



*Письма
в*

ЖУРНАЛ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ

и

ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ

ФИЗИКИ



НАУКА

— 1727 —

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

П И С Ь М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 120

Выпуск 5

10 сентября 2024

*Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ru>

© Российская академия наук, 2024

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2024

К вопросу о плазменно-пылевых процессах в физике комет

С. И. Попель¹⁾, А. П. Голубь, Л. М. Зеленый

Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 июля 2024 г.

После переработки 3 августа 2024 г.

Принята к публикации 3 августа 2024 г.

Рассмотрены плазменно-пылевые процессы в физике комет. На основе физико-математической модели для самосогласованного описания концентраций фотоэлектронов и пылевых частиц над поверхностью освещенной части ядра кометы определены функции распределения фотоэлектронов, высотные зависимости зарядов и размеров пылевых частиц, а также электрических полей. Показано, что плазменно-пылевые процессы имеют существенные проявления в ситуациях, когда комета находится достаточно далеко от Солнца. Для кометы, характеризуемой параметрами ядра, близкими к параметрам ядра кометы Галлея, пылевая плазма в окрестности ядра кометы формируется за счет электростатических взаимодействий, т.е. аналогично формированию пылевой плазмы вблизи других безатмосферных тел (таких, например, как Луна, спутники Марса, астероиды), если расстояние от кометы до Солнца не меньше $\sim (2.5-3.5)$ а.е. Если же комета находится на более близких расстояниях от Солнца, то динамику пылевых частиц определяет газовый поток от ядра кометы.

DOI: 10.31857/S0370274X24090019, EDN: VTYNMJ

1. Введение. Источником мелких частиц, заполняющих Солнечную систему, служат разрушающиеся ядра комет и столкновения тел в поясе астероидов [1]. Высвобождение пыли при разрушении ядер комет происходит следующим образом. Приближаясь к Солнцу, комета обычно приобретает характерную структуру: видимый гигантский хвост, ядро (как правило, невидимое) очень маленького размера по сравнению с хвостом, а также атмосферу, окружающую ядро и называемую комой кометы. Кома и хвост формируются как следствие истечения вещества из ядра кометы. В ядре ледяные слои из замороженных газов чередуются с пылевыми слоями. Считается, что по мере прогревания солнечным излучением образующиеся в результате возгонки газы вытекают наружу, увлекая за собой пылевые частицы. В результате ядро кометы становится источником газопылевого потока, движущегося (вслед за ядром) навстречу солнечному ветру.

Исследования пылевых частиц вблизи кометы Галлея, а также частиц из микрократеров на Луне, потоков метеоров, межпланетных пылевых частиц, собранных космическими аппаратами, позволили получить [2] параметры, которые широко используются для исследования зарядки и динамики пылевых частиц в магнитосфере Земли и Солнечной системе (см., например, [3]). Впервые исследование частиц пыли кометного происхождения в земных усло-

виях удалось провести в рамках космической миссии “Stardust” [4]. Основной целью миссии был сбор кометной пыли с последующей доставкой образцов на Землю. На некоторых участках траектории космического аппарата “Stardust” собирались также образцы межпланетной пыли. Пыль захватывалась заполненным аэрогелем коллектором, установленным на космическом аппарате. Когда последний находился в окрестностях ядра кометы 81P/Wild 2 (точка максимального сближения “Stardust” была примерно в 236 км от ядра), в коллекторе оседали пылевые частицы. Затем он был герметично закрыт и спрятан в возвращаемую капсулу, которая в январе 2006 г. вернулась на Землю. После вскрытия капсулы стало ясно: миссия выполнена успешно – аэрогель содержал крупные и мелкие частицы кометного вещества. Исследование частиц показало, что их размеры варьировались от десятков нанометров до десятых долей миллиметра. В среднем они оказались крупнее частиц кометы Галлея.

Поскольку кометная пыль взаимодействует с электронами и ионами окружающей плазмы, а также с солнечным излучением, пыль заряжается. В результате среду, окружающую ядро кометы, оказывается возможным трактовать как пылевую плазму. Плазменно-пылевые процессы могут, например, иметь существенные проявления при формировании головной ударной волны, образующейся вследствие взаимодействия комы кометы с солнечным ветром [5]. Оказывается, что ее иногда можно рассматри-

¹⁾e-mail: popel@cosmos.ru

вать как разновидность пылевой ионно-звуковой ударной волны [6–8]. Для типичного ядра кометы с радиусом ядра ~ 1 км и относительно плотной комы (с концентрацией пыли, превосходящей 10^6 см^{-3}) при формировании головной ударной волны важную роль играет аномальная диссипация, обусловленная зарядкой пылевых частиц [6–10].

Кометы относятся к телам Солнечной системы, у которых отсутствуют дипольное магнитное поле и заметная атмосфера. Такие тела, как правило, подвержены непосредственному воздействию внешних факторов космического пространства – потокам микрометеороидов, солнечному ультрафиолетовому излучению, потокам солнечного ветра, космических лучей. В результате воздействия этих факторов за геологические эпохи происходит так называемое космическое выветривание. Следствием выветривания являются: во-первых, постепенное измельчение материала поверхности этих тел в результате случайных ударов микрометеороидов; во-вторых, преобразование химического состава реголита, которое происходит под действием потоков солнечного ветра, энергичных ядер солнечного и галактического происхождения, а также благодаря внедрению в пылевые гранулы частиц микрометеороидов; и, наконец, в-третьих, формирование динамичной приповерхностной плазменно-пылевой экзосферы. Подобные процессы обоснованы, в частности, для таких тел Солнечной системы, как Луна, спутники Марса, астероиды [11–15].

О роли возможных плазменно-пылевых эффектов в физике комет указывалось в работах [16–20]. В работе [16] хотя и проводилось лишь численное моделирование потоков электрически нейтральной пыли в окрестности кометы и, соответственно, пренебрегалось электростатическими взаимодействиями, отмечалась их возможная роль. В работах [17–19] на уровне оценок рассматривались разного рода проявления плазменно-пылевых процессов в применении к комете 67P/Чурюмова–Герасименко, такие как зарядка поверхности ядра кометы, электростатическое ускорение пыли в окрестности ядра, возможность существования положительно заряженной пыли в коме кометы, влияние зарядки пылевых частиц на ионизационный баланс в коме кометы. Однако при этом не был учтен ряд эффектов, например, влияние тока фотоэлектронов, окружающих пылевую частицу, на зарядку этой частицы. Далее, корректно не вычислялась температура фотоэлектронов, а делались разного рода предположения, касающиеся температуры окружающих пылевую частицу электронов и т.д. Все эти эффекты могут иметь существенное влия-

ние на свойства пылевой плазмы в окрестности ядра кометы, подобно тому, как это имеет место для безатмосферных космических тел [12, 14, 15]. Наконец, в работе [20] в применении к данным, полученным в рамках миссии The Parker Solar Probe, рассматривались динамика пылевых частиц от объекта 322P, предположительно, имеющего кометное происхождение, на небольших расстояниях от Солнца (~ 0.1 а.е.). Отметим, что детального исследования плазменно-пылевых процессов при формировании газопылевого потока, движущегося (вслед за ядром), в этих работах не проводилось.

Как и в случаях Луны, спутников Марса, астероидов, где приповерхностная экзосфера включает фотоэлектроны, выбитые из поверхностного слоя реголита под действием УФ солнечного излучения, плазме солнечного ветра, заряженные частицы, рассеянные на материале реголита, вторичные заряженные частицы, нейтралы, летучие вещества, содержащиеся в реголите и недрах тел, микрочастицы реголита [14], в случае комет плазменно-пылевые процессы могут вносить определенный вклад при формировании газопылевого потока. Изучение такого рода процессов и выявление условий (в частности, расстояний от кометы до Солнца), при которых именно плазменно-пылевые процессы определяют динамику пылевых частиц в окрестностях ядер комет, являются целями настоящей работы.

2. Особенности кометной среды. Источником пыли, поднимающейся над поверхностью безатмосферного космического тела, является реголит, присутствующий на его поверхности и состоящий из обломков пород и минералов размером от пылевых частиц до нескольких метров в поперечнике, стекол, литифицированных брекчий, фрагментов метеоритов и т.д. К сожалению, наши знания о реголите на поверхности комет неполны, поскольку активные кометы не подвержены длительной бомбардировке, и реголит на их поверхности может быть иным по природе и происхождению, чем на других телах Солнечной системы. Определенная ясность в этом вопросе появилась после завершения космической миссии Rosetta к комете 67P/Чурюмова–Герасименко. Во время миссии Rosetta было проведено весьма детальное исследование состава кометных ядер [21]. Анализ доступных наборов данных показал, что для кометы 67P/Чурюмова–Герасименко характерны пористые “камешки”, которые непосредственно наблюдались на поверхности ядра кометы (похожие на хондритовые пористые частицы межпланетной пыли, т.е. частицы преимущественно силикатного состава). Соответствующие наблюдения были выпол-

нены с помощью камеры CIVA на борту посадочного модуля Philae [22]. Инструменты Rosetta позволили изучить структуру кометной пыли различных размеров, в том числе и пыли с размерами в несколько десятков нанометров. Оказалось возможным с большой уверенностью сделать вывод, что частицы пыли имеют сложную структуру и высокую внутреннюю пористость [23, 24]. Многие из них отличаются очень низкой прочностью. Обнаруженные пылевые частицы, по всей вероятности, образовались существенно раньше, чем реголит на других небольших космических телах, и, скорее всего, представляют собой первичный материал кометы. Следует отметить, что комета 67P/Чурюмова–Герасименко не является уникальной. На основании наблюдений кометы 103P/Hartley космическим аппаратом EROXI, был сделан вывод [25], что нетронутые “камешки” могут сформировать комету в результате последующего гравитационного коллапса.

Подобно практически любому безатмосферному космическому телу, поверхность ядра кометы заряжается под действием электромагнитного излучения Солнца и плазмы солнечного ветра. При взаимодействии с излучением ядро кометы испускает электроны благодаря фотоэффекту, что приводит к формированию над его поверхностью слоя фотоэлектронов. Фотоэлектроны поставляются и пылевыми частицами, парящими над поверхностью ядра кометы (они также поглощают солнечный свет). Пылевые частицы, находящиеся на поверхности ядра кометы или в приповерхностном слое, не только испускают, но и поглощают фотоэлектроны, а также фотоны солнечного излучения, электроны и ионы солнечного ветра. Все эти процессы приводят к зарядке пылевых частиц, их электростатическому взаимодействию с заряженной поверхностью ядра кометы, подъему и движению пыли. Этот процесс может конкурировать с процессом увлечения пыли потоком газов, образующихся в результате возгонки вследствие прогревания ядра солнечным излучением.

Таким образом, при рассмотрении плазменно-пылевых процессов над поверхностью ядра кометы следует учитывать такие особенности кометной среды по сравнению с рядом безатмосферных космических тел (например, Луной, спутниками Марса, астероидами), как

(1) присутствие газов, образующихся в результате возгонки вследствие прогревания ядра кометы солнечным излучением, что приводит к необходимости учета дополнительной силы, характеризующей взаимодействие газового потока с пылевыми частицами;

(2) наличие водяного льда в ядрах комет, модифицирующее существенным образом фотоэлектрические свойства реголита и влияющее, как следствие, на процессы формирования электростатических сил;

(3) различные вещества, составляющие ядро кометы и пыль на его поверхности (ниже при расчетах полагаем, что ядро кометы – ледяное, тогда как частицы пыли на его поверхности – силикатные, а фотоэлектрические свойства пылевых частиц близки к аналогичным свойствам лунного реголита);

(4) чрезвычайно вытянутый характер орбиты кометы, что делает необходимым проведение расчетов на разных расстояниях от Солнца.

3. Фотоэлектроны. Для описания плазменно-пылевой системы в приповерхностном слое освещенной части ядра кометы используется модифицированная модель [26], в которой зарядка пылевых частиц над поверхностью ядра кометы вычисляется с учетом влияния фотоэлектронов, электронов и ионов солнечного ветра, а также солнечного излучения. Не учитывается воздействие светового давления на динамику пылевых частиц, поскольку, как показывают оценки, указанное воздействие сказывается лишь для частиц с размерами, заведомо не превышающими 1 нм. Производится учет фотоэлектронов как от поверхности ядра кометы, так и от поверхностей присутствующих над ней пылевых частиц. Рассмотрение фотоэлектронов от поверхностей пылевых частиц требует самосогласованного описания, поскольку фотоэлектроны влияют на распределения пылевых частиц, в то время как распределения пылевых частиц определяют количество фотоэлектронов. Ввиду самосогласованного характера задачи решить ее удастся только численными методами.

Для нахождения концентраций фотоэлектронов над поверхностью ядра кометы производится решение системы уравнений, состоящей из стационарного кинетического уравнения для функции распределения фотоэлектронов и уравнения Пуассона для электростатического потенциала с соответствующими граничными условиями, характеризующими поведение потенциала у поверхности ядра кометы и на бесконечном удалении от нее. Функция распределения фотоэлектронов по энергиям у поверхности ядра кометы Φ_e определяется стандартным образом [27] на основе расчета плотности потока фотоэлектронов, испускаемых твердым телом под действием излучения:

$$\Phi_e(E_e)dE_e = 2 \cos \theta \sqrt{\frac{2m_e}{E_e}} \int_{E_e+W}^{\infty} Y(E_{ph})F_{ph}dpdE_{ph}, \quad (1)$$

где E_e – энергия фотоэлектрона, E_{ph} – энергия фотона, W – работа выхода фотоэмиссии, θ – угол между местной нормалью и направлением на Солнце, m_e – масса электрона, $Y(E_{ph})$ – квантовый выход, зависящий от энергии фотонов, $F_{ph}dE_{ph}$ – число фотонов солнечного излучения с энергией E_{ph} в интервале dE_{ph} , пересекающих в единицу времени единичную площадку, перпендикулярную к направлению движения фотонов,

$$d\rho = \frac{6(E_m - E_e)}{E_m^3} E_e dE_e, \quad 0 \leq E_e \leq E_m = E_{ph} - W$$

– вероятность [27] того, что в результате поглощения фотона энергии E_{ph} испускается электрон с энергией E_e в интервале энергий dE_e . Коэффициент “2” в правой части (1) обусловлен тем, что в стационарном состоянии количества электронов, покидающих и поглощаемых поверхностью твердого тела, равны друг другу. При выводе (1) пренебрегалось возможной анизотропией функции распределения фотоэлектронов в пространстве скоростей, обусловленной неровностью поверхности ядра кометы.

Функция распределения (1) может быть использована для нахождения концентрации N_0 и температуры T_e фотоэлектронов у поверхности ядра кометы:

$$N_0 = \int_0^\infty \Phi_e(E_e) dE_e, \quad (2)$$

$$T_{e,ph} = \frac{2}{3} \langle E_e \rangle \equiv \frac{2}{3N_0} \int_0^\infty E_e \Phi_e(E_e) dE_e. \quad (3)$$

При вычислении функции распределения фотоэлектронов, их концентрации и температуры важными параметрами являются спектр солнечного излучения, квантовый выход и работа выхода поверхности ядра кометы. Поскольку материал поверхности ядра кометы представляет собой водяной лед, в качестве ее работы выхода используем величину $W = 8.7$ эВ [28], а для квантового выхода – зависимость $Y(E_{ph}) = C_Y(E_{ph} - W)^2$ [29] с $C_Y = 10^{-4}$ эВ $^{-2}$. Что касается спектров солнечного излучения, их форма соответствует форме спектров у Луны [30, 31], однако интенсивность должна учитывать зависимость ($\propto 1/L^2$) от расстояния L между кометой и Солнцем. Спектры солнечного излучения существенно варьируются в течение одиннадцатилетнего цикла солнечной активности. Однако, как и в ситуации с Луной (см. [31]), и в случае ядра кометы, несмотря на вариации количества энергии, излучаемой Солнцем в ультрафиолетовом диапазоне (основном с точки зрения испускания фотоэлектронов), в указанном цикле не происходит существенных (на порядки величины) изменений значений N_0 и $T_{e,ph}$. Поэтому ниже проводятся вычисления для солнечного максимума.

В дальнейших вычислениях важными также оказываются значения концентрации и температуры фотоэлектронов, испускаемых пылевой частицей, присутствующей над поверхностью ядра кометы. Вычисление этих значений производится способом, аналогичным приведенному выше для случая кометного ядра. Однако следует иметь в виду отличие работы выхода и квантового выхода поверхности пылевой частицы от соответствующих параметров водяного льда. Поскольку типичные значения работы выхода и квантового выхода для пылевой частицы у ядра кометы неизвестны, но частицу можно рассатривать силикатной, полагаем, что они близки к аналогичным значениям на Луне [31]. Так, в качестве значений работы выхода используем значение 5.5 эВ, а для квантового выхода в расчетах используем его зависимость, приведенную в работе [32]. При этом максимальное значение квантового выхода [32], приблизительно равное 0.09 ± 0.003 , достигается при длине электромагнитной волны, приблизительно равной 900 Å, что, в свою очередь, соответствует $E_{ph} \approx 13.7$ эВ. При значениях E_{ph} больших и меньших 13.7 эВ, величина квантового выхода существенным образом уменьшается (на несколько порядков величины). Так, при $E_{ph} \approx 7$ эВ $Y(E_{ph})$ падает до значения $\sim 10^{-6}$, при приближении E_{ph} к работе выхода квантовый выход уменьшается еще на 1–2 порядка величины.

Параметры фотоэлектронов (N_0 , T_e), рассчитанные по формулам (1)–(3), в приповерхностном слое освещенной части ядра кометы для солнечной активности, соответствующей солнечному максимуму, и значению работы выхода $W = 8.7$ эВ имеют следующие значения: $N_0 \approx 114 \cos \theta / L^2$ см $^{-3}$; $T_{e,ph} \approx 7.89$ эВ. Аналогичные параметры (N_{0d} , T_{ed}) у поверхности пылевой частицы, присутствующей над поверхностью ядра кометы, приблизительно равны $N_{0d} \approx 290 / L^2$ см $^{-3}$; $T_{e,ph,d} \approx 1.9$ эВ. В приведенных здесь выражениях L вычисляется в астрономических единицах.

На рисунке 1 изображена вычисленная для спектра солнечного излучения, соответствующего солнечному максимуму, функция распределения $f_e(E_e) \equiv \Phi_e(E_e)/N_0$, нормированная на единицу ($\int_0^\infty f_e(E_e) dE_e = 1$), полученная для данных, характеризующих ситуации у ледяной поверхности кометного ядра (а) и у поверхности пылевой частицы (б). Имеется сильное отличие указанной функции распределения от максвелловской, вычисленной для значений средней энергии фотоэлектронов, характеризующих распределение $f_e(E_e)$.

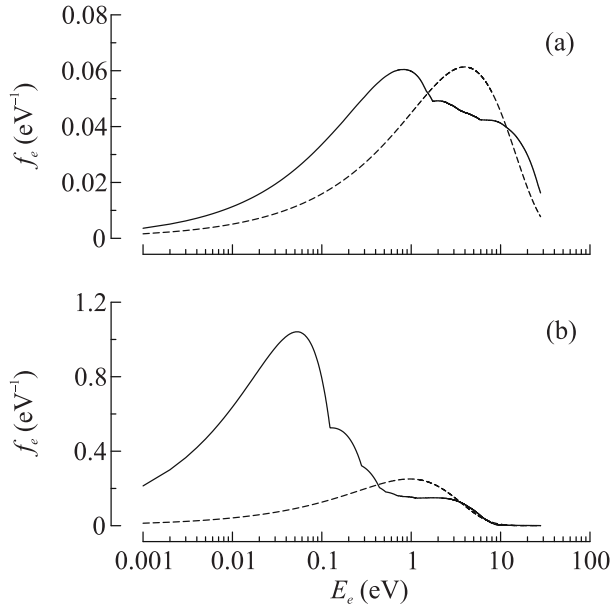


Рис. 1. Нормированные на единицу функция распределения фотоэлектронов f_e по энергиям (сплошная кривая) и распределение Максвелла (пунктирная кривая), вычисленное для значений средней энергии фотоэлектронов, характеризующих распределение, изображенное сплошной кривой, для ситуаций освещенных частей поверхности ядра кометы (а) и поверхности пылевой частицы (б)

4. Заряженные пылевые частицы. Поведение пылевых частиц в приповерхностном слое ядра кометы описывается уравнениями, характеризующими их динамику и зарядку:

$$m_d \frac{d^2 \mathbf{r}_d}{dt^2} = q_d \mathbf{E} + m_d \mathbf{g}_0 + \mathbf{F}_{fg}, \quad (4)$$

$$\frac{dq_d}{dt} = I_e(q_d) + I_i(q_d) - I_{ph}(q_d) + I_{e,ph}(q_d), \quad (5)$$

где $\mathbf{F}_{fg}$ – сила увлечения пылевой частицы газовым потоком, направление которой совпадает с направлением газового потока, а абсолютная величина определяется по формуле Эшштейна [33]:

$$F_{fg} = (4/3)\pi a^2 n_s m_{\text{H}_2\text{O}} u_s^2, \quad (6)$$

a – размер пылевой частицы; $m_{\text{H}_2\text{O}}$ – масса молекулы воды; u_s и n_s – соответственно скорость течения газа и его концентрация; m_d – масса пылевой частицы; q_d – ее заряд; $\mathbf{g}_0$ – ускорение свободного падения у поверхности ядра кометы; $\mathbf{E}$ – электрическое поле; $I_e(q_d)$ и $I_i(q_d)$ – микроскопические токи на пылевую частицу электронов и ионов солнечного ветра, $I_{ph}(q_d)$ – фототок электронов с пылевой частицы, обусловленный ее взаимодействием с солнечным

излучением, $I_{e,ph}(q_d)$ – ток фотоэлектронов на пылевую частицу:

$$I_e \approx -\pi a^2 e n_{eS} \sqrt{\frac{8T_{eS}}{\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{eS}}\right), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I_i &\approx \pi a^2 e n_{iS} \sqrt{\frac{T_{iS}}{2\pi m_i}} \frac{u_{Ti}}{u_i} \\ &\times \left\{ \frac{u_i + u_0}{u_{Ti}} \exp\left(-\frac{(u_i - u_0)^2}{2u_{Ti}^2}\right) + \frac{u_i - u_0}{u_{Ti}} \exp\left(-\frac{(u_i + u_0)^2}{2u_{Ti}^2}\right) \right\} \\ &+ \pi a^2 e n_{iS} \sqrt{\frac{T_{iS}}{4m_i}} \frac{u_{Ti}}{u_i} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{u_i + u_0}{\sqrt{2}u_{Ti}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{u_i - u_0}{\sqrt{2}u_{Ti}}\right) \right\} \left(1 + \frac{2Z_d e^2}{a T_{iS}} + \frac{u_i^2}{u_{Ti}^2}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} I_{ph} &\approx -\pi a^2 e N_{0d} \sqrt{\frac{T_{e,ph,d}}{2\pi m_e}} \\ &\times \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph,d}}\right) \exp\left(-\frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph,d}}\right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$I_{e,ph} \approx -\pi a^2 e n_{e,ph} \sqrt{\frac{8\tilde{T}_{e,ph}}{\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a \tilde{T}_{e,ph}}\right). \quad (10)$$

Здесь Z_d – зарядовое число пылевой частицы ($q_d = Z_d e$); e – элементарный заряд; $n_{e(i)S}$ – концентрация электронов (ионов) солнечного ветра; $T_{e(i)S}$ – температура электронов (ионов) солнечного ветра; m_i – масса иона; $u_0 = \sqrt{2Z_d e^2 / a m_i}$; $u_{Ti} = \sqrt{T_{iS} / m_i}$ – тепловая скорость ионов солнечного ветра; u_i – скорость солнечного ветра; $\tilde{T}_{e,ph}$ – температура фотоэлектронов, а $n_{e,ph}$ – концентрация фотоэлектронов, учитывающие фотоэлектроны как с поверхности ядра кометы, так и с поверхностей пылевых частиц. Выражения (7)–(10) справедливы для случая положительных зарядов пылевых частиц. Выражение (9) для тока I_{ph} не содержит множителя, содержащего характеристики спектров излучения. Указанный множитель удастся выразить через значение N_{0d} . Выражение (8) выведено специально для случая положительного заряда пылевых частиц и произвольных скоростей потоков ионов [34].

При решении уравнений (4) и (5) учитываем, что электрическое поле $\mathbf{E}$, создаваемое заряженной поверхностью ядра кометы, является вертикальным (предполагается плоская поверхность без каких-либо

возвышенностей или впадин), и его значение составляет

$$E(h, \theta) = \frac{2T_{e,ph}}{e} \frac{\sqrt{\cos \theta/2}}{\lambda_D + h\sqrt{\cos \theta/2}}. \quad (11)$$

Здесь h – высота над поверхностью ядра кометы, λ_D – дебаевский радиус фотоэлектронов вблизи поверхности ядра кометы. Это выражение получено в результате совместного решения кинетического уравнения для фотоэлектронов и уравнения Пуассона по аналогии с выражением, полученным для Луны [35–37]. Зависимость электрического поля от угла θ в выражении (11) обусловлена изменением числа фотонов, которые поглощаются единицей поверхности ядра кометы, в зависимости от угла θ .

В дальнейших вычислениях рассматриваем комету, характеризуемую массой и плотностью ядра, близкими к параметрам ядра кометы Галлея, что в предположении сферической симметрии и однородности ядра позволяет получить его радиус (4.44 км) и ускорение свободного падения у поверхности ядра кометы $g_0 = 0.0745 \text{ см/с}^2$. Далее в расчетах используются следующие зависимости, связывающие характеристики солнечного ветра на расстоянии L от Солнца с его характеристиками на земной орбите: $n_{eS} = n_{eS0}/L^2$, $n_{iS} = n_{iS0}/L^2$, $T_{eS} = T_{eS0}/L^{4/3}$, $T_{iS} = T_{iS0}/L^{4/3}$, где L выражается в астрономических единицах, а индекс 0 обозначает значения величин на орбите Земли. Данные зависимости выводятся в предположениях, что имеет место сферически симметричный разлет солнечного ветра в инерциальном режиме (когда его скорость u_i сохраняется), и, кроме того, температуры компонент изменяются в соответствии с адиабатой Пуассона для идеального газа с показателем адиабаты, равным $5/3$.

Зависимости скорости u_s течения газов в газовом потоке и их концентрации n_s от расстояния L вычисляются с помощью уравнения Клапейрона–Клаузиуса, характеризующего равновесный процесс возгонки, а также предположений, что на поверхности кометного ядра выполняется уравнение баланса энергии, а также что скорость истечения молекул равна скорости звука (см. [38]). На рисунке 2 приведены эти зависимости для болометрического альбеда, характеризующего способность поверхности ядра кометы отражать падающее на нее излучение, равного 0.63, и излучательной способности поверхности ядра в инфракрасном диапазоне частот, составляющей 0.37. Кроме того, на этом же рисунке представлены зависимости от L величины F_E/F_{fg} в окрестности поверхности ядра кометы для пылевых частиц двух размеров и двух значений угла θ . Здесь $F_E = eZ_d|E|$ – электростатическая сила.

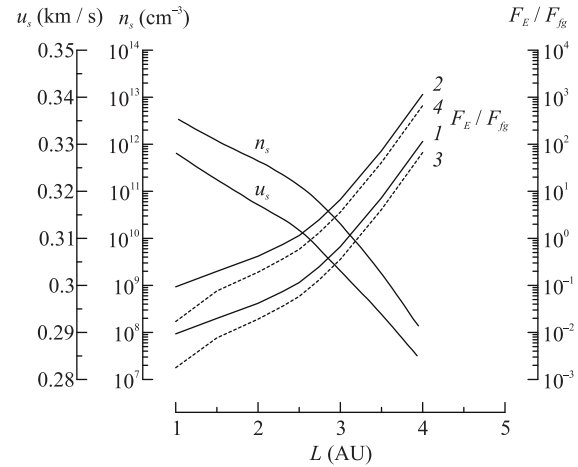


Рис. 2. Зависимости скорости u_s течения газов в газовом потоке, их концентрации n_s , а также величины F_E/F_{fg} в окрестности поверхности ядра кометы от расстояния L . Кривые 1 и 3 соответствуют пылевым частицам радиуса $a = 1 \text{ мкм}$, а кривые 2 и 4 – $a = 0.1$. Величина F_E/F_{fg} вычислена для значений угла $\theta = 87^\circ$ (сплошные кривые) и $\theta = 77^\circ$ (штриховые кривые)

Соотношение F_E/F_{fg} получено в рамках стационарной модели, справедливость которой обусловлена тем, что система уравнений (4) и (5) имеет решения, характеризующие траектории пылевых частиц, в виде затухающих колебаний [39]. Причем затухание связано с диссипативными процессами за счет процессов зарядки пылевых частиц, характеризующихся частотой $\nu_q \sim 10^{-2} \text{ с}$ [40], определяющей время релаксации зарядов пылевых частиц до равновесных значений (при малых отклонениях от равновесных значений). Подход [39] позволяет получить достаточно простое условие, при котором можно рассматривать пылевые частицы над безатмосферным космическим телом без учета осцилляций

$$2/\nu_q(a) \ll T_C, \quad (12)$$

где T_C – продолжительность светлого времени суток на комете. Условие (12) означает, что колебания частицы успевают затухать гораздо быстрее, чем заканчиваются сутки на комете, т.е. можно пренебрегать осцилляциями большую часть времени существования пылевой плазмы над освещенной частью ядра кометы. Условие (12) для значительного числа комет выполнено, поскольку время порядка $2/\nu_q \sim 100 \text{ с}$, как правило, существенно меньше характерного времени вращения ядра кометы $\sim 10 \text{ ч}$ [41]. Таким образом, оказывается возможным использование стационарной модели пылевой плазмы, в рамках которой для описания поведения пылевых частиц над освещенной частью поверхности ядра ко-

меты и определения их распределений по высотам вместо системы дифференциальных уравнений (4) и (5) следует решить систему следующих алгебраических уравнений:

$$q_d \mathbf{E} + m_d \mathbf{g}_0 + \mathbf{F}_{fg} = 0, \quad (13)$$

$$I_e(q_d) + I_i(q_d) - I_{ph}(q_d) + I_{e,ph}(q_d) = 0. \quad (14)$$

Уравнения (13) и (14) позволяют найти зависимости a , Z_d и F_E/F_{fg} от высоты h над поверхностью ядра кометы, если известна напряженность электрического поля E на высоте h . Для определения $E(h)$ необходимо решить уравнение Пуассона, в правую часть которого, наряду с другими величинами, входит концентрация пылевых частиц $n_d(h)$. Если известны функция $a(h)$ и распределение частиц реголита на поверхности ядра кометы по размерам, то, учитывая тот факт, что над ней поднимаются именно пылевые частицы, находящиеся первоначально на поверхности ядра, можно определить распределение $n_d(h)$. Таким образом, чтобы найти зависимости $a(h)$, $Z_d(h)$, $n_d(h)$ и $E(h)$, необходимо самосогласованно решать уравнения (13) и (14), а также уравнение Пуассона, учитывающее распределение пылевых частиц по размерам на поверхности ядра кометы. Поскольку последнее нам неизвестно, в качестве распределения частиц реголита по размерам на поверхности ядра кометы было использовано аналогичное распределение для Луны (см., например, [26]). Аналитически такое рассмотрение провести невозможно, поэтому используются численные методы, в частности итерационный метод. На первом этапе используется зависимость $E(h)$, определяемая (11). Соответственно, изменения электрического поля учитываются на последующих шагах.

Таким образом, на основе представленной физико-математической модели можно численными методами получить значения, характеризующие высотное распределение заряженных пылевых частиц, отношения сил F_E/F_{fg} и электрического поля над поверхностью ядра кометы с учетом, в том числе, процесса эмиссии фотоэлектронов частицами пыли, присутствующими над поверхностью ядра. В расчетах использованы данные, характеризующие пылевые частицы и электрические поля над поверхностью ядра кометы в условиях, соответствующих солнечному максимуму, работе выхода материала поверхности ядра кометы $W = 8.7$ эВ, работе выхода материала поверхностей пылевых частиц $W = 5.5$ эВ, углах между местной нормалью и направлением на Солнце $\theta = 87^\circ$, 77° и 0° , а также $n_{eS0} = n_{iS0} = 8.7 \text{ см}^{-3}$, $T_{eS0} = 12$ эВ, $T_{iS0} = 6$ эВ,

$u_i = 468$ км/с. Соответствующие результаты расчетов показаны на рис. 3а–с и 4а–с, на которых a характеризует максимальный размер частиц на соответствующей высоте h . Значения зарядового числа Z_d и отношения сил F_E/F_{fg} рассчитаны для значений a , представленных на этих рисунках. Рисунки 3 и 4 получены для значений L , равных соответственно 3.5 и 4 а.е.

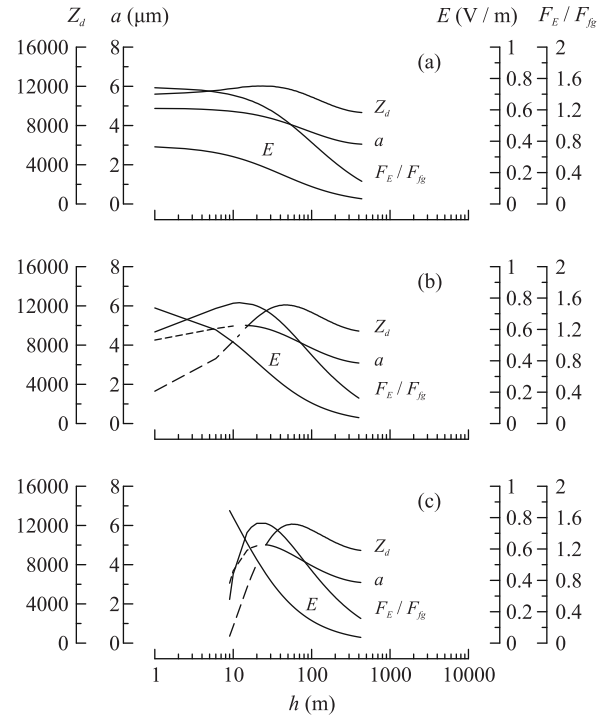


Рис. 3. Размеры a , зарядовые числа Z_d пылевых частиц, отношения электростатической и газодинамической сил F_E/F_{fg} , а также электрические поля E в зависимости от высоты h над поверхностью ядра кометы для углов $\theta = 87^\circ$ (а), 77° (б), 0° (с). Вычисления проведены для $L = 3.5$ а.е. Штриховыми кривыми отмечены неустойчивые состояния равновесия пылевых частиц

Анализ результатов расчетов показывает, что вблизи поверхности ядра кометы электростатическая сила больше газодинамической примерно в 30 раз при $L = 4$ а.е. и в 1.5 раза при $L = 3.5$ а.е. По мере удаления от поверхности ядра кометы (увеличения h) величины a и F_E/F_{fg} уменьшаются, радиус пылевых частиц достигает минимального значения – для пылевых частиц меньшего радиуса равновесных состояний не существует ($F_E + F_{fg} > m_d g_0$), и они уносятся газовым потоком от кометного ядра. Таким образом, в ситуации с кометой в определенном диапазоне размеров пылевых частиц возможно существование положения их равновесия, т.е. такие частицы можно трактовать как левитирующие ана-

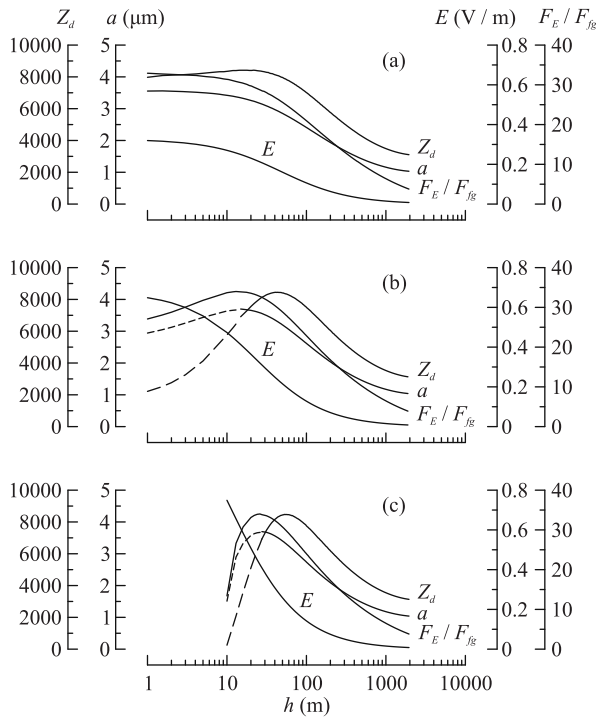


Рис. 4. Размеры a , зарядовые числа Z_d пылевых частиц, отношения электростатической и газодинамической сил F_E/F_{fg} , а также электрические поля E в зависимости от высоты h над поверхностью ядра кометы для углов $\theta = 87^\circ$ (а), 77° (б), 0° (с). Вычисления проведены для $L = 4$ а.е. Штриховыми кривыми отмечены неустойчивые состояния равновесия пылевых частиц

логично ситуации, типичной для окололунной пылевой плазмы [39, 42, 43]. Однако имеются и различия. Так, например, для пылевых частиц достаточно малого размера равновесных состояний не существует вовсе. При $L \leq 3$ а.е. электростатической силой F_E можно пренебречь по сравнению с газодинамической силой F_{fg} , и равновесные состояния пылевых частиц можно определять, исходя из формулы $F_{fg} \approx m_d g_0$. С увеличением расстояния между кометой и Солнцем, а также с уменьшением размера пылевой частицы, действие на частицу вблизи ядра кометы электростатической силы F_E усиливается по сравнению с действием газодинамической силы F_{fg} . Так, при $L = 4$ а.е. отношение F_E/F_{fg} составляет 10^2 – 10^3 . Силы F_E и F_{fg} сравниваются при $L \approx (2.5-3.5)$ а.е.

5. Заключение. Итак, плазменно-пылевые процессы в физике комет могут иметь существенные проявления в ситуациях, когда комета находится достаточно далеко от Солнца. Для кометы, характеризуемой параметрами ядра, близкими к параметрам ядра кометы Галлея, пылевая плазма в окрестности ядра кометы формируется за счет электростатиче-

ских взаимодействий, т.е. аналогично формированию пылевой плазмы вблизи других безатмосферных тел (таких, например, как Луна, спутники Марса, астероиды), если расстояние от кометы до Солнца не меньше $\sim (2.5-3.5)$ а.е. Если же комета находится на более близких расстояниях от Солнца, то динамику пылевых частиц определяет газовый поток от ядра кометы.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 24-12-00064, <https://rscf.ru/project/24-12-00064/>

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. I. Mann, A. Krivov, and H. Kimura, *Icarus* **146**(2), 568 (2000).
2. N. Divine, H. Fechtig, T.I. Gombosi, M.S. Hanner, H. Keller, S. Larson, D. Mendis, R. Newburn, R. Reinhard, Z. Sekanina, and D. Yeomans, *Space Sci. Rev.* **43**(1), 1 (1986).
3. *Interplanetary dust*, ed. by E. Grün, B. A. S. Gustafson, S. Dermott, and H. Fechtig, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–N.Y. (2001).
4. J. E. P. Matzel, H. A. Ishii, D. Joswiak, I. D. Hutcheon, J. P. Bradley, D. Brownlee, P. K. Weber, N. Teslich, G. Matrajt, K. D. McKeegan, and G. J. MacPherson, *Science* **328**(5977), 483 (2010).
5. S. I. Popel and A. A. Gisko, *Nonlinear Process. Geophys.* **13**, 223 (2006).
6. S. I. Popel, M. Y. Yu, and V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 4313 (1996).
7. V. N. Tsytovich, *Australian J. Phys.* **51**, 763 (1998).
8. С. И. Попель, А. П. Голубь, Т. В. Лосева, *Письма в ЖЭТФ* **74**, 396 (2001).
9. S. Benkadda and V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **2**, 2970 (1995).
10. С. И. Попель, А. П. Голубь, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 629 (2022).
11. А. П. Голубь, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, Ю. Н. Извекова, С. И. Копнин, С. И. Попель, *Письма в ЖЭТФ* **95**, 198 (2012).
12. S. I. Popel, L. M. Zelenyi, A. P. Golub', and A. Yu. Dubinskii, *Planet. Space Sci.* **156**, 71 (2018).
13. А. П. Голубь, С. И. Попель, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 440 (2021).
14. A. V. Zakharov, S. I. Popel, I. A. Kuznetsov, N. D. Borisov, E. V. Rosenfeld, Yu. Skorov, and L. M. Zelenyi, *Phys. Plasmas* **29**, 110501 (2022).
15. Л. М. Зелёный, А. В. Захаров, С. И. Попель, И. А. Кузнецов, Е. В. Розенфельд, *УФН* **194**, 569 (2024).
16. V. Tenishev, M. R. Combi, and M. Rubin, *Astrophys. J.* **732**, 104 (2011).

17. T. A. Nordheim, G. H. Jones, J. S. Halekas, E. Roussos, and A. J. Coates, *Planet. Space Sci.* **119**, 24 (2015).
18. E. Vignen, A. I. Eriksson, F. L. Johansson, R. Marschall, M. Morooka, and M. Rubin, *Planet. Sci. J.* **2**, 156 (2021).
19. E. Vignen, A. I. Eriksson, and S. Bergman, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **513**, 536 (2022).
20. J. He, B. Cui, C. Dong et al. (Collaboration), *Astrophys. J.* **910**, 7 (2021).
21. J. Blum, B. Gundlach, M. Krause et al. (Collaboration), *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **469**, S755 (2017).
22. F. Poulet, A. Lucchetti, J.-P. Bibring, J. Carter, B. Gondet, L. Jorda, Y. Langevin, C. Pilorget, C. Capanna, and G. Cremonese, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **462**, S23 (2016).
23. M. S. Bentley, R. Schmied, Th. Mannel, K. Torkar, H. Jeszenszky, J. Romstedt, A.-C. Levasseur-Regourd, I. Weber, E. K. Jessberger, P. Ehrenfreund, Ch. Koeberl, and O. Havnes, *Nature* **537**, 73 (2016).
24. C. Güttler, T. Mannel, A. Rotundi et al. (Collaboration), *Astron. Astrophys.* **630**, A24 (2019).
25. K. A. Kretke and H. F. Levison, *Icarus* **262**, 9 (2015).
26. С. И. Попель, С. И. Копнин, А. П. Голубь, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, Ю. Н. Извекова, *Астрономический вестник* **47**, 455 (2013).
27. E. Walbridge, *J. Geophys. Res.* **78**, 3668 (1973).
28. Б. А. Клумов, Г. Е. Морфилл, С. И. Попель, *ЖЭТФ* **127**, 171 (2005).
29. A. Schmitt-Ott, P. Schurtenberger, and H. C. Siegmann, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1284 (1980).
30. P. C. Chamberlin, T. N. Woods, and F. G. Eparvier, *Space Weather* **6**, S05001 (2008).
31. С. И. Попель, А. П. Голубь, Ю. Н. Извекова, В. В. Афонин, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, Е. А. Лисин, О. Ф. Петров, *Письма в ЖЭТФ* **99**, 131 (2014).
32. R. F. Willis, M. Anderegg, B. Feuerbacher, and B. Fitton, in *Photon and Particle Interactions With Surfaces in Space*, ed. by R. J. L. Grard and D. Reidel, Dordrecht (1973), p. 389.
33. О. П. Стояновская, Ф. А. Окладников, Э. И. Воробьев, Я. Н. Павлюченков, В. В. Акимкин, *Астрономический журнал* **97**, 91 (2020).
34. T. V. Losseva, S. I. Popel, A. P. Golub', Yu. N. Izvekova, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **19**, 013703 (2012).
35. Е. К. Колесников, А. С. Мануйлов, *Астрономический журнал* **59**, 996 (1982).
36. R. J. L. Grard and J. K. E. Tunaley, *J. Geophys. Res.* **76**, 2498 (1971).
37. Е. К. Колесников, А. Б. Яковлев, *Астрономический вестник* **31**, 70 (1997).
38. H. L. F. Houppis and D. A. Mendis, *Astrophys. J.* **243**, 1088 (1981).
39. С. И. Попель, А. П. Голубь, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 629 (2022).
40. S. I. Popel and L. M. Zelenyi, *Sol. Syst. Res.* **58**, 220 (2024).
41. M. M. Knight, R. Kokotanekova, and N. H. Samarasinha, arXiv:2304.09309 [astro-ph.EP]; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.09309>.
42. J. E. Colwell, S. R. Robertson, M. Horányi, X. Wang, A. Poppe, and P. Wheeler, *J. Aerosp. Eng.* **22**, 2 (2009).
43. S. K. Mishra and A. Bhardwaj, *Astrophys. J.* **884**, 5 (2019).

Случайная лазерная генерация в условиях диссипативного туннелирования в сетевом квантовом материале¹⁾

Д. В. Царёв, Е. С. Моругин, А. П. Алоджанц²⁾

Национальный исследовательский университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 15 июля 2024 г.

После переработки 23 июля 2024 г.

Принята к публикации 24 июля 2024 г.

В работе выявлен новый механизм генерации случайного лазера, выполненного на основе случайной фотонной сети с диссипативным туннелированием фотонов между микрорезонаторами, помещенными в узлы такой сети и содержащими идентичные квантовые двухуровневые системы. Показано, что дополнительный источник фотонных потерь при туннелировании способствует выделению отдельных мод случайного лазера и достижению ими порога генерации даже при исчезающе малой инверсии населенностей. Усиление мод лазера в данном случае имеет интерференционную природу и связано с перераспределением энергии между узлами фотонной сети, соответствующими разным знакам отстройки частоты стационарных колебаний мод случайного лазера от частоты перехода двухуровневых систем. Показано, что для области нулевой этой отстройки присутствует традиционный механизм лазерной генерации, который демонстрирует особенности спектра одиночных микрорезонаторов, т.е. практически не зависит от топологических свойств сети и параметра туннелирования.

DOI: 10.31857/S0370274X24090029, EDN: YNDYNX

Физический эффект лазерной генерации в неупорядоченных средах, содержащих активные элементы и образующих так называемый случайный лазер, вот уже несколько десятков лет привлекает внимание в связи со своей доступностью и отсутствием резонаторов, столь необходимых для обычных лазеров [1]. С недавних пор здесь особый интерес связан со структурами, имеющими сетевое строение, среди которых следует выделить эффективно двухмерные материалы в виде фотонных сетей, ФС (*photonic networks*) [2, 3]. В таких средах продемонстрировано, что порог генерации существенно зависит от топологии графа [4]. В [5] нами предложена модель случайного лазера, состоящего из квантовых двухуровневых систем (ДУС), помещенных в микрорезонаторы (МР), между которыми имеется туннельная связь. Показано, что такой лазер обладает рядом особенностей в спектре, связанными со статистическими свойствами сетевой структуры. Среди них – существование топологически защищенного собственного значения Перрона, а также делокализация/локализация мод излучения в зависимости от вероятности связи произвольных МР между собой. Однако до сих пор вопросы интерференции излучения, приводящие к усилению или ослаблению излучения в таких слож-

ных системах, до конца не выяснены. Как правило, они хорошо известны для случаев наличия (или отсутствия) андерсоновской локализации излучения в среде [6]. Для ФС все выглядит сложнее ввиду особенностей спектра сетей, математически представляющих случайные графы, см., например, [7]. В этой связи было бы важным иметь механизм управления фазой светового излучения в рассматриваемых материалах, чтобы выявить особенности, вызываемые интерференцией излучения с учетом сложной топологии ФС. В данной работе предложено использовать явление диссипативного туннелирования, которое хорошо изучено, в частности, для джозефсоновских контактов Бозе-систем, см., например, [8]. В нашем случае речь идет о диссипативном туннелировании фотонов между различными МР, образующими 2D материал ФС. Поскольку эти МР имеют разное (но статистически управляемое в эксперименте) число связей между собой, то следует ожидать, что изменение фазы излучения при отдельных актах туннелирования оказывает неодинаковое влияние на усиление или, наоборот, ослабление излучения в различных участках ФС. Иначе говоря, диссипативное туннелирование при определенных условиях способно ускорить процесс лазерной генерации в материале с сетевым интерфейсом, что, по сути, является новым и нетривиальным эффектом. Здесь стоит отметить интерес к исследованиям эффектов, обуслов-

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾e-mail: alexander_ap@list.ru

ленных диссипативным туннелированием в упорядоченных средах в виде цепочек волноводов [9]. Было показано, что в таких системах при определенном подборе коэффициентов туннелирования можно определенным образом перераспределять излучение в массиве волноводов. Однако в предлагаемой здесь работе речь идет именно о новом механизме лазерной генерации вследствие интерференции в диссипативной сетевой структуре.

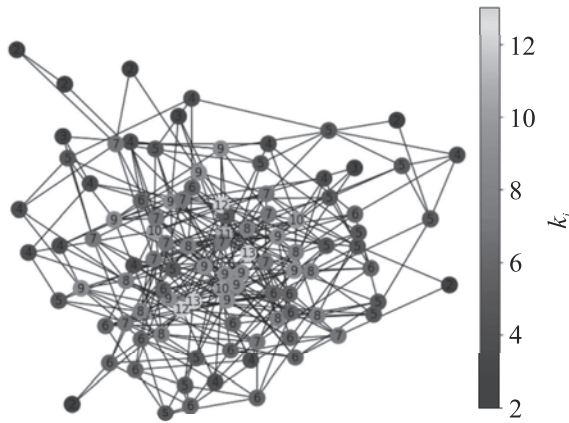


Рис. 1. (Цветной онлайн) Случайный граф фотонной сети с числом узлов $N = 100$ и степенями узлов от $k_{\min} = 2$ до $k_{\max} = 13$, что дает среднюю связность $\langle k \rangle = 6.32$ и второй момент $\zeta = 7.29$. Числа в узлах как их цвет обозначают степень узла k_i

На рисунке 1 изображен граф, соответствующий некоторой физической реализации ФС. Как пример, современные технологии изготовления и выращивания микро- и наноструктур позволяют, в принципе, получить случайную ФС, состоящую из туннельно связанных между собой полупроводниковых квантовых МР, содержащих ДУС, ср. с [10, 11]. Граф на рис. 1 сгенерирован с помощью библиотеки Python NetworkX по алгоритму Эрдоса–Реньи. Топологические особенности графа описываются распределением степеней узлов k_i , которые отмечены на рис. 1 цветом и цифрами в узлах. В частности, для дальнейшего анализа нам понадобятся первый и второй моменты этого распределения, $\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_j$ и $\zeta \equiv \frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle} = \frac{1}{N \langle k \rangle} \sum_{j=1}^N k_j^2$, ср. с [12].

Эрмитов гамильтониан ФС для графа, изображенного на рис. 1, аналогичен рассмотренному нами ранее в [5]:

$$\hat{H} = \hbar \sum_{i=1}^N \left[\frac{\omega_0 \hat{\sigma}_i^z}{2} + \omega_{ph,i} \hat{f}_i^\dagger \hat{f}_i + g(\hat{f}_i \hat{\sigma}_i^+ + \hat{f}_i^\dagger \hat{\sigma}_i^-) \right] - \frac{\hbar}{2} J \sum_{i,j=1}^N \tau_{ij} (\hat{f}_j^\dagger \hat{f}_i + \hat{f}_i^\dagger \hat{f}_j), \quad (1)$$

где $\hat{\sigma}_i^\pm$ – оператор инверсии i -й ДУС; $\hat{\sigma}_i^\pm$ – лестничные операторы, описывающие возбуждения i -й ДУС; g – параметр взаимодействия одиночной ДУС с квантованным полем частоты $\omega_{ph,i}$ в i -м МР; τ_{ij} – элемент (случайной) матрицы смежности $\mathbf{T}$ сетевой структуры материала. Если i -й и j -й МР связаны между собой, то $\tau_{ij} = 1$, и фотоны имеют возможность туннелировать между ними с частотой, которую пока описываем вещественно определенным параметром J ; $\tau_{ij} = 0$ в противном случае.

Для получения основных уравнений на данном этапе анализа задачи можно воспользоваться подходом Гейзенберга–Ланжевена, который относительно просто позволяет учесть взаимодействие квантованного излучения с ансамблем ДУС, ср. с [13]. В работе нас будет интересовать приближение среднего поля, когда квантовыми корреляциями и флуктуациями величин можно пренебречь, заменяя соответствующие операторы средними значениями. В этом пределе с помощью (1) можно получить систему уравнений типа Максвелла–Блоха в виде (см. дополнительные материалы):

$$\dot{\mathcal{E}}_i = -(i\Delta_i + \kappa_i)\mathcal{E}_i - ig\bar{P}_i + iJ \sum_{j=1}^N \tau_{ij}\mathcal{E}_j; \quad (2a)$$

$$\dot{\bar{P}}_i = -\Gamma\bar{P}_i + ig\sigma_i^z \mathcal{E}_i; \quad (2b)$$

$$\dot{\sigma}_i^z = (\gamma_P - \gamma_D) - (\gamma_P + \gamma_D)\sigma_i^z + 2ig(\mathcal{E}_i^* \bar{P}_i - \mathcal{E}_i \bar{P}_i^*), \quad (2c)$$

где $\mathcal{E}_i = \langle \hat{f}_i \rangle$, $\bar{P}_i = \langle \hat{\sigma}_i^- \rangle$, $\sigma_i^z = \langle \hat{\sigma}_i^z \rangle$ – средние значения соответствующих операторных величин, $i = 1, \dots, N$, для которых “быстрые” колебания были отброшены заменой $\bar{P}_i(t) \rightarrow \bar{P}_i e^{-i\omega_0 t}$, $\mathcal{E}_i(t) \rightarrow \mathcal{E}_i e^{-i\omega_0 t}$. В (2) введены следующие обозначения: Γ – скорость затухания поляризации, которую считаем одинаковой для всех ДУС, κ_i – скорость потерь фотонов в i -м МР; $\Delta_i = \omega_{ph,i} - \omega_0$ – частотная отстройка для i -го МР, величину которой полагаем относительно небольшой, $|\Delta_i| \ll g$ для всех $i = 1, \dots, N$; γ_P – скорость накачки; γ_D – скорость затухания инверсии населенностей.

В работе нас интересуют стационарные состояния $\dot{\sigma}_i^z = 0$, $\bar{P}_i = P_i e^{-i\omega t}$, $\mathcal{E}_i = E_i e^{-i\omega t}$, для которых из (2) получаем

$$0 = (i\omega - i\Delta_i - \kappa_i)E_i - igP_i + iJ \sum_{j=1}^N \tau_{ij}E_j; \quad (3a)$$

$$0 = (i\omega - \Gamma)P_i + ig\sigma_i^z E_i; \quad (3b)$$

$$0 = (\gamma_P - \gamma_D) - (\gamma_P + \gamma_D)\sigma_i^z + 2ig(E_i^* P_i - E_i P_i^*), \quad (3c)$$

где ω физически представляет отстройку частоты стационарных колебаний моды случайного лазера от

частоты перехода ω_0 . А именно, если предположить, что частота стационарных колебаний некоторой моды есть ϖ , то эта отстройка, которую будем ниже называть просто частотой, будет $\omega = \varpi - \omega_0$. В частности, $\omega = 0$, если частота стационарных колебаний моды случайного лазера в точности равна частоте перехода $\varpi = \omega_0$.

Исследование системы связанных МР с учетом диссипативных эффектов при туннелировании фотонов между МР проводим на основе феноменологического подхода, полагая в уравнениях (3) параметр туннелирования $J \equiv J_R + iJ_I$ комплексным, где действительная часть $J_R > 0$ описывает когерентные эффекты туннелирования фотонов в условиях слабой связи микрорезонаторов, а мнимая часть $J_I > 0$ определяет величину потерь фотонов при туннелировании между ними, ср. с [8]. При этом мы ограничиваемся случаем, когда $J_I < J_R$. В пренебрежении эффектами насыщения, обусловленными кубичной нелинейностью среды, из (3) получим систему алгебраических уравнений

$$(\omega - \Delta_i + i\kappa_i)E_i - gP_i + J \sum_{j=1}^N \tau_{ij}E_j = 0; \quad (4a)$$

$$(\omega + i\Gamma)P_i + g\sigma_i^z E_i = 0; \quad (4b)$$

$$\sigma_i^z \simeq \sigma \equiv \frac{\gamma_P - \gamma_D}{\gamma_P + \gamma_D}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4c)$$

Система (4) в итоге сводится к уравнению

$$\{(\omega - \Delta_i + i\kappa_i)(\omega + i\Gamma) + g^2\sigma\}E_i + (J_R + iJ_I)(\omega + i\Gamma)\bar{E}_i = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (5)$$

где $\bar{E}_i = \sum_{j=1}^N \tau_{ij}E_j$ – эффективное локальное среднее поле, действующее на i -й МР со стороны других МР, туннельно связанных с ним.

На рисунке 2 приведено численное решение для собственных частот системы (4), отражающее физику диссипативного туннелирования в ФС в виде случайного графа. Все физические величины и численные зависимости в работе, имеющие размерность частоты (т.е. обратной секунды), по сути, нормированы на константу связи g (также имеющую размерность $[c^{-1}]$) и являются безразмерными при численных расчетах. Для удобства этих расчетов формально полагаем $g = 1$. Таким образом, значения выбираемых нами параметров κ_i , Γ физически соответствуют условию сильной связи, имеющим в данном случае вид неравенства $\kappa_i, \Gamma < 1$, ср. с [14].

Зелеными точками на рис. 2 изображен предел вещественного параметра туннелирования между МР при $J^{(1)} = J_R$, который был описан нами в [5];

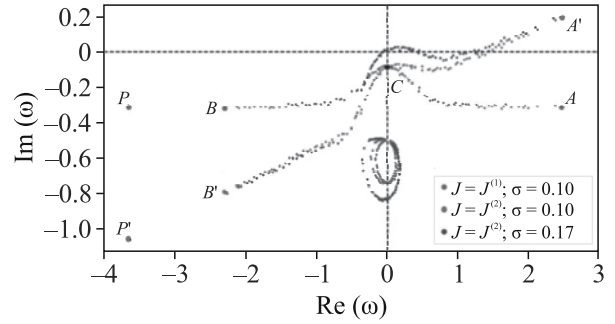


Рис. 2. (Цветной онлайн) Безразмерные собственные частоты случайного лазера на основе графа ФС, представленного на рис. 1 для $J = J^{(1)} = 0.5$ (зеленые точки), $J = J^{(2)} = 0.5 + 0.1i$ (красные и синие точки). Остальные параметры следующие: $g = 1$; $\Gamma = 0.5$; $\kappa_i \in [0.5\Gamma, 0.8\Gamma]$ и $\Delta_i \in [-0.1, 0.1]$ – случайные величины с равномерным распределением и средними значениями $\bar{\kappa} = 0.325$ и $\bar{\Delta} = 0$. Жирными зелеными точками выделены: частота Перрона (P), второе по величине собственное значение частоты после Перрона (A), вторая минимальная (с учетом знака) частота (B) и нулевая частота (C), соответственно. Для $J^{(2)}$ аналогичные частоты (жирные красные точки) обозначены заглавными буквами со штрихом

здесь он приведен для сравнения. Из рисунка 2 видно, что существует две области элементарных колебаний, соответствующих стационарным решениям системы (4). Они разделены энергетической щелью, равной $|\bar{\kappa} - \Gamma|$, где $\bar{\kappa} = \sum \kappa_i / N$ – среднее значение фотонных потерь из МР. Верхняя (оптическая) ветвь своей асимптотикой (снизу) имеет значение $\text{Im}(\omega_1) = -\bar{\kappa}$.

Собственные значения матрицы смежности $\mathbf{T}$ обладают определенной иерархией для случайного графа ФС на рис. 1, ср. с [7]. А именно, крайняя слева на рис. 2 точка P характеризует так называемое собственное значение Перрона, найденное численно для зеленой оптической ветви. Эта точка соответствует максимальному (по модулю) собственному значению матрицы смежности $\mathbf{T}$, и собственным вектором, содержащим только положительные числа, см. например, [15].

Второе по абсолютной величине собственное значение матрицы $\mathbf{T}$ описывается точкой A на рис. 2. Заметим, что точка B , располагающаяся второй слева после P на рис. 2, уже может и не являться третьим по абсолютной величине собственным значением матрицы смежности $\mathbf{T}$.

Важно отметить, что обе ветви элементарных колебаний, отмеченные зеленым цветом на рис. 2, полностью находятся в области потерь $\text{Im}(\omega_{1,2}) < 0$, т.е.

ниже порога лазерной генерации, определяемого черной штриховой линией $\text{Im}(\omega) = 0$. Как показано нами в [5], порог достигается с ростом накачки (с достижением необходимой инверсии σ), в первую очередь для точек вблизи значений $\text{Re}(\omega) = 0$, которые “стремятся вверх”, пересекая линию $\text{Im}(\omega) = 0$.

Ниже мы детально проанализируем случай диссипативного туннелирования, когда $J_I \neq 0$. На рис. 2 ему соответствуют значения собственных частот, обозначенные красным и синим цветами и рассчитанные в условиях наличия небольшой инверсии в ДУС. Численный расчет демонстрирует, что нижняя ветвь колебаний для красного и зеленого распределений (при достаточно малых J_I) на рис. 2 практически не изменяется для данных значений σ . При этом особого внимания заслуживает поведение верхней ветви частот. Распределения частот на рис. 2, отмеченные красным и синим цветом, демонстрируют наклон верхней частотной ветви. При этом “хвост”, включающий в себя собственное значение Перрона, “опускается”, т.е. происходит уменьшение (с учетом знака) величины $\text{Im}(\omega)$. Одновременно, с этим правый “хвост” частот на рис. 2 “поднимается”, переходя в область положительных значений мнимой части частот, $\text{Im}(\omega) > 0$, что уже соответствует усилению излучения в ФС.

В дополнительных материалах нами показано, за счет чего происходит “наклон” кривых относительно оси абсцисс на рис. 2. А именно, возникает дополнительный фазовый сдвиг, мнимая часть которого ответственна за увеличение потерь в области собственных частот $\text{Re}(\omega) < 0$ и, наоборот, усиление поля в области $\text{Re}(\omega) > 0$, т.е. когда частота стационарных колебаний мод случайного лазера больше частоты перехода ДУС, $\varpi > \omega_0$. При этом точка C , соответствующая значению центральной частоты, т.е. $\text{Re}(\omega) = 0$, остается неподвижной.

Чтобы разобраться в физике происходящего проведем оценку характерных частот, которые на рис. 2 описываются точками A (A'), B (B'), C и P , (P') для зеленых (красных) точек, соответственно. Здесь наиболее простым оказывается случай $\text{Re}(\omega) = 0$, соответствующий точке C . Из рисунка 2 видно, что диссипация при туннелировании не сказывается на положении этой точки. Численное моделирование показывает, что для центральной частоты влиянием локального поля в (2)–(5) можно пренебречь, поскольку выполняется условие $|\bar{E}_i| \ll |E_i|$ для всех i .

Как показано нами в дополнительных материалах, точка с максимальным значением поля для частоты с $\text{Re}(\omega) = 0$ имеет минимальную связность на графе, рис. 1, $k_i = 2$, что физически означает нали-

чие только двух МР, связанных с данным. Физически это означает, что в сумме (5) имеется только два слагаемых, которые вычитаются друг из друга, когда поля от этих МР деструктивно интерферируют. Таким образом, излучение случайного лазера на данной частоте почти не зависит от J и физически соответствует излучению N невзаимодействующих ДУС. В результате характерные частоты могут быть найдены с помощью (5), где влиянием туннельных эффектов можно пренебречь, так что

$$\{(\omega - \Delta_i + i\kappa_i)(\omega + i\Gamma) + g^2\sigma\} E_i = 0, \quad (6)$$

которое приводит нас к частотным зависимостям в виде

$$\omega_{C;1,2} = \frac{1}{2} \left(\Delta_i - i\xi_{\pm,i} \pm \sqrt{(\Delta_i - i\xi_{-,i})^2 - 4\sigma g^2} \right), \quad (7)$$

где $\xi_{\pm,i} \equiv \kappa_i \pm \Gamma$ – характерные диссипационные параметры для комбинированной системы МР и квантованного поля в i -м МР. Выражения (7) определяют две ветви элементарных возмущений, которые в пределе малой плотности возмущений ($\sigma \simeq -1$) уместно связывать с поляритонами верхней ($\omega_{C;1}$) и нижней ($\omega_{C;2}$) дисперсионных ветвей, см. например, [16]. С другой стороны, в обратном пределе, при $\sigma \simeq 1$, (7) описывают элементарные возмущения (поляритоны) рамановского типа, ср. с [17]. Далее нас будет интересовать случай с инверсией ДУС, когда $0 < \sigma < 1$.

Рассмотрим свойства частоты Перрона, которым для верхней ветви на рис. 2 соответствуют точки P и P' . Чтобы аналитически получить характерную частоту Перрона можно воспользоваться приближением отожденной сети $\tau_{ij} = k_i k_j / N \langle k \rangle$, которое справедливо для сложных (в том числе и безмасштабных) сетей при $N \gg 1$, см., например, [18]. При $J_I > 0$ частота Перрона для верхней ($\omega_{P;1}$) и нижней ($\omega_{P;2}$) ветвей может быть выведена на основе (5) в виде

$$\text{Re}(\omega_{P;1}) = \bar{\Delta} - J_R \zeta; \quad \text{Im}(\omega_{P;1}) = -\bar{\kappa} - J_I \zeta; \quad (8a)$$

$$\text{Re}(\omega_{P;2}) = -\varphi_P; \quad \text{Im}(\omega_{P;2}) = -\Gamma, \quad (8b)$$

где $\bar{\Delta} = \sum_i \Delta_i / N$ – среднее значение отстройки; $\varphi_P = \frac{g^2 \sigma J_R}{\zeta J_I^2}$ – набег фазы поля на частоте ω_P , обусловленный эффектами туннелирования. В отсутствие диссипативного слагаемого, т.е. при $J_I = 0$, выражения (8) описывают положение точки P для зеленой верхней ветви на рис. 2, ср. с [5].

При $J_I \neq 0$ мнимая часть $\text{Im}(\omega_{P;1})$ уменьшается на величину $J_I \zeta$, что уже определяет положение точки P' (красная кривая) на рис. 2, где $\zeta = \langle k^2 \rangle / \langle k \rangle$ – нормированный второй момент степени узла сети.

Если воспользоваться распределением степени узлов k_i по Пуассону, то можно получить оценку $\zeta \simeq 1 + \langle k \rangle$ (ср. с [12]), которая хорошо согласуется с численными данными из рис. 2; строгого равенства здесь не имеется, поскольку суммирование происходит на конечных пределах изменения k_i .

Для полной картины происходящего проанализируем теперь крайние точки A, A' и B, B' на рис. 2, располагающиеся на верхней ветви правее частоты Перрона. В частности, рассмотрим вторую по величине частоту после Перрона, которой соответствуют точки A, A' на рис. 2, обладающие максимальной положительной величиной $\text{Re}(\omega)$. Численное моделирование показывает, что фотонное поле на частоте ω_A распределено по узлам таким образом, что для всех узлов амплитуды полей E_i находятся в противофазе с эффективным локальным средним полем $\bar{E}_i$, т.е. можно записать $E_i \simeq e^{i\pi} \eta_A |\bar{E}_i|$, где $\eta_A = |\bar{E}_i|/|E_i|$ – эффективный параметр, характеризующий степень физического влияния соседей на i -й узел, численно равный $\eta_A \simeq 5$ для всех i , см. дополнительные материалы. Более того, численно выявлено, что значение η_A определяется лишь топологией графа на рис. 1 и не зависит ни от каких иных параметров случайного лазера. В результате чего (5) примет вид

$$(\omega_A - \bar{\Delta} + i\bar{\kappa})(\omega_A + i\Gamma) + g^2\sigma - \eta_A(J_R + iJ_I)(\omega_A + i\Gamma) = 0. \quad (9)$$

В этом случае для частоты ω_A получим

$$\text{Re}(\omega_{A;1}) \simeq \bar{\Delta} + \eta_A J_R; \quad \text{Im}(\omega_{A;1}) \simeq -\bar{\kappa} + \eta_A J_I; \quad (10a)$$

$$\text{Re}(\omega_{A;2}) \simeq -\varphi_A; \quad \text{Im}(\omega_{A;2}) \simeq -\Gamma, \quad (10b)$$

где $\varphi_A = \frac{g^2\sigma}{\eta_A|J|^2}$ – малая фазовая поправка на частоте ω_A .

Из (10a) можно заметить, что для точки A' на рис. 2 величина $\text{Im}(\omega_{A;1})$ увеличивается на $\eta_A J_I$, т.е. диссипативное туннелирование ведет к перераспределению энергии между узлами сети так, что в некоторой ее части происходит эффективное усиление поля. Как показывает численный анализ, выражение для (10a) оказывается справедливым (с точностью до замены η_A на соответствующий η -параметр, уникальный для каждой частоты) для всех частот, удовлетворяющих соотношению $\text{Re}(\omega_1) \gtrsim 1$, т.е. находящихся на асимптотике $\kappa_i \simeq \bar{\kappa} = 0.325$, см. зеленую верхнюю кривую на рис. 2.

Для характерных частот, обозначенных точками B, B' на рис. 2, можно считать, что поле E_i произвольного i -го МР синфазно со своим эффектив-

ным локальным средним полем, т.е. положить в (5) $E_i \simeq \eta_B |\bar{E}_i|$ ($\eta_B \simeq 4.67$), в результате чего имеем

$$\text{Re}(\omega_{B;1}) \simeq \bar{\Delta} - \eta_B J_R; \quad \text{Im}(\omega_{B;1}) \simeq -\bar{\kappa} - \eta_B J_I; \quad (11a)$$

$$\text{Re}(\omega_{B;2}) \simeq -\varphi_B; \quad \text{Im}(\omega_{B;2}) \simeq -\Gamma, \quad (11b)$$

где $\varphi_B = \frac{g^2\sigma}{\eta_B|J|^2}$.

Заметим, что фазовые поправки, аналогичные $\varphi_{P,A,B}$ (см. (8b), (10b) и (11b)) существуют для всех собственных частот случайного лазера; их влияние сводится к небольшому смещению нижней ветви влево, как это видно из рис. 2.

Из выражений (10a), (11a) следует, что в отсутствие диссипации при туннелировании $J_I = 0$ мнимые части характерных частот $\text{Im}(\omega_{A;1}) = \text{Im}(\omega_{B;1}) \simeq \bar{\kappa}$, что справедливо для точек A, B , принадлежащих верхней (зеленой) ветви на рис. 2. С другой стороны, при $J_I \neq 0$ из (10a), (11a) видно, что $\text{Im}(\omega_{A;1}) - \text{Im}(\omega_{B;1}) \simeq (\eta_A + \eta_B)J_I$, что определяет величину наклона верхней (красной) ветви на рис. 2, см. также дополнительные материалы.

При этом из (8b), (10b) и (11b) следует, что значения соответствующих характерных частот для нижней ветви устойчивы к умеренной диссипации фотонов в условиях туннелирования, поскольку в рассматриваемом приближении не зависят от J_I , ср. зеленую и красную точечную кривые на рис. 2.

С ростом J_I , когда этот параметр становится сопоставимым с J_R , происходит объединение верхней и нижней ветвей колебаний. С другой стороны, такой же эффект наблюдается при увеличении инверсии σ и фиксированном J_I . В этом случае область, занимаемая нижней ветвью увеличивается до соприкосновения с верхней ветвью, см. синие точки на рис. 2. Однако, как показывает численный анализ данного процесса, такой сценарий является несколько упрощенным. В процессе “притяжения” верхней и нижней ветвей с изменением соответствующих параметров они сперва терпят разрыв, и лишь потом объединяются определенным образом. Такое поведение собственных частот в рассматриваемой задаче, безусловно, представляет самостоятельный интерес и будет отдельно проанализировано как численно, так и аналитически.

На рисунке 3 представлены зависимости $\text{Re}(\omega)$ и $\text{Im}(\omega)$ для случайного лазера на основе ФС, представленной графом на рис. 1, как функции от инверсии населенностей σ в логарифмическом масштабе. Рисунок 3а демонстрирует знакомый эффект затягивания частоты [6], при котором с ростом инверсии σ частоты мод излучения стремятся к частоте перехода ДУС, что в наших обозначениях соответствует нулевой частоте $\omega \simeq 0$. Затягивание частот наиболее

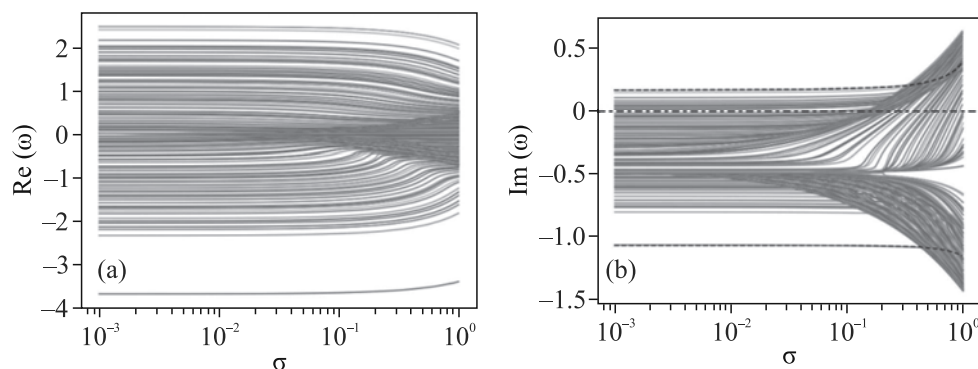


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости: (а) – $\text{Re}(\omega)$ и (б) – $\text{Im}(\omega)$ от инверсии населенностей σ (в логарифмическом масштабе). $J = 0.5 + 0.1i$, остальные параметры такие же как на рис. 2. На рисунке (б) нижней штриховой линии соответствует частота Перрона, а верхней – вторая по величине частота после перроновской; штрих-пунктирная линия определяет пороговое значение случайного лазера, когда $\text{Im}(\omega) = 0$

выражено для мод, изначально близких к этой частоте, находящихся в интервале вещественных значений частоты $-1 \leq \text{Re}(\omega) \leq 1$, см. рис. 2. Стоит отметить, что при наличии диссипативного туннелирования, $J_I > 0$, данный эффект выражен слабее, чем при $J_I = 0$. В то же время частота Перрона (нижняя синяя кривая на рис. 3а) защищена от эффекта затягивания частоты; аналогично, верхняя линия на рис. 3а, которой соответствует вторая по величине частота после Перрона, слабо меняются с ростом σ .

Мнимые части частот, $\text{Im}(\omega)$, изображенные на рис. 3б, дают понимание об усилении или подавлении отдельных мод случайного лазера. Физическая картина здесь значительно богаче и сложнее, чем в случае отсутствия диссипации при туннелировании, рассмотренном в [5]. Значение $\text{Im}(\omega) = 0$ (горизонтальная штрих-пунктирная линия на рис. 3б) определяет порог, который моды должны преодолеть для достижения усиления, соответствующего условию $\text{Im}(\omega) > 0$.

На рисунке 3б отчетливо различимы две области частот, попадающих в режим лазерной генерации. В частности, из рис. 3б следует, что в условиях реализации достаточно малой инверсии ДУС, $0 < \sigma \leq 0.15$, часть мод уже находится в области усиления за счет диссипативного туннелирования между МР. Эти моды связаны со второй частотой Перрона (верхняя штриховая линия) и ее соседями в правом (“поднимающемся”) хвосте распределения частот на рис. 2. Можно видеть, что эти моды не меняются с ростом σ , оставаясь равномерно усиленными при любых $\sigma > 0$. Вместе с тем с увеличением инверсии населенностей $\sigma > 0.15$ в область усиления попадает мода с $\text{Re}(\omega) = 0$, а также другие моды, расположенные вокруг нее, т.е. моды, соответствующие излучению N невзаимодействующих ДУС, см. синюю верхнюю

ветвь на рис. 2. По сути, этот механизм генерации аналогичен описанному нами в [5] и имеет место в отсутствие диссипации при туннелировании. Здесь же интересно заметить, что максимум верхней синей ветви несколько смещен в сторону положительных $\text{Re}(\omega) > 0$, см. рис. 2. При приближении к полной инверсии ДУС, $\sigma \rightarrow 1$, уже моды около этого максимума (центральной частоты $\text{Re}(\omega) = 0$) преобладают в излучении случайного лазера, так как их усиление $\text{Im}(\omega) > 0$ существенно превышает усиление, сформированное на второй частоте, следующей за частотой Перрона. На рисунке 3б этим модам соответствует верхняя область треугольной формы, ограниченная в нижней своей части черной штриховой линией.

Таким образом, можно выделить два механизма лазерной генерации в ФС, представленной случайным графом на рис. 1. Первый механизм схож с излучением одиночных ДУС и связан непосредственно с инверсией населенностей σ , он не зависит от свойств сети, и от J , в частности. Принципиально иной механизм генерации связан с диссипативным туннелированием в ФС. Он имеет интерференционную природу и связан с перераспределением энергии излучения по сети, а потому зависит от J и слабо зависит от σ . А именно, область сильного усиления мод с $\text{Im}(\omega) > 0$ компенсируется ростом потерь в модах с $\text{Im}(\omega) < 0$, как это следует из рис. 2 и 3б.

В заключение, в работе исследована модель случайного лазера, состоящего из микрорезонаторов с ДУС, помещенных в узлы фотонной сети, представляемой случайным графом Эрдоса–Реньи. Ребра графа характеризуют фотонную туннельную связь между МР, которая в нашем случае допускает потери фотонов при туннелировании. Показано, что данная ФС обеспечивает новый, ранее не изученный механизм лазерной генерации в сложно структуриро-

ванных средах, имеющий интерференционную природу. Выявлено, что внесение дополнительного источника потерь в случайный лазер приводит к усилению отдельных его мод, что способствует достижению лазерной генерации при малых значениях инверсии населенностей. Численный анализ показал, что спектральные моды излучения случайного лазера по-разному зависят от свойств сети. С одной стороны, вторая по величине частота в спектре, и все моды с $\text{Re}(\omega) > 0$ испытывают интерференцию с разностью фаз π между локальными полями и полями отдельных МР в сети, так что излучение на этих модах усиливается. С другой стороны, излучение на частоте Перрона, а также на частотах мод в области $\text{Re}(\omega) < 0$ находится в фазе с локальными полями и релаксируют быстрее, чем это было бы в отсутствие диссипации при туннелировании. При этом моды спектра в самой близости от значения $\text{Re}(\omega) = 0$, когда частота лазерной генерации равна частоте перехода в ДУС, выявляют свойства излучения N неавтодействующих ДУС. Для этих мод туннелирование фотонов в ФС эффективно подавляется, и как результат – только инверсия населенностей, добротность микрорезонаторов и деполяризация ДУС влияют на переход к лазерной генерации для данных мод. Большинство же мод случайного лазера в той или иной мере демонстрирует оба механизма лазерной генерации.

В данной работе не рассматривались кубично-нелинейные (по полю) эффекты, которые могут быть весьма полезными с точки зрения различных приложений предсказанных нами явлений на практике. В частности, речь идет о возможности создания эффективной когерентной машины Изинга – физического устройства для ускорения расчетов задач оптимизации, ср. с [19]. Эти вопросы будут в фокусе нашего внимания в последующих публикациях.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 23-22-00058 “Когерентные эффекты в двумерных квантовых материалах с интерфейсом сложных сетей”.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. F. Luan, B. Gu, A. S. Gomes, K. T. Yong, S. Wen, and P. N. Prasad, *Nano Today* **10**, 168 (2015).
2. S. Rotter, *Nat. Phot.* **13**, 140 (2019).
3. G. D. Scholes, *Proc. R. Soc. A* **476**, 20200278 (2020).
4. M. Gaio, D. Saxena, J. Bertolotti, D. Pisignano, A. Camposeo, and R. Sapienza, *Nat. Commun.* **10**, 226 (2019).
5. А. Ю. Баженов, М. М. Никитина, Д. В. Царёв, А. П. Алоджанц, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 819 (2023).
6. Ю. В. Юанов, А. А. Зябловский, Е. С. Андриянов, И. В. Доронин, А. А. Пухов, А. П. Виноградов, А. А. Лисянский, *Письма в ЖЭТФ* **112**, 725 (2020).
7. S. Chauhan, M. Girvan, and E. Ott, *Phys. Rev. E* **80**, 056114 (2009).
8. I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, and Y. G. Rubo, *Phys. Rev. B* **85**, 121301(R) (2012).
9. M. Thornton, A. Sakovich, A. Mikhalychev, J. D. Ferrer, P. de la Hoz, N. Korolkova, and D. Mogilevtsev, *Phys. Rev. Appl.* **12**, 064051 (2019).
10. L. Sapienza, H. Thyrestrup, S. Stobbe, P. D. Garcia, S. Smolka, and P. Lodahl, *Science* **327**, 1352 (2010).
11. A. Dousse, J. Suffczyński, R. Braive, A. Miard, A. Lemaître, I. Sagnes, L. Lanco, J. Bloch, P. Voisin, and P. Senellart, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 121102 (2009).
12. A.-L. Barabási, *Network Science*, Cambridge University Press, Cambridge (2016).
13. T. Golubeva, Yu. Golubev, and D. Ivanov, *Phys. Rev. A* **75**, 023815 (2007).
14. F. Kockum, A. Miranowicz, D. Liberato, S. Savasta, and F. Nori, *Nat. Rev. Phys.* **1**, 19 (2019).
15. I. J. Farkas, I. Derényi, A.-L. Barabási, and T. Vicsek, *Phys. Rev. E* **64**, 026704 (2001).
16. I. Chestnov, S. Demirchyan, A. Alodjants, Yu. Rubo, and A. V. Kavokin, *Sci. Rep.* **6**, 19551 (2016).
17. A. Y. Bazhenov, D. V. Tsarev, and A. P. Alodjants, *Phys. B: Cond. Mat.* **579**, 411879 (2020).
18. S. H. Lee, M. Ha, H. Jeong, J. D. Noh, and H. Park, *Phys. Rev. E* **80**, 051127 (2009).
19. S. K. Vadlamani, T. P. Xiao, and E. Yablonovitch, *PNAS* **117**(43), 26639 (2020).

Индукцированное фононами уширение спектральной линии в примесном стекле в рамках модели резонансных колебательных мод: тетра-трет-бутилтеррилен в полиизобутилене

А. О. Савостьянов⁺¹⁾, А. В. Наумов^{+*×}

⁺Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Троицкое обособленное подразделение (ТОП ФИАН),
108840 Троицк, Москва, Россия

^{*}Московский педагогический государственный университет (МПГУ), 119991 Москва, Россия

[×]Институт спектроскопии РАН (ИСАН), 108840 Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 августа 2024 г.

После переработки 5 августа 2024 г.

Принята к публикации 6 августа 2024 г.

Ранее мы показали [PRB **110**, 045430 (2024)], что уширение бесфононных линий одиночных молекул тетра-трет-бутилтеррилена, внедренных в матрицу аморфного полиизобутилена, является результатом взаимодействия с резонансными колебательными модами, которые возникают в результате влияния примеси на нормальные моды матрицы. Однако оставался вопрос, способен ли данный подход успешно описать многочисленные экспериментальные данные по спектроскопии одиночных молекул и фотонного эха, полученные ранее для той же системы примесь/матрица. В настоящей работе мы демонстрируем высокую предсказательную силу модели резонансных мод, рассматриваемой в рамках общей теории электрон-фононного взаимодействия, а также демонстрируем хорошее согласие со всеми экспериментальными данными. Проанализировав данные по спектроскопии одиночных молекул, мы обнаружили неожиданно большую дисперсию силовых констант для примесных молекул. Чтобы объяснить данный эффект, мы предлагаем простую микроскопическую модель, предполагающую флуктуации расстояния между примесной молекулой и ее ближайшим окружением.

DOI: 10.31857/S0370274X24090034, EDN: ZCEWVI

Введение. Взаимодействие с фононами уменьшает время когерентности квантовых излучателей и ограничивает их применение в задачах генерации и манипулирования квантовыми состояниями света (см., например, [1] и ссылки в ней). Флуоресцентные излучатели на основе органических молекул, внедренных в твердотельные матрицы, также представляют интерес для практического применения в квантовых технологиях [2, 3]. В то же время, хотя уже и существуют работы по созданию структур с заранее заданными параметрами фононов [4], более глубокое понимание закономерностей влияния последних на перспективные твердотельные излучатели определено необходимо. Хотя многие излучатели демонстрируют уширение бесфононной линии (БФЛ), которое успешно объясняется слабым неупругим рассеянием акустических фононов или одиночных квазилокализованных либо оптических колебательных мод [5–8], сам факт применимости теорий, учитывающих только слабые электрон-фононные взаимодей-

ствия, оставляет вопросы. Ранее, в работе [9], мы рассмотрели уширение БФЛ одиночных молекул (ОМ) тетра-трет-бутилтеррилена (ТБТ) в матрице аморфного полиизобутилена (ПИБ) и обнаружили, что оно не может быть объяснено электрон-фононным взаимодействием с отдельными квазилокализованными модами. Мы полагаем, что наши результаты могут быть применены к целому ряду твердотельных излучателей, а сам вопрос уширения БФЛ в результате электрон-фононного взаимодействия не может считаться полностью объясненным.

Для объяснения наблюдаемого уширения БФЛ в работе [9] использовалась концепция резонансных мод (РМ), возникающих в результате гибридизации собственных мод примесного излучателя (не обязательно молекулы) с нормальными модами матрицы [10, 11], совместно с общей теорией электрон-фононного взаимодействия для примесных центров, разработанной Осадько [12, 13] и подтвержденной впоследствии Скиннером и Хсу [14] (для краткости мы будем называть ее ОСХ (теория Осадько–Скиннера–Хсу)). Эта теория не накладывает ника-

¹⁾e-mail: a.savostyanov@troitsk.lebedev.ru

ких ограничений на силу взаимодействия и предсказывает куда более медленный рост ширины БФЛ, пропорциональный $\ln\{1 + n(\omega)[n(\omega) + 1]\}$, где $n(\omega)$ – фактор Бозе–Эйнштейна, что отличается от зависимости $n(\omega)[n(\omega) + 1]$, предсказанной в рамках теории возмущений [15, 16]. Хотя мы успешно апробировали модель РМ на нескольких ОМ ТБТ в диапазоне температур до 60 К [9], остается открытым вопрос о том, насколько хорошо эта модель может охватить куда большую статистическую выборку для той же системы примесь/матрица, полученную ранее с помощью спектроскопии одиночных молекул (СОМ) [17], а также – данные по фотонному эху (ФЭ) [18, 19]. Несмотря на относительно узкий температурный диапазон этих экспериментов, в них было получено широкое распределение энергий квазилокализованных мод (будем считать их “эффективными”) и констант электрон-фононной связи. Цель настоящей работы – провести сравнительный анализ этих данных с предсказаниями модели РМ.

Электрон-фононное взаимодействие с резонансными модами. Рассмотрим двухуровневый излучатель, связанный с резервуаром невзаимодействующих осцилляторов в адиабатическом, кондонском и гармоническом приближениях. Уширение БФЛ возникает в результате искажения адиабатического потенциала из-за электронного возбуждения излучателя [13]. Остается открытым вопрос, какой именно потенциал следует выбрать, когда излучатель находится в основном электронном состоянии. Мы считаем, что нет оснований полагать, что примесная молекула отличной химической структуры и массы не оказывает влияния на нормальные моды матрицы. Это влияние можно учесть, предположив, что гамильтонианы основного и возбужденного состояний примеси могут быть выражены через операторы рождения (уничтожения) фононов матрицы b_k^+ (b_k^-). Раскладывая адиабатические потенциалы в ряд Тейлора по координатам нормальных мод матрицы, можно записать гамильтонианы для обоих электронных состояний примеси следующим образом:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{0,1} = & \hat{H}_p + \sum_k g_{k0,1}^{0,1} (b_k^+ + b_k^-) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k,q} g_{kq}^{0,1} (b_k^+ + b_k^-) (b_q^+ + b_q^-).\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь индексы “0” и “1” относятся к электронному состоянию примеси, $g_{k0,1}^{0,1}$ и $g_{kq}^{0,1}$ – коэффициенты линейного и квадратичного электрон-фононного взаимодействия, соответственно, а $\hat{H}_p$ – гамильтониан для бесприменной матрицы, который можно представить

в виде суммы гамильтонианов гармонических осцилляторов:

$$\hat{H}_p = \sum_k \hbar \omega_k \left(b_k^+ b_k^- + \frac{1}{2} \right). \quad (2)$$

Уравнение (1) может быть упрощено при помощи введения коллективной координаты $\varphi = \sum_k h_k (b_k^+ + b_k^-)$, которая представляет из себя линейную комбинацию нормальных координат колебаний матрицы:

$$\hat{H}_{0,1} = \hat{H}_p + a_{0,1} \varphi + \frac{1}{2} U_{0,1} \varphi^2. \quad (3)$$

Здесь коэффициенты $a_{0,1}$ и $U_{0,1}$ – частотно-независимые константы, определяющие сдвиг положения равновесия потенциала и изменение его формы, соответственно. Коэффициенты h_k , таким образом, имеют смысл взвешенной величины квадратичного электрон-фононного взаимодействия: $g_{k0,1}^{0,1} = U_{0,1} h_k$.

Ранее было показано, что БФЛ в спектрах поглощения и люминесценции имеет лоренцеву форму $I_{\text{ZPL}}(v)$ одинаковой ширины $\gamma(T)$ [13]:

$$I_{\text{ZPL}}(v) \sim \frac{\gamma(T)/2}{[v - v_0 - \delta(T)]^2 + [\gamma(T)/2]^2}, \quad (4)$$

где v_0 – положение БФЛ при нулевой температуре, $\delta(T)$ – ее температурный сдвиг. Ширина БФЛ записывается, как правило, в виде суммы трех слагаемых [8]:

$$\gamma(T) = \gamma_0 + \gamma_{\text{SD}}(T) + \gamma_{\text{ph}}(T), \quad (5)$$

где γ_0 – обратное время жизни возбужденного состояния, $\gamma_{\text{SD}}(T)$ – вклад спектральной диффузии [20], $\gamma_{\text{ph}}(T)$ – фонон-индуцированное уширение. Последнее слагаемое в рамках теории ОСХ можно представить следующим образом [12–14]:

$$\gamma_{\text{ph}}(T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \ln\{1 + 4n(\omega)[n(\omega) + 1]W^2\Gamma_0(\omega)\Gamma_1(\omega)\}d\omega. \quad (6)$$

Здесь $n(\omega) = [\exp(\hbar\omega/kT) - 1]^{-1}$, $W = U_1 - U_0$ – константа электрон-фононной связи, $\Gamma_{0,1}(\omega)$ – спектральные фононные функции для электронных состояний излучателя S_0 и S_1 , которые выражаются через аналогичную функцию для фононов матрицы $\Gamma_p(\omega)$ как

$$\Gamma_{0,1}(\omega) = \frac{\Gamma_p(\omega)}{[1 - U_{0,1}\Omega_p(\omega)]^2 + [U_{0,1}\Gamma_p(\omega)]^2}, \quad (7)$$

где

$$\Omega_p(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{v\Gamma_p(v)}{\omega^2 - v^2} dv \quad (8)$$

вычисляется в смысле главного значения. Физический смысл фоновой функции $\Gamma(\omega)$ – плотность колебательных состояний (ПКС), взвешенная на коэффициент электрон-фононного взаимодействия h_k :

$$\Gamma_p(\omega) = \pi \sum_k (h_k)^2 \delta(\omega - \omega_k). \quad (9)$$

На практике удобно вычислять $\Gamma_p(\omega)$ из известной ПКС $D_p(\omega)$. В нашем анализе мы ограничиваемся рассмотрением фононов ПИБа в рамках длинноволнового приближения, которое подразумевает, что $h_k \sim \sqrt{\omega_k}$. Это приближение оказалось на удивление хорошо совместимым с моделью РМ в ПИБе [9], хотя причины этого не до конца ясны и требуют дальнейших исследований. Нормированная функция $\Gamma_p(\omega)$ тогда записывается как

$$\Gamma_p(\omega) = \frac{\pi \omega D_p(\omega)}{\int_0^\infty \omega^2 D_p(\omega) d\omega}. \quad (10)$$

Результаты и обсуждение. Фононные функции $\Gamma(\omega)$, демонстрирующие РМ в ПИБе и рассчитанные исходя из ур. (7) для нескольких значений U , показаны на рис. 1. Необходимо отметить разнообра-

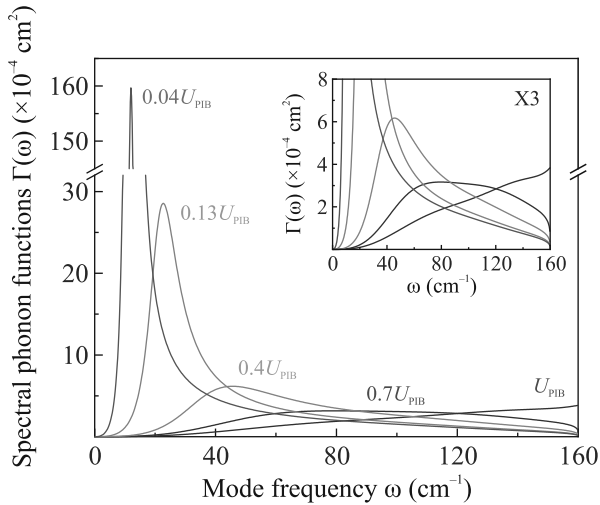


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектральные фононные функции $\Gamma(\omega)$, демонстрирующие РМ в ПИБе. Значения констант $\tilde{U}$ даны рядом с соответствующими кривыми. На вставке показана увеличенная область малых значений $\Gamma(\omega)$

зие возможных форм $\Gamma(\omega)$, а также то, что они занимают весь частотный диапазон нормальных мод ПИБа. Изначально квазилокализованными модами называли именно РМ, как они были введены выше [11]. Однако для простоты вычислений оптических спектров их впоследствии стали рассматривать

аналогично истинно локализованным модам, только расположенным в частотном диапазоне акустических мод. Недостаток такого упрощения становится особенно очевидным, когда примесные центры взаимодействуют с разным локальным окружением, как в случае примесных молекул, внедренных в полимерную пленку.

Для наглядности, вместо относительных величин U , используемых при вычислениях, здесь и далее мы приводим “абсолютные” значения $\tilde{U} = \alpha|U_{\text{PIB}}|$, где U_{PIB} максимальное значение U ($\approx -5355 \text{ cm}^{-2}$) [9], а α вводится как $(U_{\text{PIB}} - U)/U_{\text{PIB}}$. Положительные значения U , которые соответствуют локализованным модам, проявляющимся на частотах выше высокочастотного края нормальных мод матрицы, не рассматриваются в силу их крайне незначительного вклада в величину $\gamma_{\text{ph}}(T)$. Функция $D_p(\omega)$ получена посредством аппроксимации степенной функцией (совместно с условием $D_p(0) = 0$ и выбором максимальной частоты равной 160 cm^{-1} [9]) результатов независимых экспериментов по рассеянию нейтронов [21]. Отметим, что значения $\tilde{U}$ следует рассматривать как эффективные, поскольку мы не вводим в явном виде отношение масс молекул ПИБа и ТБТ. Модель, учитывающая это соотношение, существует [22], однако из-за отсутствия информации о точном соотношении масс мы считаем его учтенным в качестве дополнительного множителя перед истинным значением U при вычислении $\Gamma_{0,1}(\omega)$.

Ранее на примере нескольких молекул мы продемонстрировали, что РМ позволяют объяснить уширение БФЛ ОМ ТБТ, внедренных в матрицу ПИБа [9]. Однако для окончательной апробации этой модели желательно проанализировать более обширную статистику по ОМ ТБТ в ПИБе. Эксперименты по фотонному эху также представляют интерес, поскольку этот метод позволяет избежать влияние на результаты медленной спектральной диффузии, которая может существенно искажать оптические спектры [23]. В работе [17] температурное поведение спектров возбуждения флуоресценции для 281 ОМ ТБТ было успешно описано при помощи выражения, полученного в рамках теории возмущений для случая слабого электрон-фононного взаимодействия с квазилокализованными модами:

$$\gamma_{\text{ph}}(T) = B \frac{\exp(-\hbar\omega_{\text{eff}}/kT)}{[1 - \exp(-\hbar\omega_{\text{eff}}/kT)]^2}, \quad (11)$$

где B – коэффициент, обусловленный величиной электрон-фононного взаимодействия. Мы обозначаем частоту квазилокализованной моды как эффективную частоту ω_{eff} , поскольку ур. (11) не следует из

ур. (6), по крайней мере, для молекул ТБТ в матрице ПИБа [9], и, следовательно, вычисленная при его помощи частота может не иметь конкретного физического смысла.

Для сравнения полученных ранее данных в экспериментах по СОМ и ФЭ с предсказаниями модели РМ мы действовали следующим образом. Сначала мы построили (см. рис. 2) распределение эффективных частот ω_{eff} в зависимости от константы связи B для 281 ОМ ТБТ [17], а также отметили значения параметров, полученных в экспериментах по ФЭ [18, 19]. Для данных по СОМ мы обнаружили зависимость B от ω_{eff} близкую к $B = \beta\omega_{\text{eff}}^{2.6}$, где β лежит в диапазоне приблизительно от 2×10^{-4} до $6 \times 10^{-3} [\text{см}^{1.6}]$.

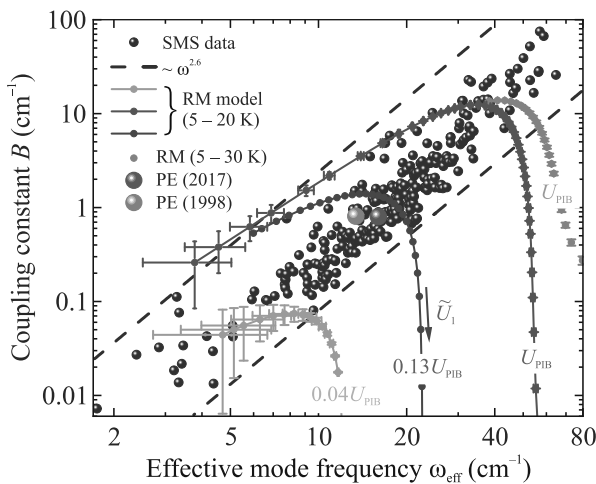


Рис. 2. Сравнение предсказаний модели РМ (англ. – RM) и экспериментальных данных, аппроксимированных ур. (11). Маленькие кружки – данные по СОМ (англ. – SMS), полученные в работе [17]. Пунктирные линии, соответствующие $B \sim \omega_{\text{eff}}^{2.6}$ обозначают границы для данных по СОМ. Две большие точки – данные по ФЭ (англ. – PE), полученные в работах [18] и [19], соответственно. Линии с точками соответствуют зависимостям $B(\omega_{\text{eff}})$, полученным в результате расчета $\gamma_{\text{ph}}(T)$ при помощи ур. (6) и последующей аппроксимации полученных кривых ур. (11). Значения U_0 были фиксированы, в то время как величина U_1 варьировалась. Значения $\tilde{U}_0 = k|U_{\text{PIB}}|$ приведены взамен значений U_0 для большей наглядности. Точки, отмеченные как “ U_{PIB} ”, получены аналогичным образом для $\tilde{U}_0 = |U_{\text{PIB}}|$ в расширенном температурном диапазоне 5–30 К

Далее мы вычислили $\gamma_{\text{ph}}(T)$ согласно ур. (6)–(8), (11) в температурном диапазоне от 5 до 20 К, последовательно варьируя $\tilde{U}_1$ при фиксированных $\tilde{U}_0$ в диапазоне от 0 до U_{PIB} , после чего аппроксимировали полученные кривые при помощи ур. (11). Чтобы не перегружать рис. 2, мы приводим только

три рассчитанные кривые (в виде линий с точками), где параметры ω_{eff} и B соответствует паре параметров $\tilde{U}_0$ и $\tilde{U}_1$. Отметим, что рассчитанные температурные зависимости не идеально описываются ур. (11), вследствие чего могут возникать значительные ошибки при аппроксимации. Мы обнаружили, что возможные значения ω_{eff} и B лежат в области между линиями, приблизительно соответствующими $\tilde{U}_0 = 0.04U_{\text{PIB}}$ и $\tilde{U}_0 = U_{\text{PIB}}$. Для любых значений $\tilde{U}_0$ зависимость B от ω_{eff} качественно идентичная: если $\tilde{U}_1$ возрастает, то эффективная частота смещается в область меньших значений, тогда как B демонстрирует явную немонотонную зависимость, достигая своего максимального значения при некотором ω_{eff} . Можно сделать вывод, что большее значение B в общем случае означает меньшую степень влияния излучателя на колебательную динамику матрицы. Также необходимо отметить, что силовые константы $\tilde{U}_0$ и $\tilde{U}_1$ абсолютно эквивалентны с точки зрения ур. (6). Таким образом, наше обозначение их как констант основного и возбужденного состояний излучателя является условным.

Необходимо уточнить, что значения силовых констант меньше $0.04U_{\text{PIB}}$ также возможны. Данное конкретное значение обусловлено тем, что рост величины электрон-фоонного взаимодействия приводит к возникновению почти линейной зависимости $\gamma_{\text{ph}}(T)$ выше некоторой температуры. С увеличением W диапазон квазилинейного роста $\gamma_{\text{ph}}(T)$ смещается в область низких температур, приводя к значительному увеличению погрешности аппроксимации, что видно на рис. 2. Когда РМ сводятся к ярко выраженным низкочастотным пикам, линейное уширение может наблюдаться даже при T порядка единиц К.

Для оценки зависимости значений B и ω_{eff} от температурного диапазона, мы также привели аналогичные расчеты, но расширив область рассматриваемых температур до 30 К (зеленые точки на рис. 2). Мы обнаружили, что при $\tilde{U}_0 = U_{\text{PIB}}$ расширение температурного диапазона сдвигает допустимые значения ω_{eff} в область высоких частот, при этом не оказывая значительного влияния на значения B . Для $\tilde{U}_0$ отличных от U_{PIB} , изменение верхней границы температурного диапазона приводит к некоторым изменениям получаемых B и ω_{eff} , однако в пределах тех же значений, когда верхняя граница температуры выбрана равной 20 К.

Сравнивая данные по СОМ с предсказаниями модели РМ, мы обнаружили, что данные для 255 из 281 ОМ находятся в хорошем согласии с теорией. Тем не менее некоторые зависимости $\gamma_{\text{ph}}(T)$, изме-

ренные в работе [17], выходят за рамки данной модели. Конкретнее, речь идет о значениях $\omega_{\text{eff}} \lesssim 3 \text{ см}^{-1}$ и $B \gtrsim 15 \text{ см}^{-1}$. Причины этого не вполне ясны. Нельзя исключать, что спектральная диффузия повлияла на измеренные спектры, или что теория ОСХ для данных случаев не применима. Логичным способом исключить влияние спектральной диффузии является анализ результатов экспериментов по ФЭ (см. две большие точки на рис. 2). Тем не менее было установлено, что результаты по ФЭ описываются в рамках модели РМ без каких-либо сложностей.

Широкий разброс силовых констант, полученный из данных по СОМ и заключающийся в том, что U_0 принимает практически любые возможные значения $< U_{\text{РИБ}}$ выглядит достаточно неожиданно. Из него следует, что (по крайней мере, для исследованных ОМ ТБТ в матрице ПИБа) влияние различных примесных молекул на колебательную динамику матрицы существенно различается, таким образом, заранее предсказать этот эффект становится чрезвычайно сложно. Для качественного объяснения этого явления мы предлагаем простую микроскопическую модель. Начнем с предположения, что сольватационная оболочка может располагаться на несколько разных расстояниях от молекулы примеси, тем самым образуя полости разного объема. Подобный эффект вполне ожидаем, учитывая пространственную неоднородность полимерной пленки. Рассмотрение сольватационной оболочки в качестве изотропной позволяет упростить нашу модель до случая линейной супермолекулы, состоящей из двух одинаковых молекул ПИБа и молекулы ТБТ, помещенной в центр масс. Поскольку межмолекулярные силы быстро уменьшаются с расстоянием, мы можем опустить взаимодействие между молекулами ПИБа и рассмотреть потенциальную энергию межмолекулярного взаимодействия, например, при помощи потенциала Леннарда-Джонса (9-6) [25] как:

$$V(r) = V_1(r) + V_2(r), \quad (12)$$

где

$$V_{1,2}(r) = \varepsilon \left[2 \left(\frac{\sigma}{r_{1,2}} \right)^9 - 3 \left(\frac{\sigma}{r_{1,2}} \right)^6 \right]. \quad (13)$$

Здесь $r_{1,2}$ – расстояние между молекулой ТБТ и первой и второй молекулами ПИБа, соответственно, ε – глубина потенциальной ямы, σ – положение минимума потенциала. Обозначив расстояние между молекулами ПИБа как R и направив координатные оси так, что $r = r_1$, получим, что $r_2 = R - r$. Вторая производная от $V(R)$ имеет физический смысл силовой константы [26], обозначим ее как k_0 , либо $k_{\text{РИБ}}$, если

силовые константы для молекул ТБТ равны константам для молекул ПИБа. Отношение $k_0/k_{\text{РИБ}}$ равно $\tilde{U}_0/|U_{\text{РИБ}}|$, т.е. α . Отсюда следует, что для того, чтобы оценить это соотношение, достаточно определить d^2V/dr^2 для равновесного случая, когда $r = R/2$.

На рисунке 3а мы демонстрируем зависимость потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия от расстояния для нескольких R соглас-

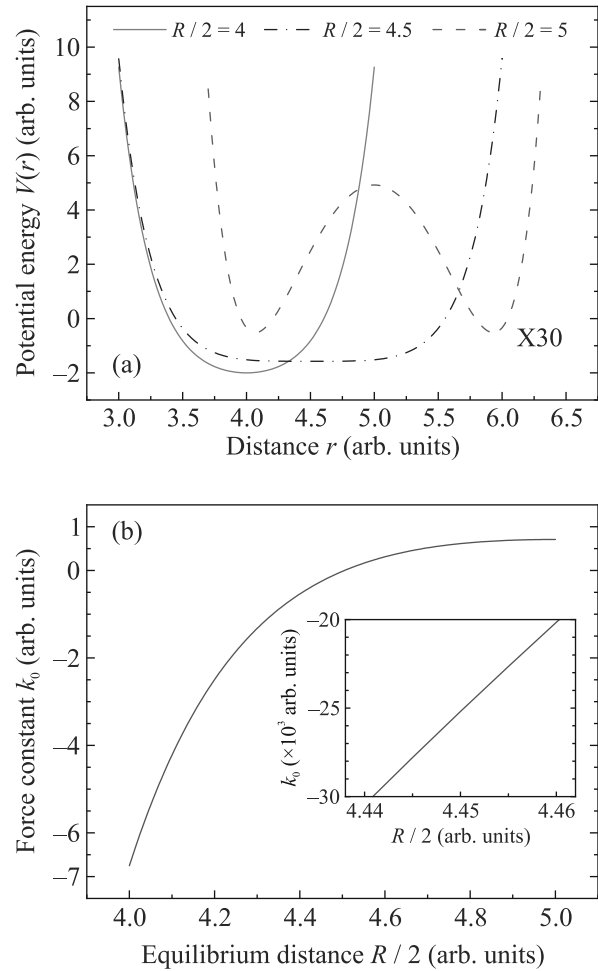


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Потенциальная энергия $V(r)$ линейной супермолекулы, состоящей из примеси, взаимодействующей с двумя молекулами матрицы в рамках потенциала Леннарда-Джонса (9-6) при различных равновесных расстояниях. (б) – Зависимость силовой константы $k_0 = d^2V/dr^2$ от равновесного расстояния между примесью и молекулами матрицы. На вставке показана в большем масштабе область, где k_0 достигает 0.04 от своего максимального значения

но ур. (12), (13). Здесь мы положили, что $\varepsilon = 1$ и $\sigma = 4 \text{ усл.ед.}$ Мы начинали наши вычисления с $R = 2\sigma$ и последовательно увеличивали R . Мы не рассматривали меньшие R , при которых преобладает отталкивающее взаимодействие, в силу того, что

в этом случае оценить стабильность супермолекулы исходя из нашей упрощенной модели не представляется возможным. Мы обнаружили, что при увеличении R потенциал является одноямыным вплоть до расстояния $\sim 2.25\sigma$, в то время как при больших R возникает уже двухямный потенциал, что, некоторым образом, схоже с трансформацией потенциальных кривых в модели мягких потенциалов [27]. В случае, когда примесная молекула находится в таком двухямном потенциале, ее пространственное положение может быть неустойчивым, особенно если барьер, разделяющий потенциальные ямы, мал в сравнении с колебательной энергией супермолекулы.

Далее мы полагали, что все супермолекулы находятся в равновесном состоянии, и вычислили зависимость силовой константы $k_0 = d^2V/dr^2$ от равновесного расстояния $R/2$ между молекулами ТБТ и ПИБа. Из рисунка 3b следует, что k_0 быстро уменьшается по мере роста величины $R/2$ и достигает нуля, когда $R/2 \approx 1.125\sigma$, что иллюстрирует природу возникновения дисперсии значений $\bar{U}_0$. Если соотнести $U_{\text{РВ}}$ со значением k_0 , при котором $R/2$ равняется σ , то $0.04U_{\text{РВ}}$ будут соответствовать значению $R/2$, равному приблизительно 4.45 усл. ед. или 1.11σ .

Хотя мы и рассмотрели сильно упрощенную модель, можно ожидать, что основные выводы не изменятся, если перейти к более реалистичной модели, учитывающей анизотропию молекул, а также неоднородность стекол. Возникновение сравнительно сложного энергетического ландшафта для примесной молекулы наводит на мысль, что в отдельных случаях может быть целесообразно рассматривать ее как туннелирующую систему, аналогичную туннелирующим системам, которые, как известно, существуют в стеклах [28]. Привлечение двухямных потенциалов ранее задействовалось для объяснения спектральных характеристик некоторых сложных хромофоров [29, 30], но, насколько нам известно, этот подход никогда не применялся к задачам, связанным с пространственным расположением примесной молекулы в матрице.

Существуют также подходы, учитывающие влияние свободного объема стекла на его колебательную динамику [31]. С этой точки зрения представленные нами результаты позволяют надеяться, что СОМ может привести новые возможности исследования флуктуаций свободного объема неупорядоченных сред.

Мы также полагаем, что полученные результаты могут будут востребованы для объяснения температурного поведения БФЛ разнообразных перспективных квантовых излучателей, в том числе, полупро-

водниковых квантовых точек [32, 33], центров окраски в алмазах [34], кроме того, они могут быть использованы для развития техники люминесцентной нанотермометрии [35].

Заключение. Мы применили общую теорию электрон-фоонного взаимодействия совместно с моделью резонансных мод для описания данных по СОМ ТБТ в матрице ПИБа. Мы обнаружили, что бесфоонные линии для 255 из 281 ОМ, а также данные по фотонному эху находятся в хорошем согласии с теорией. Была обнаружена неожиданно большая дисперсия силовых констант, что свидетельствует о том, что влияние примеси на колебательную динамику носителя не может быть предсказано заранее. Мы предлагаем простую модель, которая может объяснить такую дисперсию как результат небольших флуктуаций объема полостей внутри полимера, в которых находятся примесные молекулы.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства просвещения Российской Федерации “Физика наноструктурированных материалов и высокочувствительная сенсорика: синтез, фундаментальные исследования и приложения в фотонике, науках о жизни, квантовых и нанотехнологиях” (тема # 124031100005-5). Авторы входят в состав Ведущей научной школы РФ (Грант Президента НШ-776.2022.1.2).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. J.-H. Kim, S. Aghaeimeibodi, J. Carolan, D. Englund, and E. Waks, *Optica* **7**, 291 (2020).
2. C. Toninelli, I. Gerhardt, A.S. Clark et al. (Collaboration), *Nat. Mater.* **20**, 1615 (2021).
3. S. Adhikari, R. Smit, and M. Orrit, *J. Phys. Chem. C* **128**, 3 (2024).
4. A.H. Safavi-Naeini, D. van Thourhout, R. Baets, and R. Van Laer, *Optica* **6**, 213 (2019).
5. N.R. Jungwirth, B. Calderon, Y. Ji, M.G. Spencer, M.E. Flatté, and G.D. Fuchs, *Nano Lett.* **16**, 6052 (2016).
6. S.G. Bishop, J.P. Hadden, F.D. Alzahrani, R. Hekmati, D.L. Huffaker, W.W. Langbein, and A.J. Bennett, *ACS Photonics* **7**, 1636 (2020).
7. S.P. Feofilov, A.B. Kulinkin, and N.M. Khaidukov, *J. Lumin.* **224**, 117284 (2020).
8. R. Smit, A. Tebyani, J. Hameury, S.J. van der Molen, and M. Orrit, *Nat. Commun.* **14**, 7960 (2023).
9. A.O. Savostianov, I.Yu. Eremchev, T. Plakhotnik, and A.V. Naumov, *Phys. Rev. B* **110**, 045430 (2024).
10. A.S. Barker and A.J. Sievers, *Rev. Mod. Phys.* **47**, (1975).

11. H. R. Schober and B. B. Laird, Phys. Rev. B **44**, 6746 (1991).
12. I. S. Osad'ko, Phys. Rep. **206**, 43 (1991).
13. I. S. Osad'ko, *Selective Spectroscopy of Single Molecules*, Springer, Berlin, N.Y. (2003).
14. D. Hsu and J. L. Skinner, J. Chem. Phys. **81**, 1604 (1984).
15. M. A. Krivoglaz, Sov. Phys. Solid State **6**, 1340 (1964).
16. D. E. McCumber, Phys. Rev. **133**, A163 (1964).
17. A. V. Naumov, Y. G. Vainer, and L. Kador, Phys. Rev. B **79**, 132201 (2009).
18. S. J. Zilker, L. Kador, J. Friebe, Yu. G. Vainer, M. A. Kol'chenko, and R. I. Personov, J. Chem. Phys. **109**, 6780 (1998).
19. M. Knyazev, K. Karimullin, and A. Naumov, Phys. Status Solidi (RRL) **11**, 1600414 (2017).
20. M. Orrit, J. Bernard, and R. I. Personov, J. Phys. Chem. **97**, 10256 (1993).
21. B. Frick, D. Richter, and S. Trevino, Physica A **201**, (1993).
22. P. D. Mannheim, Phys. Rev. **165**, 1011 (1968).
23. E. Barkai, Y. Jung, and R. Silbey, Annu. Rev. Phys. Chem. **55**, 457 (2004).
24. G. J. Small, Chem. Phys. Lett. **57**, 501 (1978).
25. E. Leontidis, U. W. Suter, M. Schuetz, H.-P. Luethi, A. Renn, and U. P. Wild, J. Am. Chem. Soc. **117**, 7493 (1995).
26. I. Renge, J. Phys. Chem. B **108**, 10596 (2004).
27. V. G. Karpov, M. I. Klinger, and F. N. Ignat'ev, Sov. Phys. JETP **57**, 439 (1983).
28. P. Esquinazi, *Tunneling Systems in Amorphous and Crystalline Solids*, Springer, Berlin (1998).
29. S. A. Kulagin and I. S. Osadko, Phys. Status Solidi (b) **110**, 57 (1982).
30. N. L. Naumova, A. V. Naumov, A. N. Nikitina, I. A. Vasil'eva, Zh. A. Krasnaya, and Yu. V. Smirnova, Opt. Spectrosc. **92**, 383 (2002).
31. V. N. Novikov, A. P. Sokolov, B. Strube, N. V. Surovtsev, E. Duval, and A. Mermet, J. Chem. Phys. **107**, 1057 (1997).
32. K. R. Karimullin, A. I. Arzhanov, I. Y. Eremchev, B. A. Kulnitskiy, N. V. Surovtsev, and A. V. Naumov, Laser Phys. **29**, 124009 (2019).
33. A. I. Arzhanov, A. O. Savostianov, K. A. Magaryan, K. R. Karimullin, and A. V. Naumov, Photonics Russia **15**, 622 (2021).
34. I. Yu. Eremchev, A. Yu. Neliubov, K. N. Boldyrev, V. G. Ralchenko, V. S. Sedov, L. Kador, and A. V. Naumov, J. Phys. Chem. C **125**, 17774 (2021).
35. A. O. Savostianov, I. Yu. Eremchev, and A. V. Naumov, Photonics Russia **17**, 508 (2023).

Гибридное фотовозбуждение сверхчистого алмаза фемтосекундными лазерными импульсами среднего ИК-диапазона

С. И. Кудряшов⁺¹⁾, Н. А. Смирнов⁺, С. Г. Буга^{*×}, В. Д. Бланк^{*×}, П. П. Пахольчук⁺, Н. И. Буслеев⁺,
Н. В. Корнилов^{*}

⁺ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

^{*} НИЦ “Курчатовский институт” – ТИСНУМ, 108840 Троицк, Москва, Россия

[×] НИУ Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 июля 2024 г.

После переработки 6 августа 2024 г.

Принята к публикации 7 августа 2024 г.

Прямое межзонное и внутрищелевое фотовозбуждение фемтосекундными лазерными импульсами среднего ИК-диапазона (длина волны $\lambda = 4.0, 4.7 \mu\text{м}$) исследовано в сверхчистом химически-осажденном алмазе, используя характеристическую УФ фотолюминесценцию свободных экситонов и А-полосы электронов, захваченных внутри диэлектрической щели на глубоких донорно-акцепторных или дислокационных ловушках. При низких интенсивностях лазерного излучения ($I < 10 \text{ ТВт/см}^2$) экситонная фотолюминесценция демонстрирует нелинейную зависимость от $I\lambda^2$ с показателями степени $N \approx 17$ ($4.0 \mu\text{м}$) и 14 ($4.7 \mu\text{м}$), недостаточными для прямого межзонного перехода через прямую щель ($\geq 6.5 \text{ эВ}$) на величину ≈ 1.2 и 2.8 эВ соответственно. Аналогично, показатель степени $N \approx 9$ ($4.7 \mu\text{м}$) для внутрищелевого ($\approx 3.5 \text{ эВ}$) фотовозбуждения люминесценции А-полосы указывает на недостаток $\approx 1 \text{ эВ}$. В данном режиме, при промежуточной величине параметра Келдыша $\gamma \sim 1$, зависящей от величины $I\lambda^2$, такое незавершенное многофотонное возбуждение предполагает гибридный межзонный переход “многофотонное возбуждение + туннелирование”, предсказываемый теорией Келдыша, но никогда однозначно экспериментально не наблюдавшийся. При высоких интенсивностях лазерного излучения ($I > 10 \text{ ТВт/см}^2$) интенсивность фотолюминесценции экситонов и А-полосы показывает (суб)линейный характер зависимостей, по-видимому, отражающий формирование более сильно поглощающей электрон-дырочной плазмы. Наблюдаемые эффекты проливают свет на гибридный характер фотовозбуждения в сильных полях при промежуточных величинах γ и открывают возможности для управления нелинейно-оптическими свойствами полупроводников и диэлектриков с помощью внутрищелевых примесно-дефектных состояний.

DOI: 10.31857/S0370274X24090049, EDN: SOCLUB

1. В течение начального этапа взаимодействия между интенсивным ультракоротким (фемтосекундным, фс) лазерным импульсом (УКИ) и широкозонным твердым прозрачным диэлектриком, когда мгновенная интенсивность излучения $I(t)$ уже велика, но плотность плазмы еще незначительна, фотовозбуждение – многофотонное и/или туннельное – в диэлектрической решетке доминирует по скорости генерации носителей над ударной ионизацией, которая зависит как от интенсивности I , так и от плотности плазмы $\eta_{e,h}$. Скорость фотовозбуждения описывается в общем виде формулой Келдыша [1]

$$w_\gamma \propto \omega g^{3/2} \left(\frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right)^{5/2} S(\gamma, g^*) \times$$

$$\times \exp \left\{ -2g \left[\sinh^{-1} \gamma - \gamma \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{1+2\gamma^2} \right] \right\}, \quad (1)$$

где параметр Келдыша γ определяется массой m и зарядом e электрона, напряженностью электрического поля E и его частотой ω (длиной волны λ), а также шириной энергетической щели (например, запрещенной зоны) G [1]

$$\gamma = \omega \frac{\sqrt{mG}}{eE} \propto \frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2}}, \quad (2)$$

и безразмерная энергия $g^{(*)}$

$$g^{(*)} = \frac{G^{(*)}}{\hbar\omega}, \quad G^* = G + \Delta = G \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2} \right), \quad (3)$$

а Δ – пондеромоторный потенциал электрон-дырочной пары в лазерном поле. Множитель

¹⁾ e-mail: kudryashovsi@lebedev.ru

$S(\gamma, g^*)$ описывает многофотонные процессы, а экспоненциальный – туннельные, как предельные случаи $\gamma \ll 1$ (сильные поля, низкие частоты и энергетические барьеры) (формула (20) в работе [1])

$$w_0 \propto \omega \sqrt{\frac{g}{\gamma}} \times \exp \left\{ -\frac{4}{3} \gamma \sqrt{\frac{g}{\hbar \omega}} \left(1 - \frac{\gamma^2}{10} \right) \right\} \propto \omega \sqrt{\frac{g}{\gamma}}, \quad (4)$$

и $\gamma \gg 1$ (умеренные поля, высокие частоты и энергетические барьеры) (формула 21 в работе [1])

$$w_\infty \propto \omega g^{3/2} \times \exp \left\{ 2 \langle g^* + 1 \rangle - g^* \left(1 + \frac{1}{\gamma^2} \right) \right\} \times \left(\frac{1}{4\gamma^2} \right)^{g^*+1} F(g^*) \propto \left(\frac{1}{4\gamma^2} \right)^{g^*+1}, \quad (5)$$

представляя нелинейное фотовозбуждение с показателем степени $N = \text{Integer}(g^* + 1)$. Эти предельные случаи, которые относительно нетрудно идентифицировать, ранее неоднократно наблюдались в экспериментах с взаимодействием “фс-лазер–диэлектрик” – как многофотонная межзонная ионизация в диэлектриках [2–4] и туннелирование в сильных фс-лазерных полях [5, 6]. Однако в промежуточном случае $\gamma \sim 1$, отвечающем гибричному “многофотонному + туннельному” фотовозбуждению [1], когда туннелирование может происходить с разными скоростями через барьер [$G - K\hbar\omega > 0$] для целочисленного значения $K = 1, \dots$ из совокупности внутрищелевых виртуальных состояний с энергией $K\hbar\omega < G$ через K -фотонные процессы, экспериментальная идентификация механизма затруднительна. Возможными причинами являются умеренные значения $g \sim 3\text{--}5$ для типичных величин барьера $G \sim 10$ эВ и энергии фотона $\hbar\omega \sim 1\text{--}3$ эВ, делающие даже сильно-нелинейные зависимости для фотоионизации трудноизмеримыми из-за жестких требований к динамическому диапазону измерительной системы, узкого диапазона варьирования интенсивности излучения и ее флуктуаций, эффектов усреднения по длительности импульса и фокальному пятну, и т.п.

Фемтосекундные лазерные импульсы среднего ИК-диапазона (2–12 мкм) пока технически довольно труднодостижимы, но показывают хорошие перспективы в ИК-фотонике газов [7, 8], жидкостей [9], твердых материалов [10, 11] и даже биологических образцов [12, 13]. Этот спектральный диапазон, обычно свободный от электронных переходов, соответствует “окну прозрачности” большинства твердых диэлектриков и полупроводников, однако затрагивает наиболее важные молекулярные колебания (“отпечатки пальцев”) и колебания оптических фононов.

В результате, впечатляющие нелинейные взаимодействия высокого порядка – генерация многооктавного суперконтинуума [14] и высоких гармоник [15], различные релятивистские эффекты [16] – становятся возможными благодаря высокой величине фактора $I\lambda^2$, когда интенсивные фс-лазерные импульсы среднего ИК-диапазона используются для возбуждения нелинейно-оптических и релятивистских физических явлений.

В настоящей работе электронное фотовозбуждение в сверхчистом алмазе под действием фс-лазерных импульсов среднего ИК-диапазона было исследовано в зависимости от интенсивности и длины волны излучения для регистрируемой спектрально-разрешенной межзонной фотолюминесценции свободных экситонов и внутризонной (внутрищелевой) фотолюминесценции *A-полосы* для донорно-акцепторных или дислокационных ловушек [17] с соответствующими двумя независимыми энергетическими барьерами.

2. Образец представлял собой пластинку синтетического Па-алмаза гомоэпиаксиального роста из газовой фазы (ТИСНУМ) размером $4 \times 3 \times 0.5$ мм с всеми шестью полированными гранями (рис. 1а, вставка). Его широкополосный (УФ-ближний ИК диапазон) спектр пропускания (рис. 1а), снятый при помощи спектрофотометра СФ-2000 (КБ Спектр), показывает окно прозрачности с плато пропускания без спектральных особенностей в диапазоне до края непрямого поглощения около 250 нм и нулевого пропускания, начиная от 225 нм. Спектры фотолюминесценции снимались при комнатной температуре при длинах волны возбуждения 405 и 532 нм с использованием конфокального 3Д-сканирующего микроскопа-спектрометра Confotec520 (SOLAR instruments), демонстрируя преимущественно пики комбинационного рассеяния первого и второго порядка при незначительной фотолюминесценции H3(2NV) центров (рис. 1б), отражающие суб-ppb уровень содержания примесного азота [18]. ИК-спектры снимались с использованием фурье-спектрометра СФ-805 в сочетании с микроскопом МІКРАН-3 (SIMEX), показывая только полосы поглощения второго порядка ($2000\text{--}2500 \text{ см}^{-1}$), характерные для чистого алмаза с примесным содержанием азота $< 1 \text{ ppm}$ (рис. 1с).

Динамическое возбуждение фотолюминесценции в алмазе происходило под действием фемтосекундных лазерных импульсов с центральной длиной волны 4680 ($\hbar\omega \approx 0.27$ эВ) и 4000 ($\hbar\omega \approx 0.31$ эВ) нм (ширина на полувысоте ≈ 120 нм), генерируемых в генераторе разностной частоты (ГРЧ, кристалл

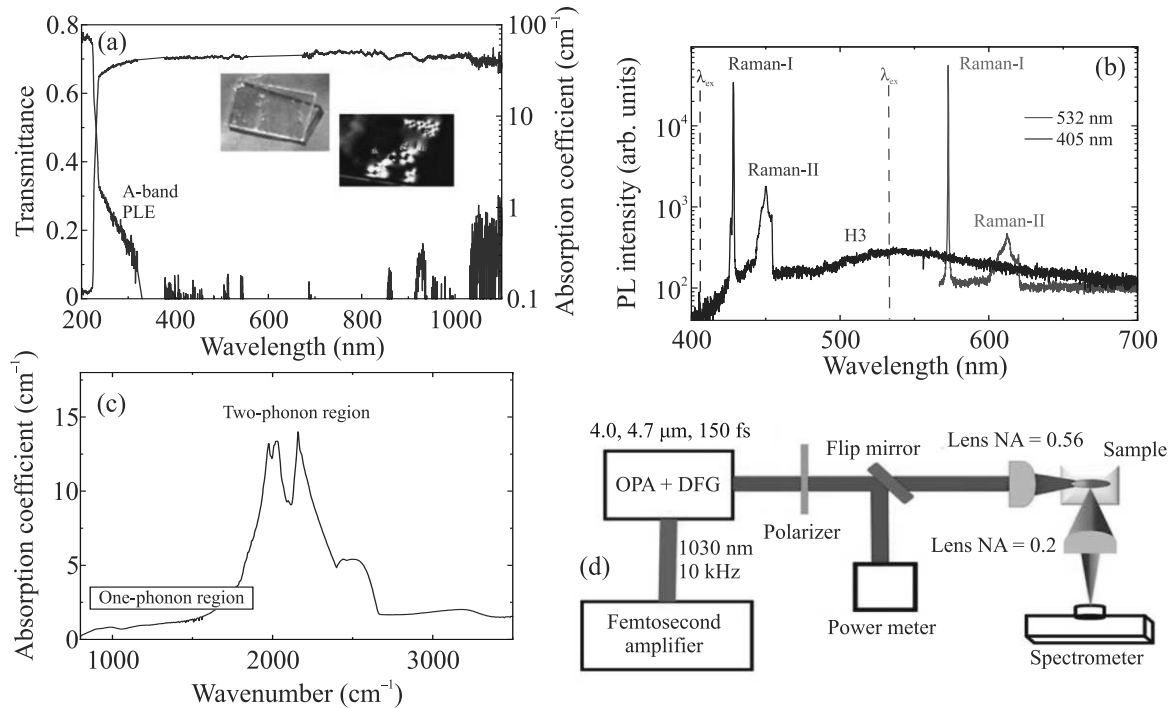


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектры пропускания и коэффициента поглощения алмаза в УФ-ближнем ИК-диапазоне с полосой возбуждения фотолуминесценции А-полосы ((a), вставка – оптический снимок всего алмаза и снимок его объема в скрещенных поляризаторах, размер рамки – 0.75×1 мм), комбинационного рассеяния первого и второго порядка, а также фотолуминесценции НЗ-центров при накачке с длиной волны 405 и 532 нм (b), коэффициента ИК-поглощения ((c), одно- и двухфононные области); (d) – блок-схема экспериментальной установки

AgGaS_2) смешением импульсов с длиной волны 1321 или 1387 нм из параметрического генератора PARUS (Авеста проект) и импульсов первой гармоники (1030 нм) лазера TETA (рис. 1d), с длительности итоговых ИК-импульсов $\tau_{0.5} \approx 150$ фс. Импульсы среднего ИК-диапазона следовали с частотой 10 кГц и фокусировались внутри алмаза на глубине 250 мкм асферической линзой из $\text{Ge}_{28}\text{Sb}_{12}\text{Se}_{60}$ с числовой апертурой $\text{NA} = 0.56$ и антиотражающим покрытием в данном спектральном диапазоне. Средняя мощность и энергия импульсов варьировались сеточным ИК-поляризатором в диапазоне 1–18 мВт (0.1–1.8 мкДж), измерялись пироэлектрическим измерителем мощности 3A-P (OPHIR), обеспечивая пиковые интенсивности излучения в диапазоне 1–21 ТВт/см².

Использованное в работе лазерное излучение обеспечивало внутри образца пиковые мощности $P = 0.7\text{--}12$ МВт $\ll P_{\text{cr}}$ (оценка критической мощности для керровской самофокусировки в среднем ИК-диапазоне $P_{\text{cr}}(4 \text{ мкм}) \propto P_{\text{cr}}(1 \text{ мкм})\lambda^2 \sim 60$ МВт для известного значения $P_{\text{cr}}(1 \text{ мкм}) \sim 3$ МВт [19]), поддерживая линейную (геометрическую) фокусировку в отсутствие самофокусировки и

филаментации. При распространении в алмазе на глубину 250 мкм не происходило существенного уширения лазерных импульсов с шириной полосы $\sim 0.012/\text{фс}$ с учетом величины коэффициента дисперсии групповой скорости $\sim 2 \times 10^2 \text{ фс}^2/\text{мм}$, оцененной с использованием спектральных данных для коэффициента преломления алмаза [20]. Алмаз размещался на моторизованной трансляционной платформе и сдвигался перпендикулярно оптической оси лазерного излучения для каждого нового значения I . Регистрация динамической фотолуминесценции происходила при варьируемой экспозиции 0.2–8 с с помощью собирающего кварц-флуоритового микро-объектива с $\text{NA} = 0.2$ (рабочее расстояние ≈ 1.5 мм), фокусирующего излучение на 200-микронную щель спектрометра ASP-150 (Авеста проект, спектральный диапазон – 190–1100 нм, разрешение – 0.1 нм).

3. Зарегистрированные спектры динамической фотолуминесценции имеют в УФ-диапазоне три спектральных особенности – полосы эмиссии свободных экситонов около 237 нм (основная полоса около 237 нм и два ее низкочастотных фононных повторения около края непрямого поглощения ал-

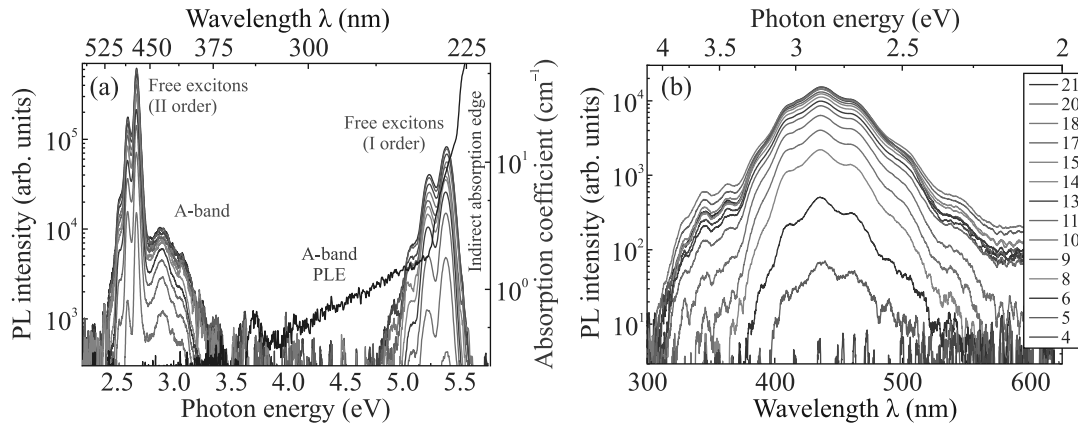


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Панорамные спектры динамической фотолюминесценции алмаза. Возбужденного ИК-лазерными импульсами с пиковой интенсивностью 4–21 ТВт/см², в сопоставлении с краем непрямого поглощения и спектром возбуждения фотолюминесценции А-полосы. (б) – Спектры спектрально-выделенной динамической фотолюминесценции А-полосы при различных интенсивностях излучения (в ТВт/см², см. рамку). Спектральное отнесение особенностей фотолюминесценции по данным работ [4, 21]

маза) и их реплика второго порядка около 473 нм (рис. 2а), аналогичные таким особенностям в наших и других предшествующих работах [4, 21]. Далее мы намеренно отрезали на входе спектрометра с помощью пластинки силикатного стекла УФ-излучение экситонов (237 нм, при этом исчез и второй порядок) и наблюдали только фотолюминесценцию А-полосы алмаза в диапазоне 350–550 нм с максимумом около 430 нм (рис. 2б), в соответствии с ее обычным спектральным отнесением [17, 22]. В условиях фемтосекундного лазерного возбуждения среднего ИК-диапазона, как и в экспериментах с излучением оптического диапазона [22], А-полоса оказывается структурированной в виде периодической последовательности фоновых повторений. Несмотря на малую энергию ИК-фотонов возбуждающего лазерного излучения ($\hbar\omega \approx 0.3$ эВ), обе спектральных особенности – полоса УФ-эмиссии экситонов и А-полоса – представляют прямое межзонное фотовозбуждение электронов, релаксирующих в экситонные состояния [4, 21], в первом случае и межзонное или внутрищелевое фотовозбуждение электронов с их захватом на внутрищелевых ловушках во втором случае.

Соответствующие зависимости Φ_{FE} и Φ_A от I демонстрируют сильную нелинейность при низких интенсивностях $I \sim 1$ –10 ТВт/см² (рис. 3, режим I), переходя в (суб)линейные зависимости при высоких интенсивностях (режим II). В частности, при низких интенсивностях угловые наклоны имеют значения $N_{FE,4} \approx 17.0 \pm 0.8$ ($\lambda = 4.0$ мкм) и $N_{FE,4.7} \approx 14.0 \pm 0.5$ ($\lambda = 4.7$ мкм) на рис. 3а, и $N_{A,4.7} \approx 9.4 \pm 0.2$ ($\lambda = 4.7$ мкм) на рис. 3б. Хорошая аппрок-

симация зависимостей $\Phi_{FE}(I)$ и $\Phi_A(I)$ в этом режиме в двойных логарифмических координатах одним угловым наклоном указывает на многофотонный характер возбуждения при величине $\gamma \approx 0.25$ –0.5 для $\omega \approx 0.4$ –0.5 Прад/с, $G \approx 3.5$ –6.5 эВ (“красный” край полосы возбуждения А-полосы – около 3.5 эВ и минимальная ширина прямой щели алмаза $G_{DIR} \approx 6.5$ эВ [17]), и $I \sim 10$ ТВт/см². Кроме того, режиме I проявляется с аналогичными интенсивностями Φ_{FE} в разных диапазонах $I = 7$ –9 (4.7 мкм) и 11–15 (4.0 мкм) ТВт/см², демонстрируя размерное соотношение $I\lambda^2$, характерное для фотоионизации по Келдышу.

Поскольку свободные экситоны появляются при релаксации фотогенерированных электрон-дырочных пар в пространстве энергия–квазимульс из зоны проводимости, минимальная энергия $G_{DIR} = 6.5$ эВ должна быть получена электроном для межзонного перехода. При этом дополнительная пондеромоторная энергия $[G/2\gamma^2]$ при $\gamma \sim 1$ может быть сопоставима с G , но вряд ли может быть оценена из-за неизвестных величин масс свободных электронов и дырок в алмазе. Тем не менее в наших экспериментах устойчиво многофотонно возбуждаются внутрищелевые виртуальные состояния с энергиями 5.3 ± 0.2 и 3.8 ± 0.1 эВ – при $N_{FE,4} \approx 17.0 \pm 0.8$ ($\hbar\omega \approx 0.31$ эВ) и $N_{FE,4.7} \approx 14.0 \pm 0.5$ ($\hbar\omega \approx 0.27$ эВ) (рис. 3а), что соответствует разности относительно, как минимум, $G_{DIR} = 6.5$ эВ около 1.2 эВ ($\lambda = 4.0$ мкм) и 2.7 эВ ($\lambda = 4.7$ мкм), много большей энергии фотона ≈ 0.3 эВ. Однако при этом для многофотонно возбужденных внутрищелевых виртуальных состояний эффективная величина барьера g в формуле (4), как и соответствующая

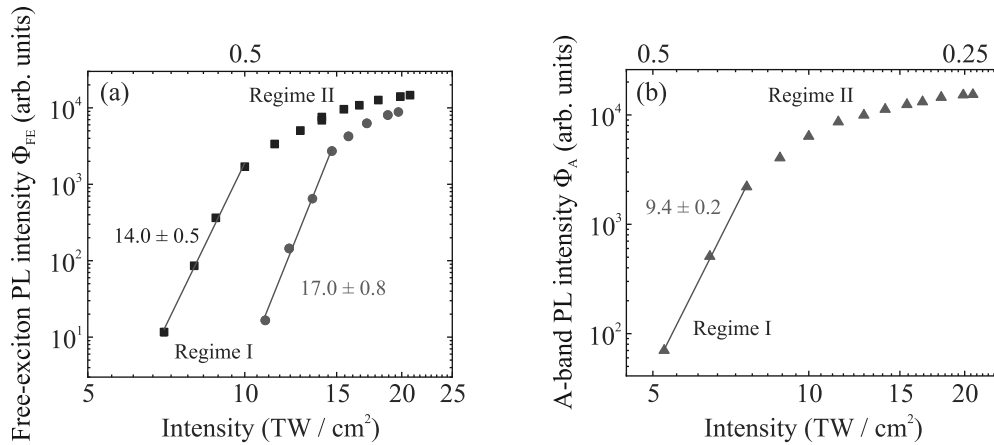


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Зависимости интенсивности динамической фотолюминесценции свободных экситонов $\Phi_{FE}(I)$ при 4.0-микронном (зеленые символы) и 4.7-микронном (фиолетовые символы) возбуждении в двойных логарифмических координатах с линейной аппроксимацией (красные прямые) в режиме I и числовыми значениями соответствующих угловых наклонов; (б) – интенсивность А-полосы $\Phi_A(I)$ при 4.7-микронном возбуждении в двойных логарифмических координатах с линейной аппроксимацией (красные прямые) в режиме I и числовым значением углового наклона. Соответствующие величины γ показаны на верхних осях

величина γ , существенно уменьшаются, способствуя быстрому межзонному туннелированию через остаточный барьер ($G - K\hbar\omega$).

Фотовозбуждение глубоких донорно-акцепторных или дислокационных внутрищелевых состояний ловушек (край полосы возбуждения фотолюминесценции ≥ 3.5 эВ), проявляющееся в виде эмиссионной А-полосы (рис. 2б), дает независимый энергетический ориентир для исследования ионизации по Келдышу. В этом случае в режиме I при низких интенсивностях излучения угловой наклон зависимости $\Phi_A(I)$ на рис. 3б равняется $N_{A,4.7} \approx 9.4 \pm 0.2$ ($\lambda = 4.7$ мкм), соответствуя остаточному барьеру для заселения этих внутрищелевых состояний около 1 эВ – величине, сопоставимой с $\hbar\omega$ и поэтому благоприятной для туннельного заселения этих состояний. А поскольку этот процесс фотовозбуждения показывает другой характер нелинейности в режиме I, по-видимому, он происходит на редких ловушках пространственно независимо от также относительно редких актов межзонной фотоионизации решетки алмаза, проявляющейся в краевой экситонной фотолюминесценции на рис. 2а. Тем не менее более вероятная и быстрая межзонная гибридная фотоионизация, усиленная промежуточным резонансом (REMPTI – *resonance-enhanced multiphoton + tunnel ionization*, подобно REMPI [23]) может происходить через такие стационарные, но, по-видимому, очень редкие состояния, поскольку их вклад в величину Φ_{FE} в режиме I не прослеживается. Отметим, что такое гибридное “многофотонное + туннельное” фотовозбуждение выглядит сложнее,

чем предельные случаи многофотонного или туннельного фотовозбуждения, обычно используемого при моделировании фотоионизации в диэлектриках под действием фемтосекундных лазерных импульсов среднего ИК [24] или даже оптического диапазона [2–4, 21, 25].

Напоследок рассмотрим режим II, когда зависимости $\Phi_{FE}(I)$ и $\Phi_A(I)$ становятся (суб)линейными (рис. 3). Аналогично предшествующим исследованиям [2–4], этот режим можно связать с образованием плотной (плотность $n_{e,h} > 10^{20}$ см $^{-3}$) суб- или околокритической электрон-дырочной плазмы, поглощение которой в ИК-диапазоне преобладает над межзонным поглощением в решетке, а отражение ограничивает действующую интенсивность излучения в фокальной области. Это заключение подтверждается похожей насыщающейся зависимостью $\Phi_A(I)$ (рис. 3б) для неионизационного фотонаселения внутрищелевых ловушек, обеспечивающего эмиссию в А-полосе.

4. В заключение, в данной работе интенсивные фс-лазерные импульсы среднего ИК-диапазона возбуждали в сверхчистом синтетическом алмазе фотолюминесценцию УФ-диапазона, связанную со свободными экситонами и радиационной рекомбинацией на ловушках (А-полоса). Зависимость интенсивности фотолюминесценции в обоих случаях зависит от фактора $I\lambda^2$ и является сильно нелинейной при низких интенсивностях излучения (< 10 ТВт/см 2) и близкой к линейной при высоких интенсивностях излучения (> 10 ТВт/см 2). Сильная нелинейность поглощения низкоэнергетических ИК-фотонов в алма-

зе в первом режиме, тем не менее недостаточная для прямого межзонного или внутрищелевого перехода, указывает на гибридный – “многофотонный + туннельный” – характер фотовозбуждения при $\gamma \sim 1$ через эффективные виртуальные внутрищелевые состояния, по сравнению с образованием субили около-критической электрон-дырочной плазмы во втором режиме. Эти наблюдения выявляют специфические механизмы фемосекундного лазерного фотовозбуждения диэлектриков в данном необычном (среднем ИК) диапазоне и представляют интерес для разработки технологий ИК-лазерной фемосекундной обработки диэлектрических материалов.

Исследование было выполнено с использованием оборудования Центра Коллективного Пользования ТИШУМ (www.tisnum.ru/suec/suec.html).

Финансирование работы. Исследования поддерживаются грантом Российского научного фонда (проект # 21-79-30063); <https://rscf.ru/en/project/21-79-30063/>.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. L. V. Keldysh, JETP **47**, 1945 (1964).
2. V. V. Temnov, K. Sokolowski-Tinten, P. Zhou, A. El-Khamhawy, and D. von Der Linde, Phys. Rev. Lett. **97**(23), 237403 (2006).
3. C. Sarpe, J. Köhler, T. Winkler, M. Wollenhaupt, and T. Baumert, New J. Phys. **14**(7), 075021 (2012).
4. S. I. Kudryashov, P. A. Danilov, N. A. Smirnov, N. G. Stsepuro, A. E. Rupasov, R. A. Khmelnitskii, E. A. Oleynichuk, A. V. Kuzmin, A. O. Levchenko, Y. S. Gulina, S. N. Shelygina, I. V. Sozaev, M. Kovalev, and O. E. Kovalchuk, Applied Surface Science **575**, 151736. (2022).
5. H. Xu, Y. Cheng, S. L. Chin, and H. B. Sun, Laser Photonics Rev. **9**(3), 275 (2015).
6. W. Cho, S. I. Hwang, C. H. Nam, M. R. Bionta, P. Lassonde, B. E. Schmidt, H. Ibrahim, F. Legare, and K. T. Kim, Sci. Rep. **9**(1), 16067 (2019).
7. A. M. Zheltikov, Molecular and Optical Physics **50**(9), 092001 (2017).
8. E. A. Migal, S. Y. Stremoukhov, and F. V. Potemkin, Phys. Rev. A **101**(2), 021401 (2020).
9. A. S. Woutersen, U. Emmerichs, and H. J. Bakker, Science **278**(5338), 658 (1997).
10. E. Mareev, A. Pushkin, E. Migal, K. Lvov, S. Stremoukhov, and F. Potemkin, Sci. Rep. **12**(1), 7517 (2022).
11. S. Maragkaki, G. D. Tsibidis, L. Haizer, Z. Papa, R. Flender, B. Kiss, Z. Marton, and E. Stratakis, Applied Surface Science **612**, 155879 (2023).
12. C. Kolano, J. Helbing, M. Kozinski, W. Sander, and P. Hamm, Nature **444**(7118), 469 (2006).
13. V. Kompanets, S. Shelygina, E. Tolordava, S. Kudryashov, I. Saraeva, A. Rupasov, O. Baitsaeva, R. Khmelnitskii, A. Ionin, Yu. Yushina, S. Chekalin, and M. Kovalev, Biomed. Opt. Express **12**(10), 6317 (2021).
14. F. Silva, D. R. Austin, A. Thai, M. Baudisch, M. Hemmer, D. Faccio, A. Couairon, and J. Biegert, Nat. Commun. **3**(1), 807 (2012).
15. R. Torres, T. Siegel, L. Brugnera, I. Procino, J. G. Underwood, C. Altucci, R. Velotta, E. Springate, C. Froud, I. C. E. Turcu, S. Patchkovskii, M. Yu. Ivanov, O. Smirnova, and J. P. Marangos, Phys. Rev. A **81**(5), 051802 (2010).
16. X. L. Zhu, S. M. Weng, M. Chen, Z. M. Sheng, and J. Zhang, Light Sci. Appl. **9**(1), 46 (2020).
17. A. M. Zaitsev, *Optical properties of diamond: a data handbook*, Springer Science & Business Media, Bochum (2013).
18. S. I. Kudryashov, P. A. Danilov, V. G. Vins, D. A. Pomazkin, P. P. Pakholchuk, M. L. Skorikov, I. V. Smetanin, P. V. Duong, and P. H. Minh, JETP Lett. **119**(3), 173 (2024).
19. B. Sotillo, V. Bharadwaj, J. P. Hadden, M. Sakakura, A. Chiappini, T. T. Fernandez, S. Longhi, O. Jedrkiewicz, Y. Shimotsuma, L. Criante, R. Osellame, G. Galzerano, M. Ferrari, K. Miura, R. Ramponi, P. E. Barclay, and S. M. Eaton, Sci. Rep. **6**, 35566 (2016).
20. *Handbook of optical constants of solids*, ed. by E. D. Palik, Academic press, Amsterdam (1998), v. 3.
21. M. Kozák, F. Trojánek, and P. Malý, Opt. Lett. **37**(11), 2049 (2012).
22. S. Kudryashov, P. Danilov, N. Smirnov, A. Levchenko, M. Kovalev, Y. Gulina, O. Kovalchuk, and A. Ionin, Opt. Mater. Express **11**(8), 2505 (2021).
23. T. Streibel and R. Zimmermann, Annu. Rev. Anal. Chem. **7**, 361 (2014).
24. G. D. Tsibidis and E. Stratakis, Appl. Phys. Lett. **122**(4), 043501 (2023).
25. S. S. Mao, F. Quere, S. Guizard, X. Mao, R. E. Russo, G. Petite, and P. Martin, Applied Physics A **79**, 1695 (2004).

Самозахват лазерного света для ультррелятивистских интенсивностей

В. Ю. Быченков^{+,*}, В. Ф. Ковалев^{×,1)}

⁺ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

^{*} Федеральное государственное унитарное предприятие
“Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова”, 127030 Москва, Россия

[×] Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, 125047 Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 июня 2024 г.

После переработки 23 июля 2024 г.

Принята к публикации 24 июля 2024 г.

Отсутствие теории, способной обосновать условие согласования лазерно-плазменных параметров для реализации режима релятивистского самозахвата лазерного света в плазме, наиболее эффективного для ускорения электронов, до сих пор не позволяет снять сомнения в необходимости соответствующих широкомасштабных экспериментальных исследований, особенно имея в виду необоснованность или незавершенность предшествующих теорий. Представленный теоретико-аналитический подход, учитывающий релятивистскую нелинейность массы электрона и электронную кавитацию в плазме, преодолевает эту проблему и дает аналитическое обоснование условия такого согласования для ультррелятивистских лазерных пучков на количественном уровне, которое согласуется с многомерным численным моделированием.

DOI: 10.31857/S0370274X24090059, EDN: VENZUJ

Для ускорительных и вторичных радиационно-ядерных приложений, основанных на взаимодействии мощных лазерных пучков с прозрачной плазмой, критически важной является решение проблемы устойчивого нелинейного волноводного распространения релятивистски интенсивного лазерного света на расстояние, много большее рэлеевской длины. Проведенное в последние годы численное 3D-моделирование, подтвержденное результатами различных групп, показало, что этот режим распространения – релятивистский самозахват (РСЗ) – характеризуется определенным согласованием между поперечным размером каверны, в которой локализовано лазерное излучение, плотностью плазмы и мощностью лазерного импульса (см., например, [1–5]). В настоящее время с некоторой долей неопределенности принимается, что такое согласование может быть качественно представлено в виде следующего соотношения

$$R \simeq \alpha \frac{c}{\omega_p} \sqrt{a_0} = \alpha \frac{c}{\omega} \sqrt{a_0 \frac{n_c}{n_{e0}}} \propto I_0^{1/4} n_{e0}^{-1/2}, \quad (1)$$

имеющего место в сильно релятивистском случае, $a_0 \gg 1$, где ω_p – плазменная частота, ω – частота лазера, n_c – критическая плотность, $a_0 = eE_0/m_e\omega c$ –

стандартная безразмерная амплитуда поля, E_0 , на оси лазерного пучка (пропорциональная корню из интенсивности света на оси, I_0), R – самосогласованный радиус каверны, а α – численный коэффициент порядка единицы, который может разниться от одного численного моделирования к другому. Таким образом, для заданных значений интенсивности лазерного поля (I_0) и электронной плотности плазмы (n_{e0}) стабильному распространению света отвечает определенный радиус каверны (1). Например, результаты численного кинетического моделирования методом “частица в ячейке” свидетельствуют, что $\alpha \simeq 1 - 2$ [1, 2, 5, 6]. Очевидно, что получение аналитически соотношения (1), являющегося целью данной работы, крайне востребовано для обоснования и полного понимания численных результатов. Сразу отметим, что численное моделирование на основе решения модифицированного нелинейного уравнения Шредингера [7] хотя и учитывало основные релятивистские нелинейности, не подтверждает скейлинг (1), что вносит дополнительную интригу – может ли адекватная теория преодолеть такое разногласие.

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал по волноводному распространению лазерных пучков релятивистской интенсивности. В первых экспериментах с истекающей из сопла газовой струей [8], облучаемой 4 ТВт импуль-

¹⁾ e-mail: vfkvvfkv@gmail.com

сом, при релятивистски-средней интенсивности лазера ($a_0 = 2.1$) уже отмечалось, что каналирование реализуется при определенной, оптимальной фокусировке относительно среза сопла, что отвечало определенной плотности струи. Это было первым экспериментальным подтверждением необходимости согласования размера пятна фокусировки (10 мкм) при заданной интенсивности лазера ($I_0 = 6 \times 10^{18}$ Вт/см²) с плотностью образующейся плазмы, которая естественно падала с расстоянием от сопла, составляя $n_{e0} \approx 10^{20}$ см⁻³, когда регистрировался канал. Следует отметить, что формирование стабильного волноводного канала является определяющим для эффективного ускорения электронов. Из анализа большого числа экспериментов по ускорению [9] был установлен факт уменьшения фокального пятна с увеличением (необходимой для эффективного ускорения) плотности (ср. (1)) для широкого диапазона размеров пятна (3–50 мкм) и электронных плотностей (10^{18} – 10^{20} см⁻³). Устойчивое каналирование лазерных импульсов отмечается и для современных лазеров мощностью в сотни ТВт. Например, благодаря этому в экспериментах по ускорению регистрировались электронные сгустки, ускоренные до энергий, превосходящих 1 ГэВ, с зарядом до 0.3 нКл при фокусировке 110 ТВт [10] и 240 ТВт [5] лазерных импульсов на газовую плазму с плотностью $n_{e0} \gtrsim 10^{18}$ см⁻³ в FWHM-пятно порядка 10 мкм.

Строгое обоснование условия (1), как показано ниже, можно получить из детального исследования аналитического самофокусирующего решения волноводного типа, названного самозахватом волнового пучка (см. [11, 12, 13]), которое получается из нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) с релятивистской нелинейностью

$$2ik\partial_z E + \Delta_{\perp} E + k^2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} E = 0, \quad E(0, \mathbf{r}) = E(\mathbf{r}), \quad (2)$$

для медленно меняющейся в направлении распространения z комплексной амплитуды электрического поля $E(z, \mathbf{r})$ электромагнитной (лазерной) волны с частотой ω . Уравнение (2) соответствует квазиоптическому приближению, описывающему стационарную (по времени) структуру волнового пучка, где $k = (\omega/c)\sqrt{\epsilon_0}$ – волновое число электромагнитной волны, $\Delta_{\perp}$ – оператор Лапласа в плоскости $\mathbf{r}_{\perp}$, перпендикулярной оси пучка z , $\epsilon_0 = 1 - 4\pi e^2 n_{e0}/(m_e \omega^2)$ – линейная диэлектрическая проницаемость плазмы, а ϵ_2 – действительная часть нелинейной диэлектрической проницаемости плазмы. В рамках строгого подхода с использованием (2) удастся найти пространственные

распределения комплексной амплитуды электрического поля для произвольного значения параметра релятивизма от нерелятивистских, $a_0 \ll 1$, до ультррелятивистских, $a_0 \gg 1$, значений. Результаты такого подробного исследования будут представлены в отдельной публикации, а в предлагаемой заметке мы ограничимся случаем $a_0 \gg 1$, наиболее интересным для современных исследований.

Сначала отметим, что простой качественный аргумент в пользу условия согласования (1) можно привести, исходя из давно развитой модели [11] самофокусирующегося волноводного канала в среде с кубической нелинейностью в (2) для плоско-слоистого приближения, хотя последнее, строго говоря, и не отвечает используемой нами цилиндрической геометрии. А именно, обращаясь к выражению для полученной Талановым полуширине канала, заменим в нем массу электрона m_e на $\gamma m_e \propto a_0 m_e$, где γ – релятивистский фактор, чтобы качественно учесть эффект утяжеления электронов в сильно-релятивистском случае. Тогда, вместо скейлинга для ширины канала [11] $\propto 1/a_0$ приходим к отвечающему выражению (1) скейлингу $\propto \sqrt{a_0}$ (см. [14]).

Вышеприведенное интуитивное распространение условия согласования для слабого лазерного поля, $a_0 \ll 1$ вне рамок его формальной применимости, $a_0 \gg 1$, находит определенное обоснование на качественном уровне физической трактовки.

В сильно релятивистском пределе, $a_0 \gg 1$, можно полагать, что происходит полное пондеромоторное вытеснение электронов из лазерно-плазменного канала с характерным радиусом r_{cav} , т.е. электронная кавитация. Тогда, качественно, условие каналированного распространения пучка (т.е. РСЗ) может быть описано условием полного внутреннего отражения лазерных лучей на стенке полого внутри (по электронам) канала. Использование этого приводит к наглядному объяснению выражения (1) [6]. Однако при этом в качестве a_0 выступает значение амплитуды лазерного поля ($\propto \sqrt{I}$) на стенке канала, причем предположение, что оно по порядку величины сопоставимо с максимальной амплитудой поля на оси пучка, заранее не очевидно и нуждается в теоретическом осмыслении.

Заметим также, что формирование канала с определенным поперечным размером свидетельствует о радиальном равновесии электронов на его границе. Это выражается в балансе радиальных сил, действующих на приграничные электроны, – силы светового давления (пондеромоторной силы), оцениваемой в сильно релятивистском пределе как $F_p \sim (m_e c^2/4)(a_0/R)$, и противоположно действующей

кулоновской фокусирующей силы со стороны ионного остова, $F_C \sim m_e \omega_p^2 R$. Этот баланс, $F_p = F_C$, также сводится к соотношению (1). Понятно, что и при таком рассуждении в качестве a_0 выступает значение амплитуды лазерного поля на границе канала. Однако, в имеющейся литературе [2] отсылка к условию (1) не уточняет, что понимается под величиной a_0 , и типично ее связывают со стандартной величиной максимального безразмерного лазерного поля на оси. Это наводит на мысль, что при правильной трактовке соотношения (1) вместо скейлинга $R \propto I_0^{1/4}$ может возникать либо другой при использовании пограничного значения амплитуды поля, либо сохраниться прежний, однако с другим значением параметра α . Представленная теория проясняет этот вопрос.

Переходя к изложению результатов теоретических исследований, следствием которых и является получение условия согласования вида (1), отметим, что они получены на основе решения НУШ с релятивистской нелинейностью (2) для широко известного закона нелинейного преломления релятивистски интенсивного светового пучка, заданного следующей функцией ϵ_2 в (2),

$$\epsilon_2 = \epsilon_0 \frac{k_p^2}{k^2} \left(1 - \frac{n_e}{\gamma n_{e0}} \right), \quad k_p = \left(\frac{4\pi e^2 n_{e0}}{m_e c^2} \right)^{1/2} \equiv \frac{\omega_p}{c}. \quad (3)$$

Здесь учтены два вклада: во-первых, это релятивистская нелинейность массы электрона, определяемая значением релятивистского фактора для циркулярно-поляризованного аксиально-симметричного пучка в цилиндрической геометрии $\gamma = \sqrt{1 + |E/E_{\text{rel}}|^2}$, где $E_{\text{rel}}^2 = (\omega c m_e / e)^2$ и, во-вторых, пондеромоторная нелинейность, связанная с нелинейной деформацией электронной плотности $n_e = n_{e0} N_e(\gamma)$, пропорциональной $\Delta_\perp \gamma$ (релятивистская стрикция). В наиболее распространенном случае осесимметричного пучка комплексная амплитуда электрического поля пучка E зависит от координаты z вдоль оси пучка и поперечной координаты $r_\perp = r$, т.е. $E = E(z, r)$. Выделяя в E вещественные амплитуду, $A(r)$, и линейную по продольной координате фазу, т.е. $E = A \exp(i\nu z/2)$, получим уравнение, определяющее зависимость A от поперечной координаты

$$\frac{\Delta_\perp a}{a} + 1 - \nu - \frac{N_e(\gamma)}{\gamma} = 0, \quad \Delta_\perp = \partial_{rr} + \frac{1}{r} \partial_r. \quad (4)$$

Здесь в (4) и ниже используются безразмерная поперечная координата r , нормированная на k_p^{-1} , безразмерная положительная постоянная распространения $\nu > 0$, нормированная на k_p^2/k , и стандартная безразмерная амплитуда поля $a = eA/m_e \omega c$, с помощью

которой релятивистский фактор записывается как $\gamma = \sqrt{1 + a^2}$. Вид решения уравнения (4) существенным образом зависит от формы функции $N_e(\gamma)$ и от постоянной распространения $\nu < 1$, которая определяет нелинейную фазовую скорость электромагнитной волны, т.е. зависит от амплитуды a_0 .

В наиболее упрощенной модели для N_e используется следующее выражение [15, 16],

$$N_e = 1 + \Delta_\perp \gamma, \quad (5)$$

которое дополняется естественным условием неотрицательности электронной плотности, $n_e \geq 0$. Для самозахватных решений с монотонно убывающей с ростом r величиной γ это условие нарушается уже при умеренном релятивизме, когда максимальное значение γ на оси пучка $\gamma_0 = \gamma(r=0)$ превышает значение $\gamma_0^{\text{cyl}} \approx 1.72$ для цилиндрического пучка. В условиях более сильной релятивистской стрикции, $\gamma_0 > \gamma_0^{\text{cyl}}$, когда условие $n_e \geq 0$ оказывается нарушенным, по крайней мере в ограниченной области локализации пучка, требуется более аккуратное описание сильной деформации плотности, включая эффект электронной кавитации [17, 7]. Развитием модели (5) является дополнительное условие $N_e = 0$ при нарушении неравенства $n_e \geq 0$. Для локализованного лазерного пучка с монотонным пространственным распределением интенсивности это означает формальное разбиение области существования решения на две подобласти, в одной из которых плотность электронов положительна, $N_e = 1 + \Delta_\perp \gamma > 0$, а в другой – электроны полностью отсутствуют (зона полной кавитации) и $N_e \equiv 0$ в (4). Этому соответствует выражение для нелинейной диэлектрической проницаемости в виде кусочно-гладкой функции, что приводит к необходимости строить решение искомой задачи кусочно-непрерывным способом, сшивая решения в различных областях, например, так, как это сделано в работах [7, 17] и [18, 19].

В зоне полной кавитации, где $N_e \equiv 0$, для обобщаемого здесь цилиндрического пучка решение уравнения (4), которое отвечает локализованному в пространстве распределению по поперечной координате амплитуды a с максимумом на оси пучка, имеет наиболее простой вид, когда вместо a используется релятивистский фактор γ ,

$$\gamma^2 = 1 + (\gamma_0^2 - 1) J_0^2(\xi), \quad \xi = \sqrt{\frac{2}{\Gamma + 1}} r, \quad r < r_{\text{cav}}. \quad (6)$$

Здесь в (6) параметр Γ связан с ν соотношением $\Gamma = (1 + \nu)/(1 - \nu)$.

В области, где нет полной кавитации, $r > r_{\text{cav}}$, при подстановке в (4) выражения (5) для N_e и ис-

пользовании переменной $\gamma = \cosh u$, уравнение (4) принимает вид

$$\partial_{\xi} \xi u + (1/\xi) \partial_{\xi} u + \sinh u \left[\cosh u - \frac{\Gamma + 1}{2} \right] = 0. \quad (7)$$

Полное решение уравнения (4) получается сшивкой на границе области полной кавитации $r = r_{\text{cav}}$ аналитического решения (6) (функций и их производных) с численным решением уравнения (7) (аналитическое решение в этой области отсутствует), и проблема заключается в выборе точки сшивки, что по-разному было реализовано в работах [7, 17] и [18, 19].

Отличие в использованных в этих работах подходах заключается в выборе положения точки сшивки решений: границей области кавитации в [17, 7] (вариант I) является точка обращения в нуль плотности электронов, что отвечает условию $\{1 + \Delta_{\perp} \gamma\}_{|r=r_{\text{cav}}} = 0$. Это условие дает дополнительное соотношение, связывающее параметр Γ со значениями r_{cav} и $\gamma_{\text{cav}} = \gamma(r_{\text{cav}})$, а с учетом выполнения условия монотонного убывания $u(\xi)$ при $\xi \rightarrow \infty$ появляется также ограничение на параметр Γ , который с хорошей точностью оказывается линейной функцией от γ_{cav} . Несмотря на то, что использование этих соотношений позволяет полностью описать структуру электромагнитного поля в области полной кавитации, вариант I обладает существенным недостатком.

Недостатком подхода, отвечающего варианту I, является несохранение полного заряда, т.е. несовпадение числа электронов, “выдавленных” лазерным излучением из области кавитации, числу электронов вне зоны кавитации. От этого недостатка свободен подход, предложенный в [19, 18] (вариант II), при котором в качестве точки сшивки решений используется граница, положение которой соответствует выполнению условия баланса для числа электронов, эвакуированных из канала во внешнюю область,

$$Q \equiv 2\pi \int_0^{\infty} (N_e(\gamma) - 1) r dr = 0, \quad (8)$$

При вычислении интеграла (8) удобно рассмотреть отдельно вклад от области полной кавитации, где $N_e \equiv 0$, и вклад от внешней области, где N_e определена формулой (5). Тогда, несмотря на то, что условие (8) формально записывается в виде интегрального соотношения (по поперечной координате) для пространственного распределения плотности электронов, оно сводится к локальному соотношению между координатой границы зоны полной кавитации и производной релятивистского фактора в этой же точке,

$\{1 + (4/(\Gamma + 1))(1/\xi) \partial_{\xi} \gamma\}_{|\xi=\xi_{\text{cav}}} = 0$. Это условие дает дополнительное соотношение, связывающее параметр Γ со значениями ξ_{cav} и γ_{cav} ,

$$\gamma_{\text{cav}} = ((\Gamma + 1)/8)(\xi_{\text{cav}} J_0(\xi_{\text{cav}})/J_1(\xi_{\text{cav}})) + \left(1 + [((\Gamma + 1)/8)(\xi_{\text{cav}} J_0(\xi_{\text{cav}})/J_1(\xi_{\text{cav}}))]^2\right)^{1/2}. \quad (9)$$

Выбор из решений уравнения (7) только одного, отвечающего монотонному убыванию $u(\xi)$ при $\xi \rightarrow \infty$, свидетельствует о том, что параметр Γ не может быть выбран произвольно, а связан с ξ_{cav} определенной зависимостью. Анализ проведенных численных расчетов показывает, что в привлекающем физический интерес широком диапазоне изменения амплитуды $a_0 \lesssim 150$ эта зависимость представляется следующей функцией (коэффициенты даны с точностью до второго знака после запятой)

$$\Gamma \approx b_1 + b_2 \xi_{\text{cav}}^{b_3} + b_4 (J_1(\xi_{\text{cav}})/(J_0(\xi_{\text{cav}})))^{3/2}, \quad (10)$$

$$b_1 = -0.51, \quad b_2 = -0.33, \quad b_3 = 1.65, \quad b_4 = 5.13.$$

Формулы (6), (9), (10) вместе с очевидным следствием решения (6) при $\gamma = \gamma_{\text{cav}}$,

$$\gamma_{\text{cav}}^2 = 1 + (\gamma_0^2 - 1) J_0^2(\xi_{\text{cav}}), \quad (11)$$

определяют структуру электромагнитного поля пучка в зоне полной кавитации для варианта II.

Отличие второго варианта сшивки решений от первого состоит в скачке плотности электронов на границе области кавитации для второго варианта, в то время как для первого варианта плотность электронов непрерывна в этой точке. В последующих работах [20] обсуждался эффект влияния гладких распределений $N_e(\gamma)$, которые соответствуют исчезающе малой, но конечной плотности электронов в области кавитации, однако такая модификация, как было указано в [18], не решает проблему нарушения сохранения полного заряда электронов.

Для более сложных моделей, использующих гладкую функцию для плотности электронов, и, следовательно, не требующих сшивки решений, интегрирование уравнения (2) представляет нетривиальную задачу. Сравнение вкладов в нелинейную диэлектрическую проницаемость, обусловленных как релятивизмом электронов, так и пондеромоторной стрикцией, показывает на примере пучка с гауссовым пространственным распределением интенсивности на входе в нелинейную среду [4, 14], что диэлектрическая проницаемость как с учетом релятивистской стрикции, так и без нее становится тем ближе к “вакуумной”, чем больше интенсивность релятивистского

пучка. Следовательно, в наиболее интересном пределе сильной релятивистской нелинейности диэлектрическая проницаемость становится “вакуумной” уже за счет релятивизма, т.е. качественно эффект релятивистского самозахвата в таком пределе можно рассмотреть, учитывая только релятивистское изменение массы электронов. При умеренном релятивизме погрешность вычисления нелинейной диэлектрической проницаемости при учете стрикции и без нее оказывается более значительной, но без претензии на количественный ответ такое приближение может быть использовано. Таким образом, для получения “оценочного” условия согласования (1) возникает более простая модель (вариант III) (см., например, [22]) без построения “разрывных” решений и последующей сшивки. Сравнение трех вариантов и обсуждение их адекватности получаемым в численных экспериментах условиям согласования для ультрарелятивистской нелинейности ($a_0 \gg 1$) проводится ниже.

В своем подходе мы основываемся на модели [18] (вариант II), которую используем для получения пока отсутствующих, но востребованных, аналитических формул для самосогласованной при РСЗ ширины лазерного пучка и канала – основным нашим результатом. Их удастся получить в случае $a_0 \gg 1$ с учетом малости отношения $1/a_0$. Это решает поставленную нами задачу количественного обоснования условий реализации РСЗ, вскрывает причину численно полученного противоречивого результата [7, 21] (вариант I) и определяет точность приближения простой модели нелинейности [22] (вариант III).

Сшивка решений уравнения (4), полученных в разных областях, на разделяющей их границе дает для вариантов I и II искомые формулы для пространственного распределения величины γ (а значит и для a), что позволяет вычислить зависимость среднего безразмерного радиуса лазерного пучка, r_L , и безразмерного радиуса канала кавитации, r_{cav} , от величины мощности лазерного пучка и максимальной амплитуды лазерного поля. Ниже формулы и графики для интересующих нас величин приводятся для цилиндрического лазерного пучка, для которого безразмерная величина полной мощности P и средний радиус определяются соотношениями

$$P = 2\pi \int_0^\infty r I dr, \quad r_L^2 = (2\pi/P) \int_0^\infty r^3 I dr, \quad (12)$$

где $I = \gamma^2 - 1$ – безразмерная интенсивность лазерного пучка. Зависимости r_L и r_{cav} от безразмерной мощности пучка P и от безразмерной амплитуды $a_0 = \sqrt{\gamma_0^2 - 1}$ лазерного пучка на оси, построенные с использованием формул (12), приве-

дены на рис. 1 и 2 соответственно. Черным кружкам соответствуют численные результаты, полученные с использованием модели [18] (вариант II), а ромбам и треугольникам отвечают варианты I и III, соответственно. На рисунках 1 и 2, и ниже в формулах (14) и (15), используется перенормированная величина мощности пучка $p = P/P_{\min}$, где $P_{\min} = P(a_0 \rightarrow 0) \approx 23, 41$, так что в размерных переменных мощность цилиндрического пучка дается формулой $P^{cyl} \approx 16.31(n_c/n_{e0})p$ [ГВт].

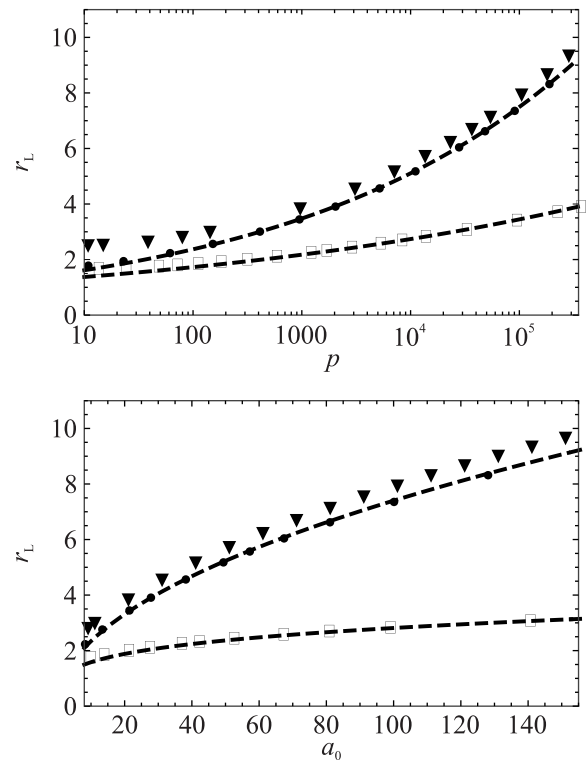


Рис. 1. Зависимости среднего радиуса лазерного пучка r_L от его полной мощности p (вверху) и от амплитуды лазерного поля на оси a_0 (внизу). Черные кружки соответствуют модели [18], ромбы – модели [15, 17, 7], а треугольники – модели [22]. Штриховые кривые отвечают формулам (14), (15)

В интересующем нас случае сильно релятивистского пучка определяющий вклад в величину полной мощности и r_L дает область полной кавитации. Это обстоятельство позволяет получить аналитические выражения для r_L и p через параметр ν и координату границы области кавитации. Используя решение (6) и ограничиваясь интегрированием только по области $0 \leq r \leq r_{cav}$ (на это указывает нижний индекс in), запишем вместо (12) следующие выражения

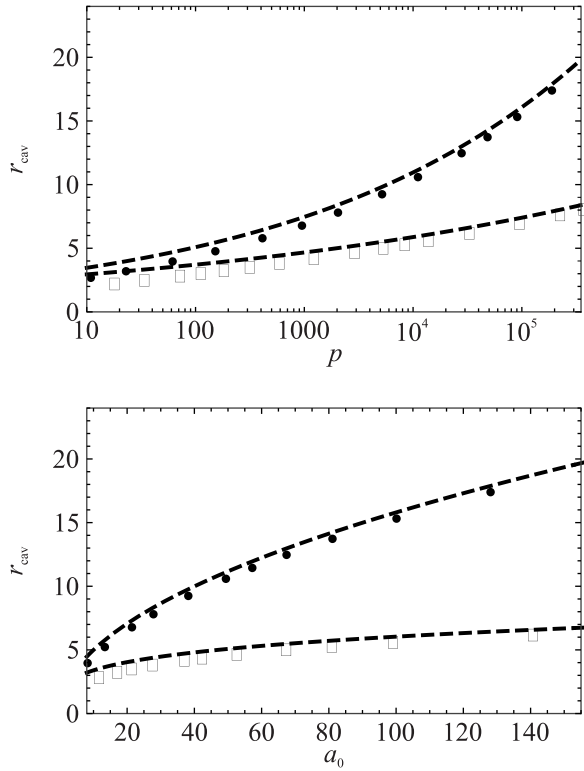


Рис. 2. Зависимости радиуса области кавитации (плазменного канала) r_{cav} от его полной мощности p (вверху) и от амплитуды лазерного поля на оси a_0 (внизу). Черные кружки соответствуют модели [18], ромбы – модели [15, 17, 7]. Штриховые кривые отвечают формулам (14), (15)

$$\begin{aligned}
 P_{\text{in}} &= \pi(\Gamma + 1)p_1, \quad r_{L,\text{in}}^2 = \frac{(\Gamma + 1)}{2} \frac{p_3}{p_1}, \\
 p_1 &= (\xi_{\text{cav}}^2/2)(\gamma_{\text{cav}}^2 - 1) \left(1 + \frac{J_1^2(\xi_{\text{cav}})}{J_0^2(\xi_{\text{cav}})} \right), \\
 p_3 &= (\xi_{\text{cav}}^2/6)(\gamma_{\text{cav}}^2 - 1) \left[\xi_{\text{cav}}^2 \left(1 + \frac{J_1^2(\xi_{\text{cav}})}{J_0^2(\xi_{\text{cav}})} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \frac{J_1(\xi_{\text{cav}})}{J_0(\xi_{\text{cav}})} \left(\xi_{\text{cav}} - \frac{J_1(\xi_{\text{cav}})}{J_0(\xi_{\text{cav}})} \right) \right].
 \end{aligned} \quad (13)$$

В пределе $a_0 \gg 1$ из этих аналитических выражений, с учетом (9)–(10), следуют простые асимптотические зависимости, коэффициенты в которых указаны с точностью до второго знака после запятой,

$$\text{Вариант I} \quad \begin{cases} r_L \approx 1.09p^{1/10}, & r_L \approx 0.89a_0^{1/4}, \\ r_{\text{cav}} \approx 2.34p^{1/10}, & r_{\text{cav}} \approx 1.91a_0^{1/4}, \\ a_{\text{cav}} \approx 0.94a_0^{1/2}, & r_{\text{cav}}/r_L \approx 2.14. \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{Вариант II} \quad \begin{cases} r_L \approx 1.1p^{1/6}, & r_L \approx 0.74a_0^{1/2}, \\ r_{\text{cav}} \approx 2.36p^{1/6}, & r_{\text{cav}} \approx 1.58a_0^{1/2}, \\ a_{\text{cav}} \approx 0.71a_0^{1/3}, & r_{\text{cav}}/r_L \approx 2.14. \end{cases} \quad (15)$$

Здесь $a_{\text{cav}} = a(r_{\text{cav}})$ – значение безразмерной амплитуды лазерного поля на границе области кавитации для вариантов I и II, соответственно²⁾. Видно, что для варианта II характерна более плавная зависимость поля на границе области кавитации от амплитуды поля на оси пучка, $a_{\text{cav}} \sim a_0^{1/3}$, по сравнению с аналогичной зависимостью, $a_{\text{cav}} \sim a_0^{1/2}$, для варианта I. Из асимптотических формул (14) и (15) также следует, что отношение радиуса плазменной каверны и характерного радиуса лазерного пучка примерно одинаково для двух вариантов и составляет $r_{\text{cav}}/r_L \approx 2.14$. Как следует из приведенных выше формул, зависимость радиуса плазменной каверны от мощности сильно релятивистского пучка может получиться из наглядной оценки $p \sim a_0^2 r_{\text{cav}}^2$ (численный коэффициент пропорциональности в этой формуле для варианта II равен ≈ 0.84), в которой надо использовать связь a_0 с r_{cav} .

Сравнение приведенных на рис. 1, 2 зависимостей, полученных при численном моделировании, с штриховыми кривыми, построенными по асимптотическим формулам (14), (15), наглядно иллюстрирует существенное превышение полученных по модели [18] аналитических скейлингов для ширины светового пучка и ширины возникающего канала над соответствующими результатами работы [7, 21]. Заниженная величина ширины лазерно-плазменного волновода в [7, 21] является результатом некорректности использованной модели (вариант I), не сохраняющей число частиц, что преодолевается использованием модели Кима (вариант II). Приведенные скейлинги для характерной ширины каверны R ($R = r_{\text{cav}}c/\omega_p$) хорошо согласуются с результатами численных PIC расчетов, тогда как полученный ранее результат [7, 21] демонстрирует столь слабую зависимость $R(P)$, что ее вряд ли можно идентифицировать в реальном эксперименте. Обратим также внимание на то, что “грубая оценка”, полученная только при использовании нелинейности, основанной на релятивистском утяжелении массы электрона (вариант III) [24, 14], весьма неплохо, на уровне ошибки $\sim 15\%$, описывает зависимости радиуса плазменной каверны от амплитуды поля лазерного пучка. Как следует из рис. 1, 2, диапазон изменения мощности лазерного пучка в размерных переменных (в ТВт) лежит в пределах $(0.16 - 5 \times 10^3)(n_c/n_{e0})$ [ТВт]. При этом радиус лазерного пучка (в мкм) меняется в диа-

²⁾Формулы (13) пригодны для вычисления полной мощности и среднего радиуса пучка как в варианте II (с использованием (9) и (10)), так и в варианте I, однако в последнем случае связь Γ с γ_{cav} и ξ_{cav} будет иной, как было сказано выше.

пазоне $(0.32 - 1.6)\sqrt{n_c/n_{e0}}\lambda_0$ [мкм], где λ_0 (в мкм) – длина волны лазерного излучения.

Подводя итог, отметим, что в работе получены аналитические асимптотические формулы, характеризующие условие реализации РСЗ лазерного пучка в плазме в пределе $a_0 \gg 1$. Проанализированы различные математические модели, используемые для описания этого режима, и показано, что наилучшее согласование с результатами численного эксперимента достигается для модели НУШ с релятивистской нелинейностью, в которой сохраняется полный заряд электронов [18]. Разработанный теоретико-аналитический подход, учитывающий релятивистскую нелинейность массы электрона и электронную кавитацию в плазме, в частности, дает следующее выражение для радиуса плазменного канала при РСЗ (ср. (1))

$$R = 1.58 \frac{c}{\omega} \sqrt{a_0 \frac{n_c}{n_{e0}}}, \quad \text{где } a_0 \gg 1, \quad (16)$$

самосогласованного с амплитудой лазерного поля и плотностью плазмы. Хотя это выражение и подтверждает качественно ожидаемое из баланса дифракции и релятивистской нелинейности массы электрона волновое условие РСЗ [2, 6, 14, 23, 24], его реализация с учетом сильной кавитации до сих пор была не очевидна. Проведенное теоретическое доказательство восполняет этот пробел, описывает согласование R , a_0 и n_{e0} в количественной форме и позволяет обосновывать результаты численного моделирования. Согласно (16) и (15) для поперечного размера $D = 2R$ плазменного канала в физических переменных имеем

$$D [\text{мкм}] = 1.49\lambda_0 [\text{мкм}](n_c/n_{e0})^{(1/3)}(P [\text{ТВТ}])^{(1/6)}.$$

Авторы благодарны А. В. Киму за полезные обсуждения и критические замечания, способствовавшие написанию этой работы.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект “Физика высоких плотностей энергии. Этап 2023–2025”) и поддержано Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (в рамках соглашения # 075-15-2021-1361). В. Ф. Ковалев благодарен также за частичную поддержку Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания по теме # 122041100137-4.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. S. Gordienko and A. Pukhov, *Phys. Plasmas* **12**(4), 0431091 (2005).
2. W. Lu, M. Tzoufras, C. Joshi, F. S. Tsung, W. B. Mori, J. Vieira, R. A. Fonseca, and L. O. Silva, *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams* **10**(6), 061301 (2007).
3. P. E. Masson-Laborde, M. Z. Mo, A. Ali, S. Fourmaux, P. Lassonde, J. C. Kieffer, W. Rozmus, D. Teychenn, and R. Fedosejevs, *Phys. Plasmas* **21**, 1231131 (2014).
4. M. G. Lobok, A. V. Brantov, D. A. Gozhev, and V. Yu. Bychenkov, *Plasma Phys. Control. Fusion. Special Issue* **60**(8), 0840101 (2018).
5. K. Pöder, J. C. Wood, N. C. Lopes et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **132**, 195001 (2024).
6. M. G. Lobok, A. V. Brantov, and V. Yu. Bychenkov, *Phys. Plasmas* **26**(12), 123107 (2019).
7. А. Комашко, С. Мушер, А. Рубенчик, С. Турицын, М. Фейт, *Письма в ЖЭТФ* **62**(11), 849 (1995).
8. G. S. Sarkisov, V. Yu. Bychenkov, V. N. Novikov, V. T. Tikhonchuk, A. Maksimchuk, S.-Y. Chen, R. Wagner, G. Mourou, and D. Umstadter, *Phys. Rev. E* **59**(6), 7042 (1999).
9. S. P. D. Mangles, *Proceedings of the CAS-CERN Accelerator School: Plasma Wake Acceleration*, Geneva, Switzerland, 23-29 November 2014, ed. by B. Holzer, CERN-2016-001, CERN, Geneva (2016).
10. C. E. Clayton, J. E. Ralph, F. Albert et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **105**, 105003 (2010).
11. В. И. Таланов, *Изв. ВУЗов. Радиофизика* **7**(3), 564 (1964).
12. R. Y. Chiao, E. Garmire, and C. Townes, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 479 (1964).
13. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, *ЖЭТФ* **50**(6), 1537 (1966).
14. В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, *Изв. ВУЗов. Радиофизика* **63**(9–10), 825 (2020).
15. G.-Z. Sun, E. Ott, Y. C. Lee, and P. Guzdar, *Phys. Fluids* **30** 526 (1987).
16. T. Kurki-Suonio, P. J. Morrison, and T. Tajima, *Phys. Rev. A* **40**(6), 3230 (1989).
17. A. B. Borisov, A. V. Borovskiy, O. B. Shiryayev, V. V. Korobkin, A. M. Prokhorov, J. C. Solem, T. S. Luk, K. Boyer, and C. K. Rhodes, *Phys. Rev. A* **45**, 5830 (1992).
18. A. Kim, M. Tushentsov, F. Cattani, D. Anderson, and M. Lisak, *Phys. Rev E* **65**, 036416 (2002).
19. F. Cattani, A. Kim, D. Anderson, and M. Lisak, *Phys. Rev. E* **64**, 016412 (2001).
20. M. D. Feit, A. M. Komashko, S. L. Musher, A. M. Rubenchik, and S. K. Turitsyn, *Phys. Rev. E* **57**, 7122 (1998).

-
21. A. B. Borisov, J. W. Longworth, K. Boyer, and C. K. Rhodes, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **95**, 7854 (1998).
 22. S. Sen, M. A. Varshney, and D. Varshney, ISRN Optics. **2013**, 1 (2013); Art. ID 642617.
 23. I. Kostyukov, A. Pukhov, and S. Kiselev, Phys. Plasmas **11**(11), 5256 (2004).
 24. V. Yu. Bychenkov, M. G. Lobok, V. F. Kovalev, and A. V. Brantov, Plasma Phys. Control. Fusion **61**(12), 124004 (2019).

Одноэлектронный спектр короткопериодной InAs/GaSb сверхрешетки с интерфейсной компенсацией напряжений¹⁾

В. С. Кривобок²⁾, Г. Н. Ерошенко, А. В. Муратов, С. Н. Николаев, А. В. Клековкин, И. И. Минаев, К. А. Савин, Д. А. Пашкеев, А. Р. Дубовая, Ю. А. Алещенко, С. И. Ченцов

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 июня 2024 г.

После переработки 22 июля 2024 г.

Принята к публикации 1 августа 2024 г.

Впервые для диапазона температур 77–300 К экспериментально восстановлена частотная зависимость комплексного показателя преломления InAs/GaSb сверхрешетки, край фундаментального поглощения которой расположен в дальнем инфракрасном диапазоне, а пластическая релаксация подавлена интерфейсной компенсацией напряжений. Обсуждается энергетическая структура минизон сверхрешетки и ее перестройка с температурой.

DOI: 10.31857/S0370274X24090069, EDN: BXMRPX

1. Введение. Короткопериодные сверхрешетки (СР) на основе соединений A_3B_5 , содержащих сурьму, являются уникальным классом систем, в которых может быть реализован разрыв зон типа ПА и ПВ. Последнее десятилетие физика и технология материалов данной группы активно развивалась. В частности, для данных систем обсуждались топологически защищенные состояния [1–3], квантовый эффект Холла [4–6], бозе-эйнштейновский конденсат [7], зонная структура и дираковские фермионы характерные для двумерного металла [8, 9], а также явления, связанные с физикой поверхности и интерфейсов [10–12]. Кроме того, материалы данной группы являются одной из перспективных платформ для реализации новых подходов инфракрасной (ИК) фотосенсорики, при которых передача возбуждения в полупроводниковую часть детектора осуществляется через фотонно-кристаллический резонатор [13, 14]. В последнем случае, для управления как спектром поверхностных плазмон-поляритонов так и процессами передачи возбуждения через ближние поля, необходима исчерпывающая информация о частотной зависимости комплексной диэлектрической функции, а также ее взаимосвязи с электронным спектром СР. Данная проблема дополнительно осложняется тем, что в реальных СР используются довольно сложные приемы для компенсации напряжений несоответствия. Ярким примером является известная система InAs/GaSb, в которой для по-

лучения значительного количества периодов необходимо использование ультратонких интерфейсных слоев InSb или InAsSb, позволяющих скомпенсировать возникающие в InAs сжимающие напряжения [15]. В то же время, очевидно, что использование подобных интерфейсных слоев приводит к изменению граничных условий и довольно сложной перестройке электронного спектра. Несмотря на наличие сообщений об успешном получении СР, в том числе с ультратонкими переходными слоями In(As)Sb [16], последовательный экспериментальный анализ комплексной диэлектрической функции проводился лишь в одной работе для InAs/GaSb СР с краем поглощения в среднем ИК диапазоне [17]. Следует отметить, что для данных исследований недостаточно стандартных измерений спектров фотопроводимости, которые позволяют лишь грубо оценить одноэлектронный спектр из-за отсутствия прямой взаимосвязи между спектром фотоотклика и комбинационной плотностью состояний СР [18].

В данной работе впервые экспериментально получена частотная зависимость комплексного показателя преломления InAs/GaSb СР, край фундаментального поглощения которой расположен в дальнем ИК диапазоне, а пластическая релаксация подавлена интерфейсной компенсацией напряжений. Полученные экспериментальные данные, позволившие восстановить структуру минизон и оценить ее перестройку в диапазоне температур 77–300 К, важны для установления взаимосвязи между реальными интерфейсами в СР и свойствами электронной подсистемы.

2. Рост и структурные свойства. Гетероструктура с InAs/GaSb СР, содержащей 100 периодов,

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾e-mail: kolob7040@gmail.com

была выращена методом молекулярно-лучевой эпитаксии на установке Compact-21T фирмы Riber с использованием полуизолирующей подложки GaSb (100). Количество периодов было выбрано исходя из удобства проведения спектроскопических исследований, см. далее. Толщина слоя InAs составляла 5 нм, толщина слоя GaSb – 2.5 нм. Чтобы избежать влияния несвязанных носителей, использовалась подложка с удельным сопротивлением $\sim 0.1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$, дополнительно легированная теллуром до концентрации носителей p -типа $\sim 1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Компенсация упругих напряжений, возникающая вследствие рассогласования решеток InAs и GaSb, достигалась внедрением промежуточных слоев In(As)Sb. Соответствующая технологическая процедура подробно описана в работе [19]. Наличие компенсации упругих напряжений было подтверждено ростом СР, содержащих до 300 периодов, см. раздел 1 дополнительных материалов.

Качество поверхности, структурное совершенство и параметры слоев выращенной СР были подтверждены с помощью рентгеноструктурного анализа, атомно-силовой и просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ). В частности, рис. 1а, б иллюстрирует снимки ПЭМ, на которых видна как общая структура СР, так и строение отдельных слоев с атомарным разрешением. Как видно из рис. 1б, данные, полученные с помощью ПЭМ, подтверждают соответствие толщин слоев требуемым значениям. В свою очередь, красная кривая на рис. 1с иллюстрирует рентгеновскую кривую качания полученной СР, записанную вблизи рефлекса (004). На данной кривой хорошо видны сателлитные пики (29.8° и 31.2°), возникающие за счет периодичности СР. Аппроксимация экспериментальных данных (черная кривая) также позволяет подтвердить номинально заложенные толщины слоев InAs и GaSb.

3. Спектроскопия. Спектры отражения и пропускания полученной СР измерялись в диапазоне $50\text{--}10000 \text{ см}^{-1}$. Исследование оптических свойств СР проводилось при температурах 77 и 300 К с использованием Фурье спектрометра Bruker IFS-125HR, оборудованным криостатом Konti Spectro A. Измерения проводились в трех диапазонах с соответствующими комбинациями источника, светоделителя, окон криостата и детектора. На первом этапе измерялись спектры пропускания/отражения подложки (рис. 2а). На втором этапе аналогичные измерения проводились для подложки с выращенной на ней СР (рис. 2б). Как следует из рис. 2а, коротковолновая граница спектра пропускания подложки определяется краем фундаментального поглощения GaSb, расположенным в

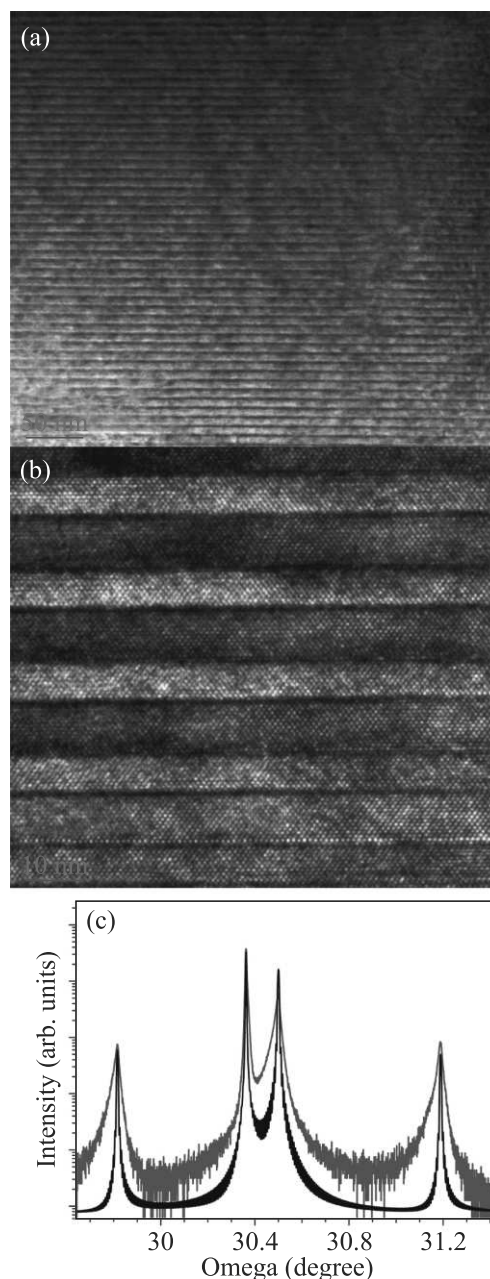


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Обзорный снимок ПЭМ СР. (б) – Снимок ПЭМ фрагмента СР с атомарным разрешением. (с) – Экспериментально измеренная (красная кривая) и рассчитанная, с использованием номинально заложенных параметров (черная кривая), рентгеновские кривые качания гетероструктуры

районе 6454 см^{-1} при температуре 77 К и смещающимся к 5865 см^{-1} при температуре 300 К. Длинноволновая граница спектра пропускания определяется примесными переходами, связанными с примесью теллура. В свою очередь спектр отражения подложки определяется выраженным фоновым резонансом в районе 230 см^{-1} и ступенькой вблизи края погло-

щения. Влияние свободных носителей на оптические свойства подложки несущественно ввиду их низкой концентрации, что, в частности, подтверждается отсутствием заметного роста отражения в области низких частот. Совместный анализ спектров поглощения и отражения позволяет восстановить комплексный показатель преломления подложки в диапазоне $\sim 500\text{--}6000\text{ см}^{-1}$, см. дополнительные материалы.

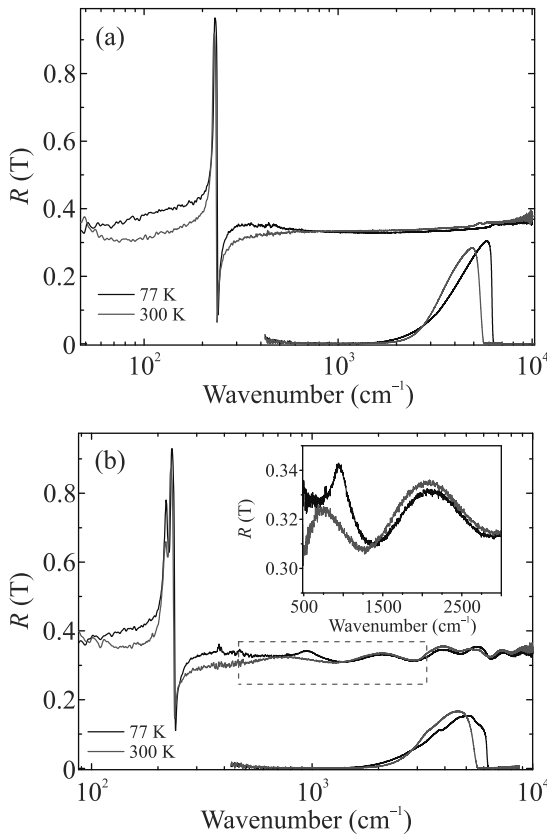


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Спектры отражения (верхние кривые) и пропускания (нижние кривые) для GaSb подложки полученные при температурах 77 К (красная кривая) и 300 К (черная кривая). (б) – Спектры отражения/пропускания подложки с гетероструктурой. На вставке показана область соответствующая краю поглощения СР

Как видно из рис. 2b, спектры отражения/пропускания подложки с гетероструктурой имеют более сложную структуру, которая определяется интерференцией света в слое СР и появлением связанных с миниэонами дополнительных резонансов. Отметим, что дополнительный резонанс, связанный с оптическими фононами СР, также хорошо виден в районе 220 см^{-1} . Наиболее низкочастотная, не относящаяся к фононам, особенность появляется в диапазоне $500\text{--}2000\text{ см}^{-1}$, см. вставку рис. 2b. Если предпо-

ложить, что данная особенность определяется только интерференцией в слое СР, то необходимо допустить, что последняя имеет показатель преломления $n \sim \lambda/2d \sim 6$, где λ – длина волны, $d = 750\text{ нм}$ – толщина СР. Типичные значения показателя преломления СР InAs/GaSb обычно не превышают 3.8 [17], поэтому $n \sim 6$ является не физической величиной. Таким образом, особенность в районе 1000 см^{-1} является прямым следствием дисперсии показателя преломления СР.

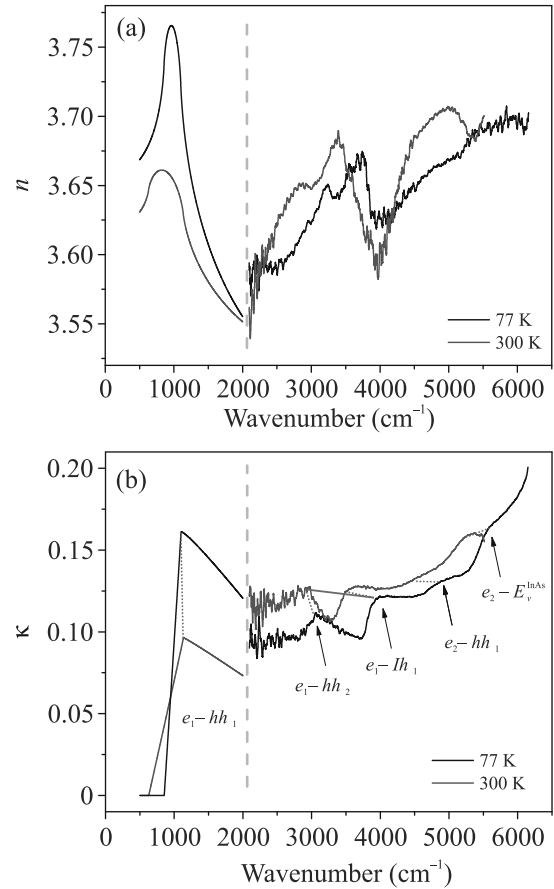


Рис. 3. (Цветной онлайн) Частотные зависимости n (а) и κ (б) при температурах 77 К (черная кривая) и 300 К (красная кривая). В диапазоне $500\text{--}2000\text{ см}^{-1}$ метод оценки отличался

Известный комплексный показатель преломления подложки и наличие спектров пропускания/отражения СР на подложке позволяют рассчитать комплексный показатель преломления $N = n + i\kappa$ и диэлектрическую функцию (ϵ) СР в диапазоне $2000\text{--}6000\text{ см}^{-1}$. Результаты расчетов N для двух температур представлены на рис. 3, процедура расчета описана в разделах 2–3 дополнительных материалов. В диапазоне $500\text{--}2000\text{ см}^{-1}$ измерения пропускания недоступны, поэтому для

оценки N нами использовался другой, более грубый подход, основанный на подгонке экспериментальных данных пробными функциями, удовлетворяющими соотношениям Крамерса–Кронига, см. раздел 3 дополнительных материалов. Результаты данных расчетов для двух температур показаны в левой части рис. 3. Они позволяют определить положение края фундаментального поглощения СР.

Для интерпретации особенностей, наблюдаемых в частотной зависимости комплексного показателя преломления, нами использовались стандартные расчеты одноэлектронного спектра СР с граничными условиями Бастарда, см. раздел 4 дополнительных материалов. Отметим, что ввиду сравнительно малых изменений $n(\omega)$ спектральные особенности, наблюдаемые для $\kappa(\omega)$, отражают частотную зависимость мнимой части диэлектрической функции $\text{Im}[\epsilon(\omega)] = 2\kappa(\omega)n(\omega)$, см. раздел 3 дополнительных материалов. Расчитанная структура минизон СР в зависимости от ее периода показана на рис. 4, данные о спектральном положении переходов также систематизированы в разделе 5 дополнительных материалов.

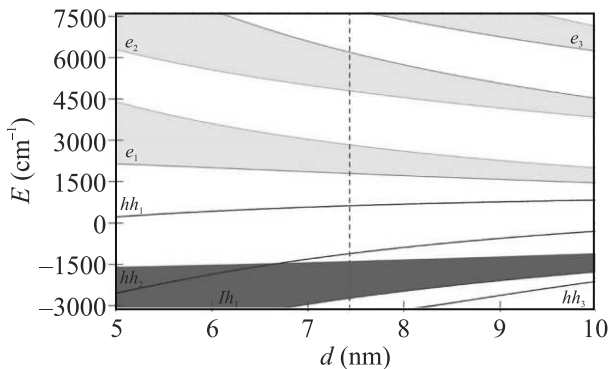


Рис. 4. (Цветной онлайн) Рассчитанные минизоны СР для соотношения толщин слоев InAs и GaSb равным 2 в зависимости от периода. Красный пунктир соответствует периоду СР 7.5 нм

В случае СР II-го рода электроны и дырки преимущественно локализованы в различных слоях, что приводит к слабому перекрытию волновых функций и, как следствие, определяет сравнительно слабое поглощение $\text{Im}[N(\omega)] \sim 0.1\text{--}0.15$ [17]. Тем не менее следует ожидать по крайней мере двух типов переходов, для которых данное правило должно ослабляться. Во-первых, это касается перехода между нижней электронной (e_1) подзоной СР и валентной зоной слоя InAs (E_v^{InAs}). Для данного перехода электрон и дырка оказываются локализованными в пределах одного слоя. Во-вторых, волновая функция легкой дырки, подзона (lh_1) которой расположена вблизи

потолка валентной зоны InAs, сравнительно слабо затухает в InAs барьере, поэтому матричный элемент перехода $e_1\text{--}lh_1$ должен возрастать. Обозначенные тенденции согласуются с представленными на рис. 3 экспериментальными данными, что качественно подтверждает сделанную интерпретацию переходов.

Из представленных экспериментальных данных следует, что используемые kp расчеты с граничными условиями Бастарда позволяют адекватно оценить положение высокочастотных переходов, но несколько завышают положение края поглощения формируемого e_1 и hh_1 минизонами. Также, относительно неожиданным результатом является существенное изменение $N(\omega)$ вблизи края поглощения СР, что качественно отличается от результатов работы [17]. Мы полагаем, что именно эти особенности являются проявлением интерфейсных слоев InSb, которые формируют притягивающий потенциал для дырок. Данный потенциал, наиболее существенный для тяжелых дырок, приводит к увеличению плотности их вероятности на границах слоев InAs, увеличивая тем самым как матричный элемент $e_1\text{--}hh_1$ перехода так и роль экситонных эффектов для соответствующих минизон. Также, он, очевидно, способствует сдвигу hh_1 минизоны вверх по энергии и, как следствие, уменьшению ширины запрещенной зоны. Тем не менее, для надежного подтверждения сделанной интерпретации необходимы более строгие kp расчеты.

Отдельный интерес представляет низкочастотный сдвиг переходов с увеличением температуры от 77 до 300 К. Этот сдвиг определяется как температурной зависимостью ширин запрещенной зоны InAs и GaSb, так и возможным изменением скачка потенциала на интерфейсах. С одной стороны, из полученных данных следует, что сдвиг высоколежащих переходов сопоставим по порядку величины с изменением ширин запрещенной зоны InAs и GaSb в диапазоне температур 77–300 К. С другой стороны, для переходов $e_1\text{--}hh_1$ и $e_1\text{--}hh_2$ наблюдаются сравнительно небольшие энергетические сдвиги. В совокупности два данных наблюдения указывают на то, что в СР с компенсацией напряжений сдвиг потолка валентной зоны GaSb по отношению ко дну зоны проводимости InSb слабо меняется с температурой.

4. Заключение. Таким образом, при помощи молекулярно-пучковой эпитаксии на подложках GaSb (100) выращены короткопериодные СР InAs/GaSb. За счет внедрения интерфейсных слоев In(As)Sb в СР реализована компенсация напряжений, вызванных различием постоянных решеток у InAs и GaSb. Структурное совершенство полученных СР подтверждено измерениями рентгеновских

кривых качания и анализом изображений, полученных с помощью ПЭМ.

Проведенные измерения пропускания и отражения при комнатной и азотной (77 К) температурах, позволили впервые восстановить комплексный показатель преломления СР и установить его взаимосвязь с энергетической структурой минизон. На основе стандартных расчетов в рамках кр метода отождествлены спектральные особенности, связанные с переходами в первую минизону электронов из первой, второй минизон тяжелых дырок, минизоны легких дырок, валентной зоны слоев InAs и из первой минизоны тяжелых дырок во вторую минизону электронов. Показано, что при увеличении температуры от азотной до комнатной, происходит заметный низкочастотный сдвиг на 400–440 см⁻¹ переходов с участием высоколежащих минизон, в то время как край поглощения СР смещается слабо. Наряду с количественными данными о комплексном показателе преломления полученные результаты важны для установления взаимосвязи между реальными интерфейсами в СР и свойствами их электронной подсистемы.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Грант # 119-79-30086). Измерения выполнены с использованием оборудования Центра коллективного пользования Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. P. C. Klipstein, SPIE OPTO: Proceedings Volume 10111, Quantum Sensing and Nano Electronics and Photonics **XIV**, 101111C (2017).
2. L. Du, X. Li, W. Lou, G. Sullivan, K. Chang, J. Kono, and R.-R. Du, Nat. Commun. **8**, 1971 (2017).
3. S. Yang, D. Dardzinski, A. Hwang, D. I. Pikulin, G. W. Winkler, and N. Marom, Physical Review Materials **5**, 084204 (2021).
4. C. Liu, T. L. Hughes, X.-L. Qi, K. Wang, and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **100**, 236601 (2008).
5. D.-H. Xu, J.-H. Gao, C.-X. Liu, J.-H. Sun, F.-C. Zhang, and Y. Zhou, Phys. Rev. B **89**, 195104 (2014).
6. C. Avogadri, S. Gebert, S. S. Krishtopenko et al. (Collaboration), Physical Review Research **4**, L042042 (2022).
7. Y. Naveh and B. Laikhtman, Phys. Rev. Lett. **77**, 900 (1996).
8. С. С. Криштопенко, С. Руффенах, Ф. Гонзалез-Посада, К. Консежо, В. Десра, Б. Жуо, В. Кнап, М. А. Фадеев, А. М. Кадыков, В. В. Румянцев, С. В. Морозов, Г. Буасье, Э. Турнье, В. И. Гавриленко, Ф. Тепп, Письма в ЖЭТФ **109**, 91 (2019).
9. С. Руффенах, С. С. Криштопенко, Л. С. Бовкуни и др., Письма в ЖЭТФ **106**, 696 (2017).
10. S. Lee, H. J. Jo, S. Mathews, J. A. Simon, T. J. Ronningen, S. H. Kodati, D. R. Fink, J. S. Kim, M. Winslow, C. H. Grein, A. H. Jones, J. C. Campbell, and S. Krishna, Appl. Phys. Lett. **115**, 211601 (2019).
11. D. Alshahrani, M. Kesaria, J. J. Jiménez, D. Kwan, V. Srivastava, M. Delmas, F. M. Morales, B. Liang, and D. Huffaker, ACS Appl. Mater. Interfaces **15**, 8624 (2023).
12. R. Batabyal, S. Zelzer, A. P. Romagosa, D. Dardzinski, F. Corsetti, N. Marom, and P. Krogstrup, Physical Review Materials **7**, 066201 (2023).
13. J. Jeon, Y. Seo, V. M. More, H. Kim, J. S. Kim, Y. Kim, and S. J. Lee, Appl. Phys. Lett. **18**, 100221 (2022).
14. P. Petluru, A. J. Muhowski, A. Kamboj, N. C. Mansfield, M. Bergthold, E. A. Shaner, J. F. Klem, and D. Wasserman, Appl. Phys. Lett. **22**, 021101 (2023).
15. A. Jasik, I. Sankowska, J. Ratajczak, A. Wawro, D. Smoczyński, K. Czuba, and M. Wzorek, Current Applied Physics **19**, 120 (2019).
16. P. Mishra, R. K. Pandey, S. Kumari, A. Pandey, S. Dalal, R. Sankarasubramanian, S. Channagiri, S. K. Jangir, R. Raman, T. Srinivasan, and D. V. S. Rao, J. Alloys Compd. **889**, 161692 (2021).
17. E. Steveler, M. Verdun, B. Portier, P. Chevalier, C. Dupuis, N. Bardou, J.-B. Rodriguez, R. Haidar, F. Pardo, and J.-L. Pelouard, Appl. Phys. Lett. **105**, 141103 (2014).
18. N. Gautam, A. Barve, and S. Krishna, Appl. Phys. Lett. **101**, 221119 (2012).
19. В. С. Кривобок, Д. А. Пашкеев, А. В. Клековкин, И. И. Минаев, К. А. Савин, Г. Н. Ерошенко, А. Е. Гончаров, С. Н. Николаев, Краткие сообщения по физике ФИАН **9**, 51 (2023).

Вклад осцилляций уровня Ферми в шубниковские и магнито-межподзонные осцилляции в одиночных квантовых ямах HgTe

Г. М. Миньков^{+*1)}, О. Э. Рут⁺, А. А. Шерстобитов⁺⁺, А. В. Германенко⁺, С. А. Дворецкий[×], Н. Н. Михайлов[×]

⁺Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина, 620002 Екатеринбург, Россия

^{*}Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, 620137 Екатеринбург, Россия

[×]Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 31 мая 2024 г.

После переработки 30 июля 2024 г.

Принята к публикации 30 июля 2024 г.

Экспериментально исследованы осцилляции Шубникова–де Гааза и магнито-межподзонные осцилляции магнитосопротивления структур с одиночными квантовыми ямами HgTe шириной 10–18 нм. Спектр зоны проводимости в этих структурах расщеплен спин-орбитальным взаимодействием. Это приводит к биениям осцилляций Шубникова–де Гааза и появлению низкочастотных магнито-межподзонных осцилляций. Необычным является взаимное положение пучностей осцилляций Шубникова–де Гааза и максимумов магнито-межподзонных осцилляций – в малых магнитных полях оно прямо противоположно предсказаниям теории. Измерения в больших магнитных полях, в которых относительная амплитуда осцилляций Шубникова–де Гааза становится больше 0.2–0.3, показывают смену взаимного положения пучностей осцилляций Шубникова–де Гааза и максимумов низкочастотных осцилляций. Численные расчеты и дополнительные измерения при различных температурах показывают, что наблюдаемые эффекты обусловлены осцилляциями уровня Ферми в магнитном поле.

DOI: 10.31857/S0370274X24090078, EDN: ASJELV

1. Введение. В системах с двумерным электронным газом магнитное поле, нормальное плоскости двумерного газа, вызывает орбитальное квантование энергетического спектра. Это приводит к появлению осцилляций плотности состояний $\nu(B)$ на уровне Ферми и, как следствие, к осцилляциям магнитосопротивления – осцилляциям Шубникова–де Гааза (Shubnikov–de Haas (SdH) oscillations). Эти осцилляции периодичны по обратному магнитному полю, частота осцилляций (f) определяется концентрацией электронов в системе (n): $f = hn/eK$, где e – элементарный заряд, K – кратность вырождения уровней Ландау. Когда в энергетическом спектре существуют две ветви, концентрации электронов в ветвях n_1 и n_2 различны и это различие достаточно велико, в осцилляциях SdH появляются биения и возникают низкочастотные осцилляции с частотой, соответствующей разнице концентраций $n_3 = n_2 - n_1$. Такие осцилляции, известные как межподзонные магнитоосцилляции (MISO), возникают из-за переходов между ветвями энергетического спектра. Такие ветви возникают в структурах с несколькими подзонами размер-

ного квантования, в структурах с двойными квантовыми ямами, в широких одиночных квантовых ямах с носителями, локализованными у каждой из стенок ямы за счет кулоновского отталкивания [1–4].

Теоретические расчеты для структур с двумя ветвями спектра были сделаны во многих работах [см., например, работу [5] и ссылки в ней]. Они дают следующие выражения для SdH осцилляций

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\rho^{SdH}}{\rho_D} &= \frac{\Delta\rho_1^{SdH}}{\rho_D} + \frac{\Delta\rho_2^{SdH}}{\rho_D} \\ &\simeq \mathcal{F} \delta \left[\cos\left(\frac{2\pi f_1}{B}\right) + \cos\left(\frac{2\pi f_2}{B}\right) \right] \\ &= 2 \mathcal{F} \delta \cos\left[\frac{\pi(f_1 - f_2)}{B}\right] \cos\left[\frac{\pi(f_1 + f_2)}{B}\right], \quad (1) \end{aligned}$$

где $\rho_D = \sigma_D^{-1}$, $\delta = \exp[-\pi/(\omega_c \tau)]$, $\mathcal{F}(x) = x/\sinh(x)$ и $x = 2\pi^2 k_B T / (\hbar \omega_c)$, $\omega_c = eB/m$. А для MISO

$$\frac{\Delta\rho^{MISO}}{\rho_D} = \delta_1 \delta_2 \frac{1}{\tau_{12}} 2 \frac{n_1 \tau_1 + n_2 \tau_2}{n_1 + n_2} \cos\left[\frac{2\pi(f_1 - f_2)}{B}\right], \quad (2)$$

где $1/\tau_1$ and $1/\tau_2$ – скорость рассеяния, которая включает как переходы внутри ветвей 1 и 2, так и

¹⁾e-mail: grigori.minkov@urfu.ru

Таблица 1. Исследованные структуры и их параметры, полученные при напряжении на полевом электроде V_g , и использованные при моделировании

#	d , нм	V_g , В	n , 10^{11} см $^{-2}$	μ , см 2 /(В с)	Δ_{SOI} , мэВ
150224	10.0	4.0	8.8	3.6×10^5	11.6
190319	14.1	5.0	5.5	5.0×10^5	9.5
100623	18.0	3.8	4.5	6.5×10^5	9.9

между ними, $1/\tau_{12} = W_{12}$ – вероятность перехода между ветвями.

Эти формулы показывают, что магнитные поля, соответствующие пучностям осцилляций SdH должны совпадать с полями максимумов MISO. Амплитуда MISO должна монотонно возрастать с ростом магнитного поля и подавляться с ростом температуры значительно меньше, чем амплитуда осцилляций SdH. Именно такое поведение MISO и осцилляций SdH и наблюдается в структурах, упоминаемых выше [1–4].

Заметно по-другому ведет себя MISO в структурах, в которых две ветви спектра возникают за счет спин-орбитального взаимодействия (SOI), которое приводит к образованию двух односпиновых ветвей спектра $E^{(1)}(\mathbf{k})$ и $E^{(2)}(\mathbf{k})$, где $\mathbf{k}$ – квазиимпульс в плоскости ямы, и величина расщепления $\Delta_{\text{SOI}} = E^{(2)}(\mathbf{k}) - E^{(1)}(\mathbf{k})$. Это проявляется во взаимном положении максимумов MISO и пучностей осцилляций SdH [6, 7]. Оно прямо противоположно перечисленным выше случаям и связано с зависимостью вероятности переходов между уровнями Ландау разных ветвей.

В настоящей работе показано, что такое “аномальное” положение максимумов MISO по отношению к пучностям осцилляций SdH характерно лишь для малых магнитных полей, когда относительная амплитуда осцилляций SdH меньше 20–30 %. В больших магнитных полях наблюдается смена взаимного положения пучностей осцилляций SdH и максимумов низкочастотных осцилляций – максимумы низкочастотных осцилляций наблюдаются в тех же полях, что и пучности осцилляций SdH. Мы показываем, что причиной этого являются осцилляции уровня Ферми в магнитном поле, которые становятся существенными в больших магнитных полях.

2. Эксперимент. В настоящей работе исследованы структуры с одиночной квантовой ямой HgTe/Hg $_{1-x}$ Cd $_x$ Te ($x = 0.7$) шириной $d = 10.0, 14.1$ и 18.0 нм, выращенные методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложке GaAs [8]. Измерения проводились на холловских мостиках с шириной канала 0.5 мм и расстоянием между потенциальными контактами 0.5 мм, расположенными на расстоянии 0.75 мм от токовых контактов. При изготов-

лении полевых транзисторов в качестве подзатворного диэлектрика использовался париллен, а термически напыленный алюминий – в качестве полевого электрода. Измерения проводились на постоянном токе, в линейном режиме²⁾ в диапазоне температур 1.33 – 10.0 К. Результаты, полученные для всех исследованных структур, аналогичны. Параметры исследованных структур приведены в табл. 1. Мы рассмотрим более подробно результаты на примере структуры 190319.

3. Результаты. Зависимости продольного (ρ_{xx}) и поперечного (ρ_{xy}) магнитосопротивления от величины магнитного поля, перпендикулярного плоскости двумерного газа, для нескольких напряжений на полевом электроде (V_g) при $T = 1.33$ К для структуры 190319 ($d = 14.0$ нм) приведены на рис. 1а и б. Видно, что при $B < 0.4$ Тл ρ_{xy} линейно зависит от магнитного поля. Холловская концентрация определялась как $n_H = B/(e\rho_{xy}^{\text{le}})$, где ρ_{xy}^{le} – линейная интерполяция $\rho_{xy}(B)$.

Фурье-анализ зависимостей осциллирующей части ρ_{xx} от магнитного поля $\delta\rho = (\rho_{xx} - \rho^{\text{mon}})/\rho^{\text{mon}}$ (ρ^{mon} – монотонная часть магнитосопротивления) был проведен для всех V_g . Рисунок 1с показывает, что при $V_g = 1.0$ В в спектре Фурье наблюдается одна компонента, а с ростом V_g она расщепляется на две и, кроме того, появляется низкочастотная компонента. Интерпретация приведенных результатов становится прозрачной из рис. 2а, на котором приведены зависимости холловской концентрации и концентрации, определенной из спектров Фурье, от напряжения на полевом электроде. При $V_g = 1.0$ В наблюдается лишь одна компонента в спектре Фурье. В этом случае, как видно из рис. 2а, предполагая двукратное вырождение уровней Ландау, концентрация электронов $n = eKf/h$ при $K = 2$ совпадает с холловской концентрацией. При больших V_g , когда наблюдается расщепление спектров Фурье, кратность вырождения уровней Ландау K равна 1 и концентрация, соответствующая каждой из компонент, равна $n_{1,2} = eKf_{1,2}/h$ при $K = 1$, так что полная

²⁾Для проверки отсутствия разогрева электронов (линейности режима) записывались зависимости с токами, отличающимися в 3 раза.

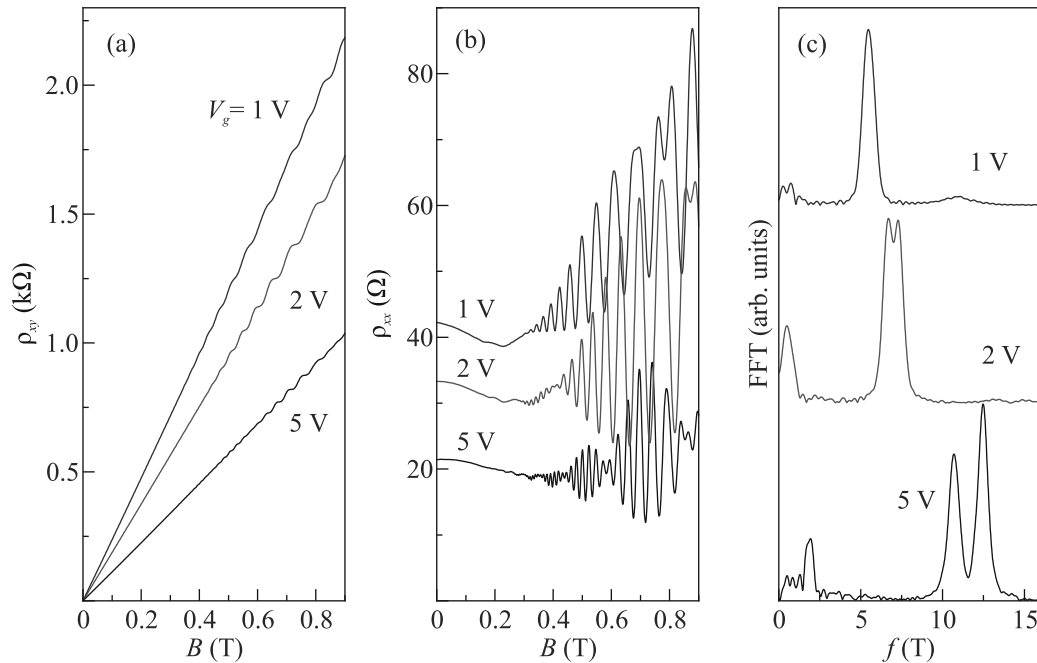


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимости ρ_{xy} (a) и ρ_{xx} (b) от магнитного поля при нескольких напряжениях на полевом электроде. (c) – Фурье-спектры зависимостей $\delta\rho(B)$. $T = 1.33$ K. Структура 190319

концентрация равна $n_1 + n_2$. Рисунок 2a показывает, что в пределах ошибки холловская концентрация n_H совпадает с $n_1 + n_2$ во всем диапазоне V_g . Концентрация, соответствующая низкочастотной компоненте n_3 , совпадает с разницей $n_1 - n_2$. Монотонный рост подвижности электронов при увеличении концентрации электронов показывает, что в этом диапазоне n заселена лишь первая подзона размерного квантования. Начало заполнения второй подзоны сопровождается достаточно резким уменьшением эффективной подвижности $\mu = \rho_{xy}(B)/[B\rho_{xx}(0)]$ при $B = 0.3$ Тл [9, 10].

Таким образом, приведенные результаты показывают, что образование двух ветвей спектра в этой структуре происходит за счет спин-орбитального взаимодействия. Величина расщепления Δ_{SOI} растет с концентрации электронов при увеличении напряжения на затворе.

Биеения высокочастотных осцилляций (HFO) обусловлены суперпозицией осцилляций магнитосопротивления носителей от двух ветвей, образовавшихся за счет спин-орбитального взаимодействия, низкочастотные осцилляции (LFO) – переходами электронов между этими подзонами. Линейность зависимости $n_H(V_g)$, совпадение n_H с $n = n_1 + n_2$, где n_1 и n_2 определены из Фурье-спектров, а также близость величины edn/dV_g к величине емкости, измеренной между полевым электродом и двумерным газом, по-

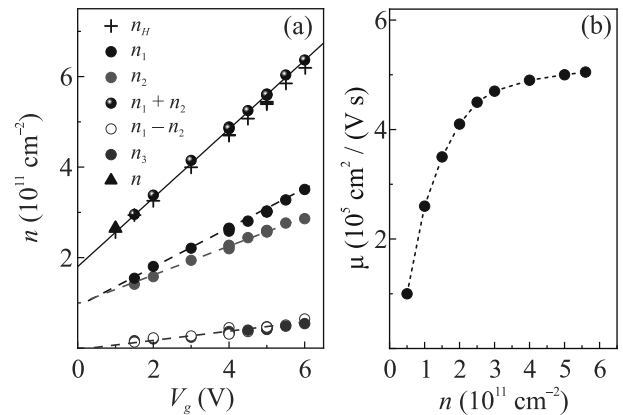


Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Концентрация электронов, определенная из эффекта Холла (n_H) при $B = 0.3$ Тл и из анализа Фурье-спектров (n_i) в зависимости от напряжения на полевом электроде V_g . (b) – Зависимости подвижности электронов от их концентрации

казывает, что концентрация электронов n не зависит от магнитного поля.

Для более детального анализа была использована Фурье-фильтрация, которая позволяет разделить вклады высокочастотных и низкочастотных осцилляций. Для примера на рис. 3 приведен Фурье-спектр осцилляций $\delta\rho$ в структуре 190319 при $V_g = 5$ В, $n = 5.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ и форма фильтров для разде-

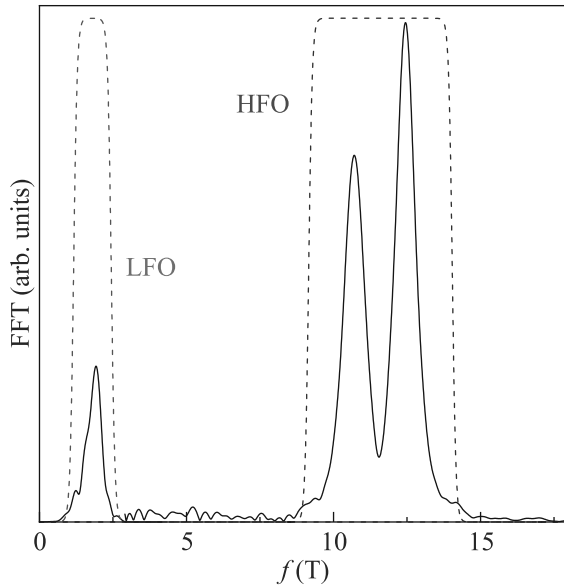


Рис. 3. (Цветной онлайн) Фурье-спектр осцилляций $\delta\rho(B)$ для структуры 190319 при $V_g = 5$ В, $n = 5.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и форма фильтров для разделения HFO и LFO. $T = 1.46$ К

ления HFO и LFO. Процедура разделения осцилляций подробно описана в работе [7]. После обратного Фурье-преобразования мы получаем разделенные вклады в $\delta\rho(B)$. Для трех исследованных структур они приведены на рис. 4.

Рисунок 4 показывает, что во всех структурах магнитные поля максимумов MISO совпадают с магнитными полями узлов осцилляций SdH. Аналогичные взаимные положения максимумов MISO и узлов осцилляций SdH наблюдается во всех исследованных нами структурах с d от 4.6 до 46 нм.

Это прямо противоположно теории (см. выражения (1) и (2)) и экспериментальным результатам в структурах с двойными квантовыми ямами и с одиночной широкой квантовой ямой [1–4].

Отметим, какие приближения были сделаны при получении выражений (1) и (2):

1. предполагалось что скорость переходов между ветвями $1/\tau_{12}$ не зависит ни от магнитного поля, ни от номеров уровней Ландау, между которыми происходят переходы;
2. пренебрегалось осцилляциями уровня Ферми с ростом магнитного поля, которые должны быть, если концентрация электронов является константой.

Рассмотрим последовательно, к каким изменениям $\delta\rho(B)$ могут привести сделанные приближения. Выполнимость первого приближения – $1/\tau_{12}$

при данной энергии Ферми является константой – представляется сомнительной. В нашем случае переходы происходят между односпинными уровнями Ландау, так что при переходе электрон должен изменить как “спин”, так и импульс (положение центра осциллятора), поэтому можно предположить, что τ_{12} имеет минимум при совпадении энергий начального и конечного состояния. Такая феноменологическая “toy model” была рассмотрена в [7]. В основе модели лежит предположение о том, что вероятность перехода между уровнями Ландау с номером i в одной зоне и j – в другой W_{ij} зависит от разности энергий этих уровней $\Delta_{ij} = |E_i^{(1)} - E_j^{(2)}|$, и она минимальна, когда эти энергии одинаковы:

$$W_{ij} = \frac{1}{\tau_{12}} \left(1 - h \frac{b^2}{\Delta_{ij}^2 + b^2} \right). \quad (3)$$

В этом случае выражение для $\Delta\rho^{\text{MISO}}$ будет иметь вид

$$\frac{\Delta\rho^{\text{MISO}}}{\rho_D} \sim B^2 \sum_i \left\{ L(E_i^{(1)}) \times \sum_j L(E_j^{(2)}) W_{ij} (E_i^{(1)} - E_j^{(2)}) \right\} \Big|_{LFC}, \quad (4)$$

где

$$L(E) = \frac{\gamma}{\pi(E - E_F)^2 + \gamma^2}, \quad (5)$$

γ – уширение уровней,

$$E_N^{(1),(2)} = \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{\Delta_{SOI}}{2}, \quad (6)$$

$$\Delta_{SOI} = \alpha\sqrt{2eB(N + 1/2)/\hbar},$$

α – константа Рашбы, LFC в (4) означает, что $\Delta\rho^{\text{MISO}}/\rho_D$ определяется низкочастотной компонентой $f_1 - f_2$ выражения в правой части (4).

Рассчитанные в рамках этой модели зависимости $\Delta\rho^{\text{MISO}}(B)$ приведены на рис. 4 для трех образцов. Видно, что взаимное положение узлов и пучностей осцилляций SdH и максимумов и минимумов $\Delta\rho^{\text{MISO}}$, соответственно, и даже сами зависимости $\Delta\rho^{\text{MISO}}(B)$ хорошо согласуются с экспериментом в малых магнитных полях. Но однозначно определить параметры h и b не удастся. Можно лишь оценить диапазон, в котором они могут находиться: $h = (0.2-0.5)$, $b = (1.0-1.5)$ мэВ.

При увеличении B такое согласие нарушается, что хорошо видно на рис. 5, на котором приведены экспериментальные зависимости $\delta\rho(B)$ для той же структуры, что на рис. 4b, но в более широком диапазоне магнитных полей.

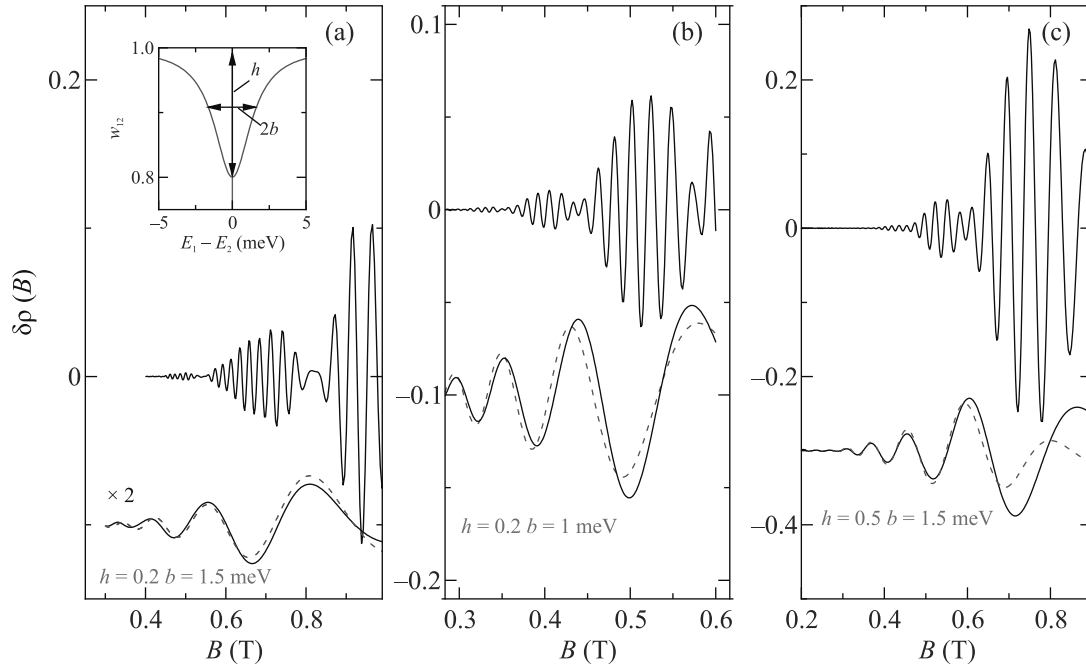


Рис. 4. (Цветной онлайн) Разделенные осцилляции $\delta\rho(B)$ для структур 150224 (a), 190319 (b) и 100623 (c). Верхние кривые – HFO. Нижние кривые – LFO, полученные фильтрацией (сплошные кривые), и кривые, рассчитанные в “toy model” с параметрами, указанными на графиках (штриховые кривые). На вставке панели (a) показана зависимость вероятности переходов между уровнями Ландау от разницы энергий уровней. $T = 4\text{ K}$

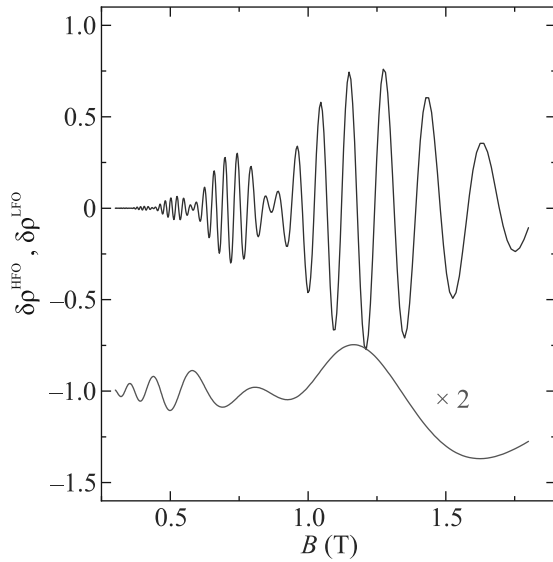


Рис. 5. (Цветной онлайн) Полевые зависимости высокочастотной и низкочастотной составляющих $\delta\rho(B)$ для структуры 190319. $T = 4\text{ K}$

Видно, что в полях до $B \simeq 0.7\text{ Тл}$ магнитные поля максимумов MISO совпадают с узлами осцилляций SdH, а минимумы – с пучностями, как было показано на рис. 4b. Но при увеличении магнитного поля такое соответствие нарушается – максимум MISO при 0.8 Тл оказывается между пучностью и узлом осцилляций SdH, а при $B = 1.2\text{ Тл}$ его поло-

жение совпадает с положением пучности. Отметим, что в этих полях амплитуда пучностей осцилляций SdH становится большой – больше $0.3\text{--}0.5$, так что это может привести к заметному вкладу осцилляций уровня Ферми.

3. Осцилляции уровня Ферми. В случае, когда концентрация носителей с ростом магнитного поля не меняется, должны возникнуть осцилляции уровня Ферми, которые могут дать вклад в зависимость магнитосопротивления от магнитного поля. Как правило, при исследованиях шубниковских осцилляций в различных системах [5], включая системы с расщепленным за счет SOI спектром [11], считается, что они пренебрежимо малы. Нам известна только одна работа, в которой проведен количественный анализ вклада осцилляций уровня Ферми в осцилляции SdH [12]. Анализ сделан для двумерного электронного газа в структурах с простым спектром GaAs/AlGaAs. Показано, что осцилляции уровня Ферми приводят лишь к малому изменению формы осцилляций плотности состояний.

Чтобы оценить количественно вклад осцилляций уровня Ферми в осцилляции $\delta\rho$ в нашем случае, когда электронный спектр расщеплен, мы смоделировали эту ситуацию.

Плотность состояний $\nu(E)$ осциллирует в магнитном поле, а концентрация носителей, равная сум-

ме плотности всех состояний под уровнем Ферми, остается постоянной, и это приводит к осцилляциям уровня Ферми. Зависимость $E_F(B)$ дается решением уравнения:

$$\int_0^{E_F(B)} \nu(E, B) dE = n, \quad (7)$$

где $\nu(E, B) = \nu_0 + \Delta\nu(E, B)$, $\Delta\nu(E, B) = -2\nu_0 \delta \cos[2\pi E/(\hbar\omega_c)]$, $\delta = \exp[-2\pi\Delta_L/(\hbar\omega_c)]$, Δ_L – уширение уровней Ландау. Если спектр имеет две ветви, возникшие в результате расщепления за счет SOI, плотность состояний равна сумме плотностей состояний в каждой ветви:

$$\nu(E, B) = \nu\left(E + \frac{\Delta_{\text{SOI}}}{2}, B\right) + \nu\left(E - \frac{\Delta_{\text{SOI}}}{2}, B\right). \quad (8)$$

Результаты расчета для $\Delta\nu(B)$ с параметрами, соответствующими структуре 190319, для которой $\delta\rho(B)$ и спектр Фурье приведены на рис. 3 и 4b, показаны на рис. 6. На вставке рис. 6 приведена зависи-

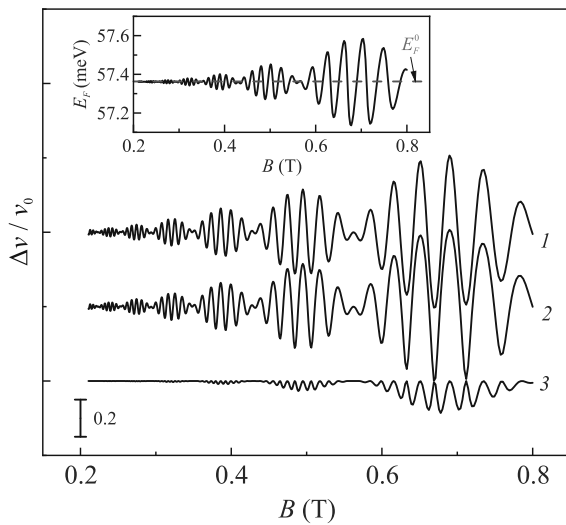


Рис. 6. (Цветной онлайн) Осцилляции плотности состояний при неизменном уровне Ферми – кривая 1 и с учетом показанных на вставке осцилляций уровня Ферми – кривая 2. Кривая 3 – разница между кривыми 2 и 1

мость $E_F(B)$, полученная для $n = 5.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $\Delta_{\text{SOI}} = 9.5 \text{ мЭВ}$. Кривая 1 на рис. 6 – это зависимость $\Delta\nu(B)/\nu_0$, рассчитанная без учета осцилляций уровня Ферми $E_F(B) = E_F^0 = \text{const}$, а кривая 2 рассчитана с учетом осцилляций уровня Ферми. Разница невелика, но видно, что учет осцилляций уровня Ферми изменяет форму кривой $\Delta\nu(B)/\nu_0$, изменение показывает кривая 3.

Фурье-анализ кривой 2 на рис. 6 показывает, что осцилляции уровня Ферми приводят к появлению низкочастотной составляющей, имеющей, как и MISO, разностную частоту (рис. 7a).

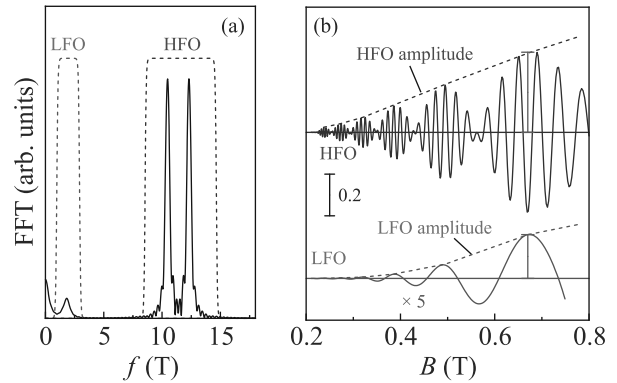


Рис. 7. (Цветной онлайн) (a) – Результат Фурье-анализа магнитопольевой зависимости плотности состояний, показанной кривой 2 на рис. 6. Штриховыми линиями показаны фильтры для разделения LFO и HFO. (b) – HFO и LFO, полученные в результате обратного Фурье-преобразования. Штриховые линии и бары показывают амплитуду осцилляций

Результат анализа Фурье и обратного Фурье-преобразования частей спектра Фурье, выделенных фильтрами, показанными на рис. 7a, приведены на рис. 7b. Видно, что, во-первых, амплитуда LFO существенно меньше амплитуды HFO (см. штриховые линии на рис. 7b)³⁾. Во-вторых, максимумы низкочастотной составляющей находятся в тех же полях, что и пучности в высокочастотной составляющей. Амплитуды максимумов LFO в зависимости от амплитуды HFO в пучности приведена на рис. 8. Эти зависимости были получены для разных концентраций и величин спин-орбитального расщепления.

Аналогичные расчеты были проведены и для случая гауссового размытия уровней: $\delta = \exp[-(\pi\Delta_G/(\hbar\omega_c))^2]$. Результаты расчетов для разных n , Δ_{SOI} и Δ_G также приведены на рис. 8. Как видно, и в этом случае величины амплитуды LFO в зависимости от амплитуды HFO ложатся на ту же кривую, что и в случае размытия Лоренца, которая может быть интерполирована функцией $y(x) = 0.5x^{2.5}$. Интерполяционная функция позволяет оценить, какова должна быть амплитуда осцилляций, обусловленных осцилляциями уровня Ферми, при известной амплитуде HFO.

³⁾ Амплитудой осцилляций мы будем считать величину, соответствующую расстоянию от проведенной огибающей до нулевой линии, как показано барами на рис. 7b.

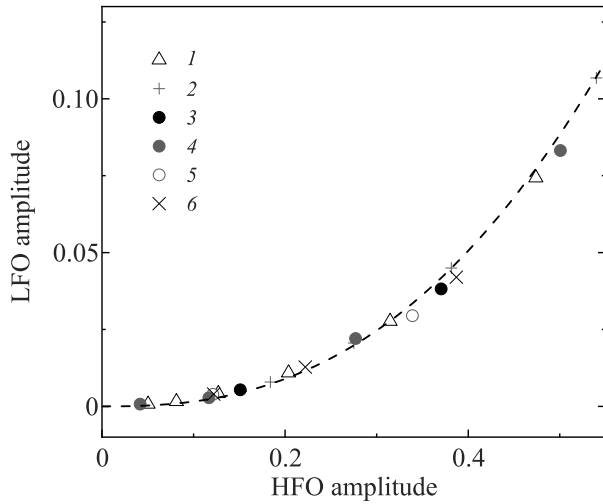


Рис. 8. (Цветной онлайн) Зависимость амплитуды LFO от амплитуды HFO рассчитанных осцилляционных зависимостей в полях, соответствующих пучностям HFO. Разные точки соответствуют различным наборам параметров в расчете: 1 – $n = 5.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\Delta_{\text{SOI}} = 9.5 \text{ мэВ}$, $\Delta_L = 0.7 \text{ мэВ}$; 2 – $n = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\Delta_{\text{SOI}} = 11.0 \text{ мэВ}$, $\Delta_L = 0.7 \text{ мэВ}$; 3 – $n = 5.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\Delta_{\text{SOI}} = 9.5 \text{ мэВ}$, $\Delta_L = 1.0 \text{ мэВ}$; 4 – $n = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\Delta_{\text{SOI}} = 11.0 \text{ мэВ}$, $\Delta_L = 1.0 \text{ мэВ}$; 5 – $n = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\Delta_{\text{SOI}} = 11.0 \text{ мэВ}$, $\Delta_L = 1.2 \text{ мэВ}$; 6 – $n = 4.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\Delta_{\text{SOI}} = 9.5 \text{ мэВ}$, $\Delta_L = 0.85 \text{ мэВ}$. Штриховая линия – функция $y = 0.5x^{2.5}$

Сравним амплитуду осцилляций, связанных с осцилляциями уровня Ферми, и MISO для исследованной нами структуры при $V_g = 5 \text{ В}$.

Интерполяционная формула $y(x) = 0.5x^{2.5}$ позволяет построить полевую зависимость амплитуды LFO, обусловленных осцилляциями уровня Ферми. Это кривая 1 на рис. 9b. Видно, что при $B < 0.5 \text{ Тл}$ амплитуда этих осцилляций меньше 0.004, и они не заметны на фоне наблюдаемых в эксперименте в малых полях осцилляций MISO. При увеличении магнитного поля растет амплитуда HFO и резко возрастает амплитуда осцилляций, вызванных осцилляциями E_F . Когда их вклад в LFO делается больше MISO, это приводит к изменению фазы LFO.

Справедливость приведенной интерпретации можно проверить, проведя измерения при низкой и высокой температурах. Действительно, при повышении температуры уменьшается амплитуда HFO, при этом амплитуда LFO, обусловленных осцилляциями уровня Ферми, должна быстро уменьшаться с ростом температуры, в то время как MISO слабо подавляются с ростом T . Результаты таких измерений приведены на рис. 10. Видно, что при повышении температуры от 1.3 К до 9.8 К

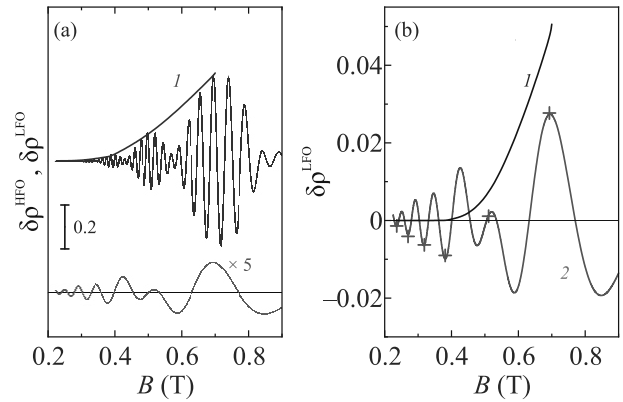


Рис. 9. (Цветной онлайн) (а) – Осцилляции $\delta\rho$, полученные в результате обратного преобразования Фурье с помощью фильтров, показанных на рис. 3. Кривая 1 – огибающая, проведенная по максимумам HFO в пучности. (б) – Кривая 1 – амплитуда осцилляций, связанных с осцилляциями уровня Ферми, кривая 2 – LFO. Крестики на кривой 2 поставлены в полях, соответствующих пучностям в HFO

амплитуда HFO уменьшается на порядок, при этом в низкочастотных осцилляциях во всем диапазоне магнитных полей пучностям в HFO соответствуют минимумы LFO и в этом случае LFO – это MISO.

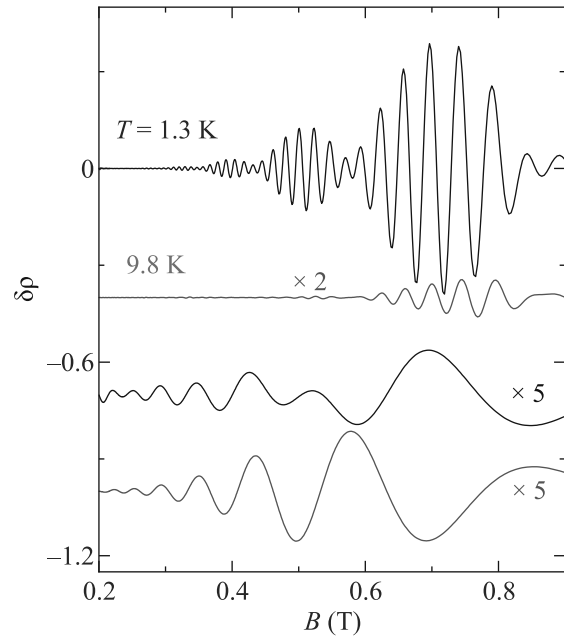


Рис. 10. (Цветной онлайн) Высокочастотные и низкочастотные компоненты $\delta\rho(B)$ для структуры 190319 при температурах 1.3 и 9.8 К

4. Заключение. Экспериментально исследованы магнито-межподзонные осцилляции в структурах с одиночной квантовой ямой HgTe шириной от 10

до 18 нм. В отличие от структур с двойной квантовой ямой и/или широкой квантовой ямой на основе нормальных (со слабым спин-орбитальным взаимодействием) полупроводников, в квантовых ямах HgTe две односпиновые электронные ветви энергетического спектра образуются за счет сильного спин-орбитального взаимодействия. Наличие двух ветвей энергетического спектра с различной концентрацией носителей приводит к биениям осцилляций Шубникова–де Гааза, которые аналогичны в квантовых ямах HgTe и других квантовых ямах с двумя ветвями энергетического спектра. Но поведение MISO отличается радикально. В обычных структурах с двумя ветвями энергетического спектра магнитные поля минимумов MISO соответствуют пучностям осцилляций SdH, как и предсказывают теоретические расчеты [5]. В квантовых ямах HgTe взаимное положение минимумов MISO относительно пучностей осцилляций SdH, как было обнаружено в [6, 7], прямо противоположно. Осцилляции SdH определяются положением уровней Ландау в окрестности энергии Ферми, а MISO, кроме этого, определяется еще и вероятностью переходов между уровнями Ландау различных ветвей спектра. Спектр зоны проводимости не имеет особенностей и, как показано экспериментально, квазиклассическое квантование магнитным полем хорошо описывает осцилляции SdH. При обсуждении вероятности переходов между уровнями Ландау в квантовых ямах HgTe необходимо учитывать, что уровни Ландау различных ветвей односпиновые, так что при переходах электрон должен изменить и “спин”, и номер уровня, поэтому вероятность таких переходов будет зависеть от разницы энергий этих уровней и иметь минимум при их совпадении. Такая феноменологическая модель, предложенная в работе [7], хорошо описывает взаимное положение минимумов MISO относительно пучностей осцилляций SdH в малых магнитных полях, когда амплитуда MISO много меньше амплитуды осцилляций SdH.

Неожиданными оказались результаты измерений в сильных магнитных полях, когда амплитуда в пучностях осцилляций SdH становится более 30 %. При этих условиях положение максимума $\delta\rho$ оказывается в тех же полях, что и пучности шубниковских осцилляций. Мы показали, что причиной этого являются осцилляции уровня Ферми в магнитном поле, которые нельзя игнорировать в сильном магнитном поле.

Моделирование осцилляций $\delta\rho(B)$ и сопоставление результатов моделирования с экспериментальными результатами при разных температурах подтверждают адекватность использованной модели.

Может возникнуть вопрос, почему суперпозиции MISO и осцилляций энергии Ферми в структурах с двумя ветвями в спектре не были обнаружены до сих пор. Ответ простой. В обычных структурах, в которых две ветви спектра образуются за счет структуры (а не за счет спин-орбитального взаимодействия, как в квантовых ямах HgTe) фазы MISO и осцилляций, обусловленных осцилляциями энергии Ферми, одинаковы. Поэтому осцилляции уровня Ферми, возникающие в сильных магнитных полях, изменяют лишь полевую зависимость низкочастотных осцилляций, что делает задачу о выделении этого вклада в полевую зависимость амплитуды $\delta\rho$ трудно решаемой.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках госзадания (проект FEUZ-2023-0017, тема “Электрон” # 122021000039-4).

Конфликт интересов. У авторов данной работы нет конфликта интересов.

1. В. М. Поляновский, ФТП **22**, 2230 (1988).
2. D. R. Leadley, R. Fletcher, R. J. Nicholas, F. Tao, C. T. Foxon, and J. J. Harris, Phys. Rev. B **46**, 12439 (1992).
3. N. C. Mamani, G. M. Gusev, O. E. Raichev, T. E. Lamas, and A. K. Bakarov, Phys. Rev. B **80**, 075308 (2009).
4. N. C. Mamani, G. M. Gusev, E. C. F. da Silva, O. E. Raichev, A. A. Quivy, and A. K. Bakarov, Phys. Rev. B **80**, 085304 (2009).
5. I. A. Dmitriev, A. D. Mirlin, D. G. Polyakov, and M. A. Zudov, Rev. Mod. Phys. **84**, 1710 (2012).
6. Г. М. Миньков, О. Э. Рут, А. А. Шерстобитов, С. А. Дворецкий, Н. Н. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **110**, 274 (2019).
7. G. M. Minkov, O. E. Rut, A. A. Sherstobitov, S. A. Dvoretzki, N. N. Mikhailov, V. A. Solov'ev, M. Yu. Chernov, S. V. Ivanov, and A. V. Germanenko, Phys. Rev. B **101**, 245303 (2020).
8. N. N. Mikhailov, R. N. Smirnov, S. A. Dvoretzki, Yu. G. Sidorov, V. A. Shvets, E. V. Spesivtsev, and S. V. Rykhliitski, Int. J. Nanotechnology **3**, 120 (2006).
9. D. A. Khudaiberdiev, M. L. Savchenko, D. A. Kozlov, N. N. Mikhailov, and Z. D. Kvon, Appl. Phys. Lett. **121**, 083101 (2022).
10. G. M. Minkov, V. Y. Aleshkin, O. E. Rut, A. A. Sherstobitov, S. A. Dvoretzki, N. N. Mikhailov, and A. V. Germanenko, Phys. Rev. B **106**, 085301 (2022).
11. С. И. Дорожкин, ЖЭТФ **162**, 598 (2022).
12. Akira. Endo and Y. Iye, Phys. Soc. Jpn. **77**, 064713 (2008).

Локальная диагностика спиновых дефектов в облученных SiC-диодах Шоттки

К. В. Лихачев⁺¹⁾, А. М. Скоморохов⁺, М. В. Учаев⁺, Ю. А. Успенская⁺, В. В. Козловский*,
М. Е. Левинштейн⁺, И. А. Елисеев⁺, А. Н. Смирнов⁺, Д. Д. Крамущенко⁺, Р. А. Бабунц⁺, П. Г. Баранов⁺

⁺ Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

* Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 23 июля 2024 г.

После переработки 31 июля 2024 г.

Принята к публикации 31 июля 2024 г.

Впервые зарегистрированы спектры антипересечения спиновых подуровней и идентифицированы центры окраски со спином $S = 3/2$ в коммерчески доступных диодах Шоттки на основе 4H-SiC, подвергнутых облучению электронами с энергией 0.9 МэВ или протонами с энергией 15 МэВ. Показано влияние дозы облучения на процесс дефектообразования. Продемонстрировано, что повышение температуры, при которой проводилось облучение протонами, играет роль краткосрочного отжига, приводящего к уменьшению концентрации точечных дефектов.

DOI: 10.31857/S0370274X24090081, EDN: DHDATJ

Введение. В последнее десятилетие спиновые центры окраски в карбиде кремния (SiC), которые представляют собой точечные дефекты в кристаллической решетке SiC, находят применение в квантовой фотонике, квантовой обработке информации, квантовых сетях и квантовом зондировании. В карбиде кремния имеются два семейства спиновых центров окраски, триплетные ($S = 1$) и квартетные ($S = 3/2$), обладающие уникальным свойством оптического выстраивания населенностей спиновых подуровней при комнатной температуре [1–3]. Центры окраски с целочисленным спином в SiC – это дивакансии, состоящие из вакансии кремния, рядом с которой расположена вакансия углерода, связанные ковалентной связью (известные как P6/P7) [4, 5]. Центр окраски со спином $S = 3/2$ представляют собой отрицательно заряженную вакансию кремния в парамагнитном состоянии [6, 7], которая, согласно данным двойного электронно-ядерного резонанса [8], нековалентно связана с нейтральной вакансией углерода в непарамагнитном состоянии. Эти центры окраски обладают аксиальной симметрией вдоль оси с кристалла. Центры окраски со спином $S = 3/2$ принято обозначать по соответствующим бесфононным линиям фотолюминесценции (ФЛ). В политипе 4H-SiC имеются две ярко выраженные бесфононные линии – V1, V2 [9]. В рамках данной работы особое внимание будет уделено отрицательно заряженной ва-

кансии кремния со спином $S = 3/2$, которая также обозначается в соответствии с положением ее бесфононной линии V2.

Именно кремниевые вакансии (V_{Si}) с полупцелым спином $S = 3/2$ и квадруплетным основным состоянием благодаря яркой и стабильной ФЛ, умеренному значению спинового расщепления в нулевом поле, слабому уширению спиновых подуровней, а также благодаря возможности одновременного измерения магнитного поля, электрического поля и температуры, являются более привлекательными для квантовых применений [9]. Поскольку тонкая структура V_{Si} чувствительна к внешним полям, изменению температуры, механическому давлению, эти центры могут найти применение в сенсорике и метрологии [10, 11]. Например, V_{Si} центры в SiC позволяют проводить высокочувствительную полностью оптическую магнитометрию без использования резонансных СВЧ-полей при помощи методики оптической регистрации антипересечения уровней (LAC – *level anticrossing*) [12], которая основана на изменении интенсивности ФЛ в области антипересечения спиновых подуровней. Данный метод может обладать высоким пространственным разрешением при совмещении с атомно-силовой микроскопией [13].

Способность электронных приборов на основе карбида кремния работать в условиях высоких температур и высокой радиации [14], а также ранее продемонстрированный электрически регистрируемый магнитный резонанс с использованием

¹⁾ e-mail: likhachevkv@mail.ioffe.ru

Таблица 1. Параметры облучения диодов Шоттки компании Cree на основе 4H-SiC

Образец	Вид облучения	Энергия облучения	Доза облучения	Температура облучения
E1	e^-	0.9 МэВ	$1.3 \times 10^{17} \text{ см}^{-2}$	300 К
E2	e^-	0.9 МэВ	$3 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$	300 К
P1	p^+	15 МэВ	$1 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$	300 К
P2	p^+	15 МэВ	$1 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$	425 К
P3	p^+	15 МэВ	$1 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$	575 К
P4	p^+	15 МэВ	$2 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$	575 К

спин-зависимой рекомбинации [15] в диодных структурах на основе карбида кремния подталкивают ученых к поиску недорогих и простых решений для магнитометрии без применения радиочастотных компонентов.

Экспериментальная часть. В данной работе исследовались 4H-SiC диоды Шоттки JBSCPW3-1700-S010B [16] с блокирующим напряжением 1700 В, исходной концентрацией электронов в базе $n_0 \approx 3.4 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$, толщиной базы $W \approx 20 \text{ мкм}$ и средним значением выпрямляющего тока 10 А. Для создания центров окраски путем облучения диоды были разделены на две группы. Облучение первой группы диодов проводили электронами с энергией 0.9 МэВ и дозами $\Phi = 3 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$ и $\Phi = 1.3 \times 10^{17} \text{ см}^{-2}$ при температуре 300 К на импульсном ускорителе РТЭ-1В (resonant transformer accelerator). Вторая группа образцов подвергалась облучению протонами с энергией 15 МэВ и дозами $\Phi = 1 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$ и $\Phi = 2 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$ в диапазоне температур 300–575 К на малогабаритном циклотроне MGTs-20 [17].

Параметры облучения диодов представлены в табл. 1. В качестве реперного образца, образца для сравнения (Ref), использовалась пластина коммерческого карбида кремния гексагонального поли типа 4H-SiC с низкой концентрацией азота, выращенного стандартным методом сублимации. Имплантация центров окраски в монокристалл 4H-SiC производится путем облучения образца потоком электронов $\Phi \sim 10^{18} \text{ см}^{-2}$ с энергией 2 МэВ при комнатной температуре. Этот способ облучения используется для гарантированного создания ансамблей спиновых центров с большой концентрацией, что дает возможность использовать такой кристалл в качестве полностью оптического датчика векторного магнитного поля [18].

Измерения микрофотолюминесценции (μ -ФЛ) при температуре $T_{\text{exp}} = 80 \text{ К}$ проводились с помощью спектрометра LabRAM HREvo UV-VIS-NIR-Open (Horiba, France), оснащенного конфокальным микроскопом и приставкой для температурной

микроскопии Linkam THM600. Для возбуждения спектров μ -ФЛ использовалась линия $\lambda = 633 \text{ нм}$ He-Ne-лазера. Лазерный луч фокусировался на поверхности образца объективом в пятно диаметром $\sim 2 \text{ мкм}$.

Спектроскопия антипересечения энергетических подуровней центров окраски с $S = 3/2$ проводилась при комнатной температуре на полностью оптическом комплексе в виде ЛАС-спектрометра, выполненного на базе сканирующего конфокального оптического микроскопа NT MDT SI. Спектры ЛАС регистрировались с разверткой и модуляцией магнитного поля в режиме синхронного детектирования ФЛ при одинаковых условиях эксперимента для всех исследуемых образцов. Для оптического возбуждения спиновых подуровней использовался полупроводниковый инфракрасный (ИК) лазер с длиной волны $\lambda = 785 \text{ нм}$ и мощностью 150 мВт. Измерения проводились с использованием объектива со стократным увеличением, числовой апертурой $NA = 0.9$ и диаметром пинхола 100 мкм, что позволяет достичь разрешения регистрации в латеральной плоскости порядка $\sim 1 \text{ мкм}$. Развертка сканирующего магнитного поля B_0 осуществлялась при помощи электромагнита в диапазоне от 0 до 5 мТл с шагом 0.025 мТл и амплитудой модуляции 0.04 мТл. Постоянная времени при записи спектра ЛАС составляла 30 с. Сканирующее магнитное поле B_0 было ориентировано вдоль оси кристалла c . В центре соленоида градиент магнитного поля в области с диаметром 2 мм составил $\sim 1 \times 10^{-2} \text{ Тл/м}$ при создаваемом поле около 30 мТл. Таким образом, за счет субмикронного объема сбора ФЛ достигается достаточная однородность магнитного поля, не приводящая к уширению линий в спектрах ЛАС.

Результаты и обсуждение. Центры V2 (отрицательно заряженные вакансии кремния с полуполным спином $S = 3/2$) в нулевом магнитном поле имеют квадруплетную структуру спиновых уровней основного состояния, представляющую собой два крамеровских дублета, которые расщеплены кристал-

лическим полем на величину $2D \sim 70$ МГц [19]. Населенности спиновых подуровней основного состояния из-за слабого расщепления тонкой структуры между подуровнями $M_S = \pm 1/2$ и $M_S = \pm 3/2$ при комнатной температуре подчиняются распределению Больцмана и заселены практически одинаково. Схема энергетических уровней спинового центра V2 в 4H-SiC, имеющего $S = 3/2$ как в основном состоянии (ground state – GS), так и в возбужденном состоянии (*excited state* – ES) представлена на рис. 1.

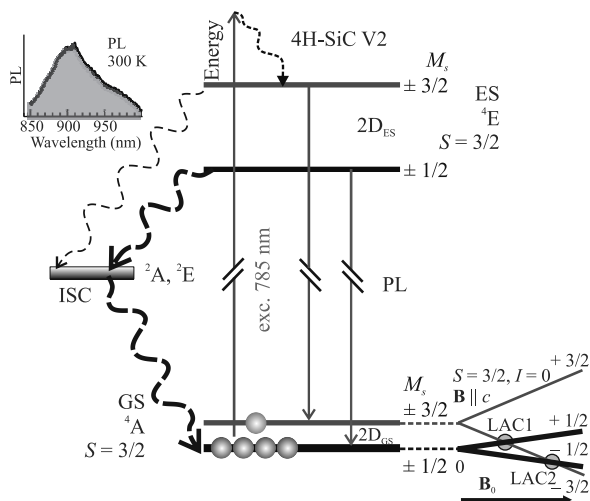


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема энергетических уровней спинового центра V2 в 4H-SiC, имеющего $S = 3/2$ как в основном (ground state – GS), так и в возбужденном состояниях (*excited state* – ES). Нерезонансные переходы из GS в ES происходят при возбуждении ИК лазером с последующей релаксацией на нижние уровни возбужденного состояния 4E . Рекомбинация из возбужденного состояния 4E в основное 4A возможна как с сохранением спина и излучением ФЛ, так и без излучения и без сохранения спина из возбужденного состояния 4E в промежуточное метастабильное состояние (ISC) с последующим переходом из метастабильного состояния в основное 4A состояние. Благодаря спин-селективному характеру переходов населенности центра V2 выстраиваются – заселяются нижние подуровни с $M_S = \pm 1/2$, а подуровни $M_S = \pm 3/2$ опустошаются. На вставке слева приведен характерный спектр ФЛ 4H-SiC

Нерезонансные переходы из основного в возбужденное состояние происходят при возбуждении ИК лазером с последующей релаксацией на нижние уровни возбужденного состояния 4E . Рекомбинация из возбужденного состояния 4E в основное 4A возможна как с сохранением спина и излучением ФЛ, спектр которой показан на вставке рис. 1, так и без излучения ФЛ и без сохранения спина из возбужденного состояния 4E в промежуточное метастабильное со-

стояние, так называемое межсистемное пересечение (*inter-system crossing* – ISC) с последующим переходом из метастабильного состояния в основное состояние 4A . После нескольких циклов оптического возбуждения благодаря спин-селективному характеру переходов населенности центра V2 выстраиваются – заселяются нижние подуровни с $M_S = \pm 1/2$, а подуровни $M_S = \pm 3/2$ опустошаются [20].

В случае приложения постоянного магнитного поля B_0 вдоль оси с кристалла энергетические подуровни основного состояния с проекциями спина $M_S = \pm 1/2$ и $M_S = \pm 3/2$ будут линейно расщепляться, как это схематично показано на вставке справа внизу рис. 1. Используются следующие обозначения для волновых функций электронов в состоянии $S = 3/2$: $M_S = \pm 1/2$ и $M_S = \pm 3/2$. Подуровни, соответствующие нижним состояниям $M_S = \pm 1/2$, отмечены более толстыми линиями, чтобы подчеркнуть преимущественное заселение этих подуровней в результате оптического выстраивания.

В момент, когда постоянное магнитное поле B_0 достигает значения, при котором два энергетических подуровня спиновой системы пересекаются, физические свойства квантовой системы изменяются, при этом антипересечение уровней реализуется, если два состояния, которые в первом приближении должны пересекаться, связаны дополнительным возмущением. В области LAC оптические свойства системы изменятся, так как из-за взаимодействия между спинами происходят так называемые переходы flip-flop, при которых два или больше спинов одновременно осуществляют переходы с сохранением общей энергии, пытаясь привести систему населенностей уровней к равновесию. В результате LAC приводят к появлению ярко выраженных особенностей в магнитополовой зависимости интенсивности ФЛ спиновых центров. LAC можно рассматривать как ОДМР с нулевой частотой.

Вследствие относительно небольшого нулевого расщепления спиновых уровней D, антипересечения можно детектировать по изменению сигнала ФЛ в малых полях. Кружками на вставке справа рис. 1 обозначены области первого и второго антипересечения (LAC1, LAC2 соответственно) основного состояния 4A .

Регистрация спектров LAC проводилась на лицевой стороне диодов Шоттки в области узкой полосы карбида кремния вблизи края структуры, так как именно здесь наблюдались максимальные значения интегральной ФЛ и сигналов LAC. Запись спектров в других точках была затруднена из-за металлизации и полимерной изоляции диодов. На рисунке 2а пока-

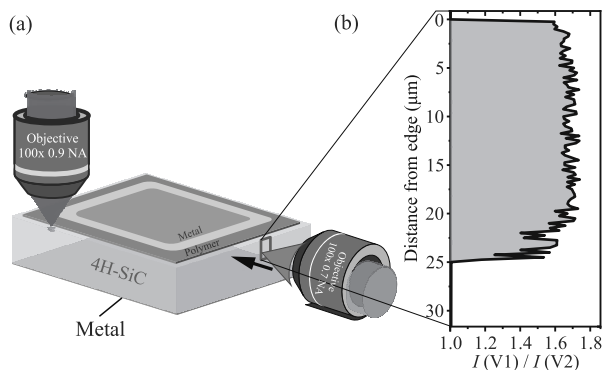


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Область регистрации ФЛ и спектров ЛАС; ось кристалла c сонаправлена с осью развертки магнитного поля и направлением сбора ФЛ. (б) – Профиль распределения интенсивности ФЛ центров окраски по глубине. Наибольшая интенсивность ФЛ проявляется в приповерхностном слое 4H-SiC

зана область, в которой производилась регистрация ФЛ и спектров ЛАС. Профиль ФЛ центров окраски по глубине, представленный на рис. 2б, был получен в геометрии “на отражение” при попадании возбуждающего излучения на торец образца. Профиль ФЛ позволяет предположить, что концентрация V_{Si} в исследуемых диодах Шоттки остается постоянной во всем эпитаксиальном слое, толщина которого, согласно паспортным данным $W \approx 20$ мкм. Поскольку концентрация легирующей примеси в подложке на несколько порядков выше, чем в эпитаксиальном слое ($n \approx 5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$), отсутствие фотолуминесценции центров окраски в области, относящейся к подложке, может быть объяснено смещением уровней Ферми и изменением зарядового состояния центров V_{Si} [21].

На рисунке 3а представлены низкотемпературные спектры μ -ФЛ полученные для всех исследуемых диодов Шоттки (E1-E2 и P1-P4), а также для реперного монокристалла 4H-SiC (Ref). Все измерения для диодов Шоттки были выполнены в геометрии “на отражение” при попадании возбуждающего излучения на торец образца, что позволяет регистрировать компоненты эмиссионного излучения как параллельную ($E \parallel c$), так и перпендикулярную ($E \perp c$) гексагональной оси c 4H-SiC. Использование такой геометрии эксперимента позволяет регистрировать ортогонально поляризованные компоненты $V1' = 859 \text{ нм}$ ($E \parallel c$) и $V1 = 862 \text{ нм}$ ($E \perp c$), а также линию $V2 = 917 \text{ нм}$ ($E \perp c$) [22–24]. В силу технических причин, для реперного монокристалла 4H-SiC измерения были возможны только от плоскости, перпендикулярной гексагональной оси c ($E \perp c$). В этом слу-

чае в спектрах μ -ФЛ регистрировались только две линии $V1$ (862 нм) и $V2$ (917 нм). Линии $V1'$, $V1$ и $V2$ обозначены вертикальными пунктирными линиями на рис. 3а. Видно, что интенсивность бесфонных линий $V1$ и $V2$ не имеет существенных отличий для образцов P1-P4, облученных протонами, в то время как для образцов E1-E2, облученных электронами, она значительно варьируется. Более того, интенсивность спектра μ -ФЛ для электронно-облученных образцов более чем на порядок превышает интенсивность спектра μ -ФЛ протонно-облученных образцов.

На рисунке 3б–д показаны сигналы ЛАС для центров $V2$ с $S = 3/2$ в основном состоянии (GS), зарегистрированные при комнатной температуре по изменению интенсивности ФЛ. Ось c в исследуемых образцах ориентирована перпендикулярно плоскости. Спиновые центры ориентированы вдоль оси c кристалла, и сканирующее магнитное поле B_0 ориентировано параллельно оси спиновых центров. На рисунке 3б голубым цветом представлен спектр ЛАС образца Ref, зарегистрированный с амплитудой модуляции магнитного поля 1 мкТл. На спектре отчетливо видны сателлиты, которые возникают в результате антипересечения подуровней в магнитном поле с учетом сверхтонких взаимодействий с одним ядром изотопа ^{29}Si во второй координационной сфере относительно вакансии кремния, входящей в состав спинового центра. Увеличение амплитуды модуляции магнитного поля до 40 мкТл при записи спектров ЛАС позволило значительно увеличить полезный сигнал, но привело к искажению формы спектров и исчезновению линий, связанных со сверхтонкими взаимодействиями с одним ядром изотопа ^{29}Si .

Спектры ЛАС на рис. 3б для образцов E1 и E2, облученных электронами, демонстрируют увеличение амплитуды сигнала с ростом дозы облучения. Для более наглядного сопоставления спектров образцов Ref, E1 и E2 были изменены их масштабы: масштаб спектра ЛАС образца Ref был уменьшен в 1000 раз, а масштаб образца E2 – увеличен в 2 раза. Стоит отметить, что на низкотемпературном спектре ФЛ образца E2 отсутствует бесфонная линия $V2$. Тем не менее метод регистрации антипересечения спиновых подуровней позволяет зарегистрировать спектр ЛАС и тем самым идентифицировать образование центров окраски со спином $S = 3/2$. Это говорит о том, что метод обладает высокой чувствительностью и позволяет однозначно связать ФЛ при комнатной температуре с образованием V_{Si} центров.

В таблице 2 для каждого из исследуемых образцов приведены значения отношения сигнал/шум в спектрах ЛАС.

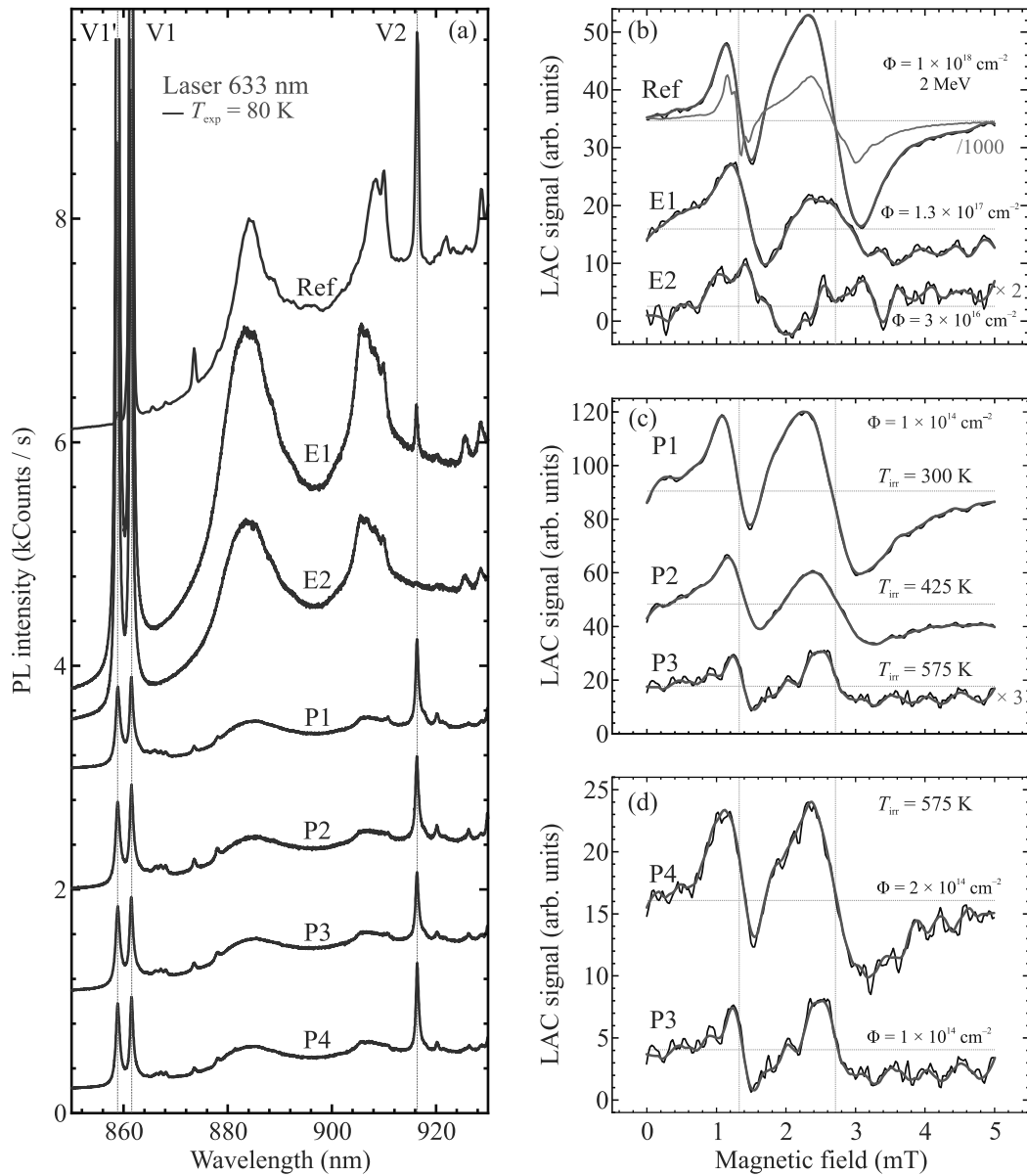


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Спектры μ -ФЛ реперного монокристалла 4H-SiC (Ref), образцов E1–E2, облученных электронами, и образцов P1–P4, облученных протонами в различных условиях. (b) – Спектры LAC образца Ref и образцов E1–E2, облученных электронами различными дозами. Голубая кривая – спектр LAC образца Ref, зарегистрированный с амплитудой модуляции магнитного поля 1 мкТл. (c) – Спектры LAC образцов P1–P3, облученных протонами с одинаковой дозой и разными температурами облучения, обозначенными T_{irr} над кривыми; (d) – Спектры LAC образца P3–P4, облученных протонами с разными дозами при одинаковых температурах (T_{irr}) облучения. Для всех спектров LAC красными линиями показано сглаживание методом Савицкого–Голея по 5 точкам; ось кристалла с направлена вдоль развертки магнитного поля B_0

На рисунке 3с показаны спектры LAC образцов P1, P2 и P3, облученных протонами с одинаковой энергией и дозой, но разными температурой облучения: 300, 425 и 575 K соответственно. Для удобства сравнения масштаб спектра P3 увеличен в 3 раза. Повышение температуры облучения протонами приво-

дит к уменьшению отношения сигнал/шум (табл. 2) в спектрах LAC (погрешность вычисления параметра составила порядка 5%). Предполагается, что увеличение температуры облучения протонами играет роль краткосрочного отжига. Его влияние на уменьшение ФЛ диодов Шоттки схоже с влиянием отжи-

Таблица 2. Коэффициенты сигнал/шум в спектрах ЛАС исследуемых диодов Шоттки

Образец	Ref	E1	E2	P1	P2	P3	P4
Сигнал/шум в спектрах ЛАС, дБ	25.42	6.63	3.00	10.82	7.57	3.02	6.21

га образцов карбида кремния, облученных ионами водорода [25]. Такой отжиг может увеличивать подвижность V_{Si} и V_C спиновых центров [26], приводящую к образованию дивакансий.

Образец Р4 был облучен двукратной дозой протонов по сравнению с образцом Р3 при той же температуре 575 К. Спектры ЛАС образцов Р4 и Р3 представлены на рис. 3д. Увеличение дозы облучения протонами, как и в случае с облучением электронами, приводит к увеличению отношения сигнал/шум в спектрах ЛАС.

Смещение положений линий ЛАС вдоль оси разворотки магнитного поля B_0 , а также изменение формы спектра ЛАС может быть вызвано присутствием ферромагнитных примесей в слое металлизации диодов Шоттки, которые даже при малых концентрациях могут создавать магнитное поле, сопоставимое с магнитным полем земли.

Заключение. Впервые на базе коммерчески доступных диодов Шоттки на основе 4H-SiC при облучении электронами с энергией 0.9 МэВ или протонами с энергией 15 МэВ продемонстрирована полностью оптическая регистрация антипересечения спиновых подуровней, идентифицированы спиновые центры окраски со спином $S = 3/2$. Установлено, что увеличение интегрального потока электронов облучения от 3×10^{16} до $1.3 \times 10^{17} \text{ см}^{-2}$ и потока протонов от 1×10^{14} до $2 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$ приводит к росту отношения сигнал/шум в спектрах ЛАС. Повышение температуры облучения протонами с 300 до 575 К играет роль краткосрочного отжига, приводящего к уменьшению отношения сигнал/шум в спектрах ЛАС, что свидетельствует о снижении эффективности радиационного дефектообразования, приводящего к уменьшению точечных дефектов. Эти выводы хорошо согласуются с результатами изменения электрических свойств тех же образцов под влиянием протонного и электронного облучения, представленных в работах [27, 28]. Полученные результаты позволяют оптимизировать параметры радиационного легирования полупроводниковых приборов.

Представленные в настоящей работе исследования открывают возможность использования в качестве платформ для реализации магнитометрии го-

товые приборные структуры. Методика полностью оптической спектроскопии ЛАС может быть использована в качестве первичного анализа присутствия спиновых центров со спином $S = 3/2$ для дальнейшего рассмотрения исследуемой структуры в качестве сенсора магнитного поля.

Финансирование работы. Исследование Ю. А. Успенской, В. В. Козловского, М. Е. Левинштейна, И. А. Елисеева выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 22-12-00003, <https://rscf.ru/project/22-12-00003/>, исследование Р. А. Бабунца выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект # 075-15-2021-1349).

Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. P. G. Baranov, I. V. Il'in, E. N. Mokhov, M. V. Muzafarova, S. B. Orlinskii, and J. Schmidt, JETP Lett. **82**, 441 (2005).
2. P. G. Baranov, A. P. Bundakova, I. V. Borovykh, S. B. Orlinskii, R. Zondervan, and J. Schmidt, JETP Lett. **86**, 202 (2007).
3. R. A. Babunts, Yu. A. Uspenskaya, A. P. Bundakova, G. V. Mamin, E. N. Mokhov, and P. G. Baranov, JETP Lett. **118**, 629 (2023).
4. D. J. Christle, A. L. Falk, P. Andrich, P. V. Klimov, J. U. Hassan, N. T. Son, E. Janzén, T. Ohshima, and D. D. Awschalom, Nature Mater. **14**, 160 (2014).
5. H. J. von Bardeleben, J. L. Cantin, A. Csóré, A. Gali, E. Rauls, and U. Gerstmann, Phys. Rev. B **94**, 121202 (2016).
6. V. S. Vainer and V. A. Il'in, Sov. Phys. Solid State **23**, 2126 (1981).
7. J. Isoya, T. Umeda, N. Mizuochi, N. T. Son, E. Janzén, and T. Ohshima, Phys. Status Solidi (b) **245**, 1298 (2008).
8. V. A. Soltamov, B. V. Yavkin, D. O. Tolmachev, R. A. Babunts, A. G. Badalyan, V. Y. Davydov, E. N. Mokhov, I. I. Proskuryakov, S. B. Orlinskii, and P. G. Baranov, Phys. Rev. Lett. **115**, 247602 (2015).
9. P. G. Baranov, A. P. Bundakova, A. A. Soltamova, S. B. Orlinskii, I. V. Borovykh, R. Zondervan, R. Verberk, and J. Schmidt, Phys. Rev. B **83**, 125203 (2011).
10. H. Kraus, V. A. Soltamov, F. Fuchs, D. Simin, A. Sperlich, P. G. Baranov, G. V. Astakhov, and V. Dyakonov, Sci. Rep. **4**, 5303 (2014).
11. O. O. Soykal and T. L. Reinecke, Phys. Rev. B **95**, 081405 (2017).
12. D. Simin, V. A. Soltamov, A. V. Poshakinskiy, A. N. Anisimov, R. A. Babunts, D. O. Tolmachev, E. N. Mokhov, M. Trupke, S. A. Tarasenko, A. Sperlich, P. G. Baranov, V. Dyakonov, and G. V. Astakhov, Phys. Rev. X **6**, 031014 (2016).

13. K. V. Likhachev, I. D. Breev, S. V. Kidalov, P. G. Baranov, S. S. Nagalyuk, A. V. Ankudinov, and A. N. Anisimov, *JETP Lett.* **116**, 840 (2022).
14. A. A. Lebedev, V. V. Kozlovski, K. S. Davydovskaya, and M. E. Levinshtein, *Materials* **14**, 4976 (2021).
15. C. J. Cochrane and P. M. Lenahan, *J. Appl. Phys.* **112**, 123714 (2012).
16. Details, datasheet, quote on part number: CPW3-1700-S010BWP. <https://www.digchip.com/datasheets/parts/datasheet/2101/CPW3-1700-S010B-WP.php>; (2021).
17. L. F. Zakharenkov, V. V. Kozlovski, and B. A. Shustrov, *Phys. Status Solidi A* **117**, 85 (1990).
18. K. V. Likhachev, I. P. Veyshtort, M. V. Uchaev, A. V. Batueva, V. V. Yakovleva, A. S. Gurin, R. A. Babunts, and P. G. Baranov, *JETP Lett.* **119**, 78 (2024).
19. S. Orlinski, J. Schmidt, E. Mokhov, and P. Baranov, *Phys. Rev. B* **67**, 125207 (2003).
20. P. G. Baranov, H.-J. von Bardeleben, F. Jelezko, and J. Wrachtrup, *Magnetic Resonance of Semiconductors and Their Nanostructures: Basic and Advanced Applications: Springer Series in Materials Science*, Springer-Verlag GmbH Austria (2017), v. 253, ch. 6.
21. M. E. Bathen, A. Galeckas, J. Muting, H. M. Ayedh, U. Grossner, J. Coutinho, Y. K. Frodason, and L. Vines, *npj Quantum Inf.* **5**, 111 (2019).
22. E. Sörman, W. M. Chen, N. T. Son, C. Hallin, J. L. Lindström, B. Monemar, and E. Janzén, *Mat. Sci. Forum* **264**, 473 (1998).
23. Mt. Wagner, B. Magnusson, W. M. Chen, E. Janzén, E. Sörman, C. Hallin, and J. L. Lindström, *Phys. Rev. B* **62**, 16555 (2000).
24. E. Janzen, A. Gali, P. Carlsson, A. Gallstrom, B. Magnusson, and N. T. Son, *Physica B: Condensed Matter* **404**, 4354 (2009).
25. J.-F. Wang, Q. Li, F.-F. Yan, H. Liu, G.-P. Guo, W.-P. Zhang, X. Zhou, L.-P. Guo, Z.-H. Lin, J.-M. Cui, X.-Y. Xu, J.-S. Xu, C.-F. Li, and G.-C. Guo, *ACS Photonics* **6**, 1736 (2019).
26. E. M. Y. Lee, A. Yu, J. J. de Pablo, and G. Galli, *Nat. Commun.* **12**, 6325 (2021).
27. A. A. Lebedev, V. V. Kozlovski, M. E. Levinshtein, D. A. Malevsky, G. A. Oganessian, A. M. Strel'chuk, and K. S. Davydovskaya, *Semiconductors* **56**, 189 (2022).
28. A. A. Лебедев, Д. А. Малевский, В. В. Козловский, М. Е. Левинштейн, *ФТП* **57**, 743 (2023).

Crossover from relativistic to non-relativistic net magnetization for MnTe altermagnet candidate

N. N. Orlova¹⁾, A. A. Avakyants, A. V. Timonina, N. N. Kolesnikov, E. V. Deviatov

Institute of Solid State Physics of the Russian Academy of Sciences, 142432 Chernogolovka, Russia

Submitted 9 August 2024

Resubmitted 9 August 2024

Accepted 9 August 2024

We experimentally study magnetization reversal curves for MnTe single crystals, which is the altermagnetic candidate. Above 85 K temperature, we confirm the antiferromagnetic behavior of magnetization M , which is known for α -MnTe. Below 85 K, we observe anomalous low-field magnetization behavior, which is accompanied by the sophisticated $M(\alpha)$ angle dependence with beating pattern as the interplay between $M(\alpha)$ maxima and minima: in low fields, $M(\alpha)$ shows ferromagnetic-like 180° periodicity, while at high magnetic fields, the periodicity is changed to the 90° one. This angle dependence is the most striking result of our experiment, while it can not be expected for standard magnetic systems. In contrast, in altermagnets, symmetry allows ferromagnetic behavior only due to the spin-orbit coupling. Thus, we claim that our experiment shows the effect of weak spin-orbit coupling in MnTe, with crossover from relativistic to non-relativistic net magnetization, and, therefore, we experimentally confirm altermagnetism in MnTe.

DOI: 10.31857/S0370274X24090096, EDN: FKBHIA

Recently, the concept of spin-momentum locking was extended to the case of weak spin-orbit coupling, i.e. to the non-relativistic groups of magnetic symmetry [1, 2]. As a result, a new class of altermagnetic materials has been added to usual ferro- and antiferro-magnetic classes. For altermagnetics, the small net magnetization is accompanied by alternating spin-momentum locking in the k -space, so the unusual spin splitting is predicted [1, 3]. For example, RuO₂ altermagnet consists of two spin sublattices with orthogonal spin directions. In the k -space, the up-polarized subband can be obtained by $\pi/2$ rotation of the down-polarized subband, so RuO₂ altermagnet is characterized by d -wave order parameter [4, 5]. The probability to scatter between subbands depends both on the electron spin and the propagation direction due to the spin-momentum locking [6].

As a result, altermagnetics are characterized by sophisticated spin structures, which should lead to different physical phenomena. For example, anomalous Hall effect (AHE) is predicted for altermagnetics [7], despite of the zero nonrelativistic net magnetization [2, 8]. It was argued, that the spontaneous nature of the AHE still requires relativistic spin-orbit interaction [6, 9].

Inconsistency between the expected zero non-relativistic net magnetization and ambiguous experimental behavior requires comprehensive magnetization measurements in altermagnetics in wide temperature

and magnetic field ranges. This investigation can be conveniently performed for MnTe, which is also characterized by accessible (2–3 T) magnetic field range in contrast to RuO₂ altermagnetic candidate.

For investigation of low magnetic moment, we use MnTe single crystals which is preferable in comparison with thin films to avoid admixture of the substantial signal from the substrate. To investigate magnetic properties, we use Lake Shore Cryotronics 8604 VSM magnetometer, equipped with nitrogen flow cryostat.

The 100 K $M(H)$ curve is nearly linear around zero field. In high fields, $M(H)$ shows two nonlinear branches with small hysteresis above 5 kOe field. This behavior well corresponds to the known antiferromagnetic one for MnTe: in the present field range, we do not reach the Néel vector reorientation field, which is between 2 and 3 T for MnTe [6, 9], so the sample magnetization is mostly compensated in our field range. The small high-field hysteresis is due to the spin flop processes below the reorientation field.

At 80 K, the $M(H)$ curve also consists from two non-linear branches, but the branches are shifted vertically. The branches are just parallel to the high-temperature (100 K) ones, so there is a well-developed step in $M(H)$ around the zero. This step resembles standard ferromagnetic-like behavior. The reported $M(H)$ behavior can be qualitatively reproduced for MnTe samples of different sizes. We should conclude, that for temperatures below 85 K the high-field antiferromagnetic

¹⁾e-mail: honna@issp.ac.ru

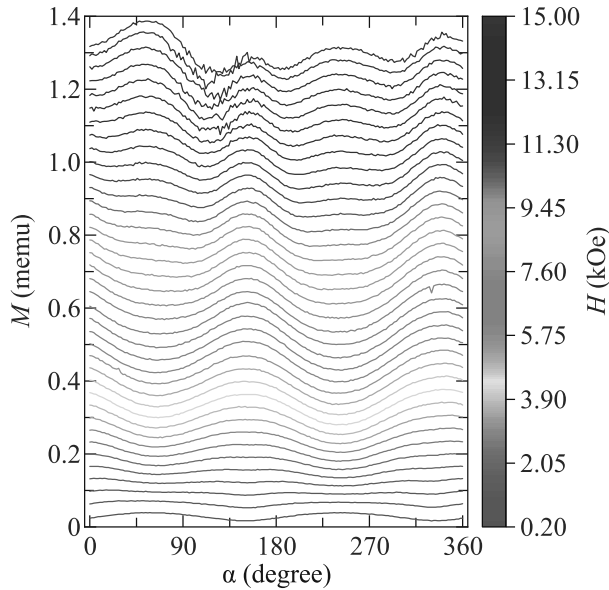


Fig. 1. (Color online) Crossover from ferromagnetic to antiferromagnetic behavior shown as $M(\alpha)$ curves in different magnetic fields. The curves are presented as obtained, without any additional processing, at 80 K temperature for the 4.65 mg MnTe sample. The mean level reflects the $M(H)$ growth, the absolute value of the $M(\alpha)$ modulation is increasing with the magnetic field. In low fields (around 0.2 kOe), $M(\alpha)$ shows ferromagnetic-like 180° periodicity. At high magnetic fields (around 15 kOe), the periodicity is changed to the antiferromagnetic 90° one. For the intermediate fields (around 6 kOe), one can see interplay between the maxima and the minima in $M(\alpha)$ curves

behavior for MnTe is accompanied by the ferromagnetic one in low fields.

The crossover from ferromagnetic to antiferromagnetic behavior is shown in Fig. 1 as $M(\alpha)$ curves in different magnetic fields below the transition temperature. In low fields, $M(\alpha)$ shows ferromagnetic-like 180° periodicity. At high magnetic fields, the periodicity is changed to the 90° one, see, e.g., 15 kOe field curve in Fig. 1, as it is expected for a collinear antiparallel magnetic ordering of Mn moments. For the intermediate fields, one can see interplay between the maxima and the minima in $M(\alpha)$ curves.

The $M(\alpha)$ angle dependence is the most striking result of our experiment, while it can not be expected for standard magnetic classes. In particular, the angle dependence in low fields in Fig. 1 does not correlate with the mean-field susceptibility of a collinear uniaxial antiferromagnet for the cases when the field is perpendicular and parallel to the easy axis.

It is well known, that in altermagnets, spin magnetic moments are fully compensated only when spin-orbit coupling is zero [2, 10]. Nonzero SOC, enabling coupling

between spins and alternating local structures, can result in a nonzero net magnetic moment [11]. Thus, we should attribute the observed low-field $M(H)$ hysteresis to the effects of spin-orbit coupling [8].

The effects of spin-orbit coupling in this material has been previously investigated by temperature-dependent angle-resolved photoelectron spectroscopy and by disordered local moment calculations [12]. There were the emergence of a relativistic valence band splitting concurrent with the establishment of magnetic order. It seems to be important, that the observed splitting is well-resolved only below 100 K in [12], which is consistent with our experiment.

In this case, interplay between maxima in low fields and minima in high magnetic fields in $M(\alpha)$ angle dependence in Fig. 1 is the standard beating pattern, similar to one for magnetoresistance oscillations. The nonzero net magnetic moment in low fields (ferromagnetic-like 180° periodicity in Fig. 1) is determined by spin-orbit interaction, which enables coupling between spins and alternating local structures. The spin-orbit splitting can be suppressed by temperature, which is reflected as an abrupt drop of the magnetization around 82–84 K. It can also be suppressed by strong magnetic field, so antiferromagnetic ordering with vanishing net magnetization (90° periodicity in Fig. 1) is dominating in high magnetic fields. While increasing the magnetic field from zero to 15 kOe, we run through the different regimes, which is reflected as beating pattern in Fig. 1.

Thus, in contrast to the AHE investigations, our experiment directly shows the effect of weak spin-orbit coupling in MnTe altermagnet candidate, with crossover from relativistic to non-relativistic net magnetization while increasing the magnetic field.

We wish to thank S. S. Khasanov for X-ray sample characterization and Vladimir Zyuzin for valuable discussions.

Funding. We gratefully acknowledge financial support by the Russian Science Foundation, project RSF-24-22-00060, <https://rscf.ru/project/24-22-00060/>

Conflict of interest. The authors of this work declare that they have no conflicts of interest.

1. L. Šmejkal, J. Sinova, and T. Jungwirth, Phys. Rev. X **12**, 031042 (2022).
2. I. Mazin, Phys. Rev. X **12**, 040002 (2022); 10.1103/PhysRevX.12.040002.
3. J. A. Ouassou, A. Brataas, and J. Linder, Phys. Rev. Lett. **131**, 076003 (2023); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.131.076003>.
4. I. I. Mazin, arxiv:2203.05000.

5. S. Das, Dh. Suri, and A. Soori, *J. Phys. : Condens. Matter* **35**, 435302 (2023); <https://doi.org/10.1088/1361-648X/acea12>.
6. R.D. Gonzalez Betancourt, J. Zubac, R. Gonzalez-Hernandez, K. Geishendorf, Z. Soban, G. Springholz, K. Olejnik, L. Smejkal, J. Sinova, T. Jungwirth, S.T.B. Goennenwein, A. Thomas, H. Reichlova, J. Zelezny, and D. Kriegner, *Phys. Rev. Lett.* **130**, 036702 (2023).
7. L. Šmejkal, R. González-Hernández, T. Jungwirth, and J. Sinova, *Sci. Adv.* **6**, eaaz8809 (2020).
8. S. Hayami and H. Kusunose, *Phys. Rev. B* **103**, L180407 (2021).
9. K. P. Kluczyk, K. Gas, M. J. Grzybowski, P. Skupiński, M. A. Borysiewicz, T. Fas, J. Suffczyński, J. Z. Domagala, K. Graszka, A. Mycielski, M. Baj, K. H. Ahn, K. Výborný, M. Sawicki, and M. Gryglas-Borysiewicz, *arXiv:2310.09134*.
10. I. I. Mazin, *Phys. Rev. B* **107**, L100418 (2023).
11. S.-W. Cheong and F.-T. Huang, *npj Quantum Mater.* **9**, 13 (2024); <https://doi.org/10.1038/s41535-024-00626-6>; *arxiv: 2401.13069*.
12. M. Hajlaoui, S. W. D'Souza, L. Smejkal et al. (Collaboration), *arXiv:2401.09187*.

Новые возможности для анализа деформаций колеблющихся кристаллов с помощью рентгеновской визуализации кривой качания

Я. А. Элиович¹⁾, И. И. Петров, В. А. Коржов, В. И. Аккуратов, Ю. В. Писаревский

Курчатовский комплекс кристаллографии и фотоники, научно-исследовательский центр “Курчатовский институт”,
119333 Москва, Россия

Поступила в редакцию 9 июля 2024 г.

После переработки 24 июля 2024 г.

Принята к публикации 24 июля 2024 г.

В работе предложен новый подход к проведению исследований динамики деформаций структуры кристаллов в условиях внешних воздействий, основанный на методе рентгеновской визуализации кривой качания. С помощью данного подхода были проведены исследования пространственного распределения, типа и величины деформаций кристаллической структуры перспективного для промышленного применения кристалла лангасита в условиях динамической ультразвуковой нагрузки (возбуждения стоячей ультразвуковой волны).

DOI: 10.31857/S0370274X24090104, EDN: HAYRYA

1. Введение. Метод рентгеновской визуализации кривой качания – один из наиболее современных и совершенных методов исследования упорядоченных объектов с помощью рентгеновского излучения, который обладает уникальными возможностями по определению локальных изменений в дефектной структуре образца и высоким пространственным разрешением. В настоящее время этот метод активно развивается и широко применяется как в лабораторных условиях, так и на синхротронных источниках для решения передовых научных задач [1, 2]. Например, в работе [3] была реализована особая техника визуализации кривой качания, которая позволила получать трехмерные изображения дефектов и измерять трехмерные искажения в объеме кристалла.

Новой и актуальной задачей является изучение возможностей этого метода для исследования динамических процессов, возникающих в кристаллах в условиях внешних воздействий, а также его интеграция в комплекс исследовательских методик с временным разрешением. В данной работе приведены результаты исследования распределения деформаций методом визуализации кривой качания в кристалле лангасита ($\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ – LGS), при низкочастотном ультразвуковом воздействии (возбуждении стоячей ультразвуковой волны, далее – УЗ).

Кристаллы семейства лангаситов, появившиеся относительно недавно, сегодня являются объектом

множества исследований и активно применяются в акустоэлектронике и пьезотехнике [4, 5]. Интерес к данному типу кристаллов обусловлен, прежде всего, превосходными пьезоэлектрическими свойствами [6–8]. Кристаллы семейства лангасита выгодно отличаются от традиционно используемых кристаллов кварца более высоким коэффициентом электромеханической связи (КЭМС), а также отсутствием фазовых переходов ниже температуры плавления.

Упомянутые преимущества делают кристаллы семейства лангасита перспективным материалом для изготовления резонаторов, в том числе управляемых поверхностными волнами [9], и фильтров с высокой температурной стабильностью [10]. Данные монокристаллы также могут быть использованы для создания эффективных адаптивных элементов рентгеновской оптики (АЭРО), основанных на стоячих ультразвуковых волнах. Они могут быть использованы для контролируемого изменения параметра решетки и, тем самым, управления параметрами дифрагирующего на таком элементе рентгеновского пучка [11, 12]. Однако применение кристаллов семейства лангасита как материала для изготовления тех или иных устройств требует, помимо прочего, изучения деформационного поведения кристаллов в условиях, близких к реальным условиям эксплуатации готовых приборов на их основе. Ранее подобные исследования проводились при условии возбуждения в кристаллах лангасита поверхностных волн [13], однако не проводились исследования при возбуждении стоячих акустических волн.

¹⁾e-mail: yan.eliovich@gmail.com

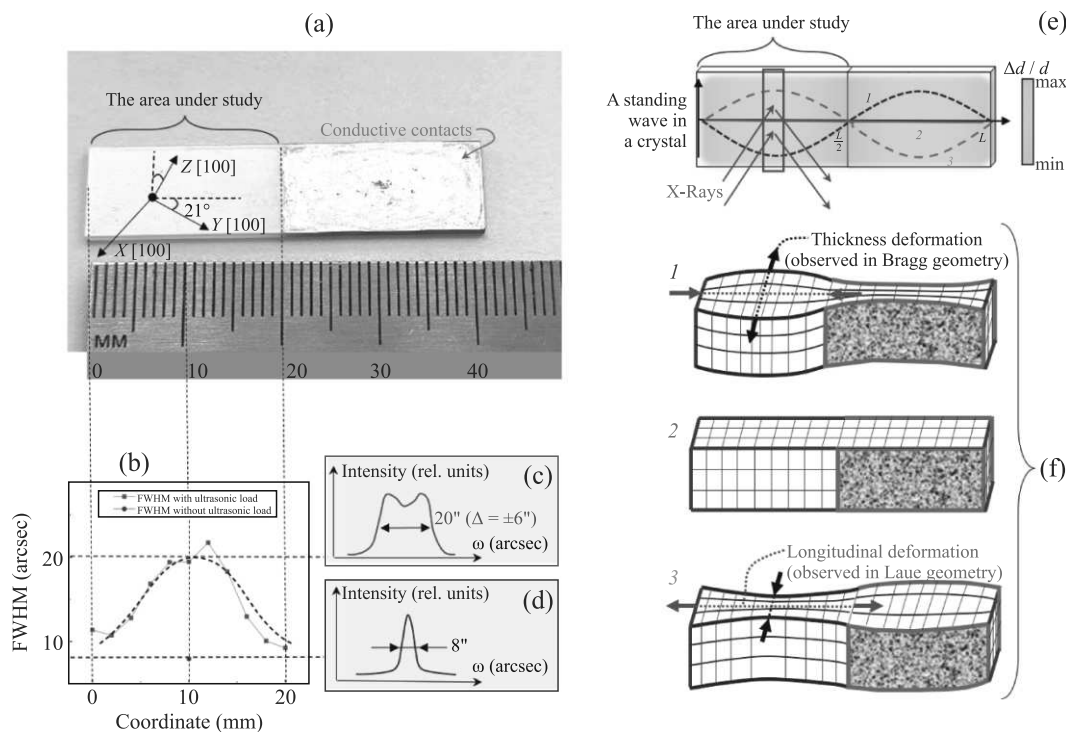


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Фото образца LGS с токопроводящими контактами, нанесенными на половины боковых поверхностей, с изображением кристаллографических направлений в кристалле LGS X-среза, повернутом от осей YZ на 21° против часовой стрелки вокруг X оси. (b) – График зависимости полуширин КДО, измеренных вдоль боковой поверхности кристалла в условиях вибрационной нагрузки и в отсутствии внешних воздействий, слева от графика приведен схематичный вид КДО, полученных в центре исследуемой области при УЗ воздействии (c) и без него (d). (e) – Схематичное изображение распределения деформаций в кристалле при установлении стоячей волны продольных колебаний. (f) – Схематичное изображение возникающих при УЗ воздействии деформаций растяжения-сжатия по длине и, как следствие, по толщине образца.

2. Описание образца и методик проведения экспериментов.

Описание образца. Исследуемый кристаллический образец представлял собой пластину из монокристалла LGS размерами $42 \times 10 \times 1 \text{ мм}^3$ (рис. 1a). В работе использовался кристалл X-среза, повернутый от осей YZ на 21° против часовой стрелки вокруг X оси. Такая ориентация позволяла получить чистую моду продольных колебаний в плоскости YZ . Образец закреплялся на многокружном гониометре ТРС в специализированном рентгеноакустическом держателе. Для возбуждения низкочастотных ультразвуковых колебаний (частота 96.5 кГц – резонансная частота продольной моды колебаний) на половины боковых поверхностей образца были нанесены токопроводящие покрытия, через которые с помощью держателя на кристалл подавался низкочастотный ультразвуковой сигнал с лабораторного генератора сигналов.

Метод двухкристальной дифрактометрии. Первые исследования образца проводились методом

двухкристальной дифрактометрии. В эксперименте использовался кремниевый монохроматор Si(400). Образец юстировался под углом Брэгга 20.3° для атомных плоскостей $[44\bar{8}0]$ в геометрии Брэгга. После настройки системы подачи и контроля ультразвуковых колебаний были проведены предварительные эксперименты, направленные на определение интегрального распределения деформаций вдоль поверхности образца при низкочастотном ультразвуке (напряжение сигнала 26.5 В , частота $f_{\text{res}} = 96.5 \text{ кГц}$). Для этого проводилась регистрация кривых дифракционного отражения (КДО) вдоль поверхности образца при ультразвуковом воздействии. На рисунке 1b представлены значения полуширины КДО в свободной от электродов области кристалла с шагом 2 мм . Точка с абсциссой 0 мм соответствует левому свободному краю кристалла, точка 20 мм – центру кристалла. Как видно из результатов на рис. 1b, в процессе приложения вибрационной нагрузки по мере приближения к центру половины кристалла КДО уширяется, что хорошо

согласуется с теоретическими моделями и проведенными ранее измерениями для кристалла кварца [14–16]. Для наглядности, в точке наибольшей деформации, соответствующей координате 10 мм, отдельно схематично приведены кривые качания без ультразвука и при его возбуждении (рис. 1с–d). Видно, что при подаче УЗ полуширина КДО в этой точке увеличилась в 2.5 раза. Также при ультразвуке наблюдается характерное двугорбое уширение кривой качания, указывающее на наличие синусоидальных колебаний межплоскостного расстояния. Представленные данные свидетельствуют о наличии градиента деформаций на поверхности кристалла LGS вдоль его длины, распределение которых имеет гармонический вид с максимумами в центрах половин кристалла (рис. 1е, f).

Метод визуализации кривой качания. Описанный метод двухкристалльной дифрактометрии, до сих пор широко применяемый, в том числе для изучения промышленно важных кристаллических материалов, не позволяет изучать деформации с высоким пространственным разрешением. Для изучения пространственного распределения деформаций вдоль всей поверхности кристалла, в том числе по ширине, лучше подходит метод рентгеновской визуализации кривой качания, являющийся дальнейшим развитием метода рентгеновской топографии и дающий возможность с высокой эффективностью и локальностью оценить, где именно происходит изменение структуры за счет высокого пространственного разрешения [2].

В рамках данной работы метод визуализации кривой качания также использовался для изучения исследуемого образца в условиях ультразвуковой нагрузки. В качестве монохроматора использовался асимметрично вырезанный кристалл кремния с отражением 440, с помощью которого отрезалась $\text{MoK}_{\alpha 2}$ линия и уширялось поперечное сечение рентгеновского пучка. Регистрация отдельных топограмм осуществлялась с помощью пиксельного 2D детектора AdvaPIX TPX3 с CdTe матрицей, расположенного на расстоянии 20 см от образца. Детектор имеет матрицу 256×256 пикселей, размер одного пикселя 55 мкм, соответственно “окно” детектора составляет $14 \times 14 \text{ мм}^2$.

Применение двумерного детектора позволяет записывать серию топографических изображений при изменении углового положения образца в процессе ω -сканирования, тем самым позволяя регистрировать КДО исследуемого кристалла в каждом отдельном пикселе детектора, соответствующем определенной области кристалла (рис. 2). Такая методика называ-

ется визуализацией кривой дифракционного отражения (качания) и сочетает в себе преимущества рентгеновской дифрактометрии и рентгеновской топографии, позволяя характеризовать качество решетки, а также с высокой локальностью определять распределение дефектов в кристалле [17]. На основании совокупности всех пикселей серии можно составить визуальные карты различных параметров КДО (англ. rocking curve imaging maps или сокращенно RCI maps), например, ширины кривой качания на половине высоты (FWHM). Таким образом, при исследовании образца в геометрии Брэгга с помощью представленного 2D детектора методика позволяет оценить реальную структуру поверхности кристалла с разрешением в 55 мкм.

В ходе экспериментов с образцом LGS исследовалась свободная от электродов половина кристалла. Топографические изображения образца регистрировались при отсутствии ультразвукового воздействия и при низкочастотном ультразвуке (напряжение сигнала 13.3 В, частота $f_{\text{res}} = 96.5 \text{ кГц}$). Изображения регистрировались при разных угловых отстройках образца вокруг точного брэгговского положения (ω -сканирование), затем полученные кадры группировались в серию. Серия разбивалась по пикселям для формирования RCI карты полуширин КДО.

На рисунке 3 приведены карты полуширин для разных условий. Без нагрузки (рис. 3а) полуширина по всей поверхности меняется слабо, что свидетельствует об относительной однородности структуры образца. Стоит также отметить наличие напряжений в виде наклонных полос в ненагруженном состоянии, они связаны с процессом выращивания кристалла и называются полосами роста. Их наклон обусловлен наклоном среза пластинки в плоскости отражения. При воздействии ультразвука деформации от данных полос становятся незначительными, при этом характер распределения деформаций сильно меняется (рис. 3б). На поверхности кристалла становятся хорошо видны зоны с разными значениями деформаций. Вдоль оси, смещенной относительно направления Y на 21° устанавливается стоячая волна растяжения–сжатия. В центре исследуемой области кристалла наблюдается увеличение полуширин КДО, вызванное увеличением амплитуды деформаций. Несимметричный вид получаемой картины, скорее всего, обусловлен поджимом крепления кристаллодержателя, фиксирующего кристалл, что вносит вклад в “раскачку” кристалла и приводит к изменению деформаций в области контакта.

При попиксельном сравнении полученных RCI карт друг с другом по величине уширения КДО

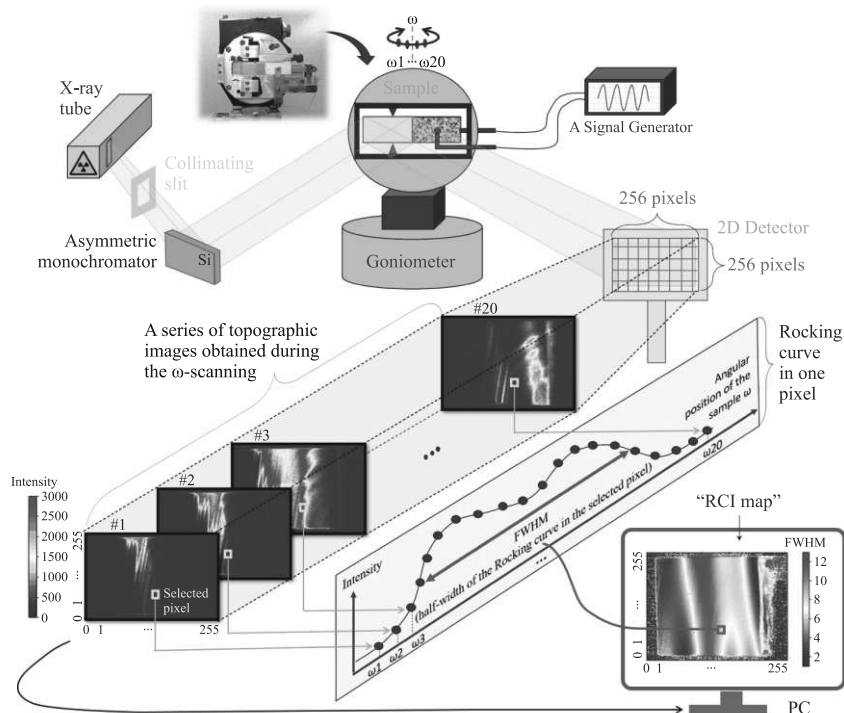


Рис. 2. (Цветной онлайн) Экспериментальная схема, реализованная на базе лабораторного дифрактометра ТРС, используемая для реализации методики визуализации КДО образца, исследуемого в условиях вибрационной нагрузки. Схема оснащена двумерным детектором, записывающим серию топографических изображений при изменении углового положения образца в процессе ω -сканирования, что позволяет построить RCI карты всей исследуемой поверхности кристалла за счет попиксельного анализа серии полученных топограмм

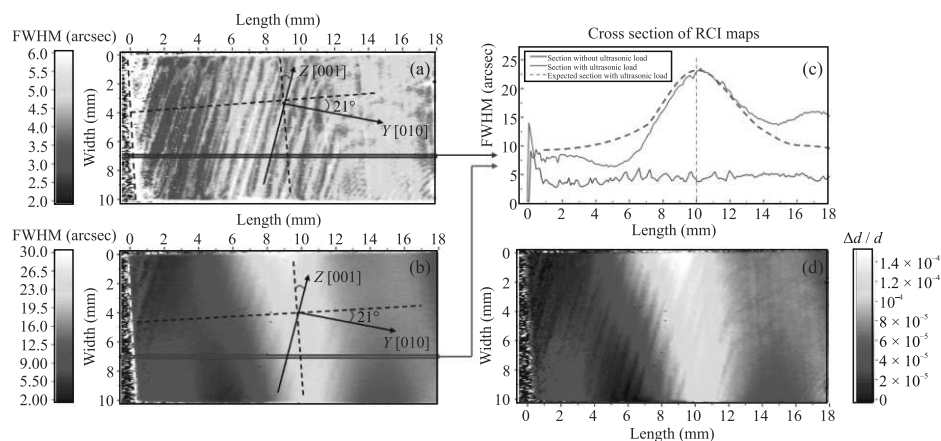


Рис. 3. (Цветной онлайн) RCI-карты полуширин КДО, полученные для исследуемой поверхности кристалла LGS без внешнего воздействия (а) и в условиях ультразвуковой динамической нагрузки (б) с частотой $\nu = 96.5$ кГц и амплитудой подаваемого с генератора сигнала 13.3 В. (с) – Горизонтальные сечения полученных карт, построенные для фиксированной координаты по ширине образца 7 мм. (д) – Карта относительных деформаций, рассчитанная по величине уширения КДО и смещению пика

и смещению пика при ультразвуковом воздействии для каждого пикселя была рассчитана величина относительной деформации $\frac{\Delta d}{d}$. Полученные результаты представлены на рис. 3д. По данным результатам

видно, что в центре исследуемой области кристалла LGS наблюдается область наибольшей деформации ($\frac{\Delta d}{d} = 1.4 \cdot 10^{-4}$), соответствующая пучности стоячей волны растяжения–сжатия.

3. Заключение. В данной работе методом двух-кристальной рентгеновской дифрактометрии установлено, что в условиях вибрационной нагрузки в кристалле LGS X-среза возникают неоднородные деформации на поверхности образца (глубина экстинкции около 7 микрон) вдоль его длины, подчиняющиеся гармоническому закону. Данные деформации обусловлены периодическим изменением межплоскостного расстояния d , вызванным продольной акустической стоячей волной. Методом визуализации кривой качания было установлено пространственное распределение возникающих деформаций. По величине уширения КДО при ультразвуковом воздействии рассчитана относительная деформация по толщине $\frac{\Delta d}{d}$ и получена двумерная карта толщинных деформаций образца с разрешением 55 мкм. Относительная деформация по толщине образца в области наибольшей амплитуды стоячей волны составила $\frac{\Delta d}{d} = 1.4 \cdot 10^{-4}$.

Таким образом, с помощью предложенного подхода на основе рентгеновской визуализации кривой качания удалось определить природу и характер возникающих деформаций структуры кристаллов LGS в условиях ультразвуковых воздействий, их распределение вдоль всей поверхности образца, а также произвести численную оценку относительной деформации. Показано, что предложенный подход является перспективным инструментом для разносторонней оценки эволюции деформаций в процессе исследования кристаллов в условиях внешних воздействий и их характеристики, что открывает новые возможности для исследования перспективных кристаллических материалов в условиях внешних воздействий. С помощью предложенного подхода впервые проведены исследования кристалла-резонатора продольных колебаний, показано, что он позволяет эффективно оценивать распределение деформаций в резонаторах и оценивать их функциональные характеристики – в частности, относительную деформацию решетки, определяющую рабочий диапазон перестройки готового резонатора.

Также в настоящее время рассматриваются возможности создания комплекса топографических рентгеновских методик на основе сочетания метода визуализации кривой качания и времязрешающих методик на основе адаптивных элементов рентгеновской оптики, активно разрабатываемых коллективом авторов данной работы, что позволит, в том числе, значительно ускорить проведение исследований с помощью предложенного подхода.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего об-

разования в рамках проведения исследований по Государственному заданию научно-исследовательского центра “Курчатовский институт” в части изготовления и тестирования образцов, а также в рамках Соглашения с Минобрнауки РФ от “1” января 2024 г. # 075-15-2024-637 в части проведения рентгеновских измерений.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. Sakdinawat and D. Attwood, *Nat. Photonics* **12**, 840 (2010).
2. В. В. Лидер, *Физика твердого тела* **63**, 165 (2021).
3. A. Philip, J. Meyssonier, R. T. Kluender, and J. Baruchel, *J. Appl. Crystallogr.* **46**, 842 (2013).
4. И. М. Сильвестрова, Ю. В. Писаревский, П. А. Сеньющенков, А. И. Крупный, *Физика твердого тела* **28**, 2875 (1986).
5. B. V. Mill and Yu. V. Pisarevsky, *Proceedings of the 2000 IEEE/EIA International Frequency Control Symposium and Exhibition* **00CH37052**, 133 (2000).
6. И. А. Андреев, М. Ф. Дубовик, *Письма в ЖТФ* **10**, 487 (1984).
7. O. Le Traon, S. Masson, C. Chartier, and D. Janiaud, *Solid State Sciences* **12**, 318 (2010).
8. T. Iwataki, H. Ohsato, K. Tanaka, H. Morikoshi, J. Sato, and K. Kawasaki, *J. Eur. Ceram. Soc.* **21**, 1409 (2001).
9. D. V. Roshchupkin, H. D. Roshchupkina, and D. V. Irzhak, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **52**, 2081 (2005).
10. S. Sakharov, S. Kondratiev, A. Zabelin, N. Naumenko, A. Azarov, S. Zhgoon, and A. Shvetsov, *Theoretical and experimental investigation of langasite as material for wireless high temperature SAW sensors in 2010 IEEE International Ultrasonics Symposium*, IEEE, San Diego, CA, USA (2010), p. 535.
11. A. R. Mkrtchyan, A. H. Mkrtchyan, V. R. Kocharyan, A. E. Movsisyan, S. B. Dabagov, and A. P. Potylicyn, *Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)* **48**, 141 (2013).
12. А. Е. Благоев, Ю. В. Писаревский, П. А. Просеков, А. В. Таргонский, Я. А. Элиович, А. И. Проценко, М. В. Ковальчук, *Кристаллография* **62**, 870 (2017).
13. D. V. Roshchupkin, D. V. Irzhak, R. Tucoulou, O. A. Buzanov, *J. Appl. Phys.* **94**, 6692 (2003).
14. А. Е. Благоев, М. В. Ковальчук, В. Г. Кон, В. В. Лидер, Ю. В. Писаревский, *ЖЭТФ* **128**, 893 (2005).
15. А. Е. Благоев, А. Н. Даринский, М. В. Ковальчук, Ю. В. Писаревский, П. А. Просеков, А. В. Таргонский, *Акустический журнал* **59**, 561 (2013).
16. Я. А. Элиович, А. Е. Благоев, В. Р. Кочарян, А. С. Гоголев, А. В. Таргонский, А. Е. Мовсисян, В. А. Коржов, А. Г. Мкртчян, М. В. Ковальчук, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 170 (2022).
17. D. Lubbert, T. Baumbach, J. Hartwig, E. Boller, and E. Pernot, *Nucl. Instr. Meth. B* **160**, 521 (2000).

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

П И С Ь М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 120

Выпуск 6

25 сентября 2024

*Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ru>

© Российская академия наук, 2024

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2024

Измерение сечения деления ядер ^{237}Np нейтронами с энергиями 0.3–500 МэВ

А. С. Воробьев⁺¹⁾, А. М. Гагарский⁺, О. А. Щербаков⁺, Л. А. Вайшнине⁺, А. М. Тягельская⁺,
Н. М. Ольхович⁺, А. Л. Барабанов^{*×}

⁺Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова, 188300 Гатчина, Россия

^{*}Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

[×]Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 августа 2024 г.

После переработки 12 августа 2024 г.

Принята к публикации 28 августа 2024 г.

В настоящей работе представлены результаты измерений сечения деления ядер ^{237}Np нейтронами с энергиями 0.3–500 МэВ, выполненных на времяпролетном спектрометре нейтронного комплекса ГНЕЙС в НИЦ “Курчатовский институт” – ПИЯФ. Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$ измерялось относительно сечения деления $^{235}\text{U}(n, f)$, осколки деления регистрировались при помощи позиционно-чувствительных многопроволочных пропорциональных счетчиков низкого давления. Проведено сравнение полученных данных с результатами выполненных ранее экспериментальных работ, а также оценок из различных библиотек оцененных данных.

DOI: 10.31857/S0370274X24090127, EDN: НВАРКУ

1. Введение. Несколько лет назад на нейтронном времяпролетном спектрометре ГНЕЙС [1, 2], созданном на базе синхроциклотрона СЦ-1000 с энергией протонов 1 ГэВ в НИЦ “Курчатовский институт” – ПИЯФ (г. Гатчина, Россия), нами была начата программа исследований, направленная на получение новой информации о процессе деления ядер, индуцированного нейтронами с энергиями от нескольких сотен кэВ до 500 МэВ. На начальном этапе наших исследований особое внимание было уделено угловым распределениям осколков деления. Это связано с тем, что такая информация очень важна для верификации параметров моделей, используемых для адекватного описания процесса деления в диапазоне энергий нейтронов выше 20 МэВ, тогда как имеющиеся в литературе экспериментальные данные очень скудны. Также стоит отметить, что все более точные данные по делению ядер необходимы для конструирования современных и будущих ядерных реакторов, а также для проектирования установок на базе ускорителей (Accelerator-Driven Systems – ADS), в том числе мощных источников нейтронов.

В результате, на первом этапе исследований на нейтронном времяпролетном спектрометре ГНЕЙС были измерены угловые распределения осколков де-

ления для широкого набора ядер: ^{232}Th , ^{233}U , ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{237}Np , ^{nat}Pb и ^{209}Bi [3, 4]. При этом измерения проводились с использованием одной и той же экспериментальной установки, что повышает степень достоверности данных. Для большинства исследованных ядер в области энергий нейтронов выше 20 МэВ угловые распределения осколков деления были измерены впервые. Сравнение полученных нами данных в области энергий нейтронов ниже 20 МэВ с результатами работ, выполненных ранее с использованием различных экспериментальных методик и источников нейтронов, демонстрирует общее согласие данных. Это свидетельствует о надежности использованного метода измерений и полученных результатов.

Для описания полученных данных нами был разработан теоретический подход на основе модели Хаузера–Фешбаха, позволяющий рассчитывать угловые распределения осколков в широком диапазоне энергий возбуждения с помощью кода Talys 1.9 [5, 6]. Интерес к таким расчетам обусловлен тем, что совместный анализ сечения деления и угловых распределений осколков расширяет возможности получения новой информации о барьерах деления, характеристиках ядер на барьерах и энергиях переходных состояний. Поэтому экспериментальная установка была модернизирована таким образом, чтобы

¹⁾e-mail: vorobyev_as@pnpi.nrcki.ru

можно было проводить одновременные измерения сечений деления и угловых распределений осколков деления.

В настоящее время с использованием модернизированной установки проведены одновременные измерения сечения деления и угловых распределений осколков для следующих ядер: ^{236}U [7], ^{238}U [8] и ^{243}Am [9]. В настоящей работе приводятся результаты измерений сечения деления $^{237}\text{Np}(n, f)$.

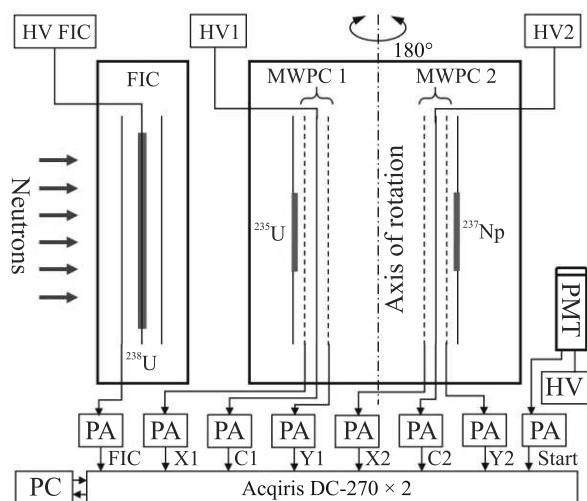


Рис. 1. (Цветной онлайн) Общий вид установки: PC – ПК; PMT – стартовый детектор, ФЭУ, формирующий триггерный сигнал для системы сбора данных каждый раз, когда протоны сбрасываются на нейтронобразующую свинцовую мишень спектрометра ГНЕЙС; FIC – ионизационная камера деления с мишенями ^{238}U для относительного мониторинга потока нейтронов; PA – предусилители; HV1, HV2, HV и HV FIC – источники высоковольтного напряжения; X1 и X2 – аноды детекторов MWPCs 1 и 2, отвечающие за определение координаты x ; Y1 и Y2 – аноды детекторов MWPCs 1 и 2, отвечающие за определение координаты y ; C1 и C2 – катоды детекторов MWPCs 1 и 2

2. Эксперимент. Экспериментальная установка и методика проведения одновременных измерений сечений деления и угловых распределений осколков деления подробно описаны в наших предыдущих публикациях, указанных выше. Общий вид установки представлен на рис. 1. Остановимся на основных моментах.

Измерения проводились на пролетной базе 36.50(5) м пучка # 5 на времяпролетном спектрометре ГНЕЙС. Для исключения рециклических нейтронов использовался Cd фильтр толщиной 0.5 мм. Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$ измерялось относительно сечения деления $^{235}\text{U}(n, f)$, поскольку

сечение деления $^{235}\text{U}(n, f)$ в исследуемой области энергий нейтронов известно с хорошей точностью и является принятым международным стандартом в области энергий 0.15–200 МэВ [10], а в области энергий 200–1000 МэВ – рекомендованным [11] для использования в измерениях, подобных нашим. Осколки деления, испускаемые мишенями ^{237}Np и ^{235}U , регистрировались сборкой из двух позиционно-чувствительных многопроволочных пропорциональных счетчиков низкого давления (MWPCs) размером 140×140 мм². Для обеспечения идентичности измерений мишени исследуемых ядер размещались на противоположных сторонах этой сборки, и осколки деления, испускаемые этими мишенями, регистрировались в одном и том же сеансе измерений. Эффективность регистрации осколков деления составляла $\approx 45\%$. Для того, чтобы определить влияние на измеряемое угловое распределение осколков импульса, передаваемого падающим нейтроном делящейся системе, и учесть анизотропию осколков при определении сечений, измерения проводились для двух ориентаций установки относительно направления нейтронного пучка. При этом флюенс нейтронов был примерно одинаков для этих двух ориентаций. Ориентация изменялась путем поворота установки на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению движения нейтронов в пучке. Такое вращение позволяет также минимизировать эффекты, связанные как с ослаблением потока нейтронов на мишенях и конструкцией MWPC, так и с имеющимися незначительными неоднородностями толщины мишеней и потока нейтронов.

Волновые формы сигналов с анодов и катодов каждого MWPC и с относительного монитора нейтронного пучка – ионизационной камеры с мишенями ^{238}U (Fast Ionization Chamber – FIC), а также сигнал со стартового детектора (Photomultiplier Tube – PMT) регистрировались двумя 8-ми битовыми оцифровщиками сигналов с частотой выборки 500 МГц (Acqiris DC-270). Оцифровщики запускались синхронно сигналом от стартового детектора, регистрирующего γ -кванты и нейтроны, испускаемые из нейтронобразующей свинцовой мишени нейтронного источника спектрометра ГНЕЙС. Временной интервал для оцифровки сигналов составлял 8 мкс, что соответствует энергиям падающих нейтронов от 0.1 МэВ до 1 ГэВ. Полученные таким образом волновые формы считывались в компьютер (ПК) и сохранялись на жестком диске.

Мишени, содержащие ^{235}U и ^{237}Np , были изготовлены в АО “Радиевый институт им. В. Г. Хлопина” (г. Санкт-Петербург, Россия) методом “намазыва-

ния” на алюминиевые подложки толщиной 0.1 мм. Мишень, содержащая ^{237}Np (NpO_2) обогащением 99.999(1) % и толщиной 318(16) мкг/см², представляла собой круг диаметром 80 мм, а мишень, содержащая ^{235}U (U_3O_8) обогащением 99.992(1) % и толщиной 203(11) мкг/см², представляла собой прямоугольник со сторонами 50 и 100 мм. Однородность активного слоя составляла около 10 %.

Для обеспечения идентичных условий при измерении сечения деления ^{237}Np относительно сечения деления ^{235}U на соответствующих мишенях со стороны активного слоя размещались одинаковые круглые “маски”, непрозрачные для α -частиц и осколков деления, из алюминиевой фольги толщиной 0.1 мм и диаметром 48.0 мм. Масса исследуемого изотопа (число ядер) в выделенной с помощью “маски” области мишени определялась нами из полной α -активности мишеней с наложенной на них “маской”, измеренной с помощью кремниевых полупроводниковых детекторов в хорошо определенной геометрии. Расчет телесного угла регистрации был выполнен с использованием метода Монте-Карло. Поскольку в мишени ^{237}Np , кроме основного изотопа, не было других примесей (обогащение 99.999(1) %), считалось, что весь наблюдаемый счет обусловлен α -активностью ^{237}Np , а его период полураспада принимался равным $2.144(7) \times 10^6$ [12]. В данном эксперименте, как и в наших предыдущих работах [7, 8, 9], при проведении измерений использовалась одна и та же мишень ^{235}U с наложенной “маской”. Изотопный состав мишени ^{235}U и результаты измерения числа ядер приведены в работе [7]. Определенное таким образом отношение N_7/N_5 числа ядер основного изотопа в мишенях ^{237}Np и ^{235}U составило 1.630(22).

3. Обработка данных. Особенности работы детектора осколков (MWPCs) и реализованная процедура отбора событий, аналогичная той, которая описана в наших предыдущих работах (см., например, [13, 14]), позволили надежно (с эффективностью ≈ 100 %) отделять события деления от фоновых реакций, индуцированных нейтронами в подложке мишени и на других материалах детектора, а также от α -частиц и шума. Для примера на рис. 2 представлены двумерные распределения зарегистрированных событий до (сверху) и после (снизу) отделения событий деления $^{237}\text{Np}(n, f)$.

В данной работе измерения отношения сечений деления ядер ^{235}U и ^{237}Np проводились одновременно с использованием одной и той же экспериментальной установки в одинаковой геометрии. Поэтому при обработке данных необходимо идентифицировать делящуюся мишень, из которой выле-

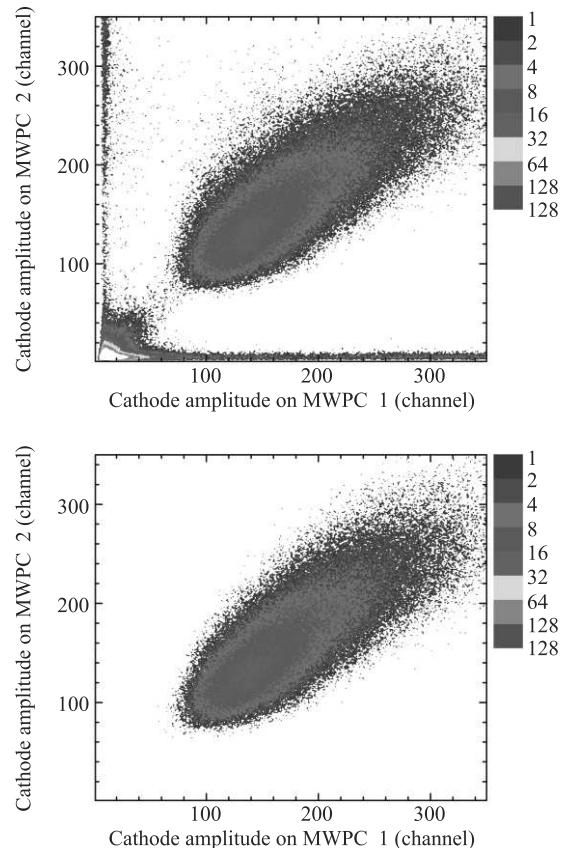


Рис. 2. (Цветной онлайн) Двумерное распределение зарегистрированных событий до (сверху) и после (снизу) отделения событий деления $^{237}\text{Np}(n, f)$

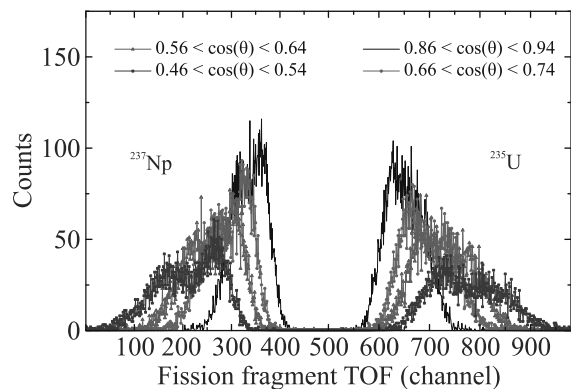


Рис. 3. (Цветной онлайн) Времяпролетный спектр осколков деления ^{235}U (справа от ~ 500 канала) и ^{237}Np (слева от ~ 500 канала) для выделенных углов между направлением движения осколка деления и нормалью к плоскости электродов MWPCs, полученный в течение одного измерительного сеанса. Ширина канала составляет 0.02 нс

тел зарегистрированный осколок. Для такой идентификации использовались времяпролетные спектры

осколков деления, представленные на рис. 3, где показан результат измерения времени пролета осколка деления от катода MWPC2 до катода MWPC1. Хорошо видны две группы событий, которые соответствуют делению $^{237}\text{Np}(n, f)$ и $^{235}\text{U}(n, f)$.

Принимая во внимание все выше сказанное и тот факт, что мишени исследуемых ядер (однородность активного слоя 10 %) полностью находились в пучке нейтронов (неоднородность потока нейтронов на мишенях была около 7 %) и доля делящихся ядер в них, отличных от основного изотопа, мала (не более 0.008 %), отношение сечений деления исследуемых ядер $R = \sigma(^{237}\text{Np})/\sigma(^{235}\text{U})$ может быть найдено при помощи следующего выражения:

$$R(E_n) = \frac{S_7(E_n)}{S_5(E_n)} \frac{N_5}{N_7} C_1(E_n), \quad (1)$$

где E_n – энергия нейтрона, вызывающего деление; S_7 и S_5 – зарегистрированные события деления ^{237}Np и ^{235}U соответственно; C_1 – поправка на анизотропию угловых распределений осколков деления и ограниченный телесный угол регистрации (рис. 4); N_7/N_5 – нормировочный множитель (отношение числа ядер в исследуемых мишенях).

Поправка C_1 определялась аналогично тому, как это было описано в нашей работе [7] с использованием зависимостей анизотропии осколков деления ядер ^{237}Np и ^{235}U от энергии нейтронов, полученных ранее [3]. Величина данной поправки в среднем составляет $\sim 1\%$ и достигает $\sim 4\%$ в области энергий нейтронов около 0.6 МэВ.

Относительные ошибки полученного в настоящей работе отношения сечений деления ^{237}Np и ^{235}U приведены в табл. 1. Можно видеть, что полная средняя систематическая ошибка измерений составляет 1.7 % и в основном определяется неопределенностью нормировочного множителя $N_7/N_5 - 1.4\%$.

4. Результаты и обсуждение. На сегодняшний день во всем мире выполнен большой объем экспериментальных работ по измерениям сечения деления ^{237}Np [15–35].

При этом использовались как моноэнергетические нейтроны [15–17, 19–31, 33, 35], полученные в различных реакциях на ускорителях, так и пучки нейтронов с непрерывным спектром [18, 32, 34].

В указанных работах для регистрации осколков деления использовались различные типы детекторов: ионизационные камеры [15, 17, 18, 20–23, 25, 27–31, 34, 35], трековые детекторы [17, 24], пробойные счетчики [19], поверхностно-барьерные детекторы [16, 26], плоскопараллельные лавинные счетчики [32, 33]. Информацию о деталях проведения эксперимен-

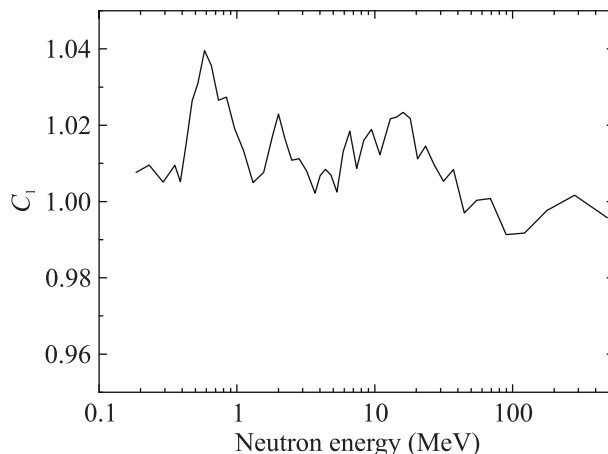


Рис. 4. Поправка, учитывающая анизотропию угловых распределений осколков деления

Таблица 1. Относительные погрешности измерений отношения сечений деления ^{237}Np и ^{235}U

Статистическая точность	15–1.5 % (0.3–1.0 МэВ) 1.5–1.0 % (выше 1.0 МэВ)
Ослабление потока нейтронов	менее 0.3 %
Анизотропия	0.6 %
Чистота мишеней	< 0.01 %
Эффективность MWPCs (геометрическая неопределенность)	0.3 %
Нормировочный множитель N_7/N_5	1.4 %
Полная погрешность	2.1 %
Неопределенность ^{235}U стандарта [10, 11]	
$\sigma_f(^{235}\text{U})$	1.3–1.5 % (ниже 20 МэВ)
	1.5–4.8 % (20–200 МэВ)
	5–7 % (выше 200 МэВ)

тов и результаты измерений в цифровой форме можно найти в международной библиотеке экспериментальных ядерных данных EXFOR [36].

Результаты измерений отношения R сечений деления ядер ^{237}Np и ^{235}U , полученные в настоящей работе, приведены на рис. 5 вместе с оценкой из библиотеки JENDL-5 [37] и с результатами работ [18, 21, 32], в которых указанное отношение было измерено в достаточно широкой области энергий нейтронов. Детальное сравнение полученного отношения R для области энергий 1–17 МэВ выполнено на рис. 6, где также приведены результаты других работ и оценки из библиотек JENDL-5, ENDF/B-VIII.0 [38] и CENDL-3.2 [39]. В качестве оценки из соответствующей библиотеки на рис. 5, 6 приведено отношение сечения деления $^{237}\text{Np}(n, f)$, взятого из указанных библиотек,

и стандарта $\sigma_f(^{235}\text{U})$ – сечения деления ^{235}U [10], которое практически совпадает с сечением деления $^{235}\text{U}(n, f)$ из библиотеки ENDF/B-VIII.0. Отметим, что оценки из библиотек JEFF-3.3 [40] и ROSFOND-2010 [41] не приводятся, поскольку первая полностью идентична оценке из ENDF/B-VIII.0, а вторая в области энергий нейтронов ниже и выше 14 МэВ практически совпадает с оценками ENDF/B-VIII.0 и CENDL-3.2 соответственно. Между представленными оценками наблюдается некоторое отличие, составляющее в среднем 3–4 %, и достигающее наибольшего значения $\sim 6\%$ для оценки из CENDL-3.2 в диапазоне энергий нейтронов 8–12 МэВ.

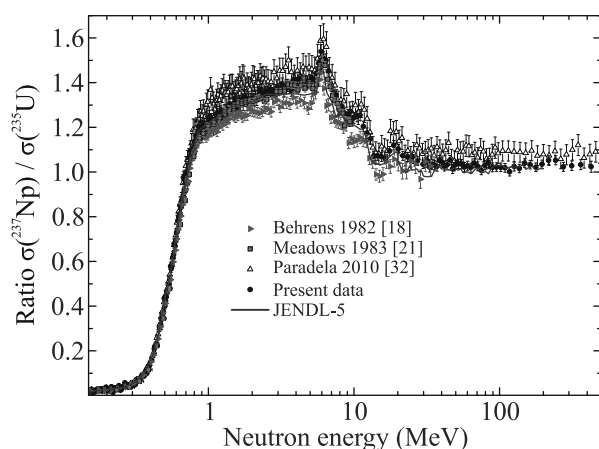


Рис. 5. (Цветной онлайн) Отношение сечений деления ^{237}Np и ^{235}U (сравнение результатов измерений настоящей работы с экспериментальными данными других авторов [18, 21, 32], взятыми из библиотеки EXFOR [36]). Приведенные на рисунке ошибки – полные

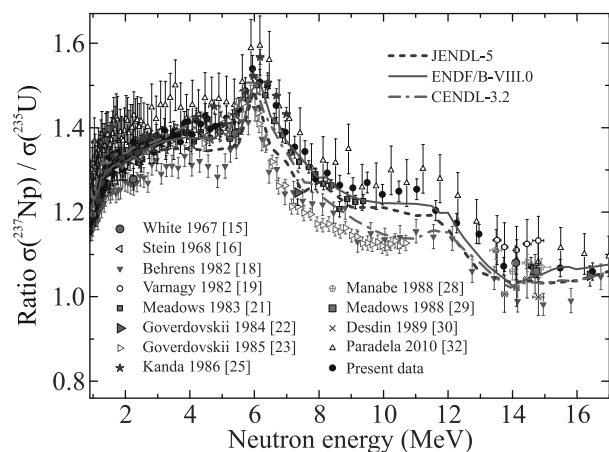


Рис. 6. (Цветной онлайн) Отношение сечений деления ^{237}Np и ^{235}U в области энергий нейтронов 1–17 МэВ. Приведенные на рисунке ошибки – полные

Можно видеть, что в области энергий нейтронов ниже 10 МэВ в пределах полной погрешности экспериментальных данных наблюдается согласие данных настоящей работы как с результатами других авторов [15, 16, 21, 25, 34], за исключением работ [18, 22, 23, 32], так и оценки из ENDF/B-VIII.0. Отметим, для работ [18], [22, 23] и [32] наблюдаемое отличие от оценки из ENDF/B-VIII.0 находится за пределами заявленной авторами неопределенности нормировочного множителя 1, 2 и 4 % соответственно. При энергии нейтронов около 14.5 МэВ результат настоящей работы согласуется в пределах экспериментальных неопределенностей со всеми представленными экспериментальными данными [15, 19, 28–30, 32], кроме данных [18].

Выше 30 МэВ в литературе можно найти только один набор данных [32]. Но при этом стоит отметить, что имеется также ряд экспериментальных работ по измерению отношения сечений деления ^{237}Np и ^{235}U [42–44] в области энергий нейтронов вплоть до нескольких сотен МэВ с использованием метода времени пролета, в которых нормировочный множитель N_7/N_5 не определялся и соответствующая поправка в измеренные отношения не вносилась. Поэтому при представлении своих данных авторы указанных работ выполняли произвольную нормировку измеренных отношений. Так, в работе [42] полученные отношения были нормированы на данные из работы [21] в области энергий нейтронов 1–10 МэВ. В работе [43], также выполненной на спектрометре ГНЕЙС, нормировка проводилась в области энергий 1.75–4.0 МэВ на отношение сечений деления ^{237}Np и ^{235}U , взятых из библиотеки JENDL-3.2 [45], и в [44] – в области энергий около 14.8 МэВ на отношение сечений деления из библиотеки ENDF/B-VII [46]. На рисунке 7 выполнено сравнение этих данных с результатами настоящей работы и [32], которые также получены в широком интервале энергий нейтронов с использованием метода времени пролета. Видно, что форма кривой отношения сечений деления ^{237}Np и ^{235}U , полученная на различных источниках нейтронов с непрерывным спектром при помощи разных экспериментальных установок в общем согласуется во всем измеренном диапазоне энергий.

Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$, полученное нами как произведение измеренного отношения R и стандарта $\sigma_f(^{235}\text{U})$ – сечения деления $^{235}\text{U}(n, f)$, приведено на рис. 8 вместе с оценками из библиотек ENDF/B-VIII.0 и JENDL-5.

Сравнение полученного нами сечения деления ^{237}Np с результатами работ, выполненных ранее [17, 19, 20, 24, 26, 27, 31, 33–35], для области энергий

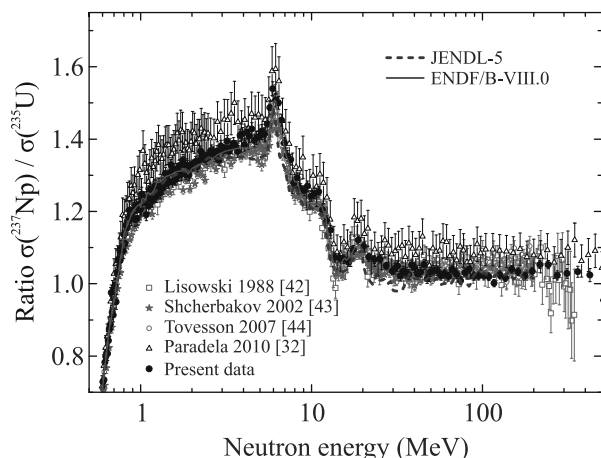


Рис. 7. (Цветной онлайн) Сравнение экспериментальных данных, полученных с использованием метода времени пролета. Приведенные на рисунке ошибки – статистические, за исключением работы [42], в которой информация об источнике приведенных ошибок отсутствует

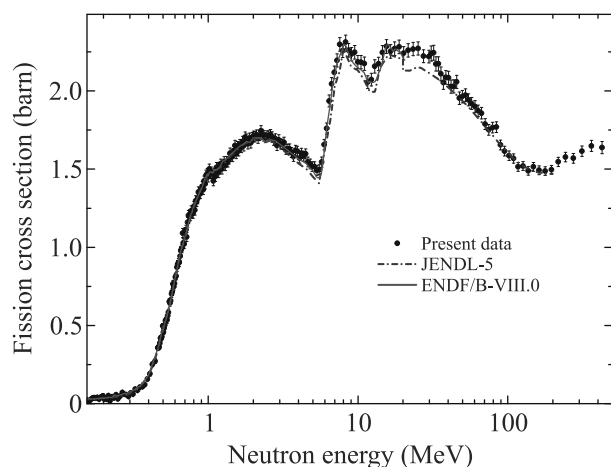


Рис. 8. (Цветной онлайн) Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$, полученное в настоящей работе, в сравнении с оценками из библиотек ENDF/B-VIII.0 и JENDL-5. Приведенные на рисунке ошибки – полные (неопределенность стандарта – сечения деления $^{235}\text{U}(n, f)$ – не учитываются)

нейтронов выше 1 МэВ представлено на рис. 9. Все упомянутые работы были выполнены с использованием моноэнергетических нейтронов, полученных в различных реакциях на ускорителях. Исключение составляет [34], в которой измерения проводились на нейтронном пучке с непрерывным спектром по методу времени пролета. В работах [27, 31] использовался прямой метод измерений сечения деления – метод коррелированных во времени сопутствующих частиц, а в [20, 35] для определения абсолютного по-

тока нейтронов использовался BF_3 -счетчик с хорошо определенными характеристиками. Во всех остальных работах сечение деления измерялось относительно сечения реакции, известного с большой точностью (стандарта): $^{239}\text{Pu}(n, f)$ [17], $^{56}\text{Fe}(n, p)^{56}\text{Mn}$ [24], $^{27}\text{Al}(n, \alpha)^{24}\text{Na}$ [26], $^{238}\text{U}(n, f)$ [19, 33, 34]. Для данных [17] и [19, 33, 34] сечение деления ^{237}Np , представленное на рис. 9, определялось как произведение измеренного отношения и рекомендованного сечения $^{239}\text{Pu}(n, f)$ и $^{238}\text{U}(n, f)$ [10], соответственно. Все остальные данные представлены без изменений, так как они приведены в публикациях авторов.

Видно, что сечение деления ^{237}Np , полученное в настоящей работе, согласуется в пределах экспериментальных неопределенностей с результатами всех приведенных на рис. 9 работ, за исключением [26], в которой сечение деления существенно недооценивается. Отдельно на рис. 10 выполнено сравнение данных настоящей работы с результатами некоторых упомянутых выше работ в области энергий нейтронов ниже 1 МэВ.

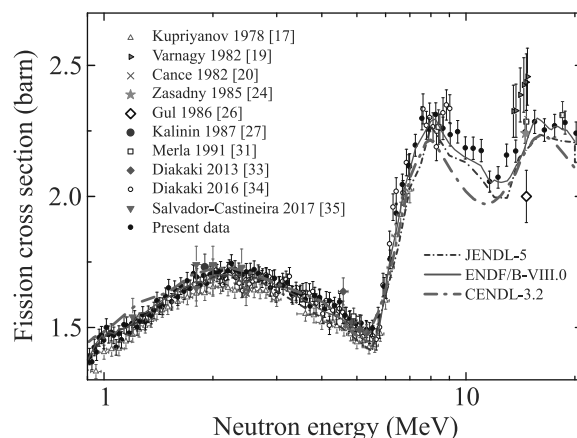


Рис. 9. (Цветной онлайн) Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$, полученное в настоящей работе, в сравнении с экспериментальными данными других авторов для энергий нейтронов выше 1 МэВ. Приведенные на рисунке ошибки – полные

5. Заключение. На нейтронном времяпролетном спектрометре ГНЕЙС в НИЦ “Курчатовский институт” – ПИЯФ проведены измерения сечения деления $^{237}\text{Np}(n, f)$ в диапазоне энергий нейтронов до 500 МэВ.

Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$ измерялось относительно сечения деления $^{235}\text{U}(n, f)$, которое является рекомендованным при проведении подобных экспериментов. Неопределенность полученных данных составила 2–3 %.

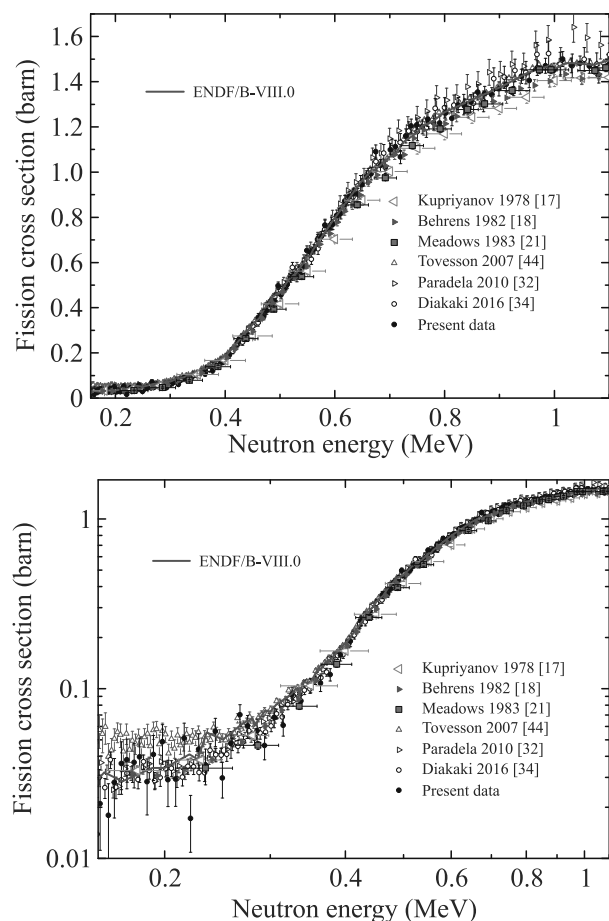


Рис. 10. (Цветной онлайн) Сечение деления $^{237}\text{Np}(n, f)$, полученное в настоящей работе, в сравнении с экспериментальными данными других авторов для энергий нейтронов ниже 1 МэВ в линейном (вверху) и дважды логарифмическом (внизу) масштабе. Приведенные на рисунке ошибки – полные (неопределенность стандарта – сечения деления $^{235}\text{U}(n, f)$ – не учитывается)

Форма энергетической зависимости сечения деления, полученная в данной работе, в основном согласуется с результатами всех работ, выполненных ранее на других времяпролетных установках с использованием различных источников нейтронов, а также с оценкой из ENDF/B-VIII.0 в области энергий ниже 20 МэВ и с оценкой из JENDL-5 – выше 40 МэВ.

Также в данной работе были измерены угловые распределения осколков деления ^{237}Np в исследуемом диапазоне энергий нейтронов. В настоящее время ведется обработка данных.

Авторы выражают искреннюю благодарность Е.М. Иванову и всему персоналу Ускорительного отдела НИЦ “Курчатовский институт” ПИЯФ за постоянную дружескую поддержку и стабильную

работу синхроциклотрона во время проведения эксперимента, а также Л.С. Фалеву за помощь при создании экспериментальной установки и выполнении эксперимента.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” – Петербургский институт ядерной физики. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. O. A. Shcherbakov, A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, L. A. Vaishnene, E. M. Ivanov, V. S. Anashin, L. R. Bakirov, and A. E. Koziukov, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **63**(4), 2152 (2016).
2. O. A. Shcherbakov, A. S. Vorobyev, and E. M. Ivanov, *Phys. Part. Nuclei* **49**, 81 (2018).
3. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, A. L. Barabanov, and T. E. Kuz'mina, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **84**(10), 1245 (2020).
4. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, and A. L. Barabanov, *JETP Lett.* **112**(6), 323 (2020).
5. A. L. Barabanov, A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, and L. A. Vaishnene, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **84**(4), 397 (2020).
6. A. L. Barabanov, A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, and L. A. Vaishnene, *EPJ Web. Conf.* **256**, 0003 (2021).
7. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, A. L. Barabanov, and T. E. Kuz'mina, *Phys. Rev. C* **108**, 014621 (2023).
8. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, and A. L. Barabanov, *JETP Lett.* **117**(8), 557 (2023).
9. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, and A. L. Barabanov, *Eur. Phys. J. A* **60** 117 (2024).
10. A. D. Carlson, V. G. Pronyaev, R. Capote et al. (Collaboration), *Nuclear Data Sheets* **148**, 143 (2018).
11. B. Marcinkievicius, S. Simakov, and V. Pronyaev, IAEA Report #INDC(NDS)-0681(2015); <https://nds.iaea.org/standards/>.
12. Evaluated Nuclear Structure Data File, <https://www.nndc.bnl.gov/ensdf>.
13. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, and A. L. Barabanov, *JETP Lett.* **104**(6), 365 (2016).
14. A. S. Vorobyev, A. M. Gagarski, O. A. Shcherbakov, L. A. Vaishnene, and A. L. Barabanov, *JETP Lett.* **107**(9), 521 (2018).

15. P.H. White and G.P. Warner, *Journal of Nuclear Energy* **21**, 671 (1967); EXFOR 21195006.
16. W.E. Stein, R.K. Smith, and H.L. Smith, *Los Alamos National Laboratory Reports*, #LA-DC-9205 (1968); EXFOR 12452004.
17. V.M. Kupriyanov, B.I. Fursov, V.I. Ivanov, and G.N. Smirenkin, *Soviet Atomic Energy* **45**, 1176 (1978); EXFOR 40507004.
18. J.W. Behrens, J.C. Browne, and J.C. Walden, *Nucl. Sci. Eng.* **80**, 393 (1982); EXFOR 10647002.
19. M. Varnagy and J. Csikai, *Nuclear Instruments and Methods* **196**, 465 (1982); EXFOR 30588003 (U5); EXFOR 30588004 (U8).
20. M. Cance and G. Grenier, *Proceeding of the International Conference Nuclear Data for Science and Technology*, Antwerp, Belgium, 6–10 September, 1982, Springer, Dordrecht (1983), p.51; EXFOR 21821006, 21821007.
21. J.W. Meadows, *Nucl. Sci. Eng.* **85**, 271 (1983); EXFOR 12852002.
22. A. A. Goverdovskij, A. K. Gordyushin, B. D. Kuz'minov, V. F. Mitrofanov, A. I. Sergachev, S. M. Solov'ev, and P. S. Soloshenkov, *IAEA Report*, #INDC(CCP)-281/L, 17 (1988) [Engl. translation of *Jour. Vop. At. Nauki i Tekhn.*, Ser. Yaderno-Reak. Konstanty **3/57**, 13 (1984), Russia]; EXFOR 40835003.
23. A. A. Goverdovsky, A. K. Gordyushin, B. D. Kuzminov, V. F. Mitrofanov, A. I. Sergachev, S. M. Soloviev, and G. M. Stepchenkova, *Soviet Atomic Energy* **58**, 163 (1985); EXFOR 40861004.
24. K. R. Zasadny, H. M. Agrawal, M. Mahdavi, and G. F. Knoll, *IAEA Report*, #INDC(USA)-96, 113 (1985); EXFOR 12910003.
25. K. Kanda, T. Iwasaki, M. Terayama, Y. Karino, M. Baba, and N. Hirakawa, *IAEA Report*, #INDC(JPN)-108/U, 99 (1986); EXFOR 22024003.
26. K. Gul, M. Ahmad, M. Anwar, and S. M. Saleem, *Nucl. Sci. Eng.* **94**, 42 (1986); EXFOR 31711002.
27. V. A. Kalinin, S. S. Kovalenko, V. N. Kuz'min, Yu. A. Nemilov, L. M. Solin, and V. I. Shpakov, *IAEA Report*, #INDC(CCP)-284, 3 (1987); EXFOR 40927004.
28. F. Manabe, K. Kanda, T. Iwasaki, H. Terayama, Y. Karino, M. Baba, and N. Hirakawa, *Faculty of Engineering, Tohoku University Technical Report*, **52**(2), 97 (1988); EXFOR 22282007.
29. J.W. Meadows, *Ann. Nucl. Energy* **15** 421 (1988); EXFOR 13134008.
30. L. Desdin, S. Szegedi, and J. Csikai, *Acta Physica Hungarica* **65**(2-3), 271 (1989); EXFOR 31425002.
31. K. Merla, P. Hausch, C. M. Herbach, G. Musiol, G. Pausch, U. Todt, L. V. Drapchinskiy, V. A. Kalinin, and V. I. Shpakov, *Proceeding of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology*, Juelich, Germany, May 13-17, 1991, Springer-Verlag, Germany (1992), p. 510; EXFOR 22304004, 22304008.
32. C. Paradela, L. Tassan-Got, L. Audouin et al. (n_TOF Collaboration), *Phys. Rev. C* **82**, 034601 (2010); EXFOR 23126003.
33. M. Diakaki, M. Kokkoris, A. Kyrtos, E. Skordis, C. T. Papadopoulos, R. Vlastou, A. Lagoyannis, and S. Andriamonje, *Eur. Phys. J. A* **49**, 62 (2013); EXFOR 23189002.
34. M. Diakaki, D. Karadimos, R. Vlastou et al. (n_TOF Collaboration); *Phys. Rev. C* **93**, 034614 (2016); EXFOR 22742004.
35. P. Salvador-Castineira, F.-J. Hamsch, A. Gook, M. Vidali, N. P. Hawkes, N. J. Roberts, G. C. Taylor, and D. J. Thomas, *EPJ Web. Conf.* **146** 04050 (2017); EXFOR 23736003.
36. N. Otuka, E. Dupont, V. Semkova et al. (Collaboration), *Nuclear Data Sheets* **120**, 272 (2014); <https://www-nds.iaea.org/exfor/>.
37. O. Iwamoto, N. Iwamoto, K. Shibata, A. Ichihara, S. Kunieda, F. Minato, and S. Nakayama, *EPJ Web. Conf.* **239**, 09002 (2020); <https://www-nds.iaea.org/exfor/endlf.htm>.
38. D. A. Brown, M. B. Chadwick, R. Capote et al. (Collaboration), *Nuclear Data Sheets* **148**, 1 (2018).
39. Zh. Ge, R. Xu, H. Wu et al. (Collaboration), *EPJ Web of Conference* **239**, 09001 (2020); <https://www-nds.iaea.org/exfor/endlf.htm>.
40. OECD and NEA, *The Joint Evaluated Fission and Fusion File (JEFF) – Version 3.3* (OECD-NEA, Paris, 2018); <https://www.oecd-neo.org/dbdata/jeff/jeff33/>.
41. S. V. Zabrodskaia, A. V. Ignatyuk, V. N. Koscheev, V. N. Manohin, M. N. Nikolaev, and V. G. Pronyaev, *VANT. Ser.: Yadernye konstanty* **1–2**, 3 (2007) (in Russian); <https://www-nds.iaea.org/exfor/endlf.htm>.
42. P. W. Lisowski, J. L. Ullman, S. J. Balestrini, A. D. Carlson, O. A. Wasson, and N. W. Hill, *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology*, Mito, Japan, 30 May – 3 June, 1988, p.97; EXFOR 14176003.
43. O. Shcherbakov, A. Donets, A. Evdokimov, A. Fomichev, T. Fukahori, A. Hasegawa, A. Laptev, V. Maslov, G. Petrov, S. Soloviev, Yu. Tuboltsev, and A. Vorobyev, *J. Nucl. Sci. Technol.* **39**, 230 (2002); EXFOR 41455004.
44. F. Tovesson and T. S. Hill, *Phys. Rev. C* **75**, 034610 (2007); EXFOR 14130002.
45. T. Nakagawa, K. Shibata, S. Chiba, T. Fukahori, Y. Nakajima, Y. Kikuchi, T. Kawano, Y. Kanda, T. Ohsawa, H. Matsunobu, M. Kawai, A. Zukeran, T. Watanabe, S. Igarasi, K. Kosako and T. Asami, *J. Nucl. Sci. Technol.* **32**, 1259 (1995).
46. M. B. Chadwick, P. Oblozinsky, M. Herman et al. (Collaboration), *Nuclear Data Sheets* **107**, 2931 (2006).

Наблюдение поляризации Λ -гиперонов, образованных при взаимодействии K^- -мезонов с ядрами

В. В. Абрамов⁺, В. В. Моисеев⁺, И. Г. Алексеев^{*}, Н. А. Бажанов[×], Н. С. Борисов[×], А. Н. Васильев^{+o},
Ю. М. Гончаренко⁺, И. С. Городнов[×], А. Б. Гриднев[∇], Н. К. Калугин⁺, Н. Г. Козленко[∇], Ю. М. Мельник⁺,
А. П. Мещанин⁺, Н. Г. Минаев⁺, Д. А. Морозов⁺, В. В. Мочалов^{+o1)}, А. Б. Неганов[×], В. М. Нестеров^{*},
К. Д. Новиков⁺, Д. В. Новинский[∇], Л. В. Ногач⁺, М. Б. Нурушева^o, А. Ф. Прудкогляд⁺, С. В. Рыжиков⁺,
В. Л. Рыков^o, В. В. Рыльцов^{*}, А. В. Рязанцев⁺, Э. И. Самигуллин^{*}, Д. Н. Свирида⁺, П. А. Семенов^{+o},
А. В. Узунян⁺, Ю. А. Усов[×], А. Е. Якутин⁺

⁺ Институт физики высоких энергий им. А. А. Логанова Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”,
142281 Протвино, Россия

^{*} Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

[×] Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^o Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

[∇] Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова
Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”, 188300 Гатчина, Россия

Поступила в редакцию 30 июля 2024 г.

После переработки 13 августа 2024 г.

Принята к публикации 13 августа 2024 г.

Получены первые результаты по поляризации инклюзивно рожденных Λ -гиперонов на K^- - и π^- -пучках с импульсом 26.5 ГэВ/с в измерениях на установке СПАСЧАРМ на ускорительном комплексе У-70 в Протвино. Измерения выполнены на ядерных мишенях, в сеансах 2021 и 2022 гг. Поляризация Λ -гиперонов на π^- -пучке не превышает нескольких процентов в большей части исследованной кинематической области. Для данных на пучке K^- -мезонов наблюдается заметная положительная поляризация в области больших значений фейнмановской переменной x_F и поперечного импульса p_T , впервые измеренная на ядрах.

DOI: 10.31857/S0370274X24090133, EDN: HCRKEG

1. Введение. Поляризация Λ -гиперонов в эксклюзивной реакции $K^-p \rightarrow \Lambda\pi^0$ достигает максимально возможного значения $P_N = 0.98 \pm 0.15$ при низкой (около 3 ГэВ) энергии [1]. Тем интереснее измерить поляризацию Λ -гиперонов в инклюзивной реакции при более высокой энергии, к тому же при рассеянии на ядрах, что раньше не делалось.

Впервые поперечная поляризация инклюзивного рождения Λ -гиперонов была обнаружена в 1976 г. при взаимодействии неполяризованных протонов с энергией 300 ГэВ с неподвижной мишенью из бериллия [2]. Вопреки ожиданиям поляризация оказалась значительной, тогда как предполагалось, что большое число различных конечных состояний с Λ -гипероном подавит все поляризационные эффекты и приведет к тому, что суммарная поляризация будет близка к нулю. Оказалось, что напротив, спиновые эффекты, причем значительные по величине, выжи-

вают даже при высоких энергиях. В последующих экспериментах поляризация Λ -гиперонов исследовалась в различных адрон-протонных, адрон-ядерных и ядро-ядерных взаимодействиях в широком диапазоне энергий (см., например, обзор [3]).

Существует ряд теоретических, в основном феноменологических, моделей, объясняющих отдельные особенности имеющихся данных [4–9].

Наблюдаемые спиновые эффекты могут иметь непертурбативную природу, связанную со спонтанным нарушением киральной симметрии в КХД и появлением у составляющих кварков дополнительной массы порядка 300 МэВ и большого отрицательного (-0.4) аномального хромоманнитного момента [9, 10]. Важную роль в механизме возникновения поляризации гиперонов может играть неоднородное хромоманнитное поле, возникающее в момент взаимодействия адронов, что приводит к эффекту поляризации кварков, аналогично поляризации атомов в знаменитом опыте Штерна–Герлаха [11]. Прецессия спина

¹⁾ e-mail: mochalov@ihep.ru

кварков в сильном хромомagnetном поле проявляется в виде осцилляции поляризации в зависимости от x_F . Такой подход позволяет объяснить феноменологию поляризационных явлений в рамках единого механизма и сделать ряд критических для существующих моделей предсказаний [10].

Основной задачей эксперимента СПАСЧАРМ (СПиновые АСимметрии в рождении ЧАРМония) [12] на ускорительном комплексе У-70 является систематическое изучение спиновых эффектов в инклюзивном образовании различных частиц и резонансов во взаимодействии адронов при энергиях в несколько десятков ГэВ. Эксперимент проведен при умеренных поперечных импульсах образованных частиц, что соответствует области непертурбативной квантовой хромодинамики, где неприменим математический аппарат теории возмущений. Такие данные крайне необходимы для развития теоретического аппарата в этой сложной для теории кинематической области. Измерение поляризации гиперонов в реакциях с мезонными пучками интересно тем, что налетающий адрон содержит одновременно кварки и антикварки, в том числе странные.

2. Постановка эксперимента. Измерение поперечной поляризации гиперонов возможно благодаря наличию слабого распада, происходящего с нарушением пространственной четности. При распаде Λ -гиперона с поперечной поляризацией P на π -мезон и протон зависимость вероятности вылета протона под углом Θ_p к направлению вектора поляризации гиперона $\mathbf{P}$ имеет вид

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{1 + \mathbf{P}\mathbf{e}_p}{4\pi} = \frac{1 + \alpha P \cos p}{4\pi}, \quad (1)$$

где $\mathbf{e}_p$ – единичный вектор в направлении движения протона в системе покоя гиперона. Вектор $\mathbf{P}$ в силу сохранения четности в сильных взаимодействиях направлен вдоль вектора нормали $\mathbf{n}$ к плоскости рассеяния, определяемой направлением импульса налетающего адрона $\mathbf{p}_a$ и импульса образующегося гиперона $\mathbf{p}_c$: $\mathbf{n} = (\mathbf{p}_a \times \mathbf{p}_c)/|\mathbf{p}_a \times \mathbf{p}_c|$. Константа $\alpha_\Lambda = 0.732 \pm 0.014$ (предполагается, что $\alpha_\Lambda = -\alpha_{\bar{\Lambda}}$ [13]).

Измерения выполнены в НИЦ “Курчатовский институт” – ИФВЭ на 14-м канале ускорительного комплекса У-70. Установка СПАСЧАРМ подробно описана в работе [14]. На мишень установки выводятся отрицательно заряженные частицы: π^- ($\sim 98\%$), K^- ($\sim 1.5\%$) и $\bar{p}$ ($\sim 0.3\%$) с импульсом 26.5 ГэВ/с. Пучковые частицы выделяются телескопом из трех сцинтилляционных счетчиков. Счетчик с диаметром 14 мм расположен на входе в зону мишени и ограничивает размеры используемого пучка.

Идентификация пучковых частиц осуществлялась тремя пороговыми черенковскими счетчиками. Два счетчика регистрировали π^- -мезоны и более легкие частицы, а третий регистрировал также и K^- -мезоны. Координаты и углы пучковых частиц измерялись пучковыми годоскопами, включая прецизионный волоконный годоскоп [15].

В измерениях использовался набор из семи различных ядерных мишеней от углерода до свинца, а также “пустая” мишень. Толщина мишеней составляла 5–10 % длины взаимодействия.

В сеансе 2021 г. использовался триггер на взаимодействие, а в сеансе 2022 г. дополнительно требовалось наличие K^- -мезона в пучке, что позволило увеличить скорость набора K^- -мезонов в 4 раза за счет подавления π^- -мезонов. Примесь π^- -мезонов в пучке K^- -мезонов определяется неэффективностью черенковских счетчиков и не превышает 3 % от их числа. Триггер на взаимодействие формируется при совпадении сигналов пучкового телескопа при отсутствии сигнала с дополнительного триггерного счетчика ВК, расположенного в самом конце установки (после трековых детекторов перед электромагнитным калориметром). Счетчик ВК имеет диаметр 10 см и регистрирует пучковые частицы, которые прошли мишень без взаимодействия.

Вторичные заряженные частицы регистрируются пропорциональными камерами и дрейфовыми трубками (всего 57 слоев). Для минимизации систематических ошибок была проведена оптимизация (выбор скорости продува и рабочего напряжения) трековых детекторов установки [14], что обеспечило стабильность работы всех детекторов не хуже 0.3 %. Для измерения импульса используется широкоапертурный спектрометрический магнит с интегралом поля ~ 0.7 Тм [16].

Общее число зарегистрированных событий в сеансе 2021 г. составляет 1.1×10^9 . Число событий с идентифицированными пучковыми пионами составляет 856 млн., с каонами – 21.2 млн. В сеансе 2022 г. число идентифицированных пучковых частиц составляет 67.1 млн, из них с K^- -мезонами – 48.5 млн.

3. Анализ данных эксперимента. В основе программы реконструкции эксперимента лежит пакет, используемый в эксперименте PANDA в FAIR (Дармштадт) [17]. Для восстановления треков заряженных частиц используется метод поиска трека, известный как преобразование Хафа.

Вторичные вершины, соответствующие точке распада Λ -гиперона на протон и π^- -мезон, находятся для всех комбинаций вторичных треков противоположного знака. Далее находится первич-

ная вершина взаимодействия – точка пересечения трека Λ -гиперона и пучкового трека.

Для получения поправок на эффективность регистрации и реконструкции треков частиц в установке СПАСЧАРМ используются события, полученные методом Монте-Карло. Генерация событий производилась с использованием генератора RUTHIA 8.212 [18]. Смоделированные события с помощью пакета программ GEANT 3.2111 [19] трассировались через установку СПАСЧАРМ. Поскольку при моделировании Λ -гипероны не поляризованы, эти события могут использоваться для поправок на эффективность регистрации гиперонов в установке СПАСЧАРМ. Всего было проанализировано 200 млн. событий Монте-Карло. Количество реконструированных Λ -гиперонов в событиях Монте-Карло на порядок превышает их число в данных, что делает их вклад в статистическую ошибку измеренной поляризации незначительным.

Для выделения нужной статистики использовались следующие критерии:

- Наличие только одного идентифицированного (π^- или K^-) пучкового трека.
- Наличие двух и более реконструированных треков вторичных частиц.
- Из комбинаций пар заряженных частиц с противоположными знаками выбирались следующие:
 - расстояние между треками, образующими вторичную вершину, меньше 0.4 см;
 - расстояние между пучковым треком и треком кандидата в Λ -гиперон меньше 0.4 см;
 - расстояние по координате Z между первичной и вторичной вершиной больше 18 см;
 - первичная вершина находится в области мишени эксперимента.

Поскольку идентификация вторичных частиц отсутствует, то для подавления комбинаторного фона дополнительно накладывались следующие отборы:

- Для выбора Λ -гиперонов отбирались только пары с переменной $\alpha_{AP} > 0$, где α_{AP} – переменная асимметрии распада на плоте Арментероса–Подольски [20] (α_{AP} – разность продольных импульсов положительно и отрицательно заряженных частиц, отнесенная к их сумме, в лабораторной системе координат).
- Частицам от распада нейтральной вторичной частицы приписывались массы $\pi^\pm$ -мезонов, из кандидатов в Λ -гипероны вычеркивались пары с массами в диапазоне от 0.468 до 0.525 ГэВ/ c^2 .

Пример массового спектра отобранных комбинаций приведен на рис. 1. Зеленая кривая – фон (B), синяя – сигнал Λ -гиперона (S), описываемый Гауссовым распределением, красная – сумма сигнала и фона. Фон описывался сверткой пороговой функции и экспоненты.

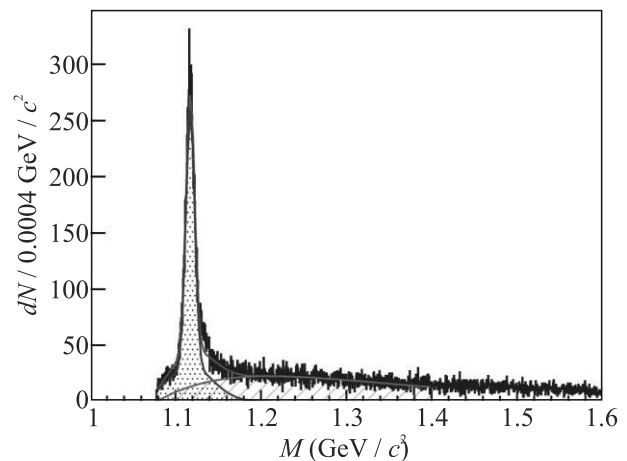


Рис. 1. (Цветной онлайн) Распределение по массе $p\pi^-$ -пары для K^- -пучка

Полученная ширина массового распределения $\sigma = 5.00 \pm 0.06$ МэВ/ c^2 для π^- -пучка и 5.16 ± 0.10 МэВ/ c^2 для K^- -пучка. Интегралы используемых в фите функций в интервале позволяют определить число зарегистрированных Λ -гиперонов S и отношение сигнала к фону S/B. Для пионного пучка $S = 43800 \pm 242$, отношение $S/B = 2.90 \pm 0.03$. Для каонного пучка $S = 8318 \pm 94$, и отношение $S/B = 13.28 \pm 0.55$.

На рисунке 2 приведено распределение выбранных пар по кинематическим параметрам для реакции $\pi^- A \rightarrow \Lambda X$. Переменная x_F меняется в интервале от -0.2 до 1 , а p_T от 0 до 2.5 ГэВ/ c . Из-за ограниченной апертуры установки эти две переменные не являются абсолютно независимыми.

4. Определение поляризации Λ -гиперонов.

Поляризация Λ -гиперона вычисляется в соответствии с формулой (1). Так как в сильном взаимодействии сохраняется пространственная четность, то ненулевая поляризация гиперона возможна только вдоль нормали Y к плоскости рассеяния. В этом случае строится распределение по косинусу угла θ между осью Y и вектором импульса протона. В качестве сигнала выбираются пары ($p\pi^-$) в интервале масс (1.105–1.125) ГэВ/ c^2 , для оценки фона используются пары в интервалах масс (1.077–1.10) и (1.14–1.16) ГэВ/ c^2 (вне пика Λ -гиперона). Для получения максимальной статистики использовались все типы

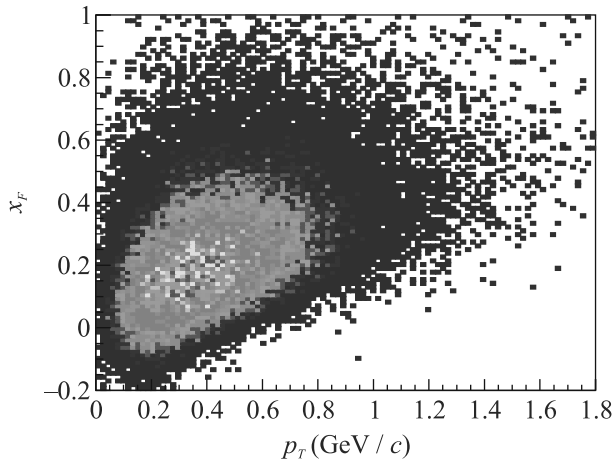


Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределение Λ -гиперонов по кинематическим параметрам для реакции $\pi^- A \rightarrow \Lambda X$

мишеней. Среднее значение массового числа использованных мишеней составляет 62.

Отношение сигнала и комбинаторного фона S/V для каждого интервала x_F и p_T определялось в соответствии с рис. 1 и использовалось для вычисления нормировочного коэффициента, на который необходимо умножить гистограмму для фона при его вычитании из данных под пиком. Аналогичная процедура проводилась и для Монте-Карло событий, что позволяет после вычитания фона получить распределения по $\cos \theta$ для “чистых” Λ -гиперонов как для данных, так и для событий, смоделированных методом Монте-Карло. Деление полученных таким образом гистограмм для данных и Монте-Карло событий дает нам поправленные на эффективность регистрации и реконструкции распределения по $\cos \theta$ для Λ -гиперонов.

Поляризация Λ -гиперонов получена аппроксимацией распределений по $\cos \theta$ в каждом из интервалов по x_F и p_T выражением, аналогичному (1): $dN/d\Omega = N(1 + \alpha_\Lambda P_N \cos \theta)$, где N – свободный нормировочный множитель, P_N – другой свободный параметр, поперечная поляризация Λ -гиперонов.

В ходе анализа были проанализированы следующие вклады в систематическую неопределенность результата: i) произвольность выбора аппроксимирующей функции и сигнального диапазона; ii) ошибки в определении эффективности трековых детекторов установки; iii) неточность описания экспериментальной установки при моделировании; iv) вклад примеси пионов и антипротонов в каонном пучке; v) исключение из анализа распределения по $\cos \theta$ в центральной области, $-0.25 \leq \cos \theta \leq 0.25$, где вклад фона максимальный. Было установлено, что вклад

первого источника является доминирующим и на его фоне прочими вкладами можно пренебречь. Для верхней оценки этого вклада использовалось значение поляризации без вычитания фона в области пика Λ -гиперона. Среднее значение абсолютной величины отклонения оценок поляризации P_N , в случаях с вычитанием фона и без его вычитания является оценкой полной величины систематической ошибки измерения поляризации ϵ_S . Для пучка π^- -мезонов мы получаем $\epsilon_S = 0.019$, а для пучка K^- -мезонов $\epsilon_S = 0.017$.

5. Результаты измерений и обсуждение. Результаты измерения поляризации Λ -гиперонов в эксперименте СПАСЧАРМ приведены в табл. 1 (левые четыре колонки для π^- -пучка, а правые четыре для K^- -пучка). Приведены средние значения переменной Фейнмана x_F и поперечного импульса p_T , а также поперечная поляризация и число Λ -гиперонов с ошибками. На рисунке 3 показана зависимость поляризации Λ -гиперонов от x_F (слева) и p_T (справа) в обеих реакциях.

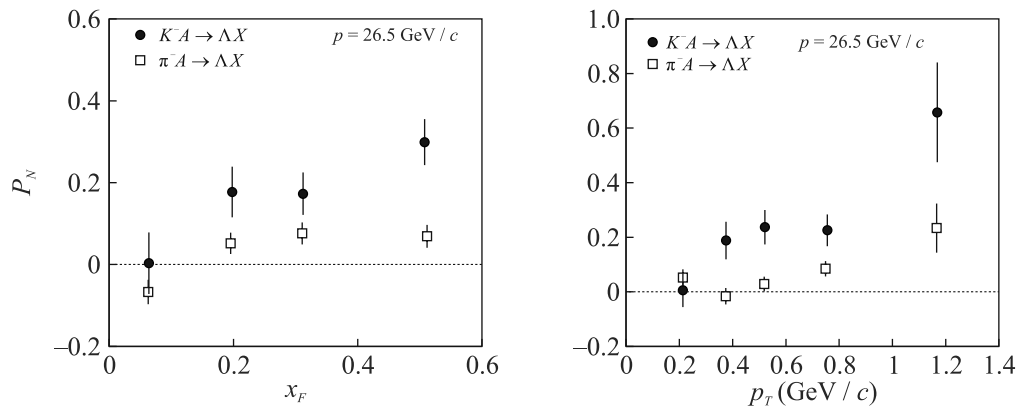
Величина P_N в π^- -пучке в области значений $p_T < 1$ ГэВ/с (и малых x_F) мала, а при $p_T > 1$ ГэВ/с и $\sim 0.4 < x_F \lesssim 0.6$ достигает $(23 \pm 9) \%$. Результат нашего эксперимента – это наиболее точные измерения поляризации для данной реакции, при этом они находятся в согласии с результатами предыдущих экспериментов [21–26].

Поляризация Λ -гиперонов на K^- -пучке, в отличие от данных на π^- -пучке, имеет значительную среднюю $(18 \pm 3) \%$ положительную величину. Поляризация растет с увеличением x_F и p_T . В области $p_T > 1$ ГэВ/с величина P_N достигает $(66 \pm 18) \%$. Малая ($< 3 \%$) доля π^- -мезонов в каонном пучке может незначительно увеличить это значение. Важно отметить, что в нашем эксперименте заметное число Λ -гиперонов образуется в распадах Σ^0 -гиперонов, при этом поляризация Λ -гиперонов из распада Σ^0 -гиперонов равна поляризации Σ^0 -гиперонов, умноженной на фактор $-1/3$ [27]. С учетом измеренных в указанной работе поляризаций Λ -гиперонов и Σ^0 -гиперонов, правда, на протонном пучке, вклад последних может привести к уменьшению измеренной поляризации на величину до 25 % относительно поляризации “прямо” рожденных Λ -гиперонов. Это замечание касается практически всех десятков экспериментов, в которых измерялась поляризация Λ -гиперонов в инклюзивных реакциях, и должно быть учтено при теоретической интерпретации результатов.

Поляризация Λ -гиперонов на K^- -пучке систематически в несколько раз больше, чем на π^- -пучке,

Таблица 1. Поляризация Λ -гиперонов в $\pi^- A$ и $K^- A$ -соударениях для всех ядер

p_T (ГэВ/с), x_F	Результаты измерения в $\pi^- A$ -взаимодействии				Результаты измерения в $K^- A$ -взаимодействии			
	$\langle p_T \rangle$, ГэВ/с	$\langle x_F \rangle$	P_N , %	N_Λ	$\langle p_T \rangle$, ГэВ/с	$\langle x_F \rangle$	P_N , %	N_Λ
Все события	0.48	0.26	4.1 ± 1.4	43800 ± 242	0.51	0.30	18.4 ± 3.0	8318 ± 94
$-0.5 < x_F < 0.14$	0.33	0.06	-6.7 ± 3.0	10970 ± 128	0.34	0.06	0.3 ± 7.5	1416 ± 40
$0.14 < x_F < 0.25$	0.45	0.20	5.2 ± 2.6	11509 ± 127	0.45	0.20	17.7 ± 6.2	1821 ± 44
$0.25 < x_F < 0.38$	0.53	0.31	7.6 ± 2.7	10881 ± 118	0.53	0.31	17.3 ± 5.2	2411 ± 49
$0.38 < x_F < 1.0$	0.61	0.51	6.9 ± 2.8	11033 ± 115	0.62	0.51	29.9 ± 5.6	2342 ± 51
$0.0 < p_T < 0.31$	0.21	0.17	5.3 ± 3.0	11067 ± 135	0.21	0.20	0.6 ± 6.2	1912 ± 46
$0.31 < p_T < 0.44$	0.37	0.24	-1.6 ± 3.0	9722 ± 114	0.38	0.27	18.8 ± 6.9	1656 ± 43
$0.44 < p_T < 0.61$	0.52	0.28	2.9 ± 2.7	11197 ± 116	0.52	0.31	23.7 ± 6.3	1923 ± 45
$0.61 < p_T < 1.0$	0.75	0.35	8.5 ± 2.8	10324 ± 110	0.76	0.37	22.6 ± 5.8	2058 ± 47
$1.00 < p_T < 2.5$	1.17	0.46	23.4 ± 9.0	1291 ± 44	1.17	0.47	65.8 ± 18.3	309 ± 18

Рис. 3. Зависимость P_N от переменной Фейнмана x_F (слева) и поперечного импульса p_T (справа) в реакциях $\pi^- A \rightarrow \Lambda X$ и $K^- A \rightarrow \Lambda X$, полученная при 26.5 ГэВ на экспериментальной установке СПАСЧАРМ на ускорительном комплексе У-70 в Протвино

что может быть связано с наличием валентного странного кварка в K^- -мезоне.

Поляризация Λ на протонной мишени в реакции $K^- p \rightarrow \Lambda X$ при $x_F > 0$ положительна и растет с увеличением x_F и p_T [23, 28–33]. Данные настоящего эксперимента – единственные, полученные на ядерных мишенях. В наших данных также наблюдается рост P_N при увеличении p_T и x_F . Напомним, что эти две переменные коррелированы в наших измерениях.

Сравнение данных на π^- и K^- пучках показывает, что наличие в начальном состоянии более тяжелого валентного s -кварка приводит к большей в несколько раз поляризации в области фрагментации пучка. Именно s -кварк является носителем спина в Λ -гипероне согласно наивной кварковой модели. Два других кварка, u и d , образуют пару в синглетном по спину состоянии. Таким образом, валентный s -кварк из K^- -мезона с большей вероятностью поляризуется в процессе взаимодействия мезона с нуклоном или ядром, чем морской s -кварк из π^- -мезона.

Рост $P_N(p_T)$ при увеличении p_T может быть объяснен разрешением при больших p_T структуры адрона, состоящего из цветных кварков, обладающих согласно КХД цветными силами. При малых p_T , в силу соотношения неопределенностей, мы имеем дело с бесцветным в целом объектом и с отсутствием цветных сил, что приводит к уменьшению поляризации гиперонов [9, 10, 34]. Рост $P_N(x_F)$ в области $x_F > 0$ может быть связан с увеличением времени действия цветных сил на s -кварк в рамках модели хромомагнитной поляризации кварков [9, 10, 34].

6. Заключение. Проведены измерения поляризации инклюзивно рожденных Λ -гиперонов в $\pi^- A$ и $K^- A$ -соударениях при импульсе 26.5 ГэВ/с на ускорительном комплексе У-70. Поляризация Λ -гиперона на K^- -пучке впервые измерена на ядерных мишенях.

Данные на π^- -пучке указывают на незначительную среднюю ($\langle P_N \rangle = (4.1 \pm 1.4) \%$) поперечную по-

ляризацию гиперонов, за исключением области $p_T > 1$ ГэВ/с, где поляризация равна $(23 \pm 9)\%$.

Поляризация Λ -гиперонов на K^- -пучке, имеющем валентные s -кварки в своем составе, в отличие от данных на π^- -пучке, имеет значительную среднюю ($\langle P_N \rangle = (18 \pm 3)\%$) положительную величину и растет с увеличением x_F и p_T . В области $p_T > 1$ ГэВ/с P_N достигает $(66 \pm 18)\%$.

Полученные в эксперименте СПАСЧАРМ результаты являются наиболее точными в мире в данных реакциях. Тем не менее в будущих сеансах важно увеличить статистику и улучшить точность измерений, что позволит впервые определить зависимость поляризации от атомного номера ядра, разделить ее зависимости от p_T и x_F .

Авторы выражают свою признательность сотрудникам Отделения ускорительного комплекса, Отдела пучков, Отделения экспериментальной физики и Дирекции НИЦ “Курчатовский институт” – ИФВЭ за содействие и поддержку данной работы.

Финансирование работы. Работа выполнена в Институте физики высоких энергий им. А. А. Логунова Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 22-12-00164). Работа сотрудников Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации, проект “Новые явления в физике элементарных частиц и ранней Вселенной” # FSWU-2023-0073.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. G. C. Mason and C. G. Wohl, Nucl. Phys. B **58**, 1 (1973).
2. G. Bunce, R. Handler, R. March, P. Martin, L. Pondrom, M. Sheaff, K. J. Heller, O. Overseth, P. Skubic, T. Devlin, B. Edelman, R. Edwards, J. Norem, L. Schachinger, and P. Yamin, Phys. Rev. Lett. **36**, 1113 (1976).
3. V. V. Abramov, preprint IHEP 2001-13 (2001), Protvino (2001); ArXiv hep-ph/0111128.
4. B. Andersson, J. Phys. Vol. G **17**, 1507 (1991).
5. T. A. DeGrand and H. Miettinen, Phys. Rev. D **31**, 661 (1985).
6. D. W. Sivers, Phys. Rev. D **41**, 83 (1990).
7. J. C. Collins, Nucl. Phys. B **396**, 161 (1993).
8. М. Г. Рыскин, ЯФ **48**, 1114 (1988).
9. В. В. Абрамов, ЯФ **72**, 1933 (2009).
10. V. V. Abramov, Phys. Atom. Nucl. **87**(1), 38 (2024).
11. W. Gerlach and O. Stern, Z. Phys. **8**, 110 (1921).
12. В. В. Абрамов, И. Л. Ажгирей, А. А. Борисов и др. (Collaboration СПАСЧАРМ), ЭЧАЯ **54**, 6 (2023).
13. P. A. Zyla, R. M. Barnett, J. Beringer et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, PTEP **2020** **8**, 083C01 (2020).
14. В. В. Абрамов, Г. Д. Алексеев, И. Г. Алексеев и др. (Collaboration СПАСЧАРМ), Препринт НИЦ “Курчатовский институт” ИФВЭ 2023-13. Протвино (2023); <http://web.ihep.su/library/pubs/prep2023/ps/2023-13.pdf>.
15. А. В. Рязанцев, С. И. Букреева, А. Н. Васильев, А. М. Горин, Ю. М. Гончаренко, В. В. Моисеев, В. В. Мочалов, П. А. Семенов, ПТЭ **66**(4), 48 (2023).
16. A. P. Meschanin, A. N. Vasiliev, Yu. M. Goncharenko, V. A. Kormilitsyn, N. G. Minaev, V. V. Mochalov, V. L. Rykov, A. D. Ryabov, T. D. Ryabova, A. V. Ryazantsev, P. A. Semenov, S. A. Semin, and Z. G. Simonova, Physics of Atomic Nuclei **85**(12), 2043 (2022).
17. D. Steinschaden for the PANDA Collaboration, J. Phys. Conf. Ser. **1085**(4), 042045 (2018).
18. M. Reininghaus, T. Sjöstrand, and M. Utheim, EPJ Web Conf. **283**, 05010 (2023).
19. R. Brun, GEANT – Detector Description and Simulation Tool (1993), <https://cds.cern.ch/record/1073159/files/cer-002728534.pdf>.
20. J. Podolanski and R. Armenteros, Phil. Mag. **45**, 13 (1954).
21. B. Adeva, M. Aguilar, J. A. Rubio, and C. Pajareset, Z. Phys. C **26**, 389 (1984).
22. R. Sugahara, F. Ochiai, Y. Fukui et al. (Collaboration), Nucl. Phys. B **156**, 237 (1979).
23. F. Barreiro, O. Benary, J. E. Brau et al. (Collaboration), Phys. Rev. D **17**, 669 (1978).
24. P. H. Stuntembeck, N. M. Cason, J. M. Bishop, N. N. Biswas, V. P. Kenney, and W. D. Shephard, Phys. Rev. D **9**, 608 (1974).
25. S. Barlag, H. Becker, A. Bozek et al. (ACCMOR Collaboration), Phys. Lett. B **325**, 531 (1994).
26. J. Bensingier, F. Lomanno, B. D. Magnuson et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **50**, 313 (1983).
27. K. Heller, O. E. Overseth, G. Bunce, F. Dydak, and H. Taureg, Phys. Lett. B **68**, 480 (1977).
28. M. L. Faccini-Turluer, R. Barloutaud, C. Cochet et al. (CERN-Soviet Collaborations), Z. Phys. C **1**, 19 (1979).
29. S. A. Gourlay, H. L. Melanson, M. A. Abolins, K. W. Edwards, W. R. Francis, H. G. Kobrak, D. P. Owen, R. A. Swanson, and P. M. Yager, Phys. Rev. Lett. **56**, 2244 (1986).
30. H. Abramowicz, R. Barloutaud, A. Borg, M. Spiro, K. Paller, T. P. Shah, S. N. Tovey, B. Chaurand, B. Drevillon, J. M. Gago, and R. A. Salmeron, Nucl. Phys. B **105**, 222 (1976).

31. H. Grassler, R. Honecker, H. Laven, L. Becker, R. Klein, W. Lohmann, H. J. Schreiber, M. F. Hodous, D. J. Kocher, D. R. O. Morrison, K.-L. Wernhard, K. W. J. Barnham, B. Pollock, D. P. Dallman, and F. Mandl, Nucl. Phys. B **136**, 386 (1978).
32. M. Baubillier, I. J. Bloodworth, G. J. Bossen et al. (Birmingham-CERN-Glasgow-Michigan State-Paris Collaboration), Nucl. Phys. B **148**, 18 (1979).
33. S. U. Chung, R. L. Eisner, S. D. Protopopescu, and R. D. Field, Phys. Rev. D **11**, 1010 (1975).
34. V. V. Abramov, A. Aleshko, V. A. Baskov et al. (SPD collaboration), Phys. Part. Nucl. **52**(6), 1044 (2021).

Поле тяготения сплошной самогравитирующей среды и “темная материя”

В. М. Журавлев¹⁾

Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова, 432071 Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 8 июля 2024 г.

После переработки 7 августа 2024 г.

Принята к публикации 28 августа 2024 г.

В работе предлагается способ описания эффекта скрытой массы или “темной материи”. Подход основан на новом общем решении уравнения Пуассона для напряженности поля тяготения в самогравитирующей сплошной среде. Это решение является следствием теории пространства и материи, альтернативной Общей теории относительности. Выведены условия, позволяющие установить, в каких случаях полученное решение описывает классическое поле тяготения ньютоновской теории, а в каких приводит к появлению эффекта скрытой массы. Полученное представление для напряженности гравитационного поля анализируется в рамках модели динамического равновесия дисковых галактик, на основе чего обсуждается вопрос возможности описания наблюдаемых свойств эффекта скрытой массы в рамках такого подхода.

DOI: 10.31857/S0370274X24090142, EDN: HEFQCO

1. Введение. Одной из наиболее важных проблем современной астрофизики является расхождение в наблюдаемых кривых вращения дисковых галактик с предсказанными на основе наблюдений их поверхностной яркости. Это расхождение объясняется наличием эффекта скрытой массы или “темной материи” [1–3]. Для объяснения эффекта скрытой массы привлекают две основных гипотезы, которые выходят за рамки классической теории тяготения. Первая состоит в том, что на больших масштабах существует экзотическая форма материи, взаимодействующая с обычным веществом только за счет сил тяготения. Именно этот подход именуется эффектом темной материи. Второй подход сводится к модификациям классического закона тяготения Ньютона. Основным примером такого подхода является теория MOND [4, 5]. Оба подхода не дают на сегодняшний день исчерпывающего объяснения эффекта скрытой массы.

В основе представлений об эффекте скрытой массы, связанных с данными о вращении галактик, лежит классический способ вычисления напряженности поля тяготения в самогравитирующей сплошной среде, основанный на теории тяготения Ньютона. Вместе с тем для описания поля тяготения в сплошной среде в [6–9] предложен отличный от классического метод, опирающийся на лагранжев подход в гидродинамике. Метод был использован для описа-

ния астрофизических объектов – звезд [6, 7, 9] и галактик [8] в условиях динамического равновесия. Подобное описание поля тяготения в терминах лагранжевых переменных (маркеров) появилось в топологической теории фундаментальных полей (ТТФП) в работах [10–15]. Эта теория является альтернативой Общей теории относительности (ОТО). При этом ТТФП опирается на геометрические и топологические методы, как и ОТО, для объяснения свойств материи, ее динамики и структуры. Вместе с тем метод описания поля тяготения с помощью маркеров при определенных условиях может в точности соответствовать классической теории тяготения, как это было показано в [10–13] и использовано в [6], но в случае невыполнения этих условий приводит к появлению эффекта скрытой массы. Эти условия в первую очередь связаны со свойствами самой сплошной среды – наличием в ней частиц с различной массивностью [7–9]. В данной работе установлены общие требования к форме представления напряженности поля тяготения через поля маркеров, которые дают, с одной стороны, решение задачи классической теории тяготения Ньютона для сплошной самогравитирующей среды, а с другой – новый способ описания эффекта скрытой массы. На основе нового способа представления напряженности поля тяготения в работе кратко анализируется задача о динамическом равновесии дисковых структур, в том числе галактик, и обосновывается эффективность нового подхо-

¹⁾e-mail: zhvictorm@gmail.com

да для описания эффекта скрытой массы (“темной материи”).

2. Альтернативный подход к описанию поля тяготения. Основой ТТФП является геометрический подход к описанию пространства и материи, состоящий в том, что физическое трехмерное пространство является материальным объектом, геометрия которого может быть представлена в форме гладкой трехмерной гиперповерхности V^3 , вложенной в четырехмерное евклидово пространство W^4 на единицу большей размерности: $V^3 \in W^4$. При этом время в W^4 течет одинаково во всех точках [10–15]. Такая конструкция гораздо проще подхода ОТО, в которой нематериальное четырехмерное псевдориманово пространство-время общего вида наделяется физическими свойствами, что ведет к целому ряду парадоксов [16, 15]. Геометрия V^3 , как гиперповерхности в W^4 , может быть полностью задана с помощью уравнения: $x^4 = \mathcal{F}(\mathbf{x}, t)$, где $\mathcal{F}(\mathbf{x}, t)$ – функции высоты, x^1, x^2, x^3, x^4 , – выделенные декартовы координаты в W^4 , $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3)$. На микроуровне частицы материи определяются как области пространства, ограниченные особыми изоповерхностями $\mathcal{F} = \text{const}$, которые по определению содержат хотя бы одну седловую точку функции $\mathcal{F}(\mathbf{x}, t)$. Такое представление позволяет построить электродинамику с целочисленным электрическим зарядом, который является топологической характеристикой областей пространства, соответствующих каждой частице, а масса определяется их геометрическими свойствами. Структуру и динамику V^3 как материального объекта можно описывать как совокупность точек непрерывной среды, пользуясь понятием лагранжевых переменных или маркеров. С помощью маркеров в ТТФП строится описание фундаментальных полей – электромагнитных с дискретным целочисленным зарядом, гравитационных, удовлетворяющих автоматически обобщенному уравнению Пуассона, а также материи, обладающей квантовыми свойствами, подчиняющимися уравнению Шредингера в его геометрической интерпретации [10–15]. При этом усредненные динамические параметры частиц на макроуровне удовлетворяют уравнениям Ньютона классической механики. Классические уравнения движения непрерывной среды Ньютона–Эйлера, с точки зрения ТТФП, являются усредненными уравнениями движения областей пространства, которые в ТТФП интерпретируются как элементарные частицы материи с соответствующей топологической структурой. Прямой вывод таких усредненных уравнений движения представлен вместе с указанием связи геометрического усреднения со статистическим посту-

латом Борна квантовой теории в [10–15]. Полученные с помощью геометрического усреднения уравнения движения материи содержат в стандартной для классической физики форме электромагнитные силы (Кулона и Лоренца), а также усредненную потенциальную силу, которая отождествляется с силой тяготения.

Поскольку в основе описания материи на микроуровне в ТТФП лежит представление о физическом пространстве как о непрерывной среде, то его можно эффективно применять и к описанию материи на макроуровне. В силу этого, описание поля тяготения для астрофизических объектов может быть построено на тех же принципах, что и в ТТФП. Основным отличием такого способа описания гравитационного поля тяготения астрофизических объектов от классического является возможность появления эффекта скрытой массы.

3. Описание свойств среды с помощью маркеров. Лагранжевы переменные или маркеры $e^a = e^a(\mathbf{x}, t)$, $a = 1, 2, 3$, которые обозначают набор независимых свойств среды, не изменяющихся при движении, являются решениями уравнений переноса:

$$e_t^a + (\mathbf{v}, \nabla) e^a = 0, \quad a = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{v} = (u, v, w)$ – вектор скорости потока, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ – физические пространственные координаты. Дифференциальным следствием (1) является уравнение сохранения плотности точек среды (концентрации маркеров):

$$\frac{\partial |J|}{\partial t} + \nabla \cdot (|J| \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

где:

$$J = \det \left(\frac{\partial e^a}{\partial x^a} \right). \quad (3)$$

Уравнение (2) совпадает по форме с гидродинамическим уравнением неразрывности, выражающим собой закон сохранения массы. Поэтому в гидродинамике, полагая:

$$\rho = M_0 |J|, \quad (4)$$

где M_0 – некоторая размерная постоянная, получают автоматически уравнение неразрывности:

$$\rho_t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (5)$$

Соотношение (4) можно обобщить, полагая:

$$\rho = M_0 \aleph(\mathbf{e}) |J|, \quad (6)$$

где $\aleph = \aleph(\mathbf{e})$ – произвольная дифференцируемая функция маркеров. Для плотности в форме (6) урав-

нение неразрывности остается неизменным. Функцию $\mathcal{M} = M_0 \aleph(\mathbf{e})$ будем называть функцией массивности частиц среды, а $\aleph = \aleph(\mathbf{e})$ – относительной массивностью частиц среды.

Физический смысл $\mathcal{M}$ состоит в том, что она описывает среднюю массу частиц непрерывной среды в бесконечно малом ее объеме [7]. Если среда состоит из частиц одного сорта, то всюду в пространстве $\aleph(\mathbf{e}) = 1$. Если же среда состоит из частиц нескольких типов с различной массой, то функция массивности $\mathcal{M}(\mathbf{e})$ будет в общем случае изменяться в пространстве. В случае, когда понятие сплошной среды при описании галактик переносится на среду, состоящую из отдельных звезд, пыли и газа, функция массивности должна учитывать и распределение звезд различной массы в пространстве.

4. Поле тяготения самогравитирующей среды и маркеры. Рассмотрим формальное тождество для полей маркеров, которое в координатах пространства маркеров E^3 имеет тривиальный вид:

$$\sum_{a=1}^3 \frac{\partial e^a}{\partial e^a} = 3.$$

После преобразования этого тождества в физические координаты, функциями которых являются маркеры $e^a = e^a(\mathbf{x}, t)$, приходим к следующей форме этого тождества:

$$\frac{1}{|J|} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(|J| e^a \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} \right) = 3. \quad (7)$$

Рассмотрим случай среды, состоящей из частиц одного сорта: $\aleph = 1$. Учитывая, что в этом случае функция $|J|$ с точностью до множителя M_0 отождествляется с плотностью массы (4), удобно последнее тождество представить в следующей форме:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(M_0 |J| e^a \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} \right) = 3 M_0 |J| = 3\rho. \quad (8)$$

Этого уравнение совпадает по форме с классическим уравнением Пуассона:

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = -4\pi G \rho, \quad (9)$$

если в качестве напряженности поля тяготения взять векторное поле:

$$\mathbf{g} = -\frac{4\pi G}{3} M_0 |J| \mathbf{K} - \text{rot} \mathbf{Z}. \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{K}$ – векторное поле с компонентами:

$$K^\alpha = e^a \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a}, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (11)$$

Слагаемое $\text{rot} \mathbf{Z}$ в правой части (10) можно рассматривать как калибровочное поле, компенсирующее вихревую составляющую поля

$$\mathbf{g}_K = -\frac{4\pi G}{3} \rho \mathbf{K} \quad (12)$$

так, чтобы поле $\mathbf{g}$ в (10) было потенциальным: $\mathbf{g} = -\nabla \phi$ с потенциалом ϕ . Таким образом, соотношение (10) представляет собой точное решение классического уравнения Пуассона (9) для сплошной самогравитирующей среды, но только в случае, если среда состоит из частиц одной и той же массы, функция массивности которой $\mathcal{M}$ всюду является постоянной величиной: $\mathcal{M} = M_0 = \text{const}$.

5. Решение уравнения Пуассона в случае $\aleph \neq \text{const}$. В случае, если среда состоит из частиц различной массы и $\aleph \neq \text{const}$, то использование соотношения (10) в качестве напряженности поля классической теории тяготения приводит к эффекту скрытой массы:

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = -4\pi G M_0 |J| = -4\pi G \frac{1}{\aleph} \rho. \quad (13)$$

Появление множителя $\aleph^{-1}$ в правой части последнего соотношения эквивалентно появлению дополнительной плотности материи в следующей форме:

$$\rho_{\text{eff}} = \rho + \rho_D, \quad \rho_D = \frac{1 - \aleph}{\aleph} \rho, \quad (14)$$

где ρ_D – скрытая масса, создающая дополнительное поле тяготения, которое описывается соотношением (10). В такой форме эффект скрытой массы в задачах динамического равновесия звезд исследовался в работах [7, 9] и галактик [8]. Факт появления скрытой массы с плотностью ρ_D указывает на то, что классическая теория тяготения с постулируемой напряженностью (10) перестает работать. В связи с этим возникает вопрос о возможности модифицировать это соотношение так, чтобы эффект скрытой массы исчез в случае самогравитирующей среды, состоящей из частиц различной массы.

Для ответа на поставленный вопрос рассмотрим в качестве обобщения (10) соотношение следующего вида:

$$\mathbf{g} = -\frac{4\pi G}{3} \Xi(\mathbf{e}, t) M_0 |J| \mathbf{K} - \text{rot} \mathbf{Z}, \quad (15)$$

где $\Xi(\mathbf{e}, t)$ – некоторый вспомогательный множитель, зависящий от маркеров и времени, что эквивалентно некоторой зависимости от физических координат и t : $\Xi(\mathbf{e}(\mathbf{x}, t), t) = \tilde{\Xi}(\mathbf{x}, t)$. Подставляя (15) в уравнение Пуассона, находим:

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = -\frac{4\pi G}{3} \nabla \cdot (\Xi(\mathbf{e}, t) M_0 |J| \mathbf{K}) = \quad (16)$$

$$= -4\pi G \Xi M_0 |J| \left(1 + \frac{1}{3} K^\alpha \frac{\partial \ln \Xi}{\partial x^\alpha} \right) = -4\pi G \mathcal{D} \rho.$$

Множитель $\mathcal{D}$ в последнем соотношении с учетом определения $\mathbf{K}$ (11) имеет такой вид:

$$\mathcal{D} = \frac{\Xi}{3\aleph} \left(3 + K^\alpha \frac{\partial \ln \Xi}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{\Xi}{3\aleph} \left(3 + e^\alpha \frac{\partial \ln \Xi}{\partial e^\alpha} \right). \quad (17)$$

Если предполагать, что в общем случае напряженность поля тяготения имеет вид (15), то наличие множителя $\mathcal{D}$ в правой части уравнения (16) означает, что при этом наблюдается эффект скрытой массы в форме (14), где теперь

$$\rho_D = (\mathcal{D} - 1)\rho. \quad (18)$$

Таким образом, представление для $\mathbf{g}$ общего вида (15) приводит к более общей теории тяготения, чем даже в случае (10) с $\aleph \neq 1$. Такая теория тяготения рассматривалась в рамках ТТФП [10–15]. Но поскольку выбор функции Ξ заранее не определен, то теперь можно сформулировать условие отсутствия скрытой массы, полагая:

$$\mathcal{D} = \frac{\Xi}{\aleph} \left(1 + \frac{1}{3} e^\alpha \frac{\partial \ln \Xi}{\partial e^\alpha} \right) = 1. \quad (19)$$

Из этого уравнения можно вычислить общий вид множителя Ξ , при котором соотношение (15) будет представлять общее решение классического уравнения Пуассона (9), не содержащего эффекта скрытой массы. В этом случае (15) будет новым вариантом решения задачи классической теории тяготения для сплошной самогравитирующей среды.

Представим (19) в виде линейного уравнения первого порядка в маркерных координатах:

$$\Xi + \frac{1}{3} e^\alpha \frac{\partial \Xi}{\partial e^\alpha} = \aleph. \quad (20)$$

Введем в пространстве маркеров сферические координаты, полагая: $e^1 = e \cos \Phi \sin \Theta$, $e^2 = e \sin \Phi \sin \Theta$, $e^3 = e \cos \Theta$, где $e^2 = (e^1)^2 + (e^2)^2 + (e^3)^2$, $\tan \Phi = e^2/e^1$, $\cos \Theta = e^3/e$. В сферических координатах уравнение (20) принимает более простой вид:

$$\Xi + \frac{1}{3} e \frac{\partial \Xi}{\partial e} = \aleph. \quad (21)$$

Общее решение этого уравнения можно записать в следующей форме:

$$\Xi = \frac{1}{e^3} \left(\sigma(\Phi, \Theta, t) + 3 \int_0^e \aleph(\mathbf{e}(q, \Phi, \Theta)) q^2 dq \right). \quad (22)$$

Здесь $\sigma(\Phi, \Theta, t)$ – постоянная интегрирования по радиальной координате в пространстве маркеров e , которая зависит в общем случае от всех других переменных. Таким образом, поле тяготения с напряженностью (15) с множителем (22) является общим решением классического уравнения Пуассона (9), не содержащего в правой части скрытой массы.

6. Физический смысл компонентов поля тяготения. Решение (22) состоит из двух слагаемых: $\Xi = \Xi_q + \Xi_m$, где

$$\Xi_q = \frac{\sigma(\Phi, \Theta, t)}{e^3}, \quad \Xi_m = \frac{3}{e^3} \int_0^e \aleph(\mathbf{e}(q, \Phi, \Theta)) q^2 dq. \quad (23)$$

Физический смысл этих слагаемых выясняется из следующих соображений.

6.1. Компонента Ξ_q . Вычислим дивергенцию от поля $\mathbf{g}_q$:

$$\mathbf{g}_q = -\frac{4\pi G}{3} \frac{\sigma(\Phi, \Theta, t)}{e^3} M_0 |J| \mathbf{K}. \quad (24)$$

В результате находим:

$$\nabla \cdot \mathbf{g}_q = -\frac{4\pi G}{3} M_0 \sigma(\Phi, \Theta, t) \nabla \cdot \left(|J| \frac{e^\alpha}{e^3} \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^\alpha} \right). \quad (25)$$

Здесь учтено, что $\sigma(\Phi, \Theta, t)$ зависит только от угловых переменных Φ, Θ . В правую часть соотношения (25) входит дивергенция от поля $\mathbf{E} = |J| e^{-3} \mathbf{K}$, которую можно вычислить, переходя к координатам в пространстве маркеров:

$$\frac{1}{|J|} \nabla \cdot \left(|J| \frac{e^\alpha}{e^3} \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^\alpha} \right) = \frac{\partial}{\partial e^\alpha} \left(\frac{e^\alpha}{e^3} \right) = 4\pi \delta(\mathbf{e}), \quad (26)$$

где $\delta(\mathbf{e})$ – δ -функция Дирака с носителем в точке $\mathbf{e} = 0$, т.е. в начале координат пространства маркеров. При преобразовании к физическим координатам в соответствии со свойствами δ -функции Дирака имеем:

$$\delta(\mathbf{e}) = \frac{1}{|J_0|} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0),$$

где $\mathbf{x}_0$ – координата точки в физическом пространстве, в которой функция $e = e(\mathbf{x}, t)$ обращается в ноль: $e(\mathbf{x}_0, t) = 0$, а $J_0 = J(x_0, t)$ – значение Якобиана J в этой точке. После учета (26) находим:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{g}_q &= -\frac{(4\pi)^2 G}{3} M_0 \sigma(\Phi, \Theta, t) |J| \delta(\mathbf{e}) = \\ &= -\frac{(4\pi)^2 G}{3} M_0 \sigma(\Phi, \Theta, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0). \end{aligned} \quad (27)$$

Отсюда следует, что если $\sigma(\Phi, \Theta, t) \neq 0$ и в пространстве имеется точка x_0 , в которой выполняется соотношение $e(\mathbf{x}_0, t) = 0$, то это эквивалентно наличию

точечной массы в этой точке x_0 . Если $\sigma(\Phi, \Theta, t) = \sigma_0$, т.е. эта функция не зависит от угловых переменных Φ, Θ , то величина точечной массы m_0 определяется множителем в правой части (27): $m_0 = \frac{4\pi M_0}{3} \sigma_0$. Таким образом, компонента Ξ_q описывает возможное появление в среде точечной массы с δ -образной плотностью. Формально, число точечных масс может быть любым, если функция $e = e(\mathbf{x}, t)$ обращается в ноль в соответствующем числе точек пространства с координатами $\mathbf{x}_i$: $e(\mathbf{x}_i, t) = 0$. Такая ситуация подобна тому, как вводится представление о точечных дискретных электрических зарядах в ТТФП [10–15]. Отличием является то, что в ТТФП маркеры связываются с точками самого физического пространства, которое считается материальным объектом. Если рассматриваемая модель среды не предполагает наличия точечных масс, то при описании гравитационного поля в задачах классической динамики следует полагать $\sigma(\Phi, \Theta, t) = 0$. Тем не менее в некоторых задачах, где размерами тяготеющих объектов можно пренебрегать, подход с использованием компоненты Ξ_q может быть полезным в части перехода к лагранжевым переменным движения таких объектов.

6.2. Компонента Ξ_m . Вторая компонента Ξ_m связана с соответствующей компонентой напряженности поля тяготения $\mathbf{g}_m$:

$$\mathbf{g}_m = -\frac{4\pi G}{3} \Xi_m M_0 |J| \mathbf{K}. \quad (28)$$

Для простоты положим, что функция $\aleph(\mathbf{e})$ зависит только от радиальной координаты в пространстве маркеров: $\aleph = \aleph(e)$. В этом случае функция $\Xi_m = \Xi_m(e)$ также зависит только от e . Выделим в функции Ξ_m множитель:

$$\wp_m = \int_0^e \aleph(q) q^2 dq = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^e \aleph(q) q^2 dq \sin \Theta d\Theta d\Phi.$$

В правой части этого соотношения можно перейти от интегрирования по пространству маркеров к интегрированию по физическим координатам:

$$\wp_m = \frac{1}{4\pi} \int_{V(e)} \aleph(q(\mathbf{x}, t)) |J| dV. \quad (29)$$

Интеграл в правой части должен вычисляться по областям, ограниченными изоповерхностями функции $e(\mathbf{x}, t) = e = \text{const}$. Учитывая определение плотности массы (6), находим:

$$\begin{aligned} \wp_m &= \frac{1}{4\pi M_0} \int_{V(e)} M_0 \aleph(e(\mathbf{x}, t)) |J| dV = \\ &= \frac{1}{4\pi M_0} \int_{V(e)} \rho dV = \frac{M(e)}{4\pi M_0}, \end{aligned} \quad (30)$$

где $M(e)$ – масса вещества внутри области $V(e)$, ограниченной изоповерхностью $e(\mathbf{x}, t) = e = \text{const}$. Таким образом, функция Ξ_m и напряженность поля $\mathbf{g}_m$ в случае указанного ограничения могут быть представлены в такой форме:

$$\Xi_m = \frac{3M(e)}{4\pi M_0} \frac{1}{e^3}, \quad \mathbf{g}_m = -G \frac{M(e)}{e^3} |J| \mathbf{K}. \quad (31)$$

Исходя из полученных соотношений, теперь можно представить напряженность поля тяготения в сплошной среде со сложным составом и в отсутствии точечных масс в следующей форме:

$$\mathbf{g} = -G \frac{M(e)}{e^3} |J| \mathbf{K} - \text{rot } \mathbf{Z}. \quad (32)$$

Это общее решение классического уравнения Пуассона при $\aleph = \aleph(e)$, представленное через свойства маркеров. В случае, если функция $\aleph(\mathbf{e})$ зависит и от угловых переменных в пространстве маркеров, то решение (32) будет содержать в качестве множителя перед $|J| \mathbf{K}$ под интегралом функцию $\wp(\mathbf{e})$ более общего вида. В качестве проверки укажем, что при $\aleph = 1$ имеем $M(e) = 4\pi e^3/3$ – т.е. масса пропорциональна объему пространства маркеров внутри сферы радиусом e , что воспроизводит решение (10). Такое вычисление массы подобно определению массы частиц материи в ТТФП, где оно связано с геометрией пространства [10–15].

7. Вращение дисковых галактик. Для демонстрации рассмотренного подхода по аналогии с работой [8] рассмотрим уравнения динамики пылевидной среды, обладающей цилиндрической симметрией. В цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) , где r – радиальная координата, z – вертикальная, а ϕ – азимутальный угол, уравнения Эйлера классической механики сплошной среды для компонентов скорости потока $\mathbf{v} = (u, v, w)$ (u – радиальная компонента, w – вертикальная, а v – зональная) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \hat{D}_t u - \frac{v^2}{r} &= -g^1, \quad \hat{D}_t w = -g^2, \quad \hat{D}_t v + \frac{vu}{r} = 0, \\ \hat{D}_t &= \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} + w \frac{\partial}{\partial z}. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь $\mathbf{g} = (g^1, g^2)$ – компоненты напряженности гравитационного поля в цилиндрической системе координат (g^1 – радиальная, g^2 – вертикальная). Эти

уравнения необходимо дополнить уравнением сохранения массы (5) и уравнением Пуассона (9), или в случае наличия эффекта скрытой массы уравнением (16). В силу общих представлений плотности (6) и напряженности поля тяготения (10) (соответственно, (15)) через маркеры, уравнения неразрывности (5) и Пуассона (9), (16) автоматически удовлетворяются. Поэтому для получения решений общей системы уравнений (33), (5) и (9), (16) остается выразить также и скорость гидродинамического потока через маркеры. Это можно сделать в рамках предположения, что исследуемая система находится в динамическом равновесии.

В случае цилиндрической симметрии для описания параметров среды достаточно только двух маркеров $e^a = e^a(r, z, t)$, $a = 1, 2$ [6–9]. Под состоянием динамического равновесия понимается такое состояние, при котором все параметры среды эволюционируют самоподобным образом [6]. Для описания такой эволюции в простейшем случае вводятся автомодельные переменные $\xi = r/a(t)$, $\zeta = z/b(t)$, где $a(t)$ и $b(t)$ – масштабные факторы. Первым шагом в записи всех параметров среды через автомодельные переменные является предположение, что автомодельные переменные сами являются маркерами, т.е. $e^a = \mathcal{E}^a(\xi, \zeta)$, $a = 1, 2$. В этом случае приходим к следующим представлениям для параметров среды:

$$\begin{aligned} \rho &= a^{-3} \mathcal{R}(\xi, \zeta), \quad u = \dot{a} \xi, \quad w = \dot{b} \zeta, \quad v = a^{-1} \mathcal{V}(\xi, \zeta), \\ g^1 &= -\frac{\Gamma_0}{ab} \frac{1}{\xi} (\Xi \mathcal{K}^1 - \Psi_\zeta), \quad g^2 = -\frac{\Gamma_0}{a^2} \frac{1}{\xi} (\Xi \mathcal{K}^2 + \Psi_\xi). \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь $\Gamma_0 = 2\pi G M_0$, $\mathcal{V}(\xi, \zeta)$ – неизвестная функция, вычисляемая из уравнений,

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{\mathcal{N}(\xi, \zeta)}{\xi} |\mathcal{J}(\xi, \zeta)|, \quad \mathcal{J} = \mathcal{E}_\xi^1 \mathcal{E}_\zeta^2 - \mathcal{E}_\zeta^1 \mathcal{E}_\xi^2, \\ \mathcal{K}^1(\xi, \zeta) &= |\mathcal{J}| \mathcal{E}^a \frac{\partial \xi}{\partial \mathcal{E}^a}, \quad \mathcal{K}^2(\xi, \zeta) = |\mathcal{J}| \mathcal{E}^a \frac{\partial \zeta}{\partial \mathcal{E}^a}. \end{aligned}$$

Функция Ψ с точки зрения классической теории тяготения определяет компенсатор вихревой составляющей гравитационного поля, которое в условиях цилиндрической симметрии имеет вид:

$$g_\Psi^1 = -\Gamma_0 r^{-1} \Psi_z, \quad g_\Psi^2 = \Gamma_0 r^{-1} \Psi_r.$$

В автомодельных переменных система уравнений динамики в условиях динамического равновесия сводится к двум уравнениям:

$$\begin{aligned} \ddot{a} \xi - \frac{1}{a^3} \frac{\mathcal{V}^2}{\xi} &= -\frac{\Gamma_0}{ab} \frac{1}{\xi} \Xi \mathcal{K}^1 - \frac{1}{ab} \frac{\Psi_\zeta}{\xi}, \\ \ddot{b} \zeta &= -\frac{\Gamma_0}{a^2} \frac{1}{\xi} \Xi \mathcal{K}^2 + \frac{1}{a^2} \frac{\Psi_\xi}{\xi}. \end{aligned} \quad (35)$$

Для разделения переменных в этих уравнениях необходимо выполнение двух условий:

$$\begin{aligned} \Xi &= \Xi_0(\xi, \zeta) \left(1 + \frac{b}{a^2} \mathcal{W}(\xi, \zeta) \right), \\ \Psi &= \left(\frac{b}{a^2} \Psi_1(\xi, \zeta) + \Psi_0(\xi, \zeta) \right). \end{aligned} \quad (36)$$

В результате разделения переменных (подробности см. в [6–9]) получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \xi^2 &= -\Xi_0 \mathcal{K}^1 - \Psi_{0,\zeta}, \quad \lambda_2 \zeta \xi = -\Xi_0 \mathcal{K}^2 + \Psi_{0,\xi}, \\ \frac{1}{\Gamma_0} \mathcal{V}^2 - \left(\Xi_0 \mathcal{W} \mathcal{K}^1 + \Psi_{1,\zeta} \right) &= \kappa_1 \xi^2, \\ -\left(\Xi_0 \mathcal{W} \mathcal{K}^1 - \Psi_{1,\zeta} \right) &= \kappa_2 \xi \zeta, \end{aligned} \quad (37)$$

где и λ_k , κ_k , $k = 1, 2$ – произвольные вещественные параметры разделения переменных. В этом случае уравнения эволюции во времени будут иметь такой вид:

$$\ddot{a} = \frac{\mu_1}{a^3} + \frac{\nu_1}{ab}, \quad \ddot{b} = \frac{\mu_2}{a^4} b + \frac{\nu_2}{a^2}, \quad (38)$$

где введены обозначения:

$$\nu_k = \Gamma_0 \lambda_k, \quad \mu_k = \Gamma_0 \kappa_k, \quad k = 1, 2. \quad (39)$$

Данная система при условии $\mu_2/\mu_1 = \nu_2/\nu_1$ допускает устойчивые осцилляции вблизи точки равновесия. Более подробный анализ этих уравнений выходит за рамки данной работы.

Система (37) из четырех уравнений содержит пять неизвестных: $\mathcal{V}$ и $\mathcal{E}^a$, Ψ_a , $a = 1, 2$. Функции $\mathcal{W}$, Ξ_0 определяют форму напряженности поля тяготения и должны быть заданы заранее в выбранном варианте теории тяготения. Однако следует заметить, что выбор этих функций в рамках классической теории тяготения не может быть абсолютно произвольным. Это следует из того, что при произвольном выборе $\mathcal{W}$, Ξ_0 в двух последних уравнениях системы (37) компоненты поля напряженности (выделены круглыми скобками) могут не соответствовать условию потенциальности $\mathbf{g}$. Однако в рамках альтернативной теории тяготения это требование не является обязательным. Исключая функцию Ψ_1 и оставляя одно из уравнений системы (37) для вычисления одной из функций $\mathcal{E}^a$, можно ограничиться анализом двух уравнений, которые можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_0 + 2\Xi_0 \mathcal{N} - \hat{\mathbf{L}} \ln \Xi_0 &= 0, \\ \frac{1}{\Gamma_0} \frac{1}{\xi} \frac{\partial \mathcal{V}^2}{\partial \xi} &= \kappa_0 - \lambda_0 \mathcal{W} - \hat{\mathbf{L}} \mathcal{W}, \end{aligned} \quad (40)$$

где $\kappa_0 = 2\kappa_1 + \kappa_2$, $\lambda_0 = 2\lambda_1 + \lambda_2$,

$$\hat{\mathbf{L}} = \left(\frac{1}{\xi} \Psi_{0,\zeta} + \lambda_1 \xi \right) \frac{\partial}{\partial \xi} - \left(\frac{1}{\xi} \Psi_{0,\xi} - \lambda_2 \zeta \right) \frac{\partial}{\partial \zeta}.$$

Первое уравнение (40), формально, является уравнением для вычисления функции $\mathcal{N}$, связанной с коэффициентом плотности $\mathcal{R} = \mathcal{N}\aleph$, а второе – для вычисления функции $\mathcal{V}$, которая определяет зональный поток, т.е. дифференциальное вращение дисковой структуры. С другой стороны, поскольку Ξ_0 и $\mathcal{W}$ неизвестны, то эти уравнения можно использовать для вычисления самих этих функций по известным из эксперимента функциям $\mathcal{R}$ и $\mathcal{V}$ или хотя бы определить их основные характеристики, исходя из общих свойств дисковых структур и их кривых вращения. Уравнения системы (40) при заданной функции концентрации маркеров $\mathcal{N} = \mathcal{R}/\aleph = |\mathcal{J}|/\xi$ и коэффициента зональной скорости $\mathcal{V}$ можно формально проинтегрировать с помощью метода характеристик. Для этого полагаем $\Xi_0 = \Xi_0(s, \tau)$, $\mathcal{W} = \mathcal{W}(s, \tau)$. Тогда первое уравнение системы (40) сводится к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Xi_0}{ds} - \lambda_0 \Xi_0 - 2\mathcal{N}\Xi_0^2 &= 0, \\ \frac{d\mathcal{W}}{ds} + \lambda_0 \mathcal{W} &= F(\xi, \zeta) = \kappa_0 - \frac{1}{\Gamma_0} \frac{1}{\xi} \frac{\partial \mathcal{V}^2}{\partial \xi}, \\ \hat{\mathbf{L}}s &= 1, \quad \hat{\mathbf{L}}\tau = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

Функции $s = s(\xi, \zeta)$ и $\tau = \tau(\xi, \zeta)$, являясь решениями линейных уравнений первого порядка, определяются выбором функции Ψ_0 , входящей в определение оператора $\hat{\mathbf{L}}$. В результате находим (см. Приложение):

$$\begin{aligned} \Xi_0 &= -\frac{1}{2} \frac{e^{\lambda_0 s}}{\int \mathcal{N} e^{\lambda_0 s} ds + C_0(\tau)}, \quad C_0 = \frac{C_2(\tau)}{C_1(\tau)}, \\ \mathcal{W} &= e^{-\lambda_0 s} \left(\mathcal{W}_0(\tau) + \int e^{\lambda_0 s} F(\xi, \zeta) ds \right), \end{aligned} \quad (42)$$

где $\mathcal{W}_0(\tau)$, $C_0(\tau)$, $C_1(\tau)$, $C_2(\tau)$ – постоянные вдоль характеристик функции. Наличие функции Ξ_0 в представлении (36) функции Ξ необходимо в модели и для того, чтобы распределение плотности $\mathcal{N}$ (или $\mathcal{R}$) можно было бы сопоставить реально наблюдаемой структуре дисковых галактик. При $\Xi_0 = 1$, из первого уравнения (40) следует, что функция $\mathcal{N}$ будет всюду постоянной величиной. Наличие же функции $\mathcal{W}$ необходимо для того, чтобы имела возможность согласовать коэффициент зональной скорости $\mathcal{V} = a(t)v$ с наблюдаемыми кривыми вращения галактик. Действительно, если полагать $\mathcal{W} = 0$, то можно видеть из второго уравнения системы (40), что коэффициент зональной скорости $\mathcal{V}$

будет описывать вращение абсолютно твердого тела: $\mathcal{V} = \pm \sqrt{\Gamma_0 \kappa_0 / 2\xi}$. Такая ситуация соответствует твердым планетам, что может быть полезным для анализа гравитационных эффектов в экспериментах на Земле [17], но не согласуется с наблюдениями за вращением звезд и галактик. Таким образом, введение функций Ξ_0 и $\mathcal{W}$ в модель является необходимым условием получения работоспособных моделей астрофизических объектов.

8. Эффект скрытой массы. Для выяснения условий появления эффекта скрытой массы дополним (40) соотношениями, которые являются следствиями (36) при их подстановке в выражение для $\mathcal{D}$ (17). При заданной функции $\mathcal{D} = \mathcal{D}_0(\mathbf{e}) + ba^{-2}(t)\mathcal{D}_1(\mathbf{e})$ уравнение (17) после разделения переменных приводит к двум уравнениям для Ξ_0 и $\mathcal{W}$:

$$\Xi_0 + \frac{1}{3} e \frac{\partial \Xi_0}{\partial e} = \mathcal{D}_0 \aleph, \quad \frac{1}{3} e \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial e} = \frac{\mathcal{D}_1 - \mathcal{D}_0 \mathcal{W}}{\Xi_0} \aleph. \quad (43)$$

Из этих соотношений следует, что эффект скрытой массы в реальности должен проявляться не только в отклонении кривых вращения галактик от предсказаний классической теории. Этот эффект будет проявляться и в структуре распределения плотности массы в соответствии с первым уравнением системы (40). Действительно, условием отсутствия эффекта скрытой массы с точки зрения самой теории тяготения является, как уже обсуждалось выше, требование $\mathcal{D} = 1$, которое сводится теперь к двум условиям: $\mathcal{D}_0 = 1$, $\mathcal{D}_1 = 0$. Если не выполнено хотя бы одно из этих условий, то модель динамического равновесия будет предсказывать наличие скрытой массы. Если же эти условия выполнены, то функция Ξ_0 описывается соотношением (31), а функция $\mathcal{W}$ находится как решение второго уравнения системы (43) и имеет вид:

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_0(\Phi, \Theta) e^{-3U}, \quad U = \int \frac{de}{e\Xi_0}. \quad (44)$$

Если подставить последнее выражение во второе уравнение системы (40), то можно получить общий вид коэффициента $\mathcal{V}$ зональной скорости (кривой вращения) дисковой галактики, который допускается требованием отсутствия эффекта скрытой массы при заданном распределении концентрации маркеров $\mathcal{N}$. Покажем теперь, что в случае, если на периферии галактики выполняется условие неизменности с расстоянием от ее центра скорости зонального потока v : $v \simeq \text{const}$, то условие $\mathcal{D}_0 = 1$, $\mathcal{D}_1 = 0$ не выполняется. Именно условие $v \simeq \text{const}$ на периферии галактик связывается с появлением эффекта скрытой массы в астрономических наблюдениях. В случае

динамического равновесия условие $v \simeq \text{const}$ эквивалентно требованию $\mathcal{V} \simeq \text{const}$. Из (42) следует, что тогда на периферии галактик функция $\mathcal{W}$ должна иметь следующий вид:

$$\mathcal{W} = e^{-\lambda_0 s(\xi, \zeta)} \mathcal{W}_{00}(\tau(\xi, \zeta)) + \kappa_0 / \lambda_0. \quad (45)$$

В простейшем варианте можно предположить, что на больших расстояниях от центра галактик первым слагаемым в (45) можно пренебречь, так что в этом случае $\mathcal{W} \simeq \kappa_0 / \lambda_0 = \text{const}$. При этом $\mathcal{D}_1 \simeq \mathcal{D}_0 \kappa_0 / \lambda_0$ и даже в случае $\mathcal{D}_0 = 1$ имеем: $\mathcal{D}_1 \simeq \kappa_0 / \lambda_0 \neq 0$, что и требовалось доказать.

В более общей постановке задачи выяснение условий появления эффекта скрытой массы сводится к ответу на вопрос, при каких условиях совпадают решения (44) и (45), последнее из которых вычислено в предположении отсутствия этого эффекта. Для ответа на этот вопрос следует обратить внимание на то, что решение (44) определяется функцией $\mathcal{N} = \mathcal{R}/\aleph$, а решение (45) – функцией Ψ_0 . Приравнявая функции $\mathcal{W}$ из этих решений, можно установить связь между функциями $\mathcal{N}$ и Ψ_0 . Однако $\mathcal{N}$ и Ψ_0 по своему физическому смыслу никак не связаны между собой. Это означает, что подходящие для отсутствия эффекта скрытой массы условия будут реализовываться только в достаточно редких ситуациях, математическим определением которых является совпадение решений (44) и (45). При этом следует отметить, что отсутствие эффекта скрытой массы в кривой вращения не означает отсутствия эффекта скрытой массы в распределении плотности, которое удовлетворяет первому уравнению (41) при условии $\mathcal{D}_1 = 0$, но $\mathcal{D}_0 \neq 1$. Отсюда можно сделать вывод, что модель, предлагаемая MOND, ориентируется на очень ограниченный класс возможных типов кривых вращения при наличии эффекта скрытой массы. Кроме этого, MOND совсем не учитывает появление эффекта скрытой массы в распределении плотности среды, хотя согласно модели динамического равновесия, распределение плотности и кривая вращения являются в определенном смысле независимыми параметрами этой модели.

9. Заключение. Базовым результатом данной работы является построение общего решения классической задачи о напряженности поля тяготения в сплошной самогравитирующей среде в терминах маркеров, которое описывается обобщенным уравнением Пуассона (16). Указаны варианты, когда такое решение в точности соответствует классической теории тяготения Ньютона, а когда приводит к появлению эффекта скрытой массы. Именно этот анализ указывает на необходимость вводить в рассмотрение

представление напряженности поля тяготения (15) с функциями Ξ и Ψ вида (36) в модели динамического равновесия дисковых галактик. Только в этом случае можно получить решения для распределения плотности и зональной скорости, которые могут быть сопоставлены реально наблюдаемым распределениям этих параметров, что интерпретируется обычно как эффект скрытой массы.

Вместе с тем необходимо указать на то, что представленная модель не дает ответа на вопрос о физической причине возникновения в природе именно такой формы закона тяготения (15), отличной от классической с $\Xi = \Xi_m$. Можно предположить, что эту причину следует искать в ТТФП [10–15], где эффект скрытой массы может быть связан с кривизной физического пространства, как трехмерной гиперповерхности V^3 , вложенной в объемлющее евклидово пространство W^4 на единицу большей размерности. Проблема прямого использования ТТФП для описания этого эффекта состоит в том, что современный эксперимент не позволяет в явной форме получить данные о геометрических свойствах физического пространства на микроуровне и свойствах самой фундаментальной материи, из которой состоит материальная гиперповерхность $V^3 \in W^4$. Это приводит к неопределенности в форме усредненных сил, действующих на макрообъекты [15], в том числе, к невозможности однозначно описать функцию $\Xi(\mathbf{e}, t)$. Компенсировать этот недостаток можно с помощью привлечения экспериментальных данных, исследуя форму функции $\Xi(\mathbf{e}, t)$, которая обеспечивала бы наблюдаемую форму кривых вращения и распределения плотности как в звездах [9], так и в галактиках с их структурными особенностями типа джетов и балджей [8]. В данной работе представлен в общем виде математический аппарат, позволяющий сопоставлять экспериментальные данные с моделью динамического равновесия. Для реализации его на практике требуются дополнительные исследования.

Приложение

Первое уравнение системы (41) представляет собой уравнение Риккати и интегрируется с помощью подстановки:

$$\Xi_0 = -\frac{1}{2\mathcal{N}} \frac{d\Omega}{ds}.$$

Уравнение для Ω при этом будет иметь следующий вид:

$$\Omega'' - \left(\frac{d \ln \mathcal{N}}{ds} + \lambda_0 \right) \Omega' = 0.$$

Интегрируя это уравнение, приходим к соотношению (42) для Ξ_0 .

Автор выражает благодарность С. В. Червону за полезные обсуждения. Автор также благодарен рецензентам за ценные советы и замечания.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках Дополнительного соглашения #073-03-2024-060/1 от 13.02.2024 к Соглашению о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) #073-03-2024-060 от 18.01.2024, заключенным между Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова” и Министерством просвещения Российской Федерации.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. J. Einasto, arXiv:0901.0632v1 (2009).
2. А. В. Засов, А. С. Сабурова, А. В. Хоперсков, С. А. Хоперсков, УФН **187**(1), 3 (2017).
3. D. Edmonds, J. Erlich, D. Minic, and T. Takeuchi, arXiv:2405.08744v1 (2024).

4. M. Milgrom, *Astrophys. J.* **270**, 365 (1983).
5. S. S. McGaugh, arXiv:1102.3913v1.
6. В. М. Журавлев, ЖЭТФ **162**(6), 850 (2022).
7. В. М. Журавлев, Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки **4**, 158 (2023).
8. В. М. Журавлев, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия **1**, 54 (2024).
9. В. М. Журавлев, Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки **3** (2024) (в печати).
10. В. М. Журавлев Пространство, время и фундаментальные взаимодействия **4**, 6 (2014).
11. В. М. Журавлев, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия **4**, 25 (2014).
12. В. М. Журавлев, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия **3**, 44 (2015).
13. В. М. Журавлев, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия **4**, 104 (2015).
14. V. M. Zhuravlev, *Gravitation and Cosmology* **23**(2), 95 (2017).
15. V. M. Zhuravlev, *Gravitation and Cosmology* **28**(4), 319 (2022).
16. В. М. Журавлев, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия **2**, 5 (2016).
17. T. Quinn, H. Parks, C. Speake, and R. Davis, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 101102 (2013).

Оценка состава космических лучей сверхвысоких энергий методом мюонной корреляции по данным Якутской установки ШАЛ

А. В. Глушков¹⁾, Л. Т. Ксенофонтов, К. Г. Лебедев, А. В. Сабуров

Институт космофизических исследований и аэронауки им. Ю. Г. Шафера Сибирского отделения РАН, 677027 Якутск, Россия

Поступила в редакцию 17 июня 2024 г.

После переработки 9 августа 2024 г.

Принята к публикации 14 августа 2024 г.

В этой статье предложен к рассмотрению новый метод оценки массового состава космических лучей в отдельно взятых событиях с энергией выше 1.25×10^{19} эВ. Этот метод основан на совместном анализе экспериментально измеренных и вычисленных по модели QGSjet-II.04 данных мюонов с пороговой энергией $E_\mu = 1.0 \times \cos \theta$ ГэВ в ливнях с зенитными углами меньше 60 градусов. Были использованы данные наземных и подземных сцинтилляционных детекторов Якутской установки ШАЛ. Обнаружены отдельные группы ядер и других первичных частиц.

DOI: 10.31857/S0370274X24090152, EDN: HMPCLX

1. Введение. Состав космических лучей (КЛ) сверхвысоких энергий ($E \geq 10^{17}$ эВ) изучен пока лишь в общих чертах. Сведения о нем нередко противоречивы. Глубина $x_{\max}$, где в продольном развитии широкого атмосферного ливня (ШАЛ) достигается максимальное количество частиц $N_{\max}$, является стандартным параметром для извлечения информации о составе КЛ. Расчеты показывают, что различные ядра A в процессе развития ливня дают, с учетом флуктуаций продольного развития ШАЛ, определенные значения средней глубины $\langle x_{\max}^A \rangle$ и ее дисперсии $\delta(x_{\max}^A)$. Величина $\langle x_{\max}^A \rangle$ связана с условным средним атомным номером $\langle A \rangle$ первичной частицы простым соотношением:

$$\langle \ln A \rangle = \left(\frac{\langle x_{\max}^A \rangle - \langle x_{\max}^p \rangle}{\langle x_{\max}^{\text{Fe}} \rangle - \langle x_{\max}^p \rangle} \right) \times \ln A_{\text{Fe}}, \quad (1)$$

вытекающим из принципа нуклонной суперпозиции [1], и полученным расчетным путем для первичных протонов (p) и ядер железа (Fe) в рамках той или иной модели развития ШАЛ. В эксперименте значение $\langle \ln A \rangle$ находится заменой $\langle x_{\max}^A \rangle$ в формуле (1) на измеренную величину $\langle x_{\max}^{\text{exp}} \rangle$. Этот метод успешно используется на установках Auger [2] и TA [3] применительно к отдельным событиям, у которых регистрируется флуоресцентное свечение ШАЛ.

Расчеты показали, что выражение вида (1) применимо и для других параметров ШАЛ, чувствительных к величине $x_{\max}$. Особенно это относится к мюонной компоненте, активно используемой во

многих экспериментах в широком диапазоне первичной энергии. В этом случае приходится иметь дело с соотношениями:

$$\langle \ln A \rangle_{\text{exp}} = \langle z_A^{\text{exp}} \rangle \cdot \ln A_{\text{Fe}}, \quad (2)$$

$$\langle z_A^{\text{exp}} \rangle = \frac{\ln(\langle \rho_\mu^{\text{exp}} \rangle) - \ln(\rho_\mu^p)}{\ln(\rho_\mu^{\text{Fe}}) - \ln(\rho_\mu^p)}, \quad (3)$$

где, $\langle \rho_\mu^{\text{exp}} \rangle$ – зарегистрированная в эксперименте плотность мюонов; ρ_μ^p и ρ_μ^{Fe} – аналогичные плотности, вычисленные для первичных протонов (p) и ядер железа (Fe) в результате полного моделирования процесса измерения этих плотностей на реальном детекторе. Величина (3) в последнее время широко обсуждается в мире [4–7] из-за имеющихся здесь принципиальных разногласий.

На Якутской установке мюонная компонента ШАЛ регистрируется с самого начала ее работы (с 1974 г.). К настоящему времени на ней накоплен значительный экспериментальный материал, который эпизодически анализируется по мере меняющихся представлений о природе КЛ. Ниже рассмотрен еще один метод оценки массового состава КЛ на базе этих данных. Он основан на формулах (2) и (3) применительно к физической картине развития ШАЛ.

2. Массовый состав КЛ.

2.1. Общая постановка вопроса. Якутская установка выделяется среди других своей комплексностью: одновременным измерением частиц ШАЛ наземными сцинтилляционными детекторами (НД) площадью $2 \times 2 \text{ м}^2$, мюонов с пороговой энергией выше $1.0 \times \sec \theta$ ГэВ аналогичными подземными де-

¹⁾e-mail: glushkov@ikfia.ysn.ru

текторами (МД) площадью 20–36 м² и черенковско-го излучения (ЧИ) ШАЛ. В [8] исследованы функции пространственного распределения (ФПР) откликов НД и МД и зенитно-угловые зависимости их плотностей на расстоянии от оси $r = 600$ м в ливнях с $E_0 = 10^{19}$ эВ с зенитными углами $\theta \leq 60^\circ$. Экспериментальные величины сравниваются с расчетными, выполненными по модели развития ШАЛ QGSjet-01-d [9] и QGSjet-II.04 [10] из пакета программ CORSIKA [11]. Процедура вычисления откликов сцинтилляционных НД и МД изложена в [7, 8]. Вся совокупность рассмотренных данных указывает на определенное согласие эксперимента и теории. В [8] говорится о вероятном составе КЛ, близком к протонному, с возможной долей около 9 % первичных фотонов. Этот вывод основан на анализе средних ФПР в отдельных группах ливней с зенитными углами $\langle \cos \theta \rangle = 0.95, 0.90, 0.85, 0.80, 0.75, 0.65$ и 0.55. В этой работе мы приводим результаты дальнейшего исследования состава КЛ с энергией выше 1.25×10^{19} эВ в отдельно взятых событиях. Напомним о некоторых основных моментах обработки ШАЛ на Якутской установке, которые использованы ниже.

2.2. Оценка энергии ШАЛ. ЧИ содержит в себе информацию о приблизительно 80 % первичной энергии E , рассеянной ливнем в атмосфере, и дает возможность определить величину E калориметрическим методом [12–16]. Энергия ШАЛ находилась из соотношений [12]:

$$E = E_1 \times S_{600}(0^\circ)^B \text{ [эВ]}, \quad (4)$$

$$S_{600}(0^\circ) = S_{600}(\theta) \times \exp((\sec \theta - 1) \times 1020/\lambda) \text{ [м}^{-2}\text{]}, \quad (5)$$

$$\lambda = 400 \pm 45 \text{ [г/см}^2\text{]}, \quad (6)$$

где $E_1 = (4.1 \pm 1.4) \times 10^{17}$ эВ, $B = 0.97 \pm 0.04$. Численно коэффициент пропорциональности E_1 равен энергии вертикального ливня, у которого на расстоянии от оси 600 м плотность отклика сцинтилляционного детектора $S_{600}(0^\circ) = 1 \text{ м}^{-2}$. Фактически на эксперименте первичная энергия измеряется в единицах энергии некоторого эталонного события ШАЛ. Позже [13, 14] параметры соотношения (4) несколько видоизменились: $E_1 = (4.8 \pm 1.6) \times 10^{17}$ эВ, $B = 1.00 \pm 0.02$,

$$\lambda = (450 \pm 44) + (32 \pm 15) \times \log_{10}(S_{600}(0^\circ)) \text{ [г/см}^2\text{]}. \quad (7)$$

В [15, 16] мы пересмотрели энергетическую калибровку на базе расчетов, выполненных с помощью

программы CORSIKA [11]. С этого момента окончательно приняты соотношения (4), (5) и (7) с параметрами $E_1 = (3.76 \pm 0.3) \times 10^{17}$ эВ и $B = 1.02 \pm 0.02$ [16]. Ошибка в формуле (4) обусловлена, главным образом, точностью абсолютной калибровки детекторов ЧИ и ошибкой определения прозрачности атмосферы [12].

2.3. Определение основных параметров ШАЛ. Направление прихода ливня находится из показаний НД в приближении плоского фронта. Для локации оси используется ФПР в аппроксимации Грейзена–Линсли с параметрами, полученными на Якутской установке в первые годы ее работы [17]:

$$S(r, \theta) = S_{600}(\theta) \cdot (600/r) \cdot \left(\frac{600 + r_M}{r + r_M} \right)^{\beta(\theta) - 1}, \quad (8)$$

где $S_{600}(\theta)$ – плотность откликов всех частиц ШАЛ, измеряемая сцинтилляционными НД на расстоянии $r = 600$ м; r_M – мольеровский радиус. Он зависит от температуры $T(K^\circ)$ и давления $P(\text{мб})$ [17, 18]:

$$r_M \approx (7.5 \cdot 10^4 / P) \times (T/273). \quad (9)$$

Значение r_M в каждом ливне определялось индивидуально. Средняя годовая его величина для Якутска равна $\langle r_M \rangle \approx 70$ м; β – структурный параметр был найден в [17]:

$$\beta(\theta) = 1.38 + 2.16 \times \cos \theta + 0.15 \times \log_{10}(S_{600}(\theta)). \quad (10)$$

Позже было установлено, что эта ФПР плохо соответствует экспериментальным данным для ливней с $E \geq 10^{19}$ эВ на расстояниях от оси $r \approx 30$ –2000 м, поэтому была введена модифицированная аппроксимация [19]:

$$S(r, \theta) = S_{600}(\theta) \cdot \left(\frac{600}{r} \right)^2 \times \left(\frac{600 + r_M}{r + r_M} \right)^{\beta(\theta) - 2} \cdot \left(\frac{600 + r_1}{r + r_1} \right)^{10}, \quad (11)$$

где $r_1 = 10^4$ м. Параметр $\beta(\theta)$ в этом случае с энергией почти не меняется, но зависит от зенитного угла. Направление прихода, координаты оси ливня и значение $S_{600}(\theta)$ определяются путем минимизации соответствующих χ^2 -тестов в процессе первичной обработки зарегистрированных событий, после завершения суточной работы установки.

ФПР мюонной компоненты аппроксимируется в этой работе на расстояниях от оси $r \approx 300$ –2000 м функцией вида:

$$S_\mu(r, \theta) = S_{\mu,600}(\theta) \cdot \left(\frac{600}{r} \right)^{0.75} \times$$

$$\times \left(\frac{600 + r_0}{r + r_0} \right)^{b_\mu(\theta) - 0.75} \cdot \left(\frac{600 + r_1}{r + r_1} \right)^9 \quad (12)$$

с $r_0 = 280$ м и $r_1 = 2000$ м. Абсолютная и текущая калибровки НД и МД описаны в [7].

2.4. Метод мюонной корреляции. Суть этого алгоритма (назовем его “метод мюонной корреляции”) заключается в сравнении измеренной плотности отклика $S_\mu^{\text{exp}}(E, \theta, r)$ МД в ливне с энергией E и зенитным углом θ на расстоянии от оси r с ожидаемой величиной $S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r)$, вычисленной по модели QGSjet-II.04 для первичного протона с заданной энергией E^* и такими же θ и r . Расчеты показали, что ожидаемую плотность мюонов с выбранными ниже для анализа ШАЛ с энергиями $\log_{10} E \geq 19.1$ эВ и $\theta \leq 60^\circ$ можно найти из соотношения:

$$S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r) = S_\mu^{\text{sim}}(E^*, \theta, r) \cdot \frac{S_{600}^{\text{exp}}(E, \theta)}{S_{600}^{\text{sim}}(E^*, \theta)}, \quad (13)$$

где $E^* = 3.16 \times 10^{19}$ эВ. Величина $S_{600}^{\text{sim}}(E^*, \theta)$ характеризует зенитно-угловую зависимость плотности откликов НД при $r = 600$ м. В вертикальном ливне она связана по формуле (4) с заложенной в расчет энергией E^* , которая в пределах $\approx 6\%$ не противоречит полученной на Якутской установке оценки первичной энергии [16]. Параметр $S_{600}^{\text{exp}}(E, \theta) = S_{600}(\theta)$ измеряется в эксперименте и входит в формулу (4). Далее мы рассмотрим корреляции плотностей $S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r)$ при $r = 600$ и 1000 м с их измеренными в эксперименте величинами.

Алгоритм последовательности вычислений величины $S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r)$ с помощью соотношения (13) поясняет рис. 1 для конкретно зарегистрированного ливня с $\log_{10}(S_{600}^{\text{exp}}(E, 48^\circ, r = 600)) = 1.77 \pm 0.016$ (темный кружок 1), $\sec \theta = 1.49 \pm 0.03$ и $\log_{10} E = 19.73$ эВ, вычисленной по формулам (4), (5) и (7). Эта энергия дальше нигде не используется, а приведена лишь для информации о событии. Параметр $\log_{10} S_{600}^{\text{sim}}(E^*, 48^\circ) = 1.54$ для соотношения (13) берется из кривой с кружками. Длина стрелки 1 равна нормировочному сдвигу $\Delta \log_{10}(S_{600}(48^\circ)) = \log_{10}(S_{600}^{\text{exp}}(E, 48^\circ) - \log_{10} S_{600}^{\text{sim}}(E^*, 48^\circ)) = 1.77 - 1.54 = 0.23$, который нужно добавить к расчетной величине $\log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E^*, 48^\circ, r = 600)) = 1.08$ (кривая с квадратами при $r = 600$), чтобы получить ожидаемую плотность отклика МД:

$$\log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E, 48^\circ, r = 600)) = 1.08 + 0.23 = 1.31 + 0.02. \quad (14)$$

Величина (14) оказалась в пределах ошибок близкой к измеренной плотностью (темный квадрат 1):

$$\log_{10}(S_\mu^{\text{exp}}(E, 48^\circ, r = 600)) = 1.3 + 0.04. \quad (15)$$

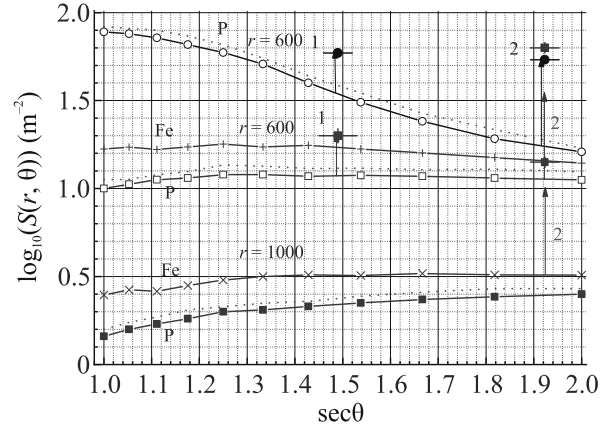


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зенитно-угловые зависимости откликов НД (светлые кружки) и МД с порогом $E_\mu = 1.0 \times \sec \theta$ ГэВ на расстоянии от оси $r = 600$ (светлые квадраты, кресты) и 1000 м (темные квадраты, косые кресты) в ливнях с энергией $E^* = 3.16 \times 10^{19}$ эВ, вычисленные по модели QGSjet-II.04 (сплошные кривые) для первичных протонов (p) и ядер железа (Fe). Расчеты по модели EPOS-LHC (штриховые кривые) выполнены для первичных протонов (p)

Заметим, что полученный выше результат не зависит от выбранной модели развития ШАЛ. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим, для примера, зенитно-угловые характеристики откликов НД и МД, вычисленные описанным выше способом для модели EPOS-LHC [20]. На рисунке 1 видно, что обе модели дают почти идентичные по форме кривые, которые отличаются между собой по абсолютной величине в $\varepsilon \approx 1.1$ раза. Найдём из штриховой кривой параметр $\log_{10} S_{600}^{\text{sim}}(E^*, 48^\circ) = 1.60$ для соотношения (13). Длина стрелки 1 в этом случае равна $\Delta \log_{10}(S_{600}(48^\circ)) = \log_{10}(S_{600}^{\text{exp}}(E, 48^\circ) - \log_{10} S_{600}^{\text{sim}}(E^*, 48^\circ)) = 1.77 - 1.59 = 0.18$, которую нужно добавить к новой расчетной величине (точечная кривая с $r = 600$) $\log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E^*, 48^\circ, r = 600)) = 1.12$, чтобы получить ожидаемую плотность отклика МД:

$$\log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E, 48^\circ, r = 600)) = 1.12 + 0.18 = 1.30 + 0.02. \quad (16)$$

Она совпала с величиной (15). В рассмотренном случае двух разных моделей развития ШАЛ можно с определенной долей уверенности говорить, что взятый выше для примера ливень был образован первичным протоном.

Равенство величин (14) и (16) между собой не случайно, а является закономерным следствием развития ШАЛ [21]. В этой работе показано, что оценки состава КЛ из доли мюонов по формулам (2) и (3) по разным моделям дают практически идентичные

$$= 1.16 + 0.5 = 1.66 \pm 0.02 \quad (21)$$

на $\Delta_\mu = 1.81 - 1.66 = 0.15$. Аналогичный результат получаем из плотности мюонов на расстоянии от оси $r = 1000$ м, где ожидаемая величина для ядер железа равна:

$$\begin{aligned} \log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E, 59^\circ, r = 1000, \text{Fe})) = \\ = 0.51 + 0.5 = 1.01 \pm 0.02, \end{aligned} \quad (22)$$

а измеренная (на рис. 1 показана темным квадратом):

$$\log_{10}(S_\mu^{\text{exp}}(E, 59^\circ, r = 1000, \text{Fe})) = 1.15 \pm 0.04. \quad (23)$$

Соотношение (13) удобно в реализации названного выше метода тем, что избавляет на практике от необходимости делать затратные по времени и машинным ресурсам вычисления $S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r)$ методом Монте-Карло в каждом отдельном ливне. В данном случае мы это сделали лишь для ливней с $\log_{10}(E^*) = 19.5$ эВ и зенитными углами с шагом $\Delta \cos \theta = 0.1$. Такой подход принципиально отличается от применяемого на установках TA и Auger, где каждое зарегистрированное событие ШАЛ моделируется методом Монте Карло $\sim 10^6$ раз для поиска его основных параметров. Проведенный ранее вычислительный анализ картины развития ШАЛ показал, что оценки массового состава КЛ с помощью соотношения (13) являются вполне корректными. Это видно на примере рассмотренного выше гигантского ливня с измеренными на эксперименте параметрами $\theta = 58.7^\circ \pm 1.3^\circ$ и $\log_{10} S_{600}^{\text{exp}}(E, 59^\circ) = 1.735 \pm 0.013$, у которого целенаправленно были вычислены методом Монте-Карло по модели QGSjet-II.04 для первичного протона плотности откликов МД

$$\log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E, 59^\circ, r = 600, p)) = 1.52 \pm 0.02, \quad (24)$$

и

$$\log_{10}(S_\mu^{\text{sim}}(E, 59^\circ, r = 1000, p)) = 0.89 \pm 0.02, \quad (25)$$

которые в пределах ошибок близки с ожидаемыми величинами из соотношения (13) и рис. 1.

3. Полученные результаты и обсуждение.

3.1. Корреляционные зависимости. На рисунке 2 показана геометрия Якутской установки в период наблюдений 01.01.1974–23.06.1990 гг. В 1976 году были созданы первые 2 МД площадью 36 м^2 каждый, расположенные на расстоянии от центра ≈ 500 м. В 1986 году вошли в строй еще 3 МД площадью 20 м^2 каждый. При реконструкции 1990–1992 гг. самые удаленные НД были демонтированы и перемещены в круг с радиусом 2 км. Для текущего анализа

данных МД были отобраны только такие ливни, оси которых оказались внутри этого круга.

На рисунке 4 показана выборка из 127 ШАЛ с $\log_{10} E \geq 19.1$ эВ и $\theta \leq 60^\circ$. В нее вошли собы-

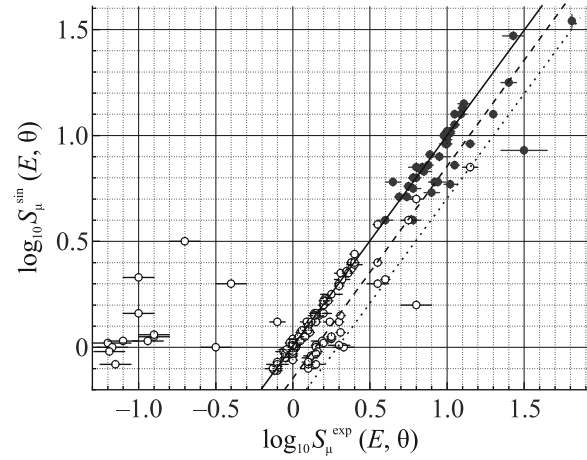


Рис. 4. (Цветной онлайн) Корреляции плотностей откликов МД с порогом $E_\mu = 1.0 \times \sec \theta$ ГэВ на расстояниях от оси $r = 600$ и 1000 м (темные и светлые кружки соответственно) в 127 ливнях с $\log_{10} E \geq 19.1$ эВ и $\theta \leq 60^\circ$, измеренных на эксперименте (шкала абсцисс) и вычисленных по модели QGSjet-II.04 (шкала ординат) для первичных протонов (сплошная линия), ядер железа (штриховая линия) и ШАЛ с аномально высоким содержанием мюонов (точечная линия)

тия с мюонами, измеренными на расстояниях от оси $r = 600$ м (темные кружки) и 1000 м (светлые кружки). Для анализа были отобраны ливни, у которых сработали 2 и больше МД. Детектор считался работающим даже в том случае, когда он не регистрировал ни одну частицу, но находился в штатном режиме ожидания. Сплошная линия соответствует корреляции для первичных протонов. Штриховая линия смещена от нее вправо по шкале абсцисс на величину:

$$\langle \Delta_{p-\text{Fe}} \rangle = \log_{10}[S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r, \text{Fe})/S_\mu^{\text{sim}}(E, \theta, r, p)] \approx 0.15, \quad (26)$$

которая соответствует ожидаемой корреляции мюонов в ШАЛ от ядер железа. Получена усреднением разницы мюонных плотностей на рис. 1 во всем интервале зенитных углов. Точечная линия на рис. 4, смещенная от корреляционной линии для первичных протонов по оси абсцисс вправо на величину:

$$\langle \Delta_{p-X} \rangle = 2 \times \langle \Delta_{p-\text{Fe}} \rangle \approx 0.30, \quad (27)$$

условно выделяет некоторые ливни (ниже обозначены символом X) с аномально высоким содержанием мюонов.

В рассмотренную выборку вошли только те ливни, у которых были 2 и более МД, сработавшие в диапазоне расстояний от оси $\Delta r \approx 800\text{--}1600$ м. У них с помощью ФПР (12) находились плотности $S_\mu^{\text{exp}}(E, \theta, r = 1000)$. При этом параметр наклона $b_\mu(\theta)$ брался средним из полученных ранее экспериментальных данных [22], так как в большинстве индивидуальных событий найти его было не возможно. Около 27 % событий из всей выборки имели один (редко больше) МД с показаниями на расстояниях от $r \approx 300$ до 800 м. В этом случае находилась также плотность $S_\mu^{\text{exp}}(E, \theta, r = 600)$, вместе с $S_\mu^{\text{exp}}(E, \theta, r = 1000)$. Такой отбор мюонных данных был самым оптимальным. Он нашел свое отражение в распределениях событий на рис. 4.

На рисунке 5 показаны отклонения индивидуальных пар мюонных плотностей

$$\eta = \frac{S_\mu^{\text{exp}}}{S_\mu^{\text{sim}}(p)} \quad (28)$$

от корреляционных линий рис. 4 для $r = 1000$ м. Здесь значение “0” по оси абсцисс соответствует местоположению протонного пика для модели QGSjet-II.04, относительно которого стрелки Fe и X указывают на сдвиги (26) и (27). События D относятся к мюонно-дефицитным ШАЛ. Они позиционируются с пиками со средними значениями в областях их локализации на уровне 68 % достоверности:

$$\eta(p) = 0.99_{-0.08}^{+0.08}, \quad (29)$$

$$\eta(\text{Fe}) = 1.44_{-0.12}^{+0.18}, \quad (30)$$

$$\eta(X) = 1.95_{-0.33}^{+2.05}, \quad (31)$$

$$\eta(D) = 0.09_{-0.02}^{+0.05}, \quad (32)$$

которые можно интерпретировать как вероятный массовый состав первичных частиц.

3.2. Состав КЛ. В таблице 1 приведены дифференцированные данные о составе КЛ в зависимости от энергии ШАЛ. Видно, что доля протонов в этой выборке почти неизменна и составляет около 69 %, за исключением нижней строки. Доля мюонно-дефицитным ШАЛ грубо тоже почти не меняется и равна приблизительно 10 %. Она не противоречит нашим, более ранними оценками [23, 24]. Доля ядер железа постепенно увеличивается от 0 до 24 %. В [23] эта доля оценивалась ~ 36 % в выборке из 33 событий. Отличие результатов этой работы и табл. 1 может быть обусловлено разным числом рассмотренных ливней. Возможно, здесь нашли свое отражение разные методы оценки состава КЛ.

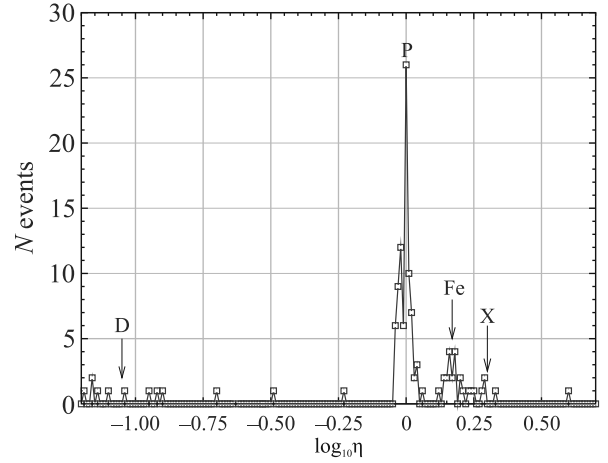


Рис. 5. (Цветной онлайн) Отклонения индивидуальных пар мюонных плотностей от корреляционных линий рис. 4 на расстояниях от оси 1000 м

Обращают на себя внимание 5 ливней в столбце X, у которых наблюдается anomalно большое количество мюонов. Углубленный анализ полученных данных показал, что это реально измеренные плотности МД. Из ФПР самого большого из них на рис. 3 видно, что НД и МД измерили близкие по величине отклики, которые сформировали, вероятно, мюоны с энергиями $E_\mu \geq 1.92$ ГэВ. Вклад электромагнитной компоненты на расстояниях $r \geq 400$ м в этом ливне почти отсутствует. Это трудно пока как-то интерпретировать. Относительное расположение пиков между собой практически не изменилось. Это свидетельствует о не критичности метода мюонной корреляции к моделям развития ШАЛ.

Оценим из данных табл. 1 среднее значение $\langle z_A^{\text{exp}} \rangle$ -фактора (3). Для этого воспользуемся соотношением:

$$\begin{aligned} \ln(\langle \rho_\mu^{\text{exp}} \rangle) - \ln(\rho_\mu^p) &= 2.3 \times \log_{10} \left(\frac{S_\mu^{\text{exp}}}{S_\mu^{\text{sim}}(p)} \right) = \\ &= -0.127 \pm 0.035, \end{aligned} \quad (33)$$

в котором правую часть находим из данных на рис. 4 и 5 суммированием всех 127 событий. Получаем для этой выборки со средней энергией $\langle E \rangle \approx 1.82 \times 10^{19}$ эВ и $\langle \sec \theta \rangle \approx 1.33$ следующую величину:

$$\langle z_A^{\text{exp}} \rangle = \frac{-0.127}{\ln(\rho_\mu^{\text{Fe}}) - \ln(\rho_\mu^p)} = -0.03 \pm 0.02, \quad (34)$$

которая в пределах ошибок согласуется с нашими, более ранними оценками [6–8] этого фактора из средних ФПР МД. Формально из (34) и формулы (2) можно сделать вывод, что КЛ рассмотренных энергий состоят, в основном, из протонов. Однако фак-

Таблица 1. Количество ШАЛ в отдельно взятых интервалах с шагом $\Delta \log_{10} E = 0.1$ (столбец 1 – средние энергии в этих интервалах)

$\log_{10} E$	P	W_P	Fe	W_{Fe}	X	W_X	D	W_D	Всего
20.05	0	0.00	0	0.00	1	1.00	0	0.00	1
19.75	1	0.50	1	0.00	1	0.50	0	0.00	2
19.65	4	1.00	0	0.00	0	0.00	0	0.00	4
19.55	9	0.75	1	0.09	0	0.00	2	0.16	12
19.45	11	0.73	1	0.07	2	0.13	1	0.07	15
19.35	16	0.76	3	0.14	0	0.00	2	0.10	21
19.25	27	0.71	7	0.18	0	0.00	4	0.11	38
19.15	20	0.59	8	0.24	2	0.06	4	0.12	34
Всего	88	0.69	21	0.17	5	0.04	13	0.10	127

тически это не так. Оценки ядерного состава первичных частиц из мюонных данных могут быть в среднем существенно искажены из-за присутствия в КЛ некоторой доли мюонно-дефицитных и мюонно-избыточных ШАЛ.

4. Заключение. Выше описан новый алгоритм оценки массового состава КЛ в отдельно взятых ШАЛ. Он основан на сравнении измеренных откликов МД и вычисленных по модели QGSJet-II.04 от первичных частиц с заданной массой. В данном случае были взяты протоны с зенитными углами $\theta \leq 60^\circ$. Эта модель адекватно описывает развитие всех компонент ШАЛ. Она показала свою высокую эффективность в процессе исследования, так называемой, “мюонной загадки” [7, 8, 21]. Вычисления откликов НД и МД в этой работе делались без применения для отдельно взятых событий метода Монте-Карло. С этой целью были заранее получены зенитно-угловые зависимости этих величин (рис. 1). Данный подход существенно упростил анализ ливней на предмет доли в них мюонов, без потери качества полученных результатов. Сравнения экспериментально найденных и расчетных откликов для всех ШАЛ делались при заданной энергии $E^* = 3.16 \times 10^{19}$ эВ. Измеренные отклики МД в конкретных ливнях с энергией E нормировались с их расчетными величинами с помощью соотношения (13). Суть использованного выше метода поясняет рис. 4, где показаны корреляции плотностей откликов МД на расстояниях от оси $r = 600$ и 1000 м (они могут быть любыми). Мы выбрали события с $r = 1000$ м (как и в [23, 24]), которые дают максимальную статистику с хорошим качеством мюонных данных. На рисунке 5 показана доля измеренных откликов мюонов относительно ожидаемой по модели QGSJet-II.04. Это распределение имеет несколько, ярко выраженных пиков. Первый (29), вне всяких сомнений, относится к протонам. Второй пик (30) условно можно

отнести к ядрам железа. Третий (31) принадлежит к нескольким событиям с аномально избыточным содержанием мюонов. В их число входит самый большой из зарегистрированных на Якутской установке ливень (рис. 2 и 3). Природу его еще только предстоит разгадать. Четвертый пик (32) относится к ШАЛ с аномально низким содержанием мюонов. Возможно, он имеет прямое отношение к первичным гамма-квантам. Некоторые характеристики формирующих эти пики событий приведены в табл. 1. Мы планируем продолжить исследования состава КЛ, применив этот метод к данным Якутской установки ШАЛ в области меньших энергий.

Работа выполнена с использованием данных, полученных на Уникальной научной установке “Якутская комплексная установка широких атмосферных ливней (ЯКУ ШАЛ) им. Д. Д. Красильникова” (<https://ckp-rf.ru/catalog/usu/73611/>).

Авторы выражают благодарность сотрудникам Обособленного структурного подразделения ИКФИА СО РАН ЯКУ ШАЛ.

Финансирование работы.

Работа выполнена в рамках государственного задания (номер госрегистрации # 122011800084-7).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. J. R. Hörandel, J. Phys.: Conf. Ser. **47**, 41 (2006); doi:10.1088/1742-6596/47/1/005.
2. A. Aab, P. Abreu, M. Aglietta et al. (Pierre Auger Collaboration), Nucl. Instr. Methods A **798**, 172 (2015); DOI: 10.1016/j.nima.2015.06.058; arXiv: 1502.01323 [astro-ph.IM].
3. T. Abu-Zayyad, R. Aida, M. Allen et al. (Telescope Array Collaboration), ApJ Lett. **768**, L1 (2013); DOI: 10.1088/2041-8205/768/1/L1; arXiv: 1205.5067 [astro-ph.HE].

4. A. Aab et al. (Pierre Auger Collaboration), Phys. Rev. Lett. **117**, 192001 (2016).
5. R. U. Abbasi et al. (Telescope Array Collaboration), Phys. Rev. D **98**, 022002 (2018).
6. H. P. Dembinski, J. C. Arteaga-Velazquez, L. Cazon et al. (Collaboration), arXiv: 1902.08124 v1 [astro-ph.HE].
7. A. V. Glushkov, A. V. Saburov, L. T. Ksenofontov, and K. G. Lebedev, Phys. At. Nucl. **87**, 25 (2024); DOI: 10.1134/S1063778824020121; arXiv: 2306.17039v1 [astro-ph.HE].
8. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, К. Г. Лебедев, Письма в ЖЭТФ **117**, 254 (2023); DOI: 10.31857/S1234567823040002X; arXiv: 2304.09924v1 [astro-ph.HE].
9. N. N. Kalmykov, S. S. Ostapchenko, and A. I. Pavlov, Nucl. Phys. B – Proc. Suppl. **52**, 17 (1997).
10. S. Ostapchenko, Phys. Rev. D **83**, 014018 (2011).
11. D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw, CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers. Forshungszentrum Karlsruhe, FZKA **6019**, 90 (1988).
12. А. В. Глушков, *Пространственное распределение и полный поток черенковского излучения ШАЛ с первичной энергией $E_0 \geq 10^{17}$ эВ*. Диссертация, НИИЯФ МГУ (1982).
13. А. В. Глушков, М. Н. Дьяконов, Т. А. Егоров, Н. Н. Ефимов, Н. Н. Ефремов, С. П. Кнуренко, В. А. Колосов, И. Т. Макаров, В. Н. Павлов, П. Д. Петров, М. И. Правдин, И. Е. Слепцов, Изв АН СССР, сер. физ. **55**, 713 (1991) [Т. А. Егоров (for the Yakutsk Collaboration), in Proceeding of the Tokyo Workshop on Techniques for the Study of Extremely High Energy Cosmic Rays, Tokyo (1993)].
14. A. V. Glushkov, V. P. Egorova, A. A. Ivanov, S. P. Knurenko, V. A. Kolosov, A. D. Krasilnikov, I. T. Makarov, A. A. Mikhailov, V. V. Olzoyev, V. V. Pisarev, M. I. Pravdin, A. V. Sabourov, I. E. Sleptsov, and G. G. Struchkov, in *Proceedings of the 28th ICRC, Tsukuba* (2003), v. 1, p. 393.
15. A. V. Glushkov, V. I. Pravdin, and A. Sabourov, Phys. Rev. D **90**, 012005 (2014).
16. А. В. Глушков, М. И. Правдин, А. В. Сабуров, ЯФ **81**, 535 (2018); DOI: 10.1134/S0044002718040049.
17. Л. И. Каганов, *Пространственное распределение заряженных частиц в широких атмосферных ливнях с первичной энергией выше $0 \geq 10^{17}$ эВ*. Диссертация, НИИЯФ МГУ (1981).
18. М. И. Правдин, *Спектры по потокам частиц широких атмосферных ливней космических лучей с энергией выше 10^{17} эВ*. Диссертация, НИИЯФ МГУ (1985).
19. А. В. Сабуров, *Пространственное распределение частиц ШАЛ с энергией выше 10^{17} эВ по данным Якутской установки*, Дисс...канд. наук, ИЯИ РАН, М. (2018).
20. T. Pierog, Iu. Karpenko, J. M. Katzy, E. Yatsenko, and K. Werner, Phys. Rev. C **92**, 034906 (2015); doi:10.1103/PhysRevC.92.034906; arXiv:1306.0121 [hep-ph].
21. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Л. Т. Ксенофонов, К. Г. Лебедев, Письма в ЖЭТФ **117**, 651 (2023); DOI: 10.31857/S1234567823090033; arXiv: 2304.13095v1 [astro-ph.HE].
22. A. V. Glushkov, I. T. Makarov, E. S. Nikiforova et al. (Collaboration), Astropart. Phys. **4**, 15 (1995) [A. V. Glushkov, I. T. Makarov, I. E. Sleptsov et al. (Collaboration), Phys. Atom. Nucl. **65**, 1313 (2002)].
23. A. V. Glushkov, I. T. Makarov, M. I. Pravdin, I. E. Sleptsov, D. S. Gorbunov, G. I. Rubtsov, and S. V. Troitsky, Pis'ma v ZhETF **87**, 220 (2008).
24. A. V. Glushkov, D. S. Gorbunov, I. T. Makarov, M. I. Pravdin, G. I. Rubtsov, I. E. Sleptsov, and S. V. Troitsky, Pis'ma v ZhETF **85**, 163 (2007).

Интерференционные резонансы фотона и нелинейности в ангармоническом осцилляторе

А. М. Башаров¹⁾

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 августа 2024 г.

После переработки 22 августа 2024 г.

Принята к публикации 22 августа 2024 г.

Резонансные взаимодействия когерентного поля с ангармоническим осциллятором классифицированы на основе установленной аналогии с многофотонными взаимодействиями света с атомами. Показано, что интерференционные взаимодействия, при которых поглощение одного кванта когерентного поля вызывает многоквантовый переход в ангармоническом осцилляторе, есть суперпозиция резонансов типа “каскад” и типа “лямбда-V”, которым дано общее описание. Для нелинейности третьего и четвертого порядков общие формулы применены к резонансному процессу с поглощением одного фотона и двухкратным возбуждением осциллятора. Предсказаны и описаны резонансные процессы генерации второй гармоники и “выпрямления” излучения, экспериментальное изучение которых позволит судить о параметрах ангармонизма рассмотренной модели.

DOI: 10.31857/S0370274X24090162, EDN: HMZRZO

1. Введение. Модели классического и квантового осцилляторов являются базовыми моделями физики, позволяющими не только описывать многие явления, но и подводить единую основу под, казалось бы, различные процессы и явления. Например, резонансные взаимодействия света (высокочастотного излучения) с двухуровневой системой, обладающей постоянным дипольным моментом, приводят к генерации низкочастотного излучения (иначе, “выпрямление света”) и генерации гармоник (см., [1, 2] и ссылки там). Здесь дополнительным требованием является существование постоянного дипольного момента. Постоянный дипольный момент характерен для частиц, состояния которых не характеризуются четностью, в частности для ангармонического осциллятора. И, казалось бы, резонансное взаимодействие ангармонического осциллятора с когерентной волной можно просто описать феноменологически при помощи двухуровневой системы с постоянным дипольным моментом. Однако при таком описании теряются интерференционные эффекты [3, 4], что характерно для многих задач, в которых под феноменологическим описанием кроются разного рода взаимодействия, учтенные через некоторые их следствия. В нашем случае примером служит ангармонизм, обеспечивающий как неэквидистантный спектр осциллятора, так и существование постоянного дипольного момента. В настоящее время выхо-

дит много работ, посвященных динамике нелинейного квантового осциллятора (см., например, [5–10]). Вопрос о существовании разных типов резонансного взаимодействия внешнего когерентного поля с ангармоническим осциллятором, в которых выявлена роль интерференционного взаимодействия одного фотона и нелинейности осциллятора, в этих работах не обсуждался и подобные исследования автору неизвестны. Многофотонное возбуждение осциллятора неоднократно исследовалось ([7] и ссылки там), в том числе многофотонный резонанс с керровской нелинейностью рассмотрен в работе [8] при учете модельной нелинейности высших порядков и картины классического фазового портрета.

В данной статье проанализирован другой механизм формирования резонансного взаимодействия фотона и нелинейности в ангармоническом осцилляторе и показано, что корректное описание резонансного взаимодействия когерентного поля с ангармоническим осциллятором приводит не только к традиционному резонансу, когда поглощение одного фотона вызывает одноквантовое возбуждение осциллятора, а эффективная двухуровневая система характеризуется постоянным дипольным моментом, но и к новым типам оптического резонанса, которые могут быть экспериментально исследованы. Другими словами, доказывается возможность существования новых типов резонанса, когда поглощение одного фотона когерентной волны вызывает n -квантовое возбуждение осциллятора. Построена общая теория, в которой ре-

¹⁾e-mail: basharov@gmail.com

зонансы классифицированы как резонансы дипольного взаимодействия и нелинейности. Схематически говорим о резонансах типа “каскад” и типа “лямбда-V”, при которых поглощение/испускание одного фотона когерентной волны обуславливает многоквантовые переходы в осцилляторе. Во введенном названии использована аналогия с резонансами в атомной системе. В частном случае рассмотрено двухквантовое возбуждение линейного ангармонического осциллятора одним фотоном. При таком резонансном взаимодействии возникают как генерация низкочастотного излучения на частоте Раби, так и генерация второй гармоники. Описание этих процессов дано ниже. Также показано, что исследование простейших когерентных эффектов, а именно оптической нутации и ее проявлений на разных частотах генерации, позволит экспериментально судить о параметрах ангармонизма.

Следует подчеркнуть, что учет ангармонизма важен для осцилляторных моделей, так как ангармонизм характерен для реальных задач. К тому же существует значительное количество моделей таких осцилляторов. Чтобы прояснить механизм интерференционного формирования резонанса фотоном и нелинейностью, необходим достаточно общий подход. В статье использован общий метод анализа резонансных ситуаций при помощи алгебраической теории возмущений [3, 4].

Заметим, что при исследовании задач, связанных с ангармоническими осцилляторами, например, [11, 12], сходный с алгебраической теорией возмущений подход называют канонической теорией возмущений ван Флека. В работе [4] указано на отличие нашего подхода и подчеркнута ведущая роль алгебраической теории возмущений в задачах о резонансном взаимодействии оптических когерентных полей с квантовыми системами.

2. Алгебраическая теория возмущений и эффективные операторы. Возникновение интерференционного резонанса легко понять из следующих общих рассуждений, основанных на алгебраической теории возмущений [3, 4]. Пусть систему, взаимодействующую с электромагнитным полем, помимо собственно оператора взаимодействия с электромагнитным полем $V_{\text{int}}(t) \equiv V_1(t)$, характеризует также некоторый оператор нелинейного взаимодействия внутри системы V_2 (в реальной задаче таких операторов может быть несколько). Тогда общий оператор взаимодействия системы будет представлен суммой операторов взаимодействия $V_1(t) + V_2(t)$. Явное написание аргумента времени используем для указания принадлежности операторов к картине Дирака, в ко-

торой удобно формулировать требования алгебраической теории возмущений. Условие формирования картины Дирака будет отдельно оговорено в дальнейшем.

Суть алгебраической теории возмущений состоит в таком унитарном преобразовании операторов и матрицы плотности системы $\rho(t) \rightarrow \tilde{\rho}(t)$: $\tilde{\rho}(t) = e^{-iS(t)}\rho(t)e^{iS(t)}$, $S(t) = S(t)^+$, при котором в уравнении фон Неймана для преобразованной матрицы $\tilde{\rho}(t)$:

$$i\hbar \frac{d\tilde{\rho}(t)}{dt} = [\tilde{V}(t), \tilde{\rho}(t)], \quad (1)$$

$$\tilde{V}(t) = e^{-iS(t)}(V_1(t) + V_2(t))e^{iS(t)} - i\hbar e^{-iS(t)} \frac{d}{dt} e^{iS(t)}$$

отсутствовали бы быстроменяющиеся во времени слагаемые. Это требование обосновано для открытых систем, чье окружение моделируется дельта-коррелированными полями [13]. В резонансных взаимодействиях с волнами, характеризующимися несущей частотой и медленно меняющейся амплитудой, указанное требование отличает алгебраическую теорию возмущений от других [4]. Отметим, что в [10] обсуждалась открытая система и унитарное преобразование ее операторов, но требования алгебраической теории возмущений не учитывались. В работах [1, 9] указанные требования также не учитывались, но обсуждался выход за рамки приближения вращающейся волны, которое до сих пор составляет основу феноменологического рассмотрения резонансного взаимодействия. Однако именно требование отсутствия быстроменяющихся во времени слагаемых “автоматически” выделяет в задаче все возможные случаи оптического резонанса. Обсуждение разных методов на основе унитарной симметрии квантовой теории дано в [4].

Считаем энергию резонансного электромагнитного взаимодействия малой по сравнению с энергией квантового перехода в осцилляторе и раскладываем генератор преобразования и преобразованный гамильтониан в ряды

$$\begin{aligned} \tilde{V}(t) &= V^{(1,0)}(t) + V^{(0,1)} + V^{(1,1)} + V^{(2,0)} \dots, \\ S(t) &= S^{(1,0)}(t) + S^{(0,1)}(t) + S^{(2,0)}(t) + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

в которых верхние индексы каждой пары индексов указывают на порядок разложения по константам рассматриваемых взаимодействий $V_1(t)$ и $V_2(t)$. Формула Кемпбелла–Бейкера–Хаусдорфа приводит к стандартным формулам алгебраической теории возмущений [3, 4]:

$$V^{(1,0)}(t) = \frac{\hbar dS^{(1,0)}(t)}{dt} + V_{\text{int}}(t),$$

$$V^{(0,1)}(t) = \frac{\hbar dS^{(0,1)}(t)}{dt} + V_2(t),$$

$$V^{(2,0)}(t) = \frac{\hbar dS^{(2,0)}(t)}{dt} - \frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V_{\text{int}}(t)], \dots$$

Требование алгебраической теории возмущений состоит в том, чтобы величины $V^{(i,j)}(t)$ включали в себя все медленно меняющиеся во времени слагаемые, а величины $S^{(i,j)}(t)$ все быстроменяющиеся во времени слагаемые [3, 4]. В результате, отмечая одним и двумя штрихами медленно и быстроменяющиеся во времени слагаемые выражений, имеем

$$S^{(i,j)}(t) \equiv S^{(i,j)}(t)'', \quad V^{(1,0)}(t) = V_{\text{int}}(t)', \quad V^{(0,1)}(t) = V_2(t)', \quad (3)$$

$$V^{(1,1)}(t) = -\frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), V_2(t)]' - \frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t)[S^{(0,1)}(t), V_{\text{int}}(t)]', \\ V^{(2,0)}(t) = -\frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V_{\text{int}}(t)]', \dots$$

Эти формулы определяют не только эффективный гамильтониан задачи $V^{\text{Eff}}(t) \approx \tilde{V}(t)$, где в разложении (2) преобразованного гамильтониана $\tilde{V}(t)$ оставлено конечное число первых слагаемых ряда, но и поляризацию ангармонического осциллятора, которая после преобразования задается эффективным оператором дипольного момента $d^{\text{Eff}}(t)$. Как и эффективный гамильтониан, оператор эффективного дипольного момента определяется преобразованным оператором дипольного момента $\tilde{d}(t) = e^{-iS(t)}d(t)e^{iS(t)}$, в котором оставлены лишь первые слагаемые разложений (2):

$$d^{\text{Eff}}(t) = d(t) - i[S^{(1,0)}(t), d(t)] - i[S^{(0,1)}(t), d(t)], \\ D^{(1,0)}(t) = -i[S^{(1,0)}(t), d(t)], \quad (4) \\ D^{(0,1)}(t) = -i[S^{(0,1)}(t), d(t)].$$

Обсудим следствия этих стандартных формул для предельно простых модельных выражений для операторов $V_1(t)$ и $V_2(t)$. В электродипольном приближении оператор V_{int} однозначен и состоит из слагаемых, в которых отличны от нуля только матричные элементы $\langle E_n | V_{\text{int}}(t) | E_{n\pm 1} \rangle$ для переходов с изменением возбуждения осциллятора на единицу ($|E_n\rangle$ – стационарное состояние ангармонического осциллятора энергии E_n с n возбуждениями). Будем

использовать такой вид оператора электродипольного взаимодействия и оператора дипольного момента квантового осциллятора

$$\langle E_n | V_{\text{int}}(t) | E_{n+1} \rangle = g(\mathcal{E}_{cl} e^{-i\omega_{cl}t - i\Phi} + \mathcal{E}_{cl}^* e^{i\omega_{cl}t + i\Phi}) \sqrt{n+1} e^{-i\Omega_{n+1,n}t}, \\ \Omega_{m,n} = (E_m - E_n)/\hbar. \quad (5)$$

$$d(t) = -g \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} (|E_{n-1}\rangle \langle E_n| e^{-i\Omega_{n,n-1}t} + |E_n\rangle \langle E_{n-1}| e^{i\Omega_{n,n-1}t}). \quad (6)$$

Здесь ω_{cl} – несущая частота когерентного поля амплитуды $\mathcal{E}_{cl}$, Φ – фаза, g – константа связи, учитывающая геометрию и вбирающая в себя знак “минус” из оператора электродипольного взаимодействия.

Отличные от нуля матричные элементы $V_2(t)$ определяются принятой моделью нелинейности ангармонического осциллятора. Переберем простейшие возможности для матричных элементов. При этом постоянные во времени диагональные элементы у оператора $V_2(t)$ исключаем и включаем их в “нулевой гамильтониан”, определяющий переход к картине Дирака. Обоснование этой процедуры в рамках алгебраической теории возмущений дано в [14]. Простейшие ситуации, которые обсудим далее, определяются следующим видом оператора $V_2(t)$:

$$V_2(t) \equiv V^{[p,\chi]}(t) = \hbar \chi \Omega_c (c^p \varphi_p(N) e^{i\Omega_{n-p,n}t} + \text{H.c.}) \quad (7)$$

Здесь p – натуральное число, которое будем использовать для характеристики типа нелинейного взаимодействия (взаимодействие или нелинейность p типа); χ – безразмерная константа взаимодействия, $\varphi_p(N)$ – операторозначная функция числа возбуждений осциллятора, $N = c^\dagger c$. При этом $[c, c^\dagger] = 1$, а $d = -g(c + c^\dagger)$. Для перехода между операторами алгебры Гейзенберга–Вейля и проекционными операторами применяем соответствие $c \leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} |n-1\rangle \langle n|$.

Используем нотацию

$$S^{(i,j)}(t) = \hat{S}^{(i,j)}(t) + \text{H.c.}, \quad V^{(i,j)}(t) = \hat{V}^{(i,j)}(t) + \text{H.c.}, \\ D^{(i,j)}(t) = \hat{D}^{(i,j)}(t) + \text{H.c.}$$

Тогда

$$\hat{S}^{(1,0)}(t) = -\frac{g}{i\hbar} \sum_n'' \bar{s}_{n-1,n}(t) e^{i\Omega_{n-1,n}t} |E_{n-1}\rangle \langle E_n|, \\ \bar{s}_{n-1,n}(t) =$$

$$= \left(\frac{\mathcal{E}_{cl} \exp(-i\omega_{cl}t - i\Phi)}{-\omega_{cl} + \Omega_{n-1,n}} + \frac{\mathcal{E}_{cl} \exp(i\omega_{cl}t + i\Phi)}{\omega_{cl} + \Omega_{n-1,n}} \right) \sqrt{n};$$

$$\hat{S}^{(0,1)}(t) = i\chi\Omega_c \sum_{n=p}^{\infty} \frac{h_{n-p,n}}{\Omega_{n-p,n}} |E_{n-p}\rangle \langle E_n| e^{i\Omega_{n-p,n}t},$$

$$h_{n-p,n} = \sqrt{n(n-1)\dots(n-p+1)}\varphi_p(n),$$

$$h_{n-1,n} = \sqrt{n}\varphi_1(n), \quad h_{n-2,n} = \sqrt{n(n-1)}\varphi_2(n),$$

$$h_{n-3,n} = \sqrt{n(n-1)(n-2)}\varphi_3(n).$$

Выпишем общий вид оператора $V^{(1,1)}(t)$, чтобы оценить все возможные резонансы в системе:

$$\begin{aligned} \hat{V}^{(1,1)}(t) = & \frac{g}{2}\chi\Omega_c \sum_n (\bar{s}_{n,n+1}(t)h_{n+1,n+p+1} - \\ & - h_{n,n+p}\bar{s}_{n+p,n+p+1}(t))e^{i\Omega_{n,n+p+1}t}|E_n\rangle\langle E_{n+p+1}| + \\ & + \frac{g}{2}\chi\Omega_c \sum_n (h_{n,n+p}\bar{s}_{n+p-1,n+p}^*(t) - \\ & - \sum_n'' \bar{s}_{n-1,n}^*(t)h_{n-1,n+p-1})e^{i\Omega_{n,n+p-1}t}|E_n\rangle\langle E_{n+p-1}| + \\ & + \frac{g}{2}\chi\Omega_c \sum_{m=p}^{\infty} \left(\frac{h_{n,n+p}}{\Omega_{n,n+p}} \bar{s}_{n+p,n+p+1}(t) - \right. \\ & \left. - \bar{s}_{n,n+1}(t) \frac{h_{n+1,n+p+1}}{\Omega_{n+1,n+p+1}} \right) e^{i\Omega_{n,n+p+1}t}|E_n\rangle\langle E_{n+p+1}| + \\ & + \frac{g}{2}\chi\Omega_c \sum_{m=p}^{\infty} \left(\bar{s}_{n+p-1,n+p}^*(t) \frac{h_{n,n+p}}{\Omega_{n,n+p}} - \right. \\ & \left. - \frac{h_{n-1,n+p-1}}{\Omega_{n-1,n+p-1}} \bar{s}_{n-1,n}^*(t) \right) e^{i\Omega_{n,n+p-1}t}|E_n\rangle\langle E_{n+p-1}|; \\ & \bar{s}_{n-1,n}(t) = (\mathcal{E}_{cl} \exp(-i\omega_{cl}t - i\Phi) + \\ & + \mathcal{E}_{cl}^* \exp(i\omega_{cl}t + i\Phi))\sqrt{n} = \bar{s}_{n-1,n}(t)^*. \end{aligned}$$

Подчеркнем, что выписаны слагаемые выражения $-\frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V_2(t)] - \frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), V_{int}(t)]$. Отбор в них медленно меняющихся во времени слагаемых в соответствии с условиями резонанса и определяет слагаемое в эффективном операторе резонансного взаимодействия.

Общий вид слагаемых эффективного дипольного момента:

$$\begin{aligned} \hat{D}^{(1,0)}(t) = & -\frac{g^2}{\hbar} \left(\sum_n (\bar{s}_{n-1,n}(t)\sqrt{n+1} - \right. \\ & \left. - \bar{s}_{n,n+1}(t)\sqrt{n})|E_{n-1}\rangle\langle E_{n+1}|e^{i\Omega_{n-1,n+1}t} \right) + \\ & + \frac{g^2}{\hbar} \left(\sum_n (\sqrt{n}\bar{s}_{n-1,n}(t) - \bar{s}_{n,n+1}(t)\sqrt{n+1})|E_n\rangle\langle E_n|, \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{D}^{(0,1)}(t) = & -g\chi\Omega_c \left(\sum_n \frac{h_{n-p,n}}{\Omega_{n-p,n}} \sqrt{n+1}|E_{n-p}\rangle\langle E_{n+1}|e^{i\Omega_{n-p,n+1}t} - \right. \\ & \left. - \sum_n \sqrt{n} \frac{h_{n,n+p}}{\Omega_{n,n+p}} |E_{n-1}\rangle\langle E_{n+p}|e^{i\Omega_{n-1,n+p}t} \right) - \\ & -g\chi\Omega_c \left(\sum_n \frac{h_{n-p,n}}{\Omega_{n-p,n}} \sqrt{n}|E_{n-p}\rangle\langle E_{n-1}|e^{i\Omega_{n-p,n-1}t} - \right. \\ & \left. - \sum_n \sqrt{n} \frac{h_{n-1,n+p-1}}{\Omega_{n-1,n+p-1}} |E_n\rangle\langle E_{n+p-1}|e^{i\Omega_{n,n+p-1}t} \right). \end{aligned}$$

3. Интерференционные взаимодействия и резонансы. Обсудим новые возможные резонансы в рассматриваемой системе. Они обусловлены интерференционным взаимодействием фотона и нелинейности. Речь идет об интерференционном взаимодействии, поскольку, как показано ниже, это взаимодействие подразделяется на два типа. Согласно приведенной формуле для $\hat{V}^{(1,1)}(t)$, из требования медленного изменения слагаемых $\hat{V}^{(1,1)}(t)$ возможны следующие резонансы:

$$\omega_{cl} + \Omega_{n,n+p+1} \approx 0 \text{ и } \omega_{cl} + \Omega_{n,n+p-1} \approx 0.$$

По аналогии с традициями теории двухфотонных резонансов в атомных системах [3] назовем возможные резонансы резонансами типа “каскад” ($\omega_{cl} + \Omega_{n,n+p+1} \approx 0$) и типа “лямбда-V” ($\omega_{cl} + \Omega_{n,n+p-1} \approx 0$) (см. рис. 1). Заметим, что резонанс типа “лямбда-V” есть суперпозиция резонанса лямбда типа и резонанса V-типа. Поскольку иногда резонансы типа лямбда и типа V называют комбинационными, мы используем термин “интерференционные взаимодействия и резонансы”.

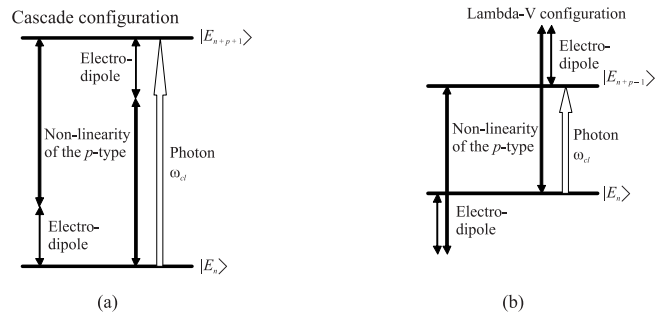


Рис. 1. Условные схемы резонанса фотона и нелинейности в ангармоническом осцилляторе. (а) – конфигурация “каскад”; (б) – конфигурация “лямбда-V”

В общих формулах для оператора интерференционного взаимодействия $\hat{V}^{(1,1)}(t)$ нелинейности типа p отвечают множители $h_{n,n+p}$, $h_{n+1,n+p+1}$, $h_{n-1,n+p-1}$,

электродипольному виртуальному переходу – множителю $\bar{s}_{n,n+1}$, $\bar{s}_{n+p,n+p+1}$, $\bar{s}_{n+p-1,n+p}$. В первом приближении других электродипольных переходов нет. Они учитываются автоматически в более высоких порядках теории возмущений.

Как увидим ниже, в рассматриваемой модели ангармонического осциллятора можно приближенно считать $\Omega_{n+p,n} \approx p\Omega_c$, причем все переходы $E_{n+p} \rightarrow E_n$ можно считать неперекрывающимися в случае резонансного взаимодействия с когерентной волной. Тогда общую формулу для различных конфигураций можно немного упростить. Получаем следующие матричные элементы оператора интерференционно-го взаимодействия:

Конфигурация “каскад” $\omega_{cl} \approx \Omega_{n+p+1,n}$ (в предэкспоненциальных множителях полагаем $\omega_{cl} \approx (p+1)\Omega_c$):

$$\begin{aligned} \langle E_n | \hat{V}^{(1,1)}(t) | E_{n+p+1} \rangle &= \frac{\chi g}{p} \times \\ &\times \mathcal{E}_{cl}^* e^{i(\omega_{cl} + \Omega_{n,n+1+p})t + i\Phi} \times \\ &\times \sqrt{(n+p+1)(n+p)\dots(n+1)} (\varphi_p(n+p+1) - \varphi_p(n+p)). \end{aligned}$$

Конфигурация “лямбда-V” $\omega_{cl} \approx \Omega_{n+p-1,n}$ (в предэкспоненциальных множителях полагаем $\omega_{cl} \approx (p-1)\Omega_c$):

$$\begin{aligned} \langle E_n | \hat{V}^{(1,1)}(t) | E_{n+p-1} \rangle &= \frac{g\chi}{p} \mathcal{E}_{cl}^* e^{i(\omega_{cl} - \Omega_{n+p-1,n})t + i\Phi} \times \\ &\times \sqrt{(n+p-1)(n+p-2)\dots(n+1)} \times \\ &\times (n\varphi_p(n+p-1) - (n+p)\varphi_p(n+p)). \end{aligned}$$

Заметим, что условия $\omega_{cl} \approx (p+1)\Omega_c$ и $\omega_{cl} \approx (p-1)\Omega_c$ наглядно иллюстрируются на рис. 1а и б.

Общий вид слагаемого $\hat{D}^{(1,0)}(t)$ оператора эффективного дипольного момента говорит о возможностях генерации гармоник. При резонансном взаимодействии $\omega_{cl} \approx \Omega_{n+2,n}$ возможна генерация второй гармоники. При этом для любого резонансная генерация гармоник более высокого порядка при простом возбуждении осциллятора невозможна.

4. Применение к ангармонизму вида $\alpha x^3 + \beta x^4$. Гамильтониан ангармонического осциллятора

$$H_{\text{osc}} = \hbar\Omega_c [c^\dagger c + \alpha(c + c^\dagger)^3 + \beta(c + c^\dagger)^4]$$

представим в виде

$$H_{\text{osc}} = H_{\text{osc-Diag}} + H_{\text{osc-Non-D}},$$

$$H_{\text{osc-Diag}} = \hbar\Omega_c N + W_1, \quad W_1 = \hbar\Omega_c 6\beta(N + N^2),$$

$$H_{\text{osc-Non-D}} = W_\alpha + W_\beta,$$

$$W_\alpha = \hbar\alpha\Omega_c((3cN + c^3) + \text{H.c.}),$$

$$W_\beta = \hbar\beta\Omega_c((c^4 - 2c^2 + 4c^2N) + \text{H.c.}).$$

Картину Дирака определяет диагональный оператор [12]

$$H_{\text{osc-Diag}} = \hbar\Omega_c N + W_1.$$

При этом

$$E_n = \hbar\Omega_c[n + 6\beta(n + n^2)],$$

$$\Omega_{n+p,n} = \Omega_c(p + 6\beta(2n + 1)p + 6\beta p^2).$$

Переход к картине Дирака дается формулами ($i = 2, 3$):

$$\rho_{\text{osc}}(t) = \exp(iH_{\text{Diag}}t/\hbar)\rho_{\text{osc}}\exp(-iH_{\text{Diag}}t/\hbar),$$

$$V_{\text{int}}(t) = \exp(iH_{\text{Diag}}t/\hbar)V_{\text{int}}\exp(-iH_{\text{Diag}}t/\hbar),$$

$$V^{[p,\chi]}(t) = \exp(iH_{\text{Diag}}t/\hbar)V^{[p,\chi]}\exp(-iH_{\text{Diag}}t/\hbar),$$

$$W_i(t) = \exp(iH_{\text{Diag}}t/\hbar)W_i\exp(-iH_{\text{Diag}}t/\hbar).$$

При этом оператор взаимодействия

$$V(t) = V_{\text{int}}(t) + W_\alpha(t) + W_\beta(t).$$

В терминах предыдущего анализа

$$W_\alpha(t) = V^{[1,\alpha]}(t) + V^{[3,\alpha]}(t), \quad W_\beta(t) = V^{[2,\beta]}(t) + V^{[4,\beta]}(t),$$

$$\varphi_1(n) = 3n, \quad \varphi_2(n) = 4n - 2, \quad \varphi_3(n) = 1, \quad \varphi_4(n) = 1.$$

Оператор $\hat{V}^{(1,1)}(t)$ линеен по операторам внутриосцилляторного взаимодействия $W_\alpha(t)$ и $W_\beta(t)$, так что, складывая предыдущие результаты, можно описать интерференционные взаимодействия в ангармоническом осцилляторе с рассматриваемым ангармонизмом. При этом пренебрегаем интерференционными взаимодействиями между внутриосцилляторными взаимодействиями.

5. Резонанс в ангармоническом осцилляторе в случае $\omega_{cl} \approx \Omega_{2,0}$. Этот резонанс является суперпозицией интерференционных резонансов типа “каскад” и типа “лямбда” (см. рис. 2) с матричным элементом перехода $\langle E_0 | \hat{V}^{(1,1)}(t) | E_2 \rangle$ эффективного оператора взаимодействия (диагональный элемент в резонансных состояниях равен нулю). Здесь в случае атомов возможна конструктивная и деструктивная суперпозиция интерференционных взаимодействий. В случае рассматриваемого ангармонизма имеем конструктивную суперпозицию

$$\langle E_0 | \hat{V}^{(1,1)}(t) | E_2 \rangle = g^{\text{Eff}} \mathcal{E}_{cl}^* e^{i(\omega_{cl} - \Omega_{2,0})t + i\Phi},$$

$$g^{\text{Eff}} = -2\sqrt{2}g\alpha.$$

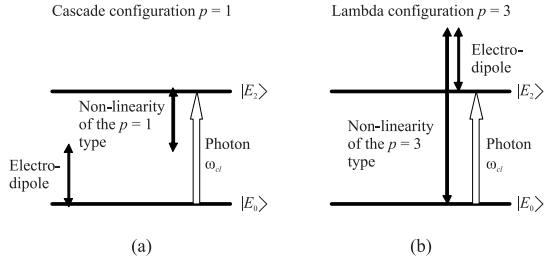


Рис. 2. Резонанс $\omega_{cl} \approx \Omega_{2,0}$ в ангармоническом осцилляторе как суперпозиция интерференционного резонанса типа “каскад” (а) и “лямбда” типа (б)

Эффективный дипольный момент $d^{\text{Eff}}(t) = D^{(1,0)}(t) + D^{(0,1)}(t)$ имеет матричные элементы, как зависящие от когерентного поля, так и не зависящие от него.

Матричные элементы, не зависящие от когерентного поля, целиком определяются оператором $\hat{D}^{(0,1)}(t)$. Они характеризуют динамику поляризации после окончания воздействия когерентного поля и ответственны за такие явления, как оптическая индукция и фотонное эхо [3]. До сих пор эти явления в среде ангармонических осцилляторов при обсуждаемом резонансе не рассматривались. Мы приведем вид оператора $\hat{D}^{(0,1)}(t)$ в терминах введенных величин, так как они отчетливо показывают вклад каждого из обсуждаемых типов резонанса:

$$\begin{aligned} \hat{D}^{(0,1)} &= g\alpha(h_{0,1}\sqrt{2} + h_{0,1}3\sqrt{3} - h_{1,2})|E_0\rangle\langle E_2|e^{i\Omega_{0,2}t} + \\ &+ g\alpha h_{0,1}|E_0\rangle\langle E_0| + g\alpha(h_{2,3}\sqrt{3} - h_{1,2}\sqrt{2})|E_2\rangle\langle E_2|, \\ h_{0,1} &= 3, \quad h_{1,2} = 6\sqrt{2}, \quad h_{2,3} = 27, \quad h_{0,3} = \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Следует отметить наличие постоянных дипольных моментов $\langle E_0|\hat{D}^{(0,1)}(t)|E_0\rangle$ и $\langle E_2|\hat{D}^{(0,1)}(t)|E_2\rangle$. Именно они служат прообразами постоянных дипольных моментов в феноменологической двухуровневой модели резонансного взаимодействия с ангармоническим осциллятором.

Матричные элементы, зависящие от когерентного поля, целиком определяются оператором $\hat{D}^{(1,0)}(t)$. Здесь нелинейность проявляется двояко: 1) через эффективный оператор резонансного взаимодействия, который, в свою очередь, определяет динамику заселенностей резонансных состояний и резонансных переходов, которые затем и определяют поляризацию ангармонического осциллятора; 2) явно.

Недиагональные элементы $\hat{D}^{(1,0)}(t)$ не связаны с процессами переизлучения квантов на частоте накачки $\omega_{cl} \approx \Omega_{2,0}$, а определяют генерацию второй гармоники (первое слагаемое в скобках) и генерацию

низкочастотного излучения (второе слагаемое в скобках):

$$\begin{aligned} \hat{D}^{(1,0)}(t)_{0,2} &= \frac{g^2\beta}{\hbar\Omega_c}\sqrt{2}e^{i\Omega_{0,2}t} \times \\ &\times \left(\frac{4}{3}\mathcal{E}_{cl}e^{-i\omega_{cl}t-i\Phi} + 12\mathcal{E}_{cl}^*e^{i\omega_{cl}t+i\Phi} \right). \end{aligned}$$

Диагональные матричные элементы $\hat{D}^{(1,0)}(t)$ не постоянны во времени и определяют поляризацию ангармонического осциллятора на частоте когерентной волны.

$$\hat{D}^{(1,0)}(t)_{00} = 0, \quad \hat{D}^{(1,0)}(t)_{22} = -\frac{2g^2}{2\hbar\Omega_c}\mathcal{E}_{cl}e^{-i\omega_{cl}t-i\Phi}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} d^{\text{Eff}}(t) &= \left(\frac{g^2\beta}{\hbar\Omega_c}\sqrt{2} \left(\frac{4}{3}\mathcal{E}_{cl}e^{-i\omega_{cl}t-i\Phi} + 12\mathcal{E}_{cl}^*e^{i\omega_{cl}t+i\Phi} \right) + \right. \\ &+ g\alpha 6\sqrt{2} \left. \right) |E_0\rangle\langle E_2|e^{i\Omega_{0,2}t} + 3g\alpha |E_0\rangle\langle E_0| + \\ &+ \left(g\alpha(27\sqrt{3} - 12) - \frac{2g^2}{3\hbar\Omega_c}\mathcal{E}_{cl}e^{-i\omega_{cl}t-i\Phi} \right) |E_2\rangle\langle E_2| + \text{H.c.} \end{aligned}$$

6. Оптическая нутация в системе ангармонических осцилляторов в случае $\omega_{cl} \approx \Omega_{2,0}$. Пусть на среду одинаковых ангармонических осцилляторов, заселяющих нижний энергетический уровень, подается прямоугольный импульс когерентной электромагнитной волны

$$\mathcal{E}_{cl} = \begin{cases} a, t \geq 0, \\ 0, t < 0. \end{cases} \quad \Phi = 0.$$

Тогда динамика населенности резонансных уровней и когерентности дается простыми формулами [3]:

$$\tilde{\rho}_{20}(0)(t) = \frac{i}{2} \sin \Omega_R t, \quad \tilde{\rho}_{00}(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos \Omega_R t),$$

$$\tilde{\rho}_{22}(t) = \frac{1}{2}(1 - \cos \Omega_R t), \quad \Omega_R = \frac{2|g^{\text{Eff}}|a}{\hbar}.$$

В результате имеем:

1. На несущей частоте падающего поля на выходе из среды возникают нутационные колебания интенсивности I возбуждающего поля (c – скорость света, L – длина оптически тонкой среды, n – плотность ангармонических осцилляторов частиц в единице объема)

$$I = \frac{ca^2}{2\pi} \left(1 + \frac{2\varepsilon}{a} \right), \quad \varepsilon = (1 - \cos \Omega_R t) \frac{2\pi L g^2 a n}{3\hbar\Omega_c}.$$

Период нутационных колебаний определяется через величину $|g^{\text{Eff}}| = 2\sqrt{2}g\alpha$ параметром нелинейности α .

2. На частоте второй гармоники, т.е. на частоте $2\omega_{cl}$, интенсивность излучения $I = \frac{c|\varepsilon|^2}{2\pi}$, усредненная, как и выше, по периоду быстрых колебаний, определяется амплитудой генерируемой гармоники

$$\varepsilon = i \frac{4\sqrt{2}}{3} \pi L \frac{g^2 \beta a n}{\hbar \Omega_c} \sin \Omega_R t.$$

Величина интенсивности сигнала второй гармоники оказывается пропорциональной квадрату нелинейности β .

3. “Низкочастотное” излучение оптически тонких сред возникает на частоте Раби. В однонаправленном приближении сама напряженность электрического поля низкочастотного излучения $E^{\text{Low fr}}(t)$ дается выражением

$$E^{\text{Low fr}}(t) = \frac{\pi n \Omega_R}{c} g \alpha (15 - 27\sqrt{3}) \sin \Omega_R t.$$

Если экспериментально исследовать описанные случаи излучения ангармонических осцилляторов при их возбуждении резонансной когерентной накачкой с несущей частотой $\omega_{cl} \approx \Omega_{2,0}$, то по периоду пульсаций нетрудно определить основные параметры ангармонического осциллятора.

7. Заключение. Рассмотренные в статье модельные ситуации с нелинейным взаимодействием вида (7) позволили провести аналогию между интерференционными резонансами в нелинейном осцилляторе и многофотонными резонансами в атомах. В результате резонансные ситуации в ангармоническом осцилляторе представлены как суперпозиция резонансов типа “каскад” и типа “лямбда-V”, чьи характеристики и основные операторы представлены в работе. Поскольку о взаимодействии волн в конфигурации “лямбда-V” часто говорят как о комбинационном взаимодействии, мы при описании типов резонанса говорим об интерференционном взаимодействии.

Полученные общие формулы характеризуют каждый тип резонанса и могут быть использованы для описания различных случаев их суперпозиции. В качестве примера рассмотрен интерференционный резонанс в ангармоническом осцилляторе с нелинейностью вида $\alpha x^3 + \beta x^4$ с поглощением одного фотона и двухквантовом возбуждении осциллятора. Установлено, что: 1) резонанс является суперпозицией резонансов типа “каскад” и типа “лямбда”; 2) при таком резонансе возникает генерация второй гармоники и эффект выпрямления; 3) параметры ангармонизма α и β могут быть получены из

экспериментальных исследований рассмотренных ситуаций.

Проведенный анализ продемонстрировал возможности алгебраической теории возмущений в исследовании резонансных процессов и взаимодействий, поскольку другие сходные подходы, например, каноническая теория возмущений ван Флека [11, 12], не дают критериев выделения резонансных условий и соответствующих эффективных операторов в процессах взаимодействия волн с квантовыми системами.

Автор выражает благодарность С. В. Сазонову за полезные обсуждения.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета института. Никаких дополнительных грантов на проведение данного конкретного исследования получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, *Оптика и спектроскопия* **106**, 467 (2009).
2. А. М. Башаров, *Письма в ЖЭТФ* **103**, 16 (2016).
3. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
4. А. М. Башаров, *ЖЭТФ* **158**, 978 (2020).
5. V. Leyton, V. Peano, and M. Thorwart, *New J. Phys.* **14**, 093024 (2012).
6. S. Ding, G. Maslennikov, R. Hablutzel, H. Loh, and D. Matsukevich, *PRL* **119**, 150404 (2017).
7. Zh. Wang, M. Pechal, E. A. Wollack, P. Arrangoiz-Arriola, M. Gao, N. R. Lee, and A. H. Safavi-Naeini *Phys. Rev. X* **9**, 021049 (2019).
8. E. V. Anikin, N. S. Maslova, N. A. Gippius, and I. M. Sokolov, *Phys. Rev. A* **104**, 003100 (2021).
9. C. Navarrete-Benlloch, R. Garces, N. Mohseni, and G. J. de Valcarcel, *Phys. Rev.* **103**, 023713 (2021).
10. I. García-Mata, R. G. Cortinas, X. Xiao, J. Chávez-Carlos, V. S. Batista, L. F. Santos, and D. A. Wisniacki, *Quantum* **8**, 1298 (2024).
11. I. M. Efremova, D. V. Millionshchikov, and S. V. Krasnoshchekova, *Russ. J. Phys. Chem. A* **98**, 78 (2024).
12. С. В. Краснощеков, Е. О. Добролюбов, Ч. Сюаньхао, *Оптика и спектроскопия* **128**, 1795 (2020).
13. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 632 (2020).
14. А. М. Башаров, А. И. Трубилко, *Оптика и спектроскопия* **132**, 524 (2024).

О флексоэлектричестве в многодоменном сегнетоэлектрике

А. С. Юрков⁺¹⁾, П. В. Юдин*

⁺ Омский научный центр Сибирского отделения РАН
(Институт радиофизики и физической электроники), 644024 Омск, Россия

* Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 3 августа 2024 г.

После переработки 18 августа 2024 г.

Принята к публикации 20 августа 2024 г.

Рассмотрено флексоэлектричество в макроскопически неполяризованном многодоменном сегнетоэлектрике. Показано, что флексоэлектрические модули модифицируются за счет пьезоэффекта в отдельных доменах. Построена теория возмущений, согласно которой эффект возникает в третьем порядке. Оценка эффекта для титаната свинца в изотропном приближении показала, что поправки к флексоэлектрическим модулям f_{1111} и f_{1122} сравнимы по величине с их исходными значениями и зависят лишь от исходной величины f_{1212} . Поправка же к f_{1212} мала, что позволяет использовать теорию возмущений.

DOI: 10.31857/S0370274X24090178, EDN: HPKRAV

Флексоэлектричество – электромеханический эффект высшего порядка, обусловленный связью электрической поляризации с градиентом деформации и/или градиента поляризации с деформацией [1–6]. В последнее время он привлекает значительное внимание ряда исследователей. Это связано с тем, что эффект является масштабно зависимым и растет с уменьшением характерного размера, становясь сравнимым с пьезоэлектричеством в нанометровом масштабе. Поэтому изучение флексоэлектричества имеет существенное значение для развития технологии микро- и наномеханических устройств (MEMS и NEMS соответственно) [7–16]. Наиболее сильно флексоэлектричество проявляется в материалах с большой диэлектрической проницаемостью [17–21], поэтому зачастую оно исследуется в сегнетоэлектриках.

В то же время сегнетоэлектрики могут находиться в парафазе и сегнетофазе. Конечно, в сегнетофазе возникает пьезоэффект, и в монодоменном образце на фоне пьезоэлектричества флексоэффект проявляется менее ярко. Однако обычно в сегнетофазе образец разбивается на домены, причем в среднем по образцу, если не принять специальных мер, инверсионная симметрия по-прежнему сохраняется. Так что в среднем по образцу пьезоэффект исчезает. В этом случае флексоэффект в сегнетофазе сегнетоэлектрика так же существенен, как и в парафазе. Заметим, что экспериментальные работы по флексоэлектричеству в сегнетофазе сегнетоэлектриков из-

вестны [22–25]. Что же касается теоретических работ, то здесь можно указать работы по влиянию флексоэлектричества на доменные стенки [26–28]. Теоретических же работ, посвященных флексоэлектричеству в образце в целом (в сегнетофазе), авторам данной статьи не известно.

Если рассматривать прямой флексоэффект (поляризация под действием градиента деформации), которым мы здесь только и ограничимся, сразу можно заметить, что градиент деформации, свернутый с флексотензором, входит в термодинамический потенциал точно так же, как и электрическое поле. Поэтому может показаться, что теория прямого флексоэффекта в многодоменном сегнетоэлектрике ничем не отличается от теории поляризации такого сегнетоэлектрика под действием электрического поля. Но внимательное рассмотрение этого вопроса показывает, что это не вполне так. Дело в том, что, хотя в среднем по образцу пьезоэффект отсутствует, локально он все же есть, что приводит к перенормировке флексоэлектрического тензора. Рассмотрение такой перенормировки и составляет содержание данной статьи.

Нужно отметить, что задачи, связанные с доменной структурой, являются, в теоретическом отношении, довольно сложными в силу нелинейности соответствующих уравнений. По-видимому, количественные результаты тут возможны только на основе прямого численного моделирования, подобного, например, тому, что делалось в [29]. Такое прямое моделирование требует крайне больших вычислительных ресурсов. При этом даже в случае линеаризации на

¹⁾e-mail: fitec@mail.ru

фоне доменной структуры, что в основном нас и интересует, точное аналитическое решение оказывается проблематичным в силу случайного характера доменной структуры. Тем не менее качественный результат, заключающийся в демонстрации указанного выше эффекта, может быть получен и на основании теории возмущений. Именно это и делается ниже.

2. Основные уравнения. Основой нашего рассмотрения является объемная плотность потенциала Ландау Φ , интеграл от которой дает потенциал Ландау. Минимум этого потенциала определяет равновесную конфигурацию. Используя тензорные обозначения Эйнштейна и знак при флексоэлектрическом слагаемом в соответствии с [30], запишем этот потенциал в следующем виде (используем систему СИ):

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{2}g_{ijkl}P_{i,j}P_{k,l} + \frac{1}{2}a_{ij}P_iP_j + \frac{1}{12}b_{ijkl}P_iP_jP_kP_l - \\ & - \phi P_{i,i} - \frac{\varepsilon_0}{2}\phi_i\phi_{,i} - q_{ijkl}P_iP_ju_{k,l} - f_{ijkl}u_{i,j,l}P_k + \\ & + \frac{1}{2}c_{ijkl}u_{i,j}u_{k,l} - \sigma_{ij}u_{i,j}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь P_i – вектор поляризации, u_i – вектор упругого смещения, ϕ – электростатический потенциал, σ_{ij} – симметричный тензор, являющийся формальным источником упругих деформаций, ε_0 – диэлектрическая постоянная, g_{ijkl} , a_{ij} , b_{ijkl} , q_{ijkl} , f_{ijkl} , c_{ijkl} – тензоры материальных постоянных, описывающие дисперсионные, диэлектрические (в двух порядках), электрострикционные, флексоэлектрические и упругие свойства соответственно.

Относительно формулы (1) нужно сделать два замечания. Во-первых, в ней мы пишем несимметризованный градиент смещения $u_{i,j}$, в то время как фактически имеет место зависимость только от симметризованного тензора (тензора деформаций). Так можно делать потому, что материальные тензоры симметричны по соответствующим индексам и несимметричная часть $u_{i,j}$ все равно выпадает. Во-вторых, флексоэлектрическое слагаемое мы пишем в форме $f_{ijkl}u_{i,j,l}P_k$, а не в форме $f_{ijkl}(u_{i,j,l}P_k - u_{i,j,l}P_{k,l})/2$. Так можно делать потому, что с точностью до поверхностных членов, возникающих при интегрировании по частям, эти две формы эквивалентны, поверхностными же эффектами мы здесь не интересуемся.

В сегнетофазе материальный тензор a_{ij} не является положительно определенным, что приводит к возникновению спонтанной поляризации $P_i^{(0)}$. С учетом того, что возникает доменная структура, поле $P_i^{(0)}$ является пространственно неоднородным, причем мы будем его считать случайным полем, так же,

как поле соответствующих деформаций $u_i^{(0)}$ и поле электростатического потенциала $\phi^{(0)}$.

Нас интересует линеаризованная теория. Поэтому переразложим (1) над $P_i^{(0)}$ с точностью до членов второго порядка по $\tilde{P}_i = P_i - P_i^{(0)}$, $\tilde{u}_i = u_i - u_i^{(0)}$, $\tilde{\phi} = \phi - \phi^{(0)}$. При этом линейные члены, кроме $\sigma_{ij}\tilde{u}_{i,j}$, исчезают в силу равновесности доменной структуры при $\sigma_{ij} = 0$ (по меньшей мере локальной равновесности), и, опуская несущественную для нас константу, получаем

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{2}g_{ijkl}\tilde{P}_{i,j}\tilde{P}_{k,l} + \\ & + \frac{1}{2}\left[a_{ij} + b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)} - 2q_{ijkl}u_{k,l}^{(0)}\right]\tilde{P}_i\tilde{P}_j - \\ & - \tilde{\phi}\tilde{P}_{i,i} - \frac{\varepsilon_0}{2}\tilde{\phi}_{,i}\tilde{\phi}_{,i} - 2q_{ijkl}P_i^{(0)}\tilde{P}_j\tilde{u}_{k,l} - \\ & - f_{ijkl}\tilde{u}_{i,j,l}\tilde{P}_k + \frac{1}{2}c_{ijkl}\tilde{u}_{i,j}\tilde{u}_{k,l} - \sigma_{ij}\tilde{u}_{i,j}. \end{aligned} \quad (2)$$

В результате такого переразложения у нас возникло случайное поле анизотропии $b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)}$ и случайное же поле пьезотензора $d_{ijkl} = -2q_{ijkl}P_i^{(0)}$. Отметим, что тензор $a_{ij} + b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)}$ теперь уже является положительно определенным, причем в нем удобно выделить средний (по случайной доменной структуре) тензор, записав

$$a_{ij} + b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)} - 2q_{ijkl}u_{k,l}^{(0)} = \langle\beta_{ij}\rangle + \alpha_{ij}. \quad (3)$$

Здесь $\langle\beta_{ij}\rangle$ – постоянный тензор, имеющий симметрию исходной парафазы, так что в кубическом случае он сводится к скаляру, $\langle\alpha_{ij}\rangle = 0$.

Далее для упрощения записи мы будем опускать тильды и знак усреднения у $\langle\beta_{ij}\rangle$. В итоге получим

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{2}g_{ijkl}P_{i,j}P_{k,l} + \frac{1}{2}(\beta_{ij} + \alpha_{ij})P_iP_j - \phi P_{i,i} - \\ & - \frac{\varepsilon_0}{2}\phi_i\phi_{,i} + d_{ikl}P_iu_{k,l} - f_{ijkl}u_{i,j,l}P_k + \\ & + \frac{1}{2}c_{ijkl}u_{i,j}u_{k,l} - \sigma_{ij}u_{i,j}. \end{aligned} \quad (4)$$

Варьируя интеграл от такого потенциала по P_i , u_i и ϕ , получаем следующую систему линейных уравнений:

$$(\beta_{ij} + \alpha_{ij})P_j - g_{ijkl}P_{k,l,j} + \phi_{,i} + d_{ikl}u_{k,l} - f_{kjil}u_{k,l,j} = 0, \quad (5)$$

$$(c_{klij}u_{i,j} + d_{ikl}P_i + f_{klij}P_{i,j} - \sigma_{kl})_{,l} = 0, \quad (6)$$

$$(\varepsilon_0\phi_{,i} - P_i)_{,i} = 0. \quad (7)$$

Хотя полученные уравнения являются линейными, дело усложняется тем, что это стохастические

уравнения, так как величины α_{ij} и d_{ikl} являются случайно неоднородными. Поэтому придется воспользоваться теорией возмущений по соответствующим слагаемым в (5)–(7). Также параметром разложения будет флексоэлектрическое слагаемое.

3. Теория возмущений. Получить теорию возмущений проще всего, осуществляя итерации интегральных уравнений, эквивалентных (5)–(7):

$$P_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [\alpha_{jn}(\mathbf{r}') P_n(\mathbf{r}') + d_{jkl}(\mathbf{r}') u_{kl}(\mathbf{r}') - f_{knjl} u_{kn,l}(\mathbf{r}')] d^3 \mathbf{r}', \quad (8)$$

$$u_{ij}(\mathbf{r}) = \int D_{ijkl}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [\sigma_{kl}(\mathbf{r}') - d_{nkl}(\mathbf{r}') P_n(\mathbf{r}') - f_{klnm} P_{n,m}(\mathbf{r}')] d^3 \mathbf{r}'. \quad (9)$$

Здесь $u_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$, а функции Грина (пропагаторы) G_{ij} и D_{ijkl} удовлетворяют уравнениям

$$g_{ijkl} G_{kn,j,l}(\mathbf{r}) - \beta_{ij} G_{jn}(\mathbf{r}) - \phi_{n,i}(\mathbf{r}) = \delta_{in} \delta(\mathbf{r}), \quad (10)$$

$$\varepsilon_0 \phi_{n,i,i} = G_{in,i}, \quad (11)$$

$$D_{klnm} = \frac{1}{2} (\mathcal{D}_{kn,m,l} + \mathcal{D}_{ln,m,k}), \quad (12)$$

$$c_{ijkl} \mathcal{D}_{kn,l,j}(\mathbf{r}) = \delta_{in} \delta(\mathbf{r}). \quad (13)$$

Эти функции могут быть найдены с помощью преобразования Фурье.

Из уравнений (8) и (9) очевидно следующее. Невозмущенное решение содержит только упругую деформацию:

$$u_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}) = \int D_{ijkl}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sigma_{kl}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (14)$$

$$P_i^{(0)} = 0. \quad (15)$$

В первом порядке появляется вклад только в поляризацию

$$P_i^{(1)}(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [d_{jkl}(\mathbf{r}') u_{kl}^{(0)}(\mathbf{r}') - f_{knjl} u_{kn,l}^{(0)}(\mathbf{r}')] d^3 \mathbf{r}', \quad (16)$$

$$u_{ij}^{(1)} = 0. \quad (17)$$

Во втором порядке есть вклад и в поляризацию

$$P_i^{(2)}(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \alpha_{jn}(\mathbf{r}') P_n^{(1)}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (18)$$

и в деформацию

$$u_{ij}^{(2)}(\mathbf{r}) = - \int D_{ijkl}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [d_{nkl}(\mathbf{r}') P_n^{(1)}(\mathbf{r}') + f_{klnm} P_{n,m}^{(1)}(\mathbf{r}')] d^3 \mathbf{r}'. \quad (19)$$

Вклад в поляризацию третьего порядка равен

$$P_i^{(3)}(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') [\alpha_{jn}(\mathbf{r}') P_n^{(2)}(\mathbf{r}') + d_{jkl}(\mathbf{r}') u_{kl}^{(2)}(\mathbf{r}') - f_{knjl} u_{kn,l}^{(2)}(\mathbf{r}')] d^3 \mathbf{r}'. \quad (20)$$

Вклад третьего порядка в деформацию и все более высокие вклады нас интересовать не будут.

Далее надо сделать подстановки и усреднить полученную поляризацию по случайной доменной структуре. При этом надо учесть, что в силу того, что мы предполагаем сохранение инверсионной симметрии в среднем (вероятности доменов с противоположной поляризацией равны), то обратятся в ноль $\langle d_{ikl} \rangle$ и $\langle d_{ikl} \alpha_{nm} \rangle$. Также обратится в ноль $\langle \alpha_{ij} \rangle$, так как его среднюю часть мы выделили в β_{ij} и учли до построения теории возмущений. Тогда получаем

$$P_i^{(1)}(\mathbf{r}) = - \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') f_{knjl} u_{kn,l}^{(0)}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (21)$$

Это обычный невозмущенный флексоэлектрический вклад. Во втором порядке усреднение обнуляет вклад в поляризацию:

$$\langle P_i^{(2)} \rangle = 0. \quad (22)$$

Что же касается третьего порядка, то в нем возникает десять слагаемых, пять из которых обращаются в ноль при усреднении. Из оставшихся пяти слагаемых, четыре лишь модифицируют пропагаторы. Они нас здесь не интересуют. Интересующий нас эффект описывается единственным слагаемым третьего порядка

$$P_i^{(3)}(\mathbf{r}) = - \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') D_{klmn}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'') f_{mnpq} \times \\ \times G_{pr,q}(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}''') \langle d_{jkl}(\mathbf{r}') d_{rst}(\mathbf{r}'') \rangle u_{st}^{(0)}(\mathbf{r}''') \times \\ \times d^3 \mathbf{r}''' d^3 \mathbf{r}'' d^3 \mathbf{r}'. \quad (23)$$

4. Дополнительный вклад в флексоэлектрические модули. Последнюю формулу предыдущего раздела можно переписать в виде отклика за счет нелокального пьезоэлектричества (здесь мы уже опускаем обозначение порядка теории возмущений):

$$P_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Delta_{jkl}(\mathbf{r}'') u_{kl}^{(0)}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'') d^3 \mathbf{r}'' d^3 \mathbf{r}', \quad (24)$$

где

$$\Delta_{jkl}(\mathbf{r}) = \int \langle d_{rkl}(0) d_{jst}(\mathbf{r}) \rangle D_{stmn}(\mathbf{r}') \times \\ \times f_{mnpq} G_{pr,q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (25)$$

Здесь учтено, что $\langle d_{jkl}(\mathbf{r}')d_{rst}(\mathbf{r}'') \rangle$ зависит только от разности своих пространственных аргументов, так как в среднем трансляционная инвариантность сохраняется.

Нелокальный пьезоэффект, описываемый формулой (24), для достаточно медленно меняющихся упругих полей может быть стандартным образом представлен как флексоэффект. Для этого надо лишь разложить $u_{kl}^{(0)}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'')$ вблизи $\mathbf{r}'$ с точностью до линейных членов. Тогда получится следующее:

$$P_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')u_{kl}^{(0)}(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' \int \Delta_{jkl}(\mathbf{r}'')d^3\mathbf{r}'' - \int G_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')u_{kl,m}^{(0)}(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' \int r_m'' \Delta_{jkl}(\mathbf{r}'')d^3\mathbf{r}'' \quad (26)$$

Первое слагаемое обращается в ноль по симметричным причинам. Что же касается второго слагаемого, то сравнив его с (21), мы убеждаемся, что получилась поправка к флексоэлектрическому тензору, определяемая следующими формулами:

$$\delta f_{klij} = \int r_j \Delta_{ikl}(\mathbf{r})d^3\mathbf{r} = L_{klijmnpq} f_{mnpq}, \quad (27)$$

$$L_{klijmnpq} = \int \langle d_{rkl}(0)d_{ist}(\mathbf{r}) \rangle D_{stmn}(\mathbf{r}') \times \times G_{pr,q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')r_j d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}. \quad (28)$$

Практически удобнее пользоваться фурье-представлением последней формулы:

$$L_{klijmnpq} = -4q_{urkl}q_{vist} \int \langle P_u^{(0)} P_v^{(0)} \rangle (-\mathbf{k}) \times \times \frac{\partial}{\partial k_j} [D_{stmn}(\mathbf{k})k_q G_{pr}(\mathbf{k})] \frac{d^3\mathbf{k}}{8\pi^3}. \quad (29)$$

Здесь мы дополнительно выразили коррелятор поля пьезомодулей через коррелятор поля спонтанной поляризации.

5. Численная оценка. Сделаем оценку порядка величины δf_{klij} для типичного сегнетоэлектрика кубической (в парафазе) структуры PbTiO_3 . Поскольку мы оцениваем лишь порядок, то пренебрежем кубической анизотропией и примем для фурье-образа коррелятора спонтанной поляризации крайне простую аппроксимацию:

$$\langle P_i P_j \rangle(\mathbf{k}) = \begin{cases} 6\pi^2 \delta_{ij} \Lambda^{-3} (P^{(0)})^2 & k < \Lambda, \\ 0 & k > \Lambda. \end{cases} \quad (30)$$

Здесь Λ – параметр обрезания, имеющий порядок обратного размера доменов.

При такой аппроксимации можно, во-первых, записать основную формулу (29) в виде интеграла по объему шара. Во-вторых, используя тот факт, что в этом случае под интегралом стоит лишь частная производная, интеграл по объему шара можно свести к интегралу по его поверхности:

$$L_{klijmnpq} = -q_{urkl}q_{uist} 24\pi^2 (P^{(0)})^2 \Lambda^{-3} \times \times \oint_{k=\Lambda} \frac{k_j}{k} D_{stmn}(\mathbf{k}) k_q G_{pr}(\mathbf{k}) \frac{dS}{8\pi^3}. \quad (31)$$

Здесь использовано представление единичного вектора внешней нормали в виде $n_j = k_j/k$.

Практически всегда корреляционная длина флуктуаций много меньше, чем характерный размер доменов. А это означает, что при $k < \Lambda$, с учетом того, что в сегнетоэлектрике относительная диэлектрическая проницаемость ε много больше единицы, пропагатор $G_{ij}(\mathbf{k})$ дается следующей формулой:

$$G_{ij} = \varepsilon \varepsilon_0 (k_i k_j / k^2 - \delta_{ij}). \quad (32)$$

Существенно, что такой пропагатор масштабно инвариантен (не меняется при изменении масштаба вектора k_i). Упругий пропагатор масштабно инвариантен изначально. Поэтому в интеграле (31) можно сделать масштабное преобразование $\mathbf{k}$, и свести интегрирование к интегрированию по единичной сфере, причем параметр Λ^{-3} при этом сокращается:

$$L_{klijmnpq} = -q_{urkl}q_{uist} 24\pi^2 (P^{(0)})^2 \times \times \oint_{k=1} k_j D_{stmn}(\mathbf{k}) k_q G_{pr}(\mathbf{k}) \frac{dS}{8\pi^3}. \quad (33)$$

Учитывая явный вид пропагаторов, ясно, что в результате таких преобразований интегрирование свелось к интегралам вида

$$\oint_{k=1} k_i \dots k_n dS. \quad (34)$$

Такие интегралы удобно вычислять, дифференцируя по компонентам вектора $\mathbf{r}$ производящую функцию

$$F(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{k=1} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} dS_{\mathbf{k}} = \frac{\sin r}{r} \quad (35)$$

и беря после дифференцирования предел $\mathbf{r} \rightarrow 0$. При этом, чтобы избежать необходимости раскрывать неопределенности, синус в F удобно представить в виде разложения в ряд Тейлора.

В результате, после несколько громоздких, но принципиально простых выкладок, в предположении изотропности тензора f_{ijkl} , получается простая формула для поправок к этому тензору:

$$\delta f_{kl ij} = - \left(P^{(0)} \right)^2 \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 f_{1212}}{5c_{1212}} \times \\ \times (2q_{ujkl}q_{uijs} - 3q_{uskl}q_{uisj} - 3q_{utkl}q_{uijt}). \quad (36)$$

Подставляя численные параметры (все в СИ): $\varepsilon = 400$ [31], $c_{1111} = 17.46 \cdot 10^{10}$, $c_{1212} = 11.1 \cdot 10^{10}$, $q_{1111} = 11.41 \cdot 10^9$, $q_{1122} = 0.46 \cdot 10^9$, $q_{1212} = 1.87 \cdot 10^9$, $P_0 = 0.63$ [32], получаем следующее:

$$\begin{aligned} \delta f_{1111} &= 2.6 f_{1212}, \\ \delta f_{1122} &= 0.8 f_{1212}, \\ \delta f_{1212} &= -0.1 f_{1212}. \end{aligned} \quad (37)$$

В поправках изотропности тензора уже нет, что связано с тем, что тензор электрострикции взят с реальной кубической симметрией.

Обращают на себя внимание два факта. Первый – все выразилось только через компоненту f_{1212} . Это довольно естественное следствие чисто поперечной структуры пропагатора G и изотропности затравочного тензора f_{ijkl} . Второй примечательный факт заключается в том, что поправка к f_{1212} мала и это благоприятно с точки зрения применимости теории возмущений. В это же время поправки к f_{1111} и f_{1122} малыми не являются, что благоприятно с точки зрения возможности наблюдения рассматриваемого эффекта и его важности.

6. Заключение. Мы построили континуальную теорию, описывающую влияние случайной доменной структуры в сегнетоэлектрике на его макроскопические электромеханические свойства. Исходная система уравнений содержит электрострикцию, флексоэлектрический эффект и корреляционные члены. Пьезоэффект в данной модели описывается сверткой тензора электрострикции с вектором поляризации. При усреднении по доменной структуре пьезоэффект зануляется, а диэлектрическая проницаемость описывается изотропным тензором, для оценки которого можно воспользоваться данными для поликристалла [31]. Рассматривая все случайно-неоднородные величины как возмущение классических уравнений для сегнетоэлектрика, мы получили соответствующую теорию возмущений. В рамках такой теории возмущений появляется перенормировка флексоэлектрического тензора, добавка к которому связана с локальным пьезоэффектом. Она выражается через функции Грина (пропагаторы) поляризационного и упругого поля, исходные флексоэлектриче-

ские модули, квадратичную форму компонент тензора электрострикции и пространственный коррелятор вектора поляризации. Фурье-образ последнего мы аппроксимировали крайне простой характеристической функцией однородного шара, что позволило осуществить численную оценку эффекта для типичного сегнетоэлектрика титаната свинца. Получающиеся поправки к флексоэлектрическим модулям f_{1111} и f_{1122} по порядку величины сравнимы с исходными модулями и не зависят ни от размера доменов, ни от корреляционной длины, ни от размеров образца. В связи с тем, что в случае достаточно крупных доменов фурье-образ поляризационного пропагатора можно взять в форме поперечного проектора, в ответ вошла лишь компонента f_{1212} флексотензора, поправка к которой оказалась мала. Тем самым использование теории возмущений для данного случая, по меньшей мере, не противоречиво, несмотря на общую большую величину эффекта в других компонентах. Сформулированная нами в общем виде теория может применяться для решения широкого класса задач, связанных с электромеханическим откликом в случайно поляризованном образце.

Финансирование работы. Работа А. С. Юркова финансировалась в соответствии с государственным заданием Омского научного центра Сибирского отделения Российской академии наук (номер госрегистрации проекта 122011200349-3). Работа П. В. Юдина финансировалась в рамках государственного задания Института теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук (номер госрегистрации проекта 122022800489-6).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. V. Mashkevich and K. Tolpygo, Soviet Physics – JETP **5**(3), 435 (1957).
2. K. Tolpygo, Soviet Physics – Solid State **4**, 1297 (1963).
3. S. M. Kogan, Soviet Physics – Solid State **5**(10), 2069 (1964).
4. P. Harris, J. Appl. Phys. **36**(3), 739 (1965).
5. R. D. Mindlin, International Journal of Solids and Structures **4**(6), 637 (1968).
6. A. Askar, P. Lee, and A. Cakmak, Phys. Rev. B **1**(8), 3525 (1970).
7. M. Majdoub, P. Sharma, and T. Çağın, Phys. Rev. B **78**(12), 121407 (2008).
8. X. Wang, Nano Energy **1**(1), 13 (2012).
9. X. Jiang, W. Huang, and S. Zhang, Nano Energy **2**(6), 1079 (2013).

10. Q. Deng, M. Kammoun, A. Erturk, and P. Sharma, *International Journal of Solids and Structures* **51**(18), 3218 (2014).
11. J.K. Han, S.Y.C. Do Hyun Jeon, S.W. Kang, S.A. Yang, S.D. Bu, S. Myung, J. Lim, M. Choi, M. Lee, and M.K. Lee, *Sci. Rep.* **6**, 29562 (2016).
12. H. Tzou and X. Zhang, *Journal of Vibration and Acoustics* **138**(3), 031006 (2016).
13. A.G. Moura and A. Erturk, *J. Appl. Phys.* **121**(6), 064110 (2017).
14. X. Liang, S. Hu, and S. Shen, *Smart Mater. Struct.* **26**(3), 035050 (2017).
15. X. Liang, R. Zhang, S. Hu, and S. Shen, *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* **28**, 2064 (2017).
16. Z. Yan, *Physica E: Lowdimensional Systems and Nanostructures* **88**, 125 (2017).
17. P. Zubko, G. Catalan, A. Buckley, P. Welche, and J. Scott, *Phys. Rev. Lett.* **99**(16), 167601 (2007).
18. J. Hong, G. Catalan, J. Scott, and E. Artacho, *J. Phys. Condens. Matter* **22**(11), 112201 (2010).
19. V. Zaleskii and E. Rumyantseva, *Phys. Solid State* **56**, 1352 (2014).
20. E. D. Obozova, P. P. Syrnikov, and V. G. Zaleskii, *Phys. Solid State* **60**(5) (2018).
21. V. Zaleskii, E. Obozova, and A. Polushina, *Instruments and Experimental Techniques* **62**, 830 (2019).
22. E. Bursian and O. Zaikovskii, *Soviet Physics – Solid State* **10**(5), 1121 (1968).
23. E. Bursian, O. Zaikovskii, and K. Makarov, *Seriya Fizicheskaya* **33**(7), 1098 (1969).
24. E. Bursian and N. Trunov, *Soviet Physics – Solid State* **10**, 760 (1974).
25. E. Rumyantseva and V.G. Zaleskii, *Phys. Solid State* **58**, 689 (2016).
26. P.V. Yudin, A.K. Tagantsev, E.A. Eliseev, A.N. Morozovska, and N. Setter, *Phys. Rev. B* **86**(13), 134102 (2012).
27. E.A. Eliseev, P.V. Yudin, S.V. Kalinin, N. Setter, A.K. Tagantsev, and A.N. Morozovska, *Phys. Rev. B* **87**(5), 054111 (2013).
28. R. Ahluwalia, A.K. Tagantsev, P. Yudin, N. Setter, N. Ng, and D.J. Srolovitz, *Phys. Rev. B* **89**(17), 174105 (2014).
29. R. Ahluwalia, P. Yudin, and A. Yurkov, *Physica Status Solidi (b)* **255**(3), 1700312 (2018).
30. P. Yudin and A. Tagantsev, *Basic theoretical description of flexoelectricity in solids*, in *Flexoelectricity in solids: from theory to applications*, World Scientific, Singapore (2017), p. 1.
31. M. E. Lines and A. M. Glass, *Principles and applications of ferroelectrics and related materials*, Oxford university press, Oxford (2001).
32. P. Mokry, T. Sluka, and A.K. Tagantsev, *Nonlinear extrinsic permittivity and piezoelectricity in lead titanate due to 90° domain walls pinning*, in *2013 Joint IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectric and Workshop on Piezoresponse Force Microscopy (ISAF/PFM)*, IEEE, Piscataway (2013), p. 222.

Обобщенная теорема Блоха и топология зонной структуры¹⁾Ю. Б. Кудасов²⁾

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, 607188 Саров, Россия

Саровский физико-технический институт,
Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 607190 Саров, Россия

Поступила в редакцию 16 июля 2024 г.

После переработки 9 августа 2024 г.

Принята к публикации 11 августа 2024 г.

В рамках одно- и двумерных моделей сильной связи обсуждаются дисперсионные зависимости в металле с геликоидальным соизмеримым магнитным порядком. Обобщенная теорема Блоха для трансляций с поворотом спиновой системы вместе с периодическими граничными условиями Борна–Кармана формирует многолистные дисперсионные кривые (поверхности). Доказано, что возникающая зонная структура является топологически нетривиальной, что может приводить к спиновой текстуре поверхности Ферми и быть причиной транспортных аномалий.

DOI: 10.31857/S0370274X24090184, EDN: HSTXXG

1. Введение. В последние десятилетия проводились интенсивные экспериментальные и теоретические исследования топологической зонной структуры [1–3]. Эти работы были сосредоточены в основном на изучении краевых состояний в топологических изоляторах и полуметаллах [2, 3]. К настоящему времени разработаны методики расчета топологических инвариантов и проведена детальная классификация топологических изоляторов и полуметаллов [1]. Краевые состояния обладают специфическими свойствами симметрии, что приводит к подавлению некоторых механизмов рассеяния и, следовательно, высокой подвижности носителей заряда [3].

Основным инструментом исследования топологии зонной структуры является векторный потенциал (связность) Берри [2] $\mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma} = -i\langle\psi_{\mathbf{k}\sigma}|\nabla_{\mathbf{k}}|\psi_{\mathbf{k}\sigma}\rangle$, где $\psi_{\mathbf{k}\sigma}$ – волновая функция электрона с волновым вектором $\mathbf{k}$ и спином σ . Эта величина характеризует “адиабатическое” изменение фазы волновой функции в зоне Бриллюэна. Однако недавно возникло предположение о том, что в геликоидальном магнитном поле может возникать зонная структура, которая, по-видимому, топологически нетривиальна, но при этом не связанная, по крайней мере, непосредственно с фазой волновой функции и потенциалом Берри [4, 5].

Металлический делафоссит PdCrO_2 является одним из наиболее ярких примеров геликоидальных магнетиков, демонстрирующих аномальные транспортные свойства [6–8]. В этом соединении гексагональные проводящие слои палладия чередуются с диэлектрическими магнитными прослойками CrO_2 [9], в каждой из которых ионы хрома образуют 120° магнитный порядок [6]. Межслойное упорядочение довольно сложное, и всего структура содержит 18 магнитных подрешеток. Проводимость PdCrO_2 при комнатной температуре приближается к лучшим элементарным проводникам (примерно 16 % от проводимости меди) [10]. Причем при переходе в магнитоупорядоченное состояние при $T = 37.5$ К проводимость резко увеличивается, т.е. магнитный порядок стимулирует состояние с высокой проводимостью. В PdCrO_2 также наблюдается необычный аномальный эффект Холла при нулевой полной киральности магнитной структуры [10], невзаимный электронный транспорт [11], аномалии термоэдс в магнитном поле [12] и магнитосопротивления [13], а также формирование необычной ферми-жидкости под действием магнитных фрустраций [14]. В работах [15, 5] показано, что зонная структура в PdCrO_2 может иметь нетривиальный характер.

Движение электрона в геликоидальном магнитном поле и зонная структура металла с геликоидальным магнитным порядком изучается уже более полувека [4, 16, 17], в том числе с использованием теории спиновых пространственных групп

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾e-mail: kudasov@ntc.vniief.ru

(СПГ)[18, 19]. Операция симметрии СПГ $\{\alpha_s|\beta|\mathbf{t}\}$ включает в себя как пространственные трансляции $\mathbf{t}$ и поворот β , так и вращение спинов α_s . Этот подход особенно полезен при отсутствии спин-орбитального взаимодействия. В системе с соизмеримым геликоидальным порядком можно доказать обобщенную теорему Блоха [20] для трансляций с поворотом спиной подсистемы $\{\alpha|0|\mathbf{t}\}$.

Дисперсионные зависимости в геликоидальном магнетике (с геликоидальным внешним магнитным полем) обладают вырождением крамеровского типа и симметрией аналогичной немагнитным системам со спин-орбитальным взаимодействием [5]:

$$\varepsilon_{\mathbf{k},\langle\sigma\rangle} = \varepsilon_{-\mathbf{k},-\langle\sigma\rangle}, \quad (1)$$

где $\langle\sigma\rangle \equiv \langle\psi_{\mathbf{k}}|\hat{\sigma}|\psi_{\mathbf{k}}\rangle$, $|\psi_{\mathbf{k}}\rangle$ – волновая функция. Здесь спиновый индекс заменен средним значением, поскольку проекция спина в системе с неколлинеарным магнитным порядком не является хорошим квантовым числом. Дисперсия электронов в геликоидальных магнетиках также обладает рядом хорошо известных необычных свойств: бесщелевая зонная структура [16, 21] и неперидичность в пределах магнитной зоны Бриллюэна [4, 15]. Недавно было предположено [4, 5], что дисперсионные кривые (поверхности) являются топологически нетривиальными. В данной работе показано, что такая зонная структура является следствием обобщенной теоремы Блоха с периодическим граничным условием, и доказана топологическая нетривиальность дисперсионной зависимости.

2. Обобщенная теорема Блоха и периодические граничные условия. Рассмотрим движение электрона в периодическом потенциале кристаллической решетки $U(\mathbf{r} + \mathbf{t}) = U(\mathbf{r})$, где $\mathbf{t}$ – вектор трансляции решетки, и геликоидальном магнитном поле $\mathbf{h}(\mathbf{r})$:

$$\hat{H} = -\nabla^2 + U(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{r})\hat{\sigma}, \quad (2)$$

где $\hat{\sigma}$ – матрицы Паули. Магнитное поле предполагается периодическим и соизмеримым с кристаллической решеткой, т.е. $\hat{\mathbf{r}}_i\hat{\mathbf{t}}_i\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}(\mathbf{r})$, где $\hat{\mathbf{t}}_i$ и $\hat{\mathbf{r}}_i$ – операторы трансляций на основной вектор решетки и поворота на угол $\alpha_i = 2\pi/N_i$ вокруг оси $\mathbf{z}_s$, N_i – натуральное число. Поскольку спин-орбитальное взаимодействие в системе отсутствует, спиновая система координат $(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s, \mathbf{z}_s)$ может быть ориентирована произвольным образом относительно пространственной $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$. Заметим также, что гамильтониан (2) удовлетворяет условиям теоремы 1 или 2 работы [5] в зависимости от того, четное или нечетное число N_i .

Гамильтониан (2) инвариантен относительно обобщенных трансляций $\hat{\mathbf{r}}_i\hat{\mathbf{t}}_i$, соответствующих оператору СПГ $\{\alpha_i|0|\mathbf{t}_i\}$. Этот оператор образует циклическую группу изоморфную группе обычных трансляций с неприводимым представлением $D_{\mathbf{k}}(\hat{\mathbf{r}}_i\hat{\mathbf{t}}_i) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{t}_i)$. Тогда собственная волновая функция гамильтониана (2) принимает вид

$$\psi_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})\hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где спинор $\hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ обладает обобщенной периодичностью

$$\hat{\mathbf{r}}_i\hat{\mathbf{t}}_i\hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (4)$$

и вектор $\mathbf{k}$ определен в кристаллографической зоне Бриллюэна. Это утверждение и составляет обобщенную теорему Блоха для геликоидальных магнитных систем [20].

Теперь можно записать уравнение для спинорной функции $\hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$:

$$[(-i\nabla + \mathbf{k})^2 + U(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{r})\hat{\sigma}]\hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_{\mathbf{k}}\hat{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что зависимость $\mathcal{E}_{\mathbf{k}}$ непрерывна в кристаллографической зоне Бриллюэна.

Для описания дисперсионных зависимостей нам необходимо также установить периодические граничные условия, которые можно записать как

$$\psi_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r} + N_i\mathbf{T}_i) = \psi_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}), \quad (6)$$

где $\mathbf{T}_i$ – основной вектор магнитной решетки, который можно определить через кристаллографические трансляции $\mathbf{T}_i = \sum_{ij} n_{ij}\mathbf{t}_j$, где n_{ij} – целые числа. Магнитная ячейка, построенная на векторах $\mathbf{T}_i$, имеет объем V_m , кратный объему кристаллографической ячейки V_c : $N_m = V_m/V_c$.

Отсюда следует, что разрешенные значения блоховских волновых векторов лежат в магнитной зоне Бриллюэна, которая имеет объем в N_c раз меньше кристаллографической. Таким образом, дисперсионную зависимость $\mathcal{E}_{\mathbf{k}}$ следует привести к магнитной зоне Бриллюэна, в результате чего возникает зонная структура из N_c ветвей, которая обладает следующими свойствами. (i) Она должна быть бесщелевой, поскольку исходная дисперсия $\mathcal{E}_{\mathbf{k}}$ непрерывна в исходной кристаллографической зоне Бриллюэна. (ii) Отдельная ветвь в общем случае является неперидической в магнитной зоне Бриллюэна. Ниже рассмотрены точно решаемые примеры таких систем и показано, что такая зонная структура топологически нетривиальна.

3. Одномерная модель сильной связи. Простейшей моделью соизмеримой геликоидальной магнитной структуры является модель цепочки со 120° магнитным полем на узлах решетки:

$$\hat{H}_{3sl} = - \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} \left(\hat{a}_{i\sigma}^\dagger \hat{a}_{j\sigma} + \text{h.c.} \right) - \sum_{i, \sigma, \sigma'} \left(\hat{a}_{i\sigma}^\dagger \hat{\mathbf{h}}(i) \hat{a}_{i\sigma'} \right), \quad (7)$$

где $\hat{a}_{i\sigma}^\dagger (\hat{a}_{i\sigma})$ – оператор рождения (уничтожения) электрона на i -м узле решетки с проекцией спина на ось z , равной $\sigma = \pm 1/2$. Цепочка разбита на 3 эквивалентные подрешетки (см. рис. 1а), и магнитное поле на i -м узле принимает одно из 3 возможных значений в зависимости от номера подрешетки: $\hat{\mathbf{h}}_1 = h_0 \hat{\sigma}_x$, $\hat{\mathbf{h}}_2 = h_0(-\hat{\sigma}_x + \sqrt{3}\hat{\sigma}_y)/2$, $\hat{\mathbf{h}}_3 = h_0(-\hat{\sigma}_x - \sqrt{3}\hat{\sigma}_y)/2$.

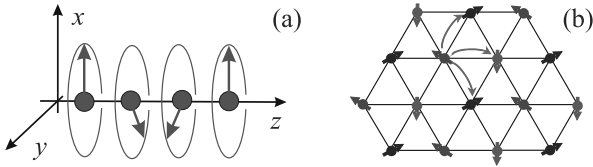


Рис. 1. (Цветной онлайн) Модель сильной связи с 120° магнитным полем на (а) одномерной цепочке и (б) гексагональной решетке

Гамильтониан (7) легко приводится к диагональному виду [5], и полученные дисперсионные кривые показаны на рис. 2. Заметим, что всегда можно определить однозначно дисперсионную кривую таким образом, чтобы собственные значения и вектора изменялись непрерывно при изменении волнового вектора $\mathbf{k}$. Жирной линией выделена нижняя дисперсионная кривая. Видно, что она неперерывна в пределах магнитной зоны Бриллюэна ($k \in [-\pi/3, \pi/3]$), но является периодической функцией в расширенной зоне Бриллюэна ($k \in [-\pi, \pi]$), соответствующей кристаллографической решетке. Поскольку разрешенные волновые вектора лежат в магнитной зоне периодическая функция трехкратно “сложена” в ней, и в целом зонная структура оказывается периодической в магнитной зоне Бриллюэна.

Для обсуждения топологических свойств удобно, используя периодичность волновой функции по $\mathbf{k}$, представить дисперсионную кривую как линию на цилиндре [5], т.е. в пространстве $S^1 \times E^1$, где S^1 и E^1 – стандартные единичная окружность и единичный интервал. Простая дисперсионная кривая (периодическая в магнитной зоне Бриллюэна) гомеоморфна S^1 . Кривая же, которая показана жирной лини-

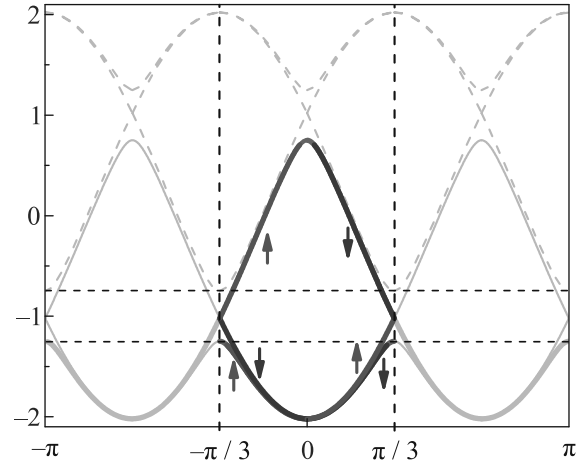


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зонная структура одномерной модели при $h_0 = 0.25$. Нижняя ветвь выделена жирной линией. Состояния с преимущественной проекцией спина вдоль оси z_s и в противоположном направлении выделены красным и синим цветом, а смешанные спиновые состояния ($|\langle \hat{\sigma}_z \rangle| < 1/2$) – зеленым

ей на рис. 2, охватывает цилиндр N_m раз [5]. Она имеет самопересечения. Однако, если рассматривать дисперсионную кривую как замкнутую линию в полном пространстве состояний, например, $S^1 \times S^n$, где $n > 1$ – число независимых вещественных параметров (см. дополнительные материалы), то самопересечения будут отсутствовать, поскольку собственные вектора гамильтониана (7) при заданном $\mathbf{k}$ должны быть ортогональны, т.е. они не могут иметь одинаковые наборы параметров. С точки зрения топологии получившаяся замкнутая линия является узлом.

Фундаментальная группа пространства состояний $\pi_1(S^1 \times S^n)$ легко вычисляется (здесь и далее мы опускаем начальную точку пути в обозначении группы, поскольку она не существенна), поскольку фундаментальная группа произведения пространств является прямым произведением групп, соответствующим этим пространствам, а $\pi_1(S^n)$ при $n > 1$ – единичная группа: $\pi_1(S^1 \times S^n) \sim \pi_1(S^1)$. Таким образом, мы получили фундаментальную группу цилиндра $\pi_1(S^1)$ [22], и все возможные замкнутые линии (пути) в пространстве состояний можно разделить на классы в соответствии с полным числом витков N_m (знак определяет направление обхода цилиндра). Эти классы очевидно гомотопически не эквивалентны, т.е. не существует непрерывных преобразований пути из одного класса в путь другого класса. Это означает, что в пространстве состояний $S^1 \times S^n$ узел, соответствующий жирной линии на рис. 2, является топологически нетривиальным, а $N_m = 3$ – топологический инвариант.

Теперь можно оценить устойчивость топологической структуры. Вид исходной дисперсии электронов в модели без магнитного поля не влияет на топологию зонной структуры. Например, можно сравнить результаты, полученные выше, с моделью почти невзаимодействующих электронов [4, 5]. Если наложить однородное магнитное поле перпендикулярно спиновой плоскости, т.е. вдоль оси z_s , то условия теоремы 2 работы [5] будет нарушено, и, следовательно, спиновая симметрия и псевдо-крамерсовское вырождение исчезнут. С другой стороны, аргументы, которые были использованы для описания топологической структуры, сохраняются: по-прежнему выполняется обобщенная теорема Блоха для сдвига с поворотом спинов. Таким образом, нетривиальная топология зонной структуры в этом случае сохранится (см. дополнительные материалы). Если наложить магнитное поле в спиновой плоскости, то симметрия относительно сдвига с поворотом спинов нарушается, и топология зон становится тривиальной.

4. Двумерная модель сильной связи на гексагональной решетке. Формально двумерная модель геликоидальной структуры описывается тем же гамильтонианом (7), что и одномерная модель, только ближайшие соседи и магнитные подрешетки определяются теперь, как показано на рис. 1b. Поэтому приведение гамильтониана к диагональному виду выполняется аналогичным образом.

Зонная структура двумерной модели в магнитной зоне Бриллюэна показана на рис. 3. Дисперсионные поверхности состоят из двух групп по три листа. Рассмотрим нижнюю группу на рис. 3. Каждый из отдельных листов в группе неперiodичен в магнитной зоне Бриллюэна. Они переходят друг в друга на границах зоны (см. дополнительные материалы).

Для исследования топологии поверхности удобно перейти к ромбической магнитной зоне Бриллюэна. Склейка противоположных сторон ромба приводит нас к представлению зоны Бриллюэна на торе [2] $S^1 \times S^1$ (см. рис. 4a). Полное пространство состояний имеет вид $S^1 \times S^1 \times S^n$ ($n > 1$).

Для выяснения топологии дисперсионной поверхности построим ее фундаментальную группу [23, 24]. Рассмотрим сначала простую дисперсионную поверхность, которая периодична в магнитной зоне Бриллюэна и гомеоморфна тору $S^1 \times S^1$. На рисунке 4a показана ее развертка. Поскольку в пределах магнитной зоны Бриллюэна любой путь в $\mathbf{k}$ -пространстве может быть стянут в точку, начальная точка пути не существенна, и в дальнейшем мы всегда будем предполагать, что начальная и конечная точка пути находятся в центре зоны. Если путь пе-

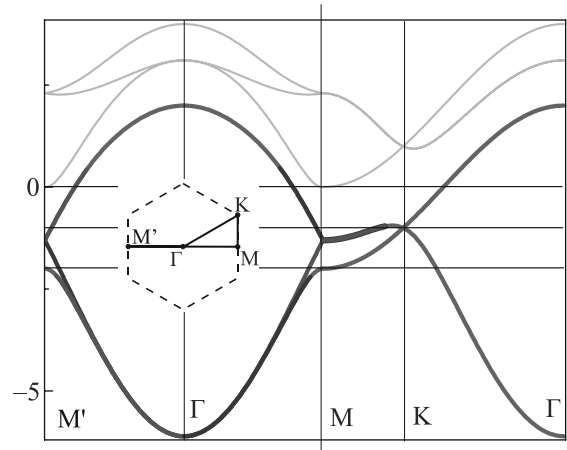


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зонная структура двумерной модели сильной связи. Спинные состояния выделены цветом аналогично рис. 2

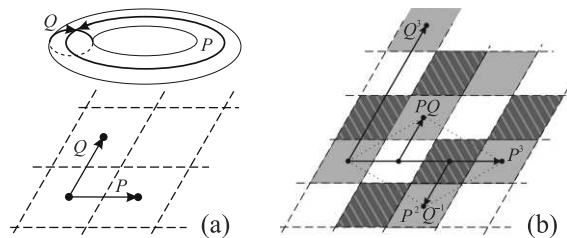


Рис. 4. (Цветной онлайн) Топология зонной структуры в двумерной модели: (a) – замкнутые пути на простой дисперсионной поверхности на плоской развертке и на торе; (b) – замкнутые пути для трехлистной поверхности, где цветом показаны неэквивалентные листы. Пунктирные линии – границы ромбической зоны Бриллюэна

ресекает одну вертикальную (наклонную) или одну горизонтальную границу, то это будет элементарный ненулевой путь (который нельзя стянуть в точку) P или Q соответственно. Они охватывают тор одним из двух способов, как показано на рис. 4a. Тогда произвольный путь можно представить в виде произведения $P^n Q^m$, где n и m – произвольные целые числа, что и определяет фундаментальную группу тора [22].

Перейдем теперь к изучению многолистной дисперсионной поверхности. С точки зрения топологии, она является накрывающим пространством по отношению к простой поверхности. На рисунке 4b три листа двумерной модели, рассмотренной выше, показаны на развертке различными цветами. Видно, что пути P или Q не являются замкнутыми, поскольку начальная и конечная точки лежат на различных листах. Замкнутыми путями будут являться, например, пути PQ , $P^2 Q^{-1}$, P^3 и Q^3 . Однако после переобозначения $A = PQ$, $B = P^2 Q^{-1}$ оказывается, что любой

замкнутый путь может быть представлен как $A^n B^m$, т.е. группа путей многолистовой дисперсионной поверхности опять изоморфна группе тора. Интересно отметить, что, если использовать пути A и B для построения элементарной ячейки в $\mathbf{k}$ -пространстве мы получим кристаллографическую зону Бриллюэна (точечные линии на рис. 4b).

Фундаментальная группа всего пространства состояний определяется аналогично одномерной модели и может быть сведена к фундаментальной группе тора $\pi_1(S^1 \times S^1 \times S^n) \sim \pi_1(S^1 \times S^1)$. Как видно из рассуждений выше, оба вида дисперсионных поверхностей – это вложения тора в пространство состояний $S^1 \times S^1 \times S^n$. Однако на простой дисперсионной поверхности существуют замкнутые пути P или Q , а для многолистовой поверхности они отсутствуют. Из этого следует, что эти вложения (поверхности) неизотопны друг другу, т.е. не существует непрерывной деформации пространства (гомотопии), связывающей их друг с другом [24, 25]. Таким образом, многолистовая поверхность топологически неэквивалентна простой дисперсионной поверхности, и топологическим инвариантом здесь выступает число листов накрытия ($N_m = 3$), которое равно отношению площади кристаллографической и магнитной зон Бриллюэна. Так же, как и в одномерной модели, зонная структура становится тривиальной при приложении однородного магнитного поля в плоскости геликоида (см. дополнительные материалы).

5. Обсуждение и заключение. В теории топологических изоляторов изучается структура векторного поля $\mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}$ на компактной поверхности, например, на торе для двумерных систем. В настоящей работе мы показываем, что эти поверхности сами по себе могут быть топологически неэквиваленты, что приводит к новому классу топологических зонных структур. Вопрос о их связи с традиционной классификацией [3] заслуживает отдельного исследования.

Ранее отмечалось, что в одно- и двумерной структурах с геликоидальным магнитным полем могут возникнуть особенностям транспортных свойств [4, 15]. В частности, если в одномерной модели уровень Ферми располагается в области между горизонтальными пунктирными линиями на рис. 2, то рассеяние назад без переворота спина будет запрещено. В двумерной модели, если уровень Ферми (штрихпунктирная линия) лежит между горизонтальными линиями, рассеяние назад без переворота спина и электрон-фононное рассеяние с перебросом будут сильно подавлены [4]. Отметим, что зонная структура, отвечающая обоим случаям возможна только для нетривиальной топологии зон. Например, в верхней

части диапазонов, ограниченных горизонтальными линиями на рис. 2 и 3, единственная ветвь пересекает уровень Ферми, но при этом она имеет различные спиновые состояния на противоположных границах зоны Бриллюэна, а поверхность Ферми имеет спиновую текстуру [15, 5]. При выходе уровня из этого диапазона, межзонное рассеяние маскирует эффекты подавления рассеяния. Отметим, что зонная структура PdCrO_2 как раз соответствует двумерной модели с подавлением рассеяния: в нем единственная зона пересекает уровень Ферми.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках Научной программы Национального центра физики и математики по направлению #7 “Исследование в сильных и сверхсильных магнитных полях”.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. A. Bansil, H. Lin, and T. Das, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 021004 (2016).
2. G. Tkachev, *Topological Insulators, The Physics of Spin Helicity in Quantum Transport*, Taylor & Francis Group, LLC, Boca Raton, FL (2016).
3. M. Z. Hasan and C. L. Kane, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
4. Ю. Б. Кудасов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 168 (2021).
5. Y. B. Kudasov, *Phys. Rev. B* **109**, L140402 (2024).
6. H. Takatsu, G. Nenert, H. Kadowaki, H. Yoshizawa, M. Enderle, S. Yonezawa, Y. Maeno, J. Kim, N. Tsuji, M. Takata, Y. Zhao, M. Green, and C. Broholm, *Phys. Rev. B* **89**, 104408 (2014).
7. D. Billington, D. Ernstring, T. E. Millichamp, C. Lester, S. B. Dugdale, D. Kersh, J. A. Duffy, S. R. Giblin, J. W. Taylor, P. Manuel, D. D. Khalyavin, and H. Takatsu, *Sci. Rep.* **5**, 12428 (2015).
8. A. P. Mackenzie, *Rep. Prog. Phys.* **80**, 032501 (2017).
9. F. Lechermann *Phys. Rev. Mater.* **2**, 085004 (2018).
10. H. Takatsu, S. Yonezawa, S. Fujimoto, and Y. Maeno, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 13720 (2010).
11. M. Akaike, Y. Nii, H. Masuda, and Y. Onose, *Phys. Rev. B* **103**, 184428 (2021).
12. S. Arsenijević, J. M. Ok, P. Robinson, S. Ghannadzadeh, M. I. Katsnelson, J. S. Kim, and N. E. Hussey, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 087202 (2016).
13. S. Ghannadzadeh, S. Licciardello, S. Arsenijević, P. Robinson, H. Takatsu, M. I. Katsnelson, and N. E. Hussey, *Nature Commun.* **8**, 15001 (2017).
14. E. V. Komleva, V. Yu. Irkhin, I. V. Solov'ev, M. I. Katsnelson, and S. V. Streltsov, *Phys. Rev. B* **102**, 174438 (2020).
15. Ю. Б. Кудасов, *ФТТ* **65**, 937 (2023).
16. I. E. Dzyaloshinskii, *ЖЭТФ* **20**, 223 (1965).

17. M. Calvo, Phys. Rev. B **19**, 5507 (1979).
18. W. Brinkman and R. J. Elliott, Proc. Roy. Soc. A **294**, 343 (1966).
19. P. Liu, J. Li, J. Han, X. Wan, and Q. Liu, Rhys. Rev. X **12**, 021016 (2022).
20. L. M. Sandratskii, J. Phys. Condens. Matter **3**, 8565 (1991).
21. M. Calvo, Phys. Rev. B **18**, 5073 (1978).
22. А. И. Мальцев, *Группы и другие алгебраические системы*, в кн. *Математика, ее содержание, методы и значение*, под. ред. А. Д. Александрова, А. Н. Колмогорова, М. А. Лаврентьева, Изд. Академии наук СССР, М. (1956), т. 3, с. 248.
23. У. Масси, Дж. Столлингс, *Алгебраическая топология. Введение*, Мир, М. (1977).
24. Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко, *Современная геометрия. Методы и приложения*, Эдиториал УРСС, М. (1998), т. 2.
25. S. Kalajdziewski, *An illustrated introduction to topology and homotopy*, Taylor & Francis, Boca Raton (2015).

Магнонный сверхток и сброс фазы в пленке железо-иттриевого граната

Ю. М. Буньков⁺¹⁾, В. И. Белотелов^{+×*}, П. М. Ветошко^{+×°}, Г. А. Князев^{+*}, А. Н. Кузмичев⁺, П. Е. Петров^{+*}

⁺Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Москва, Россия

^{*}Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

[×]Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, 295007 Симферополь, Россия

[°]Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 августа 2024 г.

После переработки 21 августа 2024 г.

Принята к публикации 22 августа 2024 г.

Ровно 40 лет назад была открыта спиновая сверхтекучесть и Бозе-Эйнштейновская конденсация магнонов в сверхтекучем антиферромагнитном $^3\text{He-B}$. В данной статье мы демонстрируем спиновую сверхтекучесть и сброс фазы в пленке железо – иттриевого граната при комнатной температуре. Это наблюдение сделано при помощи оптического эффекта Фарадея. Исследовано пространственное распределение фазы и амплитуды спиновой прецессии в условиях магнонного Бозе-Эйнштейновского конденсата при изменении разности фаз накачки между двумя полосковыми линиями, возбуждающими магноны.

DOI: 10.31857/S0370274X24090191, EDN: HTMCZA

Когерентные квантовые процессы переноса, такие как сверхтекучесть и сверхпроводимость, являются фундаментальными явлениями когерентного квантового состояния вещества. Сорок лет тому назад был открыт процесс когерентного переноса магнонов – спиновая сверхтекучесть [1–3]. Это открытие было сделано в Институте физических проблем, который сейчас носит имя его основателя – Петра Леонидовича Капицы. Оно было получено в той же комнате, что и открытие Петром Леонидовичем Капицей сверхтекучести в ^4He более 80 лет тому назад. Спиновая сверхтекучесть магнонов была обнаружена в антиферромагнитном сверхтекучем $^3\text{He-B}$ на уникальной установке ядерного размагничивания меди, которая позволила получить температуру существенно ниже одного милликельвина. Установка и эксперименты на ней были проведены молодым коллективом авторов по поручению Петра Леонидовича Капицы и при его непосредственной поддержке. Установка имеет уникальные характеристики по хладопроизводительности при столь низких температурах и продолжает устойчиво функционировать на протяжении более 40 лет.

$^3\text{He-B}$ является сверхтекучей жидкостью. Однако свойства спиновой сверхтекучести не связа-

ны непосредственно с массовой сверхтекучестью и определяются магнитными свойствами антиферромагнитного состояния $^3\text{He-B}$. Магнонная сверхтекучесть возникает за счет эффекта магнонной Бозе-Эйнштейновской Конденсации (мБЭК) [4]. Это явление находится в ряду таких квантовых макроскопических явлений, как электронная сверхпроводимость и массовая сверхтекучесть. Непосредственно Бозе-Эйнштейновская Конденсация (БЭК) наблюдалась в разреженном газе атомов [5, 6] а также фотонов [7–9]. Кроме частиц, макроскопические квантовые состояния могут образовывать и квазичастицы – магноны [4], фононы [10], ротонны [11], экситоны [12], поляритоны [13], связанные экситон-поляритонные состояния [14]. Условия Бозе-Эйнштейновской конденсации определяются известной формулой, в которую входят плотность, температура и масса квазичастиц.

$$T_{BEC} = \kappa_0 \frac{\hbar^2}{k_B m} \left(\frac{N}{V_s} \right)^{2/3}, \quad \kappa_0 = \frac{2\pi}{[\zeta(\frac{3}{2})]^{2/3}} \simeq 3.31, \quad (1)$$

где $\frac{N}{V_s}$ – плотность частиц, m – их масса а T – температура. Соответственно $\hbar$ – постоянная планка, k_B – константа Больцмана и ζ – дзета-функция Римана.

Магнонная Бозе-Эйнштейновская конденсация в $^3\text{He-B}$ была обнаружена благодаря очень малой величине спин-решеточной релаксации, так что магноны,

¹⁾e-mail: y.bunkov@rqc.ru

возбужденные импульсом магнитного резонанса, живут порядка минуты на частоте порядка МГц. За это время магноны успевают термализоваться и создать когерентное квантовое состояние. Это состояние удалось наблюдать непосредственно благодаря спонтанному формированию когерентного сигнала магнитной индукции после первоначальной расфазировки спиновой системы в неоднородном магнитном поле. Механизм образования этого состояния был объяснен как пространственное перераспределение плотности магнонов за счет спинового сверхтока, возникающего из-за градиента фазы прецессии. Экспериментальное наблюдение этого когерентного состояния детально описано в [15].

Интерпретация этого явления как образования когерентного квантового состояния магнонов была дана в 1994 г. [16] и более детально в [17, 18]. Демонстрационный эксперимент, в котором наглядно продемонстрирована расфазировка возбужденных магнонов, а затем спонтанное образование мБЭК был опубликован в [19].

В дальнейшем были обнаружены когерентные явления непосредственно связанные со сверхтекучестью магнонов, такие как пространственный перенос магнитного момента на большое расстояние спиновым сверхтоком, сброс фазы при достижении критической скорости Ландау [20–22]. Был обнаружен магнонный эффект Джозефсона [23, 24] и образование квантовых вихрей Абрикосова [25, 26]. Обзор этих исследований можно найти в [27–30].

Затем мБЭК был обнаружен также в $^3\text{He-A}$ [31, 32] и в полярной фазе $^3\text{He-P}$ [33], в атомарном газе водорода [34] и других системах [35]. Интересный обзор теоретических основ мБЭК был опубликован в обзоре [36].

Образование магнонного БЭК и спиновой сверхтекучести в твердотельных магнетиках было предсказано в системах со связанной ядерно-электронной прецессией в антиферромагнетиках [37]. Динамические свойства прецессии намагниченности в них во многом аналогичны $^3\text{He-B}$. Минимум энергии также соответствует магнонам с $\mathbf{k} = 0$ и частота прецессии увеличивается при увеличении их числа, что говорит о потенциале отталкивания между магнонами. Величина критической плотности магнонов для образования мБЭК в этих системах была вычислена в [38]. мБЭК был обнаружен в квазиядерной моде прецессии в CsMnF_3 [39] и MnCO_3 [40–44]. Так, в [40, 43] был получен эффект нерезонансного возбуждения магнонов, в [41] образование голдстоуновских мод колебаний Бозе конденсата, а в [42, 44] показа-

но, что сигналы прецессии описываются образованием Бозе конденсата, а не линейной теорией.

Настоящим прорывом стало обнаружение явления магнонной Бозе-Эйнштейновской конденсации магнонов в пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ) при комнатной температуре [45, 46]. Магноны в пленках ЖИГ, намагниченных перпендикулярно плоскости образца, имеют минимум энергии при волновом векторе $\mathbf{k}$, равном нулю, и характеризуются взаимодействием отталкивания, как и в $^3\text{He-B}$. Поэтому мБЭК образуется стационарными магнонами, как и в атомарном БЭК. В связи с тем, что магноны являются квазичастицами в магнитоупорядоченных системах, их равновесная плотность определяется температурой системы. При этом их плотность всегда меньше, чем концентрация магнонов, необходимая для Бозе конденсации. Однако их плотность можно существенно увеличить путем возбуждения неравновесных магнонов. Критическая концентрация магнонов для образования мБЭК для различных систем может быть вычислена из параметров спектра магнонов. Так, для пленки ЖИГ, намагниченной перпендикулярно поверхности, критическая плотность магнонов соответствует динамическому отклонению намагниченности на угол 2.5° [47]. В системе неравновесных магнонов роль плотности частиц $\mathcal{N}$ играет проекция полного спина на направление внешнего магнитного поля S_z . Возбуждение неравновесных магнонов приводит к уменьшению продольной намагниченности системы S_z на величину, пропорциональную $1 - \cos \beta$, где β – угол динамического отклонения равновесной намагниченности [48, 49]. Взаимодействие между магнонами приводит к сдвигу частоты прецессии от ларморовской на величину $\Delta\omega$, которая определяет длину когерентности и критическую скорость сверхтекучего тока магнонов [48, 49].

Большим достоинством магнонной сверхтекучести является то, что данное состояние с отклоненной и прецессирующей намагниченностью является основным состоянием системы при заданной плотности магнонов. Поэтому его можно поддерживать непрерывно, возмещая испаряющиеся магноны генерацией новых при помощи радиочастотной (РЧ) накачки. При этом новые магноны рождаются в состоянии уже существующего Бозе конденсата [50]. Более того, частота РЧ накачки определяет химический потенциал и соответствующую плотность неравновесных магнонов [4, 51]. Сканируя частоту (или магнитное поле) при постоянной РЧ накачке, возможно изменять плотность магнонов в конденсате [52]. Этим объясняется так называемый “фолдовер” маг-

нитный резонанс, заключающийся в том, что частота прецессии намагниченности при достаточно большой мощности накачки следует за увеличивающейся частотой накачки (или уменьшающимся магнитным полем). Это явление было первоначально объяснено Андерсоном и Сулом как сдвиг частоты прецессии при отклонении намагниченности [53]. И хотя качественно эта теория объясняла эффект, экспериментальные результаты сильно отличались от предсказанных теорией [54]. (К сожалению, в этой статье был сделан вывод о согласии результатов экспериментов с теорией, хотя фактически опубликованные результаты сильно противоречат теоретическим предсказаниям!) Хорошее согласие теории с экспериментальными результатами было получено в [55] при модификации теории с учетом магнонной Бозе конденсации, когда плотность магнонов определяется не амплитудой РЧ накачки, как в теории [53], а сдвигом частоты от резонанса, т.е. химическим потенциалом возбуждаемых магнонов.

Основным каналом релаксации магнонов в пленках ЖИГ является возбуждение фононов в подложке [56]. В недавних экспериментах было обнаружено, что скорость релаксации магнонов существенно ускоряется при условии, что частота магнитного резонанса совпадает с частотой акустической моды на толщине подложки [57, 58]. В работе [57] был также обнаружен эффект антирезонанса, при котором скорость релаксации магнонов существенно замедлялась при совпадении частоты магнонов со серединой спектра стоячих акустических мод, что говорит о когерентности магнон-фононного взаимодействия. Таким образом была показана сильная связь в пленке ЖИГ между магнонным и фононным резервуарами. Дальнейшее исследование показало, что не только магноны могут возбуждать неравновесные фононы, но и фононы также могут возбуждать магноны [59]. Было показано, что мБЭК, возбужденный в одном образце пленки ЖИГ, может формировать мБЭК в другом образце, расположенном на той же подложке на большом расстоянии. В результате, при рассмотрении процессов переноса магнонов следует учитывать параллельный процесс переноса фононов через подложку, что усложняет интерпретацию экспериментальных результатов. Именно процессы переноса магнонов за счет градиента фазы волновой функции мБЭК – магнонной сверхтекучести – исследуются в данной статье.

Эксперименты проводились на образце пленки ЖИГ, выращенной методом эпитаксии на подложке из галлий-гадолиниевого граната в Крымском федеральном университете [60]. Пленка ЖИГ толщиной

6 мкм имела форму эллипса размером 4.5×1.5 мм. Эллиптическая форма образца была выбрана для уменьшения возможности образования вторичных резонансных мод. Исследования проводились на оригинальной магнитооптической установке, принципы работы которой были описаны в [61]. Ее применение для исследования магнонной Бозе конденсации представлено в [62, 63]. Пространственное распределение угла отклонения прецессирующей намагниченности и ее фаза прецессии измерялись при помощи эффекта Фарадея. В эксперименте, представленном в данной статье, магнитный резонанс возбуждался двумя узкими полосковыми линиями шириной 0.2 мм, расположенными на расстоянии 2.5 мм симметрично относительно образца и ориентированными перпендикулярно его главной оси. Принципиальная схема установки показана на рис. 1. Базовый РЧ сигнал подавался на первый полосок, а сигнал, сдвинутый по фазе, – на второй полосок. Модулированный луч лазера рассеивался на прецессирующей намагниченности и регистрировался в приемной системе. Детали оптической системы регистрации см. в [62, 63].

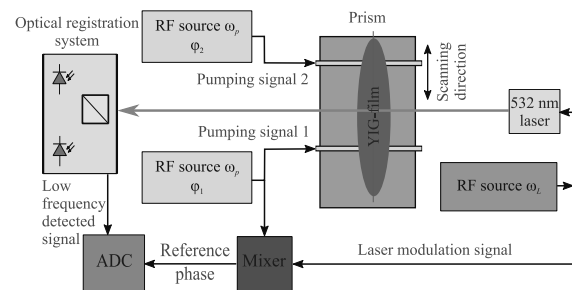


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема постановки эксперимента. Два генератора РЧ накачки с изменяемой разностью фаз возбуждают магнитный резонанс в двух полосках, расположенных на расстоянии 2.5 мм друг от друга. Пространственное распределение амплитуды и фазы прецессии вдоль основной оси образца считывается при помощи лазерной оптической установки с использованием эффекта Фарадея. Детальное описание оптической системы дано в [62, 63]

Эксперименты проводились в условиях образования магнонного БЭК на всем размере образца. Как было показано в работах [64, 65], при отклонении прецессирующей намагниченности на угол более 3° газ магнонов формирует БЭК. В этих условиях должен образовываться сверхтекучий ток магнонов при градиенте фазы прецессии и сброс фазы при достижении критической величины тока магнонов. Мы исследовали зависимость распределения амплитуды и фазы прецессии вдоль главной оси образца как функцию разности фаз РЧ возбуждения двумя по-

лосковыми линиям. Эксперименты проводились при мощности накачки в обоих полосках около 5 мВт, что приводило к формированию мБЭК во всем образце. На рисунке 2 показано пространственное распределение угла отклонения прецессирующей намагниченности как функция разности фаз РЧ накачки. Углы отклонения в области полосков составляли около 8 градусов. На краю полосков наблюдается уменьшение углов отклонения до около 5 градусов. Этот эффект наблюдался во всех предыдущих экспериментах и с одиночным полоском. Одновременно происходил разворот фазы прецессии на угол порядка 60–90 градусов по или против часовой стрелки в зависимости от направления внешнего поля. Этот краевой эффект пока не объяснен, и, возможно, связан с компонентой РЧ поля на краю полоска, направленной перпендикулярно плоскости образца. Так как нас интересовал процесс переноса намагниченности за пределами возбуждения, этот локальный эффект не сказывался на результатах исследований.

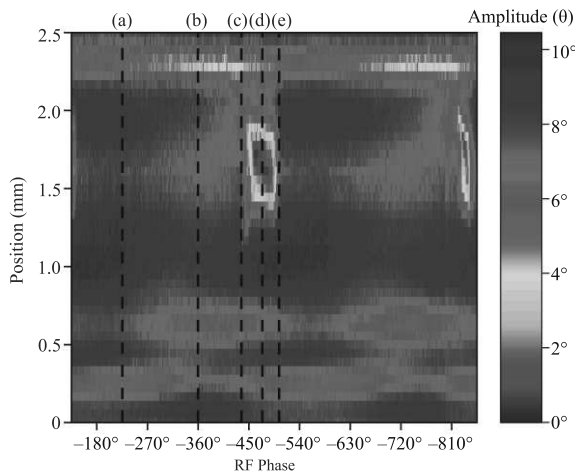


Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственное распределение угла отклонения прецессирующей намагниченности как функция разности фаз между РЧ накачками в двух полосках, расположенных в координатах 0 и 2.5

На рисунке 2 хорошо видно, что при разности фаз накачки -450° на отметке 1.7 мм образуется “яма” в которой угол отклонения прецессирующей намагниченности уменьшается до 1–2 градусов. Согласно теоретическим оценкам [47] и проведенным ранее экспериментам [64, 65], при таких углах отклонения мБЭК не образуется и мы имеем условия обычного линейного магнитного резонанса. При этом может нарушаться непрерывность фазы прецессии мБЭК, известный как “сброс фазы”. Именно этот эффект и происходит в данной точке.

На рисунке 3 показано пространственное распре-

деление фазы прецессии как функция разности фаз

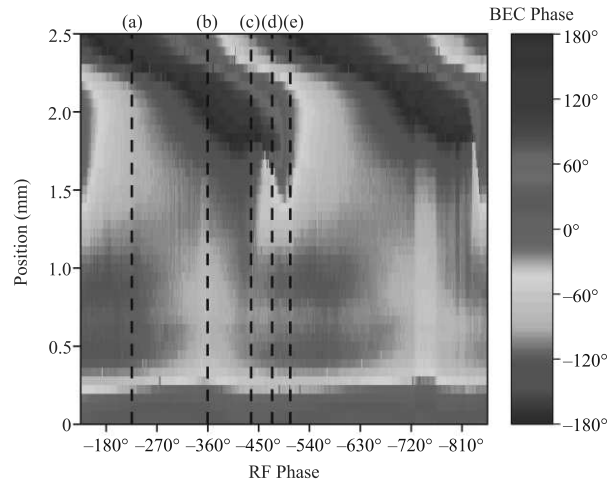


Рис. 3. (Цветной онлайн) Пространственное распределение фазы прецессии намагниченности как функция разности фаз между РЧ накачками в двух полосках, расположенных в координатах 0 и 2.5

РЧ накачки. В области первого полоска фаза прецессии близка к фазе базисной накачки. В области второго полоска фаза прецессии изменяется в соответствии с фазой накачки на втором полоске. Мы обнаружили, что в области от 0 до 1.2 мм фаза прецессии не зависит от разности фаз накачки. Напротив в области от 1.2 мм до второго полоска происходит разворот фазы, соответствующий разности фаз накачки между двумя полосками. На отметке 1.7 мм происходит сброс фазы на 2π при разности фаз накачки около -450° .

На рисунке 4 и 5 показаны зависимости амплитуды отклонения и фазы прецессии при фиксированной разности фаз накачки. Хорошо видно уменьшение амплитуды прецессии и резкий разворот фазы порядка 115° на расстоянии в 0.2 мм от края полосков, причем в разном направлении у первого и второго полоска. Таким образом суммарный разворот в этих областях составляет около -230° . Такое поведение сигнала около полоска наблюдалось и во всех предыдущих экспериментах, в том числе и с одиночным полоском. Возможно, оно связано с резким изменением направления возбуждающего РЧ поля у края полоска. Тем более что направление закручивания фазы меняет знак при изменении внешнего магнитного поля на обратное. К сожалению, никто из теоретиков не смог объяснить это явление. Оно требует дополнительных исследований.

Далее, на отрезках от 0.2 до 0.8 и от 2.0 до 2.3 сигнал испытывает амплитудную модуляцию. Нами было обнаружено [59], что высокочастотный газ фононов может возбуждаться мБЭК в одном из образ-

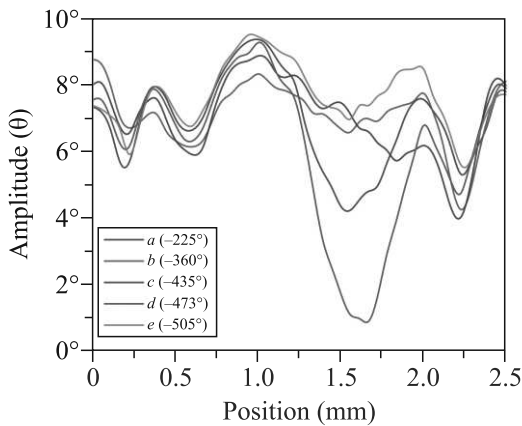


Рис. 4. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость угла отклонения прецессирующей намагниченности при фиксированных разностях фаз накачки

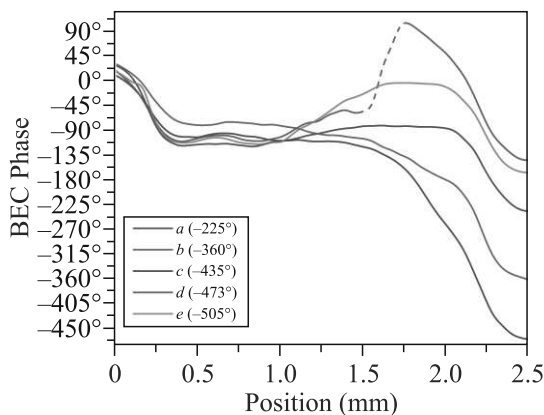


Рис. 5. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость фазы прецессирующей намагниченности при фиксированных разностях фаз накачки

цов ЖИГ и возбуждать мБЭК в другом образце на большом расстоянии! Возможно данная модуляция амплитуды прецессии связана со взаимным переносом магнонов и фононов.

Наконец, интересующий нас эффект магнонного сверхтекучего тока наблюдается в диапазоне от 1.2 до 2.25 мм, где происходит основной разворот фазы прецессии, обусловленный разностью фаз накачки. Мы видим, что при разности фаз -225° (а) изменение фазы обусловлено только разворотом фазы около полосков. При разности фаз -360° (b) и -435° (c) наблюдается плавный разворот фазы. При этом градиент фазы достигает величины в $450^\circ/\text{mm}$. Этот градиент соответствует критическому току. При его увеличении возникает сброс фазы на 2π , что зафиксировано на записи при разности фаз -473° (d). При этом возникает область, в которой угол отклонения прецессии опускается до 1° , что соответствует кон-

центрации магнонов, при которой мБЭК разрушается. Наконец, при разности фаз -505° (e) непрерывность фазовой зависимости мБЭК между полосками полностью восстанавливается. При дальнейшем увеличении разности фаз накачки зависимости амплитуды и фазы прецессии повторяются.

Магнонный ток в магнитном поле переносит зеемановскую энергию, как было показано в фундаментальном исследовании, опубликованном в статье [20]. Именно по переносу энергии между мБЭК в двух областях была измерена величина сверхтекучего спинового тока в $^3\text{He-B}$. В эксперименте, представленном в данном письме, мы также наблюдали отток энергии из области второго полоска при увеличении градиента фазы и, следовательно, увеличении магнонного сверхтока. В частности, на рис. 4 (кривые a, b, c) видно, что в области от 2.0 до 2.2 мм угол прецессии и, следовательно, плотность магнонов плавно уменьшается с увеличением градиента фазы, что связано с увеличением оттока магнонов из этой области. Так, угол динамического отклонения в точке 2.2 составляет 5.2° (кривая a), 4.2° (кривая b) и 4.0° (кривая c). Однако после сброса фазы отток магнонов резко уменьшается и плотность магнонов в этой области увеличивается до угла отклонения 5.5° (кривая e) при той же самой величине накачки во втором полоске. Мы можем сделать вывод, что с увеличением градиента фазы увеличивается отток магнонов и, соответственно, уменьшается плотность магнонов в области около второго полоска. Этот процесс также хорошо виден на рис. 2. Непосредственно в области полоска этот эффект наблюдать не удастся из-за сильной связи амплитуды накачки и плотности магнонов.

Таким образом мы впервые наблюдали сверхтекучий ток магнонов в пленке ЖИГ, намагниченной перпендикулярно плоскости, и сброс фазы при критическом градиенте в $450^\circ/\text{mm}$ при плотности магнонов, соответствующей динамическому отклонению намагниченности на 7° . Данное явление имеет сложный характер, что, видимо, связано с параллельным переносом фононов, как было показано в [59].

Мы также исследовали возможность образования мБЭК при помощи программы микромагнитного моделирования MuMax³ [66]. Данная программа использует парадигму, построенную на феноменологических уравнениях Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ). При малой концентрации магнонов, соответствующей углу отклонения прецессирующей намагниченности менее 3° , т.е. меньшей, чем необходима для формирования мБЭК, нам удалось смоделировать результаты экспериментов с хорошей точно-

стью. Как в эксперименте, так и в моделировании образовывались спиновые волны, распространяющиеся от области возбуждения и имеющие относительно малую амплитуду. Напротив, эксперименты показали, что при увеличении мощности накачки, когда углы отклонения прецессирующей намагниченности достигли порядка 6° , характер прецессирующей намагниченности скачком изменился. Вместо спиновых волн образовалось состояние с однородной прецессией на всем размере образца. При этом амплитуда прецессии тоже стала сравнима с амплитудой в области возбуждения. Другими словами, образовался мБЭК на всем размере образца. Однако моделирование экспериментальных результатов программой MuMax³ в условиях даже существенно большей плотности магнонов продолжало показывать распространение спиновых волн. Таким образом, моделирование на основе уравнений ЛЛГ не показало когерентное состояние магнонов с $\mathbf{k} = 0$ [65]. Мы можем сделать вывод, что квазиклассические уравнения типа ЛЛГ описывают феноменологически спиновые волны, но не могут описать динамику Бозе конденсата.

Интересно отметить также, что в случае продольной намагниченности пленки ЖИГ нам также удалось получить обратный “фолдовер” резонанс, который показывает формирование мБЭК магнонов с $\mathbf{k} = 0$ [67]. Он образуется при прямой накачке магнонов РЧ полем и имеет те же характеристики, что и мБЭК в поперечном поле. Однако этот эффект усложняется тем, что данное состояние не соответствует минимуму энергии. В данной геометрии минимум энергии спиновых волн соответствует волнам направленным вдоль магнитного поля с $\mathbf{k}$ порядка 10^5 см^{-1} . При этом состояние с $\mathbf{k} = 0$ является седловой точкой в спектре энергии магнонов. Поэтому переход магнонов в область с не нулевым $\mathbf{k}$ затруднен, что позволяет достичь концентрацию магнонов, необходимую для образования мБЭК.

Интересные когерентные особенности спиновой прецессии были обнаружены также и в продольно намагниченной пленке ЖИГ. В этой геометрии спиновые волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля, имеют нетривиальную зависимость энергии от волнового вектора $\mathbf{k}$. Как было отмечено ранее, минимум энергии соответствует спиновым волнам с $\mathbf{k}$ порядка 10^5 см^{-1} . В ряде экспериментов было показано, что при параметрическом возбуждении спиновых волн последние концентрируются в состоянии с минимумом энергии [68]. Исследования плотности этих волн от мощности накачки и образование автокогерентного состояния часто трактуется как образование Бозе конденсата этих волн. Однако механизм

образования этого состояния кардинально отличается от рассмотренного нами в этой статье. Поэтому мы не рассматриваем данное состояние здесь.

Требуется дальнейшее развитие теории магнонного Бозе конденсата, тем более что на повестке дня стоит применение квантового состояния мБЭК для приложений, таких как резервуарный компьютер, обработка информации, машина Изинга и т.д. Использование магнонного Бозе конденсата может реализовать такие его преимущества, как многочастичные квантовые переходы, что позволит кардинально увеличить точность и помехоустойчивость операций, а также чрезвычайно малый уровень теплового шума даже при комнатной температуре.

Финансирование работы. Эта работа финансировалась Российским научным фондом в рамках проекта # 22-12-00322.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. А. С. Боровик-Романов, Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев, Ю. М. Мухарский, Письма в ЖЭТФ **40**, 256 (1984).
2. И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **40**, 260 (1984).
3. Yu. M. Bunkov, J. Phys.: Condens. Matter **21**, 164201 (2009).
4. G. E. Volovik, J. Low Temp. Phys. **153**, 266 (2008).
5. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Science **269**, 5221 (1995).
6. K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, M. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
7. J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, and M. Weitz, Nature **468**, 545 (2010).
8. J. Schmitt, T. Damm, F. Vewinger, and M. Weitz, Appl. Phys. B Laser Opt. **105**, 17 (2011).
9. J. L. Figueiredo, J. T. Mendonça, and H. Terças, Phys. Rev. **108**, 013201 (2023).
10. D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **83**, 2876 (1999).
11. L. A. Melnikovsky, Phys. Rev. B **84**, 024525 (2011).
12. L. V. Butov, A. L. Ivanov, A. Imamogluet, P. B. Littlewood, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, K. L. Campman, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **86**, 5608 (2001).
13. B. Deveaud-Pledran, J. Opt. Soc. Am. **29**, 138 (2012).
14. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymaska, R. Andre, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud, and L. S. Dang, Nature **443**, 409 (2006).

15. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, and K. Flahbart, *Sov. Phys. JETP* **61**, 1199 (1985).
16. Yu. M. Bunkov, *Bulletin de la société française de physique* **97**, 40 (1994).
17. Yu. M. Bunkov, *J. Magn. Magn. Mat.* **310**, 1476 (2007).
18. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 135 (2008).
19. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Phys.: Condens. Matter* **22**, 164210 (2010).
20. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, and D. A. Sergatskov, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1631 (1989).
21. Yu. M. Bunkov, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, 1809 (1987).
22. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, and Yu. M. Mukharskiy, *JETP Lett.* **45**, 124 (1987).
23. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, V. Makroczyova, Yu. M. Mukharskii, D. A. Sergatskov, and A. de Waard, *Journal de Physique* **49 (C8)**, 2067 (1988).
24. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, A. de Waard, V. V. Dmitriev, V. Makrotsieva, Yu. M. Mukharskiy, and D. A. Sergatskov, *JETP Lett.* **47**, 478 (1988).
25. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, and D. A. Sergatskov, *Physica* **165**, 649 (1990).
26. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *Physica C* **468**, 600 (2008).
27. Yu. M. Bunkov, in *Progress of Low Temperature Physics*, ed. by W. P. Halperin, Elsevier Science B.V., Amsterdam (1995), v. 14, p. 68.
28. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, in *International Series of Monographs on Physics*, ed. by K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, Oxford University press, Oxford, (2013), v. 156, p. 253.
29. Yu. M. Bunkov, *J. Low Temp. Phys.* **185**, 399 (2016).
30. Yu. M. Bunkov, *Phys.-Uspekhi* **53**, 848 (2010).
31. T. Sato, T. Kunimatsu, K. Izuminaet, A. Matsubara, M. Kubota, T. Mizusaki, and Yu. M. Bunkov, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 055301 (2008).
32. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *JETP Lett.* **89**, 306 (2009).
33. S. Autti, V. V. Dmitriev, J. T. Mäkinen, J. Rysti, A. A. Soldatov, G. E. Volovik, A. N. Yudin, and V. B. Eltsov, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 025303 (2017).
34. O. Vainio, J. Ahokas, J. Järvinen, L. Lehtonen, S. Novotny, S. Sheludjakov, K.-A. Suominen, S. Vasiliev, D. Zvezdov, V. V. Khmelenko, and D. M. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 125304 (2015).
35. J. T. Makinen, S. Autti, and V. B. Eltsov, *arXiv:2312.10119* (2023).
36. K. Nakata and Y. Korai, *arXiv:1302.5858* (2013).
37. Yu. M. Bunkov, *Phys.-Uspekhi* **53**, 848 (2010).
38. R. R. Gazizulin, Yu. M. Bunkov, and V. L. Safonov, *JETP Lett.* **102**, 876 (2015).
39. Yu. M. Bunkov, E. M. Alakshin, R. R. Gazizulin, A. V. Klochkov, V. V. Kuzmin, T. R. Safin, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **94**, 68 (2011).
40. M. S. Tagirov, E. M. Alakshin, Yu. M. Bunkov, R. R. Gazizulin, S. A. Zhurkov, L. I. Isaenko, A. V. Klochkov, A. M. Sabitova, T. R. Safin, and K. R. Safiullin, *J. Low Temp. Phys.* **175**, 167 (2014).
41. Yu. M. Bunkov, A. V. Klochkov, T. R. Safin, K. R. Safiullin, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **106**, 677 (2017).
42. L. V. Abdurakhimov, M. A. Borich, Yu. M. Bunkov, R. R. Gazizulin, D. Konstantinov, M. I. Kurkin, and A. P. Tankeyev, *Phys. Rev. B* **97**, 024425 (2018).
43. Y. M. Bunkov, A. V. Klochkov, T. R. Safin, K. R. Safiullin, and M. S. Tagirov, *ETP. Lett.* **109**, 40 (2019).
44. Yu. M. Bunkov and D. Konstantinov, *JETP Lett.* **112**, 95 (2020).
45. Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshk, A. N. Kuzmichev, G. V. Mamin, S. B. Orlinskiy, T. P. Safin, V. I. Belotelov, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **111**, 62 (2020).
46. P. M. Vetoshko, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, A. A. Kholin, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **112**, 299 (2020).
47. Yu. M. Bunkov and V. L. Safonov, *Journal MMM* **452**, 30 (2018).
48. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Phys. Condens. Matter* **22**, 164210 (2010).
49. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 135 (2008).
50. R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Basic Books (2011).
51. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, E. B. Poddyakova, and O. D. Timoveevskaya, *Sov. Phys. JETP* **69**, 542 (1989).
52. Yu. M. Bunkov, *Appl. Mag. Res.* **51**, 1711 (2020).
53. P. W. Anderson and H. Suhl, *Phys. Rev.* **100**, 1788 (1955).
54. Y. K. Fetisov, C. E. Patton, and V. T. Synogach, *IEEE Trans. Magn.* **35**, 4511 (1999).
55. Yu. M. Bunkov, A. N. Kuzmichev, T. R. Safin, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and M. S. Tagirov, *Sci. Rep.* **11**, 7673 (2021).
56. C. Vittoria, S. D. Yoon, and A. Widom, *Phys. Rev. B* **81**, 1 (2010).
57. A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, G. A. Knyazev, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **112**, 710 (2020).
58. С. Н. Полулях, В. Н. Бержанский, Е. Ю. Семук, В. И. Белотелов, П. М. Ветошко, В. В. Попов, А. Н. Шапошников, А. Г. Шумилов, А. И. Чернов, *ЖЭТФ* **159**, 307 (2021).
59. G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. E. Petrov, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **118**, 603 (2023).

60. A. N. Kuzmichev, V. I. Belotelov, Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshko, A. I. Popov, V. N. Berzhansky, A. N. Shaposhnikov, Ch. K. Sabdenov, A. V. Koshelev, and A. A. Fedorenko, *Mater. Res. Bull.* **149**, 111691 (2022).
61. P. M. Vetoshko, V. B. Volkovoy, V. N. Zalogin, and A. Y. Toporov, *J. Appl. Phys.* **70**, 6298 (1991).
62. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, Yu. M. Bunkov, and V. I. Belotelov, *Opt. Express* **30**, 1737 (2022).
63. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, Yu. M. Bunkov, and V. I. Belotelov, *Opt. Express* **31**, 8335 (2023).
64. P. E. Petrov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **119**, 118 (2024).
65. G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. E. Petrov, I. V. Savochkin, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *Opt. Express* **32**, 13761 (2024).
66. A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, and B. van Waeyenberge, *AIP Adv.* **4**, 107133 (2014).
67. Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshko, T. R. Safin, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **117**, 118 (2023).
68. S. Demokritov, V. Demidov, O. Dzyapko, G. A. Melkov, A. A. Serga, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, *Nature* **443**, 430 (2006).

Транспорт электронов в фотокатодах как отклик на индуцирующий фотоэффект лазерный импульс

М. В. Владимиров¹⁾, С. М. Полозов, В. И. Ращиков

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 мая 2024 г.

После переработки 21 августа 2024 г.

Принята к публикации 23 августа 2024 г.

В работе развита аналитическая модель для описания транспорта электронов в полупроводниковых фотокатодах под внешними воздействиями в сверхвысокочастотных фотопушках. Рассмотренная модель, рамки которой обозначены, позволяет получить аналитическое выражение для профиля фототока, что потенциально приводит к более корректному моделированию режима работы сверхвысокочастотных фотопушек в качестве генераторов сверхкоротких (пико- и субпикосекундных) электронных пучков. Отдельно рассматривается и обсуждается зависимость фронтов фототока от модельных параметров. Намечены основные направления развития модели.

DOI: 10.31857/S0370274X24090201, EDN: HTROQI

1. Введение. На протяжении последних четырех десятилетий сверхвысокочастотные (СВЧ) фотопушки играют значительную роль в ускорительной физике и смежных областях знания [1, 2]. Этот класс источников электронов в существенной степени определяет работу коллайдеров [3, 4], источников излучения [5] и других научно-исследовательских установок, в основе которых – ускорение заряженных частиц [6–8]. Кроме того, СВЧ фотопушки являются базальтернативными инжекторами сверхкоротких электронных пучков для ряда методик, таких как микроскопии (STEM, TEM) [9] и сверхбыстрая МэВ электронная дифракция (UED) [10, 11].

Генерацию пико- и субпикосекундных электронных пучков в СВЧ фотопушках делает возможным фотоэффект. Под воздействием сверхкоротких лазерных импульсов из фотокатода выходят фотоэлектроны, которые далее формируются в плотные электронные пучки и ускоряются до энергий в несколько МэВ. Лазерная система и фотокатод являются ключевыми составляющими фотопушек, совместно с СВЧ резонатором задающими начальное качество поставляемых пучков: их заряд, частоту следования, продольный и поперечный профили (длительность и поперечный размер пучка) и другие.

К настоящему времени для описания фотоэмиссии используются главным образом модели Фаулера–Нордгейма [12, 13] и трехступенчатая [14, 15]. В [16] описан квантово-механический подход, пригодный, по крайней мере, для описания

фотоэмиссии из металлических фотокатодов. Каждый подход обладает своими сильными и слабыми сторонами, областью применимости, а единая теория фотоэмиссии, пригодная для металлических и полупроводниковых фотокатодов и различным условиям их функционирования в СВЧ фотопушках, не представлена. В результате, описание некоторых из явлений, наблюдаемых в эксперименте, сводится к полуэмпирике или использованию “модифицированных”, “улучшенных” моделей [17, 18].

Одним из основных и практически полезных результатов использования фотоэмиссионной модели в контексте ускорительной физики является получение профиля фототока, который позволяет рассчитывать дальнейшую динамику электронных пучков в СВЧ фотопушке и далее. Поперечное распределение электронов в пучке определяется радиальным профилем лазерных импульсов и картой квантовой эффективности (QE) на поверхности фотокатода. Профиль фототока (продольное распределение электронов в пучке) при сравнительно “длинных” пучках считают пропорциональным профилю индуцирующего лазерного импульса (или их последовательности). Для достижения большего согласия с экспериментальными данными используется свертка профиля лазерного импульса с функцией отклика фотокатода [19–21].

При движении в область все меньших длительностей электронных пучков, помимо задачи получения соответствующих индуцирующих лазерных импульсов, все более остро встает вопрос корректного учета продольного профиля фототока. Одной из осо-

¹⁾e-mail: MVVladimirov@mephi.ru

бенностей отклика фотокатода на сверхкороткие лазерные импульсы является затягивание фронтов фототока из-за конечного времени выхода электронов из твердого тела. Корректный учет времени отклика фотокатода (photocathode response time), в том числе на этапе проектирования фотопушки, является значимым при профилировании электронных сгустков (bunch shaping) – методики, состоящей в генерации “правильных” распределений электронных сгустков (flat-top, гауссовы), которые минимизируют паразитное действие на параметры пучка кулоновских эффектов [22–24].

Время отклика фотокатода особенно важно учитывать при использовании полупроводниковых материалов, глубина проникновения лазерного излучения в которые, как правило, значительна. Для наиболее передовых полупроводниковых фотокатодов (арсенид галлия, теллурид цезия и другие) время отклика фотокатода t_{resp} нередко определяется экспериментально [21, 25, 26]. Работы теоретического характера, несмотря на их количество, идейно представлены более скромно [19, 20, 27, 28]. Например, в [20] индуцирующий лазерный импульс рассмотрен в виде дельта-функции, а толщина арсенид-галлиевого фотокатода считается условно бесконечной. Это не может в полной мере удовлетворять пользователей. С одной стороны, желательно знать профиль фототока при произвольном воздействии. С другой, современный технологический задел в наиболее передовых ускорительных центрах в качестве эффективных фотокатодов предполагает использование пленочных и многослойных полупроводниковых структур толщин единицы–десятки нм.

В рамках настоящего исследования развивается подход, позволяющий получать аналитическую зависимость фотоэлектронного тока в СВЧ фотопушках с полупроводниковым фотокатодом. Рассчитывается динамика электронной концентрации в полупроводнике, возмущение которой вызвано индуцирующим фотоэффект лазерным импульсом произвольного профиля. Эволюция избыточной концентрации электронов проводимости в данной работе определяется не только диффузией (как, например, в [19, 20]), но и дрейфом. С рядом допущений решается возникающая задача дрейфа-диффузии для электронов проводимости в фотокатод, которая определяет выражение для профиля фототока $j_{\text{ph}}(t)$. Последний, в свою очередь, делает возможным нахождение (оценку) времени отклика фотокатода.

2. Эволюция электронной концентрации. В основе дальнейших рассуждений лежит предположение о существовании равновесной концентрации

электронов проводимости n_0 . Электроны, соответствующие этой концентрации, не обладают достаточной энергией для выхода из твердого тела, а потому отсутствуют в приведенных далее рассуждениях.

В присутствии лазерных импульсов концентрация электронов проводимости n_0 возмущается на величину $n(\mathbf{r}, t)$: $n_0 \rightarrow n_0 + n(\mathbf{r}, t)$. Соответствующие $n(\mathbf{r}, t)$ электроны, получив от фотонов лазерного импульса энергетическую добавку и оказавшись у контакта “фотокатод–вакуум”, выходят из твердого тела.

Физические механизмы к рассмотрению. Диффузия является первым механизмом к учету, а выражение для диффузионного тока принимает вид:

$$\mathbf{j}_{\text{dif}}(\mathbf{r}, t) = eD\nabla n, \quad (1)$$

где e – заряд электрона, а D – коэффициент диффузии. Следующим существенным механизмом является дрейф, соответствующая компонента тока для которого дается

$$\mathbf{j}_{\text{drift}}(\mathbf{r}, t) = -en\mathbf{v}(\mathbf{E}), \quad (2)$$

где $\mathbf{v}$ – дрейфовая скорость.

В работе причиной дрейфового движения полагается внешнее СВЧ поле $\mathbf{E}_{\text{ext}} \propto \exp(i\omega_{\text{rf}}t)$, проникающее в тонкий (единицы–десятки нм) полупроводниковый фотокатод. Это поле считается не только однородным (толщина скин-слоя $\mathcal{L}_{\text{skin}}$ заведомо больше толщины полупроводника ℓ), но также и стационарным. На характерных временных масштабах задачи (единицы–десятки пс, что соответствует длительности импульса) и для типичных значений рабочих частот СВЧ фотопушек (порядка 1–10 ГГц) фаза СВЧ поля меняется несущественно: $\omega_{\text{rf}}\Delta t \ll 1$.

Ключевым феноменом с точки зрения фотоэмиссии является генерация фотоэлектронов под действием лазерных импульсов. В отличие от дрейфового и диффузионного слагаемых, генерационное связано со скоростью генерации $G(\mathbf{r}, t)$:

$$G(\mathbf{r}, t) = Q\alpha(\lambda)\mathcal{Z}(z)\mathcal{R}(r)\mathcal{T}(t - z/c). \quad (3)$$

В равенстве (3) используются радиальный и временной профили $\mathcal{R}$ и $\mathcal{T}$ лазерного импульса, а также продольная зависимость $\mathcal{Z} = e^{-\alpha(\lambda)z}QE(z)$. Последняя содержит в себе информацию как о проникновении лазерного излучения в твердое тело (α – зависящий от длины волны лазера λ коэффициент поглощения), так и об эффективности взаимодействия фотонов с валентными электронами фотокатода ($QE(z)$ – количество сгенерированных электронов при поглощении фотона). Кроме того, введен поток входящих в полупроводник в Q .

В рамках данной работы предполагается, что энергия индуцирующих лазерных импульсов относительно невелика (другими словами, рабочая точка находится в линейной области эмиссионной кривой). “Малость” возмущения полупроводниковой среды позволяет существенно упростить математические выкладки и делает аналитическое решение возникающей в дальнейшем задачи возможным. С одной стороны, можно пренебречь внутренним электрическим полем $|\mathbf{E}_{\text{int}}| \ll |\mathbf{E}_{\text{ext}}|$ ($\nabla \cdot \mathbf{E}_{\text{int}} \propto p - n$, где p – избыточная дырочная концентрация, которая так же, как и электронная n , возникает в результате фотоэффекта). С другой стороны, это же обстоятельство позволяет не учитывать частичную компенсацию внешнего поля собственным полем входящих сгустков²⁾.

Наконец, мы рассматриваем релаксацию избыточной электронной концентрации. В простейшем случае (за пределы которого в данной работе мы не выходим) соответствующая ей скорость дается выражением

$$R(\mathbf{r}, t) = \frac{n}{\tau}, \quad (4)$$

где τ – характерный временной параметр. Время релаксации τ может быть, в частности, связано с тем или иным механизмом рекомбинации. Однако в отсутствие какой бы то ни было информации о полупроводнике (тип полупроводника, тип проводимости, примесная концентрация и др.) не приходится говорить о механизме рекомбинации и τ . В этом смысле учет релаксации согласно выражению (4) в нашем подходе является опциональным.

Уравнение дрейфа-диффузии. Равенства (1)–(4) совместно с уравнением непрерывности позволяют записать уравнение дрейфа-диффузии:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \nabla \cdot (D \nabla n - n \mathbf{v}) = G(\mathbf{r}, t) - R(\mathbf{r}, t). \quad (5)$$

Учитывая постоянство дрейфовой скорости $\mathbf{v}$ вдоль полупроводникового фотокатода (напряженности поля в СВЧ фотопушках – порядка единиц-десятков МВ/м, а дрейфовая скорость насыщена) $\nabla \cdot (n \mathbf{v}) \approx \nabla n \cdot \mathbf{v}$, получим:

$$D \Delta n + \mathbf{v} \cdot (\nabla n) - \frac{n}{\tau} - \frac{\partial n}{\partial t} = -G(\mathbf{r}, t). \quad (6)$$

Поскольку геометрия фотоинжекторов и входящих в их состав фотокатодов, в частности, обладает

²⁾ Учет собственного поля сгустков, хотя необходим для корректного описания процесса эмиссии в самом общем случае, менее интересен с точки зрения рассмотрения простейшего отклика фотокатода на пробный лазерный импульс.

аксиальной симметрией, использование цилиндрической системы координат оправдано. Больше того, в рассматриваемой ситуации характерные поперечные размеры на порядки превосходят продольные, чем обуславливается использование параксиального приближения. Все сказанное выше позволяет редуцировать уравнение (6) до его одномерного вида:

$$D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + v \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{n}{\tau} - \frac{\partial n}{\partial t} = -G(z, t). \quad (7)$$

Теперь, когда уравнение приняло окончательный вид, обратимся к граничным и начальным условиям, которые дополняют (7) до задачи дрейфа-диффузии.

Задача дрейфа-диффузии. Условие на контакте фотокатод–подложка ($z = \ell$) рассматривается в виде

$$n|_{z=\ell} = 0, \quad (8)$$

как если концентрация там всегда не возмущена, что подразумевает $\alpha^{-1} \leq \ell$. Условие на границе вакуум–фотокатод предвзвешивают следующие комментарии.

Суммарный ток электронов в правой окрестности границы вакуум–полупроводник ($z = 0^+$) представим в виде суммы диффузионного и дрейфового

$$j_{\Sigma} = |e| \left(D \frac{\partial n}{\partial z} - v n \right) \Big|_{z=0^+}. \quad (9)$$

Той же величины должен быть и ток электронов в левой окрестности границы вакуум–фотокатод. Фототок в используемом подходе пропорционален концентрации и скорости, которые, вообще говоря, претерпевают изменение при “выходе” электронов в вакуум:

$$j_{\Sigma} = -|e| n v|_{z=0^-} \approx -|e| n v \sqrt{1 - \frac{A_{\text{eff}}}{K}} \Big|_{z=0^+}, \quad (10)$$

где A_{eff} – эффективная работа выхода полупроводникового фотокатода, а K – кинетическая энергия электронов до преодоления потенциального барьера. Таким образом, с учетом равенств (9) и (10) и введенного обозначения

$$f \equiv \sqrt{1 - \frac{A_{\text{eff}}}{K}} \in (0, 1) \quad (11)$$

граничное условие на контакте вакуум–фотокатода ($z = 0$) приобретает вид

$$\left(\frac{\partial n}{\partial z} - \frac{v}{D} (1 - f) n \right) \Big|_{z=0} = 0. \quad (12)$$

Начальное условие

$$n|_{t=0} = 0, \quad (13)$$

соответствует отсутствию возмущения до момента появления лазерных импульсов. Итого, задача дрейфа-диффузии принимает окончательный вид:

$$\begin{cases} D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + v \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{n}{\tau} - \frac{\partial n}{\partial t} = -G(z, t), \\ \left(\frac{\partial n}{\partial z} - \frac{v}{D} (1-f)n \right) \Big|_{z=0} = 0, \\ n|_{z=\ell} = 0, \\ n|_{t=0} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

3. Результаты и обсуждение. С помощью метода Фурье решена задача (14):

$$n(z, t) = Q\alpha \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t \left(e^{-\Omega_k(t-t')} \times \left(\frac{\int_0^{\ell} e^{Az'} \mathcal{Z}(z') \mathcal{T}(t' - z'/c) \varphi_k(z') dz'}{\int_0^{\ell} \varphi_k^2(z') dz'} \right) dt' \right) \varphi_k(z) e^{-Az}. \quad (15)$$

В равенстве (15) использованы обозначения

$$\Omega_k = \left(\frac{\gamma_k}{\ell} \right)^2 D + A^2 D + \frac{1}{\tau}, \quad A = \frac{v}{2D}, \quad (16)$$

где γ_k – положительные корни $\gamma = -A(3-2f)\ell \tan \gamma$, и

$$\varphi_k(z) = \sin \left(\frac{\gamma_k}{\ell} (\ell - z) \right). \quad (17)$$

Рисунок 1 иллюстрирует полученное решение при действии на фотокатод прямоугольного лазерного импульса вблизи его фронтов $t = 0$ и $t = t_0$.

После подстановки $z = 0$ в равенство (15) можно получить профиль фототока как отклик фотокатода на индуцирующий лазерный импульс:

$$j_{ph}(t) = -|e| f v Q \alpha \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(0) \int_0^t e^{-\Omega_k(t-t')} \times \left(\frac{\int_0^{\ell} e^{Az'} \mathcal{Z}(z') \mathcal{T}(t' - z'/c) \varphi_k(z') dz'}{\int_0^{\ell} \varphi_k^2(z') dz'} \right) dt'. \quad (18)$$

Обратим внимание на то, что, как и выражение для концентрации, выражение для тока содержит (пусть и в не самом явном виде) свертку временного профиля лазерного импульса со спадающими экспонентами. Этот результат не является неожиданным и свидетельствует, в частности, о принципиальной невозможности повторения профиля лазерного импульса.

Рисунок 2 иллюстрирует следующее: при воздействии на фотокатод лазерного импульса (в данном случае прямоугольного) фронты импульса тока загибаются, а сам импульс (в смысле ширины на полувысоте FWHM) практически не меняется.

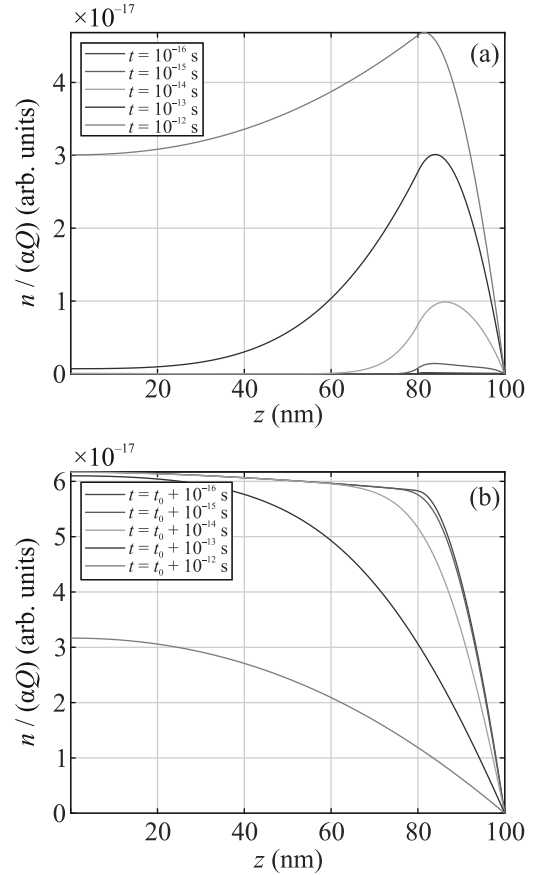


Рис. 1. (Цветной онлайн) Возмущение концентрации электронов проводимости $n(z, t)$ вблизи переднего (a) и заднего (b) фронтов прямоугольного лазерного импульса длительности $t_0 = 10$ пс. Параметры фотокатода: $D = 50 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, $v = -5 \cdot 10^6 \text{ см с}^{-1}$, $\ell = 100 \text{ нм}$, $\alpha = 0.05 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$. QE = 10^{-5} ($0 \leq z < 80 \text{ нм}$), QE = 10^{-1} ($80 \text{ нм} \leq z < 100 \text{ нм}$). Рекомбинацией пренебрегаем ($\tau = 1 \text{ нс} \gg t_0$)

На рисунке 3 приведены профили фототока при воздействии на фотокатод треугольных лазерных импульсов различной длительности. Во всех случаях уширение FWHM составило 0.35 пс, что определяется временем отклика фотокатода. Фронты фототока претерпевают тем более существенные изменения, чем больше t_{resp} и чем короче индуцирующий лазерный импульс.

Можно показать, что коэффициенты ряда (18) спадают и наиболее существенно лишь первое слагаемое. Показатель соответствующей экспоненты в простейшем случае, когда $QE(z) = \text{const}(z)$, $\mathcal{T}(t - z/c) \approx \mathcal{T}(t)$, позволяет оценить время отклика фотокатода:

$$t_{resp} \approx \left(A^2 D + \left(\frac{\gamma_1}{\ell} \right)^2 D + \frac{1}{\tau} \right)^{-1}. \quad (19)$$

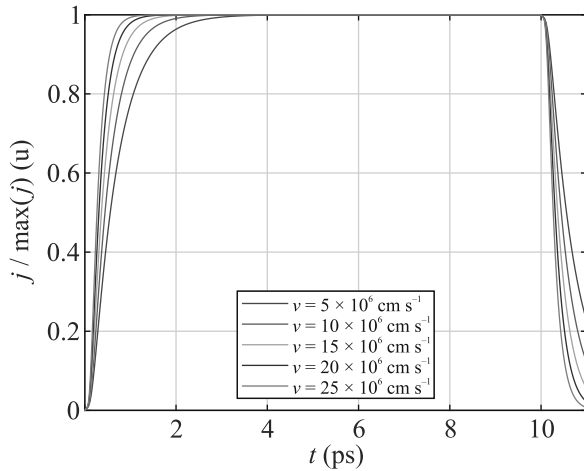


Рис. 2. (Цветной онлайн) Профиль фототока $j(t)$ при воздействии на фотокатод прямоугольного лазерного импульса длительности $t_0 = 10$ пс. Каждый из профилей нормирован на максимальное значение (пологий участок). Параметры идентичны таковым на рис. 1

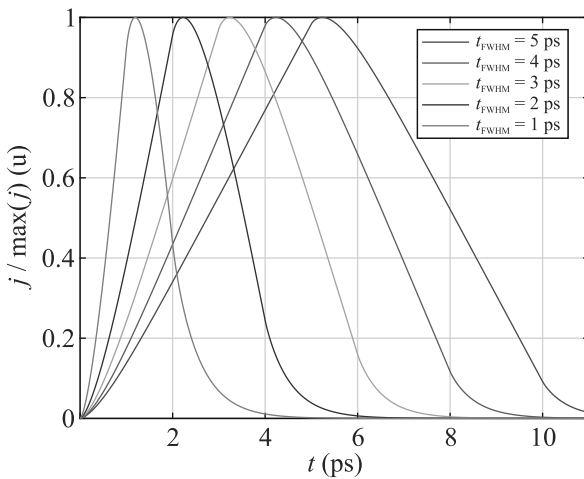


Рис. 3. (Цветной онлайн) Профиль фототока $j(t)$ при воздействии на фотокатод треугольных лазерных импульсов различной длительности. Параметры идентичны таковым на рис. 1

Так как $\gamma = \gamma(A\ell)$, t_{resp} полностью определяется v , ℓ , D и τ . В частности

$$\lim_{\ell \rightarrow 0} t_{\text{resp}} = 0. \quad (20)$$

Рассмотрим отклик фотокатода на дельта-образный импульс. Полагая $\mathcal{T}(t) = \delta(t)$ и вводя для краткости записи соответствующее обозначение

$$j(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \int_0^t \mathcal{T}(t') e^{-\Omega_k(t-t')} dt', \quad (21)$$

получим

$$j(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k e^{-\Omega_k t}. \quad (22)$$

Заряд выходящего сгустка, а с ним и доля вышедшего заряда сгустка от безразмерного времени, найдена интегрированием равенства (22):

$$\frac{q(t)}{q_{\text{bunch}}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k}{\Omega_k} (1 - e^{-\Omega_k t})}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k}{\Omega_k}}. \quad (23)$$

Поскольку коэффициенты $\{C_k\}$ включают в себя все параметры модели, рисунок 4 дает не более чем качественное представление, которое, впрочем, согласуется, например, с результатами, полученными в [20].

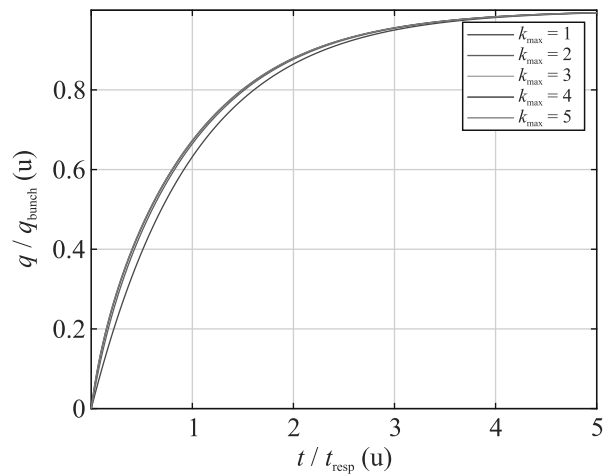


Рис. 4. (Цветной онлайн) Доля вышедшего сгустка при воздействии на полупроводниковый фотокатод дельта-импульса $\delta(t)$. Параметры идентичны таковым на рис. 1, кроме $\text{QE} = \text{const}(z)$. Кривая $k_{\text{max}} = 1$ соответствует $q(t)/q_{\text{bunch}} \sim 1 - \exp(-t/t_{\text{resp}})$

Рассмотрение профиля импульса в виде $\delta(t - z/c)$ приводит к следующему выражению для тока:

$$j_{\text{ph}}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} D_k \int_0^t e^{\Omega_k(t-t')} \varphi_k(ct') e^{(A-\alpha)ct'} dt', \quad (24)$$

в котором для краткости вновь введены коэффициенты ряда $\{D_k\}$. В данном случае, не в пример выражению (19), время отклика фотокатода зависит и от α . Однако выражение (24) едва ли позволяет записать t_{resp} в явном виде. При произвольном профиле лазерного импульса ситуация еще более усложняется, а отклик фотокатода, содержит информацию не только об $\alpha(\lambda)$, но и временных параметрах импульса и $\text{QE}(z)$.

4. Выводы. В работе предложена модель, позволяющая получать профиль фототока в СВЧ фото-

пушках при воздействии на полупроводниковый фотокатод одиночного лазерного импульса произвольной формы и, в принципе, последовательности импульсов (режимы single bunch и bunch-train, соответственно). Достигнутые результаты делают возможным описание широкого спектра полупроводниковых фотокатодов, поскольку параметры модели, такие как толщина фотокатода ℓ , дрейфовая скорость v , коэффициент диффузии D , коэффициент поглощения α и др. могут быть варьированы. Продольная зависимость $\mathcal{Z}(z)$, используемая в модели, хотя предложен ее конкретный, физически оправданный вид, в принципе, также может быть произвольной. Все это открывает дорогу к описанию неоднородных полупроводниковых структур (специальным образом допированные, гетероструктуры и другие).

В перспективе целесообразной является соотношение полученных результатов с экспериментальными данными, а при их отсутствии – получение таковых. Также, предстоит расширить область применимости модели, в частности, учесть кулоновское поле вышедших сгустков, приводящее к экранированию внешнего СВЧ поля и открывающее дорогу к описанию фотоэмиссии в режиме насыщения.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Соглашения от 27.05.2022 # 075-15-2022-830. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. J. Fraser, R. Sheffield, and E. Gray, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **250**, 71 (1986); [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(86\)90862-4](https://doi.org/10.1016/0168-9002(86)90862-4).
2. J. G. Power, AIP Conf. Proc. **1299**, 20 (2010); <https://doi.org/10.1063/1.3520316>.
3. V. Shiltsev and F. Zimmermann, Rev. Mod. Phys. **93**, 015006 (2021); <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.93.015006>.
4. L. Schoeffel, C. Baldenegro, H. Hamdaoui, S. Hassani, C. Royon, and M. Saimpert, Prog. Part. Nucl. Phys. **120**, 103889 (2021); <https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2021.103889>.
5. И. А. Ашанин, Ю. Д. Ключевская, С. М. Полозов, и В. И. Ращиков, Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. **1**, 231041 (2023); <http://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.78.2310401>.
6. L. Faillace, R. Agustsson, M. Behtouei et al. (Collaboration), Phys. Rev. Accel. Beams **25**, 063401 (2022); <https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.25.063401>.
7. X. F. D. Stragier, O. J. Luiten, S. B. van der Geer, M. J. van der Wiel, and G. J. H. Brussaard, J. Appl. Phys. **110**, 024910 (2011); <https://doi.org/10.1063/1.3610509>.
8. Н. Ю. Песков, А. В. Афанасьев, И. В. Бандуркин, А. А. Вихарев, А. М. Горбачев, К. В. Минеев, Ю. С. Опарина, А. В. Савилов, Известия РАН. Серия физическая **87**, 670 (2023); <https://doi.org/10.31857/S0367676522701319>.
9. R. L. Li and P. Musumeci, Phys. Rev. Appl. **2**, 024003 (2014); <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.2.024003>.
10. P. Musumeci, J. T. Moody, C. M. Scoby, M. S. Gutierrez, H. A. Bender, and N. S. Wilcox, Rev. Sci. Instrum. **81**, 013306 (2010); <https://doi.org/10.1063/1.3292683>.
11. S. P. Weathersby, G. Brown, M. Centurion et al. (Collaboration), Rev. Sci. Instrum. **86**, 073702 (2015); <https://doi.org/10.1063/1.4926994>.
12. R. H. Fowler, Phys. Rev. **38**, 45 (1931); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.38.45>.
13. Lee A. DuBridge, Phys. Rev. **39**, 108 (1932); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.39.108>.
14. W. E. Spicer, Phys. Rev. **112**, 114 (1958); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.112.114>.
15. W. E. Spicer and H.-G. Alberto, Proc. SPIE, Photodetectors and Power Meters **2022**, 18 (1993); <https://doi.org/10.1117/12.158575>.
16. Y. Zhou and P. Zhang, J. Appl. Phys. **127**, 164903 (2020); <https://doi.org/10.1063/5.0004140>.
17. M. Krasilnikov, Y. Chen, and F. Stephan, J. Phys.: Conf. Ser. **1238**, 012064 (2019); <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1238/1/012064>.
18. М. Красильников, С. М. Полозов, В. И. Ращиков, ЯФИ **13**, 73 (2022); <https://doi.org/10.56304/S2079562922010195>.
19. P. Hartmann, J. Bermuth, D. v. Harrach, J. Hoffmann, S. Köbis, E. Reichert, K. Aulenbacher, J. Schuler, and M. Steigerwald, Appl. Phys. Lett. **86**, 2245 (1999); <https://doi.org/10.1063/1.371037>.
20. I. V. Bazarov, B. M. Dunham, Y. Li, X. Liu, D. G. Ouzounov, C. K. Sinclair, F. Hannon, and T. Miyajima, J. Appl. Phys. **103**, 054901 (2008); <https://doi.org/10.1063/1.2838209>.
21. G. Loisch, Y. Chen, C. Koschitzki et al. (Collaboration), Appl. Phys. Lett. **120**, 104102 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0078927>.
22. G. Ha, K.-J. Kim, J. G. Power, Y. Sun, and P. Piot, Rev. Mod. Phys. **94**, 025006 (2022); <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.94.025006>.
23. С. Ю. Миронов, А. В. Андрианов, Е. И. Гачева и др. (Collaboration), УФН **187**, 1121 (2017); <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.03.038143>.
24. A. Hoffmann, J. Good, M. Gross, M. Krasilnikov, and F. Stephan, Photonics **11**, 6 (2023); <https://doi.org/10.3390/photonics11010006>.

25. L. Cultrera, I. Bazarov, A. Bartnik, B. Dunham, S. Karkare, R. Merluzzi, and M. Nichols, Appl. Phys. Lett. **99**, 152110 (2011); <https://doi.org/10.1063/1.3652758>.
26. A. Aryshev, M. Shevelev, Y. Honda, N. Terunuma, and J. Urakawa, Appl. Phys. Lett. **111**, 033508 (2017); <https://doi.org/10.1063/1.4994224>.
27. H. Jani, L. Chen, and L. Duan, IEEE J. Quantum Electron. **56**, 1 (2019); <https://doi.org/10.1109/JQE.2019.2960774>.
28. T. Jia, L. Gan, X. Guo, H. Qiu, R. Zhang, X. Liu, J. Du, Y. Zhang, and L. Liu, Appl. Opt. **62**, 8804 (2023); <https://doi.org/10.1364/AO.503832>.

Сверхдолгоживущие нейтральные возбуждения лафлиновской жидкости $1/3$

А. В. Ларионов¹⁾, А. С. Журавлев, Л. В. Кулик, А. А. Загитова, И. В. Кукушкин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 26 августа 2024 г.

После переработки 26 августа 2024 г.

Принята к публикации 27 августа 2024 г.

Исследована долговременная динамика релаксации нейтральных возбуждений со спином 1 в лафлиновской жидкости при факторе заполнения электронов $1/3$. Обнаружено, что существуют два типа возбуждений с одинаковыми энергиями, времена релаксации которых в основное состояние отличаются по крайней мере на два порядка величины. Высказаны предположения о природе этих возбуждений.

DOI: 10.31857/S0370274X24090215, EDN: HUVMSG

В последнее время внимание научного сообщества было привлечено к возбужденным дробным холловским состояниям. Несмотря на то, что сами дробные состояния в двумерных электронных системах были открыты более 40 лет назад [1], какой-либо экспериментальный прогресс в исследовании заряженных и нейтральных возбуждений в дробных состояниях до недавнего времени отсутствовал. Это связано с тем, что дробные состояния являются кулоновскими диэлектриками с очень малой запрещенной зоной. Поэтому транспортные измерения адресуются, главным образом, к краевым каналам дробных диэлектриков, не связанным непосредственно с возбуждениями в объеме; электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) имеет дело с ларморовскими спиновыми экситонами, энергии которых не зависят от кулоновского взаимодействия в электронной системе; а из оптических методик только неупругое рассеяние света использовалось для получения информации об энергиях нейтральных возбуждений. Существующие экспериментальные работы по неупругому рассеянию света сообщают о “масштабном” нарушении трансляционной инвариантности при детектировании нейтральных возбуждений [2, 3]. Однако неясно, что может привести к нарушению трансляционной инвариантности в двумерных электронных системах с рекордной подвижностью. Поэтому вполне вероятно, что речь идет не о собственных возбуждениях дробных диэлектриков, а о возбуждениях локализованных интерфейсных электронных комплексов, которые хорошо детектируются с помощью неупругого рассеяния света [4].

Интересным экспериментальным исследованием влияния объемных нейтральных возбуждений на транспортные свойства дробных состояний является работа [5]. В ней впервые было указано на то, что в объеме дробных диэлектриков могут быть сформированы нейтральные возбуждения со спином, время жизни которых при низких температурах становится практически бесконечным. Однако из транспортных измерений нельзя сделать выводы о каких именно возбуждениях идет речь, какова их структура, энергия и обобщенный импульс.

В отсутствии надежных экспериментальных данных основным направлением изучения возбуждений в дробных состояниях стали теоретические исследования. Именно они привели к новой фундаментальной для всей физики концепции заряженных квазичастиц с нефермионной и небозонной статистикой – энионов [6, 7], существование которых было подтверждено экспериментально двумя независимыми группами [8, 9]. Теория нейтральных возбуждений также привела к неожиданным результатам. Была выявлена аналогия между нижайшими по энергии возбуждениями ряда дробных состояний (лафлиновских жидкостей) и гравитонами – квантами гравитационного поля [10, 11]. По этой причине нижайшие по энергии нейтральные возбуждения лафлиновских жидкостей с нулевым обобщенным импульсом называют вихревыми гравитонами или магнитогравитонами [12–17]. Появилось сообщение о наблюдении вихревых гравитонов с помощью неупругого рассеяния света, однако в силу уже упомянутого нарушения трансляционной инвариантности, сопровождающего это наблюдение, возникают закономерные сомнения в

¹⁾e-mail: laronov@issp.ac.ru

природе линий в спектрах неупругого рассеяния света [18].

Учитывая, что орбитальный момент хиральных гравитонов равен 2, и в оптических спектрах это возбуждение неактивно, авторами работы была предложена методика, использующая отражение света от лафлиновской жидкости для детектирования не самих хиральных гравитонов, а плотных ансамблей их аналогов с изменением спинового квантового числа электронной системы на единицу – спин-магнитогравитонов (SMG). Следует отметить, что в настоящее время орбитальный момент этих возбуждений экспериментально не установлен, и название “спин-магнитогравитон” является условным. Оказалось, что SMG с нулевым обобщенным импульсом могут иметь беспрецедентно длинные времена жизни, хотя динамика релаксации этих возбуждений имеет не моноэкспоненциальный характер [19]. Это дает основание полагать, что описание системы SMG как ансамбля одинаковых невзаимодействующих квазичастиц недостаточно для объяснения существующих экспериментальных данных. В представленной работе проведено исследование долговременной релаксации ансамблей спин-магнитогравитонов различной плотности и показано, что эти ансамбли состоят из возбуждений двух типов с одинаковой или очень близкой энергией. Будем называть их в дальнейшем светлыми и темными спин-магнитогравитонами. Для темных SMG времена жизни могут достигать сотен и тысяч секунд уже при температуре 0.6 К, тогда как для светлых SMG эти времена находятся в секундном интервале времен. Соответственно, времена релаксации, измеряемые для ансамбля спин-магнитогравитонов, могут меняться в зависимости от доли светлых и темных представителей в ансамбле.

Исследование временной динамики долгоживущих возбуждений является чрезвычайно сложной экспериментальной задачей. В качестве подхода к ее решению были использованы метод резонансного отражения (RR) и метод когерентного антистоксового неупругого рассеяния света (aSSR) [20, 21]. Оба типа рассеяния дают вклад в спектр отражения, однако зависимость интенсивности рассеянного света от мощности фотовозбуждения у них различна (рис. 1). В качестве двумерной электронной системы использовалась селективно легированная GaAs/AlGaAs квантовая яма шириной 17 нм и электронной концентрацией $8.2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Для получения спектра отражения использовался непрерывный лазер, перестраиваемый по длине волны в диа-

пазоне 750–850 нм. Спектр отражения регистрировался с помощью CCD матрицы, а для исследования временной динамики возбуждений была разработана следующая экспериментальная схема. Лазерный пучок с энергией, соответствующей одному из максимумов основных линий спектра отражения (рис. 1), модулировался с помощью жидкокristаллического оптического затвора с фиксированной контрастностью 1:10 и временем переключения менее 7 мс, на который подавались прямоугольные импульсы с управляющего генератора с периодом в диапазоне от 1 до 200 с. Большая контрастность не использовалась, чтобы не ограничивать исследуемый диапазон мощностей возбуждающего лазера. Регистрация сигнала отражения производилась с помощью быстрого лавинного фотодиода, сопряженного с системой счета фотонов. Генератор и система счета фотонов были синхронизированы с помощью цифровой линии задержки, что позволяло измерять сигнал отражения в зависимости от времени. Шаг линии задержки и временное окно счетчика фотонов выбиралось так, чтобы время между отдельными точками составляло 1 с. Мощность лазерного излучения изменялась с помощью автоматизированного градиентного нейтрального фильтра от 0.01 до 1000 мкВт и контролировалась измерителем мощности. Паразитное отражение от поверхности образца подавлялось с помощью скрещенных линейных поляризаторов, установленных в тракты лазерного возбуждения и сбора сигнала отражения от исследуемого образца.

Образец помещался в специальную вставку для конденсации изотопа гелия ^3He , которая находилась внутри криостата с соленоидом с изменяемым магнитным полем. Конструкция вставки позволяла поддерживать постоянную температуру 0.6 К, достаточную для формирования лафлиновской жидкости. Магнитное поле, в котором формировалась лафлиновская жидкость на факторе заполнения электронов $1/3$, составляло 10.2 Тл. Держатель образца внутри вставки содержал оптическое окно, через которое подавалось лазерное возбуждение к изучаемому образцу и собирался полезный сигнал. Исследуемый образец монтировался в держателе таким образом, что наклон плоскости квантовой ямы относительно направления вектора магнитной индукции составлял 90 градусов. Максимальное время одного эксперимента определялось временем откачки паров конденсированного ^3He и составляло около 3 ч. После этого температура повышалась до 1.5 К, что приводило к разрушению лафлиновской жидкости и исчезновению сигнала aSSR из спектра отражения [19]. Как было сказано выше, максимальный пе-

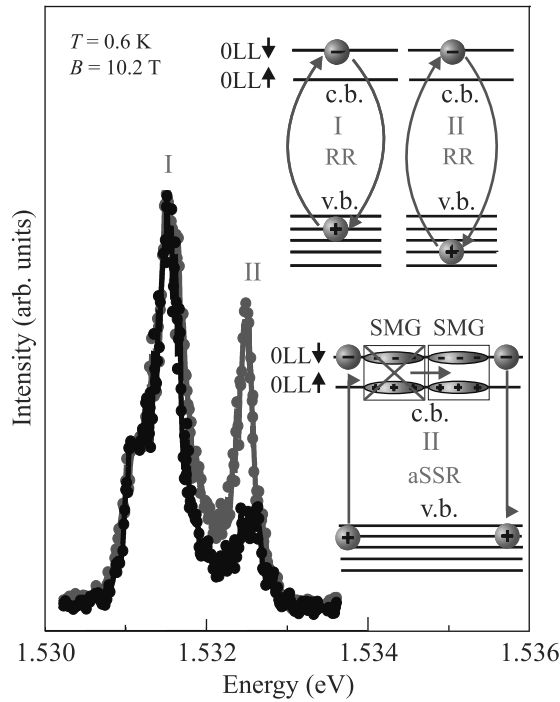


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектры отражения непрерывного лазерного излучения от лафлиновской жидкости при факторе заполнения электронов 1/3. Мощности лазерного возбуждения отличаются в 3 раза (черные точки – более слабое возбуждение, красные – более сильное). Интенсивность спектра отражения для более сильного лазерного возбуждения уменьшена в 3 раза. На схемах показаны процессы резонансного отражения (RR) и антистоксового–стоксового неупругого рассеяния света (aSSR) для линий I и II

риод модуляции затворного напряжения составлял 200 с, ограничиваясь временем откачки паров ^3He , так как на одну развертку по времени при фиксированной мощности лазерного излучения затрачивалось 4 с (осуществлялся контроль воспроизводимости экспериментальных данных), а число различных значений мощности для мониторинга интересующего диапазона мощностей лазерного излучения должно было быть не менее 20. Для того, чтобы избежать накопления долгоживущих возбуждений в процессе эксперимента, интенсивность лазерного возбуждения после охлаждения электронной системы выбиралась минимально возможной, а затем постепенно увеличивалась, как показано на рис. 2.

Сигнал RR линии I на рис. 1 зависит линейно от мощности возбуждающего лазера во всем исследуемом диапазоне мощностей. Поэтому основное внимание будет уделено исследованию сигналов RR и aSSR линий II на рис. 1. Зависимость сигнала aSSR нелинейная вследствие формирования ансамбля спин-магнитогравитонов [20, 21]. Оптические процессы,

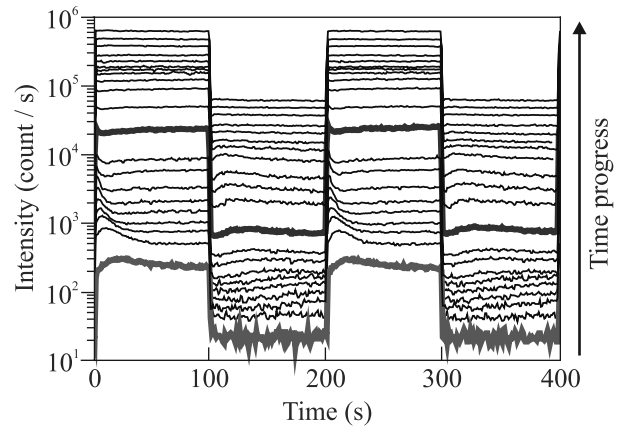


Рис. 2. (Цветной онлайн) Временные развертки сигнала отражения для различных мощностей лазерного возбуждения с энергией фотонов максимума линии II на рис. 1. Мощность возрастает снизу вверх. Цветными линиями выделены развертки, соответствующие доминированию сигнала RR (красная линия) и доминированию aSSR (синяя линия)

отвечающие за формирование линии II, могут быть описаны следующим выражением:

$$I = \alpha P + \beta PN, \quad (1)$$

где I – интенсивность сигнала отражения, P – мощность лазерного возбуждения, N – полное число спин-магнитогравитонов в лафлиновской жидкости. Линейный вклад в интенсивность линии II на рис. 1 от мощности лазерного излучения дает резонансное отражение (RR). Коэффициент α обозначает вероятность резонансного отражения света на длине волны максимума линии II. Он также учитывает вероятность возбуждения электронной системы лазерным фотоном и вероятность сбора сигнала RR в выбранной экспериментальной геометрии. Второй член уравнения (1) определяет вероятность aSSR в выбранной экспериментальной геометрии (β). Количество уже рожденных возбуждений (N) само определяется мощностью лазерного возбуждения P , поэтому в выражении (1) появляется квадратичная зависимость интенсивности aSSR от мощности лазерного возбуждения (рис. 3а) [20, 21]. Поскольку значения α и β неизвестны, физический смысл имеет нормированная величина $I_n = I/\alpha$. Нормируя экспериментальные спектры при малых амплитудах фотовозбуждения, когда второй член в выражении (1) пренебрежимо мал по сравнению с первым, получаем: $I_n = P + \rho PN$, откуда

$$N \sim (I_n/P - 1). \quad (2)$$

Таким образом, мы можем экспериментально измерить количество спин-магнитогравитонов, раство-

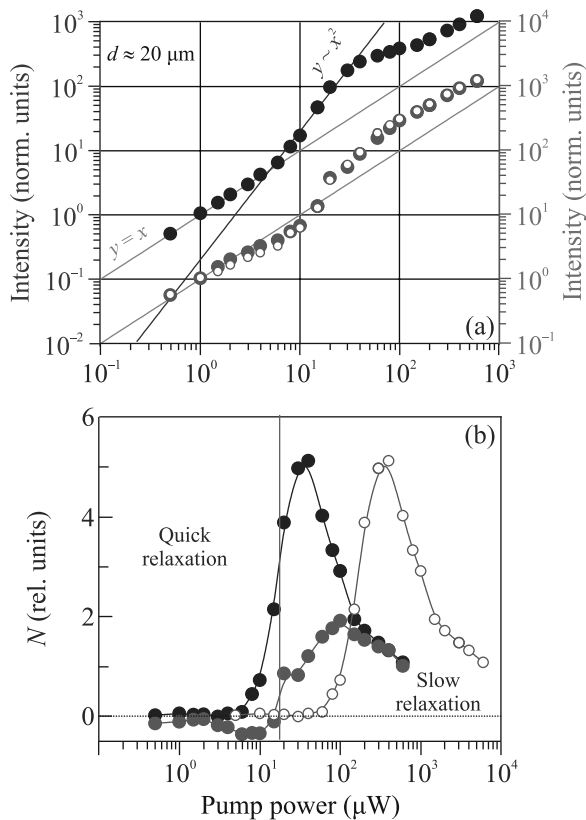


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Нормированные зависимости интенсивности сигнала отражения от мощности лазерного возбуждения с открытым (синие точки, левая ось) и закрытым затвором (красные и белые точки, правая ось). Синие точки – средние интенсивности во временном интервале от 95 до 99 с. Красные точки – средние интенсивности нормированного сигнала отражения во временном интервале от 195 до 199 с, белые – во временном интервале от 105 до 109 с. Зеленые линии – линейные зависимости интенсивности сигнала отражения от мощности возбуждающего лазерного излучения, синяя линия – квадратичная зависимость. (б) – Зависимость числа спин-магнитогравионов, полученного из формулы (2), от мощности возбуждающего лазерного излучения с открытым (синие точки) и закрытым затвором (красные точки). Красными открытыми точками показано ожидаемое число спин-магнитогравионов, время релаксации которых существенно короче 100 с. Зеленая линия отделяет область существования светлых спин-магнитогравионов от области появления в электронной системе темных спин-магнитогравионов

ренных в лафлиновской жидкости, с точностью до неизвестной постоянной, одинаковой для всех однотипных возбуждений [22].

Цель эксперимента состояла в том, чтобы возбудить SMG в полупериод открытого затвора и исследовать процессы релаксации этих возбуждений в те-

чение полупериода закрытого затвора при различных мощностях возбуждающего лазера. Оказалось, что времена релаксации темных SMG столь велики, что для их исследования достаточно рассмотреть максимально возможный период модуляции затворного напряжения (200 с). Интересный экспериментальный результат наблюдается на рис. 3а. Нелинейность сигналов аSSR в полупериодах ослабленного и неослабленного затвором лазерного излучения начинается практически при одинаковой мощности падающего на затвор лазерного излучения. Другими словами, какая-то часть спин-магнитогравионов не чувствительна к изменению мощности возбуждающего лазерного излучения на порядок величины и сохраняется в электронной системе на протяжении временной развертки, насчитывающей 400 с. Еще более показательна зависимость числа спин-магнитогравионов от мощности лазерного излучения (рис. 3б). Если бы время релаксации спин-магнитогравионов находилось внутри одного полупериода (100 с), то зависимость их числа от мощности лазерного излучения, падающего на затвор, воспроизвелась бы со сдвигом на порядок величины (открытые точки на рис. 3б). Вместо этого, начиная с мощности лазерного возбуждения около 15 мкВт, часть спин-магнитогравионов существует постоянно вне зависимости от ослабления возбуждающего лазера затвором. Причем при мощностях лазерного излучения более 100 мкВт число спин-магнитогравионов перестает зависеть от переключения затвора; т.е. при мощности возбуждающего лазера более 100 мкВт количество спин-магнитогравионов в лафлиновской жидкости становится постоянным в течение 400 с. Это число плавно уменьшается с увеличением мощности от 100 до 1000 мкВт, вероятно, из-за разогрева электронной системы [19]. При этом до 100 мкВт в электронной системе существуют спин-магнитогравионы, релаксирующие за времена менее 1 с после переключения затвора. Таким образом, можно сделать вывод о том, что в лафлиновской жидкости существуют два типа спин-магнитогравионов с одинаковой или очень близкой энергией (оба дают вклад в линию аSSR), но с временами релаксации, отличающимися более, чем на 2 порядка величины (светлые и темные спин-магнитогравионы).

Как уже отмечалось выше, формула (2) дает количество спин-магнитогравионов, растворенных в лафлиновской жидкости, с точностью до неизвестной постоянной, одинаковой для однотипных возбуждений. Однако для возбуждений разных типов, как в нашем эксперименте, необходимо ввести

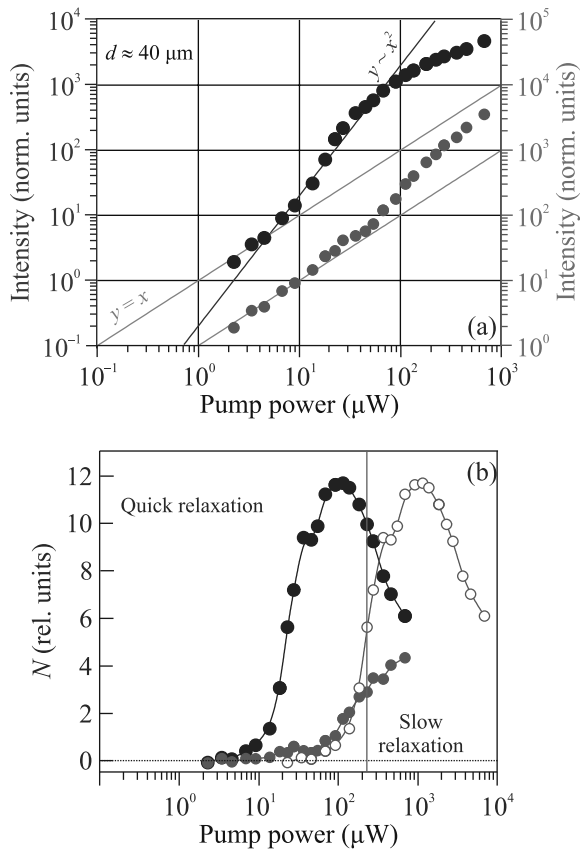


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Нормированные зависимости интенсивности сигнала отражения от мощности лазерного возбуждения с открытым (синие точки, левая ось) и закрытым затвором (красные точки, правая ось) для эксперимента с увеличенным пятном лазерного возбуждения. Зеленые линии – линейные зависимости интенсивности сигнала отражения от мощности возбуждающего лазерного излучения, синяя линия – квадратичная зависимость. (б) – Зависимость числа спин-магнитогравионов от мощности возбуждающего лазерного излучения с открытым (синие точки) и закрытым затвором (красные точки). Красными открытыми точками показано ожидаемое количество спин-магнитогравионов, время релаксации которых существенно короче 100 с. Зеленая линия отделяет область существования светлых спин-магнитогравионов от области появления темных спин-магнитогравионов в электронной системе

поправку, связанную с различными вероятностями аSSR для разных типов возбуждений. Это можно сделать, изменяя размер пятна возбуждающего лазера на образце. Оказывается, что соотношение между темными и светлыми спин-магнитогравионами при одних и тех же экспериментальных условиях уменьшается при увеличении пятна возбуждения. Можно предположить, что в меньшем пятне при одной и

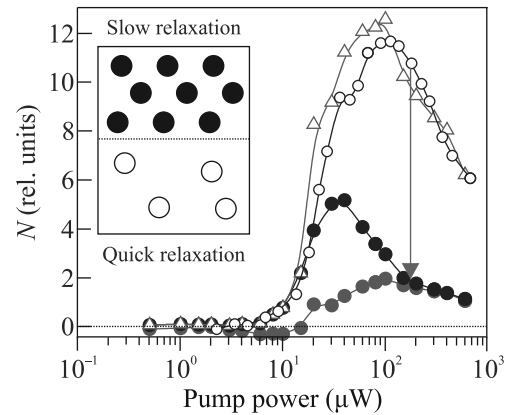


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость числа спин-магнитогравионов от мощности возбуждающего лазерного излучения с открытым (синие точки) и закрытым затвором (красные точки) для пятна лазерного возбуждения диаметром 20 мкм. Открытыми синими точками показана зависимость числа спин-магнитогравионов от мощности возбуждающего лазерного излучения с открытым затвором для пятна лазерного возбуждения диаметром 40 мкм. Серые точки отображают общее число спин-магнитогравионов от мощности возбуждающего лазерного излучения с открытым затвором для пятна лазерного возбуждения диаметром 20 мкм. Зеленая линия показывает мощность возбуждающего лазерного излучения, при которой вычислено отношение вероятностей аSSR для светлых и темных спин-магнитогравионов. На схеме показаны упорядоченные (темные) и неупорядоченные (светлые) спин-магнитогравионы

той же мощности лазерного излучения эффекты взаимодействия между спин-магнитогравионами проявляются сильнее из-за большей вероятности двум спин-магнитогравионам оказаться вблизи. Зависимость интенсивности сигнала отражения от мощности лазерного излучения для эксперимента с большим диаметром пятна возбуждения (около 40 мкм) показана на рис. 4а, а зависимость N от мощности – на рис. 4б. Здесь также наблюдается возникновение темных спин-магнитогравионов, но при существенно больших мощностях, около 200 мкВт, вследствие чего появляется интервал мощностей, при которых в эксперименте с меньшим пятном все спин-магнитогравионы – темные, а в эксперименте с большим пятном все спин-магнитогравионы – светлые. Считая, что общее число спин-магнитогравионов при одинаковой мощности лазерного возбуждения одинаково, можно найти отношение вероятностей аSSR для светлых и темных спин-магнитогравионов (рис. 5). Это отношение оказывается близким к 6. Если в эксперименте

с меньшим пятном сложить число светлых спин-магнитогравионов ($N_1 - N_2$, где N_1, N_2 – значения N для открытого и закрытого затвора соответственно) и число темных спин-магнитогравионов с коэффициентом пропорциональности, равным отношению вероятностей аSSR ($6N_2$), то получим зависимость общего числа спин-магнитогравионов от мощности лазерного возбуждения (серая кривая на рис. 5). Эта зависимость близка к аналогичной для эксперимента с большим пятном лазерного возбуждения (синяя кривая с открытыми точками на рис. 5).

В заключение, была исследована долговременная динамика релаксации спин-магнитогравионов в лафлиновской жидкости при факторе заполнения электронов $1/3$. Показано, что существуют два типа этих возбуждений: светлые и темные, времена релаксации которых отличаются по крайней мере на два порядка величины. В работе [23] показано, что одна из причин замедления релаксации возбуждений со спином 1 в двумерной электронной системе, помещенной в квантующее магнитное поле, связана с формированием спиновых текстур. Топология текстуры из n частиц и $n - 1$ частицы может быть различна, что существенно препятствует релаксации квазичастиц из текстур. Возможно, что в лафлиновской жидкости образуются спиновые текстуры, и темные спин-магнитогравионы являются связанными в текстуры возбуждениями, а светлые – нет. В пользу такой интерпретации выступает обнаруженное экспериментально увеличение числа темных спин-магнитогравионов в меньшем пятне лазерного возбуждения. Чем меньше пятно, тем ближе друг к другу располагаются возбуждения, что, в свою очередь, должно увеличивать вероятность образования из отдельных возбуждений спиновых текстур. Возможно также, что именно темные спин-магнитогравионы и их аналоги в нелафлиновских дробных состояниях являются теми возбуждениями, которые привели к наблюдаемым в работе [5] транспортным особенностям.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 23-12-00011.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
2. A. Pinczuk, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. West, Phys. Rev. Lett. **70**, 3983 (1993).
3. I. Dujovne, A. Pinczuk, M. Kang, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **90**, 036803 (2003).
4. А. С. Журавлев, Л. В. Кулик, В. Е. Бисти, И. К. Дроздов, В. Е. Кирпичев, И. В. Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **92**, 672 (2010).
5. I. V. Kukushkin, R. J. Haug, K. von Klitzing, and K. Eberl, Phys. Rev. B **51**, 18045(R) (1995).
6. F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **49**, 957 (1982).
7. B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. **52**, 1583 (1984); Erratum: Phys. Rev. Lett. **52**, 2390 (1984).
8. H. Bartolomei, M. Kumar, R. Bisognin, A. Marguerite, J.-M. Berroir, E. Bocquillon, B. Placais, A. Cavanna, Q. Dong, U. Gennser, Y. Jin, and G. Feve, Science **368**, 173 (2020).
9. J. Nakamura, S. Liang, G. C. Gardner, and M. J. Manfra, Nat. Phys. **16**, 931 (2020).
10. F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **107**, 116801 (2011).
11. S.-F. Liou, F. D. M. Haldane, K. Yang, and E. H. Rezayi, Phys. Rev. Lett. **123**, 146801 (2019).
12. B. Yang, Z.-X. Hu, Z. Papić, and F. D. M. Haldane, Phys. Rev. Lett. **108**, 256807 (2012).
13. S. Golkar, D. X. Nguyen, and D. T. Son, J. High Energy Phys. **2016**, 21 (2016).
14. A. Gromov and D. T. Son, Phys. Rev. X **7**, 041032 (2017).
15. F. D. M. Haldane, E. H. Rezayi, and K. Yang, Phys. Rev. B **104**, L121106 (2021).
16. Y. Wang and B. Yang, Nat. Commun. **14**, 2317 (2023).
17. S. Johri, Z. Papić, P. Schmitteckert, R. N. Bhatt, and F. D. M. Haldane, New J. Phys. **18**, 025011 (2016).
18. J. Liang, Z. Liu, Z. Yang, Y. Huang, U. Wurstbauer, C. R. Dean, K. W. West, L. N. Pfeiffer, L. Du, and A. Pinczuk, Nature **628**, 78 (2024).
19. L. V. Kulik, A. S. Zhuravlev, L. I. Musina, E. I. Belozеров, A. B. Van'kov, O. V. Volkov, A. A. Zagitova, I. V. Kukushkin, and V. Y. Umansky, Nat. Commun. **12**, 6477 (2021).
20. L. V. Kulik, A. S. Zhuravlev, A. V. Larionov, A. A. Zagitova, and I. V. Kukushkin, Appl. Phys. Lett. **123**, 083101 (2023).
21. Л. В. Кулик, А. С. Журавлев, А. В. Ларионов, А. Б. Ваньков, А. А. Загитова, И. В. Кукушкин, В. Уманский, Письма в ЖЭТФ **118**, 462 (2023).
22. Л. В. Кулик, Известия РАН. Серия физическая **88**, 196 (2024).
23. L. V. Kulik, V. A. Kuznetsov, A. S. Zhuravlev, V. Umansky, and I. V. Kukushkin, Phys. Rev. R **2**, 033123 (2020).

Optically controlled fine-tuning phase shift cell based on thin-film $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ for light beam phase modulation

A. V. Kiselev¹⁾, A. A. Nevzorov, A. A. Burtsev, V. A. Mikhalevsky, N. N. Eliseev, V. V. Ionin, A. A. Lotin

National Research Centre “Kurchatov Institute”, 140700 Shatura, Russia

Submitted 18 July 2024

Resubmitted 31 July 2024

Accepted 6 August 2024

Presented the experimental study of free-space optical control of the optical beam phase shift caused by the formation of a layered structure in an elementary controllable cell made of phase-change material $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ subjected to the controlling effect of pulsed laser radiation. The phase change of the signal optical beam passing through the controlled cell from phase-change material relative to the control beam in the Jamin interferometer is demonstrated.

DOI: 10.31857/S0370274X24090117, EDN: HVIZDC

$\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ has strong contrast optical and electrical properties between amorphous and crystalline states [1–3]. Because of the high stability of both phase states, this material has been successfully used in rewritable optical storage media and electronic non-volatile memory devices for many years [4, 5]. The unique capabilities of phase-change material (PCM) have already been demonstrated in meta-optical devices, where an easy-to-fabricate PCM layer as a functional material [6]. Efficient prototypes of PCM-based devices providing light control have been demonstrated [7–9]. A comprehensive study of the control of the phase of reflected and transmitted light during switching of a phase changeable material cell is necessary.

Experimental studies (Fig. 1) have shown that using 100 nm films it is possible to achieve a dynamic range of $\pm 2/5\pi$ for tuning the phase of the light wave when controlling the state of the cell by nanosecond laser pulses [10]. Structural properties were analyzed by Raman spectra [11, 12]. This roughly coincides with the theoretical estimate obtained from the refractive indices for different phases of the material measured by ellipsometry methods [13]. At the same time, 50 nm films allow to achieve approximately half the phase tuning range. The PCM-based technology is mature and perfectly scalable [14]. Based on the experimentally investigated unit cell, it is possible to construct a phase shifter for the conversion of an optical beam of arbitrary aperture. If a small and fast adjustment of the phase optical transparencies is required, the proposed method of controlling the optical beam front can be very promising.

Funding. This work was supported by the Russian Science Foundation under Grant # RSF 23-29-00878.

Conflict of interest. The authors of this work declare that they have no conflicts of interest.

1. S. Raoux and M. Wutting, *Phase change materials. Science and applications*, Springer Science + Business Media, N.Y. (2009), 450 p.
2. A. V. Kolobov and J. Tominaga, *Chalcogenides: Metastability and Phase Change Phenomena*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2012), 284 p.
3. S. G. Sarwat, *Materials science and Technology* **33**(16), 1890 (2017).
4. E. R. Meinders, A. V. Mijiritskii, L. van Pieterse, and M. Wuttig, *Optical data storage: Phase-change media and recording*, Springer Science & Business Media, Dordrecht, The Netherlands (2006).
5. A. Redaelli, *Phase Change Memory. Device Physics, Reliability and Applications*, Springer International, Cham, Switzerland (2018).
6. T. Cao and M. Cen, *Advanced Theory and Simulations* **2**(8), 1900094 (2019).
7. P. Guo, A. M. Sarangan, and I. Agha, *Appl. Sci.* **9**(3), 530 (2019).
8. S. Abdollahramezani, O. Hemmatyar, H. Taghinejad, A. Krasnok, Y. Kiarashinejad, M. Zandehshahvar, A. Alú, and A. Adibi, *Nanophotonics* **9**(5), 1189 (2020).
9. K. V. Sreekanth, M. ElKabbash, V. Caligiuri, R. Singh, A. De Luca, and G. Strangi, *New Directions in Thin Film Nanophotonics*, Springer, Singapore (2019).
10. A. V. Kiselev, V. V. Ionin, A. A. Burtsev, N. N. Eliseev, V. A. Mikhalevsky, N. A. Arkharova, D. N. Khmelenin,

¹⁾e-mail: kiselev.ilit.ras@gmail.com

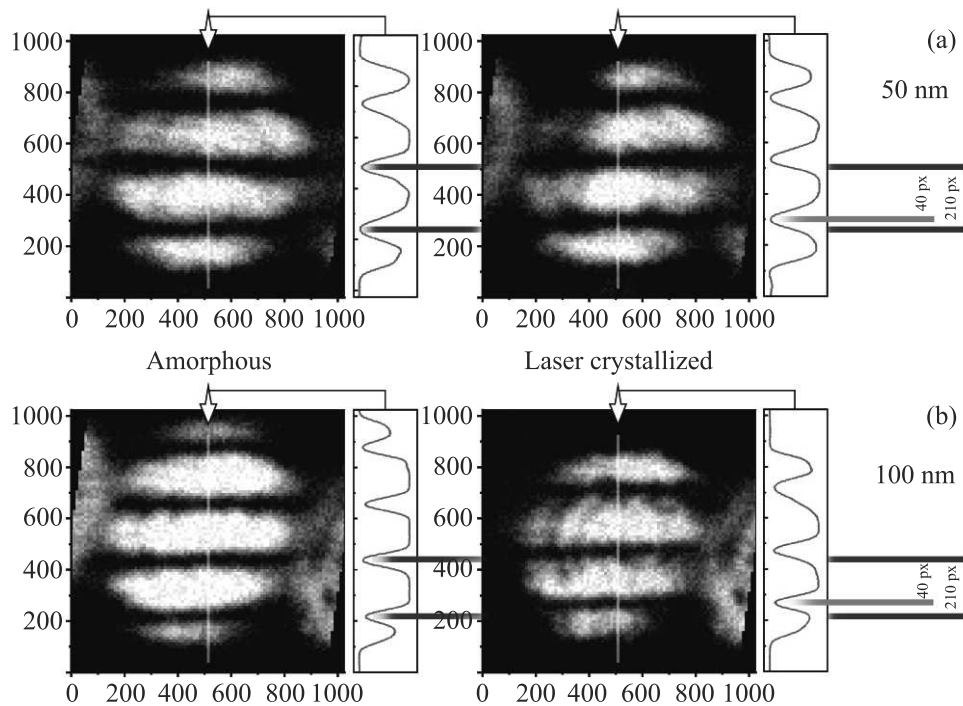


Fig. 1. (Color online) Phase shift fine tuning in thin-film PCM optically controlled cell: (a) – 50 nm $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ cell with maximum shift $\Delta \approx \pi/5$ ($2\pi \cdot 20/220$) and (b) – 100 nm $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ cell with maximum shift $\Delta \approx \pi/2, 5$ ($2\pi \cdot 40/210$)

- and A.A. Lotin, *Optics & Laser Technology*. **147**, 107701 (2022).
11. K.S. Andrikopoulos, S.N. Yannopoulos, A.V. Kolobov, P. Fons, and J.R. Tominaga, *J. Phys. Chem. Solids* **68**(5–6), 1074 (2007).
 12. A.A. Burtsev, N.N. Eliseev, V.A. Mikhalevsky, A.V. Kiselev, V.V. Ionin, V.V. Grebenev, D.N. Karimov, and A.A. Lotin, *Materials Science in Semiconductor Processing* **150**, 106907 (2022).
 13. K. Shportko, S. Kremers, M. Woda, D. Lencer, J. Robertson, and M. Wuttig, *Nat. Mater.* **7**(8), 653 (2008).
 14. W. Zhang, R. Mazzeo, M. Wuttig, and E. Ma, *Nat. Rev. Mater.* **4**(3), 150 (2019).

Исследование пространственного распределения излучения плазмы Х-пинчей с помощью кодирующей апертуры нового типа

Е. А. Болховитинов⁺¹⁾, А. А. Рупасов⁺, А. А. Кологривов⁺, С. А. Пикуз⁺, И. Н. Тиликин⁺,
Т. А. Шелковенко⁺, О. П. Иванов^{*}, В. Н. Потапов^{*}

⁺Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

^{*}НИЦ Курчатовский институт, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 9 августа 2024 г.

После переработки 25 августа 2024 г.

Принята к публикации 25 августа 2024 г.

Для исследования пространственного распределения интенсивности источника рентгеновского излучения электроразрядной плазмы была применена кодирующая апертура нового типа, представляющая собой структуру пересекающихся взаимно-перпендикулярных прозрачных и непрозрачных полос, ширины которых подобраны с использованием генератора случайных чисел. Излучение, прошедшее сквозь кодирующую апертуру, давало сложную картину кодированного изображения, которая регистрировалась на флуоресцентную запоминающую пластину Fuji TR без защитного покрытия. Для восстановления из этой картины пространственного распределения интенсивности излучения плазмы была применена математическая процедура, основанная на итерационном методе решения некорректно поставленной задачи – интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Было показано, что использование кодирующей апертуры не только многократно увеличивает светосилу системы регистрации по сравнению с камерой-обскуры, но и позволяет получить пространственное разрешение по плазме разряда не хуже, чем разрешение камеры-обскуры. Продемонстрирована применимость разработанного итерационного метода как для источников, близких к точечным, так и для протяженных излучающих объектов.

DOI: 10.31857/S0370274X24090224, EDN: HVKPZD

Введение. Для получения изображения плазменного источника в рентгеновском диапазоне спектра обычно применяется камера-обскура (далее по тексту – обскура), представляющая собой отверстие малого диаметра в непрозрачном для рентгеновского излучения экране. Важнейшим достоинством обскуры является простота изготовления и применения. Однако, из-за низкой светосилы обскуры, энергии излучения, попавшего на детектор, часто оказывается недостаточно для получения качественного изображения. Одним из альтернативных средств такой диагностики является применение более светосильного инструмента – кодирующей апертуры (КА), которая в общем случае представляет собой структуру в виде маски с прозрачными и непрозрачными элементами [1] и требует последующего математического восстановления истинного пространственного распределения интенсивности излучения плазменного объекта.

Описание эксперимента. В наших экспериментах была применена разработанная ранее [2] КА нового типа, обладающая относительно простой структурой, состоящей из пересекающихся взаимно-

перпендикулярных прозрачных и непрозрачных полосок. Для изготовления такой КА применялся шаблон (рис. 1а), в котором ширины непрозрачных полосок и прозрачных зазоров между ними рассчитывались с использованием генератора случайных чисел.

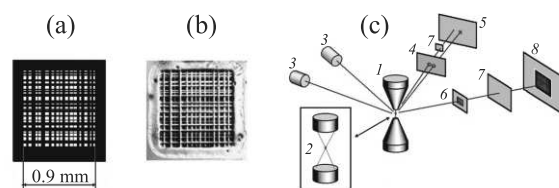


Рис. 1. (Цветной онлайн) Вид шаблона КА (а) и самой КА под микроскопом с 70-кратным увеличением (б); схематическое расположение диагностик относительно Х-пинча (с): 1 – схема гибридного Х-пинча; 2 – схема стандартного Х-пинча; 3 – фотодетекторы; 4 – камера обскуры с двумя одинаковыми отверстиями; 5, 8 – флуоресцентные запоминающие пластины; 6 – КА; 7 – Ве-фильтры, перекрывающие КА и одну из обскур

Изготовленная по такому шаблону методом ультрафиолетовой литографии КА (рис. 1б) представляла собой квадратную маску размером 0.9×0.9 мм

¹⁾e-mail: bolhovitinoveva@lebedev.ru

из золотой фольги толщиной 10 мкм, состоящую из взаимно-перпендикулярных полосок шириной от 7 до 50 мкм. Для изготовления КА использовалось золото, поскольку непрозрачная часть КА из золота обладает свойством задерживать более жесткое излучение по сравнению с другими материалами и, таким образом, расширяет эффективный спектральный диапазон работы КА. Кроме того, этот материал технологичен с точки зрения изготовления такой самоподдерживающейся структуры. Прозрачность такой КА составляла $\sim 30\%$, что в геометрии описываемого эксперимента по светосиле соответствовало бы обскуре диаметром ~ 0.56 мм. Однако при таком эквивалентном диаметре обскуры и геометрических параметрах применявшейся схемы диагностики пространственное разрешение по объекту было бы ~ 0.7 мм, что явно недостаточно для определения пространственных характеристик исследуемых плазменных источников, которые имели размер меньше миллиметра. При этом использование КА, как будет показано далее, не только существенно увеличивает светосилу системы по сравнению с обскурой, но и позволяет получить более высокое пространственное разрешение.

Описанная выше КА была применена в экспериментах по исследованию пространственных характеристик излучения плазмы гибридных и стандартных X-пинчей в спектральном диапазоне мягкого рентгеновского излучения (МРИ) на электроразрядной установке КИНГ (ток 190–200 кА, напряжение 40 кВ, время нарастания тока 190–200 нс) [3–5]. Схемы указанных X-пинчей приведены на рис. 1с, 1 и 2. В качестве нагрузок для пинчевого разряда использовались проволоки диаметром 20–25 мкм из трех различных металлов – Мо, Al, Cu. Для построения теневых изображений плазменного источника использовалась КА, перекрытая Ве фильтром толщиной 6.5 мкм (пропускающим кванты с энергией > 0.5 кэВ), установленная в вакуумный диагностический канал. Регистрация изображения плазмы пинча осуществлялась на флуоресцентную запоминающую пластину (ФЗП) без защитного слоя, образуя на ней скрытое изображение. Эти теневые изображения оцифровывались на специальном визуализирующем сканере Карат КР-35ВР с шагом сканирования 15 или 25 мкм. В наших экспериментах расстояние от плазменного источника до КА составляло 365 мм, а от КА до плоскости регистрации – 1085 мм.

Для регистрации рентгеновского излучения X-пинча применялось несколько диагностик, схема расположения которых относительно X-пинча приведена на рис. 1с. Одновременно с КА для вспомога-

ной визуализации плазмы пинча изображения регистрировались с помощью двух обскур, установленных в другой вакуумный канал, расположенный под малым углом к диагностическому каналу с КА. Расстояние от плазменного источника до обскур составляло 365 мм, а от обскур до плоскости регистрации 550 мм. Использовались обскуры одинакового диаметра 130 мкм, одна – открытая, а другая – перекрытая Ве фильтром (таким же, как и КА) для выделения спектра МРИ. Они располагались близко одна от другой на одной линии, которая перпендикулярна пинчу, ориентированному вертикально (рис. 1с), что позволяло точно установить местоположение ярких излучающих точек на пинчевом разряде.

Для регистрации импульсов МРИ во всех выстрелах применялись два алмазных фотодетектора с фильтрами из Ве толщиной 6.5 микрон с энергией отсечки 0.5 кэВ (рис. 1с, 3). Сигналы с детекторов регистрировались осциллографом Tektronics с полосой пропускания 1 ГГц, так что система регистрации, включающая детектор, осциллограф и подводящие кабели давала временное разрешение около 1 нс.

Излучение, прошедшее сквозь КА, давало сложную картину кодированного изображения, поэтому требовалось использование математической процедуры восстановления истинного двумерного пространственного распределения МРИ плазмы пинча. По структуре и корреляционным свойствам эта КА близка к известной ранее КА типа PnP [1], однако все же отличается от нее и требует несколько другого алгоритма математического восстановления изображения, поскольку известный алгоритм для PnP структур хорошо работает для точечных источников, но для протяженных источников дает артефакты. Такой алгоритм, подходящий и для протяженных источников, был разработан в [2] и представляет собой реализацию итерационного метода решения некорректно поставленной задачи, который описан ниже.

Итерационный метод восстановления изображения источника из теневых изображений, полученных с помощью кодирующей апертуры нового типа. Для восстановления изображений протяженных источников с использованием маски нового типа был применен подход, связанный с решением интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода:

$$F(\mathbf{r}) = \int_{\Delta S} G(\mathbf{r}, \mathbf{R}) S(\mathbf{R}) d\mathbf{R}, \quad (1)$$

где $F(\mathbf{r})$ – функция, описывающая теневое изображение источника, сформированное КА в плоскости экрана δ на рис. 2; $S(\mathbf{R})$ – функция истинного распре-

деления интенсивности излучения в плоскости расположения источника; $G(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ – инструментальная функция кодирующей апертуры (формально соответствует теневому изображению кодирующей апертуры от точечного источника единичной интенсивности, расположенного в точке $\mathbf{R}$ в плоскости источника, и определяется апертурной матрицей КА); ΔS – область интегрирования в плоскости источника в пределах его геометрических размеров.

Задача о решении интегрального уравнения (1), т.е. нахождения $S(\mathbf{R})$, относится к классу некорректных задач. Существуют устойчивые численные методы решения таких задач, один из которых был разработан М. З. Тараско и называется методом максимального правдоподобия [6], который позже стал широко известен как метод Ричардсона–Люси [7, 8]. Указанный выше метод был реализован в виде алгоритма и соответствующей программы для персонального компьютера (ПК) при использовании КА нового типа [2]. Компьютерная реализация алгоритма тестировалась и проверялась на рассчитанных теневых изображениях, моделирующих изображения от различных источников излучения, что показало правильность данного подхода. Впоследствии этот алгоритм был применен к нашим экспериментальным результатам.

Экспериментальные результаты и расчетное восстановление пространственной структуры ярких точек X-пинчей. Ниже будут приведены экспериментальные результаты, полученные на электроразрядной установке КИНГ с нагрузками в виде гибридных и стандартных X-пинчей, а именно теневые изображения плазмы, полученные в диапазоне МРИ за КА, и математически восстановленные пространственные распределения излучения плазмы и их сопоставление с изображениями плазмы, полученными с помощью обскуры.

Из рисунка 2с видно, что, на изображении, даваемом обскурой с таким же фильтром, как и на КА (которая регистрирует излучение с энергией квантов выше 0.5 кэВ), в гибридном X-пинче с Мо проволокой зарегистрированы два близко расположенных источника мягкого рентгеновского излучения (МРИ) с разной интенсивностью излучения. В пинчах такие интенсивные источники МРИ называются яркими точками [3, 4]. Информация о ярких точках – их количестве, интенсивности и локализации в плазме пинча является очень важной для понимания физики электродинамических процессов сжатия плазмы разряда как источника рентгеновского излучения. Отметим, что близко расположенные излучающие яркие точки дают на ФЗП перекрывающиеся

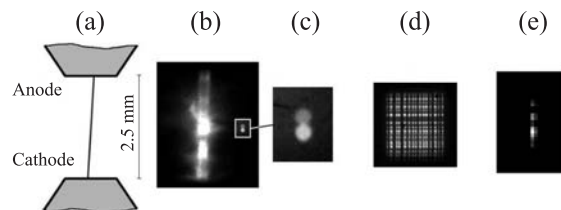


Рис. 2. Схема центральной части гибридного X-пинча (a); обскурограммы излучающей области гибридного пинча (выстрел 230427) с Мо проволокой, зарегистрированные обскурами – открытой (b) и перекрытой Ве фильтром (c); теневое кодированное изображение плазмы пинча, полученное через КА (d); изображение источников излучения X-пинча, восстановленное по теневому кодированному изображению (e)

ся теневые кодированные изображения. Разработанный алгоритм восстановления истинного изображения излучающей плазмы позволяет обрабатывать такие кодированные изображения целиком, если теневые картины от каждой яркой точки перекрываются или расположены близко одна от другой. В случае если теневые картины от каждой яркой точки располагались удаленно между собой, то такие картины обрабатывались по отдельности для уменьшения объема обрабатываемых данных.

На восстановленном изображении видны три точки разной интенсивности (рис. 2e). При этом верхняя точка имеет столь низкую интенсивность, что не дала изображения на обскуре. Расстояние между крайними точками в восстановленном изображении примерно 100 мкм.

Открытая обкура пропускала все длины волн, поэтому на детекторе регистрировалось яркое изображение всего разряда (рис. 2b). Это изображение не позволяло выделить на нем яркие точки, излучающие МРИ, тогда как перекрытая Ве фильтром обкура позволяла визуализировать такие яркие точки, однако пространственное разрешение, даваемое этой обкурой, было недостаточным (180 мкм).

К сожалению, попытка экспериментального применения обскуры с диаметром 25–30 мкм (которая наиболее адекватна для геометрии плазмы исследуемого разряда и позволила бы получить лучшее пространственное разрешение) не была успешной ввиду недостаточной чувствительности системы диагностики при таком диаметре обскуры и слабом сигнале МРИ от плазменного источника на установке КИНГ. Решением проблемы получения высокого пространственного разрешения одновременно с высокой светосилой системы регистрации стало использование КА.

Полученные восстановленные изображения ярких точек (при размере пикселя на этих изображениях порядка 10 мкм) (рис. 2е) позволяют сделать вывод о том, что применяемая КА может давать пространственное разрешение, сравнимое с расчетным разрешением, которое могла бы обеспечить обскура диаметром 25–30 мкм. При этом расчеты показывают, что светосила КА превышала бы светосилу такой обскуры на 2–3 порядка.

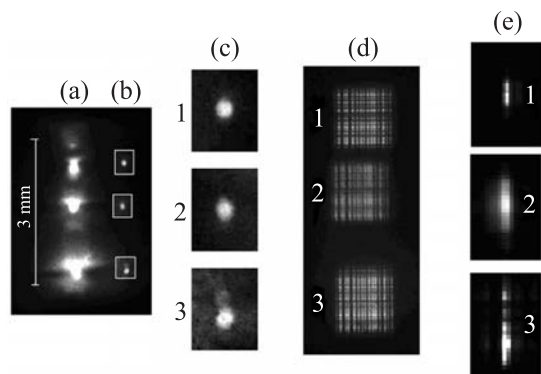


Рис. 3. Обскурограмма источников излучения гибридного Х-пинча с Cu проволокой (выстрел 230601), зарегистрированной открытой (а) и перекрытой Be фильтром (b) обскурами; увеличенные изображения ярких точек из рис. 3b (c); тенеграмма кодированного изображения излучающих областей Х-пинча, зарегистрированная с помощью КА (d); восстановленные из тенеграммы (d) изображения излучающих МРИ областей плазмы (e)

На рисунке 3 приведены обскурограммы излучающей области гибридного Х-пинча с медной проволокой, полученные с помощью обскуры без фильтра (рис. 3а) и с Be фильтром (рис. 3b). В данном выстреле обскура с фильтром зарегистрировала три отдельных источника излучения, расположенные на расстоянии примерно 500–700 мкм друг от друга. Структура каждой яркой точки видна на восстановленном изображении (рис. 3е), полученном из тенеграммы кодированного изображения (рис. 3d).

На осциллограмме (рис. 4) видны три интенсивных импульса, соответствующие трем зафиксированным на рис. 3 ярким точкам. Было установлено, что импульс 1 соответствует точке 1 с рис. 3с. Такой вывод можно сделать, поскольку восстановленная точка 1 (рис. 3е) состоит из двух очень близкорасположенных точек малого размера (примерно по 10 мкм каждая и расстояние между ними также примерно 10 мкм) и при этом импульс 1 с детекторов излучения тоже двойной. Разница во времени между пиками этого двойного импульса примерно 1.5 нс, поэто-

му эти пики плохо разрешены во времени. Отметим при этом, что обскурой регистрируются одна яркая точка. Восстановленная яркая точка 2 (рис. 3е) имеет большой размер и высокую интенсивность излучения, поэтому можно считать, что ей соответствует импульс излучения 2. Яркая точка 3 на обскурограмме (рис. 3с) и восстановленная точка 3 (рис. 3е) состоит из двух (возможно, даже трех) точек разной интенсивности, и поэтому ее можно соотнести двойному импульсу излучения 3 на осциллограмме.

В гибридном Х-пинче с Al проволочками (рис. 5) интенсивность и жесткость излучения ярких точек настолько мала, что изображения через обскуру с фильтром не было зарегистрировано. При этом с помощью КА были получены отчетливые пригодные для математического восстановления теньевые кодированные изображения (рис. 5b). В результате была восстановлена картина, содержащая три яркие излучающие точки (рис. 5с).

Приведенные выше исследования излучения плазмы касались гибридных Х-пинчей. Вместе с тем эта методика с применением КА была успешно реализована для стандартных Х-пинчей. Так, на рисунке 6а, б представлена обскурограмма стандартного Х-пинча из 4-х Cu проволочек в качестве нагрузки. На зарегистрированных в данном выстреле обскурограммах невозможно различить количество ярких точек, образующихся в перекрестии Х-пинча. Однако данный вопрос позволяет прояснить описанная выше методика, основанная на восстановлении изображения, полученного через КА. Восстановленное изображение (рис. 6е) показывает, что в перекрестии Х-пинча сформировалась одна яркая точка большого размера и слабая точка на расстоянии примерно 30–40 мкм в поперечном направлении, что подтверждает наши предыдущие исследования стандартных Х-пинчей на генераторе КИНГ [5].

Заключение. В экспериментах с электроразрядной пинчевой плазмой применена кодирующая апертура нового типа, разработанная с использованием генератора случайных чисел, для улучшения чувствительности и разрешающей способности детектирования получаемых изображений плазмы. Кодирующая апертура применялась в комплексе с двумя обскурами и алмазными фотодетекторами для исследования источников излучения в гибридных и стандартных Х-пинчах. Применен разработанный ранее итерационный метод восстановления изображений плазменных источников излучения для таких кодирующих апертур и доказана его работоспособность в экспериментах с электроразрядной плазмой. По-

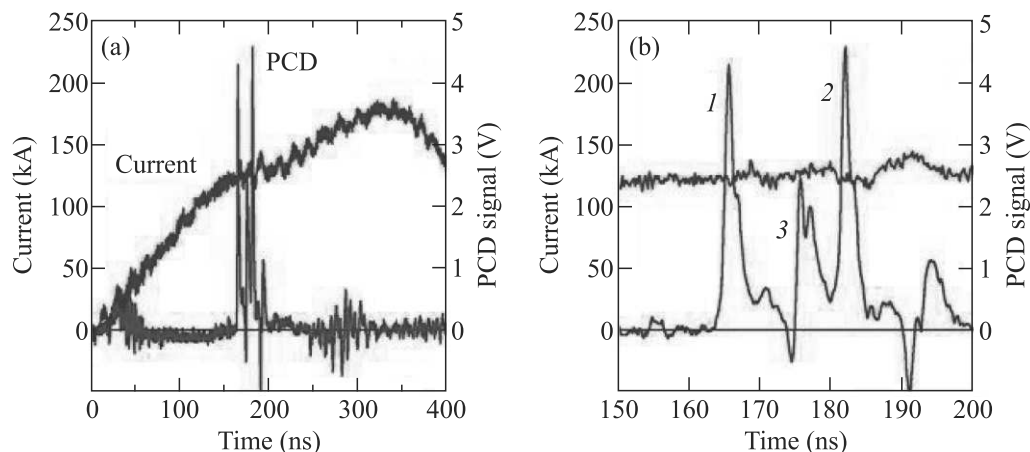


Рис. 4. (Цветной онлайн) Осциллограммы тока разряда и сигнала с алмазного фотодетектора, зарегистрированные в гибридном X-пинче с Cu проволокой (a) и увеличенный фрагмент этих осциллограмм (b) для выстрела 230601, для которого изображения источников излучения приведены на рис. 3

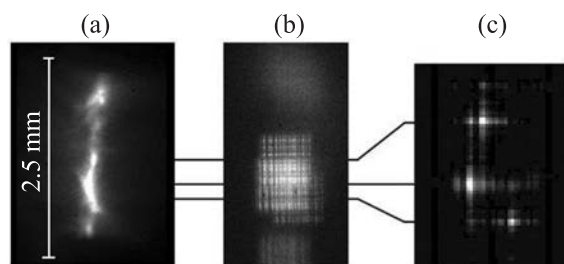


Рис. 5. Обскурограмма излучающей области гибридного X-пинча с Al проволокой (выстрел 230530), зарегистрированная с помощью обскуры без фильтра (a); теневое кодированное изображение центральной части излучающей области гибридного пинча (b); истинное изображение, восстановленное по теневому кодированному изображению (c)

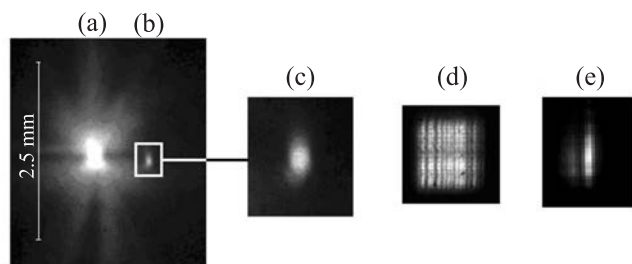


Рис. 6. Обскурограммы излучающей области стандартного X-пинча из 4-х медных проволок в двух каналах – открытом (a) и с Be фильтром (b); увеличенные изображения яркой точки (c); теневое кодированное изображение яркой точки этого гибридного пинча (d); истинное изображение, восстановленное по теневому кодированному изображению (e)

лучены восстановленные изображения как близких к точечным, так и протяженных источников, кото-

рые для пинчевой плазмы оказались состоящими из нескольких точечных источников.

Экспериментальные исследования и расчеты показали, что светосила КА значительно (в 18 раз) превышает светосилу применявшихся обскур с диаметром 130 мкм. Установлено, что пространственное разрешение КА оказалось значительно выше, чем пространственное разрешение этих обскур, что вместе с высокой светосилой КА позволило разрешить отдельные, даже близко расположенные яркие точки в тех случаях, когда обскуры не позволяли это сделать.

Дополнительные диагностики (обскурография и рентгеновское фотодетектирование), применяемые в данных экспериментах, позволили показать, что проведенные расчеты по восстановлению пространственной структуры источников излучения, исследуемых посредством КА, согласуются с результатами, полученными с помощью обскур и фотодетекторов, так что предложенная КА нового типа является подходящим инструментом для исследований плазмы пинчевого разряда.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. S.R. Gottesman and E.J. Schneid, IEEE Trans. Nucl. Sci. **33**(1), 745 (1986).

2. A. Iltis, Z. Hmissi, A. Kologrivov, A. Rupasov, E. Bolkhovitinov, V. Potapov, and O. Ivanov, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **1049**, 168121 (2023).
3. С. А. Пикуз, Т. А. Шелковенко, Д. А. Хаммер, Физика плазмы **41**(4), 319 (2015).
4. Т. А. Шелковенко, И. Н. Тиликин, Г. В. Иваненков, В. Степниевски, А. Р. Мингалеев, В. М. Романова, А. И. Агафонов, А. Д. Кахилл, К. Л. Хойт, П. А. Гордан, Д. А. Хаммер, С. А. Пикуз, Физика плазмы **41**(1), 54 (2015).
5. Т. А. Шелковенко, С. А. Пикуз, Д. А. Хаммер, Физика плазмы **42**(3), 234 (2016).
6. M. Z. Tarasko, Preprint FEI-156, Leypunsky Institute for Physics and Power Engineering, Obninsk, Russia (1969) [in Russian].
7. W. H. Richardson, J. Opt. Soc. Am. **62**, 55 (1972).
8. L. B. Lucy, Astron. Journ. **79**, 745 (1974).

Спектр неупругих столкновений медленных протонов в области молекулярных возбуждений воды

А. В. Багуля⁺¹⁾, В. М. Гришин⁺, И. Н. Завестовская^{+*}, В. А. Рябов⁺

⁺Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

^{*}Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 июля 2024 г.

После переработки 20 августа 2024 г.

Принята к публикации 20 августа 2024 г.

Спектр неупругих столкновений медленных протонов в области молекулярных возбуждений воды построен на основе комплексного показателя преломления воды, определяемого из оптических измерений в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах. В области атомных частот (энергий) спектр неупругих столкновений определялся по интегральному сечению поглощения рентгеновского и гамма излучений. Полученные спектры позволят расширить интервал применимости модели фотоионизации, что представляет интерес для улучшения дозиметрического планирования облучения пациентов при протонной (ионной) терапии.

DOI: 10.31857/S0370274X24090233, EDN: HWLQFM

1. Введение. Протонная терапия онкологических заболеваний [1] требует точного моделирования ионизации биологических сред в области пика Брэгга, отвечающей кинетической энергии протона меньше примерно 20 МэВ. Вода является основной составляющей биологических материалов человеческого тела, поэтому ионизационные эффекты медленных заряженных частиц в воде обсуждались в ряде статей, см. обзор [2] и указанные там ссылки.

В рамках программного пакета [3–5] развивается отдельный проект GEANT4-DNA [6–9], задачей которого является развитие электромагнитной физики низких энергий для моделирования прохождения излучений через биоматериалы, прежде всего через воду, которую часто используют для оценки дозиметрического планирования.

На рисунке 1 показана кривая Брэгга для поглощения протонов с начальной энергией 110 МэВ в воде. Кривая отвечает моделированию, выполненному с использованием предназначенного для медицинских исследований набора физических моделей QBVC-opt_4 [5] пакета GEANT4. Точки на рисунке соответствуют экспериментальным данным [10, 11]. Кривая и точки нормированы на максимум пика Брэгга на рис. 1. Видно, что кривая качественно описывает данные, однако пик Брэгга, особенно его ниспадающая часть, отвечающая самым медленным протонам, смещен. Приведенный χ^2 , отвечающий об-

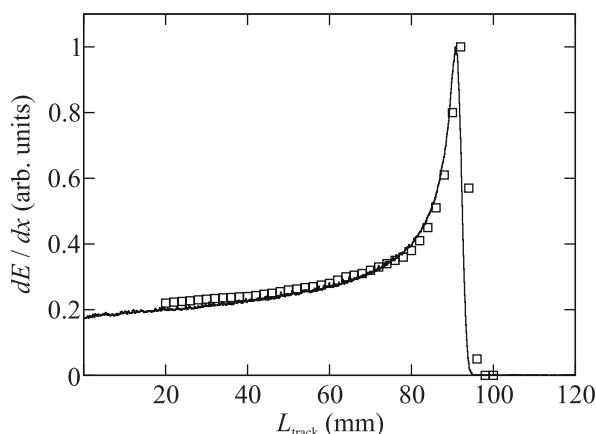


Рис. 1. Кривая Брэгга для поглощения протонов с начальной энергией 110 МэВ в воде. Кривая отвечает моделированию с использованием предназначенного для медицинских исследований набора физических моделей QBVC-opt_4 пакета GEANT4. Точки – эксперимент [10, 11]

ласти пика Брэгга 70–96 мм, равен примерно 170, что нельзя назвать удовлетворительным результатом моделирования.

В рамках пакета GEANT4 была разработана и реализована программно модель фотоионизации (МФИ, photo-absorption ionisation (PAI) model) [12], которую несмотря на относительную медленность можно модифицировать для расчетов дозиметрического планирования облучения пациентов в рамках протонной (ионной) терапии.

¹⁾e-mail: bagulyaav@lebedev.ru

Целью настоящей работы является определение спектра неупругих столкновений медленных заряженных частиц (протонов, электронов) для широкой области передач энергии от молекулярных возбуждений до атомных частот (энергий), в рамках МФИ.

2. Потери энергии медленных заряженных частиц в среде. В наиболее общей форме, следующей из квантовой механики [13] и квантовой электродинамики в среде [14], среднее число ионизирующих столкновений, $d^3\bar{N}_{||}/dxdkd\omega$, на единицу пути заряженной частицы, x , в единицу потерь энергии, ω , и в единицу потерь импульса, k , описывается следующим соотношением [14]:

$$\frac{d^3\bar{N}_{||}}{dxdkd\omega} = \frac{2\alpha}{\pi\hbar c} \frac{1}{k\beta^2} \text{Im} \left\{ \frac{-1}{\epsilon(\omega, k)} \right\}, \quad (1)$$

где α – постоянная тонкой структуры, $\hbar$ – постоянная Планка, а $\beta = v/c$ – отношение скорости частицы, v , к скорости света в вакууме, c . Множитель, $\text{Im}\{-1/\epsilon(\omega, k)\}$, называется функцией потерь энергии (ФПЭ, energy loss function – ELF). Она связана с диэлектрической проницаемостью среды, $\epsilon(\omega, k)$, являющейся комплексной величиной, что отражает поглощение электромагнитных волн в широком диапазоне энергий (частот). Соотношение (1) отвечает продольным потерям энергии ($||$) из-за кулоновского взаимодействия и является основным механизмом потерь энергии медленных частиц.

Определение зависимости диэлектрической проницаемости от k , пространственной дисперсии, является сложной проблемой и обычно описывается с помощью приближенных эмпирических моделей. Например, в проекте GEANT4-DNA используется модель Лоренца–Друда для набора гармонических осцилляторов с затуханием, требующая однако относительно большого числа настраиваемых эмпирических параметров (например, 27 параметров, отмеченных в [2]).

Другой подход основан на модели фотоионизации МФИ [15, 16]:

$$\text{Im} \left\{ \frac{-1}{\epsilon(\omega, k)} \right\} = \text{Im} \left\{ \frac{-1}{\epsilon(\omega)} \right\} H\left(\omega - \frac{k^2}{2m}\right) + \delta\left(\omega - \frac{k^2}{2m}\right) \frac{1}{\omega} \int_{\omega_{\min}}^{\omega} \omega' \text{Im} \left\{ \frac{-1}{\epsilon(\omega')} \right\} d\omega', \quad (2)$$

где m – масса электрона, H – ступенчатая функция Хевисайда, а δ – дельта-функция Дирака. В таком виде ФПЭ приблизительно описывает поверхность Бете для обобщенных сил осцилляторов [16, 17]. Величина $\omega_{\min}$ определяется нижней границей рассматриваемого спектра передач энергии в одном неупругом столкновении.

В оптическом приближении диэлектрическая проницаемость, $\epsilon(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega)$, приводит к следующей ФПЭ:

$$\text{Im} \left\{ \frac{-1}{\epsilon(\omega)} \right\} = \frac{\epsilon_2(\omega)}{|\epsilon(\omega)|^2} = \frac{\epsilon_2(\omega)}{\epsilon_1^2(\omega) + \epsilon_2^2(\omega)}, \quad (3)$$

которая будет использована для построения спектра неупругих столкновений медленных заряженных частиц в рамках МФИ в воде.

3. Диэлектрическая проницаемость воды в области молекулярных возбуждений. Диэлектрическая проницаемость среды в общем виде связана с комплексным показателем преломления следующим соотношением [18]:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega) = (n(\omega) + i\kappa(\omega))^2, \quad (4)$$

где n – показатель преломления среды, а κ – коэффициент поглощения электромагнитных волн.

В инфракрасной, видимой и ультрафиолетовой областях спектра удобно воспользоваться данными оптических измерений в воде для комплексного показателя преломления [19, 20]. В области передач энергий, отвечающих атомным оболочкам, выше первого потенциала ионизации можно связать мнимую часть диэлектрической проницаемости с сечением фотопоглощения, а для реальной ее части воспользоваться приближением высоких энергий:

$$\epsilon_2(\omega) \simeq \frac{\hbar c}{\omega} N_{at} \sigma_{\gamma}(\omega), \quad \epsilon_1(\omega) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \lesssim 1, \quad (5)$$

где $\sigma_{\gamma}(\omega)$ – сечение поглощения рентгеновских и гамма-квантов в воде, N_{at} – число молекул воды в единице объема, а ω_p – плазменная энергия воды (21.46 эВ). Сечение поглощения воды в рентгеновской и гамма-областях хорошо известно экспериментально и подробно табулировано [21]. Данные [19] и [21] перекрываются и могут быть плавно соединены в области 40–50 эВ.

На рисунках 2, 3 показаны зависимости реальной и мнимой частей диэлектрической проницаемости воды от энергии фотонов в области 10^{-3} – $5 \cdot 10^5$ эВ. На этих рисунках приняты следующие обозначения: пунктирная кривая отвечает данным [19], штриховая – данным [21], а сплошная является их объединением. Для такого же энергетического диапазона на рис. 4 приведена зависимость ФПЭ воды от энергии фотонов. Пунктирная кривая соответствует данным [21], а сплошная является объединением данных [19] и [21]. Точки отвечают экспериментальным измерениями в пучках синхротронного излучения:

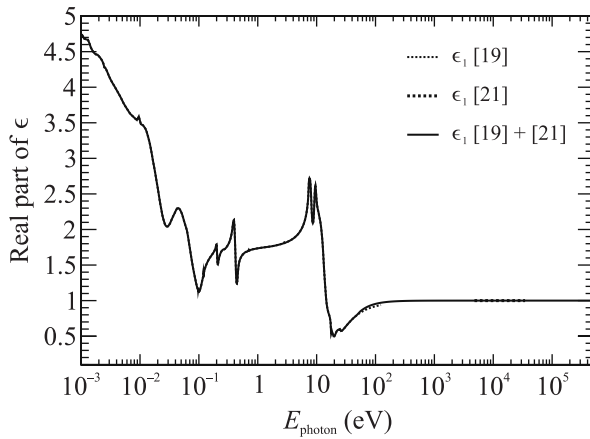


Рис. 2. Реальная часть диэлектрической проницаемости воды в зависимости от энергии фотонов. Пунктирная кривая отвечает оптическим данным [19], штриховая – данным фотоионизации [21], сплошная – их объединению

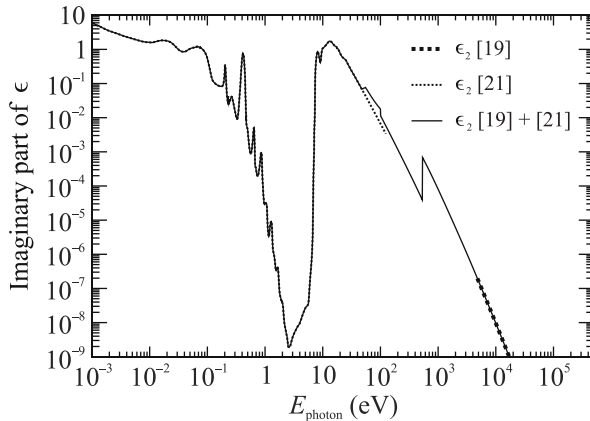


Рис. 3. Мнимая часть диэлектрической проницаемости воды в зависимости от энергии фотонов. Пунктирная кривая отвечает оптическим данным [19], штриховая – данным фотоионизации [21], сплошная – их объединению

открытые кружки [22], открытые квадраты [23]. Отметим, что данные на рис. 4 заметно отличаются, тогда как сплошная кривая проходит посередине между ними.

4. Обсуждение. Используя оптические данные для воды в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах, можно расширить описание ФПЭ из области атомных частот в широкую область молекулярных возбуждений. Нижняя граница ФПЭ около 10^{-3} эВ соответствует примерно длине волны электромагнитного излучения 100 микрон. Это характерный максимальный размер клетки человека, линейный размер которой распределен в интервале до примерно 100 микрон с максимумом поряд-

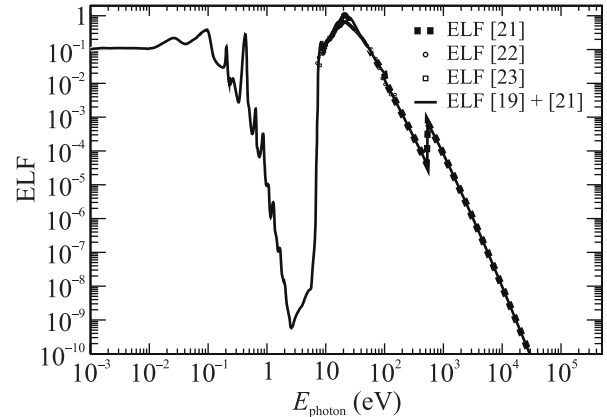


Рис. 4. Функция потерь энергии воды в зависимости от энергии фотонов. Пунктирная кривая отвечает оптическим данным фотоионизации [21], сплошная – их объединению с данными [19]. Точки: открытые кружки – эксперимент [22], открытые квадраты – данные [23]

ка 10 микрон [24]. Таким образом можно перекрыть широкий диапазон передач энергии при неупругих столкновениях медленной заряженной частицы с водой, включая характерные размеры молекул и клеток человека.

Проиллюстрируем применение ФПЭ воды в расширенном диапазоне передач энергии на примере спектра передач энергии протона (электрона) в воде в рамках МФИ. Соотношение (2) позволяет проинтегрировать (1) по переданному импульсу от нижнего предела, $k_{\min} \simeq \omega/v$, определяемого кинематикой неупругого столкновения до максимального значения $k_{\max} = \sqrt{2m\omega}$, отвечающего аргументу ступенчатой функции. Тогда спектр передач энергии в неупругих столкновениях, $d^2\bar{N}_{\parallel}/dxd\omega$, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{N}_{\parallel}}{dxd\omega} &= \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{d^3\bar{N}}{dxdk d\omega} dk = \\ &= \frac{1}{\pi\beta^2} \frac{\alpha}{\hbar c} \left[\frac{\epsilon_2(\omega)}{|\epsilon(\omega)|^2} \ln \left(\frac{2m v^2}{\omega} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\omega^2} \int_{\omega_{\min}}^{\omega} \omega' \frac{\epsilon_2(\omega')}{|\epsilon(\omega')|^2} d\omega' \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

На рисунке 5 показан расширенный спектр передач энергии протона с кинетической энергией 50 кэВ в воде в рамках МФИ. Спектр по форме в целом повторяет ФПЭ в области кинематически допустимых передач энергии. В области 0.4–0.5 эВ наблюдаются пики, связанные с колебаниями структуры молекулы воды (расстояние между атомами или угол между атомами водорода). Пик около 8 эВ отвечает процессам присоединения электрона к молекуле воды с образованием отрицательных ионов, H^- ,

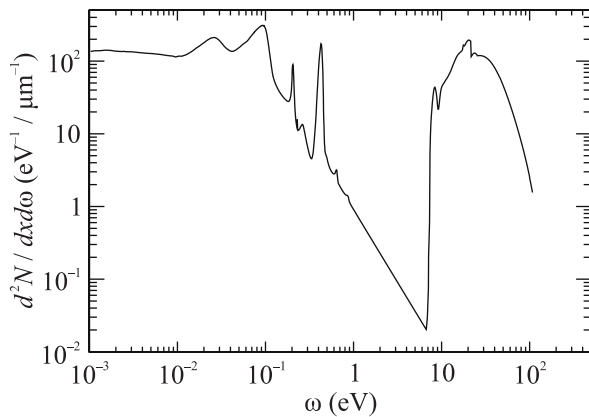


Рис. 5. Спектр передач энергии протонов с кинетической энергией 50 кэВ в воде

O^- или OH^- [25]. На краю кинематически возможных передач энергий для 50 кэВ-го протона находится широкий максимум ($\approx 20\text{--}50$ эВ), который связан с возбуждениями внешних оболочек атомов водорода и кислорода, а также с возникновением продольных колебаний, отвечающих плазменной частоте воды. Отметим наличие высокого и широкого плато передач энергии ниже 0.1 эВ, хотя его вклад в общий спектр неупругих столкновений мал из-за узости соответствующего интервала энергий. Результатом неупругих столкновений медленных протонов является появление вторичных электронов с кинетическими энергиями, отвечающими максимуму спектра на рис. 5. Их спектр, показанный для примера на рис. 6 для вторичного электрона с кинетической энергией 50 эВ, уже более смещен в область молекулярных возбуждений.

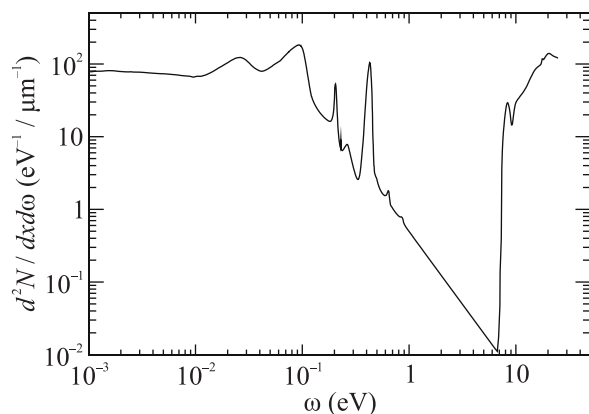


Рис. 6. Спектр передач энергии электронов с кинетической энергией 50 эВ в воде

Таким образом, впервые построен спектр неупругих передач энергии медленных заряженных частиц (протоны, электроны) в области молекулярных возбуждений воды в рамках МФИ (используемой здесь

как модель пространственной дисперсии) на основе оптических и фото-ионизационных данных, свободных от эмпирических параметров. Построение спектра передач энергии медленной заряженной частицы в рамках МФИ на основе экспериментальных данных, связанных с фотонами, вообще говоря, недооценивает вклад продольных возбуждений. Это требует дополнительного развития МФИ для описания ионизационных потерь медленных заряженных частиц, имеющих конечной целью улучшение точности дозиметрического планирования для протонной (ионной) терапии пациентов.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Соглашения # 075-15-2021-1347.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. V. Soloviev (editor), *Nanoscale insights into ion-beam cancer therapy*, Springer, Cham (2017).
2. D. Emfietzoglou, *Rad. Phys. Chem.* **66**, 373 (2003).
3. S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako et al. (GEANT4 collaboration), *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **506**, 250 (2003).
4. J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis et al. (GEANT4 collaboration), *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **53**, 270 (2006).
5. J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis et al. (GEANT4 collaboration), *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **835**, 186 (2016).
6. S. Incerti, G. Baldacchino, M. Bernal, R. Capra, C. Champion, Z. Francis, P. Guèye, A. Mantero, B. Mascialino, P. Moretto, P. Nieminen, C. Villagrasa, and C. Zacharatou, *Int. J. Model. Simul. Sci. Comput.* **1**, 157 (2010).
7. S. Incerti, A. Ivanchenko, M. Karamitros et al. (Collaboration), *Med. Phys.* **37**, 4692 (2010).
8. M. A. Bernal, M. C. Bordage, J. M. C. Brown et al. (Collaboration), *Phys. Med.* **31**, 861 (2015).
9. S. Incerti, I. Kyriakou, M. A. Bernal et al. (Collaboration), *Med. Phys.* **45**, 722 (2018).
10. I. Gudowska, N. Sobolevsky, P. Andreo, D. Belkić, and A. Brahme, *Phys. Med. Biol.* **49**, 1933 (2004).
11. U. Oelfke, G. K. Y. Lam, and M. S. Atkins, *Phys. Med. Biol.* **41**, 177 (1996).
12. J. Apostolakis, S. Giani, L. Urban, M. Maire, A. V. Bagulya, and V. M. Grichine, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **453**, 597 (2000).
13. U. Fano, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **13**, 1 (1963).
14. Д. А. Киржниц, В. В. Лосяков, В. А. Чечин, *ЖЭТФ* **97**, 1089 (1990). [D. A. Kirzhnits, V. V. Losyakov, and V. A. Chechin, *Sov. Phys. JETP* **70**, 609 (1990)].

15. W. W. Allison and J. H. Cobb, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **30**, 253 (1980).
16. В. С. Асосков, В. М. Гришин, Е. Л. Ермилова, Л. П. Котенко, Г. И. Мерзон, В. А. Чечин, Труды ФИАН **140**, 1 (1982) [V. S. Asoskov, V. M. Grishin, V. K. Ermilova, L. P. Kotenko, G. I. Merzon, and V. A. Chechin, *Tr. Fiz. Inst. im. P. N. Lebedeva, Akad. Nauk SSSR* **140**, 1 (1982)].
17. M. Inokuti, *Rev. Mod. Phys.* **43**, 297 (1971).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика: учеб. пособ.: для вузов, в 10 т. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред*, 2-е изд., Физматлит, М. (1982), 621 с. [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, Oxford-New York-Beijing-Frankfurt (1984)].
19. D. J. Segelstein, *The complex refractive index of water*, MD, Kansas City, Missouri (1981).
20. <https://www.oceanopticsbook.info/view/optical-constituents-of-the-ocean/water>.
21. F. Biggs and R. Lighthill, *Analytical Approximation for X-ray Cross Sections*, SAND-0070, May (1990).
22. H. Hayashi, N. Watanabe, Y. Udagawa, and C.-C. Kao, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA (PNAS)* **97**, 6264 (2000).
23. J. M. Heller, R. N. Hamm, R. D. Birkhoff, and L. R. Painter, *J. Chem. Phys.* **60**, 3483 (1974).
24. I. A. Hatton, E. D. Galbraith, N. S. C. Merleau, T. P. Miettinen, B. McDonald Smith, and J. A. Shander, *PNAS* **120**, 1 (2023).
25. Y. Itikawa and N. Mason, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **34**, 1 (2005).

Субтерагерцовый отклик планарных фосфолипидных мембран в неупругом рассеянии света

С. В. Адищев, Е. А. Добрынина, Н. В. Суровцев¹⁾

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 23 июля 2024 г.

После переработки 20 августа 2024 г.

Принята к публикации 21 августа 2024 г.

Методом низкочастотного комбинационного рассеяния света исследованы гидратированные планарные образцы фосфолипидных бислоев при комнатной температуре. Показано, что в субтерагерцовом диапазоне проявляется релаксационный отклик, спектральная форма которого соответствует широкому распределению времени релаксации в пикосекундном диапазоне. Спектральная восприимчивость релаксационного отклика описывается степенной функцией с показателем степени 0.25, одинакова для гелевой и флюидной фаз фосфолипидных бислоев, и не зависит от степени насыщенности углеводородных хвостов различных фосфолипидов. Субтерагерцовый релаксационный отклик может рассматриваться как элементарный акт релаксации, предшествующий более медленным релаксационным движениям, таким как латеральная диффузия, изменения толщины или кривизны фосфолипидного бислоя.

DOI: 10.31857/S0370274X24090243, EDN: HXGHDF

Введение. Самая быстрая релаксация, связанная со смещениями атомов в конденсированных средах, находится в пикосекундном диапазоне. Эта релаксация проявляется в спектральном диапазоне 1–1000 ГГц и может рассматриваться как прекурсор для более медленных релаксационных движений. В случае стеклющихся материалов за этой релаксацией закрепился термин “быстрая релаксация” (fast relaxation) в отличие от структурной релаксации (α relaxation) и некоторых других типов релаксационного отклика. Имеется внушительный набор данных по характеристике быстрой релаксации в стеклющихся материалах и ее взаимосвязи со структурной релаксацией [1–6]. Одним из наиболее доступных методов изучения быстрой релаксации является спектроскопия неупругого рассеяния света с применением решеточных и интерферометрических спектрометров [1, 7, 8]. Наиболее характерной чертой быстрой релаксации является широкое распределение времен релаксации, часто приводящее к степенной зависимости для спектральной восприимчивости

$$\chi''_{LS}(\nu) \propto \nu^\beta, \quad (1)$$

где ν – частота, а $0 < \beta \leq 1$. Обзор известного набора экспериментальных данных для быстрой релаксации в стеклющихся материалах, полученных методом неупругого рассеяния света, представлен в [9].

Молекулярные бислои, формирующиеся из фосфолипидов в присутствии воды, активно изучаются различными экспериментальными методами, так как представляют собой основу биологических мембран, а также имеют высокий потенциал применений в медицине как средства доставки лекарственных средств и как объект анализа при изучении экзосом [10–13]. С другой стороны, фосфолипидные бислои представляют собой уникальный физический объект, в котором относительно подвижные и конформационно гибкие молекулы собраны в молекулярный бислой, сочетая свойства трансляционно упорядоченной и неупорядоченной конденсированной среды, имеющей черты двумерного материала [14]. Неясно – как особенности структурной организации фосфолипидных слоев отражаются на их гигагерцовом и терагерцовом отклике, как этот отклик связан с параметрами слоев, их стабильностью, фазовым состоянием, характером взаимодействия с лекарственными и другими молекулами.

Ранее, используя спектроскопию низкочастотного комбинационного рассеяния света (КРС), нами было показано, что в диапазоне 1–6 ТГц спектров водных суспензий фосфолипидных везикул проявляются акустоподобные колебательные состояния [15]. Эти акустические моды проявляются в спектре неупругого рассеяния света из-за нарушения правила отбора по волновому вектору аналогично так называемому бозонному пику в случае стеклющихся материалов или спектру ТА мод в кристаллах с на-

¹⁾e-mail: snv@iae.nsk.su

рушением кристаллического порядка [16]. Поведение терагерцовых спектров КРС от фосфолипидных бислоев разумно согласуется с ожиданиями от кривых дисперсий, полученных методами неупругого рассеяния нейтронов [17] или синхротронного излучения [18]. Спектры низкочастотного КРС несколько отличаются для упорядоченного (гелевого) и неупорядоченного (флюидного) фазовых состояний фосфолипидного бислоя, что открывает перспективы использования низкочастотного КРС для задач определения сосуществующих латеральных доменов [19]. Неожиданной особенностью низкочастотных спектров КРС в работах [15, 19] оказался пик в спектре восприимчивости в районе 0.3 ТГц, который не показывал разумной концентрационной зависимости в двухкомпонентных везикулах. Кроме того, авторам [15, 19] не удалось получить достоверную информацию о спектре фосфолипидных бислоев для частот ниже 0.3 ТГц. По-видимому, неопределенность в спектрах была связана с необходимостью вычитания заметного вклада от воды в случае водных суспензий.

С другой стороны, поляризуемость воды для терагерцовых отстроек в спектре КРС заметно меньше, чем у молекул фосфолипида, и если бы фосфолипидные слои содержали только гидратирующую воду между бислоями, то ее вкладом можно было бы пренебречь. Такую ситуацию можно реализовать с помощью гидратации фосфолипидных бислоев через насыщенный водяной пар. Более того, использование планарных образцов позволило бы определить поляризационные свойства терагерцовых спектров КРС. Эта идея была реализована в настоящей работе по низкочастотному КРС от гидратированных планарных образцов фосфолипидных бислоев.

Образцы и экспериментальная техника. Было исследовано четыре различных фосфолипида, включающих DPPC (1,2-dipalmitoyl-sn-glycero-3-phosphocholine) и DMPC (1,2-dimyristoyl-sn-glycero-3-phosphocholine) с насыщенными углеводородными хвостами длиной 16 и 14 углеродов соответственно; POPC (1-palmitoyl-2-oleoyl-glycero-3-phosphocholine), один из углеводородных хвостов содержит двойную (ненасыщенную) связь, и DOPC (1,2-dioleoyl-sn-glycero-3-phosphocholine), у которого оба углеводородных хвоста содержат ненасыщенную связь. Эти фосфолипиды отличаются температурой перехода гель-флюид и при комнатной (298 K) температуре DMPC, POPC, DOPC находятся во флюидном фазовом состоянии, а DPPC находится в гелевом состоянии. Планарные образцы фосфолипидных

слоев были приготовлены методом осаждения из суспензии однослойных везикул микронного размера на тонкие (170 мкм) подложки силикатного стекла, как описано в [20]. Толщина осажденного фосфолипидного материала составляла несколько микрон. Для спектроскопических экспериментов образцы помещались в герметичную камеру со 100 % влажностью, наполненную аргоном, полная гидратация образцов была проверена по температуре перехода гель-флюид.

Эксперименты по низкочастотному КРС проводились в так называемой геометрии 90А, когда возбуждающий лазерный луч проходит через образец, рассеянный свет собирается под прямым углом, а плоскость тонкого образца делит этот прямой угол пополам. Длина волны лазера 532 нм, регистрация спектров КРС использовала трехрешеточный спектрометр с многоканальной камерой, методика регистрации низкочастотных спектров в целом была аналогична работе [21], но добавлена вертикальная диафрагма 150 мкм на входной щели спектрометра, позволяющая существенно подавлять вклад от подложки. Для вычитания оставшегося вклада силикатной подложки спектры подложек были независимо измерены. В работе использовались вращатели поляризации и поляризационные анализаторы, позволившие исследовать чувствительность спектров к различным поляризационным условиям. Для представления данных в виде восприимчивости для неупругого рассеяния света $\chi''_{LS}(\nu)$ спектры КРС образцов фосфолипидов $I(\nu)$ были поделены на фактор Бозе-Эйнштейна $n(\nu, T)$,

$$\chi''_{LS}(\nu) = \frac{I(\nu)}{n(\nu, T) + 1}.$$

Экспериментальные результаты и обсуждение. На рисунке 1 представлены спектры КРС гидратированных планарных мембран DOPC для трех поляризационных геометрий: VV, VH и HH, где V и H соответственно обозначают вертикальную и горизонтальную поляризации относительно плоскости рассеяния. Спектры нормированы на величину максимума в $\chi''_{LS}(\nu)$. Видно, что форма спектра одинакова для всех поляризационных геометрий. Это означает, что в смещениях атомов, дающих вклад в спектр, доминирует поперечный или ориентационный тип движения. На рисунке 1 представлено также сравнение с низкочастотным спектром DOPC, полученным для суспензии везикул в работе [19]. Видно в целом хорошее согласие за исключением отсутствия моды на 0.3 ТГц, названной “слоевой модой” в [19].

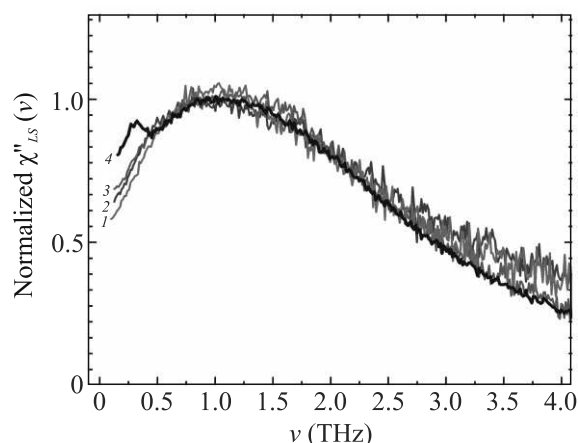


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектры КРС в представлении восприимчивости от гидратированного планарного DOPC для поляризационных геометрий VH (1), VV (2) и HH (3). 4 – спектр DOPC для суспензии везикул из работы [19]

Для выяснения природы слоевой моды были проведены дополнительные исследования, часть результатов которых представлена на рис. 2. Видно, что проявление слоевой моды в спектре КРС не зависит от планарности образца, а зависит от наличия избытка воды по сравнению с водой, гидратирующей фосфолипидный слой. Считается, что отношение межслоевой воды к массе фосфолипида одинакова для суспензий многослойных везикул и фосфолипидных планарных слоев в условиях 100 % влажности [14]. Отметим, что для суспензии везикул на рис. 2 вклад объемной воды был вычтен, как описано в [19], и что спектр объемной воды не содержит этого пика. Предложено объяснение, что слоевая мода запрещена правилами отбора в КРС, которые частично нарушаются изгибными модами фосфолипидного слоя, высвобождаемыми при избытке воды.

Отсутствие вклада слоевой моды в случае планарных образцов дает уникальную возможность изучить область ниже 0.5 ТГц, в которой ожидается доминирование релаксационного вклада. Сравнение с характерными колебательными спектрами стеклующихся материалов показывает, что на частотах выше 0.5 ТГц спектр фосфолипида похож на спектр бозонного пика, который определяется локализованными акустоподобными колебательными модами (на рис. 2 показано сравнение со спектром полиизопрена при 200 К, когда вкладом быстрой релаксации можно пренебречь [22], для наглядности спектр полиизопрена сжат по оси частот с коэффициентом 0.94). Отметим, что в условиях полной гидратации и при температурах выше 0 °С не проявляются моды, ко-

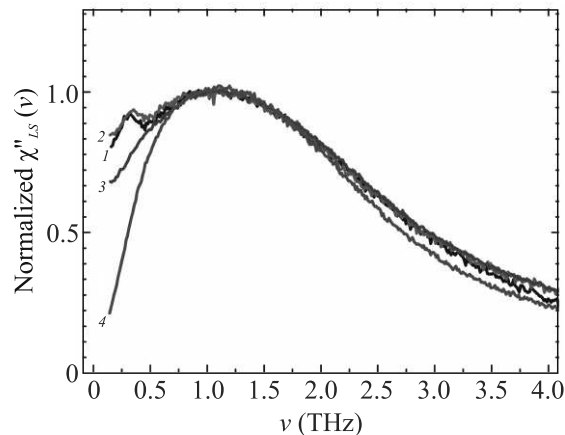


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры КРС в представлении восприимчивости: 1 – суспензия везикул DOPC; 2 – 100 мкм образец суспензии везикул DOPC; 3 – слой везикул DOPC гидратированных 100 % влажностью; 4 – спектр полиизопрена при 200 К из работы [22], сжатый по оси частот с коэффициентом 0.94

торые хорошо соответствуют собственным колебаниям фосфолипидного слоя как целого, наблюдаемых в предыдущих работах [21, 23, 24].

Отклонение кривой 3 на рис. 2 от ожидания для бозонного пика при частотах ниже 0.5 ТГц свидетельствует о преобладании релаксационного вклада в этой области.

На рисунке 3 проведено сравнение низкочастотного спектра КРС для различных фосфолипидов, исследованных в настоящей работе. Спектры на рис. 3 нормированы на максимум $\chi''_{LS}(\nu)$ и представлены в двойном логарифмическом масштабе. Видно, что низкочастотные спектры совпадают для различных фосфолипидов во флюидной фазе, несмотря на различия в насыщенности углеводородных хвостов и ожидаемыми несоответствиями в статистике различных конформационных состояний.

Двойной логарифмический масштаб, использованный на рис. 3, позволяет визуализировать, что на частотах ниже 0.6 ТГц релаксационный вклад хорошо описывается степенной функцией с показателем степени существенно меньше единицы. Следовательно, релаксационный отклик в субтерагерцовом диапазоне определяется очень широким распределением времен релаксации.

Степенная функция с той же степенью 0.25 разумно описывает и низкочастотную часть спектра DPPC, находящегося в гелевой фазе (рис. 3). Различие в амплитуде по сравнению с флюидными фазами может быть отнесено к выбранному способу нормировки, который чувствителен к изменению колеба-

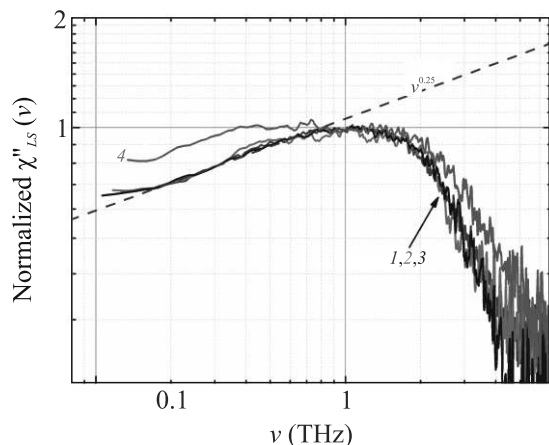


Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектры КРС в представлении восприимчивости от гидратированных планарных фосфолипидов: 1 – DOPC; 2 – POPC; 3 – DMPC; 4 – DPPC. Штриховая линия – функция $\nu^{0.25}$

тельного спектра в более упорядоченной гелевой фазе по сравнению со случаем флюидной фазы [19].

Представляется интересным рассмотреть поведение релаксационного отклика гидратированных фосфолипидных бислоев для более низких частот. Экспериментально это требует применение многопроходного интерферометра Фабри–Перо, который измеряет сигнал в одноканальном режиме, что делает затруднительным накопление сигнала для тонких фосфолипидных образцов. Второй проблемой является необходимость подавления вклада от линий Манделштама–Бриллюэна. Тем не менее, используя шестипроходной тандем интерферометров Фабри–Перо, очень длительные времена накопления (несколько десятков часов на один спектр) и объединение данных от спектров с разным значением области свободной дисперсии, мы смогли получить достоверный спектр от гидратированных бислоев DMPC для рассеяния с поворотом поляризации, позволяющим максимально подавить вклады от пиков продольных фононов. На рисунке 4 изображены спектры от решеточного спектрометра и от тандема интерферометров Фабри–Перо. Острый пик возле 30 ГГц соответствует остаточному вкладу от акустического фона стекла подложки. Рисунок 4 позволяет оценить, что степенная функция $\nu^{0.25}$ описывает релаксационный спектр в диапазоне от 600 ГГц и до частот порядка 20 ГГц.

Рассматриваемые в предыдущих работах релаксационные движения фосфолипидных бислоев включают латеральную подвижность молекул, изгибы и протрузии слоев, флуктуации толщины бислоя, вращения и качания молекул как целого [25–27]. Счита-

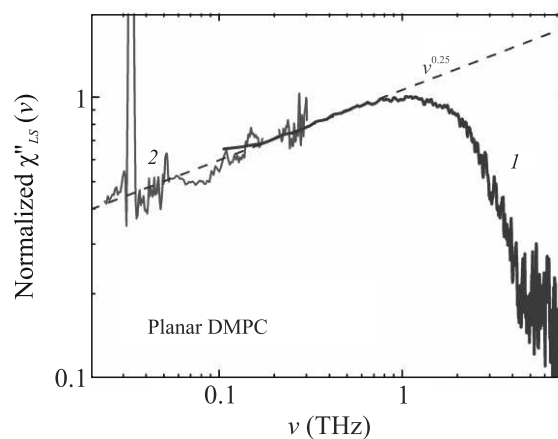


Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры неупругого рассеяния в представлении восприимчивости от гидратированных планарных бислоев DMPC: 1 – спектр решеточного спектрометра; 2 – спектр тандема интерферометров Фабри–Перо. Штриховая линия – функция $\nu^{0.25}$

ется, что эти движения происходят в нано- и микросекундном временных диапазонах. Быстрая релаксация, обнаруженная в настоящей работе в диапазоне 20–600 ГГц, определяется быстрыми движениями (из условия максимума восприимчивости для экспоненциальной релаксации $2\pi\nu\tau = 1$, 1 нс соответствует 0.16 ГГц). По аналогии с быстрой релаксацией в стеклющихся материалах, эти движения могут быть связаны с релаксацией от акустоподобных мод поперечного типа. Можно предположить, что в случае фосфолипидов ангармоничность потенциала либрационных движений для конформации углеводородного хвоста определяет эту релаксацию. Как более быстрая, субтерагерцовая релаксация предшествует более медленным релаксациям и взаимодействует с ними. Интересно отметить, что методы молекулярной динамики предсказывают неэкспоненциальное затухание релаксационного отклика, начиная с 0.1 пс [28], что согласуется с нашим выводом о широком распределении времен релаксации.

Закключение. В спектрах неупругого рассеяния гидратированных планарных фосфолипидных бислоев обнаружен релаксационный вклад, который преобладает на частотах ниже 0.6 ТГц. Наблюдаемый вклад для фосфолипидных бислоев может рассматриваться как аналог быстрой релаксации в стеклющихся материалах. Этот релаксационный отклик соответствует широкому распределению времен релаксации и в представлении восприимчивости описывается степенной функцией с показателем степени 0.25 по крайней мере до частот порядка 20 ГГц. Релаксационный спектр фосфолипидных бислоев име-

ет похожую спектральную форму для гелевой и флюидной фазы. Субтерагерцовая релаксация является самой короткой в фосфолипидных слоях, она предшествует более медленным релаксационным движениям, связанными с латеральной диффузией, изменениями толщины или кривизны фосфолипидного бислоя.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект # 23-22-00221).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. G. Li, W.M. Du, X.K. Chen, H.Z. Cummins, and N. J. Tao, *Phys. Rev. A* **45**(6), 3867 (1992).
2. E. Rössler, V.N. Novikov, and A.P. Sokolov, *Phase Transit.* **63**(1–4), 201 (1997).
3. K.L. Ngai, *J. Phys. Condens. Matter* **12**(29), 6437 (2000).
4. N. Petzold, B. Schmidtke, R. Kahlau, D. Bock, R. Meier, B. Micko, D. Kruk, and E. A. Rossler, *J. Chem. Phys.* **138**, 12A510 (2013).
5. L. Zella, J. Moon, D. Keffer, and T. Egami, *Acta Mater.* **239**, 118254 (2022).
6. Q. Wang, J.J. Liu, Y.F. Ye, T.T. Liu, S. Wang, C.T. Liu, J. Lu, and Y. Yang, *Mater. Today* **20**(6), 293 (2017).
7. A. Brodin, L. Börjesson, D. Engberg, L.M. Torell, and A.P. Sokolov, *Phys. Rev. B* **53**(17), 11511 (1996).
8. N. V. Surovtsev, J. A. H. Wiedersich, V.N. Novikov, E. Rossler, and A.P. Sokolov, *Phys. Rev. B* **58**(21), 14888 (1998).
9. S. V. Adichtchev, N. V. Surovtsev, J. Wiedersich, A. Brodin, V.N. Novikov, and E. A. Rossler, *J. Non-Cryst. Solids* **353**(16–17), 1491 (2007).
10. G. van Meer, D. R. Voelker, and G. W. Feigenson, *Nat. Rev. Mol. Cell Biol.* **9**(2), 112 (2008).
11. T. Yasuda, H. Tsuchikawa, M. Murata, and N. Matsumori, *Biophys. J.* **108**(10), 2502 (2015).
12. G. van Niel, G. d'Angelo, and G. Raposo, *Nat. Rev. Mol. Cell Biol.* **19**(4), 213 (2018).
13. N. Marasini, K. A. Ghaffar, M. Skwarczynski, and I. Toth, in *Micro and Nanotechnology in vaccine Development*, ed. by M. Skwarczynski and I. Toth, William Andrew Publishing, Amsterdam (2017), p. 221.
14. J. F. Nagle and S. Tristram-Nagle, *Biochim. Biophys. Acta (BBA)-Biomembr.* **1469**(3), 159 (2000).
15. N. V. Surovtsev and S. V. Adichtchev, *J. Raman Spectrosc.* **51**(6), 952 (2020).
16. J. Jäckle, in *Amorphous Solids: Low-Temperature Properties*, ed. by W. A. Phillips, Springer-Verlag, Berlin (1981), p. 135.
17. M. C. Rheinstadter, C. Ollinger, G. Fragneto, F. Demmel, and T. Salditt, *Phys. Rev. Lett.* **93**(10), 108107 (2004).
18. T. M. Weiss, P. J. Chen, H. Sinn, E. E. Alp, S. H. Chen, and H. W. Huang, *Biophys. J.* **84**(6), 3767 (2003).
19. N. V. Surovtsev and S. V. Adichtchev, *Phys. Rev. E* **104**, 054406 (2021).
20. E. A. Dobrynina, V. A. Zykova, and N. V. Surovtsev, *Chem. Phys. Lipids* **256**, 105335 (2023).
21. D. V. Leonov, S. V. Adichtchev, S. A. Dzuba, and N. V. Surovtsev, *Phys. Rev. E* **99**, 022417 (2019).
22. H. Svajdlenkova, O. Sausa, S. V. Adichtchev, N. V. Surovtsev, V. N. Novikov, and J. Bartos, *Polymers* **13**(2), 294 (2021).
23. E. Jürgens, J. Geurts, W. Richter, and E. Sackmann, *J. Chem. Phys.* **84**, 3726 (1986).
24. N. V. Surovtsev, A. A. Dmitriev, and S. A. Dzuba, *Phys. Rev. E* **95**, 032412 (2017).
25. S. Gupta, J. U. De Mel, and G. J. Schneider, *Curr. Opin. Colloid Interface Sci.* **42**, 121 (2019).
26. L. Lautner, K. Pluhackova, N. K. H. Barth, T. Seydel, W. Lohstroh, R. A. Bockmann, and T. Unruh, *Chem. Phys. Lipids* **206**, 28 (2017).
27. V. K. Sharma and E. Mamontov, *Prog. Lipid Res.* **87**, 101179 (2022).
28. E. Lindhal and O. Edholm, *J. Chem. Phys.* **115**, 4938 (2001).

Содержание
Том 120, выпуск 5
Астрофизика и космология

Попель С.И., Голубь А.П., Зеленый Л.М. К вопросу о плазменно-пылевых процессах в физике комет	317
---	-----

Оптика, лазерная физика

Царёв Д.В., Моругин Е.С., Алоджанц А.П. Случайная лазерная генерация в условиях диссипативного туннелирования в сетевом квантовом материале	326
---	-----

Савостьянов А.О., Наумов А.В. Индуцированное фононами уширение спектральной линии в примесном стекле в рамках модели резонансных колебательных мод: тетра-трет-бутилтеррилен в полиизобутилене	333
--	-----

Кудряшов С.И., Смирнов Н.А., Буга С.Г., Бланк В.Д., Пахольчук П.П., Буслеев Н.И., Корнилов Н.В. Гибридное фотовозбуждение сверхчистого алмаза фемтосекундными лазерными импульсами среднего ИК-диапазона	340
--	-----

Плазма, гидро- и газодинамика

Быченков В.Ю., Ковалев В.Ф. Самозахват лазерного света для ультрарелятивистских интенсивностей	346
--	-----

Конденсированное состояние

Кривобок В.С., Ерошенко Г.Н., Муратов А.В., Николаев С.Н., Клековкин А.В., Минаев И.И., Савин К.А., Пашкеев Д.А., Дубовая А.Р., Алещенко Ю.А., Ченцов С.И. Одноэлектронный спектр короткопериодной InAs/GaSb сверхрешетки с интерфейсной компенсацией напряжений	354
--	-----

Миньков Г.М., Рут О.Э., Шерстобитов А.А., Германенко А.В., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н. Вклад осцилляций уровня Ферми в шубниковские и магнито-межподзонные осцилляции в одиночных квантовых ямах HgTe	359
---	-----

Лихачев К.В., Скоморохов А.М., Учаев М.В., Успенская Ю.А., Козловский В.В., Левинштейн М.Е., Елисеев И.А., Смирнов А.Н., Крамущенко Д.Д., Бабунц Р.А., Баранов П.Г. Локальная диагностика спиновых дефектов в облученных SiC-диодах Шоттки	367
--	-----

Orlova N.N., Avakyants A.A., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. Crossover from relativistic to non-relativistic net magnetization for MnTe altermagnet candidate	374
---	-----

Методы теоретической физики

Элиович Я.А., Петров И.И., Коржов В.А., Аккуратов В.И., Писаревский Ю.В. Новые возможности для анализа деформаций колеблющихся кристаллов с помощью рентгеновской визуализации кривой качания	377
---	-----

Содержание
Том 120, выпуск 6
Поля, частицы, ядра

Воробьев А.С., Гагарский А.М., Щербаков О.А., Вайшнине Л.А., Тягельская А.М., Ольхович Н.М., Барабанов А.Л. Измерение сечения деления ядер ^{237}Np нейтронами с энергиями 0.3–500 МэВ	385
---	-----

Абрамов В.В., Моисеев В.В., Алексеев И.Г., Бажанов Н.А., Борисов Н.С., Васильев А.Н., Гончаренко Ю.М., Городнов И.С., Гриднев А.Б., Калугин Н.К., Козленко Н.Г., Мельник Ю.М., Мещанин А.П., Минаев Н.Г., Морозов Д.А., Мочалов В.В., Неганов А.Б., Нестеров В.М., Новиков К.Д., Новинский Д.В., Ногац Л.В., Нурушева М.Б., Прудкогляд А.Ф., Рыжиков С.В., Рыков В.Л., Рыльцов В.В., Рязанцев А.В., Самигуллин Э.И., Свирида Д.Н., Семенов П.А., Узунян А.В., Усов Ю.А., Якутин А.Е. Наблюдение поляризации Λ -гиперонов, образованных при взаимодействии K^- -мезонов с ядрами .	393
---	-----

Астрофизика и космология

Журавлев В.М. Поле тяготения сплошной самогравитирующей среды и “темная материя”	400
--	-----

Глушков А.В., Ксенофонтов Л.Т., Лебедев К.Г., Сабуров А.В. Оценка состава космических лучей сверхвысоких энергий методом мюонной корреляции по данным Якутской установки ШАЛ	409
--	-----

Оптика, лазерная физика

Башаров А.М. Интерференционные резонансы фотона и нелинейности в ангармоническом осцилляторе	417
--	-----

Конденсированное состояние

Юрков А.С., Юдин П.В. О флексоэлектричестве в многодоменном сегнетоэлектрике	424
--	-----

Кудасов Ю.Б. Обобщенная теорема Блоха и топология зонной структуры	430
--	-----

Буньков Ю.М., Белотелов В.И., Ветошко П.М., Князев Г.А., Кузмичев А.Н., Петров П.Е. Магнанный сверхток и сброс фазы в пленке железо-иттриевого граната	436
--	-----

Владимиров М.В., Полозов С.М., Рашиков В.И. Транспорт электронов в фотокатодах как отклик на индуцирующий фотоэффект лазерный импульс	444
---	-----

Ларионов А.В., Журавлев А.С., Кулик Л.В., Загитова А.А., Кукушкин И.В. Сверхдолгоживущие нейтральные возбуждения лафлиновской жидкости $1/3$	451
--	-----

Методы теоретической физики

Kiselev A.V., Nevzorov A.A., Burtsev A.A., Mikhalevsky V.A., Eliseev N.N., Ionin V.V., Lotin A.A. Optically controlled fine-tuning phase shift cell based on thin-film $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ for light beam phase modulation	457
--	-----

Болховитинов Е.А., Рупасов А.А., Кологривов А.А., Пикуз С.А., Тиликин И.Н., Шелковенко Т.А., Иванов О.П., Потапов В.Н. Исследование пространственного распределения излучения плазмы X-пинчей с помощью кодирующей апертуры нового типа	459
---	-----

Биофизика

Багуля А.В., Гришин В.М., Завестовская И.Н., Рябов В.А. Спектр неупругих столкновений медленных протонов в области молекулярных возбуждений воды	465
--	-----

Адищев С.В., Добрынина Е.А., Суровцев Н.В. Субтерагерцовый отклик планарных фосфолипидных мембран в неупругом рассеянии света	470
---	-----

