G. Sudarshan, *J. Math. Phys.* **18**(4), 756 (1977).
41. C. Presilla, R. Onofrio, and U. Tambini, *Ann. Physics* **248**(1), 95 (1996).

# Спаривание и коллективные возбуждения в изинговских сверхпроводниках

А. Г. Семенов<sup>1)</sup>

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 ноября 2023 г.

После переработки 17 ноября 2023 г.

Принята к публикации 24 ноября 2023 г.

В работе рассматривается двумерная изинговская сверхпроводимость, которая образуется в дихалькогенидах переходных металлов таких как NbSe<sub>2</sub>, MoS<sub>2</sub>, WS<sub>2</sub> и др. Для сверхпроводящего состояния получено эффективное низкоэнергетическое действие для фаз параметров порядка и исследованы коллективные моды, присутствующие в системе. Показано, что помимо голдстоуновской моды, в системе присутствует еще одна мода леггетовского типа, масса которой связана с разницей между синглетной и триплетной константами спаривания. Также в работе обсуждается влияние слабого магнитного поля, направленного параллельно плоскости системы.

DOI: 10.31857/S1234567824010099, EDN: rooacv

**1. Введение.** Двумерные дихалькогениды переходных металлов в последнее время привлекли к себе внимание благодаря их необычным свойствам и надеждой на то, что они имеют потенциал для применения их в нанoeлектронике (см., например, [1] и ссылки в ней). Это материалы с общей формулой MX<sub>2</sub>, где M – это переходной металл (ниобий Nb, молибден Mo, вольфрам W), а X – это, например, атомы селена Se, серы S, теллура Te. Существует несколько изомеров с такой химической формулой, однако мы будем иметь ввиду изомеры, в которых элементарная ячейка состоит из атома M между двумя атомами X. В результате образуется решетка с D<sub>3h</sub> симметрией, в которой отсутствует центр инверсии [2–4].

В данной работе основной интерес для нас будет представлять сверхпроводимость, которая наблюдалась в подобных системах, и, в частности, в монослоях NbSe<sub>2</sub> [5], MoS<sub>2</sub> [6, 7], WS<sub>2</sub> [8]. Сверхпроводимость в таких системах обладает рядом интересных свойств благодаря сильному внутреннему спин-орбитальному взаимодействию. В частности, оно приводит к тому, что спины электронов оказываются поляризованы перпендикулярно плоскости системы, и к устойчивости сверхпроводящего порядка по отношению к параллельному магнитному полю. Отсюда и название таких систем – изинговские сверхпроводники. Также в подобных системах может реализовываться необычная сверхпрово-

димость с триплетным спариванием между электронами [3, 4].

Следует отметить, что описываемые в работе системы представляют собой чисто двумерные материалы, в которых существенную роль играют различные флуктуации, а образование сверхпроводящего состояния должно происходить посредством перехода типа Березинского–Костерлица–Таулесса, в котором ключевую роль играют квантовые вихри [9].

Целью данной работы является обсуждение возможного сверхпроводящего состояния в подобных системах, а также вывод эффективного низкоэнергетического действия, которое описывает флуктуации в изинговских сверхпроводниках. Также в работе будет получен и проанализирован спектр низкоэнергетических длинноволновых коллективных возбуждений с частотами меньшими величины сверхпроводящей щели. В конце работы будут обсуждены возможные следствия из представленной физической картины сверхпроводящего состояния.

**2. Изинговский сверхпроводник.** В данной работе будут рассмотрены монослои дихалькогенидов переходных металлов, таких как NbSe<sub>2</sub>, MoS<sub>2</sub>, WS<sub>2</sub> и др. В этих материалах отсутствует центр инверсии, но инвариантность по отношению к обращению времени тем не менее сохранена. В общем виде зонный гамильтониан такой системы имеет вид

$$\hat{H}_{TMD} = \sum_{\substack{\alpha, \beta = \uparrow, \downarrow \\ i=x, y, z}} \int_{BZ} \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha\beta} + \gamma_{\mathbf{p}}^i \sigma_{\alpha\beta}^i) \hat{c}_{\mathbf{p}, \alpha}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{p}, \beta}. \quad (1)$$

<sup>1)</sup>e-mail: semenov@lpi.ru

Помимо стандартного вклада с  $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \varepsilon_{-\mathbf{p}}$ , в нем присутствует внутренняя спин-орбитальная связь зеемановского типа с  $\gamma_{\mathbf{p}}^i = -\gamma_{-\mathbf{p}}^i$ . В силу симметрии  $\gamma_{\mathbf{p}}$  направлена вдоль оси  $z$  перпендикулярно плоскости образца. На рисунке 1 изображена зона Бриллюэна подобной системы и показаны контуры Ферми

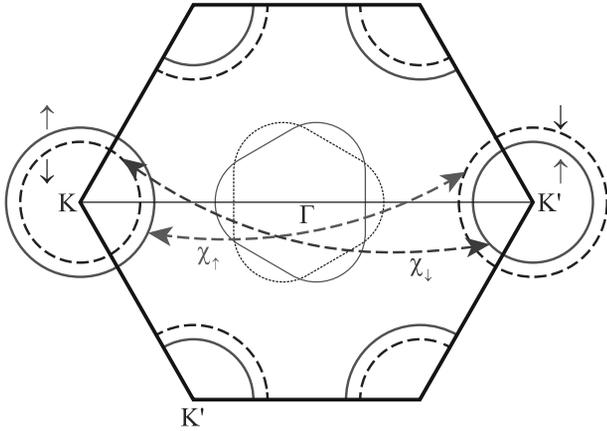


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зона Бриллюэна рассматриваемой системы. Сплошными (пунктирными) линиями показаны контуры Ферми для состояний со спином вверх (вниз). Также на рисунке изображены два типа спаривания

для разных направлений (псевдо)спина электронного возбуждения. Знаки спин-орбитального расщепления отличаются в разных точках зоны Бриллюэна так, что инвариантность по отношению к обращению времени не нарушена и присутствует крамерово вырождение спектра. Каждому состоянию с квазимпульсом  $\mathbf{p}$  соответствует такое же по энергии состояние с квазимпульсом  $-\mathbf{p}$  и противоположным спином. Валентная зона несколько раз пересекает уровень Ферми, образуя долины вблизи точек  $K, K'$  и  $\Gamma$ . В работах [2–4, 10] обсуждалось, что электроны вблизи точек  $K, K'$  образуют одну подсистему, а электроны вблизи точки  $\Gamma$  образуют другую подсистему, и эти две подсистемы слабо взаимодействуют между собой. Более того, величина сверхпроводящей щели в подсистеме  $\Gamma$  может быть существенно меньше [10]. Поэтому в данной работе мы рассмотрим только состояния вблизи Ферми-поверхностей в окрестностях точек  $K, K'$  и сверхпроводящие состояния, возникающие при взаимодействии между ними. Для этой подсистемы эффективный гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}_0 = \sum_{\alpha=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \left( \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{K})^2}{2m_\alpha} - \varepsilon_\alpha^F \right) \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha} + \sum_{\alpha=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \left( \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{K})^2}{2m_{-\alpha}} - \varepsilon_{-\alpha}^F \right) \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}. \quad (2)$$

Здесь операторы  $\hat{a}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha}, \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}$  описывают состояния вблизи точки  $K(K')$ , а  $\varepsilon_\uparrow^F = \varepsilon^F - \eta_{SO}$  и  $\varepsilon_\downarrow^F = \varepsilon^F + \eta_{SO}$  – это расстояние до дна зоны для электронного состояния с соответствующим (псевдо)спином вблизи точки  $K$ . Вблизи точки  $K'$  эти две величины меняются местами. Параметр  $\eta_{SO}$  определяет величину спин-орбитального взаимодействия. Также мы будем считать, что эффективные массы  $m_\alpha$  немного отличаются, а поэтому плотности состояний  $\nu_\alpha = m_\alpha/(2\pi)$  вблизи соответствующих поверхностей Ферми тоже немного различны. Для дальнейшего введем полевые операторы

$$\hat{\psi}_{a,\alpha}(\mathbf{x}) = \int \frac{d^2\mathbf{p}}{2\pi} e^{i(\mathbf{p} + \mathbf{K})\mathbf{x}} \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha},$$

$$\hat{\psi}_{b,\alpha}(\mathbf{x}) = \int \frac{d^2\mathbf{p}}{2\pi} e^{i(\mathbf{p} - \mathbf{K})\mathbf{x}} \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}.$$

Помимо электронов, в системе присутствует скалярный потенциал, создаваемый самими электронами, и флуктуации которого описывают кулоновское взаимодействие. На пространственных масштабах, больших шага решетки, член взаимодействия имеет вид

$$\hat{H}_\phi = e \int d^2\mathbf{x} \hat{\phi}(\mathbf{x}) (\hat{\rho}_\uparrow(\mathbf{x}) + \hat{\rho}_\downarrow(\mathbf{x}) - \rho_0), \quad (3)$$

где  $\hat{\rho}_\alpha(\mathbf{x}) = \hat{\psi}_{a,\alpha}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{a,\alpha}(\mathbf{x}) + \hat{\psi}_{b,\alpha}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{b,\alpha}(\mathbf{x})$  – это плотность электронов со спином  $\alpha$ , а  $\rho_0$  – это компенсирующий фон ионов. Взаимодействие с внешним вектор-потенциалом  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$  вводится стандартным образом путем удлинения производной  $\nabla \rightarrow \nabla - ie\mathbf{A}(\mathbf{x})$ .

Для исследования сверхпроводящих свойств рассматриваемой системы необходимо учесть спаривающее взаимодействие между электронами. Строго говоря, его вид и даже механизм до конца не известны. В частности, первопринципные расчеты указывают на тот факт, что в спаривании важную роль могут играть не только электрон-фононное взаимодействие, но и обмен спиновыми степенями свободы [10]. В нашем анализе будем опираться на симметричные соображения. Из них следует, что спариваться будут состояния, обращенные по времени. В данном случае это означает, что электрон со спином вверх из долины  $K$  спаривается с электроном с обратным спином из долины  $K'$ . Для противоположных по спину состояний аналогично. Таким образом, в нашей системе будет два типа куперовских пар с операторами рождения (см. рис. 1)

$$\hat{\chi}_\uparrow^\dagger(\mathbf{x}) = \hat{\psi}_{a,\uparrow}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{b,\downarrow}^\dagger(\mathbf{x}), \quad \hat{\chi}_\downarrow^\dagger(\mathbf{x}) = \hat{\psi}_{a,\downarrow}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{b,\uparrow}^\dagger(\mathbf{x}). \quad (4)$$

Подчеркнем тот факт, что поскольку спариваются электроны из разных долин, то это два независимых

типа спаривания. Из них можно образовать синглет  $\hat{\chi}_s = (\hat{\chi}_\uparrow - \hat{\chi}_\downarrow)/\sqrt{2}$  и триплет из тривиального представления  $\hat{\chi}_t = (\hat{\chi}_\uparrow + \hat{\chi}_\downarrow)/\sqrt{2}$ . В общем случае спаривание может происходить во всех каналах, допускаемых симметрией кристаллической решетки. В данной работе мы будем считать, что спаривающее взаимодействие присутствует только в указанных выше синглетном и триплетном каналах

$$\hat{H}_p = g_s \int d^2\mathbf{x} \hat{\chi}_s^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\chi}_s(\mathbf{x}) + g_t \int d^2\mathbf{x} \hat{\chi}_t^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\chi}_t(\mathbf{x}). \quad (5)$$

Если выразить этот вклад в гамильтониан через исходные операторы, то можно заметить, что члены пропорциональные  $\sim (g_s + g_t)$  входят в комбинации вида  $(g_s + g_t) \hat{\psi}_{a,\uparrow}^\dagger \hat{\psi}_{b,\downarrow}^\dagger \hat{\psi}_{a,\uparrow} \hat{\psi}_{b,\downarrow}$ . Они могут быть проинтерпретированы как взаимодействие типа плотность-плотность, возникающее за счет обмена фононами. Также будут присутствовать комбинации  $(g_s - g_t) \hat{\psi}_{a,\uparrow}^\dagger \hat{\psi}_{b,\downarrow}^\dagger \hat{\psi}_{a,\downarrow} \hat{\psi}_{b,\uparrow}$ , которые могут быть связаны с процессами обмена спиновыми флуктуациями. В случае, когда такие процессы малы, синглетные и триплетные константы связи будут близки  $(g_s - g_t) \ll g_s$ . В качестве первого приближения рассмотрим случай, когда эти две константы связи равны, а потом проанализируем, что изменится в случае, если эта разность будет малой, но конечной величиной.

**3. Случай одинаковых констант связи.** В начале рассмотрим случай  $g_t = g_s$ . В данной работе нас интересует низкоэнергетическое и длинноволновое поведение рассматриваемой системы, то есть поведение на частотах, меньших величины сверхпроводящей щели, и на пространственных масштабах, превышающих длину когерентности. Выведем эффективное действие для этого случая. Начнем с представления статистической суммы в виде грасманова функционального интеграла по когерентным состояниям [11]

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\phi \int \mathcal{D}\bar{\psi}_{a,\alpha} \mathcal{D}\psi_{a,\alpha} \mathcal{D}\bar{\psi}_{b,\alpha} \mathcal{D}\psi_{b,\alpha} e^{-S[\bar{\psi}, \psi, \phi]}. \quad (6)$$

В этом выражении учтены электронные степени свободы и флуктуации электрического потенциала, приводящие к кулоновскому взаимодействию. Флуктуациями векторного потенциала мы пренебрегаем, считая что он задан внешним источником. Действие имеет вид

$$S = S_{EM}[\phi] - e\rho_0 \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \phi +$$

$$\begin{aligned} & + \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \times \\ & \times \int d^2\mathbf{x} \bar{\psi}_{a,\alpha} (\partial_\tau - \frac{(\nabla - ie\mathbf{A})^2}{2m_\alpha} + ie\phi - \varepsilon_\alpha^F) \psi_{a,\alpha} + \\ & + \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \times \\ & \times \int d^2\mathbf{x} \bar{\psi}_{b,\alpha} (\partial_\tau - \frac{(\nabla - ie\mathbf{A})^2}{2m_\alpha} + ie\phi - \varepsilon_{-\alpha}^F) \psi_{b,\alpha} - \\ & - g_s \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \bar{\psi}_{a,\alpha} \bar{\psi}_{b,-\alpha} \psi_{b,-\alpha} \psi_{a,\alpha}. \quad (7) \end{aligned}$$

Здесь  $S_{EM}$  описывает флуктуации электрического поля, или, иными словами, кулоновское взаимодействие. Расцепим каждое из спаривающих взаимодействий преобразованием Хаббарда-Стратоновича и введем два комплексных поля  $\Delta_\alpha(\mathbf{x}, \tau)$ . В итоге статистическая сумма примет вид

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\bar{\Delta}_\alpha \mathcal{D}\Delta_\alpha \int \mathcal{D}\bar{\Psi}_\alpha \mathcal{D}\Psi_\alpha e^{-S_{EM}[\phi] - e\rho_0 \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \phi - \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \left( \frac{|\Delta_\alpha|^2}{g_s} - \bar{\Psi}_\alpha \check{M}_\alpha \Psi_\alpha \right)}, \quad (8)$$

где нами были введены спиноры в пространстве Намбу

$$\bar{\Psi}_\alpha = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_{a,\alpha} & \bar{\psi}_{b,-\alpha} \end{pmatrix}, \quad \Psi_\alpha = \begin{pmatrix} \psi_{a,\alpha} \\ \psi_{b,-\alpha} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

а также оператор

$$\check{M}_\alpha = -\partial_\tau + \frac{(\nabla - ie\check{\tau}^z \mathbf{A})^2}{2m_\alpha} + \varepsilon_\alpha^F - ie\phi \check{\tau}^z + \Delta_\alpha \check{\tau}^+ + \bar{\Delta}_\alpha \check{\tau}^-, \quad (10)$$

где  $\check{\tau}^i$  – это стандартным образом определенные матрицы Паули. Поскольку функциональный интеграл гауссов по электронным степеням свободы, то он может быть взят, что в итоге приводит к эффективному действию для коллективных степеней свободы

$$\begin{aligned} S_{\text{eff}}[\bar{\Delta}, \Delta, \phi] &= S_{EM}[\phi] - e\rho_0 \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \phi + \\ & + \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \frac{|\Delta_\alpha|^2}{g_s} - \sum_\alpha \text{Tr} \log[\check{M}_\alpha]. \quad (11) \end{aligned}$$

Получившееся действие аналогично действию для обычного сверхпроводника, но только в данном случае присутствует две подсистемы (нумерующиеся

индексом  $\alpha$ ), которые взаимодействуют только через скалярный потенциал  $\phi$ . Поэтому мы можем воспользоваться уже имеющимся пониманием физики обычного сверхпроводника для анализа поведения рассматриваемого здесь изинговского сверхпроводника. Если не брать во внимание флуктуации  $\phi$ , то у каждой из подсистем существует своя температура перехода,  $T_\alpha^c$ , ниже которой образуется сверхпроводящий порядок с ненулевым средним значением  $|\Delta_\alpha|$ . В приближении среднего поля модули параметров порядка  $\tilde{\Delta}_\alpha \equiv |\Delta_\alpha|$  находятся из уравнения самосогласования

$$\frac{1}{\nu_\alpha g_s} = \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \tilde{\Delta}_\alpha^2}}{2T}\right)}{\sqrt{\xi^2 + \tilde{\Delta}_\alpha^2}}, \quad (12)$$

а вот фазы параметров порядка совершенно не определены. Здесь  $\omega_c$  – это ширина полосы вблизи поверхности Ферми, где работает спаривающее взаимодействие. В отличие от обычного сверхпроводника взаимная фаза между параметрами порядка существенно влияет на доминирующий тип спаривания, поскольку синглетный и триплетный параметры порядка

$$\Delta_s = \frac{\Delta_\uparrow - \Delta_\downarrow}{\sqrt{2}}, \quad \Delta_t = \frac{\Delta_\uparrow + \Delta_\downarrow}{\sqrt{2}}$$

образованы из двух независимых полей. Если, например, у параметров порядка установятся фазы, отличающиеся на  $\pi$ , то доминирующее спаривание будет синглетным. В противном случае будет триплетное. Также заметим, что в ситуации, когда плотности состояний на поверхностях Ферми  $\nu_\alpha$  отличаются, в системе всегда присутствует и синглетная, и триплетная компоненты. Как известно, в низкоразмерных системах флуктуации фазы параметра порядка существенно влияют на поведение системы и даже определяют тип сверхпроводящего фазового перехода [9, 12, 13]. Именно поэтому основными низкоэнергетическими степенями свободы в данной системе будут фазы  $\Delta_\alpha$ , при том, что флуктуациями модуля параметра порядка можно пренебречь. В данном случае малые флуктуации модулей параметров порядка будут представлять собой две хиггсовские моды, энергии которых будут начинаться с  $2\tilde{\Delta}_\alpha$ . Эффективное действие для фаз параметров порядка может быть получено стандартным образом [11, 12, 14]. Укажем здесь лишь основные шаги. Для начала представим поле  $\Delta_\alpha$  в виде

$$\Delta_\alpha(\mathbf{x}, \tau) = \tilde{\Delta}_\alpha e^{i\varphi_\alpha(\mathbf{x}, \tau)}$$

и воспользуемся инвариантностью следа относительно унитарных преобразований. После преобразования вида

$$\check{M}_\alpha \rightarrow e^{-i\frac{\varphi_\alpha}{2}\tilde{\tau}^z} \check{M}_\alpha e^{i\frac{\varphi_\alpha}{2}\tilde{\tau}^z} = -\partial_\tau - ie\phi\tilde{\tau}^z - \frac{i\partial_\tau\varphi_\alpha\tilde{\tau}^z}{2} + \frac{(\nabla - ie\tilde{\tau}^z\mathbf{A} + i\nabla\varphi_\alpha\tilde{\tau}^z/2)^2}{2m_\alpha} + \varepsilon_\alpha^F + \tilde{\Delta}_\alpha\tilde{\tau}^x. \quad (13)$$

Зависимость от фаз параметров порядка будет входить только через калибровочно-инвариантные комбинации

$$\tilde{\mathbf{A}}_\alpha = \mathbf{A} - \frac{1}{2e}\nabla\varphi_\alpha, \quad \tilde{\phi}_\alpha = \phi + \frac{1}{2e}\partial_\tau\varphi_\alpha, \quad (14)$$

которые будут малы в интересующем нас пределе. Сделаем разложение по этим величинам. Для этого следует ввести функцию Грина  $\check{G}_\alpha(\mathbf{x}, \tau)$ , как решение уравнения

$$\left(-\partial_\tau + \frac{\nabla^2}{2m_\alpha} + \varepsilon_\alpha^F + \tilde{\Delta}_\alpha\tilde{\tau}^z\right)\check{G}_\alpha(\mathbf{x}, \tau) = \delta(\mathbf{x})\delta(\tau), \quad (15)$$

и операторы возмущения

$$\check{V}_1 = -ie\phi_\alpha\tilde{\tau}^z - \frac{ie}{2m_\alpha}\{\nabla, \tilde{\mathbf{A}}_\alpha\}, \quad \check{V}_2 = -\frac{e^2\tilde{\mathbf{A}}_\alpha^2}{2m_\alpha}\tilde{\tau}^z. \quad (16)$$

С точностью до второго порядка по  $\tilde{\phi}_\alpha$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_\alpha$  разложение имеет вид

$$\text{Tr} \log[\check{M}_\alpha] \approx -\text{Tr} \log[\check{G}_\alpha] + \text{Tr}[\check{V}_1\check{G}_\alpha] + \text{Tr}[\check{V}_2\check{G}_\alpha] - \frac{1}{2}\text{Tr}[\check{V}_1\check{G}_\alpha\check{V}_1\check{G}_\alpha] + \dots \quad (17)$$

Первые два вклада локальны и содержат  $\rho_\alpha^\Delta = \text{tr}[\tilde{\tau}^z\check{G}_\alpha(\mathbf{x}, \tau)]$ , которая равна

$$\rho_\alpha^\Delta = 2T \sum_n \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{-iz_n - \mathbf{p}^2/(2m_\alpha) + \varepsilon_\alpha^F}{z_n^2 + \omega_{\mathbf{p},\alpha}^2} \quad (18)$$

и при  $\tilde{\Delta}_\alpha \rightarrow 0$  стремится к удвоенному числу электронов со спином  $\alpha$  вблизи точки К

$$\rho_\alpha = 2 \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} N_F(\mathbf{p}^2/(2m_\alpha) - \varepsilon_\alpha^F). \quad (19)$$

Здесь  $z_n = \pi(2n+1)T$  – фермионные мацубаровские частоты,  $N_F(x) = (e^{x/T} + 1)^{-1}$  – функция Ферми,  $\omega_{\mathbf{p},\alpha} = \sqrt{(\mathbf{p}^2/(2m_\alpha) - \varepsilon_\alpha^F)^2 + \tilde{\Delta}_\alpha^2}$  – энергия квазичастичных возбуждений. Как и в обычном сверхпроводнике, разница  $\rho_\alpha^\Delta - \rho_\alpha$  мала по параметру  $(\tilde{\Delta}_\alpha/\varepsilon_\alpha^F)^2$ . В силу электронейтральности поправка

первого порядка по  $\tilde{\phi}_\alpha$  сокращается с компенсирующим вкладом от ионов  $\rho_0 = \rho_\uparrow + \rho_\downarrow$ , в то время как

$$\text{Tr}[\tilde{V}_2 \tilde{G}_\alpha] = \frac{e^2 \rho_\alpha^\Delta}{2m_\alpha} \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \tilde{\mathbf{A}}_\alpha^2(\mathbf{x}, \tau). \quad (20)$$

Последний из выписанных нами членов разложения нелокален и содержит различные петли от функций Грина  $\sim \tilde{G}_\alpha(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \tau - \tau') \tilde{G}_\alpha(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \tau' - \tau)$ . Поскольку нас интересуют медленные и длинноволновые флуктуации фазы, то можно сделать локальное приближение, вычислив петли при нулевых частоте и импульсе. Данное приближение справедливо в случае, когда характерный масштаб изменения фазы больше длины когерентности  $\xi_c$ . Проводя стандартные вычисления [11, 14] получим, что

$$\frac{1}{2} \text{Tr}[\tilde{V}_1 \tilde{G}_\alpha \tilde{V}_1 \tilde{G}_\alpha] \approx \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \left( \zeta_\alpha^\phi \tilde{\phi}_\alpha^2 + \zeta_\alpha^{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{A}}_\alpha^2 \right),$$

где

$$\zeta_\alpha = e^2 \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} \left( \frac{\tilde{\Delta}_\alpha^2 (1 - 2N_F(\omega_{\mathbf{p}, \alpha}))}{2\omega_{\mathbf{p}, \alpha}^3} - \frac{(\omega_{\mathbf{p}, \alpha}^2 - \tilde{\Delta}_\alpha^2) N'_F(\omega_{\mathbf{p}, \alpha})}{\omega_{\mathbf{p}, \alpha}^2} \right) \approx \frac{m_\alpha e^2}{2\pi} = e^2 \nu_\alpha, \quad (21)$$

$$\zeta_\alpha^{\mathbf{A}} = \frac{e^2}{2m_\alpha^2} \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} \mathbf{p}^2 N'_F(\omega_{\mathbf{p}, \alpha}). \quad (22)$$

Приближенное значение для  $\zeta_\alpha$  справедливо в том же пределе, что и ранее, когда расстояния до дна зоны  $\varepsilon_\alpha^F$  являются самыми большими энергиями в задаче. Собирая все вклады вместе, получим выражение для эффективного действия для фаз параметра порядка

$$S_{\text{eff}}[\varphi_\alpha, \phi] = \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \left( \frac{\nu_\alpha}{4} (\partial_\tau \varphi_\alpha + 2e\phi)^2 + \frac{\rho_\alpha^s}{8m_\alpha} (\nabla \varphi_\alpha - 2e\mathbf{A})^2 \right) + S_{EM}[\phi]. \quad (23)$$

Здесь  $\rho_\alpha^s = \rho_\alpha^\Delta + 2m_\alpha \zeta_\alpha^{\mathbf{A}} / e^2$  имеет смысл сверхтекучей компоненты соответствующей электронной подсистемы. Для получения результирующего действия для фаз параметра порядка осталось учесть кулоновское взаимодействие и усреднить по флуктуациям  $\phi$ .

**4. Кулоновское взаимодействие.** Поскольку рассматриваемая нами система является двумерной, а скалярный потенциал живет во всем трехмерном пространстве, то его флуктуации напрямую зависят

от окружения, в которое помещен рассматриваемый нами образец. Мы рассмотрим самый простой случай, когда эффектами запаздывания можно пренебречь и все определяется из электростатики. В этом случае

$$S_{EM}[\phi] = \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \int d^2 \mathbf{y} \phi(\mathbf{x}, \tau) I(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \phi(\mathbf{y}, \tau), \quad (24)$$

где вид ядра  $I(\mathbf{x} - \mathbf{y})$  зависит от того, как заэкранирована рассматриваемая нами системы. Если экранировка хорошая, то это локальный емкостной вклад  $I(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = C\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ , где  $C$  – емкость на единицу площади. В обратном пределе это ядро описывает дальнедействующее кулоновское поле и его фурье-образ равен

$$I_{\mathbf{p}} = \int d^2 \mathbf{x} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} I(\mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{p}|}{2\pi}. \quad (25)$$

После интегрирования по  $\phi(\mathbf{x}, \tau)$  получается эффективное действие для фаз параметров порядка

$$S_\varphi[\varphi_\alpha] = \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \frac{\rho_\alpha^s}{8m_\alpha} (\nabla \varphi_\alpha - 2e\mathbf{A})^2 + \sum_{\alpha, \beta} \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \int d^2 \mathbf{y} \partial_\tau \varphi_\alpha K^{\alpha\beta}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \partial_\tau \varphi_\beta, \quad (26)$$

где

$$\int d^2 \mathbf{x} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} K^{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \frac{\nu_\alpha \delta_{\alpha\beta}}{4} - \frac{e^2 \nu_\alpha \nu_\beta}{2(I_{\mathbf{p}} + 2e^2(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow))}. \quad (27)$$

В физически интересных случаях  $I_{\mathbf{p}} \ll e^2 \nu_\alpha$ , поэтому далее мы будем рассматривать только этот предел. Полученное квадратичное действие описывает две связанные коллективные моды с законами дисперсии

$$\omega_G \approx e|\mathbf{p}| \sqrt{\frac{\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow}{I_{\mathbf{p}} m_\uparrow m_\downarrow}} \times \left( 1 + \frac{(\rho_\uparrow^s m_\downarrow^2 \nu_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow^2 \nu_\uparrow) I_{\mathbf{p}}}{4e^2 \nu_\uparrow \nu_\downarrow (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)^2} + \dots \right) \quad (28)$$

$$\omega_L \approx |\mathbf{p}| \sqrt{\frac{(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) \rho_\downarrow^s \rho_\uparrow^s}{2\nu_\uparrow \nu_\downarrow (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)}} \times \left( 1 - \frac{(\rho_\uparrow^s m_\downarrow \nu_\downarrow - \rho_\downarrow^s m_\uparrow \nu_\uparrow)^2 I_{\mathbf{p}}}{4e^2 \nu_\uparrow \nu_\downarrow (\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)^2} + \dots \right) \quad (29)$$

Первая коллективная мода представляет собой аналог голдстоуновской моды [11], в которой фазы обоих

параметров порядка колеблется вместе. Она имеет звуковой закон дисперсии  $\omega_G \sim |\mathbf{p}|$  в случае, когда кулоновское взаимодействие заэкранировано и квадратичную зависимость  $\omega_G \sim \sqrt{|\mathbf{p}|}$  в обратном случае. Вторая коллективная мода аналогична леггетовской моде [15], в которой фазы параметров порядка колеблется в противофазе и кулоновское взаимодействие на нее практически никак не влияет.

**5. Случай слабо отличающихся констант связи.** Обе полученные в предыдущем разделе коллективные моды являются безщелевыми. Это означает, что при  $g_s = g_t$ , фазы могут свободно и независимо поворачиваться, а итоговое установившееся состояние может быть любой суперпозицией синглетного и триплетного спариваний. Ситуация изменяется кардинально в случае, когда константы взаимодействия различны. Рассмотрим случай  $g_s \neq g_t$ , но при этом будем считать, что их разность мала настолько, что уравнения самосогласования практически не изменяются. В этом случае расщепление спаривающего взаимодействия при помощи преобразования Хаббарда–Стратоновича необходимо произвести отдельно в каждом из каналов путем введения полей  $\Delta_s(\mathbf{x}, \tau)$  и  $\Delta_t(\mathbf{x}, \tau)$  с действием

$$S_\Delta = \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \left( \frac{|\Delta_s|^2}{g_s} + \frac{|\Delta_t|^2}{g_t} \right). \quad (30)$$

Совершим ортогональное преобразование

$$\Delta_s(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\Delta_\uparrow(\mathbf{x}, \tau) - \Delta_\downarrow(\mathbf{x}, \tau)}{\sqrt{2}}, \quad (31)$$

$$\Delta_t(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\Delta_\uparrow(\mathbf{x}, \tau) + \Delta_\downarrow(\mathbf{x}, \tau)}{\sqrt{2}} \quad (32)$$

к полям  $\Delta_\alpha(\mathbf{x}, \tau)$ , которые использовались ранее. Зависящая от электронов часть действия будет такой же, как и выше, а для  $S_\Delta$  получим

$$S_\Delta = \frac{g_s + g_t}{2g_s g_t} \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} |\Delta_\alpha|^2 + \frac{g_s - g_t}{2g_s g_t} \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} (\bar{\Delta}_\uparrow \Delta_\downarrow + \bar{\Delta}_\downarrow \Delta_\uparrow). \quad (33)$$

Первая часть этого действия аналогична той что была ранее, но с константой взаимодействия  $g_p = 2g_s g_t / (g_s + g_t)$ . А второй вклад мал при  $|g_s - g_t| \ll g_s$ . Поэтому его можно рассматривать как возмущение. Пренебрегая его влиянием на  $\tilde{\Delta}_\alpha$  и проводя все те же вычисления, что и ранее, мы

получаем дополнительный вклад в эффективное действие для фаз параметра порядка

$$S_\varphi^{g_s \neq g_t}[\varphi_\alpha] = S_\varphi[\varphi_\alpha] + \frac{(g_s - g_t) \tilde{\Delta}_\uparrow \tilde{\Delta}_\downarrow}{g_s g_t} \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \cos(\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow). \quad (34)$$

Из этого выражения видно, что равновесные значения фаз параметров порядка уже не независимы. Минимум действия находится при  $\varphi_\uparrow = \varphi_\downarrow + \pi$  в случае  $g_s > g_t$ , а установившееся состояние в этом случае будет преимущественно синглетным с небольшой примесью триплета. Этот дополнительный вклад также повлияет и на спектр коллективных возбуждений. На голдстоуновскую моду это вклад практически не повлияет, а вот на моду Леггета влияние будет существенным

$$\omega_L \approx \sqrt{\omega_\Delta^2 + \mathbf{p}^2 \frac{(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) \rho_\uparrow^s \rho_\downarrow^s}{2\nu_\uparrow \nu_\downarrow (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)}} \times \left( 1 - \frac{(\rho_\uparrow^s m_\downarrow \nu_\downarrow - \rho_\downarrow^s m_\uparrow \nu_\uparrow)^2 I_{\mathbf{p}}}{4e^2 \nu_\uparrow \nu_\downarrow (\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)^2} + \dots \right), \quad (35)$$

$$\omega_\Delta^2 = \frac{2(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) |g_s - g_t| \tilde{\Delta}_\uparrow \tilde{\Delta}_\downarrow}{\nu_\uparrow \nu_\downarrow g_s g_t}. \quad (36)$$

Видно, что теперь мода Леггета стала щелевой и величина щели напрямую зависит от разности констант связи. Для того, чтобы описанное приближение работало, необходимо, чтобы данная мода была низкоэнергетической, или, иными словами, чтобы  $\omega_\Delta \lesssim \tilde{\Delta}_\alpha$ , а значит  $|g_s - g_t| \lesssim \nu_\alpha g_s^2$ . Обсудим теперь полученные результаты.

**6. Обсуждение.** В данной работе было получено эффективное низкоэнергетическое действие для изинговского сверхпроводника. При этом предполагалось, что константы синглетного и триплетного спариваний близки. На основании полученных результатов можно сформулировать следующую общую картину сверхпроводящего состояния в такой системе. В этом состоянии есть два параметра порядка, отвечающие двум подсистемам, причем модули этих параметров порядка флуктуируют слабо. В отличие от этого фазы параметров порядка флуктуируют сильно, но при этом они не независимы друг от друга. За счет того, что синглетная и триплетная константы связи различаются, в системе присутствует жесткость у разности фаз параметров порядка. Это подавляет взаимные флуктуации фаз  $\varphi_\alpha$  и способствует установлению преимущественно синглетного состояния (при  $g_s > g_t$ ) с небольшой примесью триплетной компоненты. Последняя образуется

лишь за счет того, что модули параметров порядка немного отличаются.

Обсудим иные механизмы, которые могут приводить к выравниванию фаз параметров порядка друг относительно друга. Проведенные нами вычисления показывают, что соответствующие вклады в гамильтониан системы должны смешивать электронные состояния из различных подсистем. Так, рассеяние на немагнитных примесях внутри одной долины качественно поведение системы не изменит, а приведет лишь к перенормировке сверхтекучих плотностей  $\rho_\alpha^s$ . В отличие от этого, междолинное рассеяние (вклады вида  $\sim \hat{\psi}_{a,\alpha}^\dagger \hat{\psi}_{b,\alpha}$ ) может повлиять на флуктуации разности фаз параметров порядка. Детальное исследование данного вопроса планируется в будущем, однако мы ожидаем, что данный механизм подавлен, поскольку отвечает процессам рассеяния с большой передачей (квази)импульса. Также существенное влияние могут оказать магнитные примеси, за счет которых будет происходить рассеяние даже внутри одной долины [16]. Еще одним механизмом является магнитное поле, направленное параллельно плоскости системы (например, вдоль оси  $x$ ). Соответствующая зеемановская добавка в гамильтониан равна (спиновый магнитный момент внесен в определение величины поля)

$$\hat{H}_B = -B_x \sum_\alpha \int d^2 \mathbf{x} \left( \hat{\psi}_{a,\alpha}^\dagger \hat{\psi}_{a,-\alpha} + \hat{\psi}_{b,\alpha}^\dagger \hat{\psi}_{b,-\alpha} \right).$$

Как и ранее, считаем  $B_x$  малым, что позволяет учесть данный вклад по теории возмущений. Получающаяся добавка к эффективному действию имеет вид

$$\delta S_B = B_x^2 \text{Tr} \left[ \check{G}_\uparrow \check{\tau}^z e^{i \frac{\varphi_\downarrow - \varphi_\uparrow}{2} \check{\tau}^z} \check{G}_\downarrow \check{\tau}^z e^{i \frac{\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow}{2} \check{\tau}^z} \right].$$

В длинноволновом пределе данный член приводит к несущественной перенормировке квадратичной части эффективного действия, а также к дополнительному вкладу вида

$$S_\varphi^B[\varphi_\alpha] = -B_x^2 \kappa \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \cos(\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow), \quad (37)$$

где

$$\kappa = \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{\tilde{\Delta}_\uparrow \tilde{\Delta}_\downarrow (\omega_{\mathbf{p},\uparrow} \tanh(\frac{\omega_{\mathbf{p},\downarrow}}{2T}) - \omega_{\mathbf{p},\downarrow} \tanh(\frac{\omega_{\mathbf{p},\uparrow}}{2T}))}{(\omega_{\mathbf{p},\uparrow}^2 - \omega_{\mathbf{p},\downarrow}^2) \omega_{\mathbf{p},\uparrow} \omega_{\mathbf{p},\downarrow}}. \quad (38)$$

Поскольку  $\kappa > 0$ , то параллельное магнитное поле уменьшает вклад с косинусом в эффективном действии и смягчает леггетовскую моду. Оно может даже изменить знак данного вклада, что приведет к

изменению доминирующего типа спаривания с синглетного на триплетный. В работе [17] наблюдался дополнительный пик в туннельной дифференциальной проводимости, который авторы связали с леггетовской модой, аналогичной тому, что была рассмотрена в данной работе. Представленные выше рассуждения можно рассматривать как способ проверки этого факта. Если в параллельном магнитном поле происходит изменение положения пика, то его происхождение, вероятнее всего, связано со взаимными осцилляциями фаз параметра порядка. Детальный количественный анализ данного вопроса в общем случае, а также учет влияния мягких мод на одноэлектронную плотность состояний [13] является задачей для будущих исследований.

Автор благодарен А. Кунцевичу, А. Посадскому, В. Ковалеву за обсуждения при работе на статье.

**7. Финансирование работы.** Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 23-12-00340 “Электронно-переключаемая сверхпроводимость в слоистых материалах: от концепций к устройствам”.

**8. Конфликт интересов.** Конфликт интересов отсутствует.

1. W. Li, J. Huang, X. Li, S. Zhao, J. Lu, Z. V. Han, and H. Wang, *Materials Today Physics* **21**, 100504 (2021).
2. D. Wickramaratne and I. I. Mazin, *Appl. Phys. Lett.* **122**, 240503 (2023).
3. D. Möckli and M. Khodas, *Phys. Rev. B* **101**, 014510 (2020).
4. M. Haim, D. Möckli, and M. Khodas, *Phys. Rev. B* **102**, 214513 (2020).
5. X. Xi, Z. Wang, W. Zhao, J.-H. Park, K. T. Law, H. Berger, L. Forró, J. Shan, and K. F. Mak, *Nature Phys.* **12**, 139 (2016).
6. J. M. Lu, O. Zheliuk, I. Leermakers, N. F. Q. Yuan, U. Zeitler, K. T. Law, and J. T. Ye, *Science* **350**, 1353 (2015).
7. D. Costanzo, H. Zhang, B. A. Reddy, H. Berger, and A. F. Morpurgo, *Nature Nanotech.* **13**, 483 (2018).
8. J. Lu, O. Zheliuk, Q. Chen, I. Leermakers, N. E. Hussey, U. Zeitler, and J. Ye, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **115**, 3551 (2018).
9. A. I. Larkin and A. A. Varlamov, *Theory of Fluctuations in Superconductors*, Clarendon Press, Oxford University Press, Oxford (2005).
10. S. Das, H. Paudyal, E. R. Margine, D. F. Agterberg, and I. I. Mazin, *Npj Comput. Mater.* **9**, 66 (2023).
11. A. Altland and B. Simons, *Condensed Matter Field Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, N.Y. (2010).

12. A. D. Zaikin and D. S. Golubev, *Dissipative Quantum Mechanics of Nanostructures: Electron Transport, Fluctuations, and Interactions*, Jenny Stanford Publishing, Singapore (2019).
13. A. A. Radkevich, A. G. Semenov, and A. D. Zaikin, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **227**, 2289 (2019).
14. A. van Otterlo, D. S. Golubev, A. D. Zaikin, and G. Blatter, *Eur. Phys. J. B* **10**, 131 (1999).
15. N. Bittner, D. Einzel, L. Klam, and D. Manske, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 227002 (2015).
16. D. Wickramaratne, S. Khmelevskiy, D. F. Agterberg, and I. I. Mazin, *Phys. Rev. X* **10**, 041003 (2020).
17. W. Wan, P. Dreher, D. Muoz-Segovia, R. Harsh, H. Guo, A. J. Martínez-Galera, F. Guinea, F. De Juan, and M. M. Ugeda, *Adv. Mater.* **34**, 2206078 (2022).

# Влияние кристаллографической анизотропии на энергию стабилизации и вклад ян-теллеровской подсистемы в модули упругости легированных кристаллов

В. В. Гудков<sup>+1)</sup>, Н. С. Аверкиев\*, И. В. Жевстовских<sup>+°</sup>, Ю. В. Коростелин<sup>°</sup>, М. Н. Сарычев<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Уральский федеральный университет, 620002 Екатеринбург, Россия

\*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>×</sup>Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, 620137 Екатеринбург, Россия

<sup>°</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 октября 2023 г.

После переработки 19 ноября 2023 г.

Принята к публикации 19 ноября 2023 г.

На примере кристалла  $\text{CdSe:Cr}^{2+}$  в рамках линейной  $T \otimes (e + t_2)$  задачи эффекта Яна–Теллера получены выражения для энергий стабилизации тетраэдрических комплексов в допированных кристаллах II–VI:3d со структурой вюрцита. Показано, что, учет кристаллографической анизотропии гексагональной решетки приводит к повышению одного из глобальных минимумов нижнего листа адиабатического потенциала, что является существенным отличием от адиабатического потенциала таких же комплексов, но в кубических кристаллах II–VI:3d, влияет на изотермические модули упругости и проявление эффекта Яна–Теллера в ультразвуковом эксперименте.

DOI: 10.31857/S1234567824010105, EDN: rnorae

Квантовые системы привлекают интерес как объекты, используемые в устройствах лазерной техники, электроники, квантовых компьютерах [1–5], так и в плане фундаментальных исследований [6–10]. Одним из примеров таких систем являются примеси замещения в кристаллах, обладающие орбитально вырожденными состояниями и проявляющие эффект Яна–Теллера (ЭЯТ) (см., например, [11]). При теоретическом описании таких систем рассматривают вибранный гамильтониан, в который входят константы вибранный связи и силовые константы, учитывающие изменение упругой энергии при симметризованных деформациях ян-теллеровского (ЯТ) комплекса. В случае кубического или тетраэдрического комплексов эти константы описывают полносимметричные, тетрагональные и тригональные деформации комплексов. Если комплексы встроены в кубический кристалл, то это есть полный набор, необходимый для однозначного определения адиабатического потенциала (АП). Если же такой комплекс встроен в матрицу более низкой, чем кубическая, симметрии, то число независимых силовых констант увеличивается. Насколько нам известно, это обстоятельство не учитывалось в опубликованных к настоящему вре-

мени работах. Поэтому в данной работе мы рассмотрели тетраэдрический ЯТ комплекс, описываемый в рамках линейной  $T \otimes (e + t_2)$  задачи ЭЯТ и обладающий глобальными минимумами АП тетрагональной симметрии, встроенный в матрицу  $A^{IVVI}$  со структурой вюрцита. В природе такая система реализуется в кристаллах  $\text{CdSe}$  (см. рис. 1) и  $\text{CdS}$ , допированных

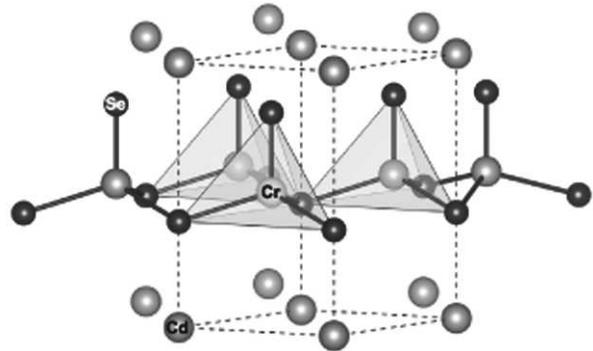


Рис. 1. (Цветной онлайн) Структура изовалентно замещенного кристалла  $\text{CdSe:3d}$ . 3d ион (желтый цвет), в данном случае  $\text{Cr}^{2+}$ , замещает  $\text{Cd}^{2+}$  и, находясь в окружении четырех ионов селена (красные позиции), формирует тетраэдрический ЯТ комплекс

<sup>1)</sup>e-mail: v.v.gudkov@urfu.ru

ионами хрома  $\text{Cr}^{2+}$ , однако полученные результаты справедливы и для  $E \otimes e$  [12] и  $T \otimes e$  задач.

Мы не рассматриваем квадратичные по симметризованным смещениям слагаемые в энергию комплекса, считая их малыми, поскольку заметный вклад квадратичных членов приводит к орторомбическим минимумам АП, что характерно для легированных флюоритов (см., например, [13] и ссылки в этой статье). В исследованных нами ранее кристаллах  $\text{A}^{\text{II}}\text{B}^{\text{VI}}:\text{Cr}^{2+}$ , как кубических, так и гексагональных, всегда наблюдались тетрагональные минимумы [14], что свидетельствует о малости квадратичных слагаемых и применимости в данном случае линейного приближения.

Основные состояния комплекса, изображенного на рис. 2, соответствует его искажениям вдоль ребер

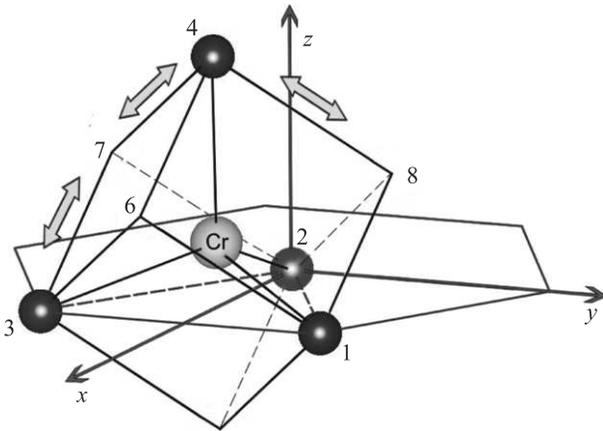


Рис. 2. (Цветной онлайн) Тетраэдрический комплекс  $\text{Cr}^{2+}\text{Se}_4$  в кристалле  $\text{CdSe}$  со структурой вюрцита. Стрелками показаны направления тетрагональных деформаций куба

куба, в который комплекс вписан. Их энергии можно найти из уравнения

$$E_i^{JT} = E_{el}(\Delta b_i) + F_E \Delta b_i, \quad (1)$$

где индекс  $i = 1, 2, 3$  обозначает минимумы адиабатического потенциала,  $E_{el}(\Delta b_i)$  – упругая энергия комплекса, обусловленная изменением длин ребер куба  $\Delta b_i$ , в который вписан тетраэдр,  $F_E$  – линейная вибронная константа, связанная с деформациями комплекса вдоль ребер куба (в литературе принято называть константу такого типа тетрагональной). Обозначим  $i = 1$  ребро 2–5,  $i = 2$  ребро 2–7 и  $i = 3$  ребро 2–8 (см. рис. 2). Единичные векторы, задающие направления ребер в декартовой системе координат, имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \left( \sqrt{\frac{2}{3}}, 0, \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \\ \mathbf{r}_2 &= \left( \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \\ \mathbf{r}_3 &= \left( \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Введем первичные силовые константы  $\kappa_i$ , определяющие изменение энергии комплекса при деформациях  $\Delta b_i$ . С их помощью можно записать упругую энергию, характеризующую деформации комплекса вдоль ребер куба:

$$E_{el}(\Delta b_i) = \frac{1}{2} \kappa_i \Delta b_i^2. \quad (3)$$

С учетом (3) минимумы  $E_i^{JT}$  соответствуют значениям симметризованных смещений, определяющих энергии ЯТ стабилизации  $\mathcal{E}_i^{JT}$ ,

$$Q_i^0 = \mp \frac{F_E}{\kappa_i} \quad (4)$$

для положительной (знак минус) и отрицательной (+) вибронной константы. Направления ребер куба, заданные векторами (2), не совпадают с осями симметрии кристалла четвертого порядка, поэтому заменить  $\kappa_i$  симметризованной (тетрагональной) силовой константой  $K_E$ , как это делается применительно к тетраэдрическим комплексам в кубических кристаллах (см., например, уравнения (17) в [15]), не представляется возможным. Однако  $\mathbf{r}_2$  и  $\mathbf{r}_3$  связаны операцией зеркальной симметрии, в силу чего  $\kappa_2 = \kappa_3$ . В результате получаем энергии ЯТ стабилизации  $E_i^{JT} (Q_i^0)$ :

$$\mathcal{E}_1^{JT} = -\frac{1}{2} \kappa_1 \cdot (Q_1^0)^2, \quad (5)$$

$$\mathcal{E}_2^{JT} = \mathcal{E}_3^{JT} = -\frac{1}{2} \kappa_2 \cdot (Q_2^0)^2 = \mathcal{E}_1^{JT} - \Delta E. \quad (6)$$

Введенная в уравнении (6)  $\Delta E = \mathcal{E}_1^{JT} - \mathcal{E}_2^{JT}$  есть положительная величина, а  $\mathcal{E}_2^{JT}$  и  $\mathcal{E}_3^{JT}$  соответствуют более глубоким минимумам АП. Если бы была обратная ситуация, то при низких температурах все комплексы находились бы в единственном минимуме АП, ультразвуковая волна не вносила бы неравновесность в ЯТ подсистему и в эксперименте не наблюдался бы пик поглощения. Не противоречащий эксперименту вариант АП схематически показан на рис. 3.

Энергии ЯТ комплекса, учитывающие энергии стабилизации (5) или (6) и смещения ионов, созданные внешним воздействием  $\tilde{b}_i$  (ультразвуковой волной), представим в виде:

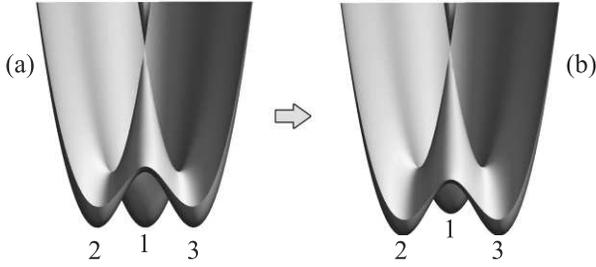


Рис. 3. (Цветной онлайн) Нижний лист адиабатического потенциала ЯТ комплекса  $\text{Cr}^{2+}\text{Se}_4$ , заданный в координатах симметризованных смещений. (а) – Без учета кристаллографической анизотропии ( $\Delta E = 0$ ); (б) – с ее учетом ( $\Delta E > 0$ )

$$E_i^{JT} = \mathcal{E}_i^{JT} + F_E \tilde{b}_i. \quad (7)$$

В этом уравнении мы ограничились линейным по переменным смещениям слагаемым, поскольку в данной работе мы не рассматриваем ангармонизм решетки и квадратичные члены в вибронном гамилтониане.

Неэквивалентность трех минимумов АП не может не сказаться на изотермическом вкладе ЯТ подсистемы  $(c_{ij})^T$  в модули упругости кристалла, определяющем дисперсию и диссипацию упругих волн, обусловленные проявлением ЭЯТ:

$$\frac{k_\beta^{JT}}{k_0} = -\frac{1}{2} \frac{c_\beta^{JT}}{c_0} = -\frac{1}{2} \frac{(c_\beta^{JT})^T}{c_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau}, \quad (8)$$

где  $k_\beta^{JT} = \omega/v_\beta^{JT} - i\alpha_\beta^{JT}$  – вклад ЯТ подсистемы в комплексное волновое число нормальной моды  $\beta$ ,  $c_\beta^{JT}$  – вклад ЯТ подсистемы в динамический (частотно зависимый) комплексный модуль упругости, определяющий фазовую скорость  $v$  и поглощение  $\alpha$  моды  $\beta$ ,  $\omega$  – круговая частота волны,  $\tau$  – конфигурационное время релаксации,  $k_0$  и  $c_0$  – значения действительных составляющих волнового числа и динамического модуля упругости, относящиеся к кристаллу в целом, определенные при некотором фиксированном внешнем параметре (например, температуре, если исследуются температурные зависимости).

Переменные во времени изменения длин ребер куба  $\tilde{b}_i$  выразим через компоненты тензора относительных деформаций  $\epsilon_{mn} = (\partial u_m / \partial x_n + \partial u_n / \partial x_m) / 2$ , заданного в декартовой системе координат  $x = x_1$ ,  $y = x_2$ ,  $z = x_3$ , связанной с осями кристалла (рис. 2),  $u_n$  – компоненты вектора смещений, созданных ультразвуковой волной. Далее для тензорных компонент мы будем использовать обозначения Фохта  $11 \rightarrow 1$ ,  $22 \rightarrow 2$ ,  $33 \rightarrow 3$ ,  $23 \rightarrow 4$ ,  $13 \rightarrow 5$ ,  $12 \rightarrow 6$  [16]. Тогда изменение длин ребер куба можно записать в виде

$$\tilde{b}_i = \beta_{ij} \epsilon_j, \quad (9)$$

где  $j = 1, 2, \dots, 6$ , а матрица  $\hat{\beta}$  имеет вид

$$\hat{\beta} = a \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{3} & 0 & \frac{1}{3\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{6\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6\sqrt{2}} \\ \frac{1}{6\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6\sqrt{2}} \end{vmatrix}, \quad (10)$$

где  $a$  – постоянная решетки (она же диагональ грани куба).

Энергии, входящие в статсумму [17]

$$Z = \sum_{i=1}^3 \exp(-E_i^{JT}/k_B T), \quad (11)$$

заданы выражениями (5)–(7),  $k_B$  – постоянная Больцмана. Изотермические модули упругости определяются стандартным способом [18] как производные от плотности свободной энергии  $\mathcal{F}$  по компонентам переменных деформаций  $\epsilon_j$

$$(c_{ij})^T = (\partial^2 \mathcal{F} / \partial \epsilon_i \partial \epsilon_j)_{\epsilon \rightarrow 0}. \quad (12)$$

Нас интересует вклад ЯТ подсистемы в модули кристалла

$$(c_{ij}^{JT})^T = -nk_B T (\partial^2 \ln Z / \partial \epsilon_i \partial \epsilon_j)_{\epsilon \rightarrow 0}, \quad (13)$$

где  $n$  – концентрация ЯТ комплексов. В результате в общем виде компоненты  $(c_{ij}^{JT})^T$  могут быть представлены как

$$(c_{ij}^{JT})^T = -A_{ij} \frac{na^2 F_E^2}{k_B T} f_{ij} (\Delta E / k_B T), \quad (14)$$

а константы  $A_{ij}$  и функции  $f_{ij}$ , входящие в это выражение, приведены в табл. 1.  $f_{ij} (\Delta E / k_B T)$  показаны на рис. 4 и определены таким образом, что при  $\Delta E = 0$  (отсутствие кристаллографической анизотропии)  $f_{ij} = 1$ , а правая часть уравнения (14) равна  $-A_{ij} na^2 F_E^2 / k_B T$ . Кроме того, в табл. 1 приведены предельные значения  $f_{ij}$ , соответствующие полному выключению уровня 1 из формирования модулей упругости, что имеет место при  $\Delta E \gg k_B T$ . В правой колонке таблицы указано наличие или отсутствие пьезоэлектрических свойств модулей. Это сделано, чтобы обратить внимание на модули, в которые пьезоэлектричество может внести свой вклад. Однако учет пьезоэлектричества лежит за пределами тематики настоящей статьи.

Обратимся к экспериментальным данным, полученным на кристалле  $\text{CdSe}:\text{Cr}^{2+}$  и приведенным на рис. 5. На этом рисунке показана температурная зависимость поглощения продольной моды, связанной

**Таблица 1.** Параметры, входящие в выражение (14) для изотермического вклада ЯТ подсистемы в модули упругости кристалла

$(c_{ij}^{JT})^T$	$A_{ij}$	$f_{ij}(\Delta E/k_B T)$	$\lim_{\Delta E/k_B T \rightarrow \infty} f_{ij}(\Delta E/k_B T)$	Пьезоэлектрические свойства
$(c_{11}^{JT})^T$	1/36	$\frac{9e^{-\Delta E/k_B T}}{(2+e^{-\Delta E/k_B T})^2}$	0	-
$(c_{22}^{JT})^T$	1/18	$\frac{9e^{-\Delta E/k_B T}}{(2+e^{-\Delta E/k_B T})^2}$	0	-
$(c_{33}^{JT})^T$	0			+
$(c_{44}^{JT})^T$	1/18	$\frac{3}{2+e^{-\Delta E/k_B T}}$	3/2	-
$(c_{55}^{JT})^T$	1/18	$\frac{9e^{-\Delta E/k_B T}}{(2+e^{-\Delta E/k_B T})^2}$	0	+
$(c_{66}^{JT})^T$	1/36	$\frac{3}{2+e^{-\Delta E/k_B T}}$	3/2	-

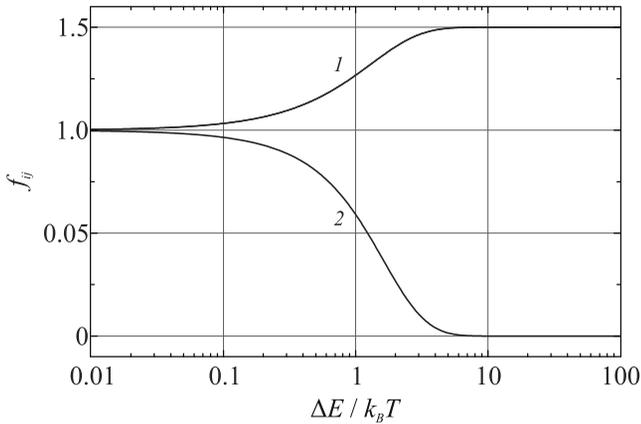


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость факторов  $f_{ij}$  от  $\Delta E/k_B T$ . Кривая 1 соответствует  $f_{44}$  и  $f_{66}$ , кривая 2 –  $f_{11}$ ,  $f_{22}$  и  $f_{55}$

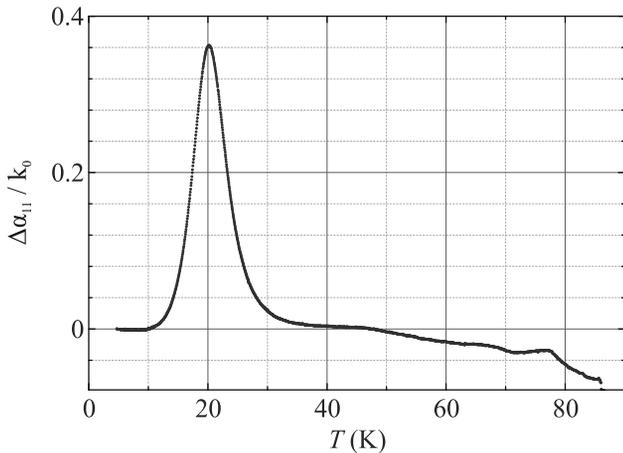


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость поглощения продольной моды, распространяющейся вдоль оси  $x$ , в кристалле  $\text{CdSe:Cr}^{2+}$  на частоте 54.4 МГц.  $\Delta\alpha_{11} = \alpha_{11}(T) - \alpha_{11}(T_0)$ ,  $T_0 = 3.6$  К

с модулем  $c_{11}$  относительно уровня при  $T_0 = 3.6$  К. Для количественного анализа из экспериментальной кривой надо выделить вклад ЯТ подсистемы, но фоновое поглощение при низких температурах меняется мало. Во всяком случае, до 40 К его можно считать постоянным вкладом в общее поглощение. Это означает, что с точностью до константы ЯТ вклад в поглощение в интервале 3.6–40 К соответствует измеренному поглощению, а наличие релаксационного пика при  $T \approx 20$  К свидетельствует о том, что фактор  $f_{11}$ , а значит, и все остальные  $f_{ij}$ , зависящие от температуры, не достигли своих низкотемпературных пределов, и  $\Delta E$ , как минимум, порядка  $k_B T$ , а то и меньше. Во всяком случае это справедливо в окрестности 20 К.

Из уравнений (8) и (14) следует, что

$$\frac{\alpha_{ij}^{JT}}{k_0} = \frac{1}{2} A_{ij} \frac{na^2 F_E^2}{c_0 k_B T} f_{ij}(\Delta E/k_B T) \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (15)$$

На основе температурных зависимостей поглощения и фазовой скорости ультразвуковых волн (или комплексных динамических модулей) рассчитываются значения линейных констант вибронной связи (см., например, [13]). Однако формулы, по которым проводится этот расчет, получены в предположении, что изотермические модули зависят от температуры лишь как  $1/T$ . Для кубических кристаллов со структурой флюорита и сфалерита это справедливо. В случае гексагональных кристаллов, как показано в данной работе, это не так и анализ результатов работ [12, 14] требует пересмотра. В работе [19], где исследовался кристалл  $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Ni}^{3+}$  (октаэдрические комплексы в гексагональном кристалле), выполнена лишь оценка вибронной константы, но при количественном анализе также придется учитывать кристаллографическую анизотропию матрицы.

В рассматриваемом нами примере  $\text{CdSe:Cr}^{2+}$ , если  $\Delta E \approx k_B T$ , то  $f_{11} \approx 1/2$ , а  $f_{44} \approx 1.25$ . Пренебрежение этими факторами при обработке данных  $\Delta\alpha_{11}(T)$  приведет к заниженному значению вибронной константы в  $\sqrt{2}$ , а при вычислении вибронной константы на основе данных  $\Delta\alpha_{44}(T)$  – к завышенному в  $\sqrt{1.25}$  значению.

В заключение отметим следующее. Теоретической основой круга явлений, объединенных общим названием эффект Яна–Теллера, послужила известная теорема [20], сформулированная для полиатомных молекул. Примесь замещения в кристалле, обладающая орбитальным вырождением, формирует некоторое образование, которое в первом приближении можно рассматривать как комплекс, состоящий из ЯТ центра и ближайшего окружения, т.е. как подобие молекулы координационного соединения. В действительности свойства рассматриваемого объекта зависят не только от ближайшего окружения, но и от следующих координационных сфер, хоть и в меньшей мере. Мы показали, что уже в простой молекулярной модели учет кристаллографической анизотропии, свойственной матрице с более низкой симметрией, чем той, что обладает ЯТ комплекс, приводит изменению АП – уменьшению количества эквивалентных глобальных минимумов. Существенно ли это для наблюдаемых в эксперименте величин? Если иметь в виду упругие свойства рассмотренного соединения, то в номинально чистом гексагональном кристалле модули  $c_{44}$  и  $c_{55}$  равны (с. 373 в [16]). Вклад ЯТ подсистемы в изотермический модуль (который определяет поглощение и скорость ультразвуковых волн) зависит от температуры: при высоких температурах, когда  $\Delta E < k_B T$  эти вклады отличны от нуля, а при стремлении температуры к нулю, первый гиперболически возрастает (по модулю), а второй экспоненциально уменьшается. Если рассмотреть это же соединение, с этим же тетраэдрическим ЯТ комплексом, но кристаллизованное в кубической фазе (сфалерит), то вклад ЯТ подсистемы в модуль  $c_{44}$  при тетрагональных минимумах АП окажется тождественно равным нулю, т.е. отсутствует при любой температуре. Таким образом, корректное описание ЭЯТ в легированных кристаллах, помимо теоремы Яна–Теллера, требует учета кристаллографической анизотропии матрицы.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект # 22-22-00735).

**Конфликт интересов.** У авторов данной работы нет конфликта интересов.

1. R. C. Powell, *Symmetry, Group Theory, and the Physical Properties of Crystals*, Springer, N.Y., Dordrecht, Heidelberg, London (2010).
2. G. Boulon, *Opt. Mater.* **34**, 499 (2012).
3. N.M. Avram and M.G. Brik (Editors), *Optical Properties of 3d- Ions in Crystals: Spectroscopy and Crystal Field Analysis*, Springer, Heidelberg, N.Y., Dordrecht, London (2013).
4. Y.-J. Kim, Y.-S. Park, and Ch.-H. Yang, *npj Quantum Mater.* **6**, 62 (2021).
5. N. Feng, J. Han, C. Lin, Z. Ai, C. Lan, K. Bi, Y. Lin, K.-H. Xue, and B. Xu, *npj Computational Materials* **68**, 226 (2022).
6. S.V. Streltsov and D.I. Khomskii, *Phys. Rev. X* **10**, 031043 (2020).
7. И. А. Рыжкин, М. И. Рыжкин, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 457 (2021).
8. М. И. Рыжкин, А. А. Левченко, И. А. Рыжкин, *Письма в ЖЭТФ* **116**, 300 (2022).
9. S.V. Streltsov, F. V. Temnikov, K.I. Kugel, and D.I. Khomskii, *Phys. Rev. B* **105**, 205142 (2022).
10. I. Mosquera-Lois, S.-R. Kavanagh, A. Walsh, and D. O. Scalon, *npj Computational Materials* **9**, 25 (2023).
11. I. B. Bersuker, *The Jahn-Teller Effect*, Cambridge University Press, Cambridge, (2006).
12. V. V. Gudkov, M. N. Sarychev, S. Zherlitsyn, I. V. Zhevstovskikh, N. S. Averkiev, D. A. Vinnik, S. A. Gudkova, R. Niewa, M. Dressel, L. N. Alyabyeva, B. P. Gorshunov, and I. B. Bersuker, *Sci. Rep.* **10**, 1 (2020).
13. М. Н. Сарычев, У. А. Л. Хоссени, И. В. Жевстовских, В. А. Уланов, А. В. Егранов, В. Т. Суриков, Н. С. Аверкиев, В. В. Гудков, *ЖЭТФ* **162**, 509 (2022).
14. Н. С. Аверкиев, И. Б. Берсукер, В. В. Гудков, И. В. Жевстовских, М. Н. Сарычев, С. Жерлицын, С. Ясин, Ю. В. Коростелин, В. Т. Суриков, *ЖЭТФ* **156**, 87 (2019).
15. V. V. Gudkov, I. B. Bersuker, I. V. Zhevstovskikh, Yu. V. Korostelin, and A. I. Landman, *J. Phys.: Condens. Matter.* **23**, 115401 (2011).
16. B. Luthi, *Physical Acoustics in the Solid State*, Springer, Berlin, Heidelberg, N.Y. (2005).
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика, Т. V. Статистическая физика, Ч. I.*, Физматлит, М. (2002).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости*, Физматлит, М. (2003).
19. M. D. Sturge, J. T. Krause, E. M. Gyorgy, R. C. LeCraw, and F. R. Merritt, *Phys. Rev.* **155**, 218 (1967).
20. H. A. Jahn and E. Teller, *Proc. R. Soc. A* **161**, 115401 (1937).

# Расщепление солитонов в электроконвективной структуре нематического жидкого кристалла

В. А. Делев<sup>1)</sup>, О. А. Скалдин, Ю. И. Тимиров

Институт физики молекул и кристаллов Уфимского федерального исследовательского центра РАН,  
450075 Уфа, Россия

Поступила в редакцию 14 ноября 2023 г.

После переработки 20 ноября 2023 г.

Принята к публикации 22 ноября 2023 г.

Изучаются особенности динамики топологических дефектов в электроконвективной структуре, возникающей в закрученном на  $\pi/2$  нематическом жидком кристалле. Электроконвективная структура (домены Вильямса) представляет собой систему роллов, аналогичную системе конвективных ячеек в термоконвекции. Гидродинамические потоки в роллах закрученного нематика носят геликоидальный характер, так как кроме тангенциальной компоненты скорости, имеется и аксиальная составляющая, направление которой противоположно в соседних роллах. Эта особенность приводит к образованию устойчивых локализованных протяженных образований – линейных дефектов, ориентированных нормально к доменам Вильямса. Условие неразрывности геликоидального потока анизотропной жидкости в закрученных нематиках не позволяет линейному дефекту распасться на отдельные дислокации. Длина линейного дефекта и количество дислокаций в нем регулируются приложенным к ЖК-ячейке переменным напряжением. В отличие от случая планарной ориентации, когда с увеличением приложенного напряжения линейные дефекты распадаются на отдельные дислокации, здесь возникают зиг-заг осцилляции, при этом сама структура доменов остается стационарной. Границами зиг и заг областей в ядре линейного дефекта являются дислокации с топологическими зарядами  $S = \pm 1$ . В линейном дефекте определенной длины впервые обнаружен “элементарный” распад дислокации с топологическим зарядом  $S = +1$  (кинка) на дислокацию с  $S = -1$  (антикинк) и две дислокации с зарядами  $S = +1$ . Возможный механизм расщепления топологического дефекта связан с возникновением локальной неустойчивости ориентационной твист-моды директора  $\mathbf{n}$  в ядре дефекта, вызванной критическим ростом гидродинамических флуктуаций с увеличением приложенного напряжения. Показано, что обнаруженный распад топологического солитона качественно описывается в рамках возмущенного уравнения синус-Гордона с затуханием.

DOI: 10.31857/S1234567824010117, EDN: rnrbcd

Топологические дефекты возникают в различных средах при спонтанном нарушении определенных симметрий в результате фазовых переходов [1–10]. Например, в жидких кристаллах (ЖК) дефекты возникают при нарушении одноосной симметрии, космические струны в космологии образуются при нарушении осевой или цилиндрической симметрии [8]. Однако, несмотря на различное происхождение и природу, они представляют с собой макроскопические объекты и обладают общими свойствами [9].

В настоящее время наряду с изучением фундаментальных механизмов образования и разрушения надмолекулярного порядка, в которых дефекты играют ключевую роль [11, 12], активно обсуждаются возможности их технологического использования [13, 14].

Одной из наиболее комплиментарных сред для создания, наблюдения и изучения топологических дефектов являются ЖК [15–17]. В частности, топологические дефекты в нематических ЖК (НЖК) служат модельными системами в космологии для проверки теории образования Вселенной [8, 18, 19].

НЖК представляет собой анизотропную жидкость с дальним ориентационным порядком, характеризуемым единичным вектором – директором  $\mathbf{n}$  [16]. Топологическими дефектами в НЖК являются точечные особенности – локальные искажения ориентации в поле директора  $\mathbf{n}$ . В двумерном случае дефекты характеризуются топологическим зарядом  $S$ :

$$\oint dl \nabla \phi(x, t) = \pm 2\pi S, \quad (1)$$

где  $\phi$  – фаза параметра порядка, целое  $S \neq 0$  – сила, или топологический заряд дислокации.

<sup>1)</sup>e-mail: delew@anrb.ru

Механизм образования пары топологических дефектов является универсальным для многих систем, где могут образовываться пространственно-упорядоченные структуры [20].

Типичными элементарными дефектами электроконвективных (ЭК) структур в НЖК являются дислокации с топологическими зарядами  $S = \pm 1$ . Дефект с зарядом  $S = \pm 1$  соответствует скачку фазы на  $\pm 2\pi$  в структуре доменов Вильямса, т.е. его сингулярность определяется лишним (или недостающим) пространственным периодом  $T$  при обходе замкнутого контура вокруг его ядра [20].

Динамика и взаимодействие дислокаций в ЭК структурах планарно ориентированных НЖК достаточно хорошо изучены как теоретически, так и экспериментально [21–26]. Результаты этих работ свидетельствуют о важной роли дефектов при усложнении пространственно-временной динамики доменных структур в НЖК с увеличением электрического поля. В частности, установлено, что механизм отбора оптимального волнового числа при формировании ЭК структур непосредственно связан с процессами рождения и аннигиляции дислокаций.

Количественное описание динамики дислокаций из первых принципов сводится к получению системы амплитудных уравнений [24–26], которая требует значительных численных расчетов [27].

Другой подход для описания дислокаций в структурах НЖК базируется на модели Френкеля–Конторовой (ФК) – цепочки частиц, связанных гармоническими пружинами с коэффициентом жесткости и взаимодействующая с внешним периодическим потенциалом [28] (см. схематическое представление модели ФК на с. 2, рис. 1.1). Если в стандартной модели ФК пренебречь эффектами дискретности, то получится хорошо известное уравнение синус-Гордона (УСГ):

$$u_{tt} - u_{xx} + \sin u = 0, \quad (2)$$

где  $u$  – смещения частиц от их равновесного положения.

Данное уравнение является полностью интегрируемым и было одним из первых обнаруженных уравнений с многосолитонным решением, а первое приложение УСГ нашло в физике для построения упрощенных моделей дислокаций в металлах. В частности, движущаяся дислокация может быть описана решением УСГ в виде топологического солитона, или кинка:

$$u_k(x, t) = 4 \tan^{-1} \exp[-\sigma(x - vt)/\sqrt{1 - v^2}], \quad (3)$$

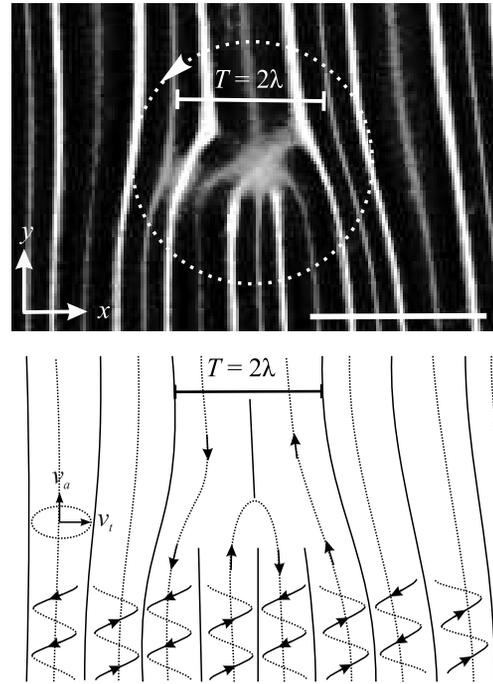


Рис. 1. Изображение дислокации с топологическим зарядом  $S = +1$  в ЭК структуре закрученного на  $\pi/2$  НЖК при  $U = 6.5$  В и  $f = 30$  Гц (верх) и схема потоков в ядре дислокации (низ). Масштаб 100 мкм

где  $\sigma = \pm 1$  – топологический заряд кинка (антикинка),  $0 \leq v \leq 1$  – скорость движения кинка.

Анизотропные среды, такие как НЖК, предлагают особенно богатые возможности для экспериментального исследования солитоноподобных объектов [29–37]. Например, установлено, что в линейных дефектах ЭК структур, возникающих в закрученных на  $\pi/2$  НЖК, в зависимости от их длины, наблюдается различная динамика дислокаций [32–34].

Недавно обнаружено, что динамика дислокаций в достаточно протяженном дефекте демонстрирует нетривиальное перемежаемое поведение [38]. При столкновении дислокаций с противоположными топологическими зарядами (кинка и антикинка) образуется бризер. Столкновения бризера с другими дислокациями (кинками) приводят к его распаду на кинк-антикинковую пару, т.е. взаимодействия солитоноподобных объектов (автосолитонов, или диссипативных солитонов) в ЭК структурах НЖК являются неупругими. Однако, исследования динамики дислокаций в линейных дефектах ЭК структур в закрученных на  $\pi/2$  НЖК по-прежнему остаются слабо изученными.

Поэтому цель данной работы – исследовать динамику дислокаций в линейных дефектах определенной длины и показать, что, кроме процессов рож-

дения и аннигиляции, может наблюдаться “элементарный” распад дислокаций. В частности, в данной работе впервые обнаружено, что в осциллирующем линейном дефекте длиной  $L = 6\lambda$  ( $\lambda$  – ширина одного ролла), возникающем в ЭК структуре закрученного на  $\pi/2$  НЖК, дислокация с топологическим зарядом  $S = +1$  (кинк) распадается на дислокацию с  $S = -1$  (антикинк) и две дислокации с  $S = +1$  (кинк). Предполагается, что механизм рапада связан с возникновением локальной неустойчивости твист-моды директора  $\mathbf{n}$  [39] в ядре линейного дефекта, когда гидродинамические потоки становятся нестационарными и возникают “зиг-заг” осцилляции. Показано, что качественно расщепление топологического дефекта можно описать в рамках возмущенного УСГ с затуханием.

В качестве НЖК использовался 4-п-метоксибензилден-п-бутила нилин (МББА), который помещался в ЖК-ячейку между двумя стеклянными подложками с проводящим покрытием из  $\text{SnO}_2$ . Поверхность подложек с электродами покрывалась слоем полиимидного ориентанта, который затем натирался в одном направлении для создания однородной планарной ориентации директора  $\mathbf{n}$ . ЖК-ячейка размером  $16 \times 12$  мм и толщиной  $d \simeq 40$  мкм заполнялась нематиком под действием капиллярных сил. После формирования однородной планарной ориентации верхняя подложка медленно поворачивалась относительно нижней по часовой стрелке на угол  $\phi = \pi/2$ , так, чтобы во всем слое НЖК возникала однородно закрученная ориентация директора  $\mathbf{n}$ .

ЖК-ячейка термостатировалась при температуре  $T = 25 \pm 0.01$  °С. К слою НЖК прикладывалось переменное напряжение  $U$  частоты  $f_U = 30$  Гц. Пороговое напряжение возникновения доменов Вильямса составляло  $U_c = 5.6$  В. При этом их ось ориентирована перпендикулярно директору  $\mathbf{n}$  в середине невозмущенного слоя НЖК и составляет углы  $-\pi/4$  и  $\pi/4$  соответственно с ориентацией директора на верхней и нижней подложках. Направления гидродинамических потоков в доменах определялись путем анализа движений пробных частиц диаметром  $2 \div 3$  мкм, добавленных в НЖК. ЭК структуры и их дефекты наблюдались в поляризационный микроскоп, а их изображения регистрировались цифровой видеокамерой с разрешением  $1024 \times 1024$  пикселей.

Оптически ЭК структуры в НЖК представляет собой пространственно-периодические модуляции интенсивности прошедшего через ячейку с НЖК света. Эти модуляции соответствуют локальным изменениям оптической анизотропии  $\langle \Delta n(t) \rangle$  под действием внешнего электрического поля. В порого

электроконвекции при  $U = U_c$  в слое НЖК возбуждаются гидродинамические вихревые движения в виде роллов, нормальных или наклонных относительно исходной планарной ориентации директора на подложках  $\mathbf{n}$ . Вихревое движение ориентирует НЖК особенно сильно в области максимального градиента скорости, т.е. в центре роллов. При этом вращение вихрей в соседних роллах имеет противоположное направление. В результате цилиндрические вихри играют роль линз, фокусирующих свет в светлые линии. В итоге формируется изображение в виде темных и светлых полос – доменов Вильямса. Пространственный период ЭК структуры для нормальных роллов в случае исходной планарной ориентации директора  $\mathbf{n}$  соответствует ширине одного ролла  $T = \lambda \sim d$  ( $\lambda$  – ширина ролла).

В закрученных НЖК из-за сильной связи исходной ориентации директора  $\mathbf{n}$  (твист-моды) со скоростью гидродинамического потока  $\mathbf{v}$  последний имеет геликоидальный характер [40]. При этом направление потоков противоположно в соседних роллах. Непрерывность геликоидального потока в роллах здесь обеспечивается на границах ЖК-образца (и/или на границах ЖК-областей с однородным направлением закрутки директора  $\mathbf{n}$ ). Поэтому в закрученных на  $\pi/2$  НЖК  $T = 2\lambda \sim 2d$ .

Рассмотрим особенности гидродинамики течений в ядре дислокации с топологическим зарядом  $S = +1$  в ЭК структуре закрученного на  $\pi/2$  НЖК (рис. 1).

Светлые оптические линии соответствуют центрам роллов (или их осям), вокруг которых наблюдалось геликоидальное движение частиц. На схеме оси роллов обозначены штрих-пунктирными линиями. Стрелками на них показаны направления аксиальных компонент скорости конвективных потоков  $v_a$  в роллах вблизи ядра дефекта и в соседних роллах. Направления геликоидальных потоков в каждом ролле показаны в нижней части схемы. Непрерывность потоков в ядре дислокации обеспечивается замыканием сонаправленных аксиальных компонент скорости  $v_a$  (рис. 1).

Образование линейных дефектов в ЭК структуре закрученного слоя НЖК обнаружено и описано в работе [41]. Показано, что при определенной скорости увеличения приложенного напряжения  $\Delta U/\Delta t$  дислокации являются источниками образования в пространстве новых локализованных квазистационарных состояний с более низкой симметрией. Как правило, подобные искажения зарождаются вблизи ядра дислокации с топологическим зарядом  $S = \pm 1$  и распространяются вдоль линии, нормальной к доменам Вильямса. При этом возникающий линейный дефект

с диссоциированным ядром имеет такой же топологический заряд, что и исходная дислокация. Кроме того, линейное искажение может возникать спонтанно, в результате развития модуляционной (варикозной) неустойчивости, как простой сдвиг доменов на половину пространственного периода  $\pi$ .

Отметим, что подобные линейные стационарные объекты наблюдаются и в структуре роллов планарно ориентированных НЖК [26]. Однако при увеличении приложенного напряжения до определенного значения указанные типы линейных образований становятся неустойчивыми и распадаются на отдельные дислокации.

При напряжениях  $U \lesssim 7.4$  В конвективные потоки в роллах являются стационарными. С увеличением приложенного напряжения обе компоненты скорости потока анизотропной жидкости в доменах  $v_t$  и  $v_a$  возрастают и при  $U > 7.4$  В линейный дефект теряет устойчивость. Однако в отличие от планарно ориентированного НЖК [26] ядро линейного дефекта не распадается сразу на отдельные дислокации, а сначала начинает осциллировать. При этом наблюдается поочередное, периодическое во времени, перезамыкание доменов с сонаправленными потоками анизотропной жидкости то влево (*zig*), то вправо (*zag*), и движение жидкости в ядре дефекта приобретает пульсирующий характер. Затем происходит образование *zig* и *zag* областей, осциллирующих в противофазе. Одновременно между их границами возникают дислокации с топологическими зарядами  $S = \pm 1$  (рис. 2). При этом, в отличие от случая планарно ори-

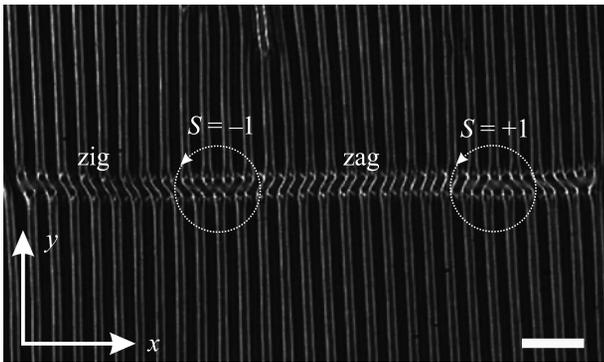


Рис. 2. Линейный осциллирующий дефект в закрученном на  $\pi/2$  НЖК при  $U = 7.6$  В и  $f = 30$  Гц. Границами *zig* и *zag* областей являются дислокации с топологическими зарядами  $S = \pm 1$ . Масштаб 100 мкм

ентированных нематиков, дислокации не изолируются друг от друга невозмущенными роллами, а остаются “связанными” гидродинамическими течениями в пределах ядра линейного дефекта. Заметим, что

структура линейного дефекта на рис. 2 в точности соответствует схематическому 1D-изображению зигзагообразного кулоновского кристалла с топологическим дефектом [13].

Дальнейшая динамика дислокаций развивается таким образом, чтобы в ядре нестационарного линейного дефекта обеспечивалась непрерывность геликоидального потока анизотропной жидкости. Экспериментальные исследования линейных дефектов различной длины показали, что в зависимости от количества образующихся в них дислокаций наблюдается разная картина их взаимодействий.

На рисунке 3а представлен впервые наблюдаемый процесс распада дислокации с топологическим зарядом  $S = +1$  в ядре линейного дефекта длиной  $L = 6T$  ( $L = 2\lambda$ , где  $\lambda$  – ширина одного ролла).

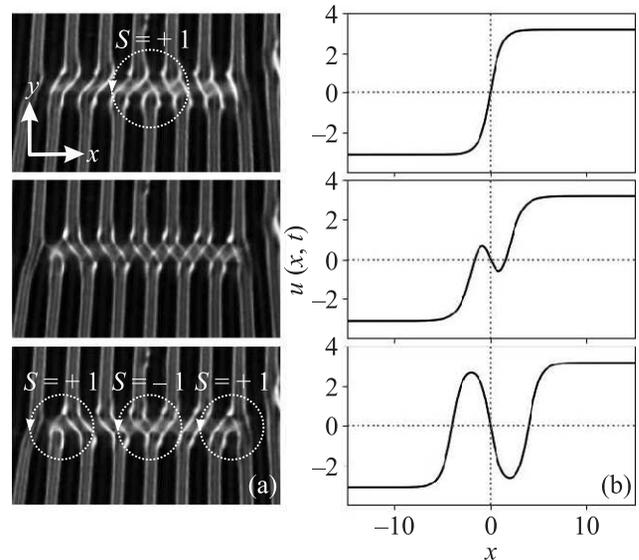


Рис. 3. Расщепление дислокации с топологическим зарядом  $S = +1$  (кинк) на дислокацию с зарядом  $S = -1$  (антикинк) и две дислокации с  $S = +1$  (два кинка): экспериментальная реализация при  $U = 7.6$  В и  $f = 30$  Гц, интервал между кадрами  $\Delta t \simeq 0.36$  с (а) и численная иллюстрация зависимости  $u(x, t)$  от  $x$ , демонстрирующая этот распад (b)

По-видимому, расщепление дислокации происходит в результате развитие локальной неустойчивости твист-моды директора  $\mathbf{n}$  в ядре линейного дефекта, когда гидродинамические потоки в нем перестают быть стационарными (при  $U > 7.4$  В) и возникают доменные зиг-заг осцилляции, за счет критического нарастания гидродинамических флуктуаций.

Здесь следует упомянуть важные результаты работы [20], в которой теоретически рассматриваются процессы генерации пар топологических дефектов в

периодических одномерных структурах при наличии неоднородности локальной периодичности.

Неоднородность локальной периодичности может быть обусловлена различными неустойчивостями к длинноволновым возмущениям типа фазовая неустойчивость, неустойчивость Экхауза, косоварикозная неустойчивость и т.д. [42]. В нашем случае это неустойчивость твист-моды, хотя не исключено ее совместное воздействие с варикозной неустойчивостью и, как результат, возрастающие упругие напряжения приводят к разрывам в периодичности ролловых структур. А так как в соседних роллах аксиальные компоненты геликоидальных течений антипараллельны, то это приводит к формированию двух замкнутых потоков, структура которых определяет образование двух дислокаций с антипараллельными векторами Бюргерса. Последнее аналогично процессу генерации пары дислокаций в твердом теле [43].

Таким образом, с одной стороны, расщепление дислокации на антидислокацию и две дислокации в доменах Вильямса закрученного на  $\pi/2$  НЖК связано с наличием локальной неустойчивости внутренней твист-моды директора  $\mathbf{n}$ , возникающей в момент, когда гидродинамические потоки в ядре дефекта перестают быть стационарными. С другой стороны, очевидно, что процесс распада одного дефекта на три с сохранением суммарного топологического заряда не отличим от рождения пары дефектов с нулевой топологической суммой в упругом поле исходного дефекта. Поэтому, описываемый в данной работе эффект имеет более глубокую аналогию, например, с процессами рождения пар частица-античастица в сильных электрических и гравитационных полях [44] или эффектом Швингера [45], получившим экспериментальное подтверждение [46].

Для качественного описания процесса расщепления дислокации воспользуемся результатами работ [47, 48], в которых на основе возмущенного УСГ моделируются различные механизмы распада солитонов. Авторами в начале доказывается существование внутренних мод солитонов, когда они находятся в присутствии неоднородных, зависящих от пространства, внешних сил [47]. Определены условия, при которых внутренняя мода становится неустойчивой, что и приводит к распаду солитона на антисолитон и два солитона. Также подчеркивается, что при наличии пространственно-временных сил солитон ведет себя как деформируемый (неупругий) объект.

Будем рассматривать модифицированное УСГ (2) при наличии неоднородного пространственного возмущения и затухания:

$$u_{tt} + \gamma u_t - u_{xx} + \sin u = F(x), \quad (4)$$

где  $\gamma$  – малый положительный параметр,  $F(x)$  – локализованная неоднородная внешняя сила,  $u$  – функция смещения центров пары роллов от их равновесного положения в ядре линейного дефекта.

Исходное уравнение (2) для смещения центров пары роллов (так как в закрученном НЖК период структуры  $T = 2\lambda$ ,  $\lambda$  – ширина одного ролла) получено при переходе к континуальному приближению в модели ФК [32].

Возмущение  $F(x)$  имеет вид [47]:

$$F(x) = 2(B^2 - 1) \sinh(Bx) / \cosh^2(Bx), \quad (5)$$

где  $B$  – управляющий параметр.

Выбор вида функции (5) обусловлен тем, что результаты, полученные с помощью этой функции, можно качественно обобщить на другие топологически эквивалентные системы [47]. Кроме того, с этим примером связаны реальные физические системы [49]. Например, аналогичная функция может описывать локальную деформацию системы волн зарядовой плотности [50]. В нашем случае внешнее возмущение в виде функции (5) соответствует критическому нарастанию гидродинамических флуктуаций, что приводит к локальной неустойчивости твист-моды директора.

Анализ численных результатов для различных значений  $B$  показал, что наиболее интересное решение имеет место при  $B^2 < 2/[\Lambda_*(\Lambda_* + 1)]$ , где  $\Lambda_* = (5 + \sqrt{17})/2$  [47]. В этом случае внутренняя мода является неустойчивой, что и приводит к распаду кинка на антикинк и два кинка (рис. 3b).

Таким образом, в данной работе впервые экспериментально обнаружено, что процесс перехода к режиму слабой турбулентности в системе электроконвекции закрученных на  $\pi/2$  НЖК сопровождается не только процессами рождения и аннигиляции дислокаций, но и их “элементарным” распадом на антидислокацию и две дислокации. Расщепление дислокации можно объяснить возникновением локальной неустойчивости ориентационной твист-моды директора  $\mathbf{n}$  в рамках возмущенного УСГ. Неустойчивость твист-моды директора  $\mathbf{n}$  начинает развиваться, когда гидродинамические потоки в линейных дефектах перестают быть стационарными, т.е. в результате нарастания флуктуационных процессов с увеличением степени надкритичности.

Необходимо подчеркнуть, что исследование перехода от регулярного движения дефектов к сильно нестационарной пространственно-временной динамике остается актуальной задачей современной

физики конденсированного состояния. Это явление связано с турбулентностью, обусловленной спонтанным рождением дефектов. Такие неустойчивости, как распады солитонов, могут существенно влиять на различные процессы в технике, медицине и др. В частности, в медицине одним из возможных механизмов, который в настоящее время считается ответственным за переход от тахикардии к фибрилляции желудочков в сердечной мышце, является спонтанный распад одной спиральной волны электрической активности на несколько спиралей, приводящих к турбулентному волновому поведению [51]. Поэтому в этом смысле ЖК, рассматриваемые как модельные системы для изучения общих принципов образования и разрушения надмолекулярного порядка, в принципе, позволяют понять не только возможные механизмы взаимодействия солитонов, но и их распада.

Работа выполнена в рамках госзадания # НИОКТР И223011200702-4.

**Финансирование работы.** Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института физики молекул и кристаллов – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук (ИФМК УФИЦ РАН). Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

**Конфликт интересов.** Конфликт интересов отсутствует.

1. G. Toulouse and M. Kleman, *J. Phys. Lett.* **37**, 149 (1976).
2. T. W. B. Kibble, *J. Phys. A* **9**, 1387 (1976).
3. N. D. Mermin, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 591 (1979).
4. M. C. Cross and P. C. Hohenberg, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 (1993).
5. A. Vilenkin and E. P. Shellard, *Cosmic strings and other topological defects*, Cambridge University Press, Cambridge (1994).
6. P. M. Chaikin, T. C. Lubensky, and T. A. Witten, *Principles of condensed matter physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
7. O. D. Lavrentovich, *Liq. Cryst.* **24**, 117 (1998).
8. H.-R. Trebin, *Liq. Cryst.* **24**, 127 (1998).
9. Г. А. Малыгин, *ФТТ* **43**, 822 (2001).
10. M. Kleman and J. Friedel, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 61 (2008).
11. I. Chuang, R. Durrer, N. Turok, and B. Yurke, *Science* **251**, 1336 (1991).
12. M. Kim and F. Serra, *Adv. Opt. Mater.* **8**, 1900991 (2020).
13. J. Brox, P. Kiefer, M. Bujak, T. Schaetz, and H. Landa, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 153602 (2017).
14. И. С. Арансон, *УФН* **189**, 955 (2019).
15. С. А. Пикин, *Структурные превращения в жидких кристаллах*, Наука, М. (1981).
16. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon, Oxford (1994).
17. П. В. Долганов, Н. С. Шуравин, В. К. Долганов, Е. И. Кац, *Письма в ЖЭТФ* **101**, 505 (2015).
18. S. Dugal, R. Ray, and A. M. Srivastava, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5030 (1999).
19. H. Mukai, P. R. G. Fernandes, B. F. de Oliveira, and G. S. Dias, *Phys. Rev. E* **75**, 061704 (2007).
20. J.-P. Eckmann, G. Goren, and I. Procaccia, *Phys. Rev. A* **44**, R805 (1991).
21. E. Bodenschatz, W. Pesch, and L. Kramer, *Physica D* **32**, 135 (1988).
22. S. Kai, N. Chizumi, and M. Kohno, *Phys. Rev. A* **40**, 6554 (1989).
23. G. Goren, I. Procaccia, and V. Steinberg, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1237 (1989).
24. S. Rasenat, V. Steinberg, and I. Rehberg, *Phys. Rev. A* **42**, 5998 (1990).
25. E. Bodenschatz, W. Pesch, and L. Kramer, *J. Stat. Phys.* **64**, 1007 (1991).
26. A. Joets and R. Ribotta, *J. Stat. Phys.* **64**, 981 (1991).
27. Е. С. Пикина, А. Р. Муратов, Е. И. Кац, В. В. Лебедев, *ЖЭТФ* **164**, 129 (2023).
28. О. М. Браун, Ю. С. Кившарь, *Модель Френкеля-Конторовой: Концепции, Методы, Приложения*, Физматлит, М. (2006).
29. M. Lowe and J. P. Gollub, *Phys. Rev. A* **31**, 3893 (1985).
30. L. Lam and J. Prost (editors), *Solitons in Liquid Crystals*, Springer, N.Y. (1992).
31. В.-Х. Ли, В. Боршч, Р.-Л. Хiao, С. Паладугу, Т. Турив, С. В. Шияновский, и О. Д. Лаврентович, *Nat. Commun.* **9**, 2912 (2018).
32. О. А. Скалдин, В. А. Делев, Е. С. Шиховцева, Э. С. Батыршин, Ю. А. Лебедев, *Письма в ЖЭТФ* **93**, 431 (2011).
33. О. А. Скалдин, В. А. Делев, Е. С. Шиховцева, Ю. А. Лебедев, Э. С. Батыршин, *ЖЭТФ* **148**, 1232 (2015).
34. В. А. Делев, В. Н. Назаров, О. А. Скалдин, Э. С. Батыршин, Е. Г. Екомасов, *Письма в ЖЭТФ* **110**, 607 (2019).
35. S. Aya and F. Araoka, *Nat. Commun.* **11**, 3248 (2020).
36. Y. Shen and I. Dierking, *Commun. Phys.* **3**, 14 (2020).
37. Yu. Shen and I. Dierking, *Crystals* **12**, 1 (2022).
38. В. А. Делев, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 26 (2021).
39. В. А. Делев, А. П. Крехов, *ЖЭТФ* **152**, 1414 (2017).

40. A. Hertrich, A. P. Krekhov, and O. A. Scaldin *J. Phys. II France* **4**, 239 (1994).
41. V. A. Delev, P. Toth, and A. P. Krekhov, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **351**, 179 (2000).
42. F. H. Busse and E. W. Bolton, *J. Fluid. Mech.* **146**, 115 (1984).
43. А. Б. Волынец, А. В. Ратг, *Вестн. Перм. универ. Физика* **1**, 3 (2005).
44. А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко, *Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях*, Атомиздат, М. (1980).
45. J. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
46. A. I. Berdyugin, N. Xin, H. Gao et al. (Collaboration), *Science* **375**, 430 (2022).
47. J. A. Gonzalez, A. Bellorin, and L. E. Guerrero, *Phys. Rev. E* **65**, 065601 (2002).
48. J. A. Gonzalez, A. Bellorin, L. E. Guerrero, *Chaos. Solitons & Fractals* **33**, 143 (2007).
49. Yu. S. Kivshar and B. A. Malomed, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 763 (1989).
50. P. Bak and A. Brazovskiy, *Phys. Rev. B* **17**, 3154 (1978).
51. D. P. Zipes and J. Jalife, *Cardiac electrophysiology: from cell to bedside*, W. B. Saunders, N.Y. (2000).

# Об улучшении степени поляризационной запутанности в двухкристальной схеме СПР

Д. Н. Фроловцев<sup>1)</sup>, С. А. Магницкий

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2023 г.

После переработки 15 ноября 2023 г.

Принята к публикации 15 ноября 2023 г.

Предложен способ улучшения степени поляризационной запутанности бифотонов, получаемых с помощью двухкристальной схемы; теоретически и экспериментально исследован механизм влияния девиации поляризации СПР на степень поляризационной запутанности бифотонов. Экспериментально исследована зависимость запутанности конкарренс от разности фаз накачки в нелинейных кристаллах двухкристальной схемы, и получено улучшение конкарренс в 2.7 раза при оптимальном значении разности фаз.

DOI: 10.31857/S1234567824010129, EDN: rnytw

**1. Введение.** Источники запутанных по поляризации фотонных пар являются одним из ключевых элементов в квантово-оптических технологиях [1] и в квантовой оптике [2, 3]. Например, в настоящее время активно развивается область квантовой фантомной поляриметрии [4, 5], использующая для получения изображения объектов одновременно как пространственные корреляции, так и поляризационную запутанность излучения спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) [6, 7]. В фантомной поляриметрии для получения запутанных по поляризации и коррелированных по импульсу фотонных пар используется двухкристальная схема на основе эффекта СПР, предложенная в [8]. Неоспоримыми достоинствами упомянутой СПР-схемы являются простота ее реализации, высокая скорость генерации пар одиночных фотонов и высокое качество генерируемого квантового состояния, а также возможность управления пространственной степенью свободы СПР [9] за счет изменения угла неколлинеарности [10].

Для достижения высокой степени квантовой поляризационной запутанности были детально рассмотрены различные физические явления, влияющие на запутанность фотонов двухкристальной схемы. Для механизмов декогеренции, связанных с запутанностью фотонов по дополнительным степеням свободы – по времени и по пространству, удалось построить теоретическую модель, оценить их влияние на запутанность квантового состояния и предложить методы для восстановления степени квантовой запутанности [11–13].

В то же время неколлинеарному режиму СПР, используемому в двухкристальной схеме, присуще явление, ухудшающее поляризационную запутанность фотонов двухкристальной схемы, не приводящее само по себе к декогеренции, – это явление девиации поляризации СПР [14, 15]. Величина угла девиации поляризации зависит от угла неколлинеарности. В двухкристальных схемах, работающих в коллинеарном режиме [16], величина угла девиации поляризации пренебрежимо мала. При увеличении угла неколлинеарности угол девиации поляризации может превышать  $15^\circ$  [14]. Однако механизм влияния девиации поляризации СПР на степень запутанности бифотонов достаточно исследован не был. На сегодняшний день получено теоретическое выражение для направления и величины угла девиации поляризации излучения СПР как в одноосных [15], так и в двuosных кристаллах [14]. Направление вектора поляризации СПР в одноосном кристалле ВВО ( $\beta$ -борат бария,  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) исследовано экспериментально [17]. Теоретически исследована запутанность в двухкристальной схеме в частном случае скрещенных одноосных кристаллов, в котором главная плоскость одного из кристаллов горизонтальна, а другого – вертикальна [17]. Об экспериментальных исследованиях механизма влияния девиации поляризации СПР на степень квантовой запутанности фотонов в двухкристальной схеме в литературе не сообщалось.

Цель настоящей работы – сообщить о возможности улучшения степени поляризационной запутанности фотонных пар, генерируемых с помощью двухкристальной схемы. Показано, что при фиксированном положении нелинейных кристаллов количе-

<sup>1)</sup>e-mail: dfrolovtsev@gmail.com

ственная мера запутанности конкарренс генерируемого квантового состояния зависит от разности фаз накачки в нелинейных кристаллах. Предложен способ получения фотонных пар с максимальной степенью поляризационной запутанности путем использования оптимальной разности фаз излучения СПР в нелинейных кристаллах. Экспериментально установлено, что при оптимальном значении разности фаз конкарренс в 2.7 раз больше, чем при неоптимальном значении.

**2. Девиация поляризации СПР в двухкристальной схеме.** Двухкристальная схема получения запутанных по поляризации фотонных пар, основанная на явлении СПР первого типа, была предложена в [8]. Она предназначена для получения запутанных по поляризации фотонных пар в состоянии

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + e^{i\phi_0} |VV\rangle), \quad (1)$$

где  $|H\rangle$  и  $|V\rangle$  – соответственно состояния фотона с горизонтальной и вертикальной поляризацией фотона в лабораторном базисе. Принцип работы двухкристальной схемы основан на явлении квантовой интерференции. Используют два нелинейных кристалла. В одном из них рождаются фотонные пары в состоянии  $|HH\rangle$ , а в другом – в состоянии  $|VV\rangle$ . Однако, в неколлинеарном режиме СПР имеет место явление девиации поляризации СПР [14, 17, 18], которое состоит в том, что направление вектора поляризации излучения СПР зависит от полярного и азимутального направления рассеяния. Это означает, что направление поляризации излучения СПР в двухкристальной схеме отклоняется на некоторый угол, что приводит к искажению генерируемого квантового состояния (1). Это приводит к тому, что поляризация излучения СПР, генерируемого в последовательно расположенных нелинейных кристаллах, друг другу не ортогональна. Излучение СПР из первого кристалла при падении на второй кристалл распадается на обыкновенную и необыкновенную волны, и в качестве затравки для процесса СПР во втором кристалле служат как флуктуации электромагнитного вакуума, так и часть излучения СПР из первого кристалла. В результате степень поляризационной запутанности генерируемых фотонных пар ухудшается.

Процесс спонтанного параметрического рассеяния можно описать с помощью оператора импульса в представлении взаимодействия [19, 20]

$$\hat{G}_{\text{int}}^{SPDC} = \hbar\eta e^{i\phi} \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger + \text{h.c.} \quad (2)$$

где  $\eta \propto d_{\text{eff}} A_p$  – коэффициент, пропорциональный амплитуде накачки  $A_p$  и величине эффективной

нелинейности кристалла  $d_{\text{eff}}$ ,  $a_s^\dagger$  и  $a_i^\dagger$  – операторы рождения фотонов с *обыкновенной* поляризацией в сигнальном ( $s$ ) и холостом ( $i$ ) пучках.

В этом представлении излучение СПР, имеющее необыкновенную поляризацию, по мере распространения будет приобретать дополнительный фазовый набег относительно излучения с обыкновенной поляризацией. Данный фазовый набег можно учесть с помощью оператора импульса

$$\hat{G}^{br} = \hbar\delta k_s \hat{a}_{\perp s}^\dagger \hat{a}_{\perp s} + \hbar\delta k_i a_{\perp i}^\dagger \hat{a}_{\perp i}, \quad (3)$$

$a_{\perp s}^\dagger$  и  $a_{\perp i}^\dagger$  – бозе-операторы *необыкновенной* поляризации излучения СПР в сигнальном ( $\perp s$ ) и холостом ( $\perp i$ ) пучках, а продольные расстройки волновых векторов определяются выражениями

$$\begin{aligned} \delta k_s &= k_{s,e} \cos \theta_{s,e} - k_{s,o} \cos \theta_{s,o} \\ \delta k_i &= k_{i,e} \cos \theta_{s,i} - k_{i,o} \cos \theta_{i,o}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k_{s/i,e/o}$  и  $\theta_{s/i,e/o}$  – волновое число и угол между волновым вектором и осью  $z$  для волны в сигнальном ( $s$ )/холостом ( $i$ ) пучке с необыкновенной ( $e$ )/обыкновенной ( $o$ ) поляризацией, соответственно.

Состояние поля на выходе кристалла дается выражением

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = e^{(i/\hbar)(\hat{G}_{\text{int}}^{SPDC} + \hat{G}^{br})L} |\psi_{\text{in}}\rangle, \quad (5)$$

где  $|\psi_{\text{in}}\rangle$  и  $|\psi_{\text{out}}\rangle$  квантовое состояние поля сигнального и холостого пучка на входе и выходе из нелинейного кристалла,  $L$  – длина кристалла.

На входе в первый нелинейный кристалл излучение находится в вакуумном состоянии. Отсюда квантовое состояние поля на выходе из первого нелинейного кристалла первом порядке по  $\tilde{\eta} = \eta L$

$$|\psi_1\rangle = |\text{vac}\rangle + \tilde{\eta} \cos \theta |\phi_s\rangle \otimes |\phi_i\rangle. \quad (6)$$

где  $|\text{vac}\rangle$  – вакуумное состояние электромагнитного поля, множитель  $\cos \theta$  – составляющая амплитуды накачки, имеющая необыкновенную поляризацию и участвующая в СПР,  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ;  $|\phi_s\rangle$  и  $|\phi_i\rangle$  – поляризационное состояние фотона в сигнальном ( $s$ ) и холостом пучке ( $i$ ) с обыкновенной поляризацией в первом нелинейном кристалле, явный вид которых можно вычислить, используя результаты из [14].

Во втором нелинейном кристалле поляризационные состояния фотона с обыкновенной поляризацией в сигнальном  $|\chi_s\rangle$  и холостом  $|\chi_i\rangle$  пучках отличаются от  $|\phi_s\rangle$  и  $|\phi_i\rangle$ . Введем квантовое состояние фотонов с необыкновенной поляризацией для сигнального  $|\chi_{\perp s}\rangle$  и холостого  $|\chi_{\perp i}\rangle$  пучков во втором кристалле и выразим через полученный ортонормированный

базис поляризационные состояния фотонов, рождающихся в первом кристалле  $|\phi_s\rangle$  и  $|\phi_i\rangle$ :

$$\begin{aligned} |\phi_s\rangle &= \alpha_s |\chi_s\rangle + \beta_s |\chi_{\perp s}\rangle, \\ |\phi_i\rangle &= \alpha_i |\chi_i\rangle + \beta_i |\chi_{\perp i}\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Параметры  $\alpha_s$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_s$  и  $\beta_i$  являются действительными числами в силу того, что в каждом из нелинейных кристаллов излучение СПР имеет линейную поляризацию.

Поле на входе второго кристалла находится в квантовом состоянии (6). Выражая входное поле через (7) и применяя (5) в первом порядке по  $\eta$ , имеем квантовое состояние поля на выходе из двухкристалльной схемы:

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{out}}\rangle &\propto \\ &|\text{vac}\rangle + \tilde{\eta} [\cos \theta \alpha_s \alpha_i |\chi_s\rangle \otimes |\chi_i\rangle + \sin \theta e^{i\phi_p} |\chi_s\rangle \otimes |\chi_i\rangle \\ &+ \cos \theta \alpha_s \beta_i e^{i\phi_i} |\chi_s\rangle \otimes |\chi_{\perp i}\rangle + \cos \theta \beta_s \alpha_i e^{i\phi_s} |\chi_{\perp s}\rangle \otimes |\chi_i\rangle \\ &+ \cos \theta \beta_s \beta_i e^{i(\phi_s + \phi_i)} |\chi_{\perp s}\rangle \otimes |\chi_{\perp i}\rangle], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\phi_s = \delta k_s L$  и  $\phi_i = \delta k_i L$ , а  $\phi_p$  – фаза накачки на входе во второй нелинейный кристалл относительно входа в первый нелинейный кристалл.

Из выражения (8) видно, что квантовое поляризационное состояние фотонной пары, генерируемой двухкристалльной схемой, представляет собой сумму двух слагаемых. Первое слагаемое, пропорциональное  $\cos \theta$ , есть квантовое состояние фотонной пары, рождающейся в первом нелинейном кристалле, и прошедшей через второй нелинейный двулучепреломляющий кристалл, за счет этого получившей дополнительные фазовые набег  $\phi_s$  и  $\phi_i$ . Второе слагаемое, пропорциональное  $\sin \theta$ , представляет собой квантовое поляризационное состояние фотонной пары, генерируемое во втором нелинейном кристалле. Таким образом, квантовое состояние бифотонов, генерируемых двухкристалльной схемой, представляет собой результат квантовой интерференции двух состояний, получаемых в последовательно расположенных нелинейных кристаллах. Разность фаз между интерферирующими квантовыми состояниями определяется состоянием поляризации накачки и равна  $\phi_p$ . Отметим, что в общем случае  $\beta_s \neq 0$  и  $\beta_i \neq 0$ , и квантовая интерференция происходит между двумя неортогональными квантовыми состояниями фотонной пары.

Перейдем к нахождению запутанности состояния (8) и нахождения условий, при которых запутанность максимальна. Запутанность поляризационного состояния двух фотонов удобно характеризовать

мерой конкарренс (от англ. *Concurrence* [21]). Для некоторого состояния  $|\Psi\rangle$  она равна по определению

$$C = \left| \frac{\langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \right|, \quad (9)$$

где  $|\tilde{\Psi}\rangle = \hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2 |\Psi^*\rangle$ ,  $\hat{\sigma}_2$  – матрица Паули, а \* обозначает комплексное сопряжение. Для состояния (8) при применении постселекции с рождением пары фотонов (опуская слагаемое с вакуумным состоянием) получаем

$$C = \frac{\sin 2\theta |\beta_s \beta_i|}{1 + \sin 2\theta \alpha_s \alpha_i \cos \phi_p}, \quad (10)$$

Отметим, что  $C$  не зависит от фазовых набегов  $\phi_s$  и  $\phi_i$ .

При  $|\beta_s| = |\beta_i| = 1$ ,  $\alpha_s = \alpha_i = 0$  интерферирующие квантовые состояния ортогональны, что соответствует приближению отсутствия девиации поляризации СПР в двухкристалльной схеме со скрещенными кристаллами. В этом приближении конкарренс не зависит от  $\phi_p$  и ее значение равно  $C = \sin 2\theta$ .

При фиксированных  $\alpha_s$ ,  $\alpha_i$ , и  $|\alpha_s|^2 + |\alpha_i|^2 \neq 0$ , из анализа (10) следует, что  $C$  максимално при

$$\begin{cases} \cos \phi_p = -\text{sign}(\alpha_s \alpha_i), \\ \theta = \frac{\pi}{4}, \end{cases} \quad (11)$$

где учтено, что  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

При оптимальных значениях  $\theta$  и  $\phi_p$  конкарренс принимает значение

$$C = \frac{|\beta_s \beta_i|}{1 - |\alpha_s \alpha_i|}, \quad (12)$$

и  $C = 1$ , если  $|\alpha_s| = |\alpha_i|$  (равносильно  $|\beta_s| = |\beta_i|$ ). Таким образом, конкарренс может иметь максимально возможное значение  $C = 1$  тогда и только тогда, когда в сигнальном и холостом пучке углы между векторами поляризации фотонов, рождающихся в нелинейных кристаллах, равны.

Для экспериментального исследования квантовой интерференции двух неортогональных квантовых поляризационных состояний фотонной пары как механизма, влияющего на запутанность в двухкристалльной схеме, создана установка, изображенная на рис. 1.

Излучение лазера на длине волны 405 нм последовательно проходит через светофильтр SZS-21, пару линз с фокусными расстояниями –30 и 100 мм, образующими телескоп. После телескопа накачка коллимирована и имеет угловую расходимость  $\approx 1$  мрад.

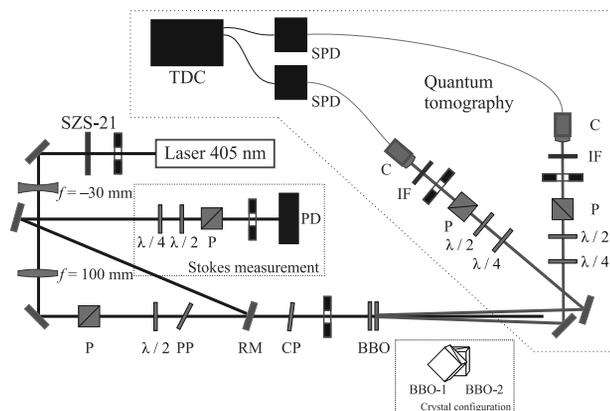


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки. SZS-21 – светофильтр;  $f = -30$  мм и  $f = 100$  мм – линзы с соответствующим фокусным расстоянием, P – призма Глана,  $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$  – полу- и четвертьволновые пластинки; PP и CP – двулучепреломляющие пластинки; RM – съемное зеркало; ВВО – нелинейные кристаллы; PD – фотодетектор; IF – интерференционный светофильтр; С – оптоволоконный коллиматор; SPD – детектор одиночных фотонов; TDC – время-цифровой преобразователь. “Stokes parameters” – часть установки, в которой измеряются параметры Стокса накачки, “Quantum tomography” – часть установки для измерения квантового состояния бифотонов, на вставке “Crystal configuration” показано расположение нелинейных кристаллов в пространстве

Затем накачка проходит через призму Глана P, полуволновую пластинку  $\lambda/2$  и двулучепреломляющую пластинку PP. Состояние поляризации накачки после прохождения пластинки PP можно записать в виде  $a|A\rangle + be^{i\phi_p}|H\rangle$ , где  $a$ ,  $b$  – действительные положительные числа,  $|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$  – соответствует линейной поляризации, направленной под  $-45^\circ$  к горизонтальному направлению,  $|H\rangle$  соответствует горизонтальной поляризации,  $|V\rangle$  – вертикальной. Часть накачки с поляризацией  $|A\rangle$  участвует в СПР в первом нелинейном кристалле, а  $|H\rangle$  – во втором нелинейном кристалле. Соотношение между  $a$  и  $b$  устанавливалось таким образом, что измеренная скорость рождения фотонных пар в нелинейных кристаллах была одинакова. Разность фаз  $\phi_p$  задает фазу между излучением СПР, генерирующимся в нелинейных кристаллах. Значение  $\phi_p$  изменяется путем изменения угла наклона пластинки PP, а фактическое значение вычисляется по параметрам Стокса, измеренным в части установки “Stokes parameters” при установленном съемном зеркале RM.

В отсутствие зеркала RM накачка проходит через компенсационную пластинку и падает на нелинейные кристаллы ВВО (толщина каждого кристалла –

250 мкм), расположенные в пространстве, как показано на вставке “Crystal configuration” на рис. 1. Главная плоскость второго кристалла ВВО горизонтальна, а главная плоскость первого кристалла ВВО составляет с ней угол  $45^\circ$ . Расстояние между кристаллами ВВО-1 и ВВО-2  $\approx 0.5$  см. Угол неколлинеарности СПР снаружи кристалла составляет  $0.78^\circ$ . Малый угол неколлинеарности позволяет снизить влияние пространственного сноса на состояние генерируемых фотонных пар. Пластика CP компенсирует двулучепреломление накачки в первом нелинейном кристалле. Квантовое поляризационное состояние генерируемых бифотонов измеряется с помощью метода квантовой томографии [22–24].

Квантовая интерференция возникает между двумя состояниями, в которых фотонная пара может родиться в состоянии  $|\phi_1\rangle \otimes |\phi_2\rangle = |D\rangle \otimes |D\rangle$  в первом нелинейном кристалле, где  $|D\rangle = \frac{(|H\rangle + |V\rangle)}{\sqrt{2}}$ , или в состоянии  $|\chi_1\rangle \otimes |\chi_2\rangle = |V\rangle \otimes |V\rangle$  во втором нелинейном кристалле. Процедура измерений осуществлялась следующим образом. Сперва устанавливался угол наклона двулучепреломляющей пластинки PP, а затем угол поворота полуволновой пластинки подстраивался таким образом, чтобы вероятность рождения фотонной пары в кристаллах ВВО-1 и ВВО-2 была одинаковой. После этого устанавливалось зеркало RM и осуществлялось измерение параметров Стокса накачки. Поляризация накачки представлялась в виде  $a|A\rangle + be^{i\phi_p}|H\rangle$ , и по измеренным параметрам Стокса методом наименьших квадратов оценивались параметры  $\phi_p$ ,  $a$  и  $b$ . После этого зеркало RM снималось и производилось измерение квантового состояния генерируемых двухкристальной схемой бифотонов [23], и на основе оценки матрицы плотности методом максимального правдоподобия определялась величина конкарренс. Процедура повторялась для различных углов наклона пластинки PP, чтобы диапазон получаемых значений  $\phi_p$  перекрывал диапазон от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ .

Экспериментальные зависимости конкарренс от фазы  $\phi_p$  приведены на рис. 2. Видно, что в соответствии с теоретическими предсказаниями конкарренс зависит от фазы между интерферирующими состояниями, и при  $\phi_p = 180^\circ$  имеет максимум, а при  $\phi_p = 0^\circ$  и  $\phi_p = 360^\circ$  – минимум. Для оптимального значения фазы  $\phi_p = 180^\circ$  экспериментальное значение конкарренс в 2.7 раза больше, чем для неоптимальных значений  $\phi_p = 0^\circ$  и  $\phi_p = 360^\circ$ . Некоторое уменьшение экспериментального значения конкарренс по отношению к теоретическому объясняется наличием декогеренции. Разность фаз излучения, получаемого в нелинейных кристаллах, за-

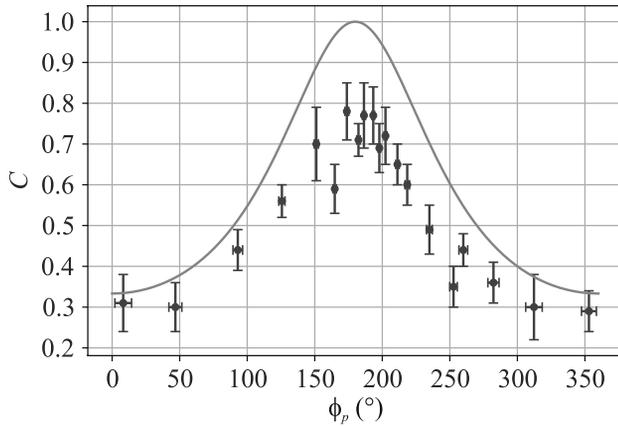


Рис. 2. (Цветной онлайн) Теоретическая (оранжевая кривая) и экспериментально измеренная (синие точки) зависимость величины конкарренс  $C$  от фазы между интерферирующими квантовыми состояниями  $|DD\rangle$  и  $|VV\rangle$

висит от направления рассеяния [12, 13]. При установленной угловой апертуре сбора излучения (диафрагма с диаметром 2 мм на расстоянии 1.2 м от кристаллов ВВО) и положении нелинейных кристаллов ВВО-1 и ВВО-2 не вплотную, а на расстоянии  $\approx 5$  мм, чистота квантового состояния, а вместе с ней и конкарренс, ухудшаются. Расположение кристаллов вплотную и уменьшение размера диафрагмы позволит получить более чистое состояние и увеличить конкарренс.

Экспериментальные данные подтверждают зависимость запутанности от фазы между интерферирующими состояниями и возможность компенсации негативного влияния девиации поляризации СПР на запутанность путем приготовления поляризационного состояния накачки, соответствующего оптимальному значению фазы  $\phi_p$ .

**3. Заключение.** Теоретически и экспериментально исследован механизм, приводящий к уменьшению поляризационной запутанности генерируемых в двухкристальной схеме фотонных пар. Теоретически показано, что поворот плоскости поляризации СПР, вызванный явлением девиации поляризации СПР, приводит к частичному перекрытию квантовых состояний, генерируемых в нелинейных кристаллах и наличию затравки излучения СПР во втором нелинейном кристалле. В результате квантовое состояние, генерируемое двухкристальной схемой, можно трактовать как результат квантовой интерференции двух неортогональных поляризационных квантовых состояний фотонной пары, рождающихся в нелинейных кристаллах схемы. Величина количественной метрики квантовой запутанно-

сти конкарренс зависит от соотношения вероятностей фотонной пары родиться в первом и во втором нелинейном кристалле, а также от разности фаз между квантовыми состояниями, получаемыми в нелинейных кристаллах. Дополнительные двулучепреломляющие фазовые набегии излучения при прохождении через второй кристалл не влияют на степень квантовой запутанности бифотонов. Полученная зависимость конкарренс от параметров накачки принимает максимально возможное значение 1 при  $\theta = \frac{\pi}{4}$  и  $\phi_p = 180^\circ$ . Это может быть использовано для получения максимально запутанного квантового состояния в присутствии девиации поляризации СПР.

Для  $\theta = \frac{\pi}{4}$  экспериментально продемонстрировано, что конкарренс генерируемого в двухкристальной схеме квантового поляризационного состояния зависит от фазы между интерферирующими состояниями. Путем оптимизации разности фаз  $\phi_p$  достигнуто улучшение конкарренс генерируемого состояния в 2.7 раза.

Полученные результаты важны при создании источников фотонных пар, используемых в квантовой фантомной поляриметрии. При использовании неколлинеарного режима СПР негативное влияние девиации поляризации на поляризационное состояние фотонных пар можно скомпенсировать, улучшив точность определения поляризационных свойств измеряемого объекта.

**Финансирование работы.** Работа выполнена за счет средств гранта РФФ # 21-12-00155.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. C. Zhang, Y.-F. Huang, B.-H. Liu, C.-F. Li, and G.-C. Guo, *Advanced Quantum Technologies* **4**(5), 2000132 (2021).
2. C. Couteau, *Contemp. Phys.* **59**(3), 291 (2018).
3. Р. В. Захаров, О. В. Тихонова, *Успехи физических наук* **193**(4), 406 (2023).
4. S. Magnitskiy, D. Agapov, and A. Chirkin, *Opt. Lett.* **47**(4), 754 (2022).
5. M. Roskopf, T. Mohr, and W. Elsässer, *Phys. Rev. Appl.* **13**(3), 034062 (2020).
6. S. Restuccia, G. M. Gibson, L. Cronin, and M. J. Padgett, *Phys. Rev.* **106**(6), 062601 (2022).
7. S. Magnitskiy, D. Agapov, I. Belovolov, P. Gostev, D. Frolovtssev, and A. Chirkin, *Moscow University Physics Bulletin* **76**(6), 424 (2021).
8. P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Phys. Rev. A* **60**(2), R773 (1999).

9. N. Borshchevskaia, F. Just, K. Katamadze, A. Cavanna, and M. Chekhova, *Laser Phys. Lett.* **16**(8), 085207 (2019).
10. R. Rangarajan, L.E. Vicent, A.B. U'Ren, and P.G. Kwiat, *J. Mod. Opt.* **58**(3–4), 318 (2011).
11. R. Rangarajan, M. Goggin, and P. Kwiat, *Opt. Express* **17**(21), 18920 (2009).
12. J.B. Altepeter, E.R. Jeffrey, and P.G. Kwiat, *Opt. Express* **13**(22), 8951 (2005).
13. G. Akselrod, J. Altepeter, E. Jeffrey, and P.G. Kwiat, *Opt. Express* **15**(8), 5260 (2007).
14. D.N. Frolovtssev and S.A. Magnitskiy, *JETP* **138**(1), (2024) (accepted to be published).
15. A. Migdall, *JOSA B* **14**(5), 1093 (1997).
16. A. Burlakov, M. Chekhova, O. Karabutova, and S. Kulik, *Phys. Rev. A* **64**(4), 041803 (2001).
17. D. Frolovtssev and S. Magnitskiy, *Physics of Wave Phenomena* **25**(3), 180 (2017).
18. R. Rangarajan, A.B. U'Ren, and P.G. Kwiat, *J. Mod. Opt. A* **42**(9), 5594 (1990).
19. B. Huttner, S. Serulnik, and Y. Ben-Aryeh, *Phys. Rev. A* **42**(9), 559 (1990).
20. J. Peřina Jr, A. Lukš, O. Haderka, and M. Scalora, *Phys. Rev. Lett.* **103**(6), 063902 (2009).
21. W.K. Wootters, *Quantum Inf. Comput.* **1**(1), 27 (2001).
22. D.F. James, P.G. Kwiat, W.J. Munro, and A.G. White, *Phys. Rev. A* **64**(5), 052312 (2001).
23. D. Frolovtssev, S. Magnitskii, and A. Demin, *Measurement Techniques* **64**(10), 809 (2022).
24. D. Frolovtssev, S. Magnitskiy, and A. Demin, *Measurement Techniques* **63**, 273 (2020).



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**П И С Ь М А**  
**В**  
**ЖУРНАЛ**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**  
**И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**том 119**

Выпуск 2

25 января 2024

*Журнал издается под руководством  
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора

Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ru>

**Интернет-версия английского издания**  
**<http://www.springerlink.com/content/1090-6487>**

---

© Российская академия наук, 2024

© Редакция журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2024



# Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному процессу $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$

С. Г. Бондаренко<sup>+\*1)</sup>, Е. В. Дыдышко<sup>+\*</sup>, Л. В. Калиновская<sup>+</sup>, Л. А. Румянцев<sup>+</sup>, Р. Р. Садьков<sup>+</sup>,  
В. Л. Ермольчик<sup>+\*</sup>

<sup>+</sup>Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

<sup>\*</sup>Государственный университет “Дубна”, 141980 Дубна, Россия

<sup>×</sup>Институт ядерных проблем, Белорусский государственный университет, 220006 Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 27 ноября 2023 г.

После переработки 5 декабря 2023 г.

Принята к публикации 6 декабря 2023 г.

В данной работе представлены теоретические предсказания сечений процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$ , сделанные с высокой точностью для будущих электрон-позитронных коллайдеров. Расчеты выполнены с использованием системы SANC. Они включают полные однопетлевые электрослабые радиационные поправки, а также продольную поляризацию начального состояния. Численные результаты приведены для энергии в системе центра масс в диапазоне  $\sqrt{s} = 250 - 1000$  ГэВ с различными степенями поляризации в электрослабых схемах  $\alpha(0)$  и  $G_\mu$ . Данная работа является вкладом в исследовательскую программу проекта СЕРС, разрабатываемого в Китае.

DOI: 10.31857/S1234567824020010, EDN: rsndht

**1. Введение.** На будущих  $e^+e^-$  коллайдерах предполагаются чистые условия эксперимента, малое число одновременных столкновений, хорошо определенная энергия в системе центра масс, высокая точность сечений для сигнальных и фоновых процессов, а также понятные фоны для конечных состояний. Все это позволяет искать новую физику путем точного измерения отклонений от Стандартной модели [1, 2]. Однако есть сложности, которые возникают из-за богатства  $e^+e^-$  программы. Крайне важно согласовать теоретическую точность со статистической, принимая во внимание электрослабые (ЭС) радиационные поправки [3].

Для оценки теоретических неопределенностей для будущих  $e^+e^-$  коллайдеров, т.е. FCCee [4, 5], ILC [6–8], CLIC [9], СЕРС [10, 11] следует применять современные инструменты. Важным преимуществом линейных коллайдеров ILC и CLIC является планируемая высокая степень поляризации пучков электронов. Поляризованные пучки могут расширить возможности для исследования фундаментальных свойств частиц [2, 4, 7, 12, 13].

В физических программах для будущих  $e^+e^-$  коллайдеров значительное внимание уделяется процессу  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$ . Все рассматриваемые коллайдеры имеют возможность работать при энергии в диа-

пазоне 240–250 ГэВ, и ожидается, что они накопят около  $10^5 - 10^6$  событий с рождением хиггсовских бозонов.

При этой энергии доминирующим каналом рождения бозона Хиггса является процесс  $e^+e^- \rightarrow HZ$  [14]. Благодаря чистому начальному состоянию  $e^+e^-$  можно идентифицировать события с бозонами Хиггса независимо от режима распада, а наибольший фон в таком случае дают два процесса:  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$  и  $e^+e^- \rightarrow ZZ$ .

Также, используя процесс  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$ , предполагается точно откалибровать энергетические шкалы частиц для измерения констант связи бозона Хиггса [15], и для оценки лево-правой асимметрии при энергии 250 ГэВ в системе центра масс [16, 17].

С помощью радиационного возврата к  $Z$ -бозону в реакции  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$  предлагается точное измерение числа нейтрино [5].

В статье мы оцениваем и анализируем эффекты, связанные с продольной поляризацией начальных пучков процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$ .

Это вторая часть исследования теоретической неопределенности процесса

$$e^+(p_1, \chi_1) + e^-(p_2, \chi_2) \rightarrow \gamma(p_3, \chi_3) + Z(p_4, \chi_4) (+\gamma(p_5, \chi_5)) \quad (1)$$

с полными однопетлевыми ЭС поправками в SANC, где  $p_i, \chi_i$  – импульс и спиральность  $i$ -й частицы.

<sup>1)</sup>e-mail: bondarenko@jinr.ru

В нашей предыдущей работе [18] были вычислены аналитические выражения для компонент однопетлевого сечения, а именно, борновский вклад и вклады излучения виртуальных и реальных фотонов, проверена независимость формфакторов от калибровочных параметров и стабильность результата от вариации параметра разделения мягкого и жесткого фотонного излучения  $\bar{\omega}$ . Мы удерживаем все массы и работаем в полном фазовом объеме. Все вычисления проводились с помощью интегратора MCSANSee [19] и генератора ReneSANSee [20].

Однопетлевые квантовоэлектродинамические (КЭД) и ЭС радиационные поправки к неполяризованному процессу  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$  были рассчитаны ранее в [21–24]. Однако провести прямое сравнение наших результатов и результатов этих работ невозможно из-за неполных данных по входным параметрам.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 описаны общие обозначения. Численные результаты и сравнение представлены в разделе 3. Заключение приведено в разделе 4.

## 2. Дифференциальные сечения реакции.

Для изучения случая продольной поляризации со степенями  $P_{e^+}$  и  $P_{e^-}$  используются спиральные амплитуды и применяется уравнение (1.15) из [12]:

$$\sigma(P_{e^+}, P_{e^-}) = \frac{1}{4} \sum_{\chi_1, \chi_2} (1 + \chi_1 P_{e^+})(1 + \chi_2 P_{e^-}) \sigma_{\chi_1 \chi_2}, \quad (2)$$

где  $\chi_i = -1(+1)$  соответствует частице  $i$  с левой (правой) спиральностью.

Сечение реакции с однопетлевыми (NLO) поправками может быть представлено в виде четырех слагаемых:

$$\sigma^{\text{one-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{virt}}(\lambda) + \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \bar{\omega}) + \sigma^{\text{hard}}(\bar{\omega}),$$

где  $\sigma^{\text{Born}}$  – сечение в борновском (лидирующем) приближении,  $\sigma^{\text{virt}}$  – вклад виртуальных (петлевых) поправок,  $\sigma^{\text{soft,hard}}$  – вклад мягкого (жесткого) излучения фотонов (энергия жестких фотонов  $E_\gamma > \bar{\omega}$ ). Зависимость от вспомогательных параметров  $\lambda$  (“масса фотона”) и  $\bar{\omega}$  исчезает после суммирования.

## 3. Численные результаты и сравнения.

Мы оцениваем теоретическую неопределенность в ЭС схемах  $\alpha(0)$  и  $G_\mu$ . Численные результаты для однопетлевых ЭС радиационных поправок включают в себя интегральные сечения, соответствующие угловые и энергетические распределения, а также эффекты продольной поляризации для следующих поляриационных состояний позитронного ( $P_{e^+}$ ) и электронного ( $P_{e^-}$ ) пучков:

$$(P_{e^+}, P_{e^-}) = (0, 0), (-1, +1), (+1, -1),$$

$$(0.3, -0.8), (-0.3, 0.8), (0, -0.8), (0, 0.8)$$

и следующего набора энергии в системе центра масс:

$$\sqrt{s} = 250, 500, 1000 \text{ ГэВ}. \quad (3)$$

В расчетах используется набор входных параметров, который представлен ниже:

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= 1/137.03599976, & G_\mu &= 1.16637 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}, \\ M_Z &= 91.1876 \text{ ГэВ}, & \Gamma_Z &= 2.49977 \text{ ГэВ}, \\ M_W &= 80.451495 \text{ ГэВ} & M_H &= 125.0 \text{ ГэВ}, \\ m_e &= 0.5109990 \text{ МэВ}, & m_\mu &= 0.105658 \text{ ГэВ}, \\ m_\tau &= 1.77705 \text{ ГэВ}, \\ m_u &= 0.062 \text{ ГэВ}, & m_d &= 0.083 \text{ ГэВ}, \\ m_c &= 1.5 \text{ ГэВ}, & m_s &= 0.215 \text{ ГэВ}, \\ m_t &= 173.8 \text{ ГэВ}, & m_b &= 4.7 \text{ ГэВ}. \end{aligned}$$

Кроме того, наложены следующие кинематические ограничения:

- для вкладов с одним фотоном в конечном состоянии (борновского, виртуального и мягкого тормозного излучения) необходимо, чтобы косинус угла фотона в системе центра масс  $\cos \vartheta_\gamma \in [-0.9, 0.9]$ ;
- для жесткого тормозного излучения для обоих фотонов необходимо, чтобы их энергия была больше, чем  $\bar{\omega}$ ;
- для жесткого тормозного излучения необходимо, чтобы косинус угла вылета  $Z$ -бозона  $\cos \vartheta_Z$ , а также одного из конечных фотонов  $\cos \vartheta_{\gamma_1}$ ,  $\cos \vartheta_{\gamma_2}$  принадлежал интервалу  $[-0.9, 0.9]$ .

Эти условия совпадают с теми, которые были рассмотрены в [18].

*3.1. Тройное сравнение результатов на древесном уровне: сечение в борновском приближении и жесткого фотонного излучения.* Мы сравниваем сечения в борновском приближении и жесткого фотонного излучения для полностью поляризованных пучков с результатами, полученными с помощью программ CalcHEP [25] и WHIZARD [26, 27]. Результаты даны в ЭС схеме  $\alpha(0)$  с энергиями фотонов  $E_\gamma > \bar{\omega}$ ,  $\bar{\omega} = 10^{-4} \sqrt{s}/2$  и фиксированной 100% поляризацией начальных пучков в полном фазовом объеме.

Согласие для борновского сечения оказалось превосходным, и мы опускаем соответствующую таблицу. Таблица 1 показывает очень хорошее согласие для вкладов в сечение жесткого тормозного излучения между результатами для кодов SANC (первая

**Таблица 1.** Тройное сравнение результатов расчетов кодов SANC (первая линия), CalcHEP (вторая линия) и WHIZARD (третья линия) для вкладов жесткого тормозного излучения в поляризованное  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z(\gamma)$  рассеяние для различных степеней поляризации и энергий

$P_{e^+}, P_{e^-}$	-1, -1	-1, +1	+1, -1	+1, +1
$\sigma_{e^+e^-}^{\text{hard}}$ , пб, $\sqrt{s} = 250$ ГэВ				
$S$	2.51(1)	69.74(1)	110.09(1)	2.53(1)
$C$	2.53(1)	69.75(1)	110.09(1)	2.53(1)
$W$	2.53(1)	69.75(1)	110.07(2)	2.53(1)
$\sigma_{e^+e^-}^{\text{hard}}$ , пб, $\sqrt{s} = 500$ ГэВ				
$S$	0.74(1)	17.04(1)	26.89(1)	0.75(1)
$C$	0.76(1)	17.03(1)	26.88(1)	0.76(1)
$W$	0.76(1)	17.05(1)	26.90(1)	0.76(1)
$\sigma_{e^+e^-}^{\text{hard}}$ , пб, $\sqrt{s} = 1000$ ГэВ				
$S$	0.202(1)	4.604(1)	7.266(1)	0.206(1)
$C$	0.206(1)	4.603(1)	7.267(1)	0.206(1)
$W$	0.206(1)	4.603(1)	7.265(1)	0.206(1)

строка), CalcHEP (вторая строка) и WHIZARD (третья строка).

### 3.2. Интегральные поляризованные сечения

**3.2.1. Энергетическая зависимость.** Результаты для неполяризованных/поляризованных сечений в борновском и однопетлевом приближении и соответствующих относительных поправок в  $\alpha(0)$  схеме представлены в табл. 2. Относительные поправки  $\delta^i$  вычисляются как отношения соответствующих вкладов радиационных поправок в сечение к вкладам в борновском приближении. Мы показываем только компоненты  $\sigma_{-+}$  и  $\sigma_{+-}$ , поскольку они дают основной вклад в сечение даже в случае частично поляризованного начального состояния.

Из таблицы 2 видно, что относительные радиационные КЭД поправки равны +7.5% и почти постоянны для энергий (3), в то время как слабые поправки сильно зависят от энергии и степени поляризации исходного пучка: они положительны для положительной поляризации электронов и отрицательны для отрицательной поляризации электронов. Полные ЭС однопетлевые поправки также сильно зависят от энергии и степени поляризации.

**3.2.2. Схемная зависимость.** Для оценки теоретической неопределенности мы провели расчеты в двух ЭС схемах:  $\alpha(0)$  и  $G_\mu$ . Интегральные сечения для слабых поправок в этих схемах и их относительная разность

$$\delta_{G_\mu/\alpha(0)} = \frac{\sigma_{G_\mu}}{\sigma_{\alpha(0)}} - 1, \% \quad (4)$$

показаны в табл. 3.

Как хорошо известно, разница между двумя схе-

мами в борновском приближении определяется простым отношением ЭС констант и равна  $\delta_{G_\mu/\alpha(0)}^{\text{LO}} = 6.5\%$ . Как видно из табл. 3, вклад слабых поправок уменьшает разницу примерно до 0.55% при энергии 250 ГэВ, 0.32% при 500 ГэВ и 0.11% при 1000 ГэВ. Эти отношения (4) показывают стабилизацию результатов и могут рассматриваться как оценка теоретической неопределенности слабых вкладов, т.е. неучтенных дополнительных поправок двух и более петель.

### 3.3. Дифференциальные распределения.

#### 3.3.1. Угловая зависимость.

На рисунках 1–3 показана угловая зависимость неполяризованных сечений для вкладов в борновском и однопетлевом приближениях в схеме  $\alpha(0)$  (верхняя панель), а также КЭД и слабых относительных поправок (нижняя панель).

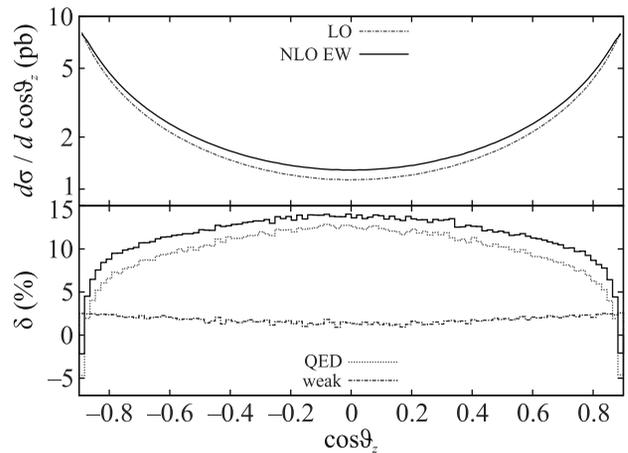


Рис. 1. (Цветной онлайн) Сечения в борновском и однопетлевом (по частям) приближениях, а также относительные поправки при энергии  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ для неполяризованных начальных пучков

Символ  $\vartheta_Z$  обозначает угол между начальным позитроном  $e^+(p_1)$  и  $Z$ -бозоном. Эта кривая симметрична относительно нуля  $\cos \vartheta_Z$ . Для всех энергий в системе центра масс минимум сечений в борновском и однопетлевом приближениях находится в нуле, а максимум находится на краях распределения.

При  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ относительные КЭД поправки доминируют над слабыми поправками. Но с ростом энергии ситуация меняется. Видно, что при  $\sqrt{s} = 500$  и 1000 ГэВ обе поправки велики, и происходит сильная компенсация.

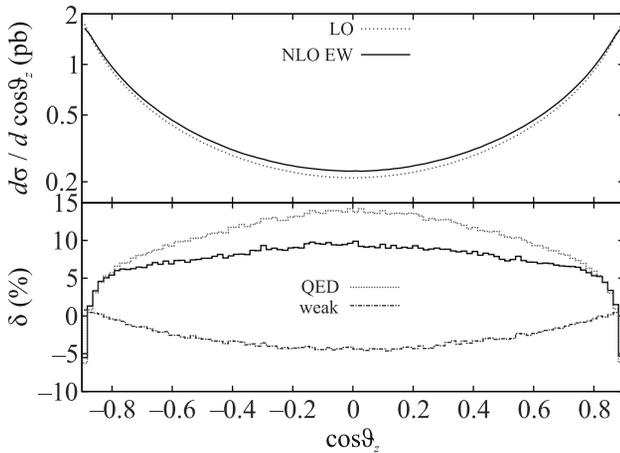
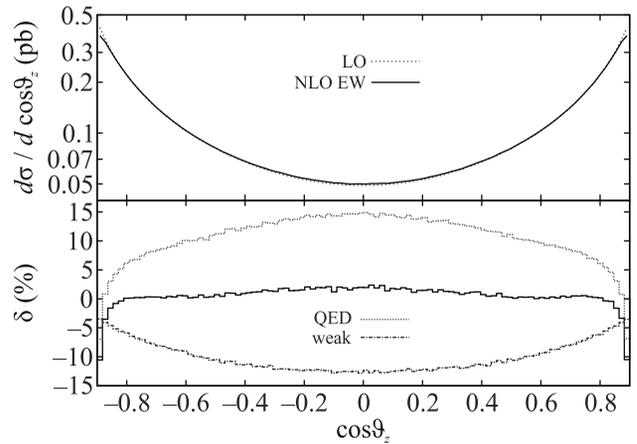
На рисунках 4–6 показаны сечения в борновском (пунктирная линия) и однопетлевом (сплошная линия) (верхняя панель) приближениях, а также относительные поправки (нижняя панель). Крас-

**Таблица 2.** Сечения в борновском приближении и однопетлевые сечения  $\sigma$  в пб и соответствующие относительные поправки  $\delta$  в процентах при различных степенях поляризации начальных пучков в ЭС схеме  $\alpha(0)$ 

$P_{e+}, P_{e-}$	0, 0	-1, +1	+1, -1	0.3, -0.8	-0.3, 0.8	0, -0.8	0, 0.8
$\sqrt{s} = 250$ ГэВ							
$\sigma^{\text{Born}}$ , пб	4.094(1)	6.353(1)	10.025(1)	6.087(1)	4.067(1)	4.829(1)	3.360(1)
$\sigma^{\text{NLO}}$ , пб	4.489(1)	7.572(1)	10.364(1)	6.332(1)	4.796(1)	5.048(1)	3.931(1)
$\delta^{\text{NLO}}$ , %	9.63(1)	19.19(1)	3.38(1)	4.03(1)	17.92(1)	4.53(1)	16.98(1)
$\delta^{\text{QED}}$ , %	7.63(1)	7.52(1)	7.50(1)	7.57(1)	7.60(1)	7.61(1)	7.65(1)
$\delta^{\text{weak}}$ , %	2.01(1)	11.68(1)	-4.12(1)	-3.55(1)	10.31(1)	-3.08(1)	9.32(1)
$\sqrt{s} = 500$ ГэВ							
$\sigma^{\text{Born}}$ , пб	0.8335(1)	1.2932(1)	2.0407(1)	1.2391(1)	0.82795(1)	0.98299(1)	0.68398(1)
$\sigma^{\text{NLO}}$ , пб	0.8801(1)	1.5362(1)	1.9811(1)	1.2137(1)	0.9692(1)	0.9696(1)	0.7917(1)
$\delta^{\text{NLO}}$ , %	5.65(1)	18.79(1)	-2.92(1)	-2.05(1)	17.06(1)	-1.37(1)	15.75(1)
$\delta^{\text{QED}}$ , %	7.35(1)	7.21(1)	7.20(1)	7.26(1)	7.33(1)	7.33(1)	7.40(1)
$\delta^{\text{weak}}$ , %	-1.69(1)	11.60(1)	-10.12(1)	-9.33(1)	9.72(1)	-8.69(1)	8.36(1)
$\sqrt{s} = 1000$ ГэВ							
$\sigma^{\text{Born}}$ , пб	0.19860(1)	0.30813(1)	0.48625(1)	0.29524(1)	0.19728(1)	0.23422(1)	0.16297(1)
$\sigma^{\text{NLO}}$ , пб	0.19747(3)	0.3663(1)	0.4222(1)	0.260154(4)	0.22927(2)	0.20861(2)	0.18625(2)
$\delta^{\text{NLO}}$ , %	-0.57(2)	18.85(1)	-13.17(1)	-11.88(1)	16.22(1)	-10.93(1)	14.28(1)
$\delta^{\text{QED}}$ , %	7.56(1)	7.38(1)	7.39(1)	7.51(1)	7.52(1)	7.55(1)	7.58(1)
$\delta^{\text{weak}}$ , %	-8.13(1)	11.47(1)	-20.55(1)	-19.38(1)	8.71(1)	-18.45(1)	6.70(1)

**Таблица 3.** Интегральные вклады в борновском приближении и с учетом слабых поправок в сечение в двух ЭС схемах  $\alpha(0)$  и  $G_\mu$ , при энергиях (3)

$\sqrt{s}$ , ГэВ	250	500	1000
$\sigma_{\alpha(0)}^{\text{Born}}$ , пб	4.09449(1)	0.83348(1)	0.19860(1)
$\sigma_{G_\mu}^{\text{Born}}$ , пб	4.36105(1)	0.88774(1)	0.21152(1)
$\delta_{G_\mu/\alpha(0)}^{\text{Born}}$ , %	6.51(1)	6.51(1)	6.50(1)
$\sigma_{\alpha(0)}^{\text{weak}}$ , пб	4.17661(1)	0.81936(1)	0.18245(1)
$\sigma_{G_\mu}^{\text{weak}}$ , пб	4.19941(1)	0.82199(1)	0.18225(1)
$\delta_{G_\mu/\alpha(0)}^{\text{weak}}$ , %	0.55(1)	0.32(1)	0.11(1)

**Рис. 2.** (Цветной онлайн) То же самое, что и на рис. 1, но для энергии  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ**Рис. 3.** (Цветной онлайн) То же самое, что и на рис. 1, но для энергии  $\sqrt{s} = 1000$  ГэВ

ные линии соответствуют (сплошные/пунктирные линии) частично поляризованным начальным пучкам с  $(P_{e+}, P_{e-}) = (\pm 0.3, \mp 0.8)$ . Радиационные поправки существенно уменьшают сечения при энергии  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ во всем диапазоне углов рассеяния. Сильная зависимость от поляризации исходных пучков заметна и при анализе с частичными поляризациями, запланированными в эксперименте ИЛС, а именно, для  $(P_{e+}, P_{e-}) = (+0.3, -0.8)$  относительные поправки составляют от  $-10$  до  $+5$  %, в то время как для  $(-0.3, +0.8)$  они составляют от  $5$  до  $23$  %.

При энергии  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ зависимость от поляризации также сильная, а поправка  $\delta$  составляет от

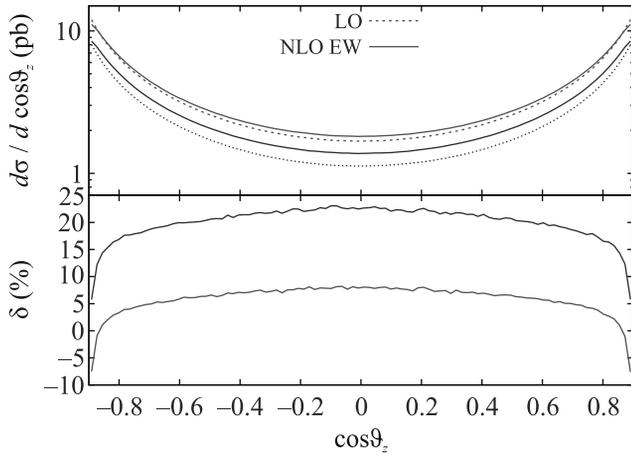


Рис. 4. (Цветной онлайн) Сечения в борновском и однопетлевом (по частям) приближениях, а также относительные поправки при энергии  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ с поляризованными начальными пучками

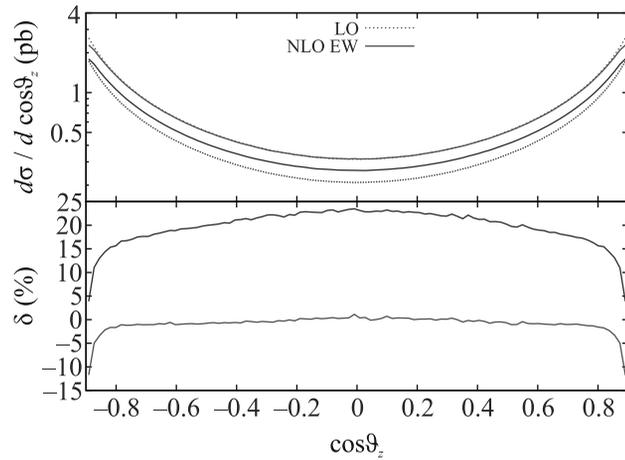


Рис. 5. (Цветной онлайн) То же самое, что и на рис. 4, но для энергии  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ

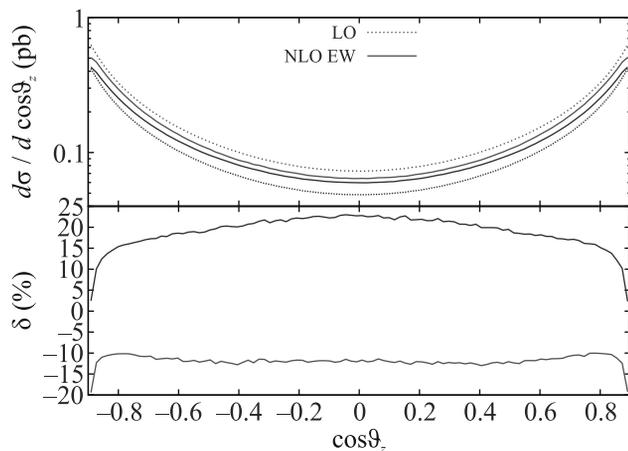


Рис. 6. (Цветной онлайн) То же самое, что и на рис. 4, но для энергии  $\sqrt{s} = 1000$  ГэВ

–10 до 0%. При энергии  $\sqrt{s} = 1000$  ГэВ поправка  $\delta$  изменяется от –20 до –10% для  $(+0.3, -0.8)$ .

Для  $(P_{e^+}, P_{e^-}) = (-0.3, +0.8)$  радиационные поправки варьируются от 5 до 23% и слабо зависят от энергии.

Следует отметить, что нефизические провалы в первом и последнем каналах гистограммы относительных поправок обусловлены угловыми ограничениями и могут быть устранены применением более широких ограничений.

**3.3.2. Энергетическая зависимость.** На рисунке 7 показаны сечения в борновском и однопетлевом приближениях для неполяризованных начальных пучков в зависимости от энергии. В нижней части рис. 7 показаны вклады относительных однопетлевых поправок. Полный однопетлевой вклад представлен в виде суммы двух калибровочно-инвариантных подмножеств – КЭД и слабых диаграмм.

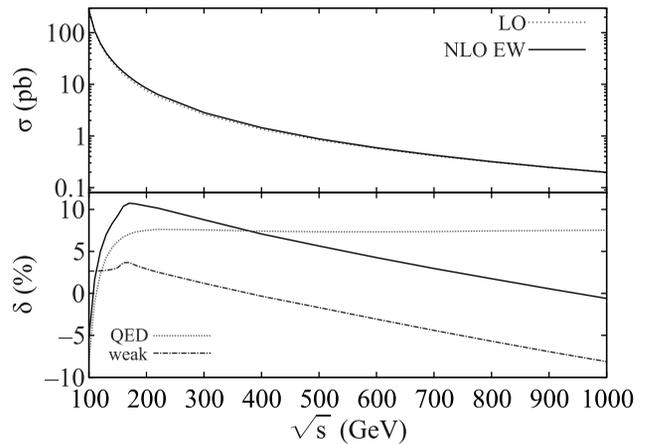


Рис. 7. (Цветной онлайн) Сечения в борновском и однопетлевом приближениях для неполяризованных начальных пучков и относительные поправки (по частям) как функция энергии в системе центра масс

В диапазоне энергий от 100 до 200 ГэВ КЭД поправки резко возрастают от отрицательных (около –10%) до положительных (около 6%) значений и затем практически постоянны, в то время как слабые поправки имеют пик, соответствующий подпороговому рождению двух  $W$ -бозонов в боксе и затем начинают уменьшаться.

**3.4. Лево-правая асимметрия.** Лево-правая асимметрия показывает порядок нарушения четности и, согласно определению (5), не зависит от степеней поляризации исходного пучка:

$$A_{LR} = \frac{\sigma_{LR} - \sigma_{RL}}{\sigma_{LR} + \sigma_{RL}}, \quad (5)$$

где  $\sigma_{LR}$  и  $\sigma_{RL}$  – сечения для полностью поляризованных электрон-позитронных  $e_L^- e_R^+$  и  $e_R^- e_L^+$  начальных состояний, соответственно. Рисунок 8 показывает распределение  $A_{LR}$  по  $\cos\vartheta_Z$  в борновском и однопетлевой приближении в ЭС схеме  $\alpha(0)$ . Соответствующий сдвиг асимметрии

$$\Delta A_{LR} = A_{LR}(\text{NLO EW}) - A_{LR}(\text{LO})$$

показан на нижней панели.

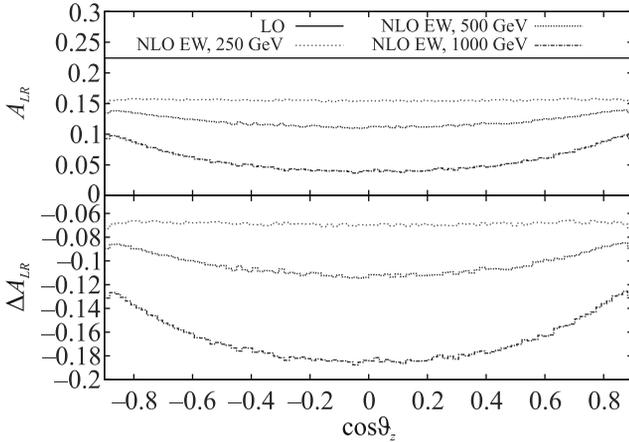


Рис. 8. (Цветной онлайн) Распределение лево-правой асимметрии  $A_{LR}$  по  $\cos\vartheta_Z$  в борновском и однопетлевом приближении при энергиях  $\sqrt{s} = 250, 500, 1000$  ГэВ в схеме  $\alpha(0)$

В борновском приближении  $A_{LR}$  – константа:

$$A_{LR}^{\text{Born}} = \frac{(1 - 2 \sin^2 \theta_W)^2 - 4 \sin^4 \theta_W}{(1 - 2 \sin^2 \theta_W)^2 + 4 \sin^4 \theta_W} \approx 0.2243. \quad (6)$$

Здесь синус угла Вайнберга равен  $\sin^2 \theta_W = 1 - M_W^2/M_Z^2$ .

Асимметрия при энергии  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ имеет довольно плоское поведение, в то время как при 500 и 1000 ГэВ наблюдается некоторое увеличение при значении  $\cos\vartheta_Z = 0.9$  (значение углового ограничения) по сравнению со случаем при  $\cos\vartheta_Z = 0$ .

**4. Заключение.** В данной работе мы провели оценку поляризационных эффектов процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$  на уровне однопетлевого приближения при высоких энергиях для будущих  $e^+e^-$  коллайдеров.

Рассчитанные поляризованные древесные сечения для вкладов борновского и жесткого фотонного излучения сравнивались с результатами CalcHEP и WHIZARD, и получено очень хорошее согласие.

Влияние поляризации начальных пучков тщательно проанализировано как для интегрированных

сечений, так и для угловых и энергетических распределений на уровне ЭС однопетлевых вкладов. Показано, что сечения сильно зависят от степени поляризации исходных пучков. Величины радиационных поправок также чувствительны к степени поляризации исходных пучков и сильно зависят от энергии. Кроме того, были рассмотрены расчеты в схемах  $\alpha(0)$  и  $G_\mu$ . Комбинируя различные экспериментальные критерии, степени поляризации пучков и ЭС схемы расчетов, радиационные поправки могут быть минимизированы.

Для  $A_{LR}$  найдено симметричное поведение относительно  $\cos\vartheta_Z = 0$ , четкая сигнатура, значительная зависимость от энергии, более плоское поведение с уменьшением энергии и большая чувствительность к эффектам электрослабого взаимодействия.

Мы благодарны профессору А. А. Арбузову за помощь в подготовке рукописи.

**Финансирование работы.** Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект # 20-02-00441 (покупка вычислительного кластера) и Российского научного фонда, проект #22-12-00021.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. Blondel and P. Janot, 1809.10041.
2. A. Blondel, A. Freitas, J. Gluza, T. Riemann, S. Heinemeyer, S. Jadach, and P. Janot, 1901.02648.
3. L. The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, OPAL, and the LEP TGC Working Group, A Combination of Preliminary Results on Gauge Boson Couplings Measured by the LEP experiments (2003); <https://inspirehep.net/files/5ae3c6767cd8bc47b07a5ed503a6f43c>.
4. A. Blondel J. Gluza, S. Jadach et al. (Collaboration), *Standard Model Theory for the FCC-ee: The Tera-Z, in Mini Workshop on Precision EW and QCD Calculations for the FCC Studies : Methods and Techniques CERN, Geneva, Switzerland, January 12-13, 2018* (2018); 1809.01830.
5. A. Abada, M. Abbrescia, S.S. AbdusSalam et al. (FCC Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **79**(6), 74 (2019).
6. ILC Collaboration, 1306.6352.
7. K. Fujii, Ch. Grojean, M.E. Peskin et al. (Collaboration), 1506.05992.
8. H. Aihara, J. Bagger, Ph. Bambade et al. (ILC Collaboration), 1901.09829.
9. H. Abramowicz, N. Alipour Tehrani, D. Arominski et al. (CLICdp Collaboration), *JHEP* **11**, 003 (2019); 1807.02441.
10. The CEPC Study Group Collaboration, 1811.10545.

11. Z. Duan, T. Chen, J. Gao, D. Ji, X. Li, D. Wang, J. Wang, Y. Wang, and W. Xia, *JACoW eeФАКТ2022*, 97 (2023).
12. G. Moortgat-Pick, T. Abe, G. Alexander et al. (Collaboration), *Phys. Rept.* **460**, 131 (2008); [hep-ph/0507011](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0507011).
13. P. Bambade, T. Barklow, T. Behnke et al. (Collaboration), 1903.01629.
14. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, A. Kampf, L. Rumyantsev, R. Sadykov, and V. Yermolchik, *Phys. Rev. D* **107**(7), 073003 (2023); 2211.11467.
15. T. Mizuno, K. Fujii, and J. Tian, *AIP Conf. Proc.* **2319**(1), 100004 (2021).
16. H. Aihara, T. Barklow, U. Baur, J. Busenitz, S. Errede, T. A. Fuess, T. Han, D. London, J. Ohnemus, R. Szalapski, C. Wendt, and D. Zeppenfeld, *Anomalous gauge boson interactions*, in *Electroweak symmetry breaking and new physics at the TeV scale*, ed. by T.L. Barklow, S. Dawson, H.E. Haber, and J.L. Siegrist (1995), p. 3; [hep-ph/9503425](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9503425).
17. T. Mizuno, K. Fujii, and J. Tian, *Measurement of  $A_{LR}$  using radiative return at ILC 250*, in *Snowmass 2021*, 3 (2022); 2203.07944.
18. D. Bardin, S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, G. Nanava, L. Rumyantsev, and W. von Schlippe, *Eur. Phys. J. C* **54**, 187 (2008); Erratum: *Eur. Phys. J. C* **82**, 417 (2022); 0710.3083.
19. A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, U. Klein, V. Kolesnikov, L. Rumyantsev, R. Sadykov, and A. Saponov, *JETP Lett.* **103**(2), 131 (2016); <http://www.arXiv.org/abs/hep-ph/1509.03052>.
20. R. Sadykov and V. Yermolchik, *Comput. Phys. Commun.* **256**, 107445 (2020); 2001.10755.
21. M. Capdequi Peyranere, Y. Loubatieres, and M. Talon, *Nuovo Cim. A* **90**, 363 (1985).
22. F. A. Berends, G. J. H. Burgers, and W. L. van Neerven, *Phys. Lett. B* **177**, 191 (1986).
23. M. Bohm and T. Sack, *Z. Phys. C* **35**, 119 (1987).
24. G. J. Gounaris, J. Layssac, and F. M. Renard, *Phys. Rev. D* **67**, 013012 (2003); [hep-ph/0211327](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0211327).
25. A. Belyaev, N. D. Christensen, and A. Pukhov, *Comput. Phys. Commun.* **184**, 1729 (2013); 1207.6082.
26. W. Kilian, T. Ohl, and J. Reuter, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1742 (2011); 0708.4233.
27. W. Kilian, S. Brass, T. Ohl, J. Reuter, V. Rothe, P. Stienemeier, and M. Utsch, *New Developments in WHIZARD Version 2.6*, in *International Workshop on Future Linear Collider (LCWS2017) Strasbourg, France, October 23-27, 2017* (2018); 1801.08034.

## Полностью оптическая сканирующая спектроскопия антипересечения электронных и ядерных спиновых уровней в кристалле 4H-SiC

К. В. Лихачев<sup>1)</sup>, И. П. Вейшторг<sup>+</sup>, М. В. Учаев<sup>+</sup>, А. В. Батуева<sup>+</sup>, В. В. Яковлева<sup>+</sup>, А. С. Гурин<sup>+</sup>,  
Р. А. Бабунц<sup>+</sup>, П. Г. Баранов<sup>+</sup>

<sup>+</sup> Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

<sup>\*</sup> Физико-технический мегафакультет, Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 20 ноября 2023 г.

После переработки 27 ноября 2023 г.

Принята к публикации 28 ноября 2023 г.

Полностью оптическими методами зарегистрированы при комнатной температуре переходы в системе взаимодействующих электронных и ядерных спинов в центрах окраски с  $S = 3/2$  в кристалле 4H-SiC с природным изотопным составом. Гигантские изменения фотолюминесценции в объеме  $\sim 1 \text{ мкм}^3$ , при непрерывном и импульсном лазерном возбуждении, происходят в области антипересечения электронных и ядерных спиновых уровней. Обнаружено оптическое проявление переворота ядерного спина изотопа  $^{29}\text{Si}$  при сохранении проекции спина электрона. Все точки антипересечения спиновых подуровней, связанных сверхтонкими взаимодействиями, идентифицированы, что открывает возможности для наблюдения подобных эффектов в семействе квартетных спиновых центров в других политипах SiC.

DOI: 10.31857/S1234567824020022, EDN: rtvzky

В широкозонном полупроводнике карбиде кремния (SiC) имеется семейство квартетных спиновых центров окраски (спин  $S = 3/2$ ), в которых осуществляется уникальный механизм оптически индуцированного выстраивания (поляризации) населенностей спиновых уровней при комнатной температуре и выше – вплоть до  $300^\circ\text{C}$ . Основным политипом для применений в квантовых технологиях является 4H-SiC, в котором реализуются спиновые центры с  $S = 3/2$  с упомянутыми свойствами [1–4].

Оптически индуцированное выстраивание спинов позволяет осуществлять оптическое детектирование магнитного резонанса (ОДМР) и оптическую регистрацию сигналов антипересечения спиновых уровней (*level anticrossing* – LAC) по интенсивности фотолюминесценции (ФЛ), причем в последнем случае не требуется наличие микроволновой мощности [5, 6]. Техника оптического детектирования спиновых переходов приводит к гигантскому увеличению чувствительности, вплоть до возможности регистрировать одиночные спины при комнатной температуре [7, 8]. Спектроскопия LAC спиновых центров с  $S = 3/2$  в SiC является перспективным инструментом для создания сенсоров магнитного поля и температуры с возможностью пространственного разрешения

в субмикронном диапазоне, а также для сенсоров магнитного поля, работающих в условиях высоких температур и радиации, включая космическое пространство [9]. Когда два энергетических уровня спиновой системы пересекаются в зависимости от магнитного поля, физические свойства квантовой системы изменяются в области пересечения, при этом антипересечение уровней реализуется, если два состояния, которые в первом приближении должны пересекаться, связаны дополнительным возмущением. В области LAC оптические свойства системы изменяются, так как из-за взаимодействия между спинами происходят так называемые переходы flip-flop, при которых два или больше спинов одновременно осуществляют переходы с сохранением общей энергии, пытаясь привести систему населенностей уровней к равновесию. В результате LAC приводят к появлению ярко выраженных особенностей в магнитолевой зависимости интенсивности ФЛ спиновых центров. LAC можно рассматривать как ОДМР с нулевой частотой. Имеется мнение, что все пересечения уровней, на самом деле, являются антипересечениями, поскольку все состояния взаимно связаны в некотором порядке теории возмущений [10].

В данной работе представлены результаты исследования центров окраски со спином  $3/2$  в гексагональном политипе 4H-SiC. Центры со спином  $S = 3/2$

<sup>1)</sup>e-mail: kirill28.1998@gmail.com

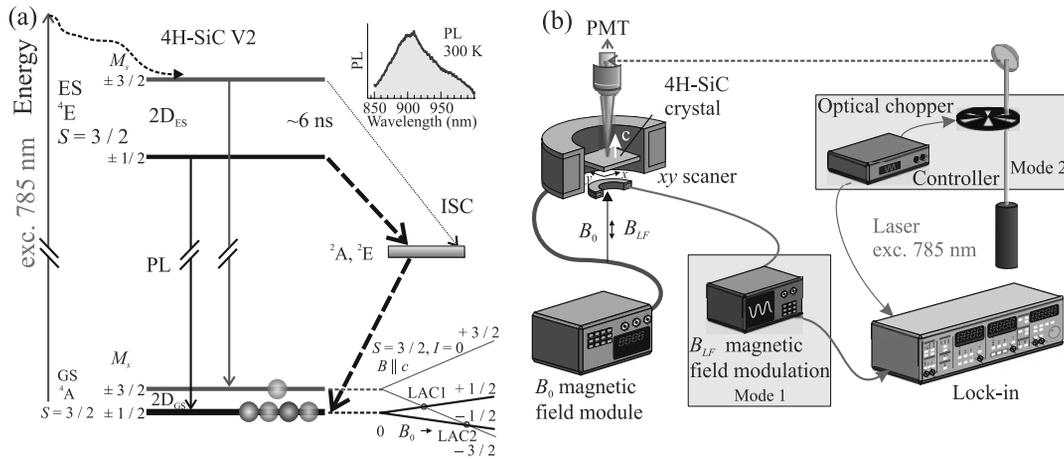


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схема энергетических уровней спинового центра V2 в 4H-SiC, имеющего  $S = 3/2$  как в основном состоянии (*ground state* – GS), так и в возбужденном состоянии (*excited state* – ES). Показан цикл оптически индуцированного выстраивания населенностей спиновых уровней в основном состоянии: возбуждение с сохранением спина, излучение с сохранением спина, безызлучательная рекомбинация через промежуточное метастабильное состояние (ISC) без сохранения спина. В результате заселяются нижние уровни с  $S = \pm 1/2$ , а уровни  $S = \pm 3/2$  опустошаются. (b) – Фрагменты блок-схемы установки по регистрации антипересечения уровней при сканировании магнитного поля  $B_0$  в двух опциях: опция 1 (mode 1), в которой модулируется магнитное поле с малой амплитудой на низкой частоте; опция 2 (mode 2), в которой модулируется интенсивность возбуждающего лазерного излучения на низкой частоте. Для обеих опций сигнал регистрируется на низкой частоте с помощью синхронного детектора (lock-in)

были введены в монокристалл 4H-SiC с низкой концентрацией азота путем облучения кристалла электронами с энергией 2 МэВ и потоком  $\sim 10^{18} \text{ см}^{-2}$ . Принято обозначать центры окраски со спином  $S = 3/2$  по соответствующим нуль-фононным линиям ФЛ (*zero-phonon lines* – ZPLs), в наших экспериментах исследуются V2 центры в 4H-SiC.

На рисунке 1a представлена схема энергетических уровней спинового центра V2 в 4H-SiC, имеющего  $S = 3/2$  как в основном состоянии (*ground state* – GS), так и в возбужденном состоянии (*excited state* – ES). Для расчета энергетических уровней и соответствующих волновых функций использовались два пакета программ: VISUAL EPR [11] и EasySpin [12], все результаты расчетов с использованием обеих программ совпадают. Нерезонансные переходы из основного состояния в возбужденное состояние происходят при возбуждении инфракрасным (ИК) лазером в зону фононных повторений с последующей релаксацией на нижние уровни возбужденного состояния  ${}^4E$ . Обратные переходы из возбужденного состояния  ${}^4E$  в основное  ${}^4A$  возможны двумя путями: (i) излучательный переход с сохранением спина в виде фосфоресценции, которая показана на вставке к рис. 1a, время жизни в возбужденном состоянии  $\sim 6 \text{ нс}$ ; (ii) безызлучательный переход без сохранения спина из возбужденного состояния  ${}^4E$  в промежуточное метастабильное состояние, так называемое,

между-системное пересечение (*intersystem crossing* – ISC), с последующим переходом из метастабильного состояния в основное состояние  ${}^4A$ . При этом, благодаря спин-селективному характеру переходов, после нескольких циклов оптического возбуждения (обычно в пределах субмикросекундного временного диапазона) населенности спинового центра выстраиваются. Так, для V2 в 4H-SiC заселяются нижние уровни с  $S = \pm 1/2$ , а уровни  $S = \pm 3/2$  опустошаются [8]. До оптического возбуждения населенности спиновых уровней при комнатной температуре подчинялись Больцмановскому распределению и были практически одинаковыми, поскольку расщепление тонкой структуры между уровнями  $S = \pm 1/2$  и  $S = \pm 3/2$ , равное  $\Delta = 70 \text{ МГц}$ , чрезвычайно мало.

Для выстраивания спиновых центров и возбуждения ФЛ (спектр ФЛ представлен на вставке к рис. 1a) применялся лазер с длиной волны 785 нм, мощностью 150 мВт, диаметр пятна в сканирующем конфокальном микроскопе  $\sim 1 \text{ мкм}$ . Сигнал ЛАС в разворачиваемом магнитном поле регистрировался с использованием двух опций (mode). Фрагменты блок-схемы установки по регистрации антипересечения уровней при изменении магнитного поля  $B_0$  в двух опциях показаны на рис. 1b. Опция 1 (mode 1), в которой модулируется магнитное поле с малой амплитудой на низкой частоте при постоянном оптическом возбуждении, частота модуляции 162 Гц, амплитуда моду-

ляции 0.1 Гс, направление модуляционного поля совпадает с направлением  $B_0$ , сигнал ЛАС регистрируется в виде производной. Опция 2 (mode 2), в которой модулируется интенсивность возбуждающего лазерного излучения на низкой частоте (light-on, light-off) при наличии только изменяющегося магнитного поля  $B_0$ , частота модуляции 156 Гц, сигнал ЛАС регистрируется в виде кривой поглощения. В опции 2 при импульсном оптическом возбуждении происходит динамический процесс, при котором происходит выстраивание населенностей спиновых уровней и разрушение выстраивания в области ЛАС за короткое время оптического импульса (в наших экспериментах в субмиллисекундном диапазоне). Эту методику предполагается в дальнейшем использовать для исследования переходных спиновых процессов в различных точках ЛАС, более того, регистрируются также сигналы ЛАС для возбужденных состояний с  $S = 3/2$ . Для обеих опций сигнал регистрируется на низкой частоте с помощью синхронного детектора (lock-in) по изменению интенсивности ФЛ.

Исследуемые спиновые центры окраски обладают аксиальной симметрией вдоль оси  $c$  кристалла, в состав этих центров входит отрицательно заряженная вакансия кремния со спином  $S = 3/2$ . Аксиальная симметрия центра определяется наличием возбуждения в виде собственного дефекта вдоль оси  $c$  [13], этим собственным дефектом, по нашему мнению, является нейтральная вакансия углерода, не связанная ковалентно с упомянутой вакансией кремния. Эксперименты сделаны на радиоспектроскопическом комплексе, созданном в ФТИ им. А. Ф. Иоффе, в виде спектрометра ОДМР, выполненного на базе сканирующего конфокального оптического микроскопа фирмы НТ МДТ. Образец в виде пластины кристалла 4Н-SiC со спиновыми центрами  $S = 3/2$ , гексагональная ось  $c$  которого ориентирована перпендикулярно плоскости кристалла, помещается в конфокальный микроскоп. Аксиальная ось спиновых центров ориентирована вдоль оси  $c$  кристалла. Сканирующее магнитное поле  $B_0$  и модуляционное магнитное поле (для опции 1) ориентированы параллельно оси спинового центра.

Спектр электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) спиновых центров с  $S = 3/2$  описывается спиновым гамилтонианом:

$$H = g\mu_B \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} + D[\mathbf{S}_z^2 - 1/3S(S+1)] + A\mathbf{I} \cdot \mathbf{S}, \quad (1)$$

где  $B$  – магнитное поле,  $g$  – изотропный  $g$ -фактор, равный 2.00,  $\mu_B$  – магнетон Бора,  $D$  – параметр тонкой структуры при аксиальном кристаллическом поле,  $A$  – изотропное сверхтонкое взаимодействие с од-

ним ядром изотопа  $^{29}\text{Si}$  ( $I = 1/2$ ), расположенным во второй координационной сфере вакансии кремния, входящей в структуру центра. Расщепления тонкой структуры для V2-центров в 4Н-SiC  $\Delta v = 2D = = 23.4 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1} = 70 \text{ МГц}$ . В соответствии с предложенной моделью спиновых центров с  $S = 3/2$  основную роль играет вакансия кремния, в ближайшем окружении которой находятся четыре атома углерода, анизотропную сверхтонкую структуру с одним ядром  $^{13}\text{C}$  нам ранее удалось оптически наблюдать в десятикратно обогащенном изотопом  $^{13}\text{C}$  кристалле 6Н-SiC [14]. Сверхтонкая структура для взаимодействия с  $^{29}\text{Si}$  во второй координационной сфере относительно вакансии кремния (двенадцать атомов  $\text{Si}_{\text{NNN}}$ , где NNN – *next nearest neighbor*) составляет  $9 \text{ МГц} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$  [15].

На рисунке 2а показаны сигналы ЛАС для спиновых V2 центров,  $S = 3/2$ , в основном состоянии (GS), зарегистрированные в ориентации  $B||c$  при комнатной температуре по изменению интенсивности ФЛ в монокристалле 4Н-SiC с природным содержанием изотопов. Сигналы ЛАС зарегистрированы с использованием сканирующего конфокального оптического микроскопа в сфокусированном объеме ( $\sim 1 \text{ мкм}^3$ ) возбуждающего лазерного луча с длиной волны 785 нм. Верхний спектр (синий цвет) соответствует сигналам ЛАС в виде производной от величины изменяющегося магнитного поля, зарегистрированные с использованием опции 1 с низкочастотной модуляцией магнитного поля с амплитудой  $\sim 0.1 \text{ Гс}$ . Нижний спектр (красный цвет) представляет сигналы ЛАС, зарегистрированные с использованием низкочастотной модуляции интенсивности возбуждающего света лазера, опция 2, показана форма модуляции света в виде периодических импульсов включения и выключения света с периодом  $T = 1/f$ , где  $f$  – частота модуляции. В верхней части (рис. 2b) показана схема энергетических уровней в магнитном поле для четных изотопов кремния, у которых нулевой ядерный магнитный момент:  $S = 3/2$ ,  $I = 0$ ,  $D = 35 \text{ МГц} = 11.7 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ ,  $\Delta = 2D = = 70 \text{ МГц} = 23.4 \times 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ . Мы используем в качестве спиновых функций собственные функции операторов  $\hat{S}_Z$  и  $\hat{I}_Z$ , которые в случае ориентации магнитного поля вдоль оси аксиального центра, являются правильными функциями, за исключением области ЛАС [16]. Используются следующие обозначения для волновых функций электронов в состоянии  $S = 3/2$ :  $M_S = \pm 1/2$  и  $M_S = \pm 3/2$  в виде  $|\pm 1/2\rangle$  и  $|\pm 3/2\rangle$ , соответственно. Уровни, соответствующие нижним состояниям  $M_S = \pm 1/2$ , ( $|\pm 1/2\rangle$ ), отмечены более толстыми линиями, чтобы подчеркнуть пре-

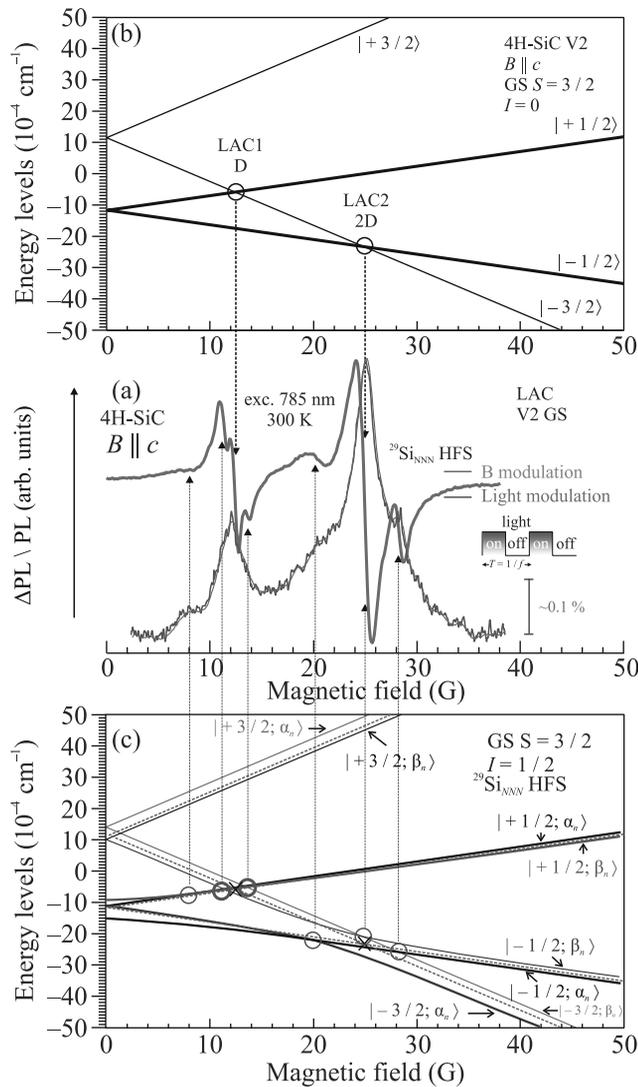


Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Сигналы LAC, зарегистрированные по изменению интенсивности ФЛ спиновых центров V2. Верхний спектр (синий цвет) показывает сигналы LAC, зарегистрированные с низкочастотной модуляцией магнитного поля; нижний спектр (красный цвет) показывает сигналы LAC, зарегистрированные с использованием низкочастотной модуляции интенсивности возбуждающего света лазера. (b) – Схема энергетических уровней в магнитном поле для четных изотопов кремния. Уровни, соответствующие состояниям  $M_S = \pm 1/2$ , отмечены более толстыми линиями, чтобы подчеркнуть преимущественное заселение этих уровней в результате оптического выстраивания. Кружками обозначены точки LAC в основном состоянии. (c) – Схема энергетических уровней в магнитном поле с учетом сверхтонких взаимодействий с одним ядром изотопа  $^{29}\text{Si}$ . Пунктиром для сравнения приведены энергетические уровни для  $I = 0$ , крестиками указаны две соответствующие точки LAC

имущественное заселение этих уровней в результате оптического выстраивания. Используются следующие обозначения для волновых функций ядер  $^{29}\text{Si}$  в состоянии  $I = 1/2$ :  $m_I = +1/2$  и  $m_I = -1/2$  в виде  $|\alpha\rangle$  и  $|\beta\rangle$ , соответственно. Таким образом, волновые функции с учетом электронного и ядерного спинов записываются в виде  $|M_S; m_I\rangle$ , в общем случае волновые функции являются линейной комбинацией упомянутых функций. Кружками обозначены точки антипересечения уровней в основном состоянии: первое LAC1, с изменением проекции электронного спина  $\Delta M_S = \pm 2$  и второе LAC2, с изменением проекции электронного спина  $\Delta M_S = \pm 1$ . На нижней части рисунка (рис. 2c) показана схема энергетических уровней в магнитном поле с учетом сверхтонких взаимодействий с одним ядром изотопа  $^{29}\text{Si}$ , находящимся во второй координационной сфере относительно вакансии кремния, входящей в состав спинового центра ( $\text{Si}_{NNN}$ ):  $S = 3/2$ ,  $I = 1/2$ ,  $A = 9 \text{ МГц} = 3 \times 10^{-4} \text{ см}^{-1} = 3.2 \text{ Гс}$ . Как и на верхней схеме, уровни, соответствующие нижним состояниям  $M_S = \pm 1/2$ , отмечены более толстыми линиями, чтобы подчеркнуть преимущественное заселение этих уровней в результате оптического выстраивания. Сигналы LAC уровней отмечены кружками, при этом, два LAC, где с уровнем  $M_S = -3/2$  пересекаются по два уровня с  $M_S = +1/2$ , кружки отмечены толстыми линиями. Пунктиром для сравнения приведены энергетические уровни, представленные на рис. 2b для  $I = 0$ , крестиками указаны две точки LAC для этих уровней. Стрелками показано соответствие наблюдаемых в эксперименте сигналов LAC точкам антипересечения в системе энергетических уровней.

На рисунке 2c точки LAC, обозначенные кружками с последовательностью расположения по направлению увеличения магнитного поля соответствуют переходам:  $|+1/2, \alpha\rangle \leftrightarrow |+1/2, \beta\rangle$ ;  $|+1/2, \alpha\rangle \leftrightarrow |-1/2, \beta\rangle$ ;  $|+1/2, \beta\rangle \leftrightarrow |-1/2, \beta\rangle$ ;  $|+1/2, \alpha\rangle \leftrightarrow |-3/2, \beta\rangle$ ;  $|+1/2, \beta\rangle \leftrightarrow |-3/2, \beta\rangle$ ;  $|+1/2, \alpha\rangle \leftrightarrow |-3/2, \alpha\rangle$ ;  $|-1/2, \beta\rangle \leftrightarrow |-3/2, \beta\rangle$ ;  $|-1/2, \alpha\rangle \leftrightarrow |-3/2, \beta\rangle$ . Использовались обозначения волновых функций в приближении сильных магнитных полей. Имеется набор различных переходов: разрешенный электронный спиновый переход с переворотом ядерного спина и без переворота ядерного спина; запрещенный электронный спиновый переход с переворотом ядерного спина и без переворота ядерного спина; переход с переворотом ядерного спина без переворота электронного спина.

На рисунке 3 приводится экспериментальный спектр LAC в кристалле 4H-SiC с природным содер-

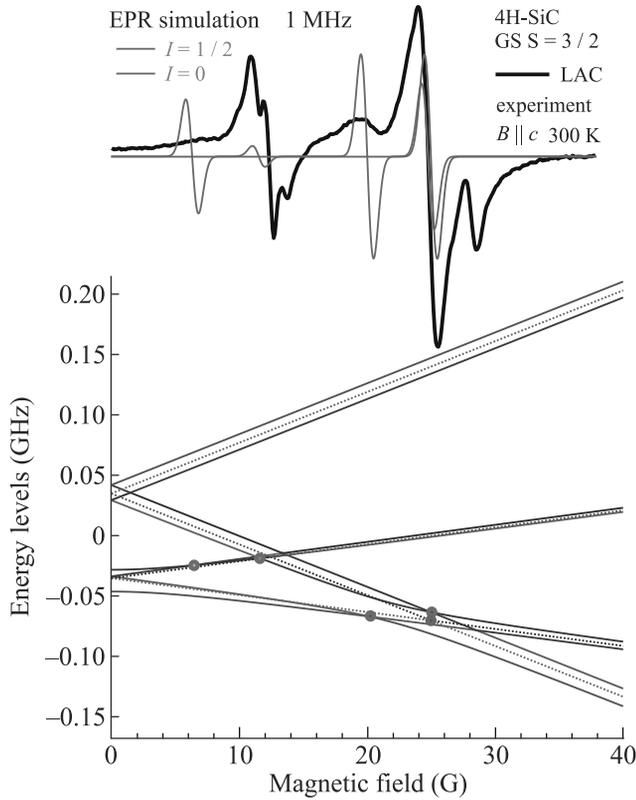


Рис. 3. (Цветной онлайн) Экспериментальный спектр ЛАС в кристалле 4H-SiC с природным содержанием изотопов и симуляция спектров ЭПР, выполненная для частоты, близкой к нулю (0.1 МГц). Внизу показана система энергетических уровней, рассчитанная для  $S = 3/2$ , сплошные линии для  $I = 1/2$ , пунктир для  $I = 0$ , параметры те же, что и представленные на рис. 2. Заполненными кружками указаны точки ЭПР переходов для частот 0.1 МГц, сверху показаны соответствующие симулированные линии ЭПР для этих переходов. Цветовая гамма энергетических линий дает информацию о точках пересечения уровней, где происходит смешивание спиновых волновых функций

жанием изотопов (см. рис. 2а) и симуляция спектров ЭПР, выполненная для частоты близкой к нулю (0.1 МГц), которая практически должна совпадать с сигналами ЛАС, так как меньше ширины линий этих сигналов, ориентация  $B \parallel c$ , температура 300 К. Внизу показана система энергетических уровней, рассчитанная для  $S = 3/2$ , сплошные линии  $I = 1/2$ , пунктир  $I = 0$ , параметры те же, что и представленные на рис. 2. Заполненными кружками указаны точки ЭПР переходов для частот 0.1 МГц, сверху показаны соответствующие симулированные линии ЭПР для этих переходов. Видно, что ЭПР переходы только частично совпадают с экспериментальными спектрами ЛАС, т.е. антипересечение уровней дает

более широкий набор переходов. Цветовая гамма энергетических линий дает информацию о точках пересечения уровней, где происходит смешивание спиновых волновых функций, приводящее к сигналам ЛАС, т.е. это внутренние свойства системы, тогда как сигналы ЭПР отражают ненулевые матричные элементы переходов между уровнями в результате внешнего воздействия (резонансного микроволнового излучения). На рисунке 2 для упрощения мы использовали одинаковые цвета для каждого из энергетических уровней  $|M_S; m_I\rangle$  во всем диапазоне магнитных полей. В ЛАС спиновые подуровни смешивается статическим возмущением, в то время как в ЭПР и ОДМР внешнее воздействие зависит от времени. Наиболее отчетливо это различие проявляется в системе уровней с  $I = 0$ , где ЛАС1 вообще не проявляется в спектре ЭПР, что ожидаемо, так как ЛАС1 соответствует запрещенному переходу в ЭПР с  $\Delta M_S = \pm 2$ . Волновые функции для представленных на рис. 2 и 3 энергетических уровней, являются линейной комбинацией соответствующих спиновых состояний: для уровней с  $I = 0$  в виде линейной комбинации четырех состояний  $|M_S\rangle$ ; для уровней со СТ взаимодействием с одним ядром  $^{29}\text{Si}$  ( $I = 1/2$ ) в виде линейной комбинации восьми состояний  $|M_S, m_I\rangle$ . Отметим, что изменения интенсивности ФЛ в области ЛАС с перевертыванием и без перевертывания ядерного спина позволяет судить о поляризации ядерных спинов, включая эффекты динамической поляризации ядер, а также потенциально дает инструмент для манипулирования ядерными спинами под действием оптического и микроволнового возбуждения.

Классификация обозначений в волновых функциях для  $S = 3/2$ ,  $I = 1/2$ ,  $D = 35$  МГц,  $A = 9$  МГц, рассчитанных с помощью пакета программ [11] имеет вид:  $|1\rangle = | +3/2, \alpha_n\rangle$ ;  $|8\rangle = | -3/2, \beta_n\rangle$ ;  $|5\rangle = | +3/2, \beta_n\rangle$ ;  $|2\rangle = | +1/2, \alpha_n\rangle$ ;  $|6\rangle = | +1/2, \beta_n\rangle$ ;  $|7\rangle = | -1/2, \beta_n\rangle$ ;  $|3\rangle = | -1/2, \alpha_n\rangle$ ;  $|4\rangle = | -3/2, \alpha_n\rangle$ .

В этих обозначениях волновые функции в нулевом магнитном поле для уровней на рис. 2с и 3 имеют вид в последовательности снизу вверх:  $|I\rangle = -0.7071|3\rangle + 0.7071|6\rangle$ ;  $|II\rangle = 0.9922|2\rangle - 0.1244|5\rangle$ ;  $|III\rangle = -0.1244|4\rangle + 0.9922|7\rangle$ ;  $|IV\rangle = 0.7071|3\rangle + 0.7071|6\rangle$ ;  $|V\rangle = 0.9922|4\rangle + 0.1244|7\rangle$ ;  $|VI\rangle = 0.1244|2\rangle + 0.9922|5\rangle$ ;  $|VII\rangle = 1.0000|1\rangle$ ;  $|VIII\rangle = 1.0000|8\rangle$ .

Волновые функции в приближении сильного магнитного поля (50.5 Гс) имеют вид в последовательности снизу вверх:  $|I\rangle = 0.9954|4\rangle - 0.0955|7\rangle$ ;  $|II\rangle = 1.0000|8\rangle$ ;  $|III\rangle = 0.9980|3\rangle - 0.0631|6\rangle$ ;  $|IV\rangle = 0.0955|4\rangle + 0.9954|7\rangle$ ;  $|V\rangle = 0.0631|3\rangle + 0.9980|6\rangle$ ;

$|VI\rangle = 0.9993|2\rangle - 0.0383|5\rangle$ ;  $|VII\rangle = 0.0383|2\rangle + 0.9993|5\rangle$ ;  $|VIII\rangle = 1.0000|1\rangle$ . Подчеркнуты чистые состояния во всем диапазоне магнитных полей. Десятикратное увеличение магнитного поля превращает все волновые функции в одно состояние с коэффициентом  $\sim 1.0000$  (0.9999), коэффициент для примеси других состояний составляет менее 0.01. Преобразования волновых функций в областях ЛАС отражаются в упомянутой цветовой гамме обозначения уровней на рис. 3 и также легко рассчитываются в применяемой программе. В результате происходят изменения в проекциях электронного спина и ядерного спина, важно подчеркнуть, что при этом, в отличие от ОДМР, нет необходимости прикладывать микроволновую мощность. Это особенно важно для регистрации короткоживущих возбужденных состояний, так как в упомянутом случае для возбуждения перехода между уровнями требуется большая микроволновая мощность.

**Заключение.** В работе продемонстрирована полностью оптическая спектроскопия сверхтонких взаимодействий в условиях окружающей среды в кристалле SiC с природным содержанием изотопов. Зарегистрированы все возможные антипересечения спиновых уровней в основном состоянии в системе сверхтонких взаимодействий с одним ядром изотопа кремния  $^{29}\text{Si}$ , попадающим во вторую координационную сферу относительно вакансии кремния, входящей в структуру квартетного спинового центра. Обнаружено воздействие чисто ядерных переходов на интенсивность ФЛ квартетных спиновых центров. Представленные исследования открывают возможности для полностью оптической спектроскопии сверхтонких взаимодействий в широком наборе квартетных спиновых центров в других политипах SiC, насчитывающих в настоящее время более десяти обнаруженных объектов (в политипах 6H-, 15R-, 21R [8]). Имеются серьезные аргументы в пользу модели квартетных спиновых центров, в которых осуществляется оптически индуцированное выстраивание спинов, в виде структуры, состоящей из отрицательно заряженной вакансии кремния со спином  $S = 3/2$  и собственного дефекта, расположенного в ближайшем окружении упомянутой вакансии в позиции вдоль оси  $c$ , не связанной ковалентно с вакансией кремния. Мы предполагаем, что этим дефектом является нейтральная вакансия углерода, хотя есть теоретические расчеты, в которых утверждается, что таким дефектом может быть дефект перестановки кремния (антисайт) в позиции углерода [17]. Для отрицательно заряженной вакансии кремния в идеальном окружении не осуществляется опти-

чески индуцированное выстраивание квартетных спиновых подуровней [18, 19].

Продемонстрированы возможности регистрации ЛАС при импульсном оптическом возбуждении, в результате которого происходит динамический процесс выстраивания населенностей спиновых уровней и разрушение выстраивания в области ЛАС за короткое время оптического импульса в субмиллисекундном диапазоне. Эту методику предполагается в дальнейшем использовать для исследования переходных спиновых процессов в различных точках ЛАС, включая также сигналы ЛАС для возбужденных состояний.

Квартетные спиновые центры в SiC были предложены нами для создания полностью оптических методов регистрации магнитных полей [5, 6] и температур [20] с микронным и субмикронным пространственным разрешением. Представленные результаты открывают возможности для полностью оптической манипуляции ядерными спинами, включая фиксацию эффектов ядерной поляризации. На основании спектроскопии сверхтонких взаимодействий нами разработано новое уникальное направление для создания сенсоров с полностью оптической векторной магнитометрией с микронным и субмикронным пространственным разрешением, результаты будут опубликованы в отдельной работе.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (грант # 23-12-00152), <https://rscf.ru/project/23-12-00152/>.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. P. G. Baranov, I. V. Il'in, E. N. Mokhov, M. V. Muzafarova, S. B. Orlinskii, and J. Schmidt, JETP Lett. **82**, 441 (2005).
2. P. G. Baranov, A. P. Bundakova, I. V. Borovykh, S. B. Orlinskii, R. Zondervan, and J. Schmidt, JETP Lett. **86**, 202 (2007).
3. P. G. Baranov, A. P. Bundakova, A. A. Soltamova, S. B. Orlinskii, I. V. Borovykh, R. Zondervan, R. Verberk, and J. Schmidt, Phys. Rev. B **83**, 125203 (2011).
4. W. F. Koehl, B. B. Buckley, F. J. Heremans, G. Calusine, and D. D. Awschalom, Nature **479**, 84 (2011).
5. A. N. Anisimov, R. A. Babunts, S. V. Kidalov, E. N. Mokhov, V. A. Soltamov, and P. G. Baranov, JETP Lett. **104**, 82 (2016).
6. D. Simin, V. A. Soltamov, A. V. Poshakinskiy, A. N. Anisimov, R. A. Babunts, D. O. Tolmachev, E. N. Mokhov, M. Trupke, S. A. Tarasenko, A. Sperlich,

- P. G. Baranov, V. Dyakonov, and G. V. Astakhov, *Phys. Rev. X* **6**, 031014 (2016).
7. M. Widmann, S.-Y. Lee, T. Rendler, N. T. Son, H. Fedder, S. Paik, L.-P. Yang, N. Zhao, S. Yang, I. Booker, A. Denisenko, M. Jamali, S. A. Momenzadeh, I. Gerhardt, T. Ohshima, A. Gali, E. Janzen, and J. Wrachtrup, *Nat. Mater.* **14**, 164 (2015).
8. P. G. Baranov, H.-J. von Bardeleben, F. Jelezko, and J. Wrachtrup, *Magnetic Resonance of Semiconductors and Their Nanostructures: Basic and Advanced Applications*, Springer Series in Materials Science, Springer-Verlag GmbH Austria (2017), v. 253, ch. 6.
9. C. J. Cochrane, J. Blacksberg, M. A. Anders, and P. M. Lenahan, *Sci. Rep.* **6**, 37077 (2016).
10. H. Wieder and T. G. Eck, *Phys. Rev.* **153**, 103 (1967).
11. В. Г. Грачев, *ЖЭТФ* **92**, 1834 (1987) [V. G. Grachev, *Sov. Phys. JETP* **65**, 1029 (1987)].
12. S. Stoll and A. Schweiger, *J. Magn. Reson.* **178**(1), 42 (2006).
13. V. A. Soltamov, B. V. Yavkin, D. O. Tolmachev, R. A. Babunts, A. G. Badalyan, V. Yu. Davydov, E. N. Mokhov, I. I. Proskuryakov, S. B. Orlinskii, and P. G. Baranov, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 247602 (2015).
14. Р. А. Бабунц, А. Н. Анисимов, И. Д. Бреев, А. С. Гурин, А. П. Бундакова, М. В. Музафарова, Е. Н. Мохов, П. Г. Баранов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 533 (2021).
15. V. A. Soltamov, B. V. Yavkin, G. V. Mamin, S. B. Orlinskii, I. D. Breev, A. P. Bundakova, R. A. Babunts, A. N. Anisimov, and P. G. Baranov, *Phys. Rev. B* **104**, 125205 (2021).
16. D. V. Sosnovsky and K. L. Phys. *Rev. B* **103**, 014403 (2021).
17. A. Csóré, N. T. Son, and A. Gali, *Phys. Rev. B* **104**, 035207 (2021).
18. V. A. Soltamov, B. V. Yavkin, D. O. Tolmachev, R. A. Babunts, A. G. Badalyan, V. Yu. Davydov, E. N. Mokhov, I. I. Proskuryakov, S. B. Orlinskii, and P. G. Baranov, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 247602 (2015).
19. Р. А. Бабунц, Ю. А. Успенская, А. П. Бундакова, Г. В. Мамин, Е. Н. Мохов, П. Г. Баранов, *Письма в ЖЭТФ* **118**, 639 (2023).
20. A. N. Anisimov, D. Simin, V. A. Soltamov, S. P. Lebedev, P. G. Baranov, G. V. Astakhov, and V. Dyakonov, *Nature Scientific Reports* **6**, 33301 (2016); DOI: 10.1038/srep33301.

# Атомный гравиметр на основе атомного фонтана и микроволнового перехода

А. Е. Афанасьев<sup>1)</sup>, П. И. Скакуненко, В. И. Балькин

Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2023 г.

После переработки 1 декабря 2023 г.

Принята к публикации 1 декабря 2023 г.

В данной работе предложен метод построения относительного атомного гравиметра на основе использования атомного фонтана на ультрахолодных атомах. Метод основан на измерении сдвига линии рамзеевского спектра в атомном фонтане в гравитационном поле. Для микроволнового стандарта частоты фонтанного типа на атомах Cs точность измерения гравитационного поля составляет значение  $\delta g = 2 \times 10^{-6} g / \sqrt{\tau_a}$ . При времени интегрирования  $\tau_a = 10000$  с достижимая точность равна  $\delta g \approx 2 \times 10^{-8} g \approx 20$  мкГал.

DOI: 10.31857/S1234567824020034, EDN: gucixm

Современное развитие сенсорики направлено на использование квантовых эффектов для повышения ее чувствительности. Одним из перспективных направлений в этой области является построение сенсоров на основе ансамблей ультрахолодных атомов. Наибольшее распространение данный подход получил при создании квантовых сенсоров для фундаментальных исследований. Например, ряд теоретических предложений и экспериментальных работ направлены на исследование эффектов общей теории относительности, включая принцип эквивалентности Эйнштейна, детектирование гравитационных волн, а также на поиск дрейфа фундаментальных констант [1, 2].

В настоящее время наиболее развитыми квантовыми сенсорами являются микроволновые и оптические стандарты частоты. В микроволновых стандартах частоты высокая стабильность достигается за счет построения атомного интерферометра по схеме Рамзея [3]. Использование атомной интерферометрии лежит в основе и других квантовых сенсоров: атомных гравиметров/акселерометров [4–9] и атомных градиометров [10–11].

Так как атомная интерферометрия используется для измерения различных физических величин, возникает естественный вопрос: можно ли произвести одновременные измерения нескольких физических величин на одном квантовом сенсоре? В этом направлении в работе [12] были предприняты попытки создания квантового акселерометра для определения ускорения по всем трем пространственным осям.

Также существуют способы определять одновременно ускорение и скорость вращения по двум осям за одно измерение (point-source interferometer) [13].

В настоящей работе мы рассматриваем потенциальную возможность использования атомного фонтана для одновременного измерения *частоты* и *ускорения свободного падения*.

Рассмотрим микроволновой атомный фонтан (рис. 1). Облако холодных атомов формируется в магнито-оптической ловушке (МОЛ), затем ему придается начальная скорость  $v_0$  в вертикальном направлении. Далее атомы продолжают двигаться вверх и достигают наивысшей точки своей траектории. Гравитационное ускорение заставляет атомы замедляться и затем падать вниз, при этом атомы проходят зону взаимодействия с микроволновым полем (СВЧ-полем) дважды: на начальном и конечном участках своей траектории. Частота СВЧ-поля настроена вблизи резонансной частоты перехода между компонентами сверхтонкого расщепления основного состояния атома. Интенсивность СВЧ-поля выбирается такой, чтобы его действие было эквивалентно действию  $\pi/2$ -импульса за время пролета атома через СВЧ-поле. Данная последовательность используется при построении стандартов частоты.

При описанном взаимодействии атомов с СВЧ-полем происходит их возбуждение с подуровня сверхтонкой структуры  $|g\rangle$  основного состояния на другой подуровень  $|e\rangle$ . Полная вероятность обнаружить атом в состоянии  $|e\rangle$  после второго взаимодействия имеет интерференционный характер и зависит от разности фаз между двумя импульсами.

<sup>1)</sup>e-mail: afanasiev@isan.troitsk.ru

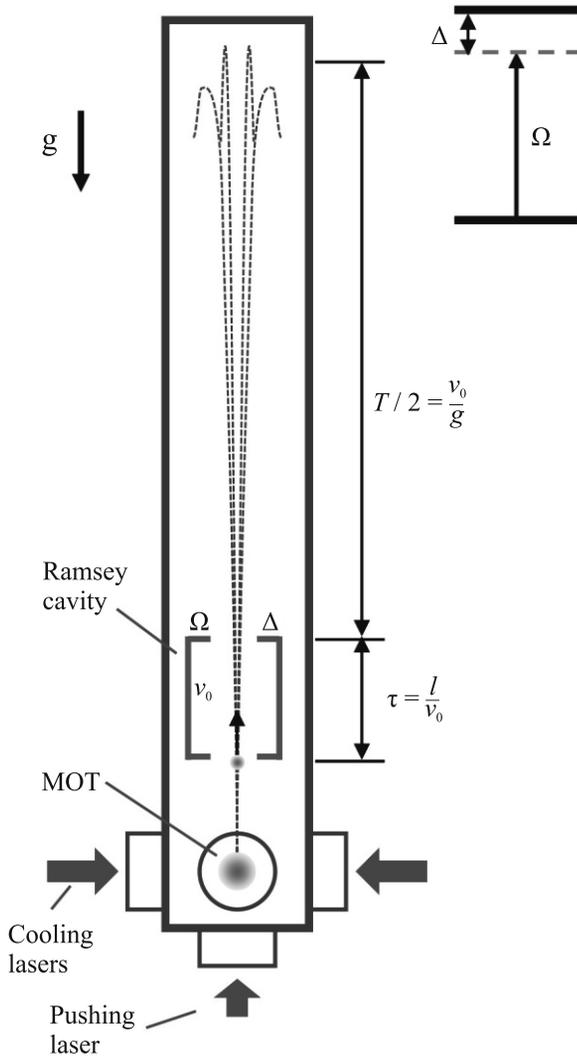


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема гравиметра на основе атомного фонтана с использованием микроволнового часового перехода

Картина регистрируемых интерференционных полос получила название резонансов Рамзея.

Вероятность возбуждения атомов зависит от частоты СВЧ-поля и описывается следующим выражением [14]:

$$P_e = \left( 2 \frac{\Omega}{\tilde{\Omega}} \sin \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2} \times \left[ \cos \frac{\Delta T}{2} \cos \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2} - \frac{\Delta}{\tilde{\Omega}} \sin \frac{\Delta T}{2} \sin \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2} \right] \right)^2, \quad (1)$$

где  $\Omega$  – частота Раби взаимодействия атома с электромагнитным полем,  $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$  – обобщенная частота Раби,  $\Delta$  – отстройка частоты СВЧ-поля от частоты атомного резонанса,  $\tau$  – длительность взаимодействия атома с электромагнитным полем, а  $T$  – время пролета между двумя взаимодействиями. В

схеме атомного фонтана это время между двумя актами взаимодействия с микроволновым резонатором, за которое атомы поднимаются вверх до апогея и падают вниз к области микроволнового поля. На рисунке 2 показана зависимость вероятности возбуж-

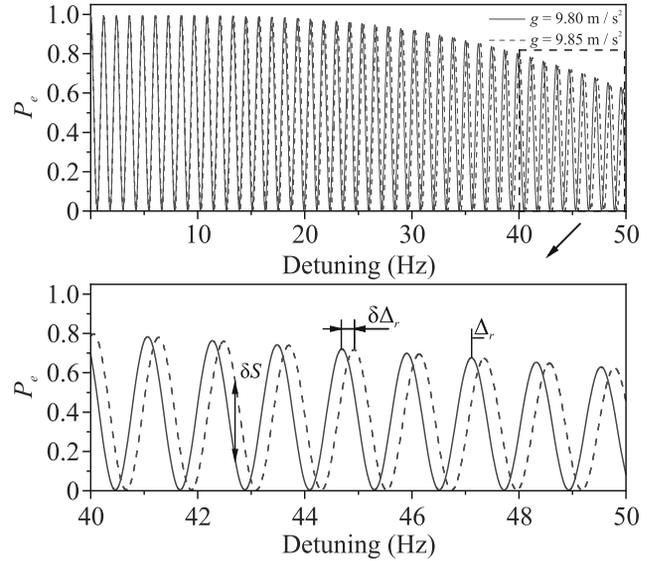


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость вероятности возбуждения атомов  $P_e$  в состоянии  $|e\rangle$  от величины отстройки микроволнового излучения от точной частоты резонанса  $\Delta$  (рамзеевский спектр) при  $g = 9.80 \text{ м/с}^2$  (сплошная фиолетовая кривая) и  $g = 9.85 \text{ м/с}^2$  (пунктирная темно-зеленая кривая). На нижнем графике представлена та же зависимость в диапазоне отстроек 40–50 Гц, соответствующая области, выделенной пунктиром на верхнем графике

дения атомов  $P_e$  в состоянии  $|e\rangle$  от величины отстройки микроволнового излучения от точной частоты резонанса  $\Delta$  (рамзеевский спектр), вычисленная с использованием выражения (1). Эта зависимость имеет вид интерференционных полос – резонансов Рамзея. Время пролета  $T$  определяет положение максимумов и минимумов рамзеевского спектра на шкале частот и их ширины. В свою очередь, время пролета  $T$  зависит от ускорения свободного падения  $g$ :

$$T = \frac{2v_0}{g}. \quad (2)$$

По этой причине положение резонансов рамзеевского спектра будет также зависеть от ускорения свободного падения.

В данной работе мы используем этот факт для построения атомного гравиметра на основе атомного фонтана на ультрахолодных атомах. Метод основан на измерении сдвига линий рамзеевского спектра в атомном фонтане в гравитационном поле.

Характерные начальные скорости в атомных фонтанах составляют величину порядка  $v_0 = 4 \text{ м/с}$  [15, 16]. Скорость атомов и ускорение свободного падения определяют время между импульсами взаимодействия атомного ансамбля с СВЧ-полем. Например, это время равно  $T = 816 \text{ мс}$  при ускорении свободного падения  $g = 9.80 \text{ м/с}^2$  и  $T = 812 \text{ мс}$  при  $g = 9.85 \text{ м/с}^2$ . На рисунке 2 представлены рассчитанные зависимости вероятности возбуждения атомов  $P_e$  в состояние  $|e\rangle$  от величины отстройки  $\Delta$  СВЧ-поля от точной частоты резонанса для различных значений ускорения свободного падения. Сплошная фиолетовая кривая рассчитана для  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ ; пунктирная темно-зеленая кривая для  $g = 9.85 \text{ м/с}^2$ . При характерной длине резонатора  $l = 40 \text{ мм}$ , время взаимодействия атомов с возбуждающим полем  $\tau = 10 \text{ мс}$ . Из рисунка 2 видно, что изменение ускорения свободного падения приводит к сдвигу рамзеевских полос. При увеличении ускорения свободного падения частота рамзеевских полос сдвигается в область больших отстроек. Из рисунка 2 видно, что величина сдвига зависит от номера резонанса и отсутствует для центрального резонанса (т.е. при  $\Delta = 0$ ). Отметим, что время  $\tau$  также зависит от значения ускорения свободного падения  $\tau = \tau(g)$ , однако мы пренебрежем этой зависимостью с целью упрощения выкладок. Это оправдано, так как в рассматриваемой области параметров  $\frac{\partial P_e}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial g} \gg \frac{\partial P_e}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial g}$ , за исключением малых окрестностей точек, в которых  $\frac{dP_e}{dg} = 0$ . В дальнейшем зависимость  $\tau = \tau(g)$  можно будет учесть в качестве поправки к полученным результатам.

Сдвиг рамзеевского спектра может быть использован для измерения изменения ускорения свободного падения. Измерение сдвига может быть осуществлено двумя методами: (1) по изменению величины сигнала на склоне кривой резонанса  $\delta S$  и (2) по изменению положения пика резонанса  $\delta \Delta_r$ .

В первом случае выбирается один из резонансов, соответствующий определенной ненулевой отстройке  $\Delta$  и измеряется изменение сигнала на склоне резонанса. Изменение гравитационного потенциала приведет к сдвигу рамзеевского спектра и, как следствие, к изменению величины сигнала.

Для оценки чувствительности такого метода к изменению ускорения свободного падения необходимо оценить производную  $\frac{dP_e}{dg}$ , где  $P_e$  определяется выражением (1), а  $T$  – выражением (2). На рисунке 3 представлен модуль рассчитанной зависимости  $\frac{dP_e}{dg}$  от отстройки  $\Delta$  при  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ .

Видно, что чувствительность к изменению уско-

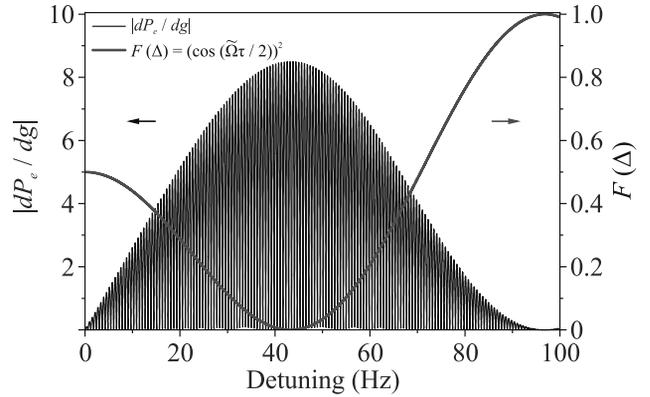


Рис. 3. (Цветной онлайн) Чувствительность населенности возбужденного состояния  $P_e$  к изменению  $g$  (абсолютное значение  $\frac{dP_e}{dg}$ ) в зависимости от отстройки микроволнового излучения от точной частоты перехода (черная кривая) при  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ . Зависимость  $F(\Delta) = \left(\cos \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2}\right)^2$  (фиолетовая кривая) демонстрирует, что максимум чувствительности достигается при условии  $\tilde{\Omega}\tau = \pi$

рения свободного падения имеет осцилляторный характер. Максимумы соответствуют склонам рамзеевских полос, представленных на рис. 2. Максимум чувствительности достигается при отстройках порядка 43 Гц от частоты точного СВЧ-резонанса (при выбранных в работе параметрах). Анализ, основанный на аналитическом решении полученной зависимости, в общем случае затруднен. На рисунке 3 представлен также график функции  $F(\Delta) = \left(\cos \frac{\tilde{\Omega}\tau}{2}\right)^2$ , которая определяет форму огибающей рамзеевского спектра и входит в выражение (1). Видно, что максимум чувствительности совпадает с нулевым значением функции  $F(\Delta)$ . В этой области достигается максимальная чувствительность населенности возбужденного состояния к изменению ускорения свободного падения. Данная область соответствует отстройкам частоты СВЧ-излучения, удовлетворяющих условию  $\tilde{\Omega}\tau = \pi$ . Это позволяет упростить выражение (1) для  $\frac{dP_e}{dg}$  в интересующей нас области частот, и оно принимает вид:

$$P_e = \left(2 \frac{\Omega\Delta}{\tilde{\Omega}^2} \sin \frac{\Delta T}{2}\right)^2. \quad (3)$$

Тогда изменение сигнала  $\delta S$  при изменении ускорения свободного падения на величину  $\delta g$  будет описываться выражением:

$$\delta S = N \frac{dP_e}{dg} \delta g = -N \frac{4v_0\Delta^3\Omega^2 \sin \left[\frac{2v_0\Delta}{g}\right]}{g^2(\tilde{\Omega})^4} \delta g, \quad (4)$$

где  $N$  – количество атомов в атомном ансамбле.

Максимально достижимая чувствительность определяется выражением:

$$\delta S^{\max} = -N \frac{4v_0 \Delta^3 \Omega^2}{g^2 (\tilde{\Omega})^4} \delta g.$$

Учитывая, что выражение для  $\delta S^{\max}$  получено при следующих предположениях:  $\Omega = \frac{\pi}{2\tau}$  и  $\tilde{\Omega} = \frac{\pi}{\tau}$ , максимальная чувствительность будет определяться следующим выражением:

$$\delta S^{\max} = -N \frac{3\sqrt{3}\pi v_0}{8\tau g^2} \delta g. \quad (5)$$

Такая чувствительность реализуется в области частот, отвечающих отстройке частоты СВЧ-излучения от точной частоты резонанса, определяемой следующим выражением:

$$\Delta = \frac{\sqrt{3}\pi}{2\tau}. \quad (6)$$

При выбранных для оценок параметрах начальной скорости атомов и времени взаимодействия с СВЧ-полем максимальная чувствительность достигается в области отстроек частоты СВЧ-поля от точной частоты атомного перехода  $\Delta = 2\pi \times 43.3$  Гц.

Предельная чувствительность атомного гравиметра будет определяться шумом. Если принять, что шум определяется стандартным квантовым пределом из-за конечного числа атомов  $N$  в МОЛ, тогда среднеквадратичное отклонение сигнала равно  $\delta S_{\text{Noise}} \cong \sqrt{N \frac{T_c}{\tau_a}}$ , где  $T_c$  – длительность одного цикла измерения,  $\tau_a$  – время усреднения сигнала [17, 18]. Для определения предельной чувствительности необходимо приравнять изменение сигнала к величине шума  $|\delta S^{\max}| = \delta S_{\text{Noise}}$ . Тогда предельная чувствительность гравиметра будет определяться выражением:

$$\delta g = \frac{8\tau g^2}{3\sqrt{3}\pi v_0} \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau_a}}. \quad (7)$$

При реалистичных значениях числа атомов  $N = 10^6$  и длительности измерения  $T_c = 1$  с чувствительность будет составлять величину  $\delta g = 1.2 \times 10^{-4} \frac{1}{\sqrt{\tau_a}} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 1.2 \times 10^{-5} g \frac{1}{\sqrt{\tau_a}}$ . При времени усреднения 10000 с точность определения  $g$  составит  $\delta g \approx 1.2 \times 10^{-7} g \approx 120$  мкГал.

Второй метод измерения ускорения свободного падения состоит в измерении изменения положения пика рамзеевского резонанса. Резонансы возникают при определенных отстройках  $\Delta_r$ . Для оценки чувствительности этого метода определим выражение,

определяющее величину  $\Delta_r$ . Из выражения (3) следует, что в области частот, соответствующей максимальной чувствительности к изменению величины ускорения свободного падения, отстройки частот, при которых возникают резонансы,  $\Delta_r$  определяются выражением:

$$\Delta_r = \frac{(2n+1)\pi g}{2v_0}, \quad (8)$$

где  $n$  – целое число.

Видно, что в выбранной области отстройки частот сдвиг пика резонанса по частоте будет линейен по ускорению свободного падения.

$$\delta \Delta_r = \frac{(2n+1)\pi}{2v_0} \delta g. \quad (9)$$

Номер резонанса  $n$  определяется из условия (6) как ближайшее целое:  $n = \left[ \frac{\sqrt{3}T}{4\tau} - \frac{1}{2} \right] \approx \left[ \frac{\sqrt{3}T}{4\tau} \right]$ .

Для ускорения свободного падения  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$  получаем  $n = 35$ .

Современные микроволновые атомные стандарты частоты обладают стабильностью на уровне  $\delta\nu/\nu \approx 10^{-14}/\sqrt{\tau_a}$  [3]. Такое значение стабильности частоты стандарта позволяет достигнуть следующей чувствительности измерения ускорения свободного падения:

$$\delta g = \frac{4\nu v_0}{2n+1} \frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{4 \times 10^{-14} \nu v_0}{(2n+1)\sqrt{\tau_a}}. \quad (10)$$

Учитывая, что  $2n \gg 1$ , выражение (10) может быть преобразовано:

$$\delta g \cong \frac{4\nu\tau}{\sqrt{3}} g \frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{4 \times 10^{-14} \nu\tau}{\sqrt{3}} g. \quad (11)$$

Для микроволнового стандарта частоты на атомах Cs ( $\nu = 9.2$  ГГц) и при сделанных в работе предположениях имеем  $\delta g = 2 \times 10^{-5}/\sqrt{\tau_a} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 2 \times 10^{-6} g/\sqrt{\tau_a}$ . При времени интегрирования 10000 с достижимая точность  $\delta g \approx 2 \times 10^{-8} g \approx 20$  мкГал.

Из приведенных оценок видно, что достижимая точность описанного подхода измерения ускорения свободного падения составляет значение порядка нескольких десятков мкГал. Такое значение не является рекордным для современных систем в гравиметрии, которые достигают точности менее единиц мкГал [7, 19–21] при гораздо меньших временах интегрирования. Однако, существенным преимуществом предлагаемого метода является возможность реализации описанного подхода с использованием стандартного микроволнового атомного фонтана. Таким образом в рамках одного прибора может быть реализовано одновременное измерение частоты и изменение ускорения свободного падения.

Важно отметить, что предлагаемый метод наиболее подходит для относительных измерений ускорения свободного падения. Это связано с тем фактом, что положение пиков резонансов Рамзея зависит не только от ускорения свободного падения, но также и от начальной скорости атомного ансамбля ( $v_0$  в выражении (7) и  $\tau$ , которое тоже зависит от  $v_0$ , в выражении (11)). Начальная скорость может изменяться от прибора к прибору, оставаясь стабильной на больших временах работы отдельно взятого атомного фонтана. Это означает, что данный подход может быть использован для исследования динамики изменения ускорения свободного падения относительно начального значения. При этом начальное значение может быть прокалибровано с использованием абсолютного гравиметра в независимом эксперименте. Наличие разброса скоростей в атомном ансамбле влияет на ширину линий Рамзея. Это влияние будет являться поправкой к точности в следующем порядке малости поскольку  $\delta v_0 \sim 0.1$  м/с.

В заключение отметим, что предложенный способ измерения гравитационного поля позволяет проводить измерения с использованием микроволнового стандарта частоты фонтанного типа на атомах Cs с точностью  $\delta g = 2 \times 10^{-6} g / \sqrt{\tau_a}$ . При времени интегрирования  $\tau_a = 10000$  с достижимая точность  $\delta g \approx 2 \times 10^{-8} g \approx 20$  мкГал. Развитием предложенного подхода может являться переход к использованию оптических полей для спектроскопии Рамзея.

**Финансирование работы.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 21-12-00323 [22] и частично в рамках проекта Госзадания FFUU-2021-0003.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет известных конкурирующих финансовых интересов или личных отношений, которые могли бы повлиять на работу, представленную в этой статье.

1. G. M. Tino, *Quantum Sci. Technol.* **6**, 24014 (2021).
2. S. Abend, B. Allard, A. S. Arnold et al. (Collaboration), *AVS Quantum Sci.* **5**, 19201 (2023).
3. S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall et al. (Collaboration), *Comptes Rendus Phys.* **5**, 829 (2004).
4. P. A. Altin, M. T. Johnsson, V. Negnevitsky, G. R. Dennis, R. P. Anderson, J. E. Debs, S. S. Szigeti, K. S. Hardman, S. Bennetts, G. D. McDonald,

- L. D. Turner, J. D. Close, and N. P. Robins, *New J. Phys.* **15**, 23009 (2013).
5. Z.-K. Hu, B.-L. Sun, X.-C. Duan, M.-K. Zhou, L.-L. Chen, S. Zhan, Q.-Z. Zhang, and J. Luo, *Phys. Rev. A* **88**, 43610 (2013).
6. P.-W. Huang, B. Tang, X. Chen, J.-Q. Zhong, Z.-Y. Xiong, L. Zhou, J. Wang, and M.-S. Zhan, *Metrologia* **56**, 45012 (2019).
7. V. Ménotet, P. Vermeulen, N. Le Moigne, S. Bonvalot, P. Bouyer, A. Landragin, and B. Desruelle, *Sci. Rep.* **8**, 12300 (2018).
8. D. Li, W. He, S. Shi, B. Wu, Y. Xiao, Q. Lin, and L. Li, *Sensors* **23**, 5089 (2023).
9. G. Ge, X. Chen, J. Li, D. Zhang, M. He, W. Wang, Y. Zhou, J. Zhong, B. Tang, J. Fang, J. Wang, and M. Zhan, *Sensors* **23**, 6115 (2023).
10. F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. M. Tino, *Phys. Rev. A* **89**, 23607 (2014).
11. B. Stray, A. Lamb, A. Kaushik et al. (Collaboration), *Nature* **602**, 590 (2022).
12. B. Battelier, B. Barrett, L. Fouché, L. Chichet, L. Antoni-Micollier, H. Porte, F. Napolitano, J. Lautier, A. Landragin, and P. Bouyer, *Proc. SPIE Quantum Optics* **9900**, 990004 (2016).
13. S. M. Dickerson, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, D. M. S. Johnson, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 83001 (2013).
14. N. F. Ramsey, *Phys. Rev.* **78**, 695 (1950).
15. R. Wynands and S. Weyers, *Metrologia* **42**, S64 (2005).
16. J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M. E. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon, and S. Bize, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **59**, 391 (2012).
17. W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **47**, 3554 (1993).
18. G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).
19. B. Wu, Z. Wang, B. Cheng, Q. Wang, A. Xu, and Q. Lin, *Metrologia* **51**, 452 (2014).
20. S. Abend, M. Gebbe, M. Gersemann, H. Ahlers, H. Müntinga, E. Giese, N. Gaaloul, C. Schubert, C. Lämmerzahl, W. Ertmer, W. P. Schleich, and E. M. Rasel, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 203003 (2016).
21. P.-W. Huang, B. Tang, X. Chen, J.-Q. Zhong, Z.-Y. Xiong, L. Zhou, J. Wang, and M.-S. Zhan, *Metrologia* **56**, 045012 (2019).
22. <https://rscf.ru/project/21-12-00323/>.

# Кратное повышение эффективности пикосекундного ВКР в воде при возбуждении бесселевыми лазерными пучками

И. А. Ходасевич<sup>+</sup>, А. И. Водчиц<sup>+</sup>, С. М. Першин<sup>\*1)</sup>, В. А. Орлович<sup>+</sup>, М. Я. Гришин<sup>\*</sup>

<sup>+</sup> Государственное научное учреждение Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, 220072 Минск, Беларусь

<sup>\*</sup> Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 11991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2023 г.

После переработки 1 декабря 2023 г.

Принята к публикации 4 декабря 2023 г.

Исследован процесс вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) в воде пикосекундных импульсов второй гармоники (60 пс, 532 нм) Nd<sup>3+</sup>:YAG лазера при фокусировке бесселевого пучка после конического концентратора с перемещением каустики пучка через открытую поверхность. Получена генерация двух стоксовых (650 и 836 нм) и антистоксовых (390 и 450 нм) компонент ВКР с осесимметричной и кольцевой структурой пучка в сечении. Обнаружено кратное уменьшение спектральной ширины полосы валентных ОН-колебаний молекул воды в первой стоксовой кольцевой компоненте попутного ВКР (до  $\sim 70 \text{ см}^{-1}$ , в сравнении с  $\sim 400 \text{ см}^{-1}$  для спонтанного комбинационного рассеяния). Впервые достигнуто 4-кратное увеличение эффективности преобразования энергии импульса накачки в первую стоксову компоненту попутного вынужденного комбинационного рассеяния при переходе от гауссовых к бесселевым пучкам.

DOI: 10.31857/S1234567824020046, EDN: ruklaw

**Введение.** В последние годы возрос интерес к исследованию процесса вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) в жидкостях [1], водных растворах химических соединений [2] и в воде [3–5]. Чаще всего в исследованиях для возбуждения ВКР в воде используют сфокусированные пучки пикосекундных импульсов с гауссовым поперечным распределением интенсивности в пучке. Выбор пикосекундной длительности импульсов накачки обусловлен малым коэффициентом усиления ВКР в воде ( $\sim 10^{-4} \text{ см/МВт}$  [6]), кроме того, при длительности импульсов менее 1 нс в воде не возникает конкурирующее с ВКР вынужденное рассеяние Мандельштама–Бриллюэна [6]. При этом порог возбуждения ВКР в воде достигается при интенсивности лазерного излучения  $\sim 0.5\text{--}1 \text{ ТВт/см}^2$  в перетяжке каустики фокусирующей линзы. В таких условиях при небольшом превышении порога возникают самофокусировка и оптический пробой [6].

С другой стороны, известно, что бесселевы лазерные пучки (БЛП), часто называемые “бездифракционными” [7, 8], так как поперечное распределение интенсивности в них инвариантно вдоль оси распространения, обладают такими уникальными свойствами, как высокая интенсивность на оси, а также

большая длина области “бездифракционного” распространения и устойчивость к амплитудным и фазовым аберрациям [7, 8].

Использование БЛП для возбуждения ВКР представляется перспективным, поскольку влияние указанных выше конкурирующих эффектов на процесс ВКР в воде может уменьшиться. При этом большая длина каустики ( $L$ ) с высокой интенсивностью пучка накачки ( $I_p$ ) будет заметно увеличивать инкремент  $G = I_p \cdot g \cdot L$  ВКР в экспоненте при умеренных значениях интенсивности  $I_p$  [1–5]:

$$I_{SRS} = \exp G = \exp(I_p \cdot g \cdot L), \quad (1)$$

где  $I_{SRS}$  – интенсивность компоненты ВКР;  $g$  – коэффициент усиления ВКР. Отсюда можно ожидать заметное улучшение выходных характеристик ВКР из-за увеличения длины усиления. Особый интерес вызывает повышение эффективности преобразования энергии накачки в излучение компонент ВКР. Экспериментальная проверка этого предположения являлась целью данной работы.

В настоящей работе впервые, насколько нам известно, выполнены комплексные экспериментальные исследования энергетических, пространственных и спектральных характеристик ВКР в воде в поле пикосекундных импульсов при накачке бесселевыми пучками.

<sup>1)</sup>e-mail: v.orlovich@dragon.bas-net.by; pershin@kapella.gpi.ru

**Эксперимент.** В экспериментах был использован Nd<sup>3+</sup>:YAG лазер LS-2151 (LOTIS ТП, Минск, Беларусь). Лазер генерировал импульсы на частоте второй гармоники (532 нм) с энергией до 20 мДж и длительностью  $\approx 60$  пс при частоте следования 15 Гц. Поперечное распределение излучения в пучке было близким к гауссовому при диаметре пучка 8–9 мм и его расходимости  $\approx 0.6$  мрад. Стабильность энергии выходных импульсов составляла около 3.5%. Подробно оптическая схема эксперимента описана в работе [4].

Отличие от схемы, приведенной в [4], состояло в формировании БЛП с помощью аксикона [7, 8] с углом при основании 2°, а также собирающей линзы с фокусным расстоянием 120 мм, которую размещали на расстоянии 455 мм после аксикона. Это позволило сформировать каустику бездифракционного бесселева пучка длиной 20–25 мм. Бидистиллированную воду заливали в вертикально установленную цилиндрическую кювету диаметром 20 мм и длиной 75 мм. После аксикона и линзы пучок накачки с бесселевым поперечным профилем интенсивности отклоняли вертикально вниз и направляли в кювету через открытую поверхность воды. При этом середина области каустики БЛП находилась на глубине примерно  $l = 15$  мм от свободной поверхности воды.

Кювету перемещали по вертикали так, чтобы середина каустики БЛП достигала открытой поверхности воды. Для спектрального разделения преобразованного излучения использовали призму Пеллин–Брока и стеклянные светофильтры. Измерения спектров проводили миниспектрометром S100 с разрешением  $\approx 1$  нм (Солар LS, Минск, Беларусь) с волоконным вводом излучения. При этом другой торец волокна перемещали по диаметру изображения поперечного сечения пучка на экране. Энергию импульсов накачки и компонент ВКР измеряли с помощью детекторной головки PE25 и двухканального дисплея LaserStar (Ophir Optronics Ltd, Израиль). При этом измеритель устанавливали после собирающей линзы и стеклянного светофильтра КС11. Измерения проводили как для попутного ВКР (ПВКР), когда направление распространения возбуждающего и ВКР излучения совпадали, так и для обратного ВКР (ОВКР), когда излучение ВКР распространялось навстречу накачке. При суммировании данных по 45 повторных измерениям ошибка значения энергии импульсов не превышала 10%. Для выделения ядра бесселевого пучка использовали диафрагму диаметром 5 мм перед детекторной головкой. При измерении энергии импульсов полного стока пучка головку измерителя энергии располагали после

собирающей линзы и фильтра таким образом, чтобы на чувствительную площадку детектора попадали обе составляющие (ядро и кольцо). При оценке выходной энергии импульсов ВКР-лазера учитывали потери на оптических элементах и в воде. Поперечное сечение пучков ВКР фотографировали на экране (белый лист бумаги) через соответствующие светофильтры.

Для сравнения характеристик ВКР при возбуждении излучением с гауссовым поперечным профилем пучка использовали собирающую линзу с фокусным расстоянием 83 мм [9].

**Результаты измерений и обсуждения.** Порог ВКР при фокусировке бесселевого пучка в объеме воды достигали при энергии импульса накачки  $\leq 1$  мДж, кратно меньшей, чем при фокусировке пучка с гауссовым профилем (более 2 мДж). Повышение энергии импульсов накачки позволило выявить заметную асимметрию развития ВКР в направлении, попутном накачке, и обратном. Так, для попутного ВКР на валентном ОН-колебании водородосвязанных молекул H<sub>2</sub>O  $\nu_1(A_1) \approx 3440$  см<sup>-1</sup> было зарегистрировано излучение первой и второй стоковых и антистоковых компонент. Напротив, для обратного ВКР регистрировали излучение только первой стоковой компоненты.

На рисунке 1 приведены фотографии поперечных сечений пучков первой стоковой компоненты попутного ВКР при двух значениях энергии импульсов накачки  $E_p = 3.1$  мДж (панели (а), (с), (е)) и 3.5 мДж (панели (b), (d), (f)), а также для трех значений глубины погружения середины каустики БЛП, отсчитываемой от поверхности воды сверху вниз  $l = 0$ –5–10 мм, соответственно. Все изображения на рис. 1 были зарегистрированы с одинаковой экспозицией.

Из рисунка 1 видно, что при двух постоянных значениях энергии импульса и степени погружения: нижней половины ( $l = 0$  мм), 3/4 ( $l = 5$  мм) или всей ( $l = 10$  мм) каустики пучка под поверхность воды, наблюдается рост энергии ВКР из-за увеличения длины усиления ( $L$ ). Это заметно по росту освещенности промежутка между ядром и кольцом, а также самих колец. Отметим, что при выбранных параметрах аксикона и фокусирующей линзы сечение пучка попутного ВКР имеет вид центрального пятна (ядро) и кольца при всех значениях  $E_p$  и  $l$ . Такая структура пучка является характерной при ВКР, возбуждаемом бесселевыми пучками, как было зарегистрировано нами ранее [7] в сжатом водороде. По мере погружения середины каустики пучка в воду (рис. 1, сверху вниз), а также увеличения энергии импуль-

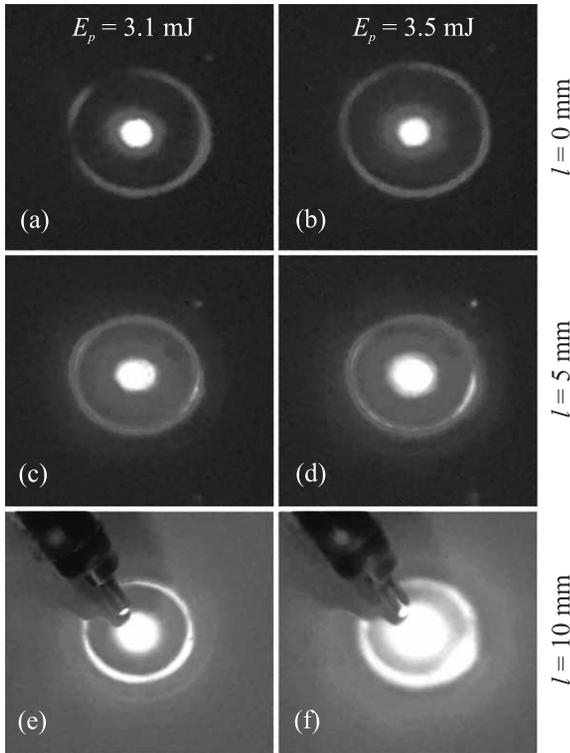


Рис. 1. (Цветной онлайн) Поперечное распределение излучения в пучке первой стоксовой компоненты ПВКР для двух значений энергии импульса накачки  $E_p = 3.1$  мДж (левая колонка) и  $E_p = 3.5$  мДж (правая колонка) при размещении середины каустики пучка накачки на разной глубине от поверхности сверху-вниз:  $l = (0-5-10)$  мм, соответственно

са накачки  $E_p$ , (левая и правая колонки) диаметр керна и яркость пучка стоксова излучения возрастала. Отметим при этом формирование второго кольца большего диаметра (рис. 1e, f), что отражает кольцевую структуру в сечении пучка накачки [7]. На рисунке 1e, f показано положение оптического волокна спектрометра для анализа спектров излучения компонент ВКР при перемещении торца по диаметру изображения.

На рисунке 2 приведена зависимость энергии импульсов  $E_{1s}$  первой стоксовой компоненты попутного ВКР от энергии накачки  $E_p$  с разной структурой сечения пучка. Кривая 1 (рис. 2, квадраты) отражает рост суммарной энергии всего пучка компоненты ВКР при возбуждении ВКР излучением накачки с бесселевым профилем пучка; кривая 2 (рис. 2, треугольники) – только для осевого пучка (керн), когда вклад излучения в виде кольца блокировали диафрагмой; кривая 3 (рис. 2, круги) – при возбуждении ВКР накачкой с гауссовым профилем пучка, сфокусированным в объем воды (фокусное расстояние линзы  $f = 83$  мм).

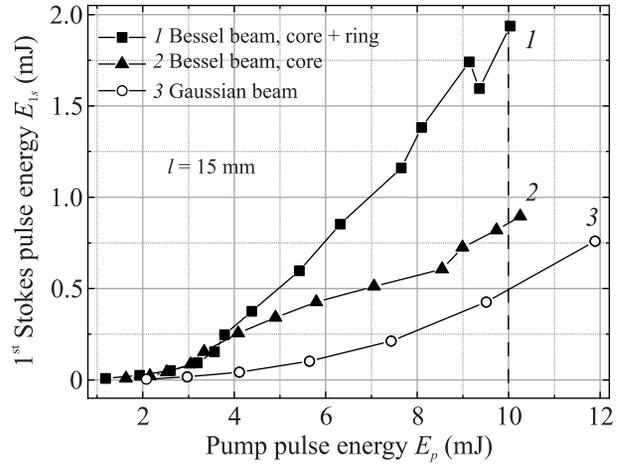


Рис. 2. Зависимость энергии импульсов первой стоксовой компоненты ПВКР в воде от энергии импульсов накачки при погружении середины каустики пучка накачки на глубину 15 мм: 1 – суммарная энергия стоксовой компоненты, в кольце и керне (квадраты); 2 – энергия только в керне (треугольники); 3 – энергия стоксовой компоненты при фокусировке пучка накачки с гауссовым профилем (круги). Вертикальная пунктирная линия показывает энергию накачки с 10-кратным превышением порога ВКР излучением импульсов с бесселевым сечением пучка

Отметим, что при энергии накачки  $E_p = 10$  мДж с 10-кратным превышением над порогом ВКР импульсов с бесселевым профилем пучка был достигнут КПД преобразования в суммарную энергию излучения в кольце и керне стоксова пучка почти  $\eta \approx 20\%$  (рис. 2, кривая 1, квадраты). Существенно, что это значение КПД в 4 раза выше, чем КПД преобразования ВКР при накачке пучком с гауссовым профилем излучения (рис. 2, кривая 3, круги). При этом около половины суммарной энергии ( $\sim 8.5\%$ ) ВКР приходится на излучение осевой части пучка, керн, (рис. 2, кривая 2, треугольники). Другой важной особенностью ВКР импульсов с бесселевым профилем пучка является отсутствие тенденции к насыщению эффективности преобразования при энергии импульсов накачки с 10-кратным превышением над порогом ВКР (см. рис. 2, кривая 1, квадраты). Такая степенная зависимость дает основание полагать, что КПД ВКР-преобразователя может быть весьма высоким (более 10–20%) при предпробойных интенсивностях излучения накачки. Более того, из рис. 2 видно, что в окрестности энергии накачки  $\sim 4$  мДж происходит перераспределение преобразования излучения накачки в кольцевую моду ВКР. Физический механизм этого процесса остается пока не установленным.

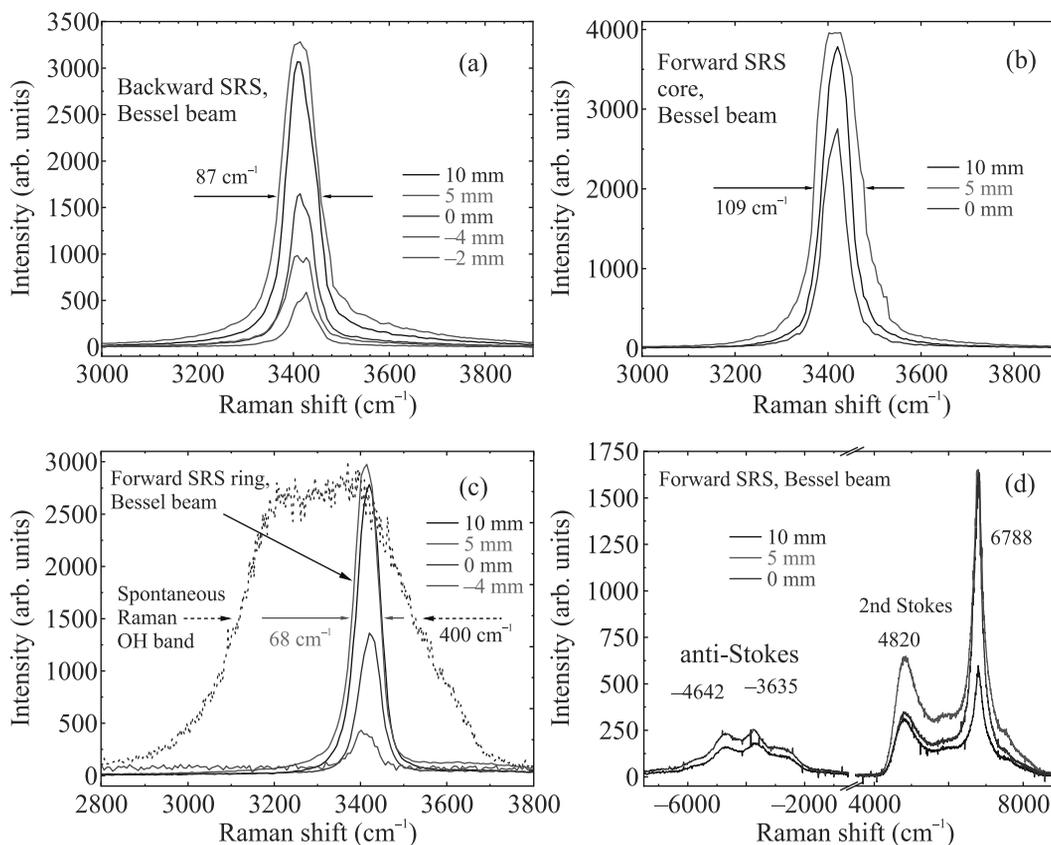


Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектры ВКР при различных положениях середины каустики БЛП (Bessel beam) относительно поверхности воды: первые стоксовы компоненты: (a) – обратного ВКР (backward SRS); (b) – попутного ВКР (forward SRS) на оси пучка; (c) – попутного ВКР в кольце (forward SRS ring), а также контур ОН-полосы спонтанного КР (пунктир); (d) – антистоксова (anti-Stokes) и вторая стоксова (2nd Stokes) компоненты ПВКР на одной панели

Здесь также следует отметить, что вариация параметров БЛП комбинацией аксикона и линзы обеспечивает перераспределение энергии стоксова излучения между керном и кольцом, в том числе, с увеличением КПД генерации осевого пучка [9, 10]. Оценки показали, что расходимость стоксова излучения, сконцентрированного в керне, составляет величину меньше, чем 1 мрад. Подчеркнем, что такие ВКР-лазеры с водой [11], жидким азотом или сжатым водородом [7] в качестве ВКР-активной рабочей среды, обладающие большим стоксовым сдвигом частоты, высоким КПД и малой расходимостью генерируемого излучения, чрезвычайно востребованы для решения задач многоволнового лазерного зондирования на больших расстояниях. Так, например, многоволновое зондирование высокоорбитальных спутников пикосекундными импульсами обеспечивает измерение расстояния до 30000 км с точностью до 25 мм [12]. Достигнутая точность позволяет осуществлять мониторинг смещения материков и решать другие задачи, такие как дистанционный мониторинг парамет-

ров аэрозолей (дымовых шлейфов, пылевых бурь, смерчей и пр.) многоволновыми импульсными лидами, что стало возможным с использованием ВКР-лазеров [13].

На рисунке 3 приведены спектры ОВКР и ПВКР, измеренные при энергии импульсов накачки 3.1 мДж и перемещении каустики в кювете по глубине (параметр  $l$ ). Из приведенных на рис. 3 спектров следует, что в воде при использовании для накачки БЛП в наших условиях происходит возбуждение первой стоксовой компоненты ВКР только на валентном полностью симметричном ОН-колебании с частотой  $\nu_1(A_1) \sim 3445 \text{ cm}^{-1}$  без большого смещения внутри контура ОН-полосы спонтанного комбинационного рассеяния (КР) [14]. Обнаруженная стабильность спектра допускает конверсию излучения накачки (532 нм) пикосекундным ВКР-лазером с генерацией в узком спектральном диапазоне в окрестности 650 нм.

С другой стороны, увеличение энергии импульса накачки до превышения порога генерации второй стоксовой, а также антистоксовой компоненты

ВКР существенно расширяет спектральный диапазон преобразования излучения накачки (см. рис. 3d) благодаря большому сдвигу (в инфракрасную (ИК) область) на удвоенной основной частоте обертона  $6788\text{ см}^{-1}$ . Кроме того, дополнительные пики  $4642$  и  $4820\text{ см}^{-1}$  в спектре ВКР обусловлены рассеянием на составных частотах колебаний основного тона ( $3051$ ,  $3233$ ,  $3393$ ,  $3511$  и  $3628\text{ см}^{-1}$ ) и деформационных колебаний ( $1581$  и  $1641\text{ см}^{-1}$ ) [15]. Тогда полоса на  $4642\text{ см}^{-1}$  отражает суммарный сдвиг  $1581 + 3051 = 4632\text{ см}^{-1}$ , а полоса на  $3635\text{ см}^{-1}$  близка к моде с частотным сдвигом  $3628\text{ см}^{-1}$ . Тогда вторая стоксова компонента с частотным сдвигом  $6788\text{ см}^{-1}$  представляет собой обертон колебания  $3393\text{ см}^{-1}$ . Так, была получена генерация пикосекундного ВКР-лазера от ультрафиолетового (УФ) ( $390\text{ нм}$ , рис. 3d) до видимого ( $650\text{ нм}$ , рис. 3a–c) и ближнего ИК [16] ( $836\text{ нм}$ , рис. 3d, справа). Отметим, что огибающая спектральных линий первых стоксовых компонент ВКР близка к гауссовой. При этом отчетливо наблюдается кратное несимметричное сужение линий этих компонент ВКР без смещения центра огибающей. Максимальное сужение полос было зарегистрировано для кольцевой компоненты попутного ВКР при расположении середины каустики пучка на глубине  $5\text{ мм}$  под поверхностью воды (рис. 3c). Ширина ОН-полосы в данном случае составила  $\sim 70\text{ см}^{-1}$ , т.е. уменьшилась более чем в  $5$  раз по сравнению с шириной  $\sim 400\text{ см}^{-1}$  на полувывоте и  $\sim 700\text{ см}^{-1}$  у основания огибающей спектра ОН-полосы [14] спонтанного КР в воде (рис. 3c, пунктир).

Учитывая, что усиление компоненты ВКР происходит в поле накачки, следует ожидать проявления сужения линий обратного и прямого ВКР из-за экспоненциального усиления (см. формулу (1)). Кроме того, следует обратить внимание на немонотонную зависимость амплитуды линий ВКР от перемещения каустики из объема воды через поверхность в воздух (см. рис. 3). Так, максимальная амплитуда достигается при неполном погружении каустики (середина каустики на глубине  $5\text{ мм}$ ), тогда как при полном погружении каустики в воду (середина каустики на глубине  $10\text{ мм}$ ) все линии ВКР имеют меньшую амплитуду. Физика этого явления требует отдельного изучения с учетом вклада поверхности как сосредоточенного зеркала резонатора [17]. Напомним, что френелевский коэффициент отражения поверхности ( $\sim 2\%$ ) кратно превышает коэффициент световозвращения распределенной обратной связи при полном погружении каустики пучка под поверхность воды [18, 19]. Важно отметить, что управляющим фактором параметров ВКР (эффективность преоб-

разования и вариации спектров) здесь является перемещение каустики пучка вблизи границы раздела жидкость-воздух.

**Закключение.** Впервые, насколько нам известно, установлено, что возбуждение ВКР в воде фокусированным излучением пикосекундных импульсов второй гармоники  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ -лазера с бесселевым профилем пучка ( $\sim 60\text{ пс}$ ,  $532\text{ нм}$ ) обеспечивает  $\sim 20\%$  КПД преобразования в первую стоксову компоненту с расходимостью осевой части пучка менее  $1\text{ мрад}$ . Достигнутое 4-кратное превышение эффективности ВКР-генератора по сравнению с возбуждением ВКР пучком с гауссовым профилем (рис. 2) указывает на новый режим конверсии энергии импульсов лазера в другой спектральный диапазон ( $\sim 650\text{ нм}$ ).

Обнаружено несимметричное и кратное (до  $\sim 70\text{ см}^{-1}$ ) сужение ОН-полосы первой стоксовой кольцевой компоненты попутного ВКР по сравнению с шириной ОН-полосы спонтанного КР в воде ( $\sim 400\text{ см}^{-1}$ ). Выявлена немонотонная зависимость амплитуды линий ВКР от перемещения каустики пучка из объема воды через поверхность в воздух. Так, максимальная амплитуда достигается при неполном погружении каустики, когда середина каустики расположена на глубине  $5\text{ мм}$ , а верхняя ее часть – в воздухе, над поверхностью воды. Отсюда следует, что перемещение каустики пучка вблизи поверхности среды является управляющим фактором параметров ВКР пикосекундных лазерных импульсов. Изучение обнаруженных особенностей ВКР в воде излучения пикосекундных импульсов с бесселевым профилем пучка накачки будет продолжено.

**Финансирование работы.** Настоящее исследование финансировалось в рамках совместных белорусско-российских грантов по проекту Ф23РНФ-040 Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований и гранту # 23-42-10019 Российского научного фонда.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. A. Yu. Pyatyshev, A. V. Skrabatun, and A. I. Vodchits, *Laser Phys.* **31**, 095401 (2021).
2. Y. Ganot and I. Bar, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 131108 (2015).
3. Z. Men, W. Fang, Z. Li, C. Sun, Z. Li, and X. Wang, *Opt. Lett.* **40**, 1434 (2015).
4. С. М. Першин, А. И. Водчиц, И. А. Ходасевич, В. А. Орлович, А. Д. Кудрявцева, Н. В. Чернега, *Квантовая электроника* **52**, 283 (2022).

5. H. Yui, T. Tomai, M. Sawada, and K. Terashima, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 091504 (2011).
6. B. Hafizi, J. P. Palastro, J. R. Penano, T. G. Jones, L. A. Johnson, M. H. Helle, D. Kaganovich, Y. H. Chen, and A. B. Stamm, *JOSA B* **33**, 2062 (2016).
7. R. V. Chulkov, P. A. Apanasevich, and V. A. Orlovich, *J. Opt.* **19**, 015503 (2017).
8. S. N. Khonina, N. L. Kazanskiy, S. V. Karpeev, and M. Ali Butt, *Micromachines* **11**, 997 (2020).
9. S. M. Pershin, M. Ya. Grishin, V. N. Lednev, P. A. Chizhov, and V. A. Orlovich, *Opt. Lett.* **44**(20), 5045 (2019).
10. R. V. Chulkov, A. S. Grabtchikov, D. N. Busko, P. A. Apanasevich, N. A. Khilo, and V. A. Orlovich, *JOSA B* **23**(6), 1109 (2006).
11. S. M. Pershin, A. I. Vodchits, I. A. Khodasevich, M. Ya. Grishin, V. N. Lednev, V. A. Orlovich, and P. A. Chizhov, *Opt. Lett.* **45**, 5624 (2020).
12. I. Prochazka, J. Kodet, J. Blazej, G. Kirchner, and F. Koidl, *Advances in Space Research* **54**, 755 (2014).
13. I. Veselovskii, N. Kasianik, M. Korenskii, Q. Hu, Ph. Goloub, T. Podvin, and D. Liu, *Atmos. Meas. Tech.* **16**, 2055 (2023).
14. Г. В. Венкин, Г. М. Крочик, Л. О. Кулюк, Д. И. Малеев, Ю. Г. Хронопуло, *ЖЭТФ* **70**, 1674 (1976).
15. D. M. Carey and G. M. Korenowski, *J. Chem. Phys.* **108**, 2669 (1998).
16. D. E. Hare and C. M. Sorensen, *J. Chem. Phys.* **93**, 13 (1990).
17. S. M. Pershin, M. Ya. Grishin, V. N. Lednev, and P. A. Chizhov, *JETP Lett.* **109**, 437 (2019).
18. S. A. Akhmanov and G. A. Lyakhov, *Sov. Phys. JETP* **39**, 43 (1974).
19. С. А. Ахманов, Б. В. Жданов, А. И. Ковригин, С. М. Першин, *Письма в ЖЭТФ* **15**, 266 (1972).

# Правило сохранения электрической площади и применимость различных моделей распространения предельно коротких импульсов

А. В. Пахомов<sup>+1)</sup>, Н. Н. Розанов<sup>+\*1)</sup>, М. В. Архипов<sup>+\*1)</sup>, Р. М. Архипов<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет, 198504 С.-Петербург, Россия

<sup>\*</sup> Физико-технический институт имени А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 30 ноября 2023 г.

После переработки 4 декабря 2023 г.

Принята к публикации 4 декабря 2023 г.

Рассмотрен вопрос о пределах применимости нескольких приближений, широко используемых для описания распространения предельно коротких импульсов в различных немагнитных средах. В качестве критерия допустимости их применения использовалось фундаментальное правило сохранения электрической площади импульса, которое является прямым следствием уравнений Максвелла в одномерном случае. Получены общие выражения для значений, которые может принимать электрическая площадь в разных средах. Показано, что многие теоретические модели вообще говоря не удовлетворяют правилу сохранения электрической площади, что указывает на ограниченную применимость данных моделей для корректного описания взаимодействия предельно коротких импульсов со средами. Таким образом, любые качественные и количественные результаты, полученные в рамках таких моделей, не могут считаться физически верными и значимыми.

DOI: 10.31857/S1234567824020058, EDN: rusbwo

**Введение.** В последние годы был достигнут серьезный прогресс в области генерации предельно коротких световых импульсов (ПКИ) фемтосекундной и даже аттосекундной длительности [1–5]. Основной интерес к получению таких импульсов обусловлен возможностью их применения для наблюдения и управления различными сверхбыстрыми процессами в веществе вплоть до динамики электронов в атомах и молекулах [6–8]. В то же время не меньший интерес представляет также изучение природы и основных закономерностей нелинейно-оптических явлений на таких временных масштабах [9–11]. Дело в том, что, как показали многочисленные исследования, для столь коротких световых импульсов сам характер протекания различных процессов нелинейного взаимодействия света с веществом, таких как, например, генерация оптических гармоник [12, 13], ионизация атомов [14, 15], когерентные Раби-осцилляции [16, 17] или нерезонансное возбуждение квантовых систем [18–20], претерпевает принципиальные изменения.

Одним из ключевых следствий необычных свойств физики ПКИ является необходимость введения ряда новых физических величин, которые не имели бы заметного практического смысла для

длинных импульсов, содержащих множество циклов оптических колебаний, но которые начинают играть важную роль в случае ПКИ. Одной из таких величин является электрическая площадь импульса, определяемая следующим выражением:

$$\bar{S}_E(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\vec{r}, t') dt'. \quad (1)$$

Электрическая площадь импульса (1) оказывается важнейшей величиной для описания свойств униполярных полуволновых импульсов, которые представляют собой естественный предел сокращения длительности импульса при уменьшении числа содержащихся в нем оптических колебаний при заданной центральной частоте. В частности, значение интеграла (1) определяет величину механического импульса, который ПКИ передает при воздействии на заряженную частицу, а также является ключевым параметром, который количественно определяет воздействие ПКИ на квантовые системы в случае, когда длительность возбуждающего импульса короче периодов резонансных переходов в системе [18–21].

Кроме этого, электрическая площадь импульса (1) обладает важным свойством ее безвихревого характера в любой немагнитной среде:

$$\text{rot } \bar{S}_E(\vec{r}) = 0, \quad (2)$$

<sup>1)</sup> e-mail: antpakhom@gmail.com; nnrosanov@mail.ru; mikhail.v.archipov@gmail.com; archipovrostislav@gmail.com

которое напрямую следует из уравнений Максвелла [22–24]:

$$\operatorname{rot} \bar{E}(\bar{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}(\bar{r}, t)}{\partial t}.$$

В простейшем одномерном случае, когда линейно поляризованные световые импульсы с плоским волновым фронтом распространяются вдоль оси  $z$ , уравнение (2) сводится к следующему простому виду [22–24]:

$$\frac{dS_E}{dz} = 0, \quad \text{т.е.} \quad S_E(z) = \text{const.} \quad (3)$$

Уравнение (3) таким образом представляет собой фундаментальное правило, заключающееся в сохранении электрической площади поля в пространстве (в одномерном случае). Выполнение правила сохранения (3) было подтверждено во множестве работ по распространению ПКИ в различных средах, включая линейную проводящую среду [25] и среды с резонансной [24, 26] или квадратичной нелинейностью [27–31]. В силу своего фундаментального характера правило сохранения электрической площади (3) может быть использовано для проверки корректности разных приближений, применяемых при описании распространения ПКИ в различных средах.

В данной работе мы покажем, какие значения может принимать константа в правой части равенства (3) при распространении импульсов в немагнитных средах как со связанными, так и со свободными зарядами. На основе полученных соотношений будет проанализирован ряд приближенных теоретических моделей, широко используемых для описания взаимодействия ПКИ с разными средами, на их совместимость с правилом сохранения электрической площади (3). Будет показано, что для некоторых приближений и типов оптических сред наблюдается нарушение правила сохранения (3), что свидетельствует об ограниченной применимости таких приближенных моделей и о возможности получения нефизичных результатов при их некритичном использовании.

**Общие соотношения для значений электрической площади.** Рассмотрим ситуацию, когда линейно поляризованные световые импульсы с плоским волновым фронтом распространяются вдоль оси  $z$ . Тогда пространственно-временная динамика электрического поля описывается посредством одномерного волнового уравнения:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{\partial j}{\partial t} \right), \quad (4)$$

где  $P(z, t)$  – макроскопическая поляризация, отвечающая связанным зарядам в среде,  $j(z, t)$  – плот-

ность тока свободных зарядов. Подобное одномерное рассмотрение вообще говоря справедливо лишь на расстояниях от слоя среды, не превышающих дифракционную длину. Кроме этого, одномерная модель также описывает распространение импульсов в коаксиальных волноводах, в которых отсутствуют частоты отсечки и потому реализуется эффективно одномерное распространение субцикловых импульсов, включая униполярные [32].

Полное поле  $E(z, t)$  в волновом уравнении (4) удобно представить как сумму исходного падающего на среду импульса и поля, излучаемого средой. Для поля, излучаемого слоем среды, расположенным между координатами  $z_1$  и  $z_2$ , в работе [33] было получено следующее общее выражение:

$$E_{\text{emit}}(z, t) = -\frac{2\pi}{c} \int_{z_1}^{z_2} \left[ j \left( z', t - \frac{|z - z'|}{c} \right) + \frac{\partial P}{\partial t} \left( z', t - \frac{|z - z'|}{c} \right) \right] dz'. \quad (5)$$

Из уравнения (5) в свою очередь легко получить выражение для электрической площади поля (1), излучаемого всем слоем среды:

$$S_{\text{emit}}(z) = -\frac{2\pi}{c} \int_{z_1}^{z_2} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} j \left( z', t - \frac{|z - z'|}{c} \right) dt - \frac{2\pi}{c} \int_{z_1}^{z_2} [P(z', t = +\infty) - P(z', t = -\infty)] dz'. \quad (6)$$

В случае слоя диэлектрической среды без свободных зарядов в выражениях (5)–(6) первое слагаемое обращается в нуль  $j(z, t) = 0$ , тогда как для слоя металла или плазмы, где отсутствуют связанные заряды, в нуль обращается макроскопическая поляризация  $P(z, t) = 0$ .

Анализ выражения (6) позволяет установить ряд важных следствий. Во-первых, отметим, что уравнение (5) описывает излучение от слоя среды как вправо, так и влево. При этом излучение в обоих направлениях идентично лишь в случае бесконечно тонкого слоя среды, а для слоя конечной толщины вследствие характера интерференции излучения от разных частей среды поля, излучаемые слоем вправо и влево, будут отличаться. Однако, несмотря на это, их электрические площади, которые даются выражением (6), будут равны. Этот результат возникает вследствие бесконечных пределов интегрирования по времени в выражении (1), вследствие чего все

временные задержки между излучением от разных частей среды при расчете электрической площади не играют никакой роли. Таким образом, выражение (6) представляет собой электрическую площадь и для излучения слоя среды вправо, и для излучения влево.

Предположим далее, что ПКИ распространяются в диэлектрической среде, где отсутствуют свободные заряды, так что  $j(z, t) = 0$ . Будем считать, что до прохождения импульса среда находится в равновесном состоянии без макроскопической поляризации, а также возвращается в это исходное состояние после прохождения импульса вследствие наличия неизбежной релаксации макроскопической поляризации. Тогда подынтегральное выражение во втором слагаемом в правой части (6) обращается в нуль:

$$S_{\text{emit}}(z) = \quad (7)$$

$$= -\frac{2\pi}{c} \int_{z_1}^{z_2} [P(z', t = +\infty) - P(z', t = -\infty)] dz' = 0.$$

Таким образом, электрическая площадь поля, излучаемого слоем диэлектрической среды или любой частью этого слоя, оказывается равна нулю. Стоит отметить, что данный вывод носит общий характер и справедлив безотносительно конкретных характеристик падающего на среду импульса или последовательности импульсов, а также вне зависимости от параметров самого диэлектрика.

Обратимся теперь к правилу сохранения электрической площади в виде (3). Пусть слой диэлектрика имеет конечную толщину, исходный падающий на среду импульс имеет площадь  $S_{E,\text{initial}}$ , излучаемое средой в обратном направлении поле (т.е. отраженное) имеет электрическую площадь  $S_{E,\text{backward}}$ , а прошедшее сквозь слой диэлектрика поле имеет электрическую площадь  $S_{E,\text{forward}}$ . Поскольку со стороны падения исходного импульса через каждую точку пространства сначала проходит исходный импульс, а затем через некоторое время – отраженное поле, то правило сохранения электрической площади (3) принимает следующий вид:

$$S_{E,\text{initial}} + S_{E,\text{backward}} = S_{E,\text{forward}}. \quad (8)$$

Полученное соотношение (8) справедливо и для любой точки внутри слоя диэлектрика при соответствующем переобозначении слагаемых, если переписать его в виде:

$$\begin{aligned} S_{E,\text{initial}} + S_{E,\text{backward}}(z) + S_{E,\text{forward}}(z) = \\ = S_E(z) = \text{const}. \end{aligned} \quad (9)$$

Так, под вторым слагаемым в левой части (9) тогда стоит понимать электрическую площадь совокупного излучения назад от той части слоя, что расположена дальше по направлению распространения исходного импульса относительно данной точки. В то же время третье слагаемое в левой части (9) теперь является электрической площадью совокупного излучения вперед от той части слоя, что расположена раньше по направлению распространения исходного импульса относительно данной точки. Отметим, что первое слагаемое в левой части (9), т.е. электрическая площадь исходного импульса, по определению является константой и не зависит от координаты  $z$  в отличие от двух других слагаемых.

Поле, излучаемое от слоя диэлектрика или любой частью этого слоя как вперед, так и назад, согласно равенству (7) всегда имеет нулевую электрическую площадь. Следовательно, для любой диэлектрической среды в уравнении (9) получаем:

$$S_{E,\text{backward}}(z) = S_{E,\text{forward}}(z) \equiv 0. \quad (10)$$

Соответственно, уравнение (9), выражающее правило сохранения электрической площади, принимает следующий вид:

$$S_E(z) = \text{const} = S_{E,\text{initial}}. \quad (11)$$

Таким образом, электрическая площадь как функция координаты в пространстве может принимать в качестве своего постоянного значения любую величину, равную электрической площади исходного падающего на диэлектрическую среду импульса. Отметим, что полученные выражения (7), (10), (11) справедливы лишь для диэлектрической среды, в которой имеются только связанные заряды, но не будут выполняться в случае наличия в среде свободных зарядов, т.е. если в правой части (5)–(6)  $j(z, t) \neq 0$ . В последующих главах полученные соотношения (6)–(11) будут применены для анализа корректности нескольких приближенных подходов для теоретического описания распространения ПКИ в различных линейных и нелинейных средах.

Для иллюстрации полученного соотношения (11) рассмотрим прохождение униполярного полуволнового импульса через слой двухуровневой среды. Отклик двухуровневой среды описывается стандартными уравнениями для динамики матрицы плотности среды [34]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{12}(z, t)}{\partial t} = -\frac{\rho_{12}(z, t)}{T_2} + \\ + i\omega_{12}\rho_{12}(z, t) - \frac{i}{\hbar}d_{12}E(z, t)n(z, t), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = -\frac{n(z, t) - n_0(z)}{T_1} + \frac{4}{\hbar} d_{12} E(z, t) \text{Im} \rho_{12},$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}, \quad (12)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля,  $P$  – наведенная макроскопическая поляризация среды,  $\rho_{12}$  – недиагональный элемент матрицы плотности двухуровневой среды,  $n = \rho_{11} - \rho_{12}$  – разность населенностей уровней двухуровневой среды,  $d_{12}$  – дипольный момент резонансного перехода,  $\omega_{12}$  – частота резонансного перехода среды,  $N_0$  – объемная концентрация активных центров,  $n_0$  – равновесная разность населенностей уровней в отсутствие электрического поля ( $n_0 = 1$  для поглощающей среды),  $T_1$  – время жизни верхнего уровня,  $T_2$  – время фазовой релаксации в среде,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка.

Система уравнений (12) решалась численно совместно с волновым уравнением (4) в отсутствие токов свободных зарядов  $j(z, t) = 0$ . В расчетах была рассмотрена ситуация, когда на оптически толстый слой двухуровневой среды нормально падает униполярный полцикловый импульс ненулевой площади (1), а именно, импульс гауссовой формы:

$$E(z = 0, t) = E_0 e^{-t^2/\tau^2} \quad (13)$$

с амплитудой  $E_0$  и длительностью  $\tau$ . Результаты проведенных численных расчетов приведены на рис. 1. Здесь в качестве варьируемых параметров были выбраны амплитуда исходного импульса  $E_0$  и объемная концентрация частиц  $N_0$ . Толщина слоя среды была выбрана на порядок больше длины волны резонансного перехода. Как видно из рис. 1, при всех рассмотренных значениях параметров выполняется правило сохранения электрической площади в пространстве (3). Более того, полученные постоянные значения электрической площади во всех случаях оказываются в точности равны электрической площади исходного падающего импульса (13) (соответствующие значения показаны на оси ординат на рис. 1 крестиками). Таким образом, результаты проведенного численного моделирования в точности согласуются с полученными выше общими аналитическими результатами, выражаемыми формулами (10)–(11).

**Распространение предельно коротких импульсов в двухуровневой среде.** Мы начнем наше рассмотрение с приближенных моделей когерентного распространения ПКИ в резонансной оптической среде. В простейшем, но в то же время наиболее важном с методической точки зрения случае среда описывается в рамках двухуровневой модели. Такая ситуация была впервые подробно исследована

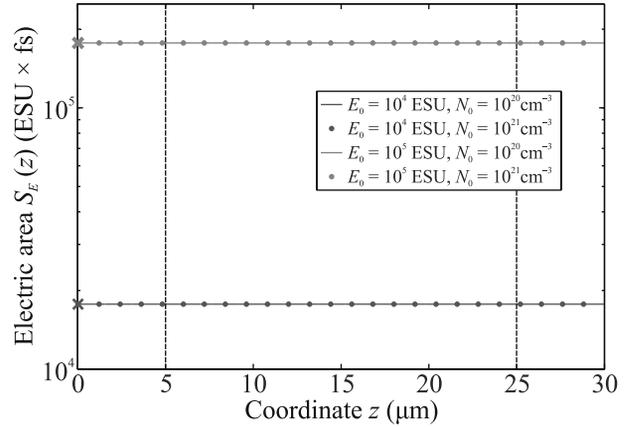


Рис. 1. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость электрической площади (1) при прохождении униполярного полциклового импульса гауссовой формы (13) через слой двухуровневой среды. Толщина слоя среды  $L = 20$  мкм, параметры среды  $d_{12} = 10$  Д,  $\omega_{12} = 10^{15}$  с $^{-1}$ ,  $n_0 = 1$ ,  $T_1 = 100$  фс,  $T_2 = 20$  фс, длительность падающего импульса  $\tau = 1$  фс. Амплитуда падающего импульса  $E_0$  и объемная концентрация резонансных центров  $N_0$  выступали в качестве свободных параметров. Крестиками соответствующих цветов по оси ординат обозначены значения электрической площади исходного падающего импульса (13) для всех рассмотренных наборов параметров. Черные вертикальные линии показывают границы слоя среды

в работах Э.М. Беленова и А.В. Назаркина [35–37], где изучалось распространение предельно коротких импульсов (ПКИ) в усиливающей или поглощающей резонансной двухуровневой среде в пределе длительностей импульсов  $\tau$ , много меньших периода резонансного перехода среды, т.е.:

$$\omega_{12}\tau \ll 1.$$

В данном предельном случае для пространственно-временной динамики электрического поля в среде было получено уравнение синус-Гордона следующего вида:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \alpha \sin \Psi, \quad (14)$$

где используется следующая величина:

$$\Psi(z, t) = \frac{2d_{12}}{\hbar} \int_{-\infty}^t E(z, t') dt',$$

т.е. интеграл по времени от электрического поля с конечным верхним пределом. Здесь  $d_{12}$  – дипольный момент резонансного перехода в двухуровневой среде,  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности:

$$\alpha = \frac{8\pi\omega_{12}N_0d_{12}^2n_0}{\hbar c^2},$$

знак которого зависит от того, является ли среда усиливающей или поглощающей.

Рассмотрим теперь в уравнении синус-Гордона (14) предельный переход  $t \rightarrow +\infty$ . Будем считать, что мы имеем дело с ограниченными во времени электромагнитными импульсами, так что электрическое поле всюду обращается в ноль при  $t \rightarrow +\infty$ . Такое полное затухание поля в любой реальной среде обеспечивается неизбежно присутствующими в ней механизмами диссипации, приводящими к постепенному затуханию поля с течением времени. Поскольку электрическое поле обращается в ноль при  $t \rightarrow +\infty$ , то производная по времени от  $\Psi(z, t)$  и, соответственно, второе слагаемое в левой части уравнения (14) также обращаются в ноль. Величина  $\Psi(z, t)$  в таком пределе переходит в электрическую площадь импульса (с точностью до постоянного множителя), а уравнение (14) принимает вид:

$$\frac{d^2 S_E}{dz^2} = \frac{\hbar\alpha}{2d_{12}} \sin \frac{2d_{12}S_E}{\hbar}. \quad (15)$$

Сравнение правила сохранения электрической площади импульса (3) и уравнения синус-Гордона для электрической площади импульса в форме (15) показывает, что эти уравнения совместимы, только если правая часть в уравнении (15) обращается в ноль, т.е. при:

$$\frac{2d_{12}}{\hbar} S_E(z) = \text{const} = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots, \quad (16)$$

т.е. только если электрическая площадь импульса постоянна в пространстве и кратна величине  $\pi$  (в единицах  $\hbar/2d_{12}$ ). Однако, согласно полученному ранее выражению (11) значение константы в уравнении (3) может принимать произвольное значение в диэлектрической среде. Действительно, уравнения Максвелла в общем виде не накладывают никаких ограничений на возможные значения электрической площади импульса и, в частности, никак не подразумевают квантования этой величины. Наоборот, уравнения Максвелла допускают существование и устойчивое распространение в пространстве со скоростью света любых униполярных импульсов вне зависимости от величины их электрической площади [38–40].

Причина такого возникающего противоречия в данном случае кроется в отбрасывании всех релаксационных членов в уравнениях для отклика двухуровневой резонансной среды в процессе вывода уравнения (14). Вследствие этого, в таких условиях устойчиво распространяться в двухуровневой среде могут лишь такие импульсы, на заднем фронте которых наведенная поляризация среды в точности возвращается к своему начальному нулевому значению, т.е.

если правая часть (15) обращается в ноль. В то же время сохранение всех релаксационных слагаемых в уравнениях для отклика среды позволило бы избежать появления искусственного квантования электрической площади согласно выражению (16). Отметим также, что в пренебрежении процессами релаксации в среде осцилляторы среды, возбужденные даже очень коротким импульсом, могут колебаться неограниченно долго, непрерывно испуская электромагнитные волны, что нарушало бы еще и закон сохранения энергии.

Стоит заметить, что уравнение (15), хотя и является более простым, чем уравнение синус-Гордона (14), и позволяет легко найти пространственно-однородные решения для электрической площади (16), не подходит для численного моделирования. Действительно, для нахождения определенного частного решения уравнения (15) необходимо задание начальных условий в какой-то точке пространства. Для этого, однако, недостаточно знать только лишь площадь исходного падающего на среду импульса. Действительно, с той стороны от среды, откуда падает исходный импульс, через каждую точку сначала проходит падающий импульс, а затем через некоторое время – отраженное поле. Таким образом, чтобы задать начальные условия для электрической площади в уравнении (15) в какой-либо точке, нам нужно заранее знать величину электрической площади отраженного (или прошедшего) поля. Однако, получить эти значения можно только лишь численным решением уравнения синус-Гордона (14) для напряженности электрического поля. Следовательно, для нахождения электрической площади  $S_E(z)$  неизбежно требуется решать общее уравнение синус-Гордона (14).

На рисунке 2 приведены результаты численного моделирования прохождения униполярного полуволнового импульса (13) через слой двухуровневой среды в рамках уравнения синус-Гордона (14). Как видно из рис. 2, хотя электрическая площадь поля и оказывается постоянной в пространстве, она принимает только дискретные значения в соответствии с выражением (16). При этом конкретное значение электрической площади поля определяется значением электрической площади исходного падающего полуволнового импульса (13). Точнее говоря, для каждого из решений (16) имеется некоторый интервал значений электрической площади исходного импульса (13), в пределах которого электрическая площадь  $S_E(z)$  сходится именно к данному решению из дискретного набора (16). Важно подчеркнуть, что, как проиллюстрировано на рис. 2, получаемое значение электрической площади поля в пространстве

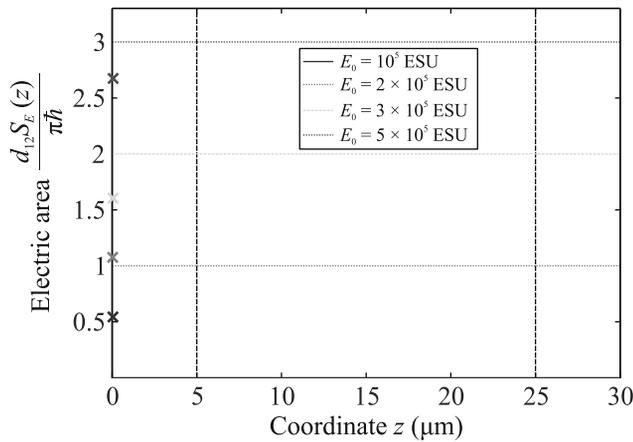


Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость электрической площади (1) при прохождении униполярного полуволнового импульса гауссовой формы (13) через слой двухуровневой среды, описываемом уравнением синус-Гордона (14). Толщина слоя среды  $L = 20$  мкм, параметры среды  $d_{12} = 10$  Д,  $\omega_{12} = 10^{15}$  с $^{-1}$ ,  $N_0 = 10^{19}$  см $^{-3}$ ,  $n_0 = 1$ , длительность падающего импульса  $\tau = 1$  фс. Амплитуда падающего импульса  $E_0$  выступала в качестве свободного параметра. Крестиками по оси ординат обозначены значения электрической площади исходного падающего импульса (13) для соответствующих значений его амплитуды  $E_0$ . Черные вертикальные линии показывают границы слоя среды

в общем случае значительно отличается от электрической площади исходного падающего импульса, что противоречит точному аналитическому решению (11).

Таким образом, мы приходим к выводу, что уравнение синус-Гордона (14) не согласуется с фундаментальным правилом сохранения электрической площади импульса. Это значит, что уравнение синус-Гордона (14) может иметь лишь ограниченную область применимости и к любым вытекающим из него решениям необходимо вносить поправки, гарантирующие выполнение фундаментального правила сохранения электрической площади импульса.

**Приближение однонаправленного распространения для ПКИ.** Наиболее часто используемым приближением при описании распространения ультракоротких импульсов является приближение медленно меняющихся амплитуд (ПММА). Однако для ПКИ данное приближение становится заведомо неверным уже для импульсов, содержащих лишь несколько циклов колебаний, и тем более для субцикловых импульсов.

В качестве возможной альтернативы, позволяющей упростить соответствующие теоретические мо-

дели для ПКИ, часто применяется приближение однонаправленного распространения [41, 42]. Данное приближение основано на пренебрежении обратно распространяющейся волной и подразумевает, что поле в среде движется лишь в направлении падающего импульса со скоростью, равной или близкой к соответствующей линейной скорости.

Как было показано авторами в работе [43], при распространении полуволнового униполярного импульса в рамках приближения однонаправленного распространения в плазме электрическая площадь импульса не сохраняется, а экспоненциально убывает при движении вглубь плазмы. В то же самое время при распространении полуволнового униполярного импульса в диэлектрической среде фундаментальное правило сохранения (3) остается справедливым даже в рамках приближения однонаправленного распространения [44].

Чтобы прояснить природу возникающих отклонений от правила сохранения (3), обратимся для начала к результатам, полученным в начале статьи для диэлектрической среды. А именно, как отмечено выше, излучение от слоя диэлектрика или любой части этого слоя как вперед, так и назад всегда имеет нулевую электрическую площадь согласно уравнению (7). Это означает, в частности, что электрическая площадь от той части поля, что идет в обратном направлении, равна нулю, см. равенство (10). Следовательно, если пренебречь наличием отраженной волны, то это не приведет к нарушению правила сохранения электрической площади (3). Таким образом, в случае распространения ПКИ в диэлектрической среде применение приближения однонаправленного распространения не вызывает отклонений от точного правила сохранения (3).

Рассмотрим теперь обратную ситуацию, когда ПКИ распространяется в плазме или металле, где нет связанных зарядов, т.е.  $P(z, t) = 0$ , и имеются только свободные заряды. В таком случае в выражении (6) остается лишь первый член, содержащий под знаком интеграла плотность тока свободных зарядов  $j(z, t)$ , причем этот интеграл в выражении (6) в общем случае не обращается в нуль. Таким образом, электрическая площадь поля, излучаемого слоем плазмы, оказывается отличной от нуля. Причину такой особенности можно понять напрямую из уравнения (6). Действительно, первое слагаемое в (6) фактически представляет собой суммарный заряд, прошедший через сечение слоя плазмы, ортогональное направлению поляризации падающего поля. В силу одномерного характера задачи, который предполагает неограниченно большие размеры слоя сре-

ды в поперечных измерениях, а также из-за наличия в среде свободных зарядов, такой суммарный заряд в общем случае получается ненулевым. Это означает, что происходит параллельный перенос заряда в поперечной плоскости, который в силу одномерного характера задачи не приводит к образованию где бы то ни было нескомпенсированных зарядов, но обуславливает ненулевое значение электрической площади излучаемого поля от слоя металла или плазмы. Стоит отметить, что данный результат справедлив не только для среды, где изначально имелись свободные заряды, но и в случае диэлектрической среды, в которой происходит ионизация и образование свободных зарядов под действием непосредственно самого падающего ПКИ.

При этом правило сохранения в форме (8) или (9), в том смысле, как обсуждалось выше для случая диэлектрической среды, по-прежнему справедливо. Однако в случае плазменной среды электрическая площадь отраженного поля  $S_{E,backward}$ , т.е. излучаемого слоем среды или частью этого слоя в обратном направлении, отлична от нуля. В результате согласно (8) и (9) электрическая площадь поля, прошедшего сквозь слой плазмы или часть этого слоя, оказывается отличной от площади исходного падающего на среду импульса (или серии импульсов)  $S_{E,initial}$ .

Данный результат означает, что пренебрежение наличием отраженного поля при распространении ПКИ в плазме или металле неизбежно приводит к отклонению от точного правила сохранения электрической площади (3). Поскольку приближение однонаправленного распространения как раз и подразумевает неучет отраженной волны, мы приходим к выводу, что при описании одномерного распространения ПКИ в плазме или металле в рамках приближения однонаправленного распространения правило сохранения электрической площади (3) всегда будет нарушаться. Данный вывод согласуется с результатами работы [43] и последующим комментарием к ней [45] и вместе с тем объясняет причину полученного авторами в [43] якобы невыполнения правила сохранения (3).

**Распространение ПКИ в линейной диспергирующей среде (плазме).** Рассмотрим далее распространение ПКИ в линейной среде с сильной дисперсией. Мы будем исходить из результатов работы [46], где были исследованы некоторые точно решаемые модели взаимодействия ультракоротких импульсов, содержащих одно или несколько колебаний поля, с некоторыми классами диэлектриков и проводников. В качестве основной универсальной модели для описания нестационарных волновых про-

цессов в средах с дисперсией там используется одномерное уравнение Клейна–Фока–Гордона для распространения плоской линейно поляризованной волны в холодной, бесстолкновительной, однородной и полностью ионизированной газовой плазме. Плотность индуцированного тока  $j(z, t)$  в такой плазме задается следующим уравнением:

$$\frac{\partial j}{\partial t} = \frac{\Omega^2}{4\pi} E, \quad (17)$$

где  $\Omega$  – плазменная частота. После подстановки этого выражения в правую часть волнового уравнения (4) получаем:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\Omega^2}{c^2} E. \quad (18)$$

Проинтегрируем теперь полученное уравнение (18) по времени в бесконечных пределах, считая что все процессы взаимодействия импульсов со средой ограничены во времени. Тогда электрическое поле и его производная по времени всюду обращаются в нуль при  $t \rightarrow \pm\infty$  так что из уравнения (18) получается следующее уравнение для пространственного распределения электрической площади  $S_E(z)$ :

$$\frac{d^2 S_E}{dz^2} = \frac{\Omega^2}{c^2} S_E. \quad (19)$$

Общее решение уравнения (19) имеет вид:

$$S_E(z) = C_1 e^{\Omega z/c} + C_2 e^{-\Omega z/c}. \quad (20)$$

Выражение (20) очевидно противоречит правилу сохранения электрической площади (3), за исключением тривиального частного случая  $C_1 = C_2 = 0$ .

Приведенное выше рассмотрение вновь демонстрирует важность и пользу правила сохранения электрической площади (3). В данном случае расхождение вызвано некорректностью пренебрежения затуханием тока в диспергирующей среде. Действительно, учтем наличие столкновений в плазме добавлением в правую часть динамического уравнения (17) релаксационного слагаемого с эффективным коэффициентом релаксации  $\gamma$ :

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\gamma j + \frac{\Omega^2}{4\pi} E, \quad (21)$$

в результате чего вместо уравнения (19) можно получить:

$$\frac{d^2 S_E}{dz^2} = \frac{\Omega^2}{c^2} e^{-\gamma t} \int_{-\infty}^t e^{\gamma t'} E(t') dt' \Big|_{t \rightarrow +\infty} = 0. \quad (22)$$

Здесь выражение в правой части стремится к нулю при  $t \rightarrow +\infty$ , так как в силу предполагаемой ограниченности падающих импульсов во времени интеграл по времени в последнем множителе стремится к некоторой конечной постоянной величине. Тогда общее решение уравнения (22) записывается в следующем простом виде:

$$S_E(z) = C_1 + C_2 z, \quad (23)$$

где необходимо положить  $C_2 = 0$  во избежание не имеющего физического смысла неограниченного роста или убывания электрической площади в пространстве. Таким образом, мы в точности приходим к правилу сохранения электрической площади (3), что подтверждает принципиальную важность учета релаксационных процессов в диспергирующей среде для получения корректного описания распространения в ней ПКИ.

Для проверки полученных соотношений (22)–(23) было проведено совместное численное решение уравнений (4) и (21). В качестве исходного падающего импульса вновь использовался униполярный полуволновый импульс (13). Результаты численного моделирования при различных значениях коэффициента релаксации  $\gamma$  показаны на рис. 3. Видно, что правило

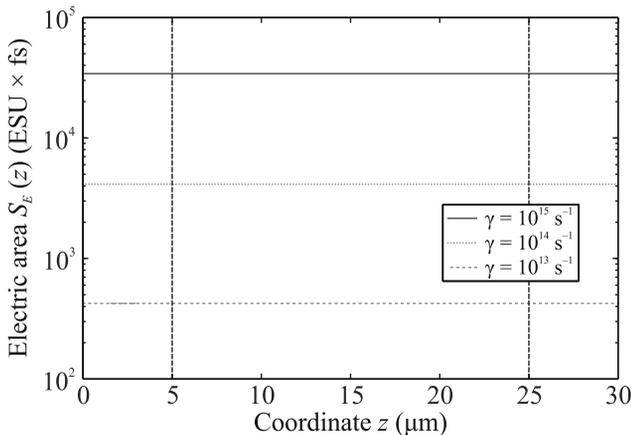


Рис. 3. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость электрической площади (1) при прохождении униполярного полуволнового импульса гауссовой формы (13) через слой диспергирующей плазмы при различных значениях коэффициента релаксации  $\gamma$ . Толщина слоя среды  $L = 20$  мкм, плазменная частота среды  $\Omega = 3 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>, падающий импульс имел длительность  $E_0 = 1$  фс и амплитуду  $E_0 = 10^5$  ед. СГС

сохранения электрической площади (3) точно выполняется, в соответствии с выражением (23). При этом конкретная величина константы в правой части равенства (3) оказывается сильно зависящей от вели-

чины коэффициента релаксации  $\gamma$ , причем величина электрической площади быстро убывает по мере уменьшения релаксации в плазме.

В то же самое время, численное решение уравнения (18) для бесстолкновительной плазмы (т.е. при нулевом коэффициенте релаксации  $\gamma$ ) показывает, что при любых значениях параметров слоя плазмы и падающего импульса электрическая площадь всюду обращается в нуль, т.е. данное решение соответствует общему решению (20) в частном случае, когда  $C_1 = C_2 = 0$ . Причину такого поведения электрической площади можно понять из следующих общих соображений. Согласно общему решению волнового уравнения (5) слой плазмы продолжает излучать до тех пор, пока плотность токов свободных зарядов не обратится всюду в нуль, т.е. должно быть  $j(z, t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$ . Однако, непосредственно интегрируя уравнение (17), легко получить, что:

$$j(z, t) = \frac{\Omega^2}{4\pi} \int_{-\infty}^t E(z, t') dt', \quad (24)$$

так что при  $t \rightarrow +\infty$  плотность тока оказывается прямо пропорциональна значению электрической площади в данной точке. Тогда из уравнения (24) непосредственно следует, что обращение в нуль плотности тока влечет за собой и нулевое значение электрической площади во всем пространстве. Таким образом, хотя общее решение (20) и означает вообще говоря неоднородные по пространству решения для слоя плазмы без релаксации, но физически возможными в такой среде оказываются только решения с нулевой электрической площадью.

Представляет интерес также рассмотреть, как значение электрической площади (постоянное по координате), показанное на рис. 3, зависит от толщины слоя плазмы. Соответствующие результаты численного моделирования показаны на рис. 4 (в логарифмическом масштабе) при фиксированном значении коэффициента релаксации  $\gamma$  (красными кружками). Отметим, что значения электрической площади, показанные на рис. 3, равны, в частности, электрической площади импульса, прошедшего через слой плазмы. Действительно, со стороны от слоя плазмы, противоположной той, откуда падает исходный импульс (13), через каждую точку проходит только поле, прошедшее через весь слой плазмы. Следовательно, график на рис. 4 показывает в том числе зависимость электрической площади импульса, прошедшего сквозь слой плазмы, от толщины этого слоя.

Для зависимости электрической площади импульса, прошедшего сквозь слой плазмы, от толщи-

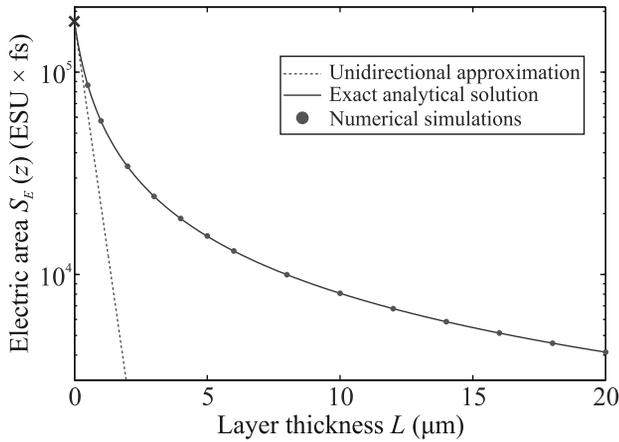


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость постоянного значения электрической площади в правой части равенства (3) от толщины слоя плазмы при прохождении через нее униполярного полуволнового импульса гауссовой формы (13): результаты численного моделирования (красные кружки) и точное аналитическое решение (27) (синяя сплошная линия). Зеленая пунктирная линия показывает приближенное аналитическое решение (28), полученное в работе [43] в рамках приближения однонаправленного распространения. Плазменная частота среды  $\Omega = 3 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ , коэффициент релаксации  $\gamma = 10^{14} \text{ с}^{-1}$ , падающий импульс имел длительность  $\tau = 1 \text{ фс}$  и амплитуду  $E_0 = 10^5 \text{ ед. СГС}$ . Крестиком по оси ординат обозначено значение электрической площади исходного падающего импульса (13)

ны этого слоя, показанной на рис. 4, можно получить точное аналитическое описание. Для этого рассмотрим стандартную задачу о нормальном падении плоской волны частоты  $\omega$  на плоскопараллельную пластинку толщины  $L$  из материала с показателем преломления  $n(\omega)$ . Если амплитуда падающей плоской волны равна  $A_{\text{inc}}$ , то амплитуда прошедшей волны  $A_{\text{tr}}$  определяется следующим выражением [47]:

$$A_{\text{tr}} = \frac{4n(\omega)}{(n(\omega) + 1)^2 - (n(\omega) - 1)^2 e^{2i\omega L n(\omega)/c}} A_{\text{inc}}. \quad (25)$$

Показатель преломления для плазмы или металла в рамках модели Друде-Лоренца имеет вид:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + i\gamma)}}, \quad (26)$$

который напрямую вытекает из уравнения (21).

Перейдем теперь в уравнениях (25)–(26) к пределу  $\omega \rightarrow 0$ . Как видно из уравнения (1), электрическая площадь фактически представляет собой спектральную Фурье-компоненту поля на нулевой частоте. Таким образом в этом пределе спектральные компонен-

ты  $A_{\text{inc}}$  и  $A_{\text{tr}}$  переходят в электрические площади падающего импульса  $S_{\text{inc}}$  и прошедшего через слой поля  $S_{\text{tr}}$  соответственно. Рассмотрим теперь, что происходит с правой частью выражения (26) в данном предельном случае  $\omega \rightarrow 0$ . Комбинируя (25) и (26) и отбрасывая слагаемые, содержащие  $\omega$  в степени выше первой, легко получить предельное выражение:

$$S_{\text{tr}} \rightarrow \frac{1}{1 + \frac{\Omega^2 L}{2\gamma c}} S_{\text{inc}}. \quad (27)$$

Выражение (27) таким образом представляет собой значение константы в правой части правила сохранения (3) в случае распространения ПКИ через слой плазмы или металла, описываемых моделью Друде-Лоренца (21), (26).

Аналитически рассчитанная зависимость (27) показана на рис. 4 сплошной синей линией. Хорошо видно, что результаты численных расчетов полностью согласуются с теоретической кривой (27). Обратим внимание, что в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  (идеальная бесстолкновительная плазма) выражение в правой части (27) обращается в нуль, что также полностью согласуется с описанными выше результатами численного моделирования.

Полученную зависимость можно сопоставить с результатами работы [43], где было получено аналитическое решение для электрической площади импульса, распространяющегося в плазме, в приближении однонаправленного распространения. В частности, в обозначениях используемой модели (21) полученная в статье [43] зависимость электрической площади прошедшего импульса от длины распространения записывается в следующем виде:

$$S_E(z) = S_E(0) \cdot \exp\left(-\frac{\Omega^2}{2\gamma c} z\right), \quad (28)$$

т.е. электрическая площадь экспоненциально убывает по мере распространения импульса в слое. Зависимость (28) для наглядности также показана на рис. 4 (зеленая пунктирная линия). Как хорошо видно из сравнения обеих кривых на рис. 4, приближение однонаправленного распространения очень плохо описывает реальное изменение электрической площади прошедшего импульса с ростом толщины слоя плазмы. При точном же решении полного (двунаправленного) волнового уравнения (4) электрическая площадь прошедшего импульса убывает по мере увеличения толщины слоя гораздо медленнее экспоненциальной зависимости (28) по закону, который оказывается достаточно близок к степенному  $\sim L^{-1}$ . Основной причиной столь значительного расхождения,

как уже было отмечено в предыдущем разделе, является полное пренебрежение обратной волной в рамках приближения однонаправленного распространения. Действительно, приближение однонаправленного распространения опирается на предположение, что наведенная в среде макроскопическая поляризация оказывает лишь незначительное возмущение на падающий импульс. В случае же слоя плазмы при параметрах рис. 3, 4 уже для толщины слоя около микрона возникает значительное отражение. Таким образом, предположение о малом возмущении исходного импульса слоем среды оказывается заведомо нарушенным.

В заключение стоит также отметить, что в пределе  $\omega \rightarrow 0$  для волнового числа монохроматической волны в плазме или металле с дисперсионным уравнением (26) справедливо следующее асимптотическое выражение:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) \sim \sqrt{\omega} \rightarrow 0,$$

т.е. волновое число в этом пределе обращается в нуль. Данный результат означает, что при решении задачи о прохождении плоской монохроматической волны через слой среды (26) амплитуды и прямой, и обратной волны *внутри* слоя, которые пропорциональны соответственно  $e^{\pm ik(\omega)z}$ , в пределе  $\omega \rightarrow 0$  не зависят от координаты  $z$ , т.е. постоянны в пространстве (в пределах слоя среды). Этот вывод также противоречит приближенному решению (28), согласно которому электрическая площадь прямой волны внутри слоя среды (26) должна экспоненциально убывать.

**Заключение.** Таким образом, в работе теоретически исследован вопрос о корректности приближенных теоретических моделей, применяемых для описания распространения ПКИ в различных средах. В качестве основного критерия корректности было использовано фундаментальное правило сохранения электрической площади, которое напрямую вытекает из уравнений Максвелла в одномерной геометрии задачи.

Проведенный анализ показал, что некоторые широко используемые приближения приводят к невыполнению правила сохранения электрической площади. В частности, это относится к уравнению синус-Гордона для когерентного распространения ПКИ в двухуровневой резонансной среде и к приближению однонаправленного распространения ПКИ в металле или плазме. При этом основными причинами нарушения данного правила сохранения являются либо пренебрежение процессами диссипации в среде, либо пренебрежение образованием встречной волны.

В этих случаях необходимой становится коррекция всех решений, полученных в рамках данных приближенных моделей, посредством добавления поправок, гарантирующих сохранение электрической площади поля.

Важно отметить, что предложенный подход может быть напрямую использован и для определения границ применимости любых других приближений при распространении ПКИ в произвольных линейных и нелинейных средах. Подобный анализ может быть также основан и на использовании других законов сохранения, прежде всего закона сохранения энергии. Однако в случае ПКИ именно электрическая площадь (1) в силу ее линейной зависимости от электрического поля и определяющей роли во взаимодействии с квантовыми системами оказывается наиболее удобной величиной для проверки точности теоретических моделей.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) # 21-72-10028.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
2. L. Gallmann, C. Cirelli, and U. Keller, *Ann. Rev. Phys. Chem.* **63**, 447 (2012).
3. K. Midorikawa, *Nature Photon.* **16**, 267 (2022).
4. B. Xue, K. Midorikawa, and E. J. Takahashi, *Optica* **9**, 360 (2022).
5. М. Ю. Рябикин, М. Ю. Емелин, В. В. Стрелков, УФН **193**(4), 382 (2023) [M. Yu. Ryabikin, M. Yu. Emelin, and V. V. Strelkov, *Phys.-Uspekhi* **66**, 360 (2023)].
6. M. Drescher, M. Hentschel, R. Kienberger, M. Uiberacker, V. Yakovlev, A. Scrinzi, Th. Westerwalbesloh, U. Kleineberg, U. Heinzmann, and F. Krausz, *Nature* **419**, 803 (2002).
7. D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, and M. Hassan, *Nature Photon.* **16**, 33 (2022).
8. K. Ramasesha, S. R. Leone, and D. M. Neumark, *Annu. Rev. Phys. Chem.* **67**, 41 (2016).
9. E. Goulielmakis, M. Schultze, M. Hofstetter, V. S. Yakovlev, J. Gagnon, M. Uiberacker, A. L. Aquila, E. M. Gullikson, D. T. Attwood, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Kleineberg, *Science* **320**, 1614 (2008).
10. M. Wegener, *Extreme nonlinear optics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2005).
11. С. В. Сазонов, *Оптика и спектроскопия* **130**(12), 1846 (2022) [S. V. Sazonov, *Optics and Spectroscopy* **130**(12), 1573 (2022)].

12. M. Ferray, A. L'Huillier, X.F. Li, L.A. Lompre, G. Mainfray, and C. Manus, *J. Phys. B* **21**, L31 (1988).
13. E. Goulielmakis and T. Brabec, *Nature Photon.* **16**, 411 (2022).
14. D. Dimitrovski, E. A. Solov'ev, and J.S. Briggs, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 083003 (2004).
15. D. Dimitrovski, E. A. Solov'ev, and J.S. Briggs, *Phys. Rev. A* **72**, 043411 (2005).
16. S. Hughes, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3363 (1998).
17. O. D. Mucke, T. Tritschler, M. Wegener, U. Morgner, and F. X. Kartner, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 057401 (2001).
18. R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Opt. Lett.* **44**, 1202 (2019).
19. N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, and R. Arkhipov, *Phys. Rev. A* **104**, 063101 (2021).
20. A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, and R. Arkhipov, *Phys. Rev. A* **105**, 043103 (2022).
21. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, П. А. Образцов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **117**(1), 10 (2023) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, P. A. Obratsov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **117**, 8 (2023)].
22. Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **107**, 761 (2009) [N. N. Rosanov, *Opt. Spectr.* **107**, 721 (2009)].
23. Н. Н. Розанов, *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-*, Физматлит, М. (2011).
24. Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, УФН **188**(12), 1347 (2018) [N. N. Rosanov, R. M. Arkhipov, and M. V. Arkhipov, *Phys.-Uspekhi* **61**, 1227 (2018)].
25. А. В. Пахомов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, *Квантовая электроника* **51**(11), 1000 (2021) [A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *Quantum Electron.* **51**, 1000 (2021)].
26. R. Arkhipov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Pakhomov, and N. Rosanov, *J. Opt. Soc. Am. B* **38**, 2004 (2021).
27. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **87**(8), 470 (2008) [A. N. Bugai and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **87**, 403 (2008)].
28. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, *Письма в ЖЭТФ* **114**(7), 437 (2021) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, *JETP Lett.* **114**, 380 (2021)].
29. S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, *Laser Phys. Lett.* **19**, 025401 (2022).
30. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, *Известия РАН. Серия физическая* **86**(1), 47 (2022) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **86**, 28 (2022)].
31. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, *Письма в ЖЭТФ* **118**(6), 410 (2023) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, *JETP Lett.* **118**, 408 (2023)].
32. Н. Н. Розанов, *Оптика и спектроскопия* **127**(6), 960 (2019) [N. N. Rosanov, *Optics and Spectroscopy* **127**, 1050 (2019)].
33. M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. V. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Opt. Lett.* **42**, 2189 (2017).
34. А. Ярив, *Квантовая электроника*, Сов. радио, М. (1980) [A. Yariv, *Quantum electronics* Wiley, N.Y. (1989)].
35. Э. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин, А. Н. Ораевский, А. В. Усков, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 442 (1988) [E. M. Belenov, P. G. Kryukov, A. V. Nazarkin, A. N. Oraevskii, and A. V. Uskov, *JETP Lett.* **47**, 523 (1988)].
36. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 252 (1990) [E. M. Belenov and A. V. Nazarkin, *JETP Lett.* **51**, 288 (1990)].
37. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, В. А. Ущачовский, *ЖЭТФ* **100**, 762 (1991) [E. Belenov, A. Nazarkin, and V. Ushchapovskii, *Sov. Phys. JETP* **73**, 422 (1991)].
38. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, *Квантовая электроника* **50**(9), 801 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *Quantum Electron.* **50**, 801 (2020)].
39. А. Б. Плаченов, Н. Н. Розанов, *Изв. вузов. Радиофизика* **65**(12), 1003 (2022) [A. B. Plachenov and N. N. Rosanov, *Radiophys. Quantum Electron.* **65**, 911 (2023)].
40. Н. Н. Розанов, УФН **193**(10), 1127 (2023) [N. N. Rosanov, *Phys.-Uspekhi* **66**, 1059 (2023)].
41. M. Kolesik, J. V. Moloney, and M. Mlejnek, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 283902 (2002).
42. M. Kolesik and J. V. Moloney, *Phys. Rev. E* **70**, 036604 (2004).
43. А. В. Богацкая, А. М. Попов, *Письма в ЖЭТФ* **188**(4), 291 (2023) [A. V. Bogatskaya and A. M. Popov, *JETP Lett.* **118**, 296 (2023)].
44. A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, and A. M. Popov, *Laser Phys. Lett.* **21**, 015401 (2024).
45. Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, *Письма в ЖЭТФ* **118**(8), 620 (2023) [N. N. Rosanov, M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, and A. V. Pakhomov, *JETP Lett.* **118**(8), 608 (2023)].
46. А. Б. Шварцбург, УФН **168**(1), 85 (1998) [A. B. Shvartsburg, *Phys.-Uspekhi* **41**, 77 (1998)].
47. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press, Cambridge (1999).

## Влияние концентрации кобальта на магнитные свойства нанокристаллов семейства $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$

О. С. Иванова<sup>1\*</sup>, И. С. Эдельман<sup>1\*</sup>, С. Г. Овчинников<sup>1\*</sup>, А. Тхакур<sup>×</sup>, П. Тхакур<sup>×</sup>, А. Л. Сухачёв<sup>+</sup>,  
Ю. В. Князев<sup>1\*</sup>, Р. Д. Иванцов<sup>+</sup>, М. С. Молокеев<sup>1\*</sup>

<sup>+</sup>Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения РАН – обособленное подразделение  
Федерального исследовательского центра “Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук”,  
660036 Красноярск, Россия

\*Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия

<sup>×</sup>Amity University Haryana, Gurugram, 122413 Haryana, India

Поступила в редакцию 5 ноября 2023

После переработки 27 ноября 2023

Принята к публикации 27 ноября 2023

Синтезированы наночастицы  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$  с  $x$ , равным 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 и 1.0. При всех значениях  $x$  они являются нанокристаллами со структурой феррита кобальта и средним линейным размером  $(56 \pm 3)$  нм. На основе анализа спектров эффекта Мессбауэра установлено, что ионы  $\text{Co}^{2+}$  занимают только октаэдрические позиции при всех значениях  $x$ . Полученная экспериментально зависимость намагниченности наночастиц от  $x$  соответствует зависимости, рассчитанной с помощью эффекта Мессбауэра, кроме образца с  $x = 1.0$ . Эффективная константа кристаллической магнитной анизотропии, оцененная для 0 К из анализа температурных зависимостей коэрцитивной силы, уменьшается от  $5.27 \times 10^6$  при  $x = 0$  до  $1.29 \times 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>, при  $x = 0.8$  несколько быстрее, чем по линейному закону, и резко падает до  $4 \times 10^4$  эрг/см<sup>3</sup> при  $x = 1.0$ .

DOI: 10.31857/S123456782402006X, EDN: rutnos

Ферриты со структурой шпинели относятся к классу материалов, широко востребованных в технике, и, в то же время, важных для развития физики магнетизма. Возможность замещать одни катионы другими в широком диапазоне концентраций и тем самым радикально изменять свойства феррита – одна из замечательных особенностей шпинельной структуры. Семейство замещенных ферритов с общей формулой  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$  представляет собой яркий пример изменений свойств материала при изменении  $x$ . Крайние члены этого ряда  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  ( $x = 0$ ) и  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$  ( $x = 1$ ) являются обращенными шпинелями, в которых двухвалентные катионы ( $\text{Co}^{2+}$  или  $\text{Mg}^{2+}$ ) расположены в октаэдрических (В) позициях, а трехвалентные ионы  $\text{Fe}^{3+}$  распределены между тетраэдрическими (А) и В позициями. Спины ионов в А и В позициях упорядочены антиферромагнитно, и результирующий магнитный момент феррита определяется согласно модели Нееля [1] разностью суммарных моментов подрешеток. Кобальтовый феррит являет собой пример идеальной об-

ращенной шпинели, магнитный момент которой обусловлен ионами  $\text{Co}^{2+}$  в октаэдрической подрешетке. В то же время  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$  должен был бы иметь нулевой суммарный момент, поскольку магнитные ионы  $\text{Fe}^{3+}$  должны быть распределены поровну между А и В подрешетками. В качестве основных причин появления магнитного момента у  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$  рассматриваются отклонения в распределении ионов  $\text{Fe}^{3+}$  в пользу октаэдрических позиций [2, 3], а также отклонения ориентации спинов от антипараллельного [4], подобно гематиту. Первый относится к магнито-жесткому [5–7], а второй – к магнито-мягкому типам магнетиков [8–10].

Кобальтовый феррит отличается одной из самых больших величин магнитной анизотропии, первая константа анизотропии  $\sim 10^6$  эрг/см<sup>3</sup> при комнатной температуре, тогда как для  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$  эта величина составляет  $\sim 10^3$  эрг/см<sup>3</sup> [2]. Такое сильное различие магнитных характеристик вызывает все возрастающий интерес к синтезу и исследованию смешанных ферритов  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$ , особенно наноферритов [11–13]. Морфология и свойства наночастиц (НЧ) этого класса наноматериалов чрезвычайно сильно зависят от методов синтеза, что, с одной стороны,

<sup>1</sup>) e-mail: osi@iph.krasn.ru

<sup>2</sup>) А. Thakur, Р. Thakur.

требует проведения новых исследований для различных технологий синтеза, а, с другой стороны, открывает возможности управления свойствами синтезированных НЧ.

Целью настоящей работы является изучение модификации магнитных свойств нанокристаллов  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$  при изменении  $x$  от 0 до 1 и установление закономерностей, связывающих распределение ионов по кристаллическим позициям, температурные и концентрационные зависимости коэрцитивной силы со степенью замещения кобальта магнием.

НЧ  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$  с  $x = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  и 1.0 (образцы 1-6, соответственно) были синтезированы методом самовозгорания с использованием нитратов гексагидратов магния ( $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ) и кобальта ( $\text{Co}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  и нитрата наонагидрата железа ( $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ ), смешанных с дважды ионизированной водой в количествах, требуемых для получения указанных соотношений катионов. В раствор добавлялся цитратный прекурсор – лимонная кислота ( $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_7$ ), действующая как катализатор, запускающий термическую реакцию. Молярное соотношение нитратов и лимонной кислоты было  $1 \div 1$ . Раствор выдерживался при  $80 \pm 5^\circ\text{C}$  до полного испарения воды и получения коричневого геля, после чего возникает реакция самовозгорания с выбросом красно-коричневого газа диоксида азота, в результате которой образуется слипшийся порошок черного цвета, который измельчали вручную с помощью пестика в агатовой ступке. Измельченный порошок нагревался до  $700^\circ\text{C}$  в муфельной печи в течение 3 ч, а затем охлаждался естественным путем до комнатной температуры и снова размалывался. В англоязычной литературе этот метод часто называют цитратным методом.

Кристаллическая структура синтезированных НЧ определялась по данным порошковой дифракции при комнатной температуре с помощью порошкового дифрактометра Bruker D8 ADVANCE (Cu- $K_\alpha$ -излучение) и линейного детектора VANTEC. Размер шага  $2\theta$  составлял  $0.02^\circ$ , время счета – 2 с на шаг. Все пики были проиндексированы кубической ячейкой (Fd-3m) с параметрами, близкими к  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$ . Поэтому эта структура была принята в качестве стартовой модели для уточнения Ритвельда, которое было выполнено с использованием TOPAS 4.2 [14]. Места ионов Mg и Fe были заняты ионами Mg/Co/Fe и уточнено их соотношение. Уточнения были стабильными и давали низкие R-факторы.

Спектры эффекта Мессбауэра исследуемых образцов получены на спектрометре МС-1104Ем в гео-

метрии пропускания с радиоактивным источником  $\text{Co}^{57}(\text{Rh})$  при 300 К. Анализ спектров был выполнен в два этапа. На первом этапе определялись возможные неэквивалентные позиции железа в образцах с помощью расчета распределений вероятностей сверхтонких полей. В соответствии с полученными результатами формировался предварительный модельный спектр. На следующем этапе модельный спектр подгонялся к экспериментальному при варьировании всего набора сверхтонких параметров методом наименьших квадратов в линейном приближении. Зависимости намагниченности НЧ от внешнего магнитного поля были получены с помощью вибрационного магнитометра VSM 8604 (LakeShore Cryotronics Westerville, OH, USA) в магнитном поле до 15 кЭ и интервале температур от 300 до 80 К.

Рентгеновские дифрактограммы всех образцов однотипны. На рисунке 1а, приведена дифракто-

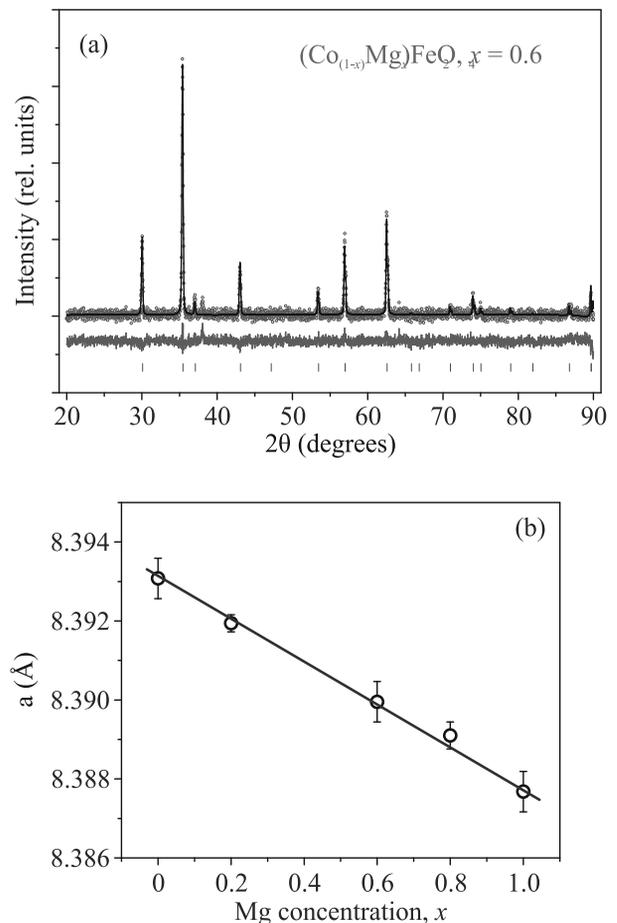


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Дифрактограмма образца 4 ( $x = 0.6$ ), с результатом обработки по Ритвельду. (б) – Постоянная решетки  $a$  в зависимости от концентрации Mg

грамма для образца 4, которая свидетельствует о том, что НЧ являются нанокристаллами пространственной группы Fd-3m. Положения рефлексов соответствуют  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  (JCPDS карта # 22-1086) и  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$  (JCPDS карта # 73-2410). Средний размер кристаллитов близок для всех составов и составляет  $(56 \pm 3)$  нм. Во всех образцах есть очень слабые (примесные) пики, которые не описываются основной фазой. Постоянная решетки  $a$  изменяется от 8.3905 Å для феррита кобальта до 8.3866 Å для феррита магния. Зависимость величины  $a$  от концентрации Mg (рис. 1b) удовлетворяет правилу Vegarda, что подтверждает замещение кобальта магнием в решетке феррита и подтверждает близость химических составов к реальным. Неконтролируемые примеси, которые дают слабые рефлексы не влияют на магнитные свойства образцов, как будет показано ниже.

Спектры эффекта Мессбауэра, записанные при  $T = 300$  К для всех образцов, приведены на рис. 2. Химический сдвиг (IS) характеризует вид локального окружения (тетраэдрическое или октаэдрическое), а также зарядовое состояние железа. В тетраэдрическом окружении величина IS меньше, чем в октаэдрическом при одинаковом зарядовом состоянии из-за большей электронной плотности на ядрах железа. Это отличие позволяет по мессбауэровским спектрам различить состояния железа в тетра- и октаэдрических узлах кристаллической решетки шпинели. Спектры, характерные для магнитоупорядоченного состояния, аппроксимированы тремя секстетами. Относительная интенсивность парциальных секстетов определялась с точностью 4%. Два интенсивных секстета имеют параметры, характерные для ионов  $\text{Fe}^{3+}$  в А и В позициях в шпинельной структуре, третий секстет малой интенсивности характерен для гематита, где ионы  $\text{Fe}^{3+}$  занимают только октаэдрические позиции. Больше всего таких ионов в образцах с  $x = 0$  (~ 15%) с последующим постепенным уменьшением до ~ 5% в образце с  $x = 1$ . При замещении кобальта магнием происходит перераспределение железа между окта- и тетраэдрическими позициями. Катионы кобальта полностью занимают октаэдрические позиции, в то время как магний может находиться и в тетраэдрических узлах [15]. На основании полученных результатов, учитывая разницу вероятности эффекта Мессбауэра для двух позиций железа в решетке шпинели [16], можно записать кристаллохимические формулы образцов (круглые скобки соответствуют октаэдрическим А позициям, квадратные – тетраэдрическим В позициям):

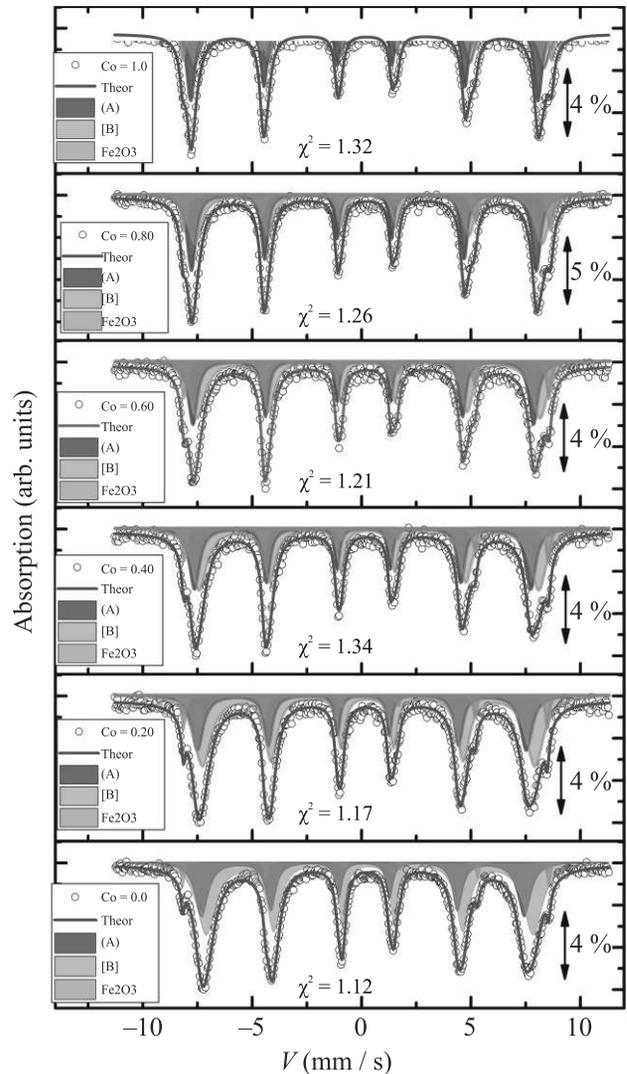
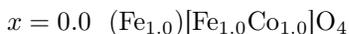
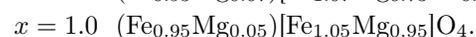
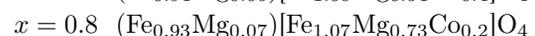
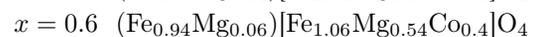
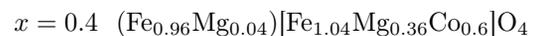


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры эффекта Мессбауэра образцов 1–6, записанные при  $T = 300$  К. Секстеты, окрашенные зеленым, относятся с  $\text{Fe}^{3+}$  в тетраэдрах, голубым – в октаэдрах в шпинели, розовым – в октаэдрах в гематите. Точки – эксперимент, сплошная красная линия – модельная огибающая. Для каждого образца указан параметр  $\chi^2$ , величина эффекта показана стрелкой справа



Сравнивая полученные распределения ионов по кристаллическим позициям, следует отметить, что в большинстве работ, посвященных ферритам кобальта как стехиометрического состава, так и замещенного, наблюдалось заселение ионами  $\text{Co}^{2+}$  обоих типов позиций. Например, в НЧ  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$ , синтези-

рованных золь-гель методом, часть ионов Со была локализована в тетраэдрах при всех использованных значениях  $x$  [11]. В [17] показано, что ионы Со частично располагаются в тетраэдрических позициях в НЧ  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ , синтезированных при температурах спекания ниже  $600^\circ\text{C}$ , и, практически, только в октаэдрических позициях при более высоких температурах спекания. Распределение катионов по кристаллическим позициям, показанное в вышеприведенных формулах, наиболее близко к данным работы [18], где показано, что при синтезе НЧ  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  цитратным методом с низкой температурой отжига ионы  $\text{Co}^{2+}$  занимают оба типа позиций, и по мере возрастания температуры отжига происходит их перераспределение в пользу октаэдрических позиций. В то же время при синтезе по методу соосаждения около 25 % ионов  $\text{Co}^{2+}$  занимают тетраэдрические позиции при любой температуре отжига. В использованной в настоящей работе цитратной технологии, синтез проводился при  $700^\circ\text{C}$  в течение 3 ч, что могло способствовать локализации всех ионов Со в октаэдрических позициях. В образцах с  $x = 0.4-1.0$ , ионы  $\text{Fe}^{3+}$  распределены между А и В позициями почти поровну с незначительным превышением количества этих ионов в В позициях ( $\sim 0.1$ ), что также соответствует данным [18]. Таким образом, цитратная технология с использованием высоких температур обеспечивает формирование полностью обращенной шпинели  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$  при любых концентрациях Со и Mg.

Петли гистерезиса, записанные при 300 К для всех образцов, показаны на рис. 3а. Видно, что характерные параметры петель – намагниченность насыщения  $M_s$ , которая определялась, как намагниченность, измеренная в максимальном поле 15 кЭ, остаточная намагниченность,  $M_r$ , и коэрцитивная сила  $H_c$  (вставка на рис. 3а) сильно уменьшаются по мере замещения ионов Со ионами Mg, то есть, наблюдается переход от магнито-жесткого к магнито-мягкому материалу. В интервале изменения  $x$  от 0.0 до 0.8 экспериментальная зависимость  $M_s$  от концентрации Mg (кривая 1 рис. 3б) совпадает с ходом зависимости, рассчитанной в соответствии с данными эффекта Мессбауэра по распределению ионов в подрешетках (кривая 2 рис. 3б). Для НЧ с  $x = 0$  намагниченность в поле 15 кЭ составляет  $75 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$ , что соответствует данным большинства авторов исследовавших феррит кобальта как в массивном ( $80 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$  при 300 К [2]), так и в наноразмерном ( $77.6 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$  [11],  $72.6 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$  [12]) состояниях. В случае  $x = 1$  экспериментально измеренная намагниченность ( $26.4 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$ ) вдвое превышает намагниченность ( $12.3 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$ , пересчи-

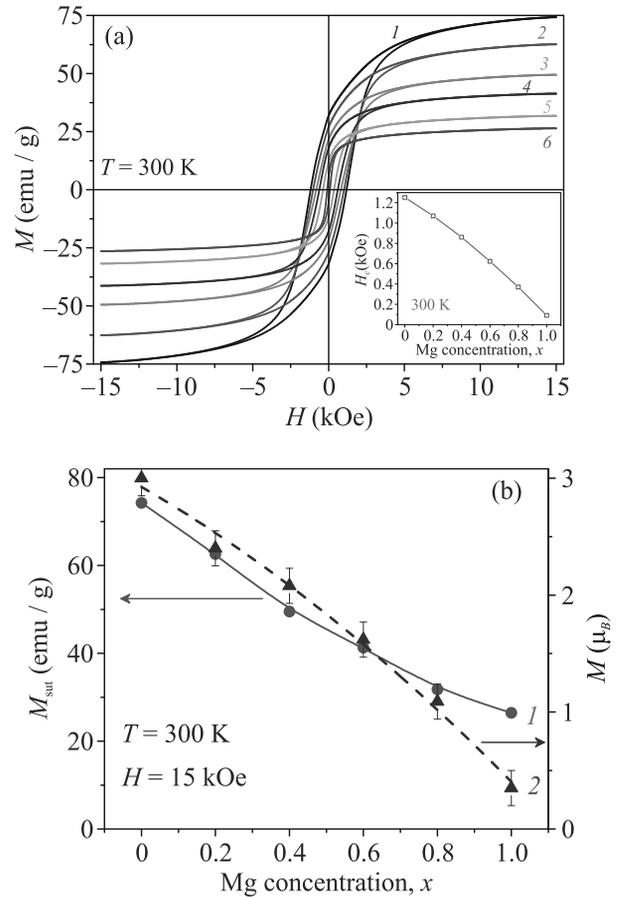


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Петли гистерезиса для образцов 1–6 ( $x = 0.0-1.0$ , соответственно), на вставке зависимость  $H_c(x)$ ; (б) – концентрационные зависимости  $M_s$  образцов 1–6 в магнитном поле 15 кЭ при  $T = 300 \text{ К}$  (кривая 1) и магнитный момент на формульную единицу, рассчитанный в соответствии с распределением ионов по позициям по данным эффекта Мессбауэра (кривая 2)

танную из магнитного момента формульной единицы  $0.35 \mu_B$ ), оцененную, исходя из распределения магнитных ионов по подрешеткам. Однако, она близка к намагниченности массивных образцов феррита магния [2]. Возможно, в случае этого феррита намагниченность обусловлена не только и не столько разностью количества магнитных ионов в противоположно намагниченных подрешетках, как это обсуждалось во введении.

При понижении температуры  $M_s$ , коэрцитивная сила  $H_c$  и степень прямоугольности петель гистерезиса всех образцов, кроме образца с  $x = 1.0$ , возрастают в несколько раз, особенно сильно увеличивает  $H_c$  (рис. 4, 5а). При этом характер изменения  $H_c$  одинаков для 1–5 образцов. В образце с  $x = 1.0$  увеличение параметров петли незначительно и  $H_c$  линей-

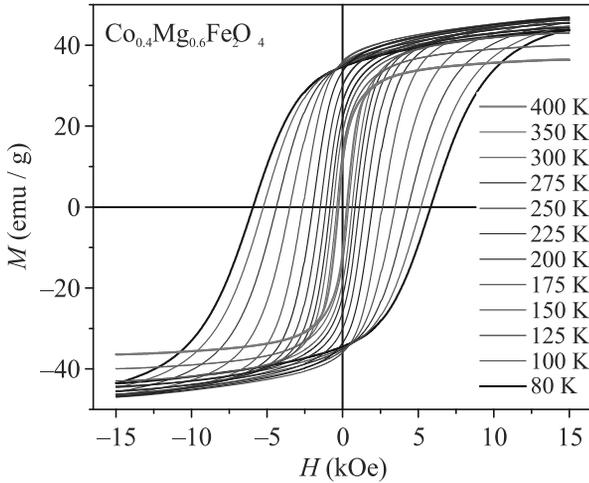


Рис. 4. (Цветной онлайн) Петли гистерезиса при различных температурах для образца 4 ( $x = 0.6$ )

но по температуре (вставка на рис. 5а). Сильное возрастание  $H_c$  приводит к тому, что в использованных полях при понижении температуры остаются только частные циклы (на рис. 4 для образца с  $x = 0.6$ ), и в образцах 1–4 магнитное насыщение при понижении температуры не достигается. Это обуславливает кажущееся уменьшение намагниченности при понижении температуры (рис. 5б, кривая 2). Таким образом, экспериментальное определение  $M_s$  при низких температурах становится невозможным для образцов 1–4. Оценки величины  $M_s$  при 0 К ( $M_{s0}$ ) получены с помощью закона Блоха, аналогично [19]

$$M_s = M_{s0}(1 - BT^{3/2}), \quad (1)$$

где  $B$  – параметр материала. Из рисунка 5б видно, что для образца 6 ( $MgFe_2O_4$ ) зависимость  $M_s$  от температуры описывается законом Блоха во всем использованном интервале температур (кривая 1). Значение  $M_{s0}$  было получено экстраполяцией этой зависимости к 0 К. Подобная процедура была проведена для остальных образцов с использованием того участка экспериментальной кривой  $M_s(T)$ , который удовлетворяет закону Блоха, как это показано кривой 2 на рис. 5б. Значения  $M_{s0}$ , определенные таким способом приведены в табл. 1, откуда видно, что для образцов 1 и 6 эти значения близки к данным для массивных образцов кобальтового ( $90 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$ ) и магниевого ( $31 \text{ Гс} \times \text{см}^3/\text{г}$ ) ферритов (табл. 12, с. 206 в [2]).

Коэрцитивная сила НЧ ферритов шпинелей зависит от многих факторов, таких как магнито-кристаллическая анизотропия, размеры частиц, условия синтеза и т.д. Поскольку все образцы были синтезированы при одинаковых условиях, а средние

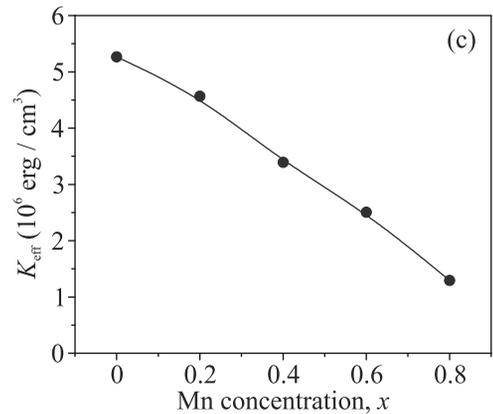
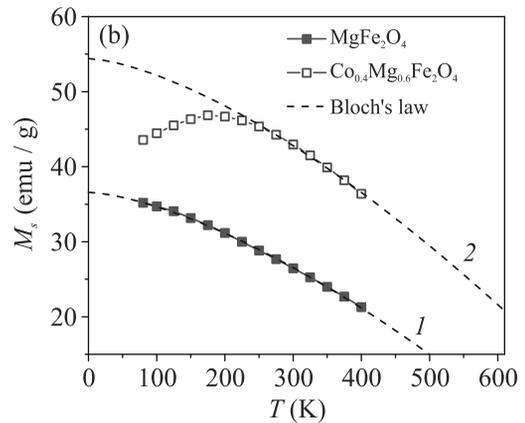
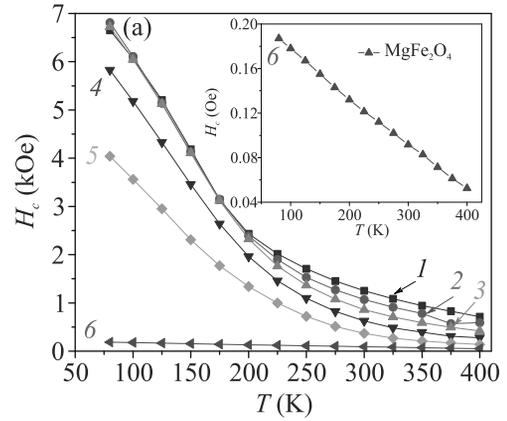


Рис. 5. (Цветной онлайн) (а) – Температурные зависимости  $H_c$  для всех образцов, на вставке:  $H_c(T)$  для образца 6 в увеличенном масштабе по оси ординат; (б) – зависимости  $M_s(T)$  для образцов  $MgFe_2O_4$  и  $Co_{0.4}Mg_{0.6}Fe_2O_4$  (кривые 1, 2, соответственно), точки – эксперимент, штриховые линии закон Блоха; (с) – константа анизотропии при 0 К в зависимости от концентрации Mg

размеры кристаллитов по данным рентгеновской дифракции одинаковы, на первый план выходит магнито- кристаллическая анизотропия, которая была рассчитана в рамках подхода, использованного

**Таблица 1.** Значения  $M_s$  и  $M_r/M_s$  при  $T = 300$  К в поле  $H = 15$  кЭ,  $M_{s0}$ ,  $H_k$  и  $K_{\text{эфф}}$ , при  $T = 0$  К, и  $K_{\text{эфф}}^*$  при 300 К

$x$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$M_s$ (Гс $\times$ см <sup>3</sup> /г)	74.4	62.6	49.5	41.3	31.8	26.4
$M_r/M_s$	0.43	0.43	0.43	0.43	0.37	0.21
$M_{s0}$ (Гс $\times$ см <sup>3</sup> /г)	88.5	78.6	61.4	54.42	41.4	36.6
$H_k$ (кЭ)	11.5	11.45	11.2	9.57	6.67	0.2
$K_{\text{эфф}}$ (эрг/см <sup>3</sup> )	$5.27 \times 10^6$	$4.57 \times 10^6$	$3.40 \times 10^6$	$2.51 \times 10^6$	$1.29 \times 10^6$	$4 \times 10^4$
$K_{\text{эфф}}^*$ (эрг/см <sup>3</sup> )	$1.79 \times 10^6$	$1.5 \times 10^6$	$1.14 \times 10^6$	$0.87 \times 10^6$		

в [20] для ансамбля НЧ при температурах, меньших температуры блокировки  $T_B$ , поскольку для всех исследованных образцов полевые зависимости намагниченности демонстрируют гистерезис во всем интервале использованных температур. Согласно модели Стонера–Вольфарта для невзаимодействующих однодоменных частиц [21], коэрцитивная сила при 0 К связана с полем магнитной анизотропии  $H_k$  простым соотношением  $H_c = 0.48H_k$ , а  $H_k = 2K_{\text{эфф}}/M_s$ , где  $K_{\text{эфф}}$  – эффективная константа анизотропии.  $H_k$  и ее температурную зависимость можно определить на основании измеренной  $H_c$  с помощью формулы [22]

$$H_c = 0.48H_k \left[ 1 - \left( \frac{k_B T}{K_{\text{эфф}} V_c} \ln \left( \frac{\tau_m}{\tau_0} \right) \right)^{3/4} \right], \quad (2)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $V_c$  – объем магнитной частицы,  $\tau_m$  – время измерения (весьма неопределенная величина, на много порядков превосходящая  $\tau_0$  в магнитостатическом эксперименте),  $\tau_0$  – время магнитной релаксации порядка  $10^{-9}$  с. При ожидаемой слабой зависимости  $K_{\text{эфф}}$  от температуры в области низких температур  $H_c$  будет, практически, линейно по  $T^{3/4}$ , и экстраполяция этой зависимости к 0 К даст значение  $H_k$ , и затем  $K_{\text{эфф}}$ .

Рассчитанные таким образом значения константы эффективной анизотропии  $K_{\text{эфф}}$  при 0 К приведены на рис. 5с для всех значений  $x$ . Для образцов 1–5  $K_{\text{эфф}}$  монотонно уменьшалось от  $5.27 \times 10^6$  до  $1.29 \times 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>, несколько быстрее, чем по линейному закону, но даже для наименьшей использованной концентрации кобальта ( $1 - x = 0.2$ ) оставалось очень большим, практически, на 2 порядка величины превышая  $K_{\text{эфф}} = 4 \times 10^4$  эрг/см<sup>3</sup> образца 6, не содержащего кобальта. Представленные в табл. 1 значения  $K_{\text{эфф}}$  больше, чем получено в [11] для НЧ  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  и  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$ , синтезированных по соль-гель технологии ( $4.3$  и  $3.07 \times 10^6$  эрг/см<sup>3</sup> для  $x = 0.0$  и  $0.3$ , соответственно).

Рассчитать константу анизотропии при 300 К, можно, используя закон приближения к насыщению [20, 23, 24]

$$M(H) = M_s \left( 1 - \frac{4}{15} \left( \frac{K_{\text{эфф}}}{M_s H} \right)^2 \right) + \chi H. \quad (3)$$

Первый член в правой части этого выражения связан с анизотропией частиц в соответствии с законом Акулова–Киренского [25], а второй может быть обусловлен как парапроцессом в самих частицах, так и возможным суперпарамагнитным состоянием некоторого количества частиц. Относительные вклады этих двух членов в намагниченность (3) определяют возможность адекватной оценки константы анизотропии по кривой  $M(H)$  в высоких полях. В соответствии с моделью Стонера–Вольфарта [21] в системе невзаимодействующих частиц с положительной кубической анизотропией отношение  $M_r/M_s = 0.83$ . Как видно в табл. 1,  $M_r/M_s$  не достигает этой величины ни при одном значении  $x$  и заметно уменьшается по мере его увеличения. Поэтому оценка константы эффективной анизотропии проведена только для образцов с  $x \geq 0.6$  (табл. 1). Что касается температурной зависимости  $K_{\text{эфф}}$ , то ее получение затруднено быстрым возрастанием коэрцитивной силы при понижении температуры (см. рис. 4), переходом от полной петли гистерезиса к частным циклам и исчезновением участка приближения намагниченности к насыщению в использованных магнитных полях. В работе [26] исследованы температуры блокировки намагниченности и спектры эффекта Мессбауэра при разных температурах для НЧ  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  со средним размером 7.5 нм, синтезированных методом соосаждения. На основании этих измерений получены температурные зависимости  $K_{\text{эфф}}$ . Температурные зависимости  $H_c$ , показанные на рис. 5а, идентичные для всех образцов, содержащих кобальт, близки к температурным зависимостям  $K_{\text{эфф}}$  из [26], что позволяет утверждать о соответствии  $H_c$  температурным зависимостям  $K_{\text{эфф}}$  для НЧ  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$ , кроме образца с  $x = 1$ . Таким образом, магнитные свойства синтезированных НЧ определяются ионами  $\text{Co}^{2+}$  до самой низкой использованной их концентрации ( $1 - x = 0.2$ ). В заключение отметим основные результаты работы: использованный метод синтеза позволил получить систему НЧ  $\text{Co}_{1-x}\text{Mg}_x\text{Fe}_2\text{O}_4$ , в

которых ионы  $\text{Co}^{2+}$  занимают только октаэдрические позиции; получены температурные зависимости магнитных параметров  $M_s$ ,  $M_r$ ,  $H_c$  для всех исследованных составов; показано, что температурные зависимости  $H_c$  идентичны для всех составов, кроме состава с  $x = 1$ , и величина  $H_c$  пропорциональна концентрации ионов кобальта; определена концентрационная зависимость константы эффективной анизотропии.

Авторы благодарят Центр коллективного пользования Красноярского научного центра СО РАН за помощь в проведении магнитных измерений. Авторы также признательны д.ф.-м.н Комогорцеву С.В. за полезные дискуссии.

**Финансирование работы.** Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда # 23-22-10025, <https://rscf.ru/project/23-22-10025/>, Красноярского краевого фонда науки.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. L. Neel, C. R. Acad. Sci. **230**, 375 (1950).
2. Я. Смит, Х. Вейн, *Ферриты. Физические свойства и практические применения*, ИЛ, М. (1962) [J. Smit and H.P. Wijn, *Ferrites. Physical properties of ferrimagnetic oxides in relation to their technical applications*, Philips' Techn. Libr., Eindhoven (1959)].
3. M. I. M. Omer, A. A. Elbadawi, and O. A. Yassin, J. Appl. Ind. Sci. **1**, 20 (2013).
4. L. M. Corliss and J. M. Hastings, Phys. Rev. **90**, 1013 (1953).
5. D. H. Manh, T. D. Thanh, T. L. Phan, and D. S. Yang, RSC Adv. **13**, 8163 (2023).
6. N. Hosni, K. Zehani, T. Bartoli, L. Bessais, and H. Maghraoui-Meherzi, J. All. Com. **694**, 1295 (2017).
7. С. В. Дьяченко, К. Д. Мартинсон, И. А. Черепкова, А. И. Жерновой, Журнал прикладной химии **89**, 417 (2016) [S. V. Dyachenko, M. A. Vaseshenkova, K. D. Martinson, I. A. Cherepkova, and A. I. Zhernovoi, Russian Journal of Applied Chemistry **89**, 690 (2016)].
8. S. Maensiri, M. Sangmanee, and A. Wiengmoon, Nanoscale Res. Lett. **4**, 221 (2009).
9. S. I. Hussein, A. S. Elkady, M. M. Rashad, A. G. Mostafa, and R. M. Megahid, J. Magn. Magn. Mater. **379**, 9 (2015).
10. А. И. Жерновой, А. А. Комлев, С. В. Дьяченко, Журнал технической физики **86**, 146 (2016) [A. I. Zhernovoi, A. A. Komlev, and S. V. Dyachenko, Technical Physics. **61** 302 (2016)].
11. S. Sarmah, K. P. Patra, P. K. Maji, S. Ravi, and T. Bora, Ceram. Inter. **49**, 1444 (2023).
12. Q. Lin, Y. He, J. Lin, F. Yang, L. Wang, and J. Dong, J. Magn. Magn. Mater. **469**, 89 (2019).
13. A. G. Abraham, A. Manikandan, E. Manikandan, S. Vadivel, S. K. Jaganathan, A. Baykal, and P. S. Renganathan, J. Magn. Magn. Mater. **452**, 380 (2018).
14. Bruker AXS TOPAS V4: General profile and structure analysis software for powder diffraction data. – User's Manual. Bruker AXS, Karlsruhe, Germany (2008).
15. С. Крупичка, *Физика ферритов и родственных им магнитных окислов*, Мир, М. (1976), 345 с.
16. G. A. Sawatzky, F. van Der Woude, and A. H. Morrish, Phys. Rev. **187**(2) (1969).
17. M. Al-Maashani, A. M. Gismelseed, K. A. M. Khalaf, A. A. Yousif, A. D. Al-Rawas, H. M. Widatallah, and M. E. Elzain, Hyperfine Interact. **239**, 15 (2018).
18. L. Kumar, P. Kumar, A. Narayan, and M. Kar, International Nano Lett. **3**, 8 (2013).
19. S. V. Stolyar, R. N. Yaroslavtsev, A. V. Tyumentseva, S. V. Komogortsev, E. S. Tyutrina, A. T. Saitova, Y. V. Gerasimova, D. A. Velikanov, M. V. Rautskii, and R. S. Iskhakov, J. Phys. Chem. C **126**(17), 7510 (2022).
20. T. Kahmann, E. L. Röscha, K. Enpukub, T. Yoshidab, and F. Ludwiga, J. Magn. Magn. Mater. **519**, 167402 (2021)
21. E. C. Stoner and E. P. Wohlfarth, Phil. Trans. Royal Soc. A: Math., Phys., Eng. Sci. **240**, 599 (1948).
22. J. García-Otero, A. J. García-Bastida, and J. Rivas, J. Magn. Magn. Mater. **189**, 377 (1998).
23. С. В. Комогорцев, Т. Н. Патрушева, Д. А. Балаев, Е. А. Денисова, И. В. Пономаренко, Письма в ЖТФ **35**, 19, 6 (2009) [S. V. Komogortsev, T. N. Patrusheva, D. A. Balaev, E. A. Denisova, and I. V. Ponomarenko, Tech. Phys. Lett. **35**, 882 (2009)].
24. С. В. Комогорцев, С. В. Семенов, С. Н. Варнаков, Д. А. Балаев, ФТТ **64**, 22 (2022) [S. V. Komogortsev, S. V. Semenov, S. N. Varnakov, and D. A. Balaev, Phys. Solid State. **64**, 23 (2022)].
25. Н. С. Акулов, Л. В. Киренский, ЖТФ **9**(13), 1145 (1939) [N. S. Aculov and L. V. Kirensky, Technical Physics. **9**(13), 1145 (1939)].
26. S. Yoon, Hyperfine Interact **231**, 21 (2015).

# Multiband superconductivity in $\text{KCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$

A. V. Sadakov<sup>1</sup>), A. A. Gippius, A. T. Daniyarkhodzhaev, A. V. Muratov, A. V. Kliushnik, O. A. Sobolevskiy,  
V. A. Vlasenko, A. I. Shilov, K. S. Pervakov

Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, 119991 Moscow, Russia

Submitted 17 November 2023  
Resubmitted 28 November 2023  
Accepted 28 November 2023

DOI: 10.31857/S1234567824020071, EDN: rutput

**Introduction.** The physics of superconductivity has been experiencing a new youth over the past decade. This was largely facilitated by the discovery and intense research of iron-based superconductors (IBSC) and hydrides, but also by progress in fundamental and applied research on cuprates.

In this work we report on a combined study of the gap structure, order parameter symmetry and superfluid density behavior with a help of complimentary techniques – Andreev reflection spectroscopy on symmetrical superconductor-normal metal-superconductor (S-n-S) point contact and self-field critical current temperature behavior.

## Experimental details.

*Measurements details.* Transport measurements were performed in a helium cryostat system with a temperature controller that stabilizes temperature within  $\pm 0.01$  K. Current-Voltage Characteristics (IVCs) were measured using custom made low noise variable gain amplifier followed by a National Instruments acquisition system.

Magnetic ac-susceptibility measurements were performed with a Quantum Design MPMS XL-7 SQUID magnetometer.

*Synthesis and characterization.* In this work, the bulk  $\text{KCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$  was synthesized from the metallic Ca, K,  $\text{FeF}_3$  powder, As pieces, and pre-synthesized FeAs as starting materials in a stoichiometric ratio 6:3:2:2:10.

The cell parameters established by the XRD are  $a = 3.8612(2)$ ,  $c = 30.9367(13)$  Å with  $R_p = 6.4\%$ , that coincide with the data given in the literature [1]. The volume of 1111 and 122 impurity phases was estimated to be about 10% by the RIR method.

*Results and discussion.* There are limited amount of techniques that investigate the superconducting energy gap in polycrystalline samples. One of such methods is the Intrinsic Multiple Andreev Reflections Spectroscopy

(IMARE) of symmetric contacts, which has been widely used to study gaps in Iron- based systems [2, 3].

*Discussion. Energy gap structure.* The structure, symmetry type and angular behavior of the order parameter, is a key question in the physics of unconventional superconductivity. The conclusions based on indirect energy gap measurements, such as temperature dependence of the superfluid density [4] may suffer from mathematical shortcomings of model analytics. Such as, there are too many free fitting parameters as we usually see in case of multigap superconductors, especially if one or two gaps have angular dependence in momentum space.

In our Andreev reflections experiment, with 9 different bulk samples and over a hundred of spectra measurements we established that the shape of the reflection dip is symmetrical, showcasing an  $s$ -wave symmetry in each of the order parameters. The same conclusions were stated in ARPES investigations [5], where the data show that all the obtained energy gaps exhibit no signs of  $d$ -wave symmetry. However, we were able to distinguish only two energy gaps, which differs from the ARPES results. This can be explained by the fact that (i) in the ARPES data several gaps on different branches of the Fermi surface practically have almost equivalent values and (ii) we were probably unable to determine another gap because of the polycrystalline nature of our samples and some impurities in them.

**Conclusion.** We established a two-gap superconductivity in  $\text{KCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$  ( $T_c = 34$  K), with  $\Delta_L = 6.8 \pm 0.5$  meV and  $\Delta_S = 3.2 \pm 0.3$  meV. Symmetrical shape of the Andreev reflection dips in the spectra, reveal that both order parameters have  $s$ -wave symmetry. It was confirmed by the fitting of superfluid density temperature dependence obtained by measurements of self-field critical current.

**Funding.** This work was supported by the Russian Science Foundation (RSF) grant # 23-12-00307.

**Conflict of interest.** The authors declare that they have no conflicts of interest.

<sup>1</sup>)e-mail: andrey.sadakov@gmail.com

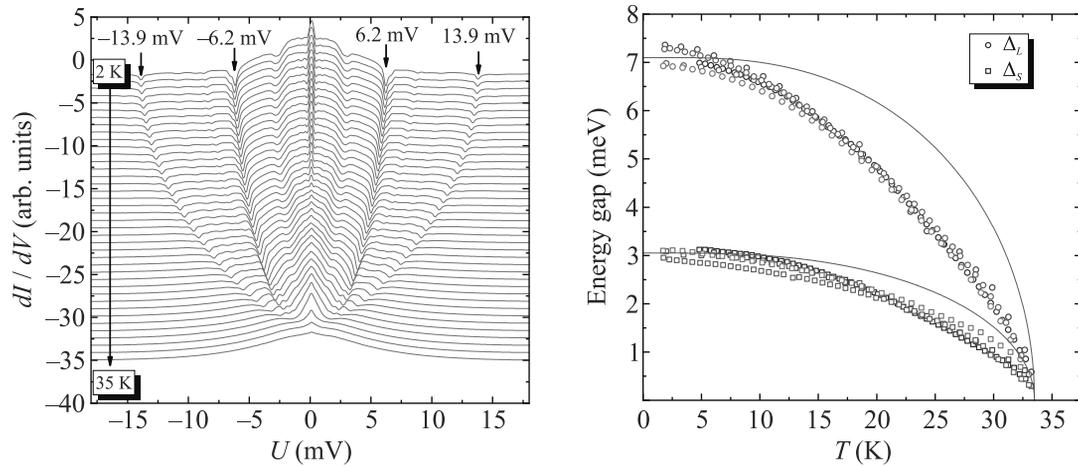


Fig. 1. (Color online) Left panel: temperature evolution of spectrum. Right panel: temperature dependence of large (circles) and small (squares) energy gaps derived directly from spectra from Fig. 2 (right panel). BCS-like curves presented by gray lines

This is an excerpt of the article “Multiband superconductivity in  $KCa_2Fe_4As_4F_2$ ”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364023603676

1. Zh.-Ch. Wang, Ch.-Y. He, S.-Q. Wu, Zh.-T. Tang, Y. Liu, A. Ablimit, Ch.-M. Feng, and G.-H. Cao, *J. Am. Chem. Soc.* **138**(25), 7856 (2016).
2. T. K. Kim, K. S. Pervakov, D. V. Evtushinsky et al. (Collaboration), *Phys Rev B* **103**, 174517 (2021).
3. S. A. Kuzmichev and T. E. Kuzmicheva, *J. Low Temp. Phys.* **42**(11), 1008 (2016).
4. M. Smidman, F. K. K. Kirschner, D. T. Adroja, A. D. Hillier, F. Lang, Z. C. Wang, G. H. Cao, and S. J. Blundell, *Phys. Rev. B* **97**(6), 060509 (2018).
5. D. Wu, W. Hong, C. Dong et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **101**(22), 224508 (2020).

## Переход в магнонный Бозе конденсат

П. Е. Петров<sup>+\*</sup>, Г. А. Князев<sup>+\*</sup>, А. Н. Кузмичёв<sup>+</sup>, П. М. Ветошко<sup>+×°</sup>, В. И. Белотелов<sup>+×\*</sup>, Ю. М. Буньков<sup>+1)</sup>

<sup>+</sup>Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Москва, Россия

<sup>\*</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

<sup>×</sup>Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, 295007 Симферополь, Россия

<sup>°</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 ноября 2023 г.

После переработки 30 ноября 2023 г.

Принята к публикации 30 ноября 2023 г.

Впервые экспериментально получены параметры перехода от классической динамики спиновых волн к образованию когерентного магнонного конденсата Бозе–Эйнштейна. Исследования проведены на пленке железо–иттриевого граната за пределами области радиочастотного возбуждения, так что когерентное состояние магновов является собственным состоянием и не наведено внешним радиочастотным полем. Критическая плотность магновов при образовании Бозе конденсата хорошо согласуется с теоретическим предсказанием. Переход получен при комнатной температуре, что стало возможным благодаря малой массе магновов и их большой плотности.

DOI: 10.31857/S1234567824020095, EDN: rtrpbh

Образование нового агрегатного состояния – когерентного квантового состояния вещества определяется в первую очередь конденсацией Бозе частиц. Оно проявляется в таких квантовых явлениях, как электронная сверхпроводимость и массовая сверхтекучесть. Непосредственно Бозе–Эйнштейновская конденсация, в чистом виде наблюдалась в разряженном газе атомов [1, 2], а также фотонов [3–5]. Кроме частиц, макроскопические квантовые состояния могут образовывать и квазичастицы – магноны [6], фононы [7], ротоны [8], экситоны [9], поляритоны [10], связанные экситон-поляритонные состояния [11] и т.д. В условиях Бозе–Эйнштейновской конденсации макроскопическое число квазичастиц находится в едином квантовом состоянии. Оно возникает при возбуждении достаточного числа неравновесных квазичастиц и определяется известной формулой Бозе–Эйнштейновской конденсации, в которую входят плотность, температура и масса квазичастиц.

$$T_{BEC} = \kappa_0 \frac{\hbar^2}{k_B m} \left( \frac{N}{V_s} \right)^{2/3}, \quad \kappa_0 = \frac{2\pi}{[\zeta(\frac{3}{2})]^{2/3}} \simeq 3.31, \quad (1)$$

где  $\frac{N}{V_s}$  – плотность частиц,  $m$  – их масса, а  $T$  – температура. Соответственно  $\hbar$  – постоянная планка,  $k_B$  – константа Больцмана и  $\zeta$  – дзета-функция Римана.

Впервые Бозе конденсация квазичастиц возбуждения магнитоупорядоченного состояния – магновов (МБЭК) была обнаружено в 1984 г. в антиферромагнитном сверхтекучем  $^3\text{He-B}$  [6, 12–14]. Она была обнаружена по спонтанному восстановлению когерентности магновов после их импульсного возбуждения и первоначальной расфазировки в неоднородном магнитном поле [15, 16]. Особенностью образования когерентного состояния магновов в  $^3\text{He-B}$  является специфический механизм пространственного перераспределения спинов за счет сверхтекучего противотока компонент сверхтекучей жидкости с противоположной намагниченностью. Именно этот механизм в данном случае приводил к образованию домена с однородной прецессией [17, 18].

Однако этот механизм отсутствует в большинстве других случаев образования БЭК, когда выполняется условие (1), и, в частности, БЭК магновов в твердых телах, рассматриваемом в данной статье. В этом случае когерентное состояние магновов осуществляется за счет их взаимодействия друг с другом. В данной статье мы рассмотрим образование магнонного БЭК для стационарных магновов с  $k = 0$ , который во многом аналогичен условиям образования атомарного БЭК. В некоторых экспериментальных условиях распространяющиеся магноны с не нулевым  $k$  обладают меньшей энергией, чем покоящиеся магноны. В этом случае также наблюдаются когерентные эффекты [19], которые мы в данной ста-

<sup>1)</sup>e-mail: y.bunkov@rqc.ru

ть рассматривать не будем в силу специфики этого случая.

Магнный БЭК при  $k = 0$  был обнаружен в системах со связанной ядерно-электронной прецессией в ряде антиферромагнетиков [20–22]. В частности, в этих системах был обнаружен эффект подавления спин-спиновой релаксации  $T^2$  при образовании магнного Бозе конденсата. Оказалось, что сигнал индукции от магнного БЭК длится на порядок дольше, чем должно следовать из величины  $T^2$ , полученной методом спинового эха. Этот эффект объясняет и результаты, представленные в дальнейшем в этой статье.

Настоящим прорывом стало обнаружение МБЭК в пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ) при комнатной температуре [23, 24]. Магноны в пленках ЖИГ, намагниченных перпендикулярно плоскости образца, имеют минимум энергии при волновом векторе  $k$ , равном нулю, и характеризуются взаимодействием отталкивания, как и в  $^3\text{He-V}$ . Поэтому МБЭК образуется стационарными магнонами, как и в атомарном БЭК. Назовем его МБЭК атомарного типа.

В связи с тем, что магноны являются квазичастицами в магнитоупорядоченных системах, их равновесная плотность определяется температурой системы. При этом она всегда меньше, чем концентрация магнонов, необходимая для Бозе конденсации. Однако их плотность можно существенно увеличить путем возбуждения неравновесных магнонов. Критическая концентрация магнонов для образования МБЭК для различных систем может быть вычислена из параметров спектра магнонов. Так, для рассматриваемой в данной статье системы, состоящей из пленки ЖИГ, намагниченной перпендикулярно поверхности, критическая плотность магнонов соответствует динамическому отклонению намагниченности на угол  $2.5^\circ$  [25].

В системе неравновесных магнонов роль плотности частиц  $\mathcal{N}$  играет изменение проекции полного спина на направление внешнего магнитного поля  $\mathcal{S}_z$ . Возбуждение неравновесных магнонов приводит к уменьшению продольной намагниченности системы  $\mathcal{S}_z$  на величину, пропорциональную  $1 - \cos \beta$ , где  $\beta$  – угол динамического отклонения равновесной намагниченности [26, 27]. Взаимодействие между магнонами приводит к сдвигу частоты прецессии от ларморовской на величину  $\Delta\omega$ , которая определяет длину когерентности и критическую скорость сверхтекучего тока магнонов [26, 27].

Большим достоинством магнной сверхтекучести является то, что данное состояние с отклоненной и прецессирующей намагниченностью является ос-

новным состоянием системы при заданной плотности магнонов. Поэтому его можно поддерживать непрерывно, возмещая испаряющиеся магноны внешней накачкой. При этом новые возбужденные магноны рождаются в состоянии уже существующего Бозе конденсата [28]. Более того, частота радиочастотной (РЧ) накачки определяет химический потенциал и соответствующую плотность неравновесных магнонов [29, 6]. Следствием этого явления то, что плотность магнонов определяется разницей частот между ларморовской частотой и частотой РЧ накачки и не зависит от амплитуды РЧ поля, что явно противоречит интуитивному подходу некоторых исследователей [30, 31]. Сканируя частоту (или магнитное поле), при постоянной РЧ накачке возможно изменять плотность магнонов в конденсате [32].

Обычно распределение и динамика магнонов в пленках ЖИГ исследуются с помощью эффекта Мандельштам–Брилюэновском рассеянии света. Он нашел широкое применение для исследования Бозе конденсации магнонов в пленках, намагниченных в плоскости пленки [19, 33]. В этом случае, при параметрической накачке спиновых волн, последние концентрируются в минимуме энергии, соответствующем магнонам с ненулевым волновым вектором  $k$ . Следует добавить, что магнная Бозе конденсация была обнаружена в этой геометрии также и для магнонов при  $k = 0$  при резонансном возбуждении [34].

Однако метод Мандельштам–Брилюэновском рассеянии света не применим для исследования магнонов с нулевым  $k$ . В Российском квантовом центре была разработана оптическая установка, позволяющая исследовать пространственное распределение плотности и фазы прецессии намагниченности для магнонов с нулевым  $k$ . Эта установка использует эффект вращения Фарадея плоскости поляризации света при его взаимодействии с поперечной компонентой прецессирующей намагниченности. Данная установка была создана для исследования процессов Бозе конденсации магнонов в пленках ЖИГ намагниченных перпендикулярно. Детальное описание и характеристики установки представлены в [35, 36].

На этой установке нами было проведено детальное исследование пространственного распределения прецессирующей намагниченности при малой и большой величине возбуждения магнонов как функция внешнего магнитного поля [37]. Были экспериментально получены два режима распределения магнонов: спин волновой режим и режим когерентной прецессии, соответствующий Бозе конденсации магнонов. В экспериментах использовался образец пленки

ЖИГ толщиной 6 мкм в виде эллипса размером 4.5 на 1.5 мм, намагниченного перпендикулярно плоскости. Магнитный резонанс возбуждался при помощи узкой полосковой линии шириной 0.2 мм, ориентированной перпендикулярно к главной оси образца. Было продемонстрировано, что при относительно малой мощности накачки существенное отклонение прецессирующей намагниченности наблюдается только в области возбуждения, соответствующей расположению полосковой линии. Наблюдались также спиновые волны, переносящие это возбуждение за пределы области возбуждения.

Распределение прецессирующей намагниченности изменилось кардинальным образом при увеличении мощности накачки до 6 мВт. В широком диапазоне полей мы получили пространственно однородную амплитуду и фазу прецессии на размере всего образца, кроме области возбуждения, где сигнал имел большую амплитуду и измененную фазу. Данное состояние мы можем идентифицировать как состояние Бозе конденсации магнонов.

Нами также было проведено компьютерное моделирование условий экспериментов с использованием программного пакета для микромагнитного моделирования MuMax<sup>3</sup> [38], которое показало хорошее соответствие с экспериментальными результатами при мощности накачки в 0.05 мВт, когда образуются спиновые волны, распространяющиеся из области накачки. Однако в рамках квазиклассического расчета на основе уравнений Ландау–Лифшица–Гильберта нам не удалось получить когерентного состояния прецессии за пределами области возбуждения при широком варьировании как мощности накачки, так и физических параметров пленки ЖИГ [37]. Таким образом мы пришли к выводу, что наблюдаемое когерентное состояние магнонов в данном случае лежит за пределами применимости квазиклассической теории.

При обсуждении результатов данной работы встал вопрос об условиях перехода от спиноволновой динамики к образованию магнонного Бозе конденсата. Именно этому эксперименту и посвящено данное письмо. Для этих исследований мы использовали тот же самый образец, что и в [37]. Возбуждающую линию мы поместили в центре образца (координата 2.5 на рис. 1, 2). Эксперимент проводился при фиксированном поле, величина которого была уменьшена на 3 Э от поля ларморовского резонанса на данной частоте. На рисунке 1 показана амплитуда отклонения прецессирующей намагниченности в магнитном диске при изменении мощности накачки. В пределе малой накачки мы видим образование

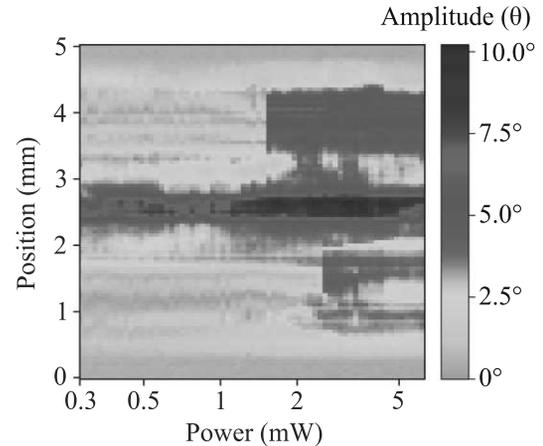


Рис. 1. (Цветной онлайн) Распределение амплитуды сигнала прецессии намагниченности на размерах образца при изменении возбуждающей мощности в возбуждающей полоске, расположенной посередине образца

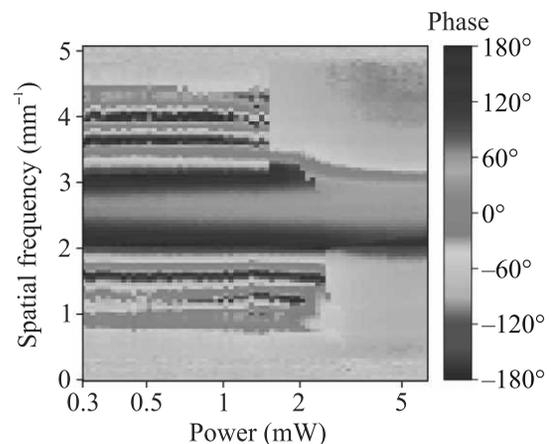


Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределение фазы сигнала прецессии намагниченности на размерах образца при изменении возбуждающей мощности. Видно образование спиновых волн в области малых возбуждений и образование когерентной прецессии при большой мощности возбуждения

существенного отклонения намагниченности только в области накачки. За пределами области накачки отклонение составляет порядка  $2^\circ$  и меньше (кроме небольшой локальной области около возбуждающей полоски). При увеличении мощности накачки до 1.6 мВт увеличивается пороговым образом амплитуда прецессии намагниченности в области, которая расположена выше области возбуждения, а при мощности 2.5 мВт также она увеличивается и ниже области накачки. В обеих областях угол прецессии пороговым образом превышает значение  $5^\circ$ . Мы можем сделать вывод, что при данной мощности

образовались области мБЭК магнонов. При этом процессы диссипации магнонов резко уменьшились, как это было показано ранее в антиферромагнетиках, что приводит к скачкообразному увеличению амплитуды прецессии. При увеличении мощности накачки угол отклонения прецессии остается практически постоянным, так как плотность магнонов в БЭК определяется разностью частот, а не мощностью накачки. Этот эффект является еще одним доказательством формирования мБЭК.

Наиболее интересные результаты показаны на рис. 2, где представлено распределение фазы прецессии при изменяемой мощности накачки. Хорошо видно образование спиновых волн при малой мощности накачки. При увеличении мощности накачки более 1.6 мВт пропадают спиновые волны в области выше области накачки и прецессия намагниченности становится когерентной. При этом угол отклонения намагниченности, а значит и плотность магнонов достигает величины более  $3^\circ$ . Этот же процесс происходит и в нижней части образца при увеличении мощности накачки более 2.5 мВт. Таким образом мы непосредственно видим образование когерентного состояния прецессии намагниченности соответствующему магنونному Бозе конденсату.

Мы можем обратить внимание на то, что фаза прецессии резко меняется от около  $90^\circ$  в области накачки до  $-90^\circ$  в области за пределами накачки. Кроме того, направление вращения фазы за пределами области накачки становится асимметричным. Этот эффект требует дальнейшего исследования.

Таким образом мы получили экспериментальное наблюдение перехода прецессии намагниченности в области за пределами области накачки от режима спиновых волн к режиму когерентной прецессии, когда плотность магнонов превысила критическую величину для образования магнного БЭК, которая теоретически была предсказана как  $2.5^\circ$ . Естественным условием формирования мБЭК является установление необходимой плотности магнонов на всем расстоянии от области возбуждения до края образца. Небольшая разница перехода в верхней и нижней части образца, видимо, связана с неоднородностью локальных процессов релаксации в образце.

Для исследования пространственной когерентности прецессии магнонов мы произвели анализ возбужденных магнонов при различной мощности возбуждения. Для этого нами было взято обратное дискретное преобразование Фурье (IDFT) от сигнала по пространственному положению вдоль образца (вертикальная ось, в мм). Затем амплитуда Фурье преобразования нормировалась на единицу для каждо-

го значения мощности накачки. Обратное дискретное преобразование Фурье осуществлялось с использованием алгоритма Кули–Тьюки с основанием два, для которого можно записать центросимметричное соотношение для восстановления правой половины от  $N/2$  до  $N$  обратного быстрого преобразования Фурье (IFFT) по его левой части от 1 до  $N/2$ :

$$f_{(N-i)} = f_i^*, i = 1, 2, \dots, \lfloor N/2 \rfloor, \quad (2)$$

где  $\lfloor N/2 \rfloor$  обозначает операцию округления до целого в меньшую сторону. Полученные зависимости нормированных амплитуд Фурье преобразований от пространственной частоты в  $\text{мм}^{-1}$  объединялись в единую матрицу и строились распределения нормированных амплитуд обратного быстрого Фурье преобразования (IFFT) по пространственным частотам и мощностям. На рисунке 3 показан результат об-

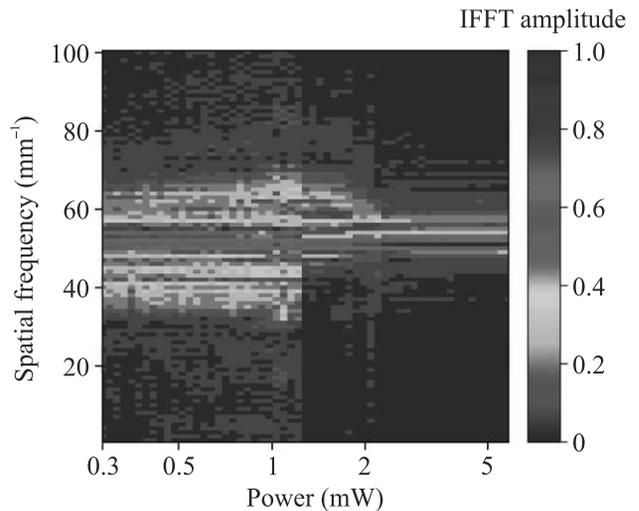


Рис. 3. (Цветной онлайн) Амплитуда обратного быстрого Фурье преобразования (IFFT) по пространственным частотам от мощности накачки

ратного быстрого преобразование Фурье для всего образца от 0 до 4.5 мм в зависимости от мощности накачки. Видно резкое сужение линии при 1.25 и, затем, при 2 мВт, которые связаны с образованием Бозе конденсата в верхней и затем нижней части образца. Однако, в область анализа, кроме областей с БЭК, попала и область накачки, которая, естественно, имеет другие характеристики, так как в ней идет непрерывное возбуждение магнонов с фазой, определяемой полем накачки. Для более аккуратного анализа спектра именно Бозе конденсата мы провели аналогичное исследование только для верхней части образца от 3.2 до 4.5 мм, не затрагивая область возбуждения. Результат показан на рис. 4. Центральная линия спектра стала существенно уже, что говорит

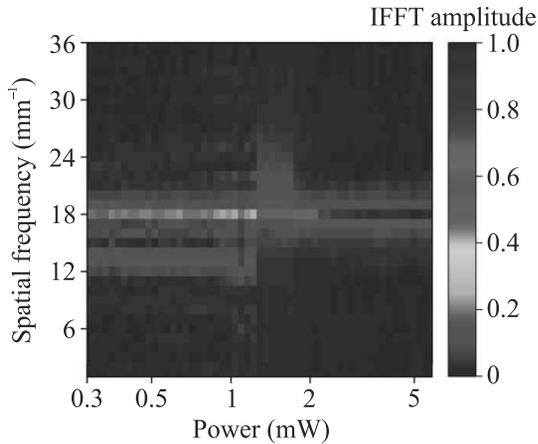


Рис. 4. (Цветной онлайн) Амплитуда обратного быстрого Фурье преобразования (IFFT) по пространственным частотам от мощности накачки для верхней части образца, исключая область возбуждения магнонов. Хорошо видна пространственная когерентность магнонов при достаточно большой мощности накачки

об образовании односвязной области магнонной Бозе конденсации. Следует также отметить, что в силу свойств преобразования Фурье ширина линии определяется размером образца. Если образец имел бы неограниченные размеры и мощности накачки были бы достаточно для конденсации магнонов, получившаяся спектральная линия должна обратиться в дельта-функцию.

В результате проведенных исследований нам удалось экспериментально наблюдать переход от динамики спиновых волн, описываемой уравнениями Ландау–Лифшица–Гильберта к образованию Бозе конденсата магнонов. Данное исследование является прямым наблюдением перехода магнонов от газового состояния к состоянию магнонного Бозе конденсата для магнонов с  $k = 0$  в перпендикулярно намагниченной пленке ЖИГ. Критическая концентрация магнонов при переходе согласуется с предсказанной ранее величиной, соответствующей углам динамического отклонения прецессирующей намагниченности более  $3^\circ$ . Данная работа показывает, что полученный магнонный Бозе конденсат имеет свойства, во многом аналогичные атомарному Бозе конденсату. Из этой работы также следует, что в работе [39] наблюдался магнонный Бозе конденсат за счет возбуждения магнонов акустической накачкой.

Мы благодарны Крымскому федеральному университету им. В. И. Вернадского за предоставленные нам образцы пленок ЖИГ, изготовленные на установке, созданной в рамках мегагранта #075-15-2022-1108 Министерства науки и высшего образования РФ.

**Финансирование работы.** Эта работа финансировалась в рамках проекта # 22-12-00322 Российского научного фонда.

**Конфликт интересов.** Авторы декларируют отсутствие конфликта интересов при выполнении данной работы.

1. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
2. K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, M. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
3. J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, and M. Weitz, *Nature* **468**, 545 (2010);
4. J. Schmitt, T. Damm, F. Vewinger, and M. Weitz, *Appl. Phys. B Laser Opt.* **105**, 17 (2011).
5. J. L. Figueiredo, J. T. Mendonça, and H. Terças, *Phys. Rev. E* **108**, L013201 (2023).
6. G. E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **153**, 266 (2008).
7. D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2876 (1999).
8. L. A. Melnikovsky, *Phys. Rev. B* **84**, 024525 (2011).
9. L. V. Butov, A. L. Ivanov, A. Imamoglu, P. B. Littlewood, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, K. L. Campman, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5608 (2001).
10. B. Deveaud-Pledran, *J. Opt. Soc. Am. B* **29**, A138 (2012).
11. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymaska, R. Andre, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud, and L. S. Dang, *Nature* **443**, 409 (2006).
12. А. С. Боровик-Романов, Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев, Ю. М. Мухарский, *Письма в ЖЭТФ* **40**, 256 (1984).
13. И. А. Фомин, *Письма в ЖЭТФ* **40**, 260 (1984).
14. Yu. M. Bunkov, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 164201 (2009).
15. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Phys.: Condens. Matter* **22**, 164210 (2010).
16. Yu. M. Bunkov, *J. Low Temp. Phys.* **185**, 399 (2016).
17. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy and D. A. Sergatskov, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1631 (1989).
18. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *Spin superfluidity and magnon Bose-Einstein condensation*, K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, *International Series of Monographs on Physics* **156**, 253 (2013).
19. A. A. Serga, C. W. Sandweg, V. I. Vasyuchka, M. B. Jungfleisch, B. Hillebrands, A. Kreisel, P. Kopietz, and M. P. Kostylev, *Phys. Rev. B* **86**, 134403 (2012).

20. Yu. M. Bunkov, E. M. Alakshin, R. R. Gazizulin, A. V. Klochkov, V. V. Kuzmin, V. S. L'vov, and M. S. Tagirov, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 177002 (2012).
21. L. V. Abdurakhimov, M. A. Borich, Yu. M. Bunkov, R. R. Gazizulin, D. Konstantinov, M. I. Kurkin, and A. P. Tankeyev, *Phys. Rev. B* **97**, 024425 (2018).
22. Ю. М. Буньков, А. В. Клочков, Т. Р. Сафин, К. Р. Сафиулин, М. С. Тагиров, *Письма в ЖЭТФ* **109**, 43 (2019).
23. Ю. М. Буньков, П. М. Ветошко, А. Н. Кузмичёв, Г. В. Мамин, С. Б. Орлинский, Т. Р. Сафин, В. И. Белотелов, М. С. Тагиров, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 62 (2020).
24. П. М. Ветошко, Г. А. Князев, А. Н. Кузмичёв, А. А. Холин, В. И. Белотелов, Ю. М. Буньков, *Письма в ЖЭТФ* **112**, 299 (2020).
25. Yu. M. Bunkov and V. L. Safonov, *Journal MMM* **452**, 30 (2018).
26. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Phys. Condens. Matter* **22**, 164210 (2010).
27. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 135 (2008).
28. R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Basic Books (2011).
29. А. С. Боровик-Романов, Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев, Ю. М. Мухарский, Е. В. Поддьякова, О. Д. Тимофеевская, *ЖЭТФ* **96**, 956 (1989).
30. С. Ш. Демокритов, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 736 (2022).
31. Ю. М. Буньков, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 740 (2022).
32. Yu. M. Bunkov, *Appl. Mag. Res.* **51** (2020).
33. А. С. Borovik-Romanov and N. M. Kreines, *Phys. Rep.* **81**, 353 (1982).
34. Ю. М. Буньков, П. М. Ветошко, Т. Р. Сафин, М. С. Тагиров, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 314 (2023).
35. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, Yu. M. Bunkov, and V. I. Belotelov, *Opt. Express* **30**, 1737 (2022).
36. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, Yu. M. Bunkov, and V. I. Belotelov, *Opt. Express* **31**, 8335 (2023).
37. G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. E. Petrov, I. V. Savochkin, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, <https://doi.org/10.1364/opticaopen.24591147> (2023).
38. A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, and B. van Waeyenberge, *AIP Adv.* **4**, 107133 (2014).
39. Г. А. Князев, А. Н. Кузмичев, П. Е. Петров, П. М. Ветошко, В. И. Белотелов, Ю. М. Буньков, *Письма в ЖЭТФ* **118**, 615 (2023).

# Ступеньки Шапиро при скольжении волн зарядовой плотности: осцилляции, смещение частот, особенности в больших электрических полях

С. Г. Зыбцев<sup>+</sup>, В. Я. Покровский<sup>+1)</sup>, С. А. Никонов<sup>+</sup>, М. В. Никитин<sup>+</sup>, А. А. Майзлах<sup>+</sup>, А. В. Снежко<sup>+\*</sup>,  
В. В. Павловский<sup>+×</sup>, С. В. Зайцев-Зотов<sup>+×</sup>

<sup>+</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет), 141701 Долгопрудный, Россия

<sup>×</sup>Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, факультет физики, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 сентября 2023 г.

После переработки 30 ноября 2023 г.

Принята к публикации 1 декабря 2023 г.

Представлен обзор недавних результатов в области синхронизации скольжения волн зарядовой плотности с высокочастотным электрическим полем, которая проявляется в возникновении ступенек Шапиро на вольт-амперных характеристиках. Экспериментально исследованы осцилляции ширины ступенек Шапиро в зависимости от амплитуды высокочастотного поля и продемонстрирована периодичность осцилляций по перемещению волны зарядовой плотности за полупериод высокочастотного поля. Показано, что ширину ступенек Шапиро можно связать с положением точки возврата волны зарядовой плотности относительно периодического потенциала пиннинга. Показано, как предложенный подход позволяет получить вид вольт-амперной характеристики, измеренной при воздействии высокочастотного поля, а также описать ступеньки Шапиро при смещении частот на волне зарядовой плотности. Представлен оригинальный эксперимент, позволяющий определить амплитуду колебаний волны зарядовой плотности в периодическом потенциале пиннинга с использованием высокочастотного синхронного детектора. Сравнение результата с расчетом позволило обнаружить влияние периодического потенциала пиннинга на амплитуду колебаний в режиме синхронизации, когда действие периодического потенциала пиннинга не усредняется. Также рассмотрена синхронизация волны зарядовой плотности в больших электрических полях, когда ее скольжение можно охарактеризовать определенным значением подвижности. Продемонстрирована аналогия полученных соотношений с аналогичными соотношениями для джозефсоновского перехода и одноканального квантового провода.

DOI: 10.31857/S1234567824020101, EDN: rqwrfi

**1. Скольжение волны зарядовой плотности и ступеньки Шапиро.** Фрелиховская мода переноса заряда была предложена в качестве объяснения сверхпроводимости [1]. Несмотря на ошибочность этой гипотезы, оказалось, что описанный коллективный механизм проводимости действительно реализуется в квазиодномерных соединениях с волнами зарядовой плотности (ВЗП) [2], однако скольжение ВЗП возможно лишь в электрическом поле  $E$ , превышающем порогового значения  $E_t$ . Это связано с необходимостью преодоления потенциала пиннинга – зацепления ВЗП за примеси и дефекты кристалла. При всем многообразии моделей пиннинга, его потенциал периодичен по перемещению ВЗП, причем обычно совпадает с периодом ВЗП  $\lambda$  (с некоторыми оговор-

ками [3]<sup>2)</sup>). Поэтому в полях  $E > E_t$ , при скольжении ВЗП со скоростью  $v$ , в образце возникают электромагнитные колебания с частотой  $f_f = v/\lambda$ , связанные с преодолением волной зарядовой плотности (ВЗП) периодического потенциала пиннинга (ППП).

Характерный признак скольжения ВЗП – появление так называемых ступенек Шапиро (СШ) на вольт-амперных характеристиках (ВАХ)  $I_{dc}(V_{dc})$  при приложении к образцу напряжения высокочастотного или сверхвысокочастотного диапазона [4]. В области СШ внешнее ВЧ поле, частоту которого обозначим  $f$ , “диктует” частоту преодоления волной за-

<sup>2)</sup>В некоторых случаях, например, в случае соизмеримости ВЗП и решетки или в модели [3], период потенциала пиннинга может не совпадать с периодом ВЗП. Это не ограничивает общность дальнейшего изложения, если под  $\lambda$  понимать период ППП.

<sup>1)</sup>e-mail: vadim.pokrovskiy@mail.ru

рядовой плотности периодического потенциала пиннинга, т.е.  $f_f$  совпадает с гармоникой или субгармоникой  $f$ . В результате дифференциальное сопротивление ВЗП резко возрастает, при полной синхронизации – до бесконечности.

Одна из особенностей, наблюдаемых в квазиодномерных проводниках с ВЗП, – аperiodические осцилляции ширины<sup>3)</sup> СШ в зависимости от амплитуды переменного поля  $E_{rf}$  [4–9]. Наблюдаются и осцилляции  $E_t$  аналогичного вида, так что участок ВАХ в области полей  $|E| \leq E_t$  иногда называют “0-й СШ”. В данном обзоре мы покажем, что это сходство не случайно, и что участок ВАХ в области полей  $|E| \leq E_t$  при воздействии на образец ВЧ поля, действительно, можно рассматривать как частный случай СШ.

СШ наблюдались практически во всех квазиодномерных проводниках, в которых может скользить ВЗП, при условии достаточной пространственно-временной когерентности, даже в соединении  $(\text{TaSe}_4)_2\text{I}$  [10], где степень когерентности минимальна. Многократные осцилляции ширины СШ наблюдались на ВАХ соединений  $\text{NbSe}_3$  на ВЗП-1 вблизи 120 K [5–7] и  $\text{NbS}_3$  [8, 9] на ВЗП-1 при комнатной температуре. Эти ВЗП обладают наибольшей пространственно-временной когерентностью из всех известных: в разных точках образца ВЗП двигается синфазно относительно ППП. Удавалось наблюдать до 10 осцилляций [7]; можно заметить, что в больших полях их период уменьшается, приближаясь к константе. В соединениях ромбического  $\text{TaS}_3$  [9] и  $\text{K}_{0.3}\text{MoO}_3$  [11], в которых когерентность ВЗП ниже, осцилляций не наблюдалось, однако наблюдалась немонотонная зависимость ширины СШ от  $E_{rf}$ , которую можно рассматривать как предвестник осцилляций.

Несмотря на наблюдение осцилляций в разных материалах, универсальное описание эффекта до недавнего времени отсутствовало. Вероятная причина этого в том, что все подходы сводились к решению не работающих на практике или весьма приближенных уравнений движения ВЗП, а обсуждению физического смысла осцилляций не уделялось должного внимания. Так, по аналогии с осцилляциями ширины СШ в джозефсоновских переходах, их иногда описывают функцией Бесселя [4–6]. Для ВЗП этот подход, ввиду отсутствия универсального описания ее динамики [12], является феноменологическим и, к тому

же, – очень приближенным. Обобщение решения на случай ангармонического ППП также не прояснило физического смысла осцилляций, так же как и численные решения уравнения динамики ВЗП (см., например, недавнюю работу [13]).

**2. Перемещение ВЗП за времена менее периода ВЧ поля и прояснение природы СШ.** Недавно был предложен подход к описанию осцилляций ширины СШ на языке перемещения ВЗП на микроскопических масштабах времен, порядка  $1/f$ , и, соответственно, расстояний – порядка  $\lambda$  [9]. Были исследованы многократные осцилляции ширины СШ, от 0-й до 3-й, при скольжении ВЗП-1 в  $\text{NbS}_3$  для частот ВЧ поля от 20 до 300 МГц. При этом значение ВЧ напряжения на образце было точно измерено с помощью специального щупа, что позволило определять мгновенное значение напряжения как функцию времени. Поскольку движение ВЗП можно считать безынерционным до частот  $\sim 10^8$  Гц как минимум [14], мгновенное значение напряжения определяет и мгновенную скорость. Ее мы определяли из ВАХ, измеренной без воздействия ВЧ поля. Тут нужно оговориться, что на мгновенную скорость также влияет фаза ВЗП относительно ППП. Однако чуть ниже мы покажем, что это обстоятельство практически не влияет на основной результат [9].

Зная мгновенную скорость ВЗП, можно найти ее перемещение за любое время. В [9] при каждом значении  $V_{dc}$  для разных СШ (исходные зависимости дифференциальной проводимости,  $\sigma_d$ , от  $V_{dc}$  приведены на рис. 4 ниже) было рассчитано перемещение ВЗП,  $\delta x_{1,2}$ , за каждый полупериод ВЧ поля, т.е. за время  $1/2f$ . Оказалось, что, если ВЧ напряжение  $V_{rf}$  соответствует минимуму ширины СШ, за каждый полупериод ВЧ напряжения ВЗП перемещается на целое число  $\lambda$  (рис. 1). Скажем, для первого минимума 1-й СШ ВЗП перемещается на  $\delta x_1 = 2\lambda$  за первый полупериод ВЧ поля, когда  $V_{rf}$  и  $V_{dc}$  имеют одинаковый знак. За второй полупериод ВЗП возвращается назад на  $\lambda$ :  $\delta x_2 = -\lambda$ . Для второго минимума соответствующие перемещения будут  $3\lambda$  и  $-2\lambda$ . Для первого минимума 2-й СШ  $\delta x_1$  и  $\delta x_2$  равны  $3\lambda$  и  $-\lambda$ , для второго –  $4\lambda$  и  $-2\lambda$ , и т.д. Данный вывод относится и к 0-й СШ:  $n$ -й минимум  $E_t$  соответствует перемещению ВЗП на  $\pm n\lambda$  за каждый полупериод ВЧ поля.

Тут следует уточнить, что в приведенном утверждении есть элемент интерпретации. Дело в том, что мы измеряем протекающий заряд, а затем пересчитываем его в перемещение ВЗП. Этот пересчет может зависеть от природы ППП (см., например, сноску 2) выше). Строго говоря, экспериментальный ре-

<sup>3)</sup> Можно предложить различные варианты определения величины СШ: ширина, высота, площадь особенности на кривой  $dV/dI(I)$  от  $I$ . Один из вариантов методики приведен в [9]. Для данной работы критерий не имеет значения.

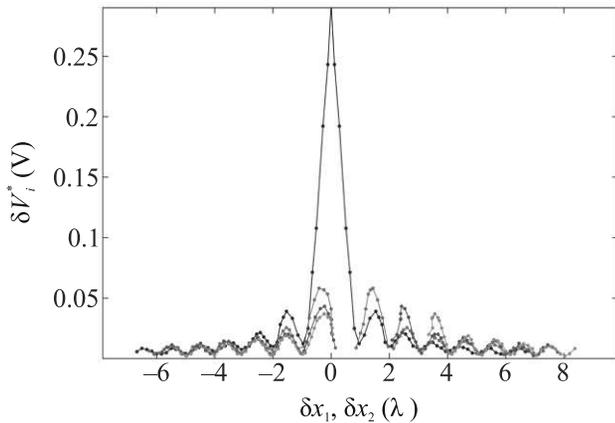


Рис. 1. (Цветной онлайн) Ширины СШ #0-3 в зависимости от  $\delta x_1$  (положительные значения) и  $\delta x_2$  (значения вблизи нуля или отрицательные). К образцу NbS<sub>3</sub>-II размерами 20 мкм × 1.4 · 10<sup>-2</sup> мкм<sup>2</sup> приложено синусоидальное ВЧ напряжение с частотой  $f =$  МГц.  $T = 300$  К [9, 15]

зультат состоит в том, что в минимуме ширины любой СШ заряд, переносимый ВЗП за полупериод ВЧ напряжения, кратен заряду, переносимому ВЗП за полный период в режиме 1-й СШ:  $Q_{1,2}^{nl}/Q_1^{nl}$  – целое число, где  $Q_{1,2}^{nl}$  – заряд, переносимый ВЗП за 1-й или 2-й полупериод ВЧ поля, а  $Q_1^{nl}$  – заряд, переносимый ВЗП за весь период ВЧ поля в режиме 1-й СШ. В нашей интерпретации  $Q_{1,2}^{nl}/Q_1^{nl} \equiv \delta x_{1,2}/\lambda$ .

Обратим внимание, что, поскольку в минимумах за каждый интервал времени  $1/2f$  ВЗП преодолевает целое число периодов ППП, неравномерность ее скольжения усредняется и не сказывается на результате расчетов  $\delta x_{1,2}$ .

Итак, период осцилляций оказывается постоянным, если их амплитуду перестроить как функцию перемещения за время  $1/2f$ . Добавим, что это утверждение проверено для трех соединений, а, в терминах фазы, действительно и для джозефсоновских переходов [9]. При этом для джозефсоновских переходов набег фазы не может быть непосредственно измерен, в то время как для ВЗП набег фазы связан с определенным ее перемещением в пространстве и соответствующим переносом заряда, вполне измеримым экспериментально. Как мы покажем ниже,  $\lambda$ -периодичность позволяет понять физический смысл и самих СШ, и осцилляций их ширины.

**3. Физический смысл осцилляций ширины СШ.** Чтобы оценить общность сделанного заключения о “ $\lambda$ -периодичности” осцилляций, важно понять физический смысл, стоящий за этим результатом. Поэтому, мы считаем целесообразным повторить рассуждения, приведенные в [9]. Начать лучше с 0-й СШ и переменного поля меньшего  $E_t$ . В самых

общих предположениях о природе и форме ППП, а также механизме затухания движения (не обязательно – вязкого трения), ВЗП будет совершать колебания относительно минимума ППП (рис. 2). Вне зави-

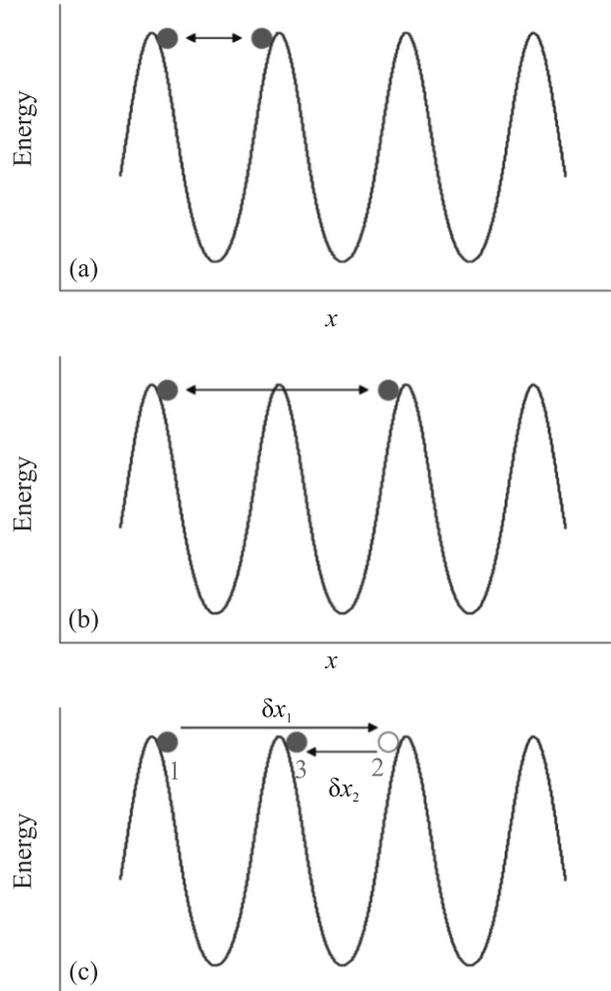


Рис. 2. (Цветной онлайн) Иллюстрации воздействия ВЧ напряжения на  $E_t$  (0-ю СШ) (а), (б) и 1-ю СШ (с). Панель (а) соответствует 1-му минимуму  $E_t$ , (б) – второму, (с) – первому минимуму 1-й СШ [9]

симости от начальной фазы приложенного поля, через какое-то время устанавливаются симметричные колебания вокруг минимума. Срыв ВЗП с примесей (депиннинг) соответствует переходу ВЗП в соседнюю долину ППП. Это становится возможным при приложении сколь угодно малого поля  $V_{dc}$  при условии, что колебания достигают вершин ППП: в этом случае  $E_t$  падает до нуля. При этом размах колебаний в точности совпадает с периодом ППП, т.е.  $\lambda$  (колебания  $\pm\lambda/2$  вокруг минимума). Таким образом, перемещение на  $\lambda$  за каждый полупериод ВЧ поля является условием минимума  $E_t$ .

С дальнейшим ростом  $V_{rf}$  колебания становятся симметричными уже относительно максимума ППП. Величина  $E_t$  становится конечной и вновь падает до нуля при амплитуде колебаний  $\lambda$  ( $\pm\lambda$  вокруг максимума): ВЗП совершает колебания между вершинами ППП, удаленными друг от друга на  $2\lambda$ . Данное рассмотрение проясняет физический смысл как минимумов  $E_t$ , так и  $\lambda$ -периодичности осцилляций  $E_t$  по амплитуде колебаний.

Перейдем к 1-й СШ. Ее возникновение соответствует колебаниям ВЗП в ППП, однако, теперь асимметричным по перемещению. За каждый полный период ВЧ поля ВЗП смещается на  $\lambda$ . Это и есть условие синхронизации ВЗП для 1-й СШ. Когда  $V_{rf}$  соответствует первому минимуму, за первый интервал времени  $1/2f$  ВЗП смещается на  $2\lambda$ , за второй – на  $-\lambda$ . Как и в случае 0-й СШ, установится режим, когда точки поворота колебаний будут соответствовать максимумам ППП. Любое изменение  $V_{dc}$  приведет к переходу колебаний в следующую долину, т.е. выходу из режима синхронизации.

Аналогичные рассуждения можно применить к каждому минимуму каждой СШ. В режиме скольжения, соответствующем  $m$ -му минимуму ширины  $n$ -й СШ, за первый полупериод ВЗП продвинется вперед на  $(m+n)\lambda$ , а за второй – вернется назад на  $m\lambda$  (рис. 3). Минимумы имеют прозрачный физический

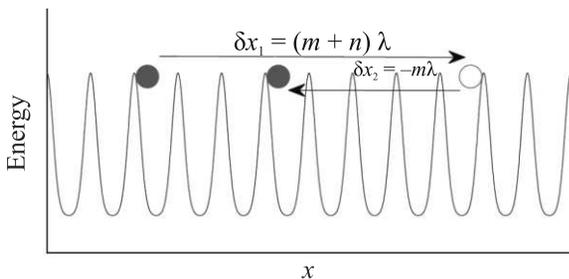


Рис. 3. (Цветной онлайн) Иллюстрация движения ВЗП в режиме  $n$ -й СШ, когда достигается ее  $m$ -й минимум

смысл. Единственный не совсем очевидный момент – переход к колебаниям вокруг максимумов ППП, однако он подтверждается численным расчетом [9]. Из этих рассуждений мы сделаем следующие выводы, которые нам потребуются в дальнейшем. Во-первых, становится понятным, что синхронизация сводится к периодическим колебаниям частицы (ВЗП) в ППП с частотой внешнего сигнала, т.е. происходит захват частоты ВЧ поля. Во-вторых, проясняется причина  $\lambda$ -периодичности осцилляций ширин СШ и ее универсальный характер. В-третьих, они дают участку ВАХ ниже  $E_t$  “законное право” называться 0-й СШ.

Для 0-й СШ  $\lambda$ -периодичность означает периодичность осцилляций  $E_t$  по размаху колебаний в ППП. В этом случае периодичность практически очевидна, хотя мы не встречали ранее подобного утверждения в явном виде. Для других СШ величину  $(\delta x_1 - \delta x_2)/2$  можно рассматривать как размах колебаний в подвижной системе отсчета, связанной с ВЗП (в таком виде она была представлена в [9]).  $\lambda$ -периодичность по  $\delta x_1$  и  $\delta x_2$  вытекает из  $\lambda$ -периодичности  $(\delta x_1 - \delta x_2)/2$  с учетом того, что на  $n$ -й СШ  $(\delta x_1 + \delta x_2) = n\lambda$ .

Подчеркнем также, что утверждение о постоянстве периода осцилляций верно, строго говоря, если рассчитывать перемещения ВЗП в режиме минимумов ширин СШ. В этом случае ВЗП и за  $\delta x_1$ , и за  $\delta x_2$  проходит целое число периодов, и действие ППП на ВЗП усредняется. При этом расчет  $\delta x_1$  и  $\delta x_2$  на основании ВАХ, измеренной без ВЧ напряжения, будет точен, если ВЧ напряжение имеет форму симметричных меандров. В этом случае условия скольжения ВЗП в течение каждого полупериода ВЧ поля идентичны условиям ее скольжения в двух соответствующих точках ВАХ. В практическом плане, данная оговорка, по-видимому, является превышением точности.

Наблюдаемая периодичность не зависит от формы ППП и от соотношения периодической и вязкой сил, действующих на ВЗП, т.е. от величины относительной модуляции скорости ВЗП при движении в ППП.

**4. Следствия безынерционности движения ВЗП и  $\lambda$ -периодичности осцилляций ширин ступенек Шапиро.** Успешное применение условия безынерционности движения ВЗП и фундаментальный характер наблюдаемой  $\lambda$ -периодичности осцилляций ширин СШ побудил нас использовать ее для анализа различных особенностей ВАХ образцов с ВЗП, возникающих при воздействии ВЧ полей.

*а) Решение обратных задач.* Был поставлен вопрос о решении задач четырех типов: 1) определение напряжений и ширин СШ в зависимости от  $V_{rf}$ , основываясь на ВАХ, измеренных без подачи ВЧ напряжения; 2) калибровка  $V_{rf}$  исходя из эволюции вида ВАХ в зависимости от  $V_{rf}$ ; 3) реконструкция общего вида ВАХ и ее особенностей в ВЧ поле; 4) интерпретация показаний синхронного детектора, измеряющего ВЧ ток на образце в условиях, когда поданное на образец ВЧ напряжение создает СШ и является при этом опорным сигналом. Все эти задачи можно считать обратными по отношению к рассмотренной выше – определению перемещения ВЗП на масштабах длин  $\sim \lambda$  при одновременной подаче на образец постоянного и ВЧ поля, в частности, в режимах син-

хронизации. Если для решения первой и второй задач было использованы условия, определяющие возникновение СШ, для третьей и четвертой использовалось только условие безынерционности ВЗП, а влияние ППП не учитывалось. В этих случаях сопоставление расчетов с экспериментом позволило, как будет видно ниже, выявить влияние ППП на движение ВЗП в условиях синхронизации. Таким образом, цель решения задач 3) и 4) – выявить особенности динамики ВЗП, не учитываемые в модели безынерционного движения ВЗП, согласно которой мгновенная скорость ВЗП определяется только мгновенным значением электрического напряжения на образце.

Для решения 1-й задачи, как и в п. 2, ВАХ, измеренная без ВЧ поля, была использована для определения мгновенной скорости ВЗП как функции времени при разных значениях  $V_{dc}$  и  $V_{rf}$ , приложенных одновременно [15]. Для этого, помимо самой ВАХ, необходимо было значение коэффициента пересчета нелинейного тока в скорость ВЗП, т.е. отношение тока ВЗП к  $f_f$ . Было рассчитано перемещение ВЗП за каждый полупериод ВЧ поля. При этом задавались различные фиксированные значения  $V_{rf}$ , а напряжение  $V_{dc}$  использовалось как переменная: для каждого  $V_{rf}$  перемещение ВЗП было вычислено как функция  $V_{dc}$ . Далее, методом подбора, находились значения  $V_{dc}$ , при которых перемещение ВЗП за *полный* период ВЧ поля,  $\delta x_1 + \delta x_2$ , равнялось  $\lambda$ , затем  $2\lambda$  и т.д. Таким образом, находились положения по напряжению  $V_{dc}$  1-й, 2-й и других СШ. Линии на рис. 4 показывают рассчитанные положения СШ. Видно хорошее согласие с экспериментом. Хотя условия, определяющие значения  $V_{dc}$ , очевидны, до работы [15], насколько нам известно, подобные расчеты не применялись.

Далее проводилась качественная оценка *ширин* СШ. Для оценки использовались перемещения ВЗП за *каждый полупериод* ВЧ поля в режиме каждой СШ и определялась алгебраическая разность этих величин,  $\delta x_1 - \delta x_2$ . Поскольку на всех СШ, включая 0-ю,  $\delta x_1$  и  $\delta x_2$  имеют разный знак, величина  $\delta x_1 - \delta x_2$  представляет собой полный путь ВЗП. Минимумы ширин СШ соответствуют целым значениям  $\delta x_1 - \delta x_2$ , причем для четных СШ  $\delta x_1 - \delta x_2$  четные, а для нечетных – нечетные [9]. Далее, для простоты, предполагалось, что максимумы ширин СШ находятся посередине между минимумами, т.е. для четных СШ соответствуют нечетным значениям  $\delta x_1 - \delta x_2$ , а для нечетных – четным. Минимумам сопоставлялась величина “0”, максимумам – “1”; для произвольного значения  $\delta x_1 - \delta x_2$  ширина СШ определялась линейной интерполяцией между ближайшими значениями  $\delta x_1 - \delta x_2$ , соответствующими минимуму и максимуму.

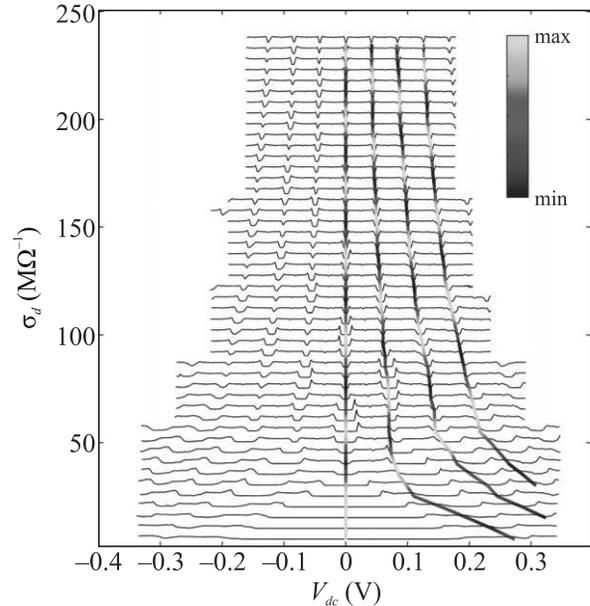


Рис. 4. (Цветной онлайн) Набор зависимостей дифференциальной проводимости,  $\sigma_d$ , от  $V_{dc}$  при подаче на образец синусоидального ВЧ напряжения.  $f = 75$  МГц.  $V_{rf}$  увеличивается с постоянным шагом от 0 (нижняя кривая) до максимального значения (верхняя кривая). Значения  $V_{rf}$ : 0, 74, 148, 197, 246, 296, 320, 345, 369, 394, 419, 443, 456, 468, 480, 493, 505, 517, 530, 542, 554, 567, 579, 591, 603, 616, 628, 640, 653, 665, 677, 690, 702, 714, 727, 739, 751, 764, 776, 788, 800, 813, 825, 837, 850, 862, 874, и 887 мВ. Все кривые, за исключением нижней, сдвинуты с шагом  $6.8 \text{ МОм}^{-1}$ . Вычисленные значения  $V_{dc}$  для СШ с номерами 0, 1, 2, 3 соединены сплошными прямыми линиями. Цвет линии соответствует относительному изменению ширины СШ между минимумами и максимумами (см. карту цветов на вставке сверху). Образец NbS3-II с размерами  $20 \text{ мкм} \times 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ мкм}^2$ .  $T = 300 \text{ К}$  [9, 15]

му. Полученное число характеризовало относительную ширину СШ. На рисунке 4 рассчитанные ширины СШ показаны цветом линий. Для наглядности цвет кривой меняется непрерывно между кривыми, согласно цветовой шкале. Видно, что методика способна предсказать не только положение СШ, но и их относительную ширину.

Для решения 2-й задачи использовались те же условия, связывающие ширины СШ с  $\delta x_1$  и  $\delta x_2$ , а  $\delta x_1$  и  $\delta x_2$  определялись значением  $V_{rf}$  и видом ВАХ без ВЧ напряжения. В этом случае задача состояла в определении  $V_{rf}$ , исходя из имеющихся ВАХ, снятых при разных ВЧ напряжениях на выходе генератора. Данная задача оказалась весьма востребованной, поскольку использование специального щупа для измерения ВЧ напряжения на образце не всегда возможно, например, если образец находится в крио-

стате. В частности, в работе по смещению частот на ВЗП [16], о которой речь пойдет в разделе б), осцилляции ширин обычных СШ, без смещения, были использованы для калибровки напряжений на каждой из частот. Это позволило количественно описать осцилляции ширин СШ, наблюдаемые при смещении частот.

В [16] была реализована следующая методика калибровки  $V_{rf}$ . Записывался набор ВАХ при разных значениях  $V_{rf}$  и строились графики порогового напряжения  $V_t$  (ширины 0-й СШ) как функции  $\delta x_{1,2}$ . Как мы показали выше, первый минимум 0-й СШ наблюдается при  $\delta x_{1,2} = \pm \lambda$ . Вначале для расчета  $\delta x_{1,2}$  мы брали значение  $V_{rf}$  на выходе генератора. Однако из-за несовершенного согласования генератора с образцом значение  $V_{rf}$  на образце было завышенным, и рассчитанная величина  $|\delta x_{1,2}|$  превышала  $\lambda$ . Поэтому мы вводили коэффициент затухания и подгоняли его так, чтобы условие  $\delta x_{1,2} = \pm \lambda$  выполнялось. В дальнейших исследованиях мы использовали этот коэффициент (в [16] он оказался близок к 1.5) для калибровки  $V_{rf}$ .

Отметим, что аналогичный метод используется для определения поглощенной мощности электромагнитного сигнала при определении предельной чувствительности селективного детектора на основе джозефсоновского перехода [17].

Для решения 3-й и 4-й задач мы заметили, что, зная мгновенную скорость ВЗП (достаточно даже мгновенного тока ВЗП, пересчет в  $f_f$  и скорость не требуется), мы можем определить и форму всей ВАХ. Для получения ВАХ для каждой ее точки мы численно интегрировали по времени ток  $I(V_{dc} + \sqrt{2}V_{rf} \sin(2\pi ft))$  в интервале 0 до  $1/f$  и делили полученный заряд на время  $1/f$ , т.е. вычисляли средний ток за период ВЧ поля. Такие расчеты, приведенные в [15], дали предсказуемый результат: общий вид ВАХ воспроизводится, однако СШ на них отсутствуют (рис. 5). Этого и следовало ожидать, так как СШ по своей сути связаны с ППП, который в расчете не учитывался. Очевидно, расчет может дать правильное значение тока только при  $V_{dc}$ , соответствующих серединам СШ. При меньших  $V_{dc}$  ППП, в среднем, подгоняет ВЗП, при больших – притормаживает. В этих случаях точки возврата колебаний находятся на разной высоте.

Как мы отметили выше, в минимумах ширин СШ расчет становится точным. Действительно, при тех значениях  $V_{rf}$ , при которых СШ исчезают, отклонение расчета от эксперимента отсутствует.

Подробнее расскажем о результатах решения 4-й обратной задачи, тем более что ранее о них сообща-

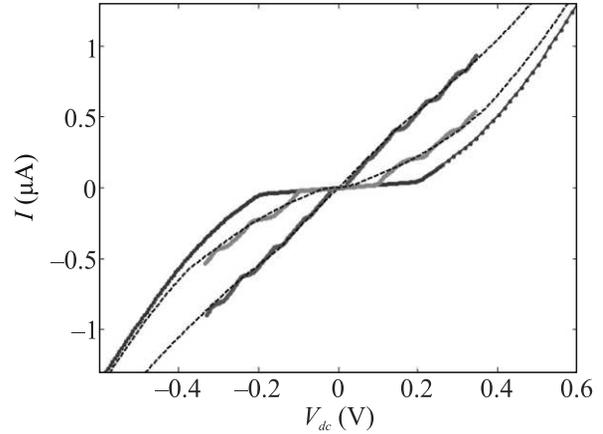


Рис. 5. (Цветной онлайн) ВАХ при воздействии на образец  $V_{rf} = 0, 246$  мВ и  $443$  мВ (кривые # 1, 5 и 12 из рис. 4, считая снизу). Пунктирные линии являются результатом вычисления на основе ВАХ #1. Образец NbS<sub>3</sub>-II с размерами  $20 \text{ мкм} \times 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ мкм}^2$ .  $T = 300$  К [15]

лось только на конференции [18]. Эта задача возникла из осознания того, что с помощью ВЧ синхронного детектора можно практически напрямую измерить амплитуду колебаний ВЗП, в том числе, в режимах синхронизации. С этой целью мы собрали обычную схему измерения дифференциальной проводимости в режиме заданного напряжения (см. вставку к рис. 6). При этом напряжение  $V_{rf}$  использовалось в качестве опорного. При подаче  $V_{rf} \ll V_t$  с помощью синхронного детектора измерялась обычная кривая  $\sigma_d \equiv dI/dV$  от  $V_{dc}$  на высокой частоте. Что будет, если увеличить  $V_{rf}$  до значения, индуцирующего СШ на ВАХ? С одной стороны, можно ожидать, что получится скругленная кривая  $dI/dV$  от  $V_{dc}$ . С другой стороны, если из этого сигнала вычесть ток, вызванный квазичастицами, оставшаяся часть сигнала будет пропорциональна амплитуде колебаний ВЗП в подвижной системе отсчета (в которой они симметричны), т.е. величине  $\delta x_1 - \delta x_2$ . Действительно, сигнал на выходе синхронного детектора легко пересчитать в алгебраическую разность средних токов за первый и второй полупериоды ВЧ сигнала. Если из этих токов вычесть вклад квазичастиц и умножить на время,  $1/2f$ , получим разность зарядов, переносимых ВЗП за каждый полупериод. Эту разность можно пересчитать в разность перемещений ВЗП,  $\delta x_1 - \delta x_2$ , что есть удвоенный размах колебаний ВЗП в подвижной системе отсчета.

Эту же величину можно рассчитать исходя из ВАХ, измеренной без ВЧ напряжения. Очевидно, вне СШ расчет должен соответствовать эксперименту, так как влияние ППП усредняется. Таким образом, у

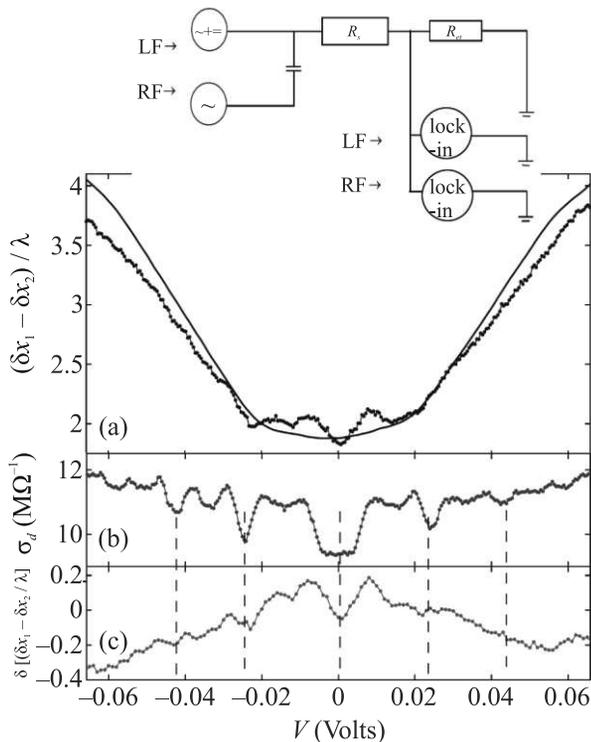


Рис. 6. (Цветной онлайн) (а) – Сигнал, измеренный EG&G 5302 на частоте  $f = 400$  кГц ( $V_{r,f} = 27.7$  мВ), за вычетом линейного отклика. Показания пересчитаны в величину  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda$ . Тонкой линией показана та же величина, рассчитанная на основании ВАХ без ВЧ напряжения. Вставка: схема измерений. (б) – Зависимость  $\sigma_d(V_{dc})$  при воздействии ВЧ поля, измеренная одновременно с помощью SR 830: частота 333.3 Гц, напряжение 2.29 мВ. (с) – Разность экспериментального и расчетного значений  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda$ , представленных на верхней панели. Длина образца TaS<sub>3</sub> 385 мкм.  $T = 120$  К [18]

нас открывается возможность выяснить, как в режиме синхронизации ППП влияет на величину  $\delta x_1 - \delta x_2$ .

Для исследований мы использовали синхронный детектор EG&G 5302 с возможностью измерений на частотах до 1 МГц. В связи с этим измерения мы провели на соединении TaS<sub>3</sub> ромбической модификации. Хотя когерентность ВЗП в этом соединении ниже, чем в NbS<sub>3</sub>, для возникновения четких СШ на ВАХ TaS<sub>3</sub> можно прикладывать относительно низкочастотное напряжение, частотой существенно ниже 1 МГц. Заметим также, что для исследований проводимости на более высоких частотах, помимо необходимости использования другого прибора, потребовалась бы существенная модификация схемы. С повышением частоты необходимо было бы также принять во внимание переходные процессы при изменении направлении движения ВЗП, связанные с ее неод-

нородной деформацией (так называемый “overshoot” [19, 20]<sup>4)</sup>).

Были отобраны наиболее совершенные образцы TaS<sub>3</sub>. Один из них исследовался в растянутом виде, с тем чтобы ВЗП переходила в “ультракогерентное” состояние ([21] и ссылки в ней). Схема была собрана так, что на образец подавалось переменное напряжение одновременно на низкой и высокой частотах. Параллельно с EG&G 5302 к эталонному сопротивлению был подключен низкочастотный синхронный детектор SR 830 (также показан на вставке к рис. 6). Это позволило измерять одновременно зависимость дифференциальной проводимости  $dI/dV$  и сигнала с ВЧ детектора.

На рисунке 6а приведены экспериментальная и расчетная зависимости величин  $\delta x_1 - \delta x_2$  от  $V_{dc}$ . Из сигнала, измеренного EG&G 5302, вычтена константа, связанная с проводимостью квазичастиц. Оставшийся ток ВЗП пересчитан в размах колебаний. На практике мы делили измеренный ток на ток 1-й СШ. Получившаяся в результате величина  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda$  представляет собой удвоенный размах колебаний ВЗП, выраженный в единицах  $\lambda$ . Видно сходство расчетной и экспериментальной кривых, но видны и различия, особенно заметные в области СШ. На нижней части рис. 6 показана разность экспериментальной и расчетной кривых (панель с) вместе с одновременно измеренной на низкой частоте “дифференциальной ВАХ”,  $dI/dV$  от  $V_{dc}$  (панель б). Видны провалы величины  $\delta x_1 - \delta x_2$  относительно расчетных значений. Их можно интерпретировать как, в среднем, тормозящее действие ППП в режиме синхронизации. В условиях, когда амплитуда СШ близка к максимуму, ВЗП проводит больше времени вблизи минимумов ППП. В этом случае в точках поворота наклон ППП близок к максимуму, и в моменты, когда ВЗП приближается к точкам поворота, ППП препятствует движению ВЗП сильнее всего. Таким образом, ППП уменьшает амплитуду колебаний ВЗП при сохранении средней ее скорости.

Аналогичные результаты были получены на другом образце TaS<sub>3</sub>, специально растянутом для перевода ВЗП в “ультракогерентное” состояние. Это видно из рис. 7, на котором представлен аналогичный набор кривых. Здесь минимумы величины  $\delta x_1 - \delta x_2$  в областях СШ видны даже на исходной кривой,

<sup>4)</sup> В наших измерениях, на частотах  $\sim 500$  кГц, этот эффект также был замечен: заряд, полученный из показаний EG&G 5302, был несколько меньше величины, рассчитанной из ВАХ без ВЧ поля, и для сравнения эксперимента с расчетом мы использовали подгоночный множитель  $\sim 1$ .

записанной с помощью ВЧ синхронного детектора (рис. 7а).

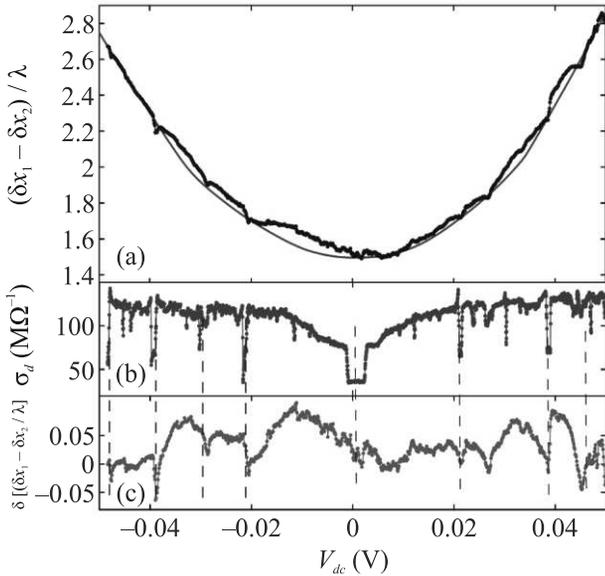


Рис. 7. (Цветной онлайн) Измерения, аналогичные представленным на рис. 6, на другом образце TaS<sub>3</sub>, растянутом на величину  $\sim 0.8\%$ . ВЗП – в “ультракогерентном” состоянии. (а) – Сигнал, измеренный EG&G 5302 на частоте  $f = 500$  кГц [меандр] ( $V_{rf} = 50$  мВ), за вычетом линейного отклика. (б) – Зависимость  $\sigma_d(V_{dc})$  при воздействии ВЧ поля, измеренная одновременно с помощью SR 830: частота 87 Гц, напряжение 1.98 мВ. (с) – Разность экспериментального и расчетного значений  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda$ , представленных на верхней панели. Длина образца TaS<sub>3</sub> 180 мкм.  $T = 120$  К

Тем не менее, вывод об уменьшении амплитуды колебаний ВЗП в области СШ из-за воздействия ППП имеет предварительный характер, а исследования – скорее иллюстративные. В области некоторых СШ особенности величины  $\delta x_1 - \delta x_2$  имеют, скорее, вид зигзага (рис. 6с, 7с). Для выяснения влияния ППП на амплитуду колебаний ВЗП, следовало бы исследовать аналогичные зависимости для разных значений  $V_{rf}$ .

Наконец, обратим внимание и на абсолютные значения  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda$ . Для 1-й СШ известно, что в 1-м минимуме ее ширины  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda = 2 - (-1) = 3$ . В максимуме можно ожидать в два раза меньшую величину,  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda = 1.5$  (а, согласно рис. 1, – немного больше, 1.7–1.8). Согласно рис. 7а  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda \approx 1.7$ , что представляется разумным, поскольку величина  $V_{rf}$  подбиралась так, чтобы получить максимальную ширину СШ. Аналогично, 1-й минимум ширины 2-й СШ должен наблюдаться при  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda = 3 - (-1) = 4$ . На рисунке 7 –  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda \approx 2.2$ , также примерно в 2 раза мень-

ше. На рисунке 6а значения  $(\delta x_1 - \delta x_2)/\lambda$  немного больше, но также представляются разумными при наблюдении СШ максимальной ширины.

б) Смещение частот. Представление о СШ как о колебаниях в ППП, а также  $\lambda$ -периодичность осциллирующих, позволили объяснить ряд особенностей систем СШ, возникающих при приложении к образцу со скользящей ВЗП ВЧ полей на двух разных частотах. В работе [16] экспериментально исследовано смещение частот на ВЗП в NbS<sub>3</sub> при комнатной температуре. Рассмотрен случай приложения ВЧ напряжения на частотах  $F$  и  $f$ , отличающихся примерно на порядок:  $F \gg f$ . Соответствующие напряжения обозначим как  $V_{RF}$  и  $V_{rf}$ . Как и следовало ожидать, СШ возникают при токах ВЗП, которым соответствуют значения  $f_f = \pm nF \pm mf$ , где  $n$  и  $m$  – натуральные числа (см. рис. 8). При этом структуру СШ мож-

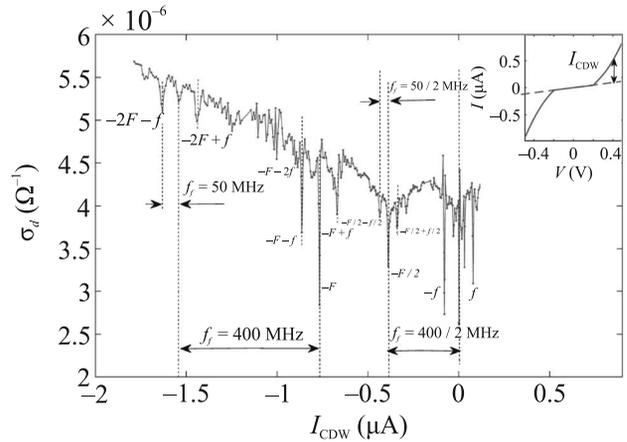


Рис. 8. (Цветной онлайн) Зависимость  $\sigma_d$  от тока ВЗП при воздействии ВЧ полей на частотах  $f = 50$  МГц и  $F = 400$  МГц одновременно. Образец NbS<sub>3</sub> имеет размеры  $30 \text{ мкм} \times 0.01 \text{ мкм}^2$ .  $T = 300$  К [16]. Вставка иллюстрирует методику определения  $I_{CDW}$

но описать как систему “основных” СШ, окруженных “сателлитами”. “Основные” СШ – самые крупные, а “сателлиты” спадают по величине по мере удаления от “основной”. Для “основных” СШ  $f_f = \pm nF$  ( $n = 1, 2, 3$ ), а “сателлиты” отклоняются от “основной” на величины  $\delta f_f = \pm m_f$ . Таким образом, “сателлиты” окружают “основные” СШ подобно тому, как обычные СШ расположены относительно 0-й СШ.

Для качественного описания этой картины мы рассмотрели синхронизацию как колебания в ППП. Только для 0-й СШ колебания симметричны. Для описания других “основных” СШ в [16] было предложено перейти в подвижные системы отсчета, скорость каждой из которых совпадает со средней скоростью движения ВЗП на данной СШ. В такой си-

стеме отсчета колебания становятся симметричными, СШ становится 0-й, и участок ВАХ вокруг нее можно рассматривать как ВАХ вблизи порогового поля. Таким образом, в результате воздействия частоты  $F$  моделируется образец, в котором середина “основной” СШ является точкой отсчета напряжения и тока. В этой системе отсчета “сателлиты” оказываются обычными СШ.

Данный подход не только качественно описывает возникающую систему СШ, но позволяет количественно описать осцилляции ширин СШ – как “сателлитов”, так и “основных” – при изменении амплитуды ВЧ поля на частоте  $f$ . Напряжения  $V_{RF}$  и  $V_{rf}$  были откалиброваны исходя из напряжений первых минимумов 0-й СШ, как мы описали разделе а). Ширины СШ были построены как функции перемещения ВЗП,  $\delta x_{1,2}$ , за время  $1/2f$ , в точности как это было сделано в [9] с той лишь разницей, что мгновенная скорость ВЗП определялась в подвижной системе отсчета, связанной с “основной” СШ. Оказалось, что период осцилляций ширин всех СШ совпал с  $\lambda$ , причем минимумы соответствовали целым значениям  $\lambda x_{1,2}/\lambda$ .

Таким образом, представление об эквивалентности 0-й СШ и других позволило описать систему СШ, возникающую при смешении частот на ВЗП, и получить  $\lambda$ -периодичность осцилляций их ширин. В [9] приведены и другие результаты исследования смешения частот. В частности, описаны “основные” субгармоники СШ и их “сателлиты”, также оказавшиеся субгармониками. В [9] также отмечается, что смешение частот можно использовать для моделирования образцов с регулируемыми свойствами ВЗП, такими как величина порогового поля и степень пространственно-временной когерентности ВЗП. Частный случай моделирования был описан ранее как эффект стимулирования когерентности ВЗП при приложении ВЧ поля [10]: воздействие поля с частотой  $F$  использовалось для уменьшения ширины 0-й “основной” СШ и увеличения пространственно-временной когерентности скольжения ВЗП. Это, в частности, как отмечалось выше, позволило наблюдать СШ на соединении  $(\text{TaSe}_4)_2\text{I}$ , в котором скольжение ВЗП отличается низкой когерентностью [10]. В терминах смешения частот наблюдавшиеся СШ были “сателлитами” “основной” 0-й СШ. Эффект стимулирования когерентности ВЧ полем позволил также исследовать фотопроводимость низкотемпературной ВЗП, формирующейся в  $\text{NbS}_3$  при 150 К [22]. Наблюдался аномальный характер зависимости  $E_t$  от интенсивности инфракрасного излучения.

**5. Об осцилляциях ширин СШ в больших полях.** Поскольку  $\lambda$ -периодичность осцилляций имеет универсальный характер, имеет смысл применить ее для описания СШ и их осцилляций для ВАХ, имеющих конкретный вид. Один из характерных случаев – скольжение ВЗП в больших электрических полях<sup>5)</sup>. При  $E \gg E_t$  скольжение ВЗП происходит в режиме вязкого трения: рост проводимости ВЗП насыщается, и в пределе больших полей  $v(E) \propto E$ . Это позволяет ввести подвижность ВЗП,  $\mu \equiv v(E)/E$  [23]. Хотя общее объяснение этого явления отсутствует, оно проверено для большого числа ВЗП в разных квазиодномерных соединениях. При этом подвижности волн зарядовой плотности близки к подвижностям составляющих их носителей в нормальном состоянии, т.е. выше температуры соответствующего пайерлсовского перехода (см. работу [23] и ссылки в ней)

Предыдущие эксперименты показали, что период осцилляций ширин СШ стремится к некоторой константе с ростом номера осцилляции. Этим свойством обладает и функция Бесселя, которой формально описывали эти осцилляции. Практически очевидно, что данная “периодичность”<sup>6)</sup> является следствием  $\lambda$ -периодичности и скольжения ВЗП в режиме вязкого трения. Действительно, поскольку период осцилляций определяется перемещением ВЗП за определенный интервал времени, а ее скорость пропорциональна полю, осцилляции будут “периодичны” и по полю.

Для расчета периода осцилляций ширин СШ в пределе  $E \gg E_t$  рассмотрим, для определенности, два соседних минимума какой-либо СШ:  $i$ -й и  $i + 1$ -й. Как и выше, для определенности будем считать *первым* тот полупериод ВЧ поля, в течение которого оно сонаправлено постоянному полю. Сравним смещение ВЗП за этот временной интервал, то есть, за время  $1/(2f)$ , в режимах скольжения, соответствующих  $i + 1$ -му и  $i$ -му минимумам. Согласно [9], в первом случае смещение ВЗП должно быть на  $\lambda$  больше. Значит, средняя скорость ВЗП должна возрасти на  $\delta v = 2f\lambda$ . Из этого сразу находим, насколько должно возрасти среднее значение  $E_{rf}$  за первый полупериод:

$$\delta \langle |E_{rf}| \rangle = 2f\lambda/\mu. \quad (1)$$

Это соотношение дает период осцилляций по величине переменного поля. Если ВЧ поле имеет вид

<sup>5)</sup>Надо иметь в виду мгновенное значение электрического поля, определяемое и  $E_{dc}$ , и  $E_{rf}$ .

<sup>6)</sup>Строго говоря, осцилляции не становятся периодическими, поскольку их амплитуда спадает с ростом номера.

меандров,  $\langle |E_{rf}| \rangle$  совпадает с амплитудой колебаний. Если поле синусоидально,  $\langle |E_{rf}| \rangle = (2/\pi)E_{rf}$  и  $\delta E_{rf} = \pi f \lambda / \mu$ . Здесь  $E_{rf}$  – амплитуда колебаний поля. Если измеряется действующее значение поля,  $E_{rf}^{\text{rms}}, \delta E_{rf}^{\text{rms}} = (\pi/\sqrt{2})f \lambda / \mu \approx 2.22 f \lambda / \mu$ .

Сопоставим период осцилляций (1) с расстоянием  $\delta E_{dc}$  между соседними СШ –  $n$ -й и  $(n+1)$ -й гармониками. На  $(n+1)$ -й СШ перемещение ВЗП должно быть больше на  $\lambda$  за целый период ВЧ поля, т.е. скорость ВЗП должна возрасти на  $\delta v = \lambda f$ . В больших полях, когда проводимость ВЗП можно описать законом Ома,

$$\delta E_{dc} = f \lambda / \mu, \quad (2)$$

т.е. в 2 раза меньше, чем  $\delta \langle |E_{rf}| \rangle$  (1). Входящую в соотношения (1) и (2) величину  $\mu$  легко найти из эксперимента. Для этого необходимо знать скорость ВЗП, которую можно определить, используя те же СШ. Для первой СШ (гармоники)  $f_f = f$ , и скорость ВЗП находим как  $v = f \lambda$ . Зная  $v$  в области первой СШ, мы можем найти ее и в любой точке ВАХ по величине нелинейного тока, поскольку среднее значение нелинейного тока пропорционально  $f_f$ :  $j_{\text{CDW}}/f_f = \text{const}$ , где  $j_{\text{CDW}}$  – плотность нелинейного тока. Также для определения подвижности ВЗП мы использовали эквивалентное [23] соотношение:  $\mu = \sigma_{\text{CDW}}(\infty) / [(j_{\text{CDW}}/f_f)/\lambda]$ , где  $\sigma_{\text{CDW}}(\infty)$  – нелинейная удельная проводимость в пределе больших полей.

Заметим, что соотношения (1) и (2) можно использовать как для сравнения  $\delta E_{dc}$  и  $\delta \langle |E_{rf}| \rangle$ , так и для оценки подвижности ВЗП. Проверим эти соотношения на образцах, исследованных ранее. Рассмотрим образец NbS<sub>3</sub> #1 из работы [9], где представлена ВАХ при подаче переменного напряжения на частоте 75 МГц (при  $T = 300$  К). Для больших  $E_{rf}$  и/или  $n$  расстояние по полю между соседними СШ  $\delta E_{dc} = 21$  В/см (рис. 2а из [9]). Взяв  $\lambda_1 = 1.12$  нм для ВЗП-1, из (2) получаем  $\mu = 0.4 \text{ см}^2/\text{Вс}$ , в согласии с [23] (рис. 9). Период осцилляций ширины СШ в больших полях для того же образца  $\delta E_{rf}^{\text{rms}} \approx 38$  В/см [9] ( $\mu = 0.49 \text{ см}^2/\text{Вс}$ ), т.е. почти в 2 раза больше расстояния между соседними СШ, в приблизительном согласии с (1) и (2).

В [23] для оценки  $\mu$  необходимо было оценить предельное значение проводимости ВЗП и величину  $j_{\text{CDW}}/f_f$  при каждой температуре. Из соотношения (2) подвижность можно оценить напрямую, зная расстояние по  $E_{dc}$  между соседними СШ (гармониками) с большими номерами. На рисунке 9, вместе с зависимостями  $\mu(T)$  из [23] для ВЗП-1 и ВЗП-0, представлены значения  $\mu$  для этих же образцов, расчи-

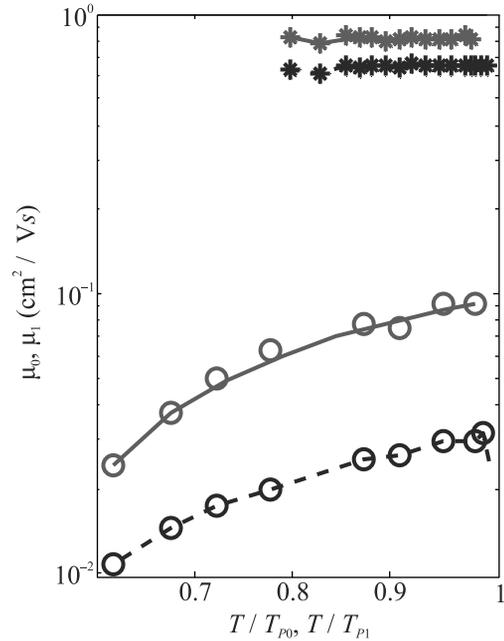


Рис. 9. (Цветной онлайн) Рассчитанные значения подвижностей  $\mu_0$  для ВЗП-0 (“○”) и  $\mu_1$  для ВЗП-1 (“\*”) в NbS<sub>3</sub>. Сплошные красные линии – расчет исходя из  $\sigma_{\text{CDW}}(\infty)$  и концентрации сконденсированных электронов  $(j_{\text{CDW}}/f_f)/(\lambda e)$  [23]. Пунктирные синие линии – оценки из соотношения (2) на тех же образцах

танные из соотношения (2). Видно хорошее согласие двух методик, хотя (2) дает  $\mu$  на  $\approx 25\%$  ниже для ВЗП-1, и в 2-3 раза меньше – для ВЗП-0. Это означает, что СШ, измерены в режимах, когда проводимость ВЗП-0 еще не достигла  $\sigma_{\text{CDW}}(\infty)$ , либо оценки  $\sigma_{\text{CDW}}(\infty)$  [23] оказались несколько завышены.

Можно также оценить подвижности ВЗП на основании публикаций других авторов. Так, для ВЗП-1 в образце NbSe<sub>3</sub>, представленном в [7], при облучении на частоте 5 МГц между 1-й и 2-й СШ  $\delta E_{dc} = 133$  мВ/см. С  $\lambda_1 = 1.44$  нм получаем  $\mu = 5.4 \text{ см}^2/\text{Вс}$  ( $T = 121$  К). Период осцилляций 1-й СШ при той же частоте (рис. 1 из [7]) можно оценить в 232 мВ/см ( $\mu = 6.9 \text{ см}^2/\text{Вс}$ ), т.е. опять же, примерно в 2 раза больше, чем расстояние между соседними СШ.

Соотношения (1) и (2) позволяют также оценивать подвижности сконденсированных в ВЗП квазичастиц в нормальном состоянии (выше  $T_P$ ), поскольку проводимость, обусловленная движением ВЗП, в пределе сильного поля приближается к проводимости составляющих ее квазичастиц в нормальном (металлическом) состоянии [23, 24]. То же можно сказать и о соответствующих значениях подвижностей.

Возвращаясь к NbSe<sub>3</sub>, отметим, что подвижность электронов при комнатной температуре близка к

$5 \text{ см}^2/\text{Вс}$  [25]. Это значение было получено исходя из концентрации электронов  $3.9 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$ , рассчитанной на основе структуры химических связей в элементарной ячейке ([26], с. 166) и согласуется с концентрацией электронов, сконденсированных в ВЗП-1: из отношения  $j_{\text{CDW}}/f = 40 \text{ А}/\text{см}^2/\text{МГц}$  [27], считая, что заряд  $2e$  протекает на каждой цепочке при перемещении ВЗП на  $\lambda_1 = 1.44 \text{ нм}$ , получаем концентрацию  $1.7 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$ , примерно в 2 раза меньше. Это следовало ожидать, поскольку в ВЗП-1 конденсируется примерно половина свободных электронов. В то же время, рассчитанная из эффекта Холла концентрация оказывается существенно ниже реальной [26]. Таким образом, приведенные выше оценки подвижности ВЗП,  $\mu = 5.4 \text{ см}^2/\text{Вс}$  и  $6.9 \text{ см}^2/\text{Вс}$ , можно считать экспериментальной оценкой подвижности квазичастиц наиболее близкой к реальному значению – около  $10 \text{ см}^2/\text{Вс}$  (при охлаждении от 300 до 121 К можно ожидать, что подвижность возрастет примерно в 2 раза).

**6. Сопоставление со СШ на ВАХ джозефсоновских переходов.** Сопоставим соотношения (1) и (2) с формулами, описывающими СШ на джозефсоновских переходах в пределе больших номеров осцилляций и/или СШ. Аналогия между динамикой ВЗП и джозефсоновских переходов, основанная на подобии уравнений движения ВЗП и эволюции разности фаз конденсата в резистивной модели ДП [28], неоднократно обсуждалась, начиная с работы [29]. Как известно, при воздействии СВЧ поля на ВАХ джозефсоновских переходов (ДП) также наблюдаются СШ – участки постоянного *напряжения*. И для ВЗП, и для ДП режим СШ соответствует условию  $d\varphi/dt = 2\pi f = \text{const}$ . Для случая ВЗП  $\varphi$  – фаза ВЗП, для ДП – разность фаз между берегами ДП. Величины критического тока ДП (0-й СШ) и ширины СШ также испытывают осцилляции в зависимости от СВЧ напряжения. Резистивная модель ДП [28] достаточно точно описывает реальные переходы при температурах близких критической. В частности, функция Бесселя точно описывает осцилляции ширины СШ в зависимости от напряжения. При этом, как показано в [9] на примере 0-й СШ, осцилляции периодичны по набегу разности фаз за полупериод СВЧ поля, причем период осцилляций равен  $2\pi$ . Этот результат – полная аналогия  $\lambda$ -периодичности осцилляций для случая ВЗП и подтверждает универсальный характер этой периодичности.

В пределе больших номеров СШ, т.е. высоких СВЧ напряжений на ДП, период осцилляций функции Бесселя становится постоянным. При этом сопротивление ДП приближается к значению в нор-

мальном состоянии,  $R_n$ . Эти обстоятельства указывают на фундаментальную аналогию между СШ для случаев ВЗП и ДП. Для ДП аналогом (2) будет соотношение

$$\delta I_{dc} = hf/2eR_n, \quad (3)$$

или

$$\delta V_{dc} = hf/2e. \quad (4)$$

Вернемся к ВЗП. Если  $\mu$  выразить как  $\sigma_s/en$ , где  $\sigma_s$  – удельная проводимость ВЗП, (2) можно переписать:

$$\delta V_{dc} = 2efV_{dc}/I_1, \quad (2')$$

где  $I_1 = 2ef_f$  – ток ВЗП на одной цепочке. Имеет смысл ввести обозначение  $R_1 \equiv V_{dc}/I_1$  – сопротивление цепочки ВЗП на длине образца. Сравнивая (4) и (2'), можно заметить, что для перехода от ВЗП к ДП следует заменить  $R_1$  на  $h/4e^2$ , т.е.  $1/2$  кванта сопротивления. Обратная величина, точнее,  $2e^2/h$ , характеризует проводимость квантового провода с одним каналом проводимости.

Для анализа полученных соотношений заметим, что с движением ВЗП связана еще одна величина,  $V^*$ , характеризующая различие  $eV^*$  энергий электронов на уровне Ферми, имеющих импульсы  $+k_F$  и  $-k_F$ . Это различие (“перекося”) возникает из-за того, что при движении ВЗП  $k_F$  возрастает на величину  $\delta k_F$  в направлении скольжения ВЗП и уменьшается на ту же величину – в противоположном (см. рис. 7b из [30]). Величина  $\delta k_F$  находится из условия, что электроны вблизи энергии Ферми, скорость которых равна  $v_F$ , а линейная концентрация –  $4\delta k_F/(2\pi)$ , переносят ток, равный току ВЗП на одну цепочку:  $\delta k_F = d\varphi/dt/(2v_F)$ . Связь  $eV^*$  и  $\hbar\delta k_F$  определяется наклоном дисперсионной кривой, т.е.  $v_F$ . Поэтому  $V^* = 2\delta k_F \hbar v_F/e$ , и, учитывая, что  $I_1 = e/\pi(d\varphi/dt)$ , получаем:

$$V^* = I_1 \hbar/2e^2.$$

Теперь видно, что, если вместо  $V_{dc}$  в (2') подставить  $V^*$ , получим  $2\delta V_{dc}$  для ДП (4). Заметим также, что  $eV^* = \hbar f_f$ , т.е.  $eV^*$  – это энергия, соответствующая фундаментальной частоте скольжения ВЗП.

Значения  $V^*$  достаточно малы. При максимальных токах ВЗП-1 [23]  $V^*$  достигает 50 мкВ и приближается к 1 мВ при рекордных токах в нанобразцах  $\text{NbS}_3$ , соответствующих  $f_f \sim 200 \text{ ГГц}$  [31].

Вообще говоря, величина  $V^*$  не соответствует какому-либо измеряемому напряжению. Тем не менее, можно оценить длину образца  $L^*$ , при которой напряжение на нем  $V_{dc} = EL^*$  совпадает с  $V^*$ . Легко убедиться, что, в пренебрежении контактными явлениями,  $L^* = \hbar\mu/2e\lambda$ . Проводимость такого образца в

пересчете на одну цепочку составляет  $2e^2/h$ , и, значит, для него выполняется соотношение Джозефсона (4).

Чем ниже  $\mu$ , тем меньше  $L^*$ . Если в качестве длины  $L^*$  взять  $\lambda$ , получим

$$\mu_\lambda = 2e\lambda^2/h. \quad (5)$$

В соотношении (5) фигурируют только фундаментальные константы и период ВЗП. Для характерной величины  $\lambda = 1$  нм,  $\mu_\lambda \sim 5$  см<sup>2</sup>/Вс, что по порядку величины соответствует экспериментально наблюдаемым значениям. Случайно или нет такое соответствие, остается не ясным.

Отметим еще одну параллель между СШ на ВАХ образца с ВЗП и джозефсоновского перехода между двумя сверхпроводниками, причем, в случае, когда они соединены одиночным квантовым проводом и находятся при температуре близкой к критической. Заряд, переносимый отдельной цепочкой ВЗП за время  $1/f$  при токе, соответствующем  $n$ -й СШ, равен  $2en$ . В случае эффекта Джозефсона аналогичное поведение имеет место для тока нормальных квазичастиц. В середине 1-й ступеньки Шапиро период джозефсоновских осцилляций совпадает с периодом внешнего сигнала. За этот интервал времени протекает заряд  $eR_q/R_n$ . Для одиночного квантового провода  $R_n = R_q$ , значит, заряд равен  $e$ . Для  $n$ -й СШ получаем заряд  $ne$  [32].

В заключение, подытожим полученные результаты. Исследование осцилляций ширин СШ в зависимости от точно откалиброванного значения ВЧ напряжения показало, что осцилляции периодичны по перемещению ВЗП за полупериод ВЧ поля. Период осцилляций равен периоду ППП,  $\lambda$ . Показано, что синхронизация скольжения ВЗП сводится к колебаниям в ППП. Ясный физический смысл условия минимумов ширин СШ позволяет сделать вывод, что выявленная периодичность осцилляций не зависит от формы ППП и механизма диссипации ВЗП. Из рассмотрения СШ как колебаний в ППП также вытекает эквивалентность 0-й СШ, т.е. участка ВАХ в полях меньше или порядка порогового, и остальных СШ. Эта эквивалентность позволяет описать структуру СШ, возникающих при смешении двух частот, а также осцилляции их ширин. Ключевой момент описания – переход в систему отсчета, движущуюся со средней скоростью скольжения ВЗП.

Используя условие безынерционности движения ВЗП в полях ВЧ и СВЧ диапазонов, удастся восстановить вид ВАХ в ВЧ поле на основании ВАХ, измеренной без ВЧ воздействия. Рассчитав перемещение ВЗП за период ВЧ поля, можно определить

напряжения СШ, а расчет перемещения за полупериод ВЧ поля позволяет оценить относительную ширину СШ. При этом сами СШ расчет не описывает, так как не учитывает влияние ППП в тех случаях, когда его воздействие на ВЗП не усредняется по периоду. По этой же причине определенный с применением ВЧ синхронного детектора удвоенный размах колебаний ВЗП в подвижной системе отсчета (величина  $\delta x_1 - \delta x_2$ ) в режимах синхронизации отклоняется от расчетной величины. Объяснить наблюдаемое отклонение можно, рассмотрев колебания ВЗП в ППП. Также  $\lambda$ -периодичность осцилляций порогового поля  $E_t$  была использована для калибровки ВЧ напряжения на образце [16].

Отдельно рассмотрен случай больших электрических полей, когда движение ВЗП можно приблизить законом Ома. Показано, что в этом случае осцилляции ширин ступенек Шапиро становятся периодическими по амплитуде ВЧ поля,  $E_{rf}$ . Получено простое соотношение, выражающее период осцилляций через частоту ВЧ поля, период и подвижность ВЗП. Если осцилляции представить как функцию  $\langle |E_{rf}| \rangle$ , их период оказывается ровно в 2 раза больше, чем расстояние между соседними ступеньками Шапиро (гармониками). Анализ опубликованных экспериментальных данных подтверждает данный вывод. Полученные соотношения могут быть полезными для оценки подвижности ВЗП, а, значит [23, 24], – и составляющих ее квазичастиц.

Полученные соотношения сопоставлены с аналогичными соотношениями для джозефсоновских переходов в переделе высоких частот и номеров ступенек Шапиро. Показано, что, если вместо постоянного напряжения в соотношение для периода осцилляций подставить сдвиг уровней Ферми при скольжении ВЗП,  $eV^* = hf_f$ , оно трансформируется в аналогичное соотношение для перехода Джозефсона. Получена характерная микроскопическая длина образца с ВЗП, при которой расстояние между соседними СШ в единицах напряжения сравнялось бы с расстоянием между СШ на ВАХ джозефсоновских переходов. Приведена оценка подвижности ВЗП, при которой ее сопротивление на длине волны ВЗП совпадает с сопротивлением одноканального квантового провода. Отмечена параллель между ступеньками Шапиро, возникающим на ВАХ квазиодномерного проводника с ВЗП и джозефсоновского перехода между двумя сверхпроводниками, соединенными одиночным квантовым проводом.

**Финансирование работы.** Электрофизические исследования NbS<sub>3</sub> и анализ полученных результатов выполнены С. Г. Зыбцевым, В. Я. Покровским,

А. В. Снежко и С. А. Никоновым при поддержке Российского научного фонда, проект # 22-12-00319. Рост кристаллов NbS<sub>3</sub> и сопоставление свойств ВЗП и джозефсоновского перехода проводились А. А. Майзлахом, С. В. Зайцевым-Зотовым, М. В. Никитиным и В. В. Павловским в рамках Госзадания.

**Конфликт интересов.** Отсутствует.

1. H. Fröhlich, Proc. R. Soc. A **223**, 296 (1954).
2. P. Monceau, Adv. Phys. **61**, 325 (2012).
3. S. E. Barnes and A. Zawadowski, Phys. Rev. Lett. **51**, 1003 (1983).
4. S. Brown and A. Zettl, *Charge Density Wave Current Oscillations and Interference Effects, in Charge Density Waves in Solids*, ed. by L. P. Gor'kov and G. Grüner, North-Holland, Elsevier, Amsterdam (1989), v. 25, p. 223.
5. A. Zettl and G. Gruner, Solid State Commun. **46**, 501 (1983).
6. A. Zettl and G. Gruner, Phys. Rev. B **29**, 755 (1984).
7. R. E. Thorne, W. G. Lyons, J. W. Lyding, J. R. Tucker, and John Bardeen, Phys. Rev. B **35**, 6360 (1987).
8. S. G. Zybtev, V. Ya. Pokrovskii, V. F. Nasretdinova et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **95**, 035110 (2017).
9. S. G. Zybtev, S. A. Nikonov, V. Ya. Pokrovskii, V. V. Pavlovskiy, and D. Staresinic, Phys. Rev. B **101**, 115425 (2020).
10. S. G. Zybtev and V. Ya. Pokrovskii, Phys. Rev. B **88**, 125144 (2013).
11. M. F. Hundley and A. Zettl, Phys. Rev. B **39**, 3026 (1989).
12. R. E. Thorne, J. Phys. IV France **131**, 89 (2005).
13. Y. Funami and K. Aoyama, Phys. Rev. B **108**, L100508 (2023).
14. S. Sridhar, D. Reagor, and G. Grüner, Phys. Rev. Lett. **55**, 11 (1985).
15. S. A. Nikonov, S. G. Zybtev, A. A. Maizlakh, and V. Ya. Pokrovskii, Appl. Phys. Lett. **118**, 213106 (2021).
16. S. A. Nikonov, S. G. Zybtev, and V. Ya. Pokrovskii, Appl. Phys. Lett. **118**, 253108 (2021).
17. В. В. Широков, Ю. Я. Дивин, Письма в ЖТФ **30**, 79 (2004).
18. М. В. Никитин, С. Г. Зыбцев, В. Я. Покровский, *Влияние периодического потенциала пиннинга на перемещение волны зарядовой плотности в ВЧ поле*, Тезисы III Международной конференции "Физика конденсированных состояний" ФКС-2023, под редакцией д.ф.м.н. Б. Б. Страумала (Черноголовка, 29 мая–2 июня 2023), с. 218.
19. J. C. Gill, Solid State Commun. **39**, 1203 (1981).
20. E. C. Geil and R. E. Thorne, Phys. Rev. Lett. **114**, 016404 (2015).
21. С. Г. Зыбцев, В. Я. Покровский, О. М. Жигалина, Д. Н. Хмеленин, Д. Старешинич, С. Штурм, Е. Чернышова, ЖЭТФ **151**, 776 (2017).
22. С. Г. Зыбцев, В. Я. Покровский, В. Ф. Насретдинова, С. В. Зайцев-Зотов, Радиотехника и электроника **63**, 992 (2018).
23. С. Г. Зыбцев, В. Я. Покровский, С. А. Никонов, А. А. Майзлах, С. В. Зайцев-Зотов, Письма в ЖЭТФ **117**, 158 (2023).
24. G. Grüner and A. Zettl, Phys. Rep. **119**, 117 (1985).
25. S. G. Zybtev and V. Ya. Pokrovskii, Phys. Rev. B **84**, 085139 (2011).
26. P. Monceau, in *Electronic Properties of Inorganic Quasi-One-Dimensional Conductors*, ed. by P. Monceau, Reidel, Dordrecht (1985), p. 139, part 2.
27. J. Richard, J. Chen, and S. N. Artemenko, Solid State Commun. **85**, 605 (1993).
28. K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson Junctions and Circuits*, Gordon and Breach, N.Y. (1986).
29. M. Papoular, Phys. Lett. A **76**, 430 (1980).
30. G. Grüner, Rev. Mod. Phys. **60**, 1129 (1988).
31. S. G. Zybtev, V. Ya. Pokrovskii, S. V. Zaitsev-Zotov, and V. F. Nasretdinova, Physica B **407**, 1696 (2012).
32. C. W. J. Beenakker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**, 3056 (1991).

# Selective damping of plasmons in coupled two-dimensional systems by Coulomb drag

*I. Safonov<sup>+\*1)</sup>, A. S. Petrov<sup>+</sup>, D. Svintsov<sup>+</sup>*

<sup>+</sup>*Moscow Institute of Physics and Technology, 141700 Dolgoprudny, Russia*

<sup>\*</sup>*Programmable Functional Materials Lab, Center for Neurophysics and Neuromorphic Technologies, 127495 Moscow, Russia*

Submitted 27 October 2023

Resubmitted 3 December 2023

Accepted 4 December 2023

DOI: 10.31857/S1234567824020113, EDN: sdtzhs

The Coulomb drag is a many-body effect observed in proximized low-dimensional systems. It appears as emergence of voltage in one of them upon passage of bias current in another. The magnitude of drag voltage can be strongly affected by exchange of plasmonic excitations between the layers; however, the reverse effect of Coulomb drag on properties of plasmons has not been studied. Here, we study the plasmon spectra and damping in parallel two-dimensional systems in the presence of Coulomb drag. We find that Coulomb drag leads to selective damping of one of the two fundamental plasma modes of a coupled bilayer (Fig. 1). For identical electron doping of both layers, the drag suppresses the acoustic plasma mode; while for symmetric electron-hole doping of the coupled pair, the drag suppresses the optical plasma mode. The selective damping can be observed both for propagating modes in extended bilayers and for localized plasmons in bilayers confined by source and drain contacts. The discussed effect may provide access to the strength of Coulomb interaction in 2*d* electron systems from various optical and microwave scattering experiments.

In this paper, we show that Coulomb drag in double-layer resonators leads to the selective damping of plasmon modes in such a way that the damping rate stays finite at long wavelengths  $q \rightarrow 0$ . This contrasts to the viscous damping rate being roughly equal to  $\nu q^2$ , where  $\nu$  is the kinematic viscosity. In other words, the effect of Coulomb drag damping is “more local” than the effect of viscous damping, though both effects appear already at the level of hydrodynamic equations applicable at relatively long wavelengths. We describe the electron kinetics with account for the Coulomb drag effect using the usual Drude-like theory with the presence of mutual friction between charge carriers in different layers of a two-layer structure [1–3]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}_t}{\partial t} &= \frac{e\chi_t}{m} \mathbf{E}_t - \frac{\mathbf{v}_t}{\tau_p} - \frac{2n_b}{n_t + n_b} \frac{\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_b}{\tau_D}, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_b}{\partial t} &= \frac{e\chi_b}{m} \mathbf{E}_b - \frac{\mathbf{v}_b}{\tau_p} - \frac{2n_t}{n_t + n_b} \frac{\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_t}{\tau_D}, \end{aligned} \quad (1)$$

where indices  $t, b$  denote top and bottom layers,  $\mathbf{v}_t, \mathbf{v}_b$  are the drift velocities in the upper and lower layers respectively,  $n_t$  and  $n_b$  are the carrier densities,  $e > 0$  is the elementary charge,  $\chi = +1$  for  $p$ -doped layer and  $-1$  for  $n$ -doped layer,  $m$  is the effective mass (assumed the same for both layers),  $\tau_p$  is the effective momentum relaxation time. The last term of each equation represents the Coulomb drag,  $\tau_D$  being the characteristic interlayer Coulomb scattering time. It acquires a particularly simple form for equal carrier densities in both layers  $n_t = n_b$ , and becomes simply  $(\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_b)/\tau_D$ . It equalizes velocities in the different layers exponentially with time. For dissimilar electron densities  $n_t \neq n_b$ , the drag acceleration is strong for minority carriers and weak for majority ones. The particular form of density prefactors  $n_{t/b}/(n_t + n_b)$  is consistent with total momentum conservation in the double layer the upon interlayer Coulomb scattering. Thus, we have shown that long-range Coulomb interactions affect the plasmon modes in multilayer systems by providing an additional damping mechanism. This influence is local and, moreover, is most pronounced at low wave vectors and frequencies comparable with inverse drag time  $\omega \lesssim \tau_D^{-1}$ . The lowering of quality factor crucially depends on the doping type of the layers and may be totally absent for modes and doping types such that drift velocities of charge carriers in two layers are co-directional. We stress that the predicted effect cannot be predicted from macroscopic electrodynamics calculations, where the current density in 2DES is proportional to its conductivity. Indeed, within such treatment, the layers with identical carrier densities and effective masses are electro-dynamically indistinguishable.

<sup>1)</sup>e-mail: safonov.iv@phystech.edu

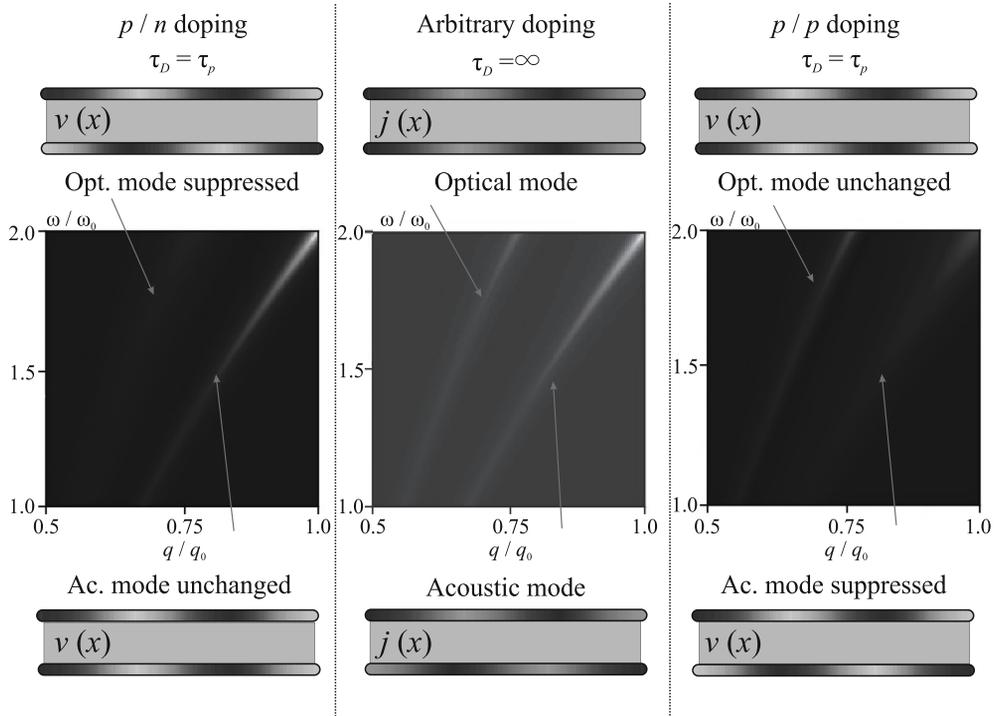


Fig. 1. (Color online) Selective influence of Coulomb drag on plasmon resonances in coupled 2DESs with equal conductivities. Central column: loss function and spatial distributions of current density for acoustic and optical modes in the absence of Coulomb drag. For the definition of the loss function, see Section II of the main text. Crucially, the current density distribution does not depend on the carrier type in neither of the 2DESs. Left column: Schematic spatial distributions of carrier velocity for acoustic and optical modes for  $p/n$  layer doping in the presence of Coulomb drag. The width of the acoustic mode is unaffected by the drag as its velocity distribution is symmetric, leading to no drag friction. The optical mode is suppressed due to asymmetric velocity distribution. Right column: the same as in the left column, but for  $p/p$  doping of the layers. Switching the carrier type in one of the layers switches the velocity distribution and allows to selectively attenuate either of the modes. Parameters of calculation:  $q_0 = 2/d$ ,  $\omega_0 = 7 \cdot 10^{13}$  rad/s,  $\tau_p^{-1} = 3.5 \cdot 10^{12}$  s,  $d = 2$  nm

The above discussion was based on hydrodynamic equations of motion for charge carriers in the two layers. It is generally accepted that such equations are applicable for wave frequencies  $\omega$  below the carrier-carrier collision frequency within the layer  $\tau_{ee}^{-1}$ . Yet, several recent exact solutions of the kinetic equation with model carrier-carrier collision integrals have shown that the applicability of hydrodynamics is much broader, though the coefficients of hydrodynamic equations can be renormalized. In the absence of magnetic fields, hydrodynamic formulation is possible provided  $qv_0/|\omega+i/\tau_{ee}| \ll 1$  [4], while in finite magnetic fields the criterion is  $qv_0/\omega_c \ll 1$ , where  $\omega_c$  is the cyclotron frequency [5–7].

**Funding.** The work was supported by the grant 22-29-01034 of the Russian Science Foundation. Ilya Safonov thanks Vladimir Potanin via the Center for Neuromorphics and Neuromorphic Technologies for financial support.

**Conflict of interest.** The authors have no conflicts of interest to disclose.

This is an excerpt of the article “Selective damping of plasmons in coupled two-dimensional systems by Coulomb drag”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364023603895

1. M. Pogrebinskii, Soviet Physics-Semiconductors **11**, 372 (1977).
2. D. Svintsov, V. Vyurkov, S. Yurchenko, T. Otsuji, and V. Ryzhii, J. Appl. Phys. **111**, 083715 (2012).
3. E. Lifshitz and L. Pitaevskii, *Physical kinetics pergamon press*, Oxford (1981).
4. D. Svintsov, Phys. Rev. B **97**, 1 (2018).
5. K. Kapralov and D. Svintsov, Phys. Rev. B **106**, 115415 (2022).
6. P. S. Alekseev and A. P. Alekseeva, Phys. Rev. Lett. **123**, 236801 (2019).
7. A. Afanasiev, P. Alekseev, A. Greshnov, and M. Semina, arXiv preprint arXiv:2309.04582 (2023).

# Электронный фазовый переход в соединении с тяжелыми фермионами $\text{CeV}_6$ <sup>1)</sup>

О. Н. Хрыкина<sup>+\*</sup>, Н. Б. Болотина<sup>\*</sup>, В. М. Гридчина<sup>\*</sup>, А. Н. Азаревич<sup>+</sup>, К. М. Красиков<sup>+</sup>, Н. Ю. Шицевалова<sup>×</sup>,  
В. Б. Филипов<sup>×</sup>, С. Ю. Гаврилкин<sup>°</sup>, А. Ю. Цветков<sup>°</sup>, Н. Е. Случанко<sup>+2)</sup>

<sup>+</sup>Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

<sup>\*</sup>НИЦ “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

<sup>×</sup>Институт проблем материаловедения им. И. Н. Францевича НАН Украины, 03680 Киев, Украина

<sup>°</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2023 г.

После переработки 4 декабря 2023 г.

Принята к публикации 6 декабря 2023 г.

Впервые обнаружен и детально исследован электронный фазовый переход при  $T_c \approx 340$  К в классическом соединении  $\text{CeV}_6$  с сильными электронными корреляциями. Показано, что наблюдающиеся аномалии сопротивления, теплопроводности, теплоемкости, намагниченности и параметров решетки, по-видимому, отвечают возникновению при  $T_c$  субструктурной волны зарядовой плотности (с-ВЗП), а также изменению конфигураций динамических зарядовых страйпов в этом металле с электронной неустойчивостью.

DOI: 10.31857/S1234567824020125, EDN: rptmpc

1. Принято считать, что соединение  $\text{CeV}_6$  является классическим примером магнитной кондо-решетки с низкими значениями температуры Кондо ( $T_K \approx 1\text{--}2$  К) и сложной магнитной фазовой диаграммой с необычным (скрытым) орбитальным упорядочением ниже  $T_Q \approx 3.3$  К в антиферроквадрупольной (AFQ) фазе и амплитудно-модулированным антиферромагнитным (AFM) основным состоянием, реализующимся ниже температуры Нееля  $T_N \approx 2.4$  К [1–9] (см. магнитную  $H\text{--}T$  фазовую диаграмму, рис. S1 в дополнительных материалах, а также [4, 7]). Отметим, что ранее неоднократно обсуждались как применимость модели Кондо в этом соединении с тяжелыми фермионами (коэффициент Зоммерфельда  $\gamma \approx 260$  мДж/(моль · К<sup>2</sup>) [10, 11]), так и характер упорядочения в AFQ-фазе (см. также обзор [9]). В частности, Касуей [12] было отмечено, что столь малым значениям  $T_K \sim 1$  К противоречит обнаруженное в [10, 11] возрастание коэффициента  $\gamma$  в магнитном поле  $H \leq 30$  кЭ с дальнейшим небольшим уменьшением  $\gamma$  с ростом  $H$  до 80 кЭ, причем столь слабое подавление эффекта Кондо в сильном магнитном поле сопровождается резким ростом до  $0.9 \mu_B$  величины индуцированного

полем магнитного момента [10]. В рамках модели кондо-решетки необычным выглядит также возрастание  $\gamma$  до значений 400 мДж/(моль · К<sup>2</sup>) при замещении Ce на La в  $\text{Ce}_{0.75}\text{La}_{0.25}\text{V}_6$  [10]. В [13] было показано, что результаты резистивных измерений твердых растворов замещения  $\text{Ce}_{0.01}\text{La}_{0.99}\text{V}_6$  и  $\text{Ho}_{0.01}\text{La}_{0.99}\text{V}_6$  с крамерсовским ( $\text{Ce}^{3+}$ ) и некрамерсовским ( $\text{Ho}^{3+}$ ) магнитными ионами противоречат модели кондо-примеси и получают естественное объяснение в рамках спин-поляронного подхода. В [14] в AFQ-фазе  $\text{CeV}_6$  был обнаружен электронный немагнитический эффект, свидетельствующий о понижении симметрии в этом соединении с простой кубической кристаллической структурой. В [15, 16] было показано, что при описании основного магнитного состояния в антиферромагнетике  $\text{CeV}_6$  необходимо учитывать появление в парамагнитной фазе кластеров Ce наноразмера, что не согласуется с кондовским рассеянием электронов проводимости на изолированных магнитных моментах ионов церия. Выполненные в [17] эксперименты по дифракции поляризованных нейтронов, а также результаты магнитных, транспортных измерений [8, 18], исследований методом электронного спинового резонанса (англ. ESR) [19, 20] и фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением (англ. ARPES) [21] позволили авторам сделать вывод о наличии зонной компоненты маг-

<sup>1)</sup>См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru)

<sup>2)</sup>e-mail: nes@lt.gpi.ru

нитной структуры (itinerant magnetism) в AFQ-фазе  $\text{CeV}_6$ . Отметим также, что в [8, 18, 19, 22] в различных экспериментах были обнаружены сильные ферромагнитные флуктуации в AFQ и парамагнитной фазе  $\text{CeV}_6$ .

Недавно при измерениях сопротивления и намагниченности в интервале 2–800 К в сочетании с прецизионными структурными исследованиями при температурах 85 и 500 К было показано, что  $\text{CeV}_6$  является фазой Гриффитса с ферромагнитными флуктуациями и формированием наноразмерных кластеров магнитных ионов церия [23], причем наблюдаемый вместо логарифмического кондовского степенной рост удельного сопротивления с понижением температуры в интервале  $T = 8 \div 90 \text{ K} \gg T_K \sim 1 \text{ K}$  (см. рис. S1 в дополнительных материалах), по-видимому, отвечает режиму слабой локализации носителей заряда. Детальные исследования электронной структуры в экспериментах по рентгеновской дифракции (далее англ. XRD) в  $\text{CeV}_6$  [23] позволили сделать вывод о формировании (i) колебательно связанных наноразмерных кластеров ионов Ce (фаза Гриффитса с температурой возникновения кластеров  $T_G > 800 \text{ K}$ ), (ii) суб-структурных (с периодом меньше параметра ячейки  $a \sim 4.1 \text{ \AA}$  кубической решетки) волн зарядовой плотности (с-ВЗП) и (iii) динамических зарядовых страйпов в этом классическом соединении с сильными электронными корреляциями. Исследования с анализом намагниченности в модели Гриффитса  $M \sim H \cdot (T - T_Q)^{-0.8}$  для различных направлений внешнего магнитного поля [23] (см. рис. S2 в дополнительных материалах) выявили изоморфный фазовый переход при  $T_c \approx 340 \text{ K}$  (см. рис. 1a). Поскольку в трехмерных проводниках с кубической решеткой электронные переходы с возникновением и изменением структуры ВЗП, равно как и с изменением конфигурации динамических зарядовых страйпов ранее не наблюдались, представляет интерес выполнить детальное исследование природы изоструктурного фазового перехода в  $\text{CeV}_6$ .

**2.** С этой целью в настоящей работе в интервале температур 280–400 К проведены детальные измерения удельного сопротивления, теплоемкости, теплопроводности, коэффициента термоэдс и XRD на монокристаллических образцах гексаборида церия. Для измерений тепловых и транспортных характеристик использовалась коммерческая установка PPMS-9 (Quantum Design) Центра коллективного пользования (ЦКП) ФИАН, прецизионные XRD эксперименты выполнены на дифрактометре ЦКП ИК РАН XtaLAB Synergy-DW с детектором фотонов HyPix-Arc 150 с использованием  $\text{AgK}\alpha$ -излучения

( $\lambda = 0.56087 \text{ \AA}$ ) и криосистемы Cobra Plus (Oxford Cryosystems) с открытым потоком газообразного азота. Основные данные об эксперименте и результатах уточнения структурной модели в группе симметрии  $Pm\bar{3}m$  при температурах 320, 340, 360, 400 К представлены в табл. S1 в дополнительных материалах.

**3.** На рисунке 1a, наряду с результатами магнитных измерений, показаны температурные зависимости

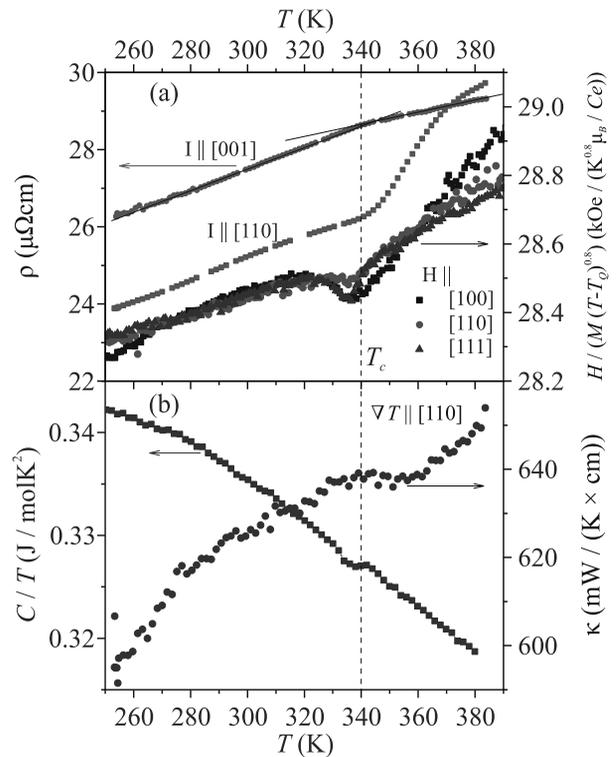


Рис. 1. (Цветной онлайн) Температурные зависимости: (a) – удельного сопротивления  $\rho(T)$  для 2-х направлений измерительного тока  $\mathbf{I} \parallel [001]$  и  $\mathbf{I} \parallel [110]$  и параметра модели Гриффитса  $H/(M \cdot (T - T_Q)^{0.8}) = f(T)$  для 3-х направлений магнитного поля и (b) – теплопроводности  $\kappa(T)$  вдоль оси [110] и отношения теплоемкости к температуре  $C/T = f(T)$ . Аномалии при  $T_c$  отмечены вертикальным пунктиром

сти удельного сопротивления ( $\rho$ ) для направлений измерительного тока  $\mathbf{I} \parallel [001]$  и  $\mathbf{I} \parallel [110]$ , а на рис. 1b представлены отношение удельной теплоемкости к температуре ( $C/T$ ) и теплопроводность ( $\kappa$ ) вдоль оси [110] в широкой окрестности фазового перехода при  $T_c \approx 340 \text{ K}$  в  $\text{CeV}_6$ . Отметим, что вблизи  $T_c$  наблюдаются излом и значительная токовая анизотропия на кривых  $\rho(T)$  (рис. 1a) и небольшие особенности в виде минимума на кривых  $C/T = f(T)$  и максимума теплопроводности  $\kappa(T)$  (рис. 1b). Температурные кривые термоэдс, измеренные для направлений градиента температуры  $\Delta T \parallel [001]$  и  $\Delta T \parallel [110]$ , в

окрестности  $T_c$  в пределах экспериментальной точности оказываются монотонными (см. рис. S2 в дополнительных материалах). Положение указанных аномалий  $\rho(T)$ ,  $C/T(T)$  и  $\kappa(T)$  практически совпадает с отмеченными выше особенностями при  $T_c$  на магнитных кривых (рис. 1а). Выполненные нами прецизионные XRD измерения  $\text{CeV}_6$  в 11 температурных точках позволяют также выявить вблизи  $T_c$  особенность в виде ступеньки на зависимости параметра решетки  $a_{\text{cub}}(T)$  (рис. 2а). В диапазоне 330–380 К борный каркас проявляет структурную неустойчивость в форме экстремумов на кривых межатомных расстояний в кластерах бора  $r_{\text{intra}}^{B-B}(T)$  и между этими кластерами  $r_{\text{inter}}^{B-B}(T)$  (рис. 2б). Сжатие кластеров  $\text{V}_6$  (минимум на кривых  $r_{\text{intra}}^{B-B}(T)$ ) сопровождается увеличением расстояния между ними (максимум  $r_{\text{inter}}^{B-B}(T)$ ) и наоборот, расширение кластеров сопровождается сокращением расстояния между ними (рис. 2б).

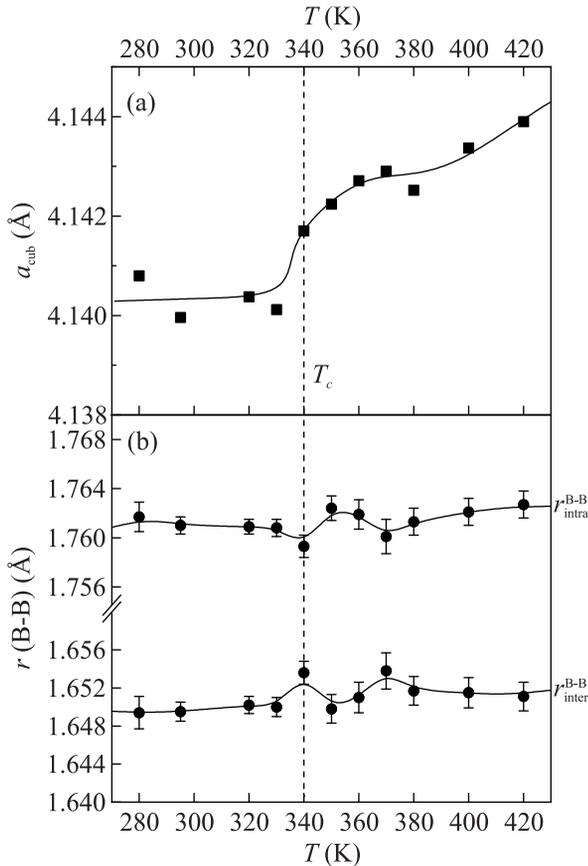


Рис. 2. Температурные зависимости: (а) – параметра решетки  $a_{\text{cub}}(T)$  и (б) – межатомных расстояний в кластерах бора  $r_{\text{intra}}^{B-B}(T)$  и между этими кластерами  $r_{\text{inter}}^{B-B}(T)$ . Аномалии при  $T_c$  отмечены вертикальным пунктиром

Для выяснения природы изоструктурного фазового перехода при  $T_c \approx 340$  К в работе методом мак-

симальной энтропии (англ. MEM) в сечениях плоскостями  $\{110\}$  по результатам XRD измерений построены карты электронной плотности (ЭП) при всех исследованных температурах (см., например, рис. S3, S4 в дополнительных материалах). Сопоставление структурных характеристик и MEM карт ЭП в широкой окрестности  $T_c$  позволяет сделать следующие выводы:

- (1) Регистрируются небольшие статические янтеллеровские искажения кубической решетки (менее  $0.001 \text{ \AA}$  по линейным и менее  $0.05^\circ$  по угловым параметрам), которые не требуют перехода к некубической структурной модели, но в условиях кооперативной динамической структурной неустойчивости [23] приводят к различиям в распределении междуузельной ЭП в симметрично-эквивалентных плоскостях  $\{110\}$  (см. рис. S3, S4 в дополнительных материалах);
- (2) Во всем исследованном интервале температур в плоскости (110) вдоль направления  $[1-10]$  регистрируются динамические зарядовые страйпы, представляющие собой флуктуации  $5d-2p$  электронной плотности (см. рис. 3, верхний ряд);

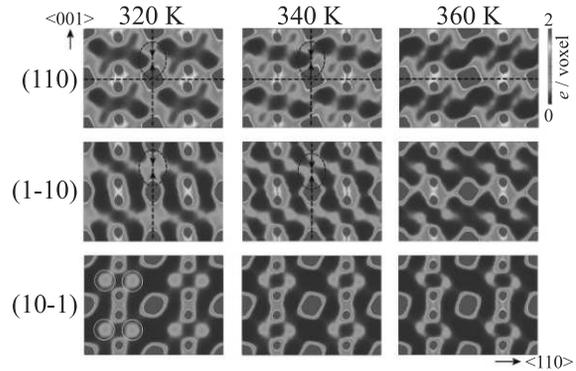


Рис. 3. (Цветной онлайн) MEM карты распределения ЭП  $\text{CeV}_6$  при температурах 320, 340 и 360 К (слева направо) в плоскостях (110), (1-10) и (10-1) (сверху вниз). Расчеты проводились без ограничений на симметрию  $Pm\bar{3}m$ . Плоскости проходят через атомы металла и два из шести атомов В, образующих кубооктаэдр  $\text{V}_6$ . Пики ЭП обрезаны сверху на уровне 2 электрона/voxel (красный цвет). Направления, вдоль которых наиболее вероятно образование зарядовых страйпов, показаны пунктирными прямыми линиями. Стрелки внутри эллипсов в окрестности ионов Се показывают направление смещений ЭП, приводящих к образованию пар Се-Се. Желтые окружности на плоскости (10-1) отмечают пучности с-VЗП в  $\text{CeV}_6$  (см. текст)

- (3) В большинстве плоскостей  $\{110\}$  наблюдаются значительные искажения ЭП в окрестности Се-ионов, свидетельствующие о формировании колеба-

тельно связанных магнитных кластеров (см. рис.3, а также рис. S3, S4 в дополнительных материалах).

При охлаждении до  $T_c \approx 340$  К и ниже появляется дополнительная структура ЭП, а именно:

(4) В плоскости (1-10) в направлении [001] возникают страйпы, сформированные на  $5d$ -состояниях церия (см. рис. 3, средний ряд);

(5) в плоскости (10-1) регистрируется субструктурная ВЗП (пучности отмечены желтыми окружностями), с максимумами ЭП вблизи середины связей В-В (см. рис. 3, нижний ряд).

Подчеркнем, что в других, эквивалентных в пр.гр.  $Rm\bar{3}m$  плоскостях семейства {110} отмеченные пучности ЭП не наблюдаются (см. рис. S3-S4 в дополнительных материалах), поэтому указанная аномалия ЭП может быть связана с возникновением с-ВЗП в междоузлиях кубической решетки  $\text{CeB}_6$ . Со всем недавно в  $\text{ZrV}_{12}$  с электронной неустойчивостью была обнаружена подобная с-ВЗП с треугольной решеткой пучностей ЭП, расположенных в междоузлиях подрешетки бора в плоскостях {111} [24]. Следует отметить также, что распределение спиновой плотности  $\text{CeB}_6$ , найденное в [25] методом максимальной энтропии с использованием данных дифракции поляризованных нейтронов, выявило наличие в AFQ-фазе магнитных моментов величиной  $\sim 0.3 \mu_B$ , локализованных как между ближайшими атомами бора в парах, так и в центрах треугольных граней в октаэдрах  $\text{B}_6$ . Последний результат согласуется с найденной в [8, 13, 18] спин-поляронной  $5d$ -компонентой магнитной структуры с пучностями в междоузлиях кубической решетки  $\text{CeB}_6$ .

4. Суммируя вышеизложенное, отметим, что причиной электронного фазового перехода при  $T_c \approx 340$  К в  $\text{CeB}_6$  являются превращения в структуре локализованной электронной плотности носителей заряда. Нам представляется, что как электронное фазовое расслоение нано-масштаба (страйпы) на  $5d$ -состояниях церия, так и с-ВЗП в междоузлиях борной подрешетки являются факторами, определяющими возникновение аномалий при  $T_c$  (рис. 1, 2). При этом заметная анизотропия удельного сопротивления в направлениях измерительного тока  $\mathbf{I} \parallel [001]$  и  $\mathbf{I} \parallel [110]$ , по-видимому, обусловлена различной характером рассеяния носителей на динамических зарядовых страйпах  $5d$ - $2p$ -типа (ориентация вдоль  $\langle 110 \rangle$ ) и  $5d$ -типа (вдоль  $\langle 100 \rangle$ ) рис. 3. В [26, 27] было показано, что электронная неустойчивость в  $\text{RB}_6$  обусловлена кооперативным динамическим эффектом Яна-Теллера борной подрешетки с характерными значениями энергии  $E_{JT} \sim 25\text{--}200$  мэВ ( $200\text{--}1500 \text{ см}^{-1}$ ). Эти

высокочастотные коллективные моды определяют как возникновение ферромагнитных флуктуаций (режим фазы Гриффитса с  $T_G > 800$  К [23]), так и перераспределение ЭП в динамические страйпы различных конфигураций и формирование с-ВЗП в  $\text{CeB}_6$ .

**Финансирование работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект # 23-22-00297) с использованием оборудования Центров коллективного пользования Научно-исследовательского центра “Курчатовский институт” и Физического института им. П.Н.Лебедева Российской академии наук. Работа Н.Б.Болотиной и В.М.Гридчиной в части структурного анализа выполнена в рамках Государственного задания Научно-исследовательского центра “Курчатовский институт”. Авторы благодарны поддержке предварительных измерений кристаллов  $\text{CeB}_6$  в рамках проекта Европейской платформы “Микрокельвин” (EMP).

**Конфликт интересов.** Авторы отмечают отсутствие конфликта интересов по данной статье.

1. E. Zirngiebl, B. Hillebrands, S. Blumenroder, G. Guntherodt, M. Loewenhaupt, J.M. Carpenter, K. Winzer, and Z. Fisk, Phys. Rev. B **30**, 4052 (1984).
2. T. Komatsubara, N. Sato, S. Kunii, I. Oguro, Y. Furukawa, Y. Onuki, and T. Kasuya, J. Magn. Magn. Mater. **31**, 368 (1983).
3. P. Burlet, J. Rossat-Mignod, J.M. Effantin, T. Kasuya, S. Kunii, and T. Komatsubara, J. Appl. Phys. **53**, 2149 (1982).
4. J.M. Effantin, J. Rossat-Mignod, P. Burlet, H. Bartholin, S. Kunii, and T. Kasuya, J. Magn. Magn. Mater. **47**, 145 (1985).
5. T. Tayama, T. Sakakibara, K. Tenya, H. Amitsuka, and S. Kunii, J. Phys. Soc. Jpn. **66**, 2268 (1997).
6. W. A. C. Erkelens, L. P. Regnault, P. Burlet, J. Rossat-Mignod, S. Kunii, and T. Kasuya, in *Anomalous Rare Earths and Actinides*, Elsevier. (1987), p. 61.
7. R. G. Goodrich, D. P. Young, D. Hall, L. Balicas, Z. Fisk, N. Harrison, J. Betts, A. Migliori, F. M. Woodward, and J. W. Lynn, Phys. Rev. B **69**, 54415 (2004).
8. N.E. Sluchanko, A.V. Bogach, V.V. Glushkov, S.V. Demishev, V.Y. Ivanov, M.I. Ignatov, A.V. Kuznetsov, N.A. Samarin, A.V. Semeno, and N.Y. Shitsevalova, JETP **104**, 120 (2007).
9. A. S. Cameron, G. Friemel, and D. S. Inosov, Rep. Prog. Phys. **79**, 66502 (2016).
10. T. Furuno, N. Sato, S. Kunii, T. Kasuya, and W. Sasaki, J. Phys. Soc. Jpn. **54**, 1899 (1985).
11. C. D. Bredl, J. Magn. Magn. Mater. **63-64**, 355 (1987).
12. T. Kasuya, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 33 (1998).

13. Н.Е. Слущанко, М.А. Анисимов, А.В. Богач, В.В. Воронов, С.Ю. Гаврилкин, В.В. Глушков, С.В. Демишев, В.Н. Краснорусский, В.Б. Филиппов, Н.Ю. Шицевалова, *Письма в ЖЭТФ* **101**, 39 (2015).
14. S.V. Demishev, V.N. Krasnorussky, A.V. Bogach, V.V. Voronov, N.Y. Shitsevalova, V.B. Filipov, V.V. Glushkov, and N.E. Sluchanko, *Sci. Rep.* **7**, 17430 (2017).
15. A. Bogach, A. Azarevich, S. Demishev, V. Glushkov, A. Samarin, N. Shitsevalova, V. Filipov, S. Gabani, K. Flachbart, and N. Sluchanko, *Acta Phys. Pol. A* **137**, 782 (2020).
16. D.S. Inosov, S. Avdoshenko, P.Y. Portnichenko, E.S. Choi, A. Schneidewind, J.-M. Mignot, and M. Nikolo, *Phys. Rev. B* **103**, 214415 (2021).
17. V.P. Plakhty, L.P. Regnault, A.V. Goltsev, S.V. Gavrilov, F. Yakhou, J. Flouquet, C. Vettier, and S. Kunii, *Phys. Rev. B* **71**, 100407 (2005).
18. N.E. Sluchanko, A.V. Bogach, V.V. Glushkov, S.V. Demishev, V.Y. Ivanov, N.Y. Shitsevalova, and V.B. Filipov, *JETP Lett.* **88**, 318 (2008).
19. S.V. Demishev, A.V. Semeno, A.V. Bogach, N.A. Samarin, T.V. Ishchenko, V.B. Filipov, N.Yu. Shitsevalova, N.E. Sluchanko, *Phys. Rev. B* **80**, 245106 (2009).
20. P. Schlottmann, *Phys. Rev. B* **86**, 075135 (2012).
21. A. Koitzsch, N. Heming, M. Knupfer, B. Buchner, P.Y. Portnichenko, A.V. Dukhnenko, N.Y. Shitsevalova, V.B. Filipov, L.L. Lev, V.N. Strocov, J. Ollivier, and D.S. Inosov, *Nat. Commun.* **7**, 10876 (2016).
22. H. Jang, G. Friemel, J. Ollivier, A.V. Dukhnenko, N.Y. Shitsevalova, V.B. Filipov, B. Keimer, and D.S. Inosov, *Nat. Mater.* **13**, 682 (2014).
23. O.N. Khrykina, N.B. Bolotina, V.M. Gridchina, A.N. Azarevich, A.V. Bogach, S.V. Demishev, K.M. Krasikov, N.Yu. Shitsevalova, V.B. Filipov, and N.E. Sluchanko, *J. Alloys and Comp.* **970**, 172527 (2024).
24. N.B. Bolotina, O.N. Khrykina, A.N. Azarevich, N.Y. Shitsevalova, V.B. Filipov, S.Y. Gavrilkin, A.Y. Tsvetkov, S. Gabani, K. Flachbart, V.V. Voronov, and N.E. Sluchanko, *Solid State Sci.* **142**, 107245 (2023).
25. M. Saitoh, N. Okada, E. Nishibori, H. Takagiwa, T. Yokoo, M. Nishi, K. Kakurai, S. Kunii, M. Takata, M. Sakata, and J. Akimitsu, *J. Phys. Soc. Jpn.* **71**, 2369 (2002).
26. A.P. Dudka, O. N. Khrykina, N.B. Bolotina, N.Y. Shitsevalova, V.B. Filipov, M.A. Anisimov, S. Gabani, K. Flachbart, and N.E. Sluchanko, *Phys. Rev. B* **100**, 205103 (2019).
27. E.S. Zhukova, B.P. Gorshunov, G.A. Komandin, L.N. Alyabyeva, A.V. Muratov, Y.A. Aleshchenko, M.A. Anisimov, N.Y. Shitsevalova, S.E. Polovets, V.B. Filipov, V.V. Voronov, and N.E. Sluchanko, *Phys. Rev. B* **100**, 104302 (2019).

# Содержание

## Том 119, выпуск 1

### Поля, частицы, ядра

Антонов Н.Н., Викторов В.А., Гапиенко В.А., Гапиенко Г.С., Лобов И.В., Новоскольцев Ф.Н., Прудкогляд А.Ф., Семак А.А., Солодовников И.П., Терехов В.И., Уханов М.Н., Шиманский С.С. Особенности рождения антипротонов с большими поперечными импульсами под углом  $40^\circ$  в  $p + A$  взаимодействиях при энергии пучка 50 ГэВ ..... 3

Godunov S.I., Karkaryan E.K., Novikov V.A., Rozanov A.N., Vysotsky M.I., Zhemchugov E.V. On production of heavy charged particles in  $\gamma\gamma$  fusion at planned  $pp$  colliders ..... 7

### Оптика, лазерная физика

Киняевский И.О., Корибут А.В., Данилов П.А., Кудряшов С.И. Самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного луча в плавленом кварце при около критической мощности ..... 9

Чучелов Д.С., Васьковская М.И., Цыганков Е.А., Зибров С.А., Сабакарь К.М., Васильев В.В., Величанский В.Л. Контраст Рэмси-КПН резонансов в тушащих и деполаризующих газах ..... 16

Скакуненко П.И., Быкова Д.В., Афанасьев А.Е., Балыкин В.И. Эффективная загрузка атомного чипа из низкоскоростного атомного пучка ..... 20

### Плазма, гидро- и газодинамика

Зудин И.Ю., Гуцин М.Е., Стриковский А.В., Айдакина Н.А., Коробков С.В., Николенко А.С., Гундорин В.И., Лоскутов К.Н., Демехов А.Г. Особенности динамического спектра сигналов, возбуждаемых широкоапертурным электронным потоком в замагниченной плазме большого объема ..... 27

Курскиев Г.С., Яньков В.В., Гусев В.К., Жильцов Н.С., Киселев Е.О., Крыжановский А.К., Минаев В.Б., Мирошников И.В., Петров Ю.В., Сахаров Н.В., Солоха В.В., Тельнова А.Ю., Теплова Н.В., Ткаченко Е.Е., Трошин Г.А., Тюхменева Е.А., Щеголев П.Б. Неоканонические профили концентрации и температуры электронов плазмы токамака Глобус-М2 в режиме с горячими ионами ..... 34

### Конденсированное состояние

Ермаков И., Лычковский О. Влияние квантовой расфазировки на ток через квантовый точечный контакт в периодически меняющемся внешнем поле ..... 40

Семенов А.Г. Спаривание и коллективные возбуждения в изинговских сверхпроводниках ..... 46

**Гудков В.В., Аверкиев Н.С., Жевстовских И.В., Коростелин Ю.В., Сарычев М.Н.** Влияние кристаллографической анизотропии на энергию стабилизации и вклад ян-теллеровской подсистемы в модули упругости легированных кристаллов ..... 54

**Делев В.А., Скалдин О.А., Тимиров Ю.И.** Расщепление солитонов в электроконвективной структуре нематического жидкого кристалла ..... 59

#### **Квантовая информатика**

**Фроловцев Д.Н., Магницкий С.А.** Об улучшении степени поляризационной запутанности в двухкристальной схеме СПР ..... 66

**Содержание**  
**Том 119, выпуск 2**  
**Поля, частицы, ядра**

<b>Бондаренко С.Г., Дыдышко Е.В., Калиновская Л.В., Румянцев Л.А., Садыков Р.Р., Ермольчик В.Л.</b> Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному процессу $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$ .....	75
<b>Оптика, лазерная физика</b>	
<b>Лихачев К.В., Вейшторг И.П., Учаев М.В., Батуева А.В., Яковлева В.В., Гурин А.С., Бабунц Р.А., Баранов П.Г.</b> Полностью оптическая сканирующая спектроскопия антипересечения электронных и ядерных спиновых уровней в кристалле 4H-SiC .....	82
<b>Афанасьев А.Е., Скакуненко П.И., Балыкин В.И.</b> Атомный гравиметр на основе атомного фонтана и микроволнового перехода .....	89
<b>Ходасевич И.А., Водчиц А.И., Першин С.М., Орлович В.А., Гришин М.Я.</b> Кратное повышение эффективности пикосекундного ВКР в воде при возбуждении бесселевыми лазерными пучками .....	94
<b>Пахомов А.В., Розанов Н.Н., Архипов М.В., Архипов Р.М.</b> Правило сохранения электрической площади и применимость различных моделей распространения предельно коротких импульсов .....	100
<b>Конденсированное состояние</b>	
<b>Иванова О.С., Эдельман И.С., Овчинников С.Г., Тхакур А., Тхакур П., Сухачёв А.Л., Князев Ю.В., Иванцов Р.Д., Молокеев М.С.</b> Влияние концентрации кобальта на магнитные свойства нанокристаллов семейства $Co_{1-x}Mg_xFe_2O_4$ .....	111
<b>Sadakov A.V., Gippius A.A., Daniyarkhodzhaev A.T., Muratov A.V., Kliushnik A.V., Sobolevskiy O.A., Vlasenko V.A., Shilov A.I., Pervakov K.S.</b> Multiband superconductivity in $KCa_2Fe_4As_4F_2$ .....	118
<b>Петров П.Е., Князев Г.А., Кузмичёв А.Н., Ветошко П.М., Белотелов В.И., Буньков Ю.М.</b> Переход в магнонный Бозе конденсат .....	120
<b>Зыбцев С.Г., Покровский В.Я., Никонов С.А., Никитин М.В., Майзлах А.А., Снежко А.В., Павловский В.В., Зайцев-Зотов С.В.</b> Ступеньки Шапиро при скольжении волн зарядовой плотности: осцилляции, смешение частот, особенности в больших электрических полях .....	126
<b>Safonov I., Petrov A.S., Svintsov D.</b> Selective damping of plasmons in coupled two-dimensional systems by Coulomb drag .....	139
<b>Хрыкина О.Н., Болотина Н.Б., Гридчина В.М., Азаревич А.Н., Красиков К.М., Шицвалова Н.Ю., Филипов В.Б., Гаврилкин С.Ю., Цветков А.Ю., Случанко Н.Е.</b> Электронный фазовый переход в соединении с тяжелыми фермионами $CeV_6$ .....	141