
НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

**Динамический межотраслевой баланс
как инструмент анализа структурной политики**

© 2024 г. Е.Л. Торопцев, М.М. Кандохова, Н.Г. Гудиева

Е.Л. Торопцев

Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь; e-mail: eltoroptsev@yandex.ru

М.М. Кандохова,

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик; e-mail: mrkand@mail.ru

Н.Г. Гудиева,

Северо-Кавказский центр математических исследований, Ставрополь; e-mail: gudieva82@bk.ru

Поступила в редакцию 29.11.2023

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (№ 24-28-00056) (<https://rscf.ru/project/24-28-00056/>).

Аннотация. Настоящая работа расширяет круг инструментов анализа и разработки структурной политики за счет применения динамического межотраслевого баланса, записанного в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Это стало возможным после публикации нами ранее вариантов оцифровки и калибровки такой структурной модели и перевода ее из набора чисто теоретических конструкций во множество вычислимых и практически полезных моделей. Формально оцифровка модели возможна при введении в научный оборот и расчете матрицы собственных (внутриотраслевых) и взаимных (межотраслевых) инерционных элементов, элементы которой имеют размерность времени. Сама вводимая в рассмотрение матрица располагается в модели на месте матрицы приростных фондоемкостей. Последняя отличается всеми научными обоснованиями, однако нам не известно ни одного статистического института в мире, который разрабатывает эту матрицу и публикует для экономики какой-либо страны или региона мира. Матрица приростных фондоемкостей в мировой статистике totally отсутствует. Вторым фактором, обеспечивающим практическую ценность модели, является использование для ее калибровки матрицы коэффициентов финансовых потоков. Выполненные и представленные расчеты позволяют заключить, что на интервале публикации Росстатом базовых таблиц «затраты—выпуск» модель обеспечивает уверенное прогнозирование валового производства в текущих и сопоставимых ценах. В предлагаемом виде модель претендует на использование в качестве одного из инструментов анализа структурных изменений в отечественной экономике, для сопоставлений экономической динамики России с тенденциями в других развитых и развивающихся экономиках. Оцифровка модели для регионов позволила бы выполнять аналогичную работу на мезоуровне.

Ключевые слова: динамический межотраслевой баланс, оцифровка модели, оптимизация динамических свойств, калибровка модели, матрица межотраслевых инерционных элементов, структурная политика.

Классификация JEL: B41, C02, C61, C68.

УДК: 330.366.

Для цитирования: **Торопцев Е.Л., Кандохова М.М., Гудиева Н.Г.** (2024). Динамический межотраслевой баланс как инструмент анализа структурной политики // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 3. С. 43–53. DOI: 10.31857/S0424738824030049

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

Предлагаемая вниманию читателя статья располагается в цикле исследований авторов (Торопцев, Мараховский, 2022а, 2022б; Торопцев, Кандохова, Гудиева, 2023). Работа основана на понимании того, что экономическая динамика, как и вообще любая динамика, часто и естественно *формализуется дифференциальными уравнениями и их разностными аналогами*. При этом для анализа структурных свойств экономики как системы, разработки инструментов формирования структурной политики *динамический межотраслевой баланс* (МОБ) представляется весьма привлекательным. Отсутствующие в мировой экономической науке практики оцифровки динамического МОБ

в указанном виде впервые представлены нами, в том числе на страницах указанных выше изданий. Данная работа предлагает оцифровку модели на основе базовых таблиц «затраты—выпуск» (ТЗВ) с последующим анализом структурных динамических свойств в разрезе 98 видов экономической деятельности (ВЭД).

Возвращение внимания к структурной политике со стороны государства отмечается примерно с 2010 г. (НИУ ВШЭ, 2018). Такой подход адекватен проблеме исследования экономической динамики (Lin, 2011). Он же анализирует взаимосвязи структурных изменений с экономическим ростом (Silva, Teixeira, Augusto, 2008). При этом *Новая структурная экономика* рассматривает *структурные изменения* в качестве одного из *источников экономического роста* (Гусев и др., 2018). Бытует и противоположная оценка, но ясно одно: между двумя этими категориями естественным образом имеет место положительная корреляционная связь (UNIDO, 2016). В данном изложении для нас важен статистический факт того, что со второй половины XX в. все длительные периоды экономического роста в мире (Ксенофонов, Ползиков, 2018), которым ставили в соответствие термин «экономическое чудо», происходили на фоне значительных структурных изменений (McMillan, Rodrik, Sepulveda, 2017; Diao, McMillan, Rodrik, 2017).

На сегодняшний день единой теории структурных трансформаций не существует, а у имеющих теоретические построения носят в основном объясняющий характер (Field, Kruger, 2008). Доступные для анализа и прогнозирования задачи решаются на основе применения методов экономической статистики, эконометрики, финансовой математики, ценовых оценок, расчетов по канонам теории индексов (Узякова Е., Узяков Р., 2018). Набор вариантов анализа, предлагаемый указанными академическими дисциплинами, хорошо справлялся с математико-статистическим описанием экономики XX и начала XXI в., т.е. с описанием индустриальной экономики массового производства ресурсных товаров и товаров для конечного потребления, транспорта, традиционных услуг и торговли и т.п. Такой набор хорошо работает и теперь по этим же координатам. Выводы, сделанные усилиями пяти научных институтов НИУ ВШЭ, свидетельствуют о том, что экономическая реальность последнего времени характеризуется в том числе и производством высокотехнологических товаров и услуг, когда экономическая динамика плохо поддается измерению указанными традиционными методами. Знакомство с таким выводом порождает две идеи:

- 1) о необходимости внесения изменений в действующий ОКВЭД-2 для детализации представления в нем результатов вхождения высоких технологий в экономическую жизнь;
- 2) о востребованности неценовых оценок экономической динамики, возможно, более адекватных при измерении параметров новой экономики.

И если реализация первого пункта — прерогатива Росстата, то разработке второго пункта посвящена данная статья. При этом первым шагом выполнения этого пункта является оцифровка известной с середины прошлого века модели, позволяющей оценивать (измерять) технологические структурные сдвиги в терминах степеней экономического роста и межотраслевых инерционностей.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦИФРОВКА МОДЕЛИ

Для моделирования и расчетов введем в рассмотрение следующие математико-статистические объекты: *MTC* — матрица (потоки) полных затрат (matrix of total costs), вычисляется из симметричной ТЗВ; *TIC* — матрица коэффициентов полных затрат — представляет собой элемент базовых ТЗВ (total input coefficients) либо вычисляется из данных симметричной ТЗВ; *X(t)* — вектор-функция валовых выпусков (итого использование — столбец 111 симметричной ТЗВ), аргумент *t* часто можно просто опустить; *Y(t)* — вектор-функция совокупного конечного спроса (столбец 110, в статической модели вектор *Y*); *MIC* — матрица промежуточного потребления (matrix of intermediate consumption, столбцы 1–98 симметричной ТЗВ); *ICV* — вектор промежуточного потребления (столбец 099 intermediate consumption vector); *A* — матрица коэффициентов прямых затрат; *B* — матрица межотраслевых инерционностей, имеет размерность времени (ранее на ее месте в модели располагалась матрица простейших фондоемкостей); *IV* — вектор инвестиций в основной и оборотный капитал (столбец 108 investment vector); *IM* — матрица формирования инвестиций (investment matrix); *VC* — вектор непроизводственного потребления (из столбца 111 вычитаются столбцы 99 и 108 либо из столбца 110 вычитается столбец 108) (в динамической модели это *VC(t)*); *MC* — матрица формирования непроизводственного потребления; *C* — матрица коэффициентов непроизводственного потребления; *FFC* — матрица коэффициентов финансовых потоков

(отсутствует в ТЗВ); E — единичная матрица; G (или G_1) — матрица состояния модели/системы, приведенной к нормальной форме Коши.

Моделирование будем выполнять на основе структурной (по происхождению динамической МОБ) системы дифференциальных уравнений, к которой мы неоднократно обращались (Торопцев, Мараховский, 2022а, 2022б; Торопцев, Кандохова, Гудиева, 2023). Основная динамическая модель имеет вид:

$$X(t) = B \frac{dX(t)}{dt} + AX(t) + VC(t), \quad X(0) = X_0. \quad (1)$$

Автор модели (1) В.В. Леонтьев опубликовал ее в 1952 г., указав и на то, что матрица B размерностью (100×100) для американской экономики сгенерирована его сотрудником К. Иверсоном (Леонтьев, 1990). Однако никаких следов этой или других симметричных матриц B какой-либо экономики мира нам не удалось обнаружить, несмотря на активные поиски с 1998 г. Никогда и нигде методика оцифровки (1) не была опубликована, хотя динамические модели с матрицей B использовались разными исследователями (см., например, (Ефимов, Мовшович, 1973)). Но при этом оставался вопрос о том, где авторы взяли матрицу B .

Однако уже в работе (Пархименко, 2023) автор рассматривает B как матрицу приростных фондемностей и дает экспериментальную оценку этой матрицы с размерностью 7×19 для экономики Республики Беларусь. Это означает, что капитальные блага производят 7 отраслей, а в ТЗВ для отражения этого в балансе содержится 19 видов экономической деятельности (ВЭД). Разные авторы, в том числе и (Пархименко, 2023), ссылаются на решение проблемы синтеза матрицы B в (Леонтьев, Ченери, Кларк, 1958) еще в начале 1950-х годов. Да, в (Леонтьев, Ченери, Кларк, 1958) представлены методические основы расчета коэффициентов капитального оборудования для телефонных станций США, и эти коэффициенты вычислены. В Приложении (Леонтьев, Ченери, Кларк, 1958) приведена несимметричная таблица капитальных коэффициентов для экономики США. Симметричной B не было и нет нигде. А если бы она и была, то подобными разработками нельзя будет воспользоваться для оцифровки (1), так как в (1) не может быть матрицы с безразмерными коэффициентами, элементы B должны иметь размерность времени. В противном случае простая (буквально «школьная») проверка модели (1) по размерности терпит неудачу.

Приступая к оцифровке модели (1), отметим, что данная модель после публикации перекочевала в разряд чисто теоретических конструкций (Суворов, Трещина, Белецкий, 2017) по причине невозможности представить оцифровку. В наших работах, в том числе и в данной статье, (1) однозначно извлекается из указанного семейства, достойно размещаясь во множестве вычислимых, практически полезных и востребованных моделей.

Основное уравнение статического МОБ Леонтьева с использованием введенных обозначений имеет вид

$$X = (E - A)^{-1} Y = TIC Y, \quad (2)$$

где матрица TIC может быть как вычислена из данных симметричной ТЗВ на основе (2), так и взята в готовом виде из набора базовых ТЗВ. Мы делали и то и другое, но по возможности вычисляли матрицу TIC , так как прочие данные берутся именно из симметричной ТЗВ. Справедливости ради укажем, что относительная ошибка расчета TIC (из-за того что содержит сайт Росстата) доходит для некоторых элементов максимум до 8%, если матрица A предварительно вычислена следующим образом:

$$A = MIC \operatorname{diag}(X^{-1}), \quad (3)$$

где $\operatorname{diag}(X^{-1})$ — диагональная матрица с элементами $\{1/x_i\}$, $i = 1, \dots, n$ на диагонали. Будем считать точность вычисления TIC в нашем рассмотрении приемлемой.

Чтобы от TIC перейти к MTC , т.е. к финансовым потокам, надо TIC справа умножить на диагональную матрицу, которая в качестве элементов диагонали содержит «Конечное использование» (столбец № 110 в ТЗВ Росстата) по ВЭД (столбец 110) симметричной ТЗВ:

$$MTC = TIC \operatorname{diag}(Y). \quad (4)$$

Дальше вектор Y из (4) в расчетах не участвует, а используется вектор VC , который равен Y минус столбец 108 («Итого накопление»). Это «Итого накопление» в модели (1) представлено акселератором — первое слагаемое правой части. Ясно, что суммирование элементов строк MTC дает вектор валового производства X в миллионах рублей — тот же, что содержат симметричные ТЗВ.

Известно также, что полные затраты (валовое производство) представляют собой сумму промежуточных (прямых производственных) и инвестиционных затрат, а также той части товаров и услуг, которая передается для непроемственного потребления. Такие суммы справедливы как для векторов, так и для соответствующих им матриц. Так, для векторов (индекс t опустим здесь и далее)

$$X = ICV + IV + VC, \quad (5)$$

а для соответствующих этим векторам матриц:

$$MTC = MIC + IM + MC, \quad (6)$$

где сумма элементов строки с номером i каждой матрицы равна элементу соответствующего вектора с тем же номером. И если все векторы определены, то матриц IM и MC статистика не предоставляет. Мы знаем только то что они формируются на основе пропорций, задаваемых векторами IV и VC соответственно. Возникающий произвольный выбор недостающих матриц дает две возможности: 1) считать, что обе формируются на основе пропорций, задаваемых порождающими их векторами, т.е. $IM = \text{diag}(IV / X) MTC$ и $MC = \text{diag}(VC / X) MTC$; 2) одна матрица рассчитывается как в п. 1, а вторая вычисляется как остаток из формулы (6), т.е. соответственно $MC = MTC - MIC - IM$, или $IM = MTC - MIC - MC$. Выбрать правильный вариант оцифровки можно на основе комплексного критерия — точности отображения экономической динамики, экономического содержания, экономического смысла численно получаемых величин при неперменном выполнении равенства (6). Обсуждение этого вопроса перенесем в следующий раздел статьи, где анализируются расчеты.

В модели (1) переходим от дифференциальных уравнений к разностным путем замены производной отношением конечных разностей $dX / dt \approx \Delta X / \Delta t$ при $\Delta t = 1$ году. Это дает возможность записать выражение для расчета матрицы межотраслевых инерционностей (собственных $\{b_{ii}\}$ и взаимных $\{b_{ij}\}$) формирования основного и оборотного капитала

$$B = IM \text{diag}(\Delta t / \Delta X) \quad (7)$$

с очевидным выводом о том, что ее элементы имеют размерность времени, выраженную в годах.

Заметим, что статистика дает положительные, нулевые и отрицательные значения для годового накопления суммы основного и оборотного капитала отраслей. Отрицательные формально приведут к появлению отрицательных инерционностей, которым бесполезно искать аналоги в физике. В экономике отрицательные межотраслевые инерционности фиксируют отрицательную динамику суммы основного и оборотного капитала (Широв, 2018) со всеми вытекающими последствиями. Это некоторые постоянные времени, характеризующие качество структурных переходных процессов. В принципе можно обойтись и без подобной экзотики, если в качестве IV взять вектор валового накопления основного капитала (без оборотного, столбец 105 симметричной ТЗВ), а прочие компоненты накопления отнести к конечному спросу. Однако это снизит точность отображения структурной динамики, что проверено расчетами. Подтверждается банальное утверждение: оборотный капитал тоже важен для экономического успеха отраслей (компаний); его надо учитывать в строке (где он и представлен) «Итого накопление». С учетом сказанного и участием формул (3)–(7) модель (1) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} X &= MIC \text{diag}(1 / X) X + IM \text{diag}(\Delta t / \Delta X) \Delta X / \Delta t + MC \text{diag}(1 / X) X = \\ &= A X + B \Delta X / \Delta t + C X, \quad \Delta t = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

с легко распознаваемым соответствием задействованных матриц.

В заключение общих рассуждений формируется нормальная форма Коши:

$$\frac{dX}{dt} \approx \frac{\Delta X}{\Delta t} = G X(t), \quad G = B^{-1}(E - A - C), \quad X(0) = X_0. \quad (9)$$

Запись модели по не по строкам, а по столбцам симметричной ТЗВ, как в статике записывают ценовую модель МОБ, позволит получить в качестве B матрицу инерционностей формирования добавленных стоимостей в экономике. Разные матрицы — разные инерционности.

Теперь сделаем еще два существенных замечания.

Матрица B является вырожденной, потому что вектор IV за 2011 и 2016 г. имеет нулевые элементы, вслед за чем матрица IM приобретает нулевые строки. Преодоление вырожденности основано на использовании хорошо зарекомендовавшего себя *сингулярного разложения* (SVD) со встроенным аппаратом регуляризации задачи, что позволяет получить эффективную псевдообратную матрицу $B^\#$ для подстановки в (9) вместо B^{-1} (Форсайт, Малькольм, Моулер, 1980).

Второе замечание относится к развалу решения, получаемому в соответствии с (9), и к полной утрате его смысла. Именно поэтому экономисты не смогли практически использовать динамический МОБ в виде (1) или (8), (9). Выход находится на пути калибровки рассматриваемой модели авторским приемом введения в нее матрицы FFC , которую ранее мы называли базовой (Торопцев, Мараховский, 2022а, 2022б). Из ее определения следует, что

$$FFC = MTC \operatorname{diag}(X^{-1}). \quad (10)$$

При очевидном экономическом смысле FFC (мы имеем для анализа формулы (4) и (10)) ее математические свойства уникальны для нашего исследования. Дело в том, что $FFC X = X$, т.е. вектор выпуска X является собственным вектором матрицы FFC , которому соответствует собственное значение $\lambda = 1$. Это означает, что в (1) и в (8) вектор X , стоящий слева от знака «равно», можно слева умножить на матрицу FFC , что формально (математически) дела не меняет. Известно, что умножение матрицы на ее вещественный собственный вектор растягивает ($|\lambda| > 1$) или сжимает ($|\lambda| < 1$) его. Если собственное число $\lambda = 1$, то умножение матрицы на соответствующий собственный вектор не изменяет этого вектора. При этом данная операция калибрует модель, делая результаты расчетов адекватно интерпретируемыми в отношении исследуемой экономики. При этом FFC появляется на месте E в (9). Все теоретически верно и проверено расчетами.

Наконец, обратим внимание на то что вместо дифференциальных уравнений (1) можно записать систему из дифференциальных и алгебраических уравнений. В нашем случае (ТЗВ за 2011 и 2016 г.) из 98 уравнений дифференциальными являются 78, алгебраических уравнений 20. Для формализации записи модели следует предварительно опустить алгебраическую часть модели вниз, поменяв строки симметричной ТЗВ местами соответствующим образом. При этом для сохранения симметрии таблицы синхронно со строками меняются местами и столбцы. Динамический МОБ запишем в виде:

$$B pX + F X = 0, \quad (11)$$

где $p = \Delta / \Delta t$ — разностный оператор, аналог непрерывного оператора дифференцирования по времени d / dt ; $F = A + C - FFC = -IM \operatorname{diag}(X^{-1})$, где FFC занимает место единичной E . Теперь, в соответствии с авторской методикой (см. (Торопцев, Таточенко, 2011)) положим, что мы имеем дело с системой, содержащей в общем случае m фондообразующих и n нефондообразующих отраслей. Тогда модель должна включать m дифференциальных и n алгебраических уравнений. Их число может меняться во времени. В этом случае выпуск X представляется двумя подвекторами $X = (X_1 \ X_2)^T$, $X_1 \in R^m$, $X_2 \in R^n$, а в матрицах B и F выделяются блоки:

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \\ F_3 & F_4 \end{pmatrix},$$

где блоки $B_1, B_2, F_1, F_2, F_3, F_4$ имеют размерности (m, m) , (m, n) , (m, m) , (m, n) , (n, m) , (n, n) .

Далее модель (11) запишем в виде двух подсистем:

$$B_1 pX_1 + B_2 pX_2 + F_1 X_1 + F_2 X_2 = 0, \quad (12)$$

$$F_3 X_1 + F_4 X_2 = 0. \quad (13)$$

Теоретически неинтегрируемые переменные X_2 можно исключить и получить форму Коши для m дифференциальных уравнений путем выполнения очевидных преобразований. Для этого из формулы (13) выразим X_2 через X_1 , считая блок F_4 неособенной матрицей $X_2 = -F_4^{-1} F_3 X_1$, и исключим X_2 из уравнения (12): $(B_1 - B_2 F_4^{-1} F_3) pX_1 = -(F_1 - F_2 F_4^{-1} F_3) X_1$.

Теперь форма Коши приобретает вид:

$$pX_1 = G_1 X_1, \quad X_1(0) = X_{10}, \quad G_1 = -(B_1 - B_2 F_4^{-1} F_3)^{-1} (F_1 - F_2 F_4^{-1} F_3) X_1. \quad (14)$$

Такова формальная сторона получения формы Коши. Реальность — гораздо проще. О том, как реально получается форма Коши, рассказано в следующем разделе.

В заключении раздела сделаем еще одно, поясняющее, замечание об инерционностях. В форме (11) удобно рассмотреть сначала одно однородное уравнение с коэффициентами вместо матриц, все соответствия легко устанавливаются и не требуют пояснений:

$$b p x + f x = 0, \quad f = -im / x. \quad (15)$$

Характеристическое уравнение для (15) $b\lambda + f = 0$, $\lambda = -f / b$ позволяет записать решение $x(t) = x_0 e^{-f/b \cdot t}$. Если положить $t = b$, то $x(b) = x_0 e^{-f} = x_0 e^{im/x}$. Значение $e^{im/x}$ по величине близко к 1,

т.е. за время $t = b$ инерционность единственной отрасли не позволяет статистически значимо изменить выпуска. Аналогично для модели (11) матрица B определяет такой момент времени, в который получается решение $X(t_B) = e^{IM \text{diag}(X^{-1})} X_0$. При этом матричная экспонента близка к единичной матрице, т.е. $X(t_B) \approx X_0$. Следовательно, на начальном участке переходного процесса выпуск не может измениться скачком, или просто статистически значимо из-за наличия инерционностей в экономике.

РАСЧЕТЫ. ОБСУЖДЕНИЯ. ВЫВОДЫ

Расчеты проводились с использованием моделей, представляющих собой: а) систему обыкновенных дифференциальных уравнений (СДУ) (1), (9); б) алгебро-дифференциальную систему (АДС) (11)–(14). На момент написания данной статьи доступны для использования базовые ТЗВ за 2011 и 2016 г. Отметим, что для теоретико-методологической части работы возраст данных значения не имеет. Если массивы $МІС$ в любом расчете безальтернативно заданы в симметричной ТЗВ, а $МТС$ вычисляется по формуле (4), то $ІМ$ и $МС$ статистика не разрабатывает. Для однозначной оцифровки достаточно было бы иметь любую из них, тогда вторая вычислялась бы из (6) вычитанием из $МТС$ двух известных матриц. Совместное вычисление $ІМ$ и $МС$ здесь приводить не будем — оно нарушает равенство (6), а в случае получения АДС приводит к развалу решения. Также к неминуемому развалу решения приводит игнорирование калибрующей модель матрицы FFC .

И еще одно замечание состоит в том, что разностную аппроксимацию производной выпуска по времени в базовом расчете мы учитывали весьма приближенно: для всех наших моделей первоначально полагая $\Delta t = 1$, а $\Delta X = (X_{2016} - X_{2011})/5$, т.е. одинаковое значение для любого года пятилетнего периода.

Начальную оценку вариантов расчетов проведем на основе данных табл. 1, в которой представлены первые 10 (в порядке убывания по величине) собственных значений матриц состояния G для СДУ или G_1 — для АДС. Этого достаточно для предварительного анализа. Название столбцов как $ІМ$ означает расчет этой матрицы на основе пропорций, задаваемых вектором $ІV$; соответственно, столбцы $МС$ содержат вариант оцифровки с расчетом $МС$ в соответствии с пропорциями, задаваемыми вектором $ІС$.

Не все вещественные собственные значения матриц состояния экономики образца 2011 и 2016 г. положительны, что означает предстоящее сокращение производства в соответствующих ВЭД.

Уменьшение степеней роста отраслей на интервале 2011–2016 гг. (см. табл. 1) чрезмерно и требует корректировок производных и начальных значений, что даст более точную G для каждого года рассматриваемого интервала. С такими корректировками экономическая динамика уверенно прогнозируется со средней ошибкой менее 5%. Так получают номинальные значения выпусков. Учет дефляторов даст их сопоставимые, или реальные, значения. Но даже с указанными корректировками/калибровками структурная готовность к росту в 2016 г. снизилась по сравнению с 2011 г. При этом результаты

Таблица 1. Собственные значения матрицы G (G_1 для АДС)

Система дифференциальных уравнений				Алгебро-дифференциальная система			
2011 г.		2016 г.		2011 г.		2016 г.	
ІМ	МС	ІМ	МС	ІМ	МС	ІМ	МС
1	2	3	4	5	6	7	8
0,643	0,644	0,153	0,153	0,644	0,642	0,153	0,287+i0,177
0,333	0,37	0,13	0,13	0,333	0,333+i7,525e-03	0,125	0,287+i0,177
0,252	0,333	0,125	0,125	0,298	0,333-i7,525e-03	0,12	0,193
0,245	0,298	0,12	0,12	0,245	0,245	0,11	0,19+i1,831e-05
0,241	0,247	0,111	0,11	0,241	0,24	0,109	0,19-i1,831e-05
0,231	0,245	0,11	0,109	0,231	0,229	0,107	0,187
0,218	0,241	0,109	0,107	0,221	0,222	0,105	0,184
0,207	0,231	0,107	0,107	0,221	0,218	0,105	0,182
0,201	0,221	0,105	0,105	0,218	0,21+i0,14e-01	0,104	0,182
0,196	0,22	0,105	0,104	0,201	0,21-i0,14e-01	0,1	0,179

в столбцах 6 и 8 подлежат выбраковке. Так как для этих вариантов не выполняется равенства нулю нижних строк матрицы IM при формировании АДС, мы наблюдаем бифуркационные явления образования комплексно-сопряженных пар корней из двух вещественных. Остальные варианты оцифровки, в том числе и не представленные в табл. 1, дают близкие результаты оценки структурных свойств экономики.

Вопрос о целесообразности формирования АДС вместо использования СДУ решается самим исследователем (можно формировать, а можно и нет) — это не изменяет качества моделирования и оценок эффективности структурной политики, формирующей параметры динамического МОБ. При этом модель в виде АДС *более чувствительна к варианту оцифровки модели*, что можно установить как на основе анализа данных табл. 1, так и вычислением чувствительностей собственных значений матрицы состояния к вариации любых параметров модели (Торопцев, Кандохова, Гудиева, 2023). Для обеспечения адекватности анализа и страховки от неверных выводов было бы естественно основываться на близких результатах расчетов, полученных при разных вариантах оцифровки. Такие результаты содержат столбцы 1–5 и 7 табл. 1.

Во всех случаях модели в виде СДУ мы получали матрицы состояния с большим диагональным доминированием, когда внедиагональные элементы, судя по их величинам, можно отнести к погрешностям (к шумовым эффектам) такого моделирования. Никакие варианты оцифровки СДУ качественно картины не меняют — важно, чтобы выполнялось равенство (6). Представление о диагональном доминировании дает табл. 2, где приведен фрагмент (левый верхний угол размером 5:5) матрицы G для одного из вариантов расчетов. При этом матрицы G_1 для АДС строго диагональны, относительные отклонения их диагональных элементов от таковых же в G не превышают 4,7%. А на диагонали диагональной матрицы, как известно, стоят ее собственные значения.

Подтвердить вычислительный эксперимент можно следующим образом. Считая, что численно $\Delta X / \Delta t = \Delta X$ при $\Delta t = 1$ год формулу (11) представим в виде

$$B\Delta X + F X = B\Delta X + (A + C - FFC) X. \quad (16)$$

Отсюда следует, что $F = A + C - FFC = (MIC + MC - MTC)\text{diag}(X^{-1}) = -IM \text{diag}(X^{-1})$, т.е.

$$B\Delta X = -F X = IM \text{diag}(X^{-1}) X. \quad (17)$$

Тогда из (17) с учетом (7) и нашими допущениями немедленно следует, что

$$IM \text{diag}(\Delta X^{-1}) \Delta X = IM \text{diag}(X^{-1}) X, \quad (18)$$

откуда окончательно имеем нормальную форму Коши

$$\frac{dX}{dt} \approx \frac{\Delta X}{\Delta t} = \Delta X = \text{diag}(\Delta X / X) X = G X, \quad X(0) = X_0. \quad (19)$$

Формула (19) поясняет возникновение степеней роста (или спада). Если не корректировать ΔX и X_0 , то при X_{2011} мы будем иметь заведомо большие степени роста, чем для X_{2016} , а интегрирование модели приведет к завышенным оценкам валового производства в 2016 г. Хотя на интервале 2011–2016 гг. оно намного завышено не будет. Формирование АДС в соответствии с формулами (12)–(14) сохраняет справедливость (18) и (19), но преподносит особенности, связанные с перенумерацией переменных в X и перестановкой строк в иных формирующих модель массивах. В результате такой подготовки данных вектор IV имеет внизу 20 нулевых элементов, что при вычислении на его основе матрицы IM порождает 20 нулевых строк из числа последних. Соответственно, в этом случае мы будем иметь нулевыми матрицы F_3 и F_4 в (13), а вычисление матрицы состояния упростится до выражения $G_1 = -B_1^{-1}F_1$. Расчет по последней формуле полностью совпадает с тем, что получается по (19).

Таблица 2. Фрагмент матрицы G СДУ, 2016 г.

№ строки / столбца	1	2	3	4	5
1	1,12E–01	–1,62E–05	–2,02E–04	–1,76E–05	–1,51E–06
2	–1,71E–05	1,08E–01	2,89E–07	–1,23E–05	–6,89E–07
3	–1,84E–04	2,50E–07	1,25E–01	7,00E–07	–1,75E–07
4	–4,19E–05	–2,77E–05	1,83E–06	4,78E–02	–4,81E–06
5	–2,40E–06	–1,06E–06	–3,55E–07	–3,21E–06	7,21E–02

Установленная диагональность G позволяет несколько изменить задачу и процесс оцифровки модели. Так, если валовое производство в отраслях меняется год от года по экспоненциальному закону, этот факт позволяет сгенерировать диагональную матрицу G с диагональными элементами для интервала (t, q) в годах:

$$\lambda_i = \ln(x_{i,t} / x_{i,q}) / (t - q), \quad i = 1, \dots, n \quad (20)$$

либо построить G в соответствии с (19).

На диагонали диагональной матрицы располагаются ее собственные значения, а задача прогнозирования валового производства по динамическому МОБ упрощается до вычисления матричной экспоненты

$$X(t) = e^{Gt} X_0, \quad (21)$$

когда e^{Gt} — тоже диагональная матрица. Если перед оцифровкой по формуле (19) или (20) определить диагональную G , то прогнозирование выпуска возможно сразу на основе (21), а вот анализ и синтез собственных (т.е. внутренних, структурных) динамических свойств (СДС) экономики предполагает вычисление матрицы межотраслевых инерционностей

$$B = (FFC - A - C)G^{-1}, \quad (22)$$

а также определение остальных обсуждаемых в данной статье массивов. Отметим, что расчеты по формулам (7) и (22) в разных вариантах оцифровки (1) совпадают полностью, без отклонений. Таким образом, формула (22) устанавливает взаимно однозначные соответствия между технологическими степенями роста валового производства и всей совокупностью параметров модели. Это дает основания ставить и решать многочисленные задачи одно- или многокритериальной оптимизации. Например, можно установить при каких инерционностях будет достигнут требуемый прирост ΔX , как при этом будут изменяться остальные параметры модели и т.д. Если же в каких-либо выпусках надо будет отобразить околотрендовые колебания, это делается путем включения в спектр G комплексно-сопряженных пар $\lambda_{j,j+1} = \alpha_j \pm i\omega_j$, $i = \sqrt{-1}$. В матрице G на диагонали появляются жордановы клетки второго порядка вида

$$g_j = \begin{pmatrix} \alpha_j & -\omega_j \\ \omega_j & \alpha_j \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Запись (23) позволяет при вычислениях избежать работы с комплексной арифметикой.

Если же делается прогноз, но нет возможности получить диагональных элементов G по (20) или клеток вида (23), опираясь на уже известную статистику (2011–2016 гг. — в нашем случае), то необходимы обоснованные предположения о будущих скоростях изменения выпусков. Можно попытаться построить G по данным только что завершившегося периода (например, года). Обладание матрицей состояния позволит интегрировать переходный процесс вычислением матричной экспоненты, например на 1–2 года вперед, а затем принять новые приросты выпуска и изменить начальные условия. Можно обратить внимание на ранее изложенные методы анализа структурных переходных процессов в (Торопцев, Мараховский, Дужински, 2020). Результат прогноза валового производства 2016 г. по данным базовых ТЗВ за 2011 г. представлен на рисунке.

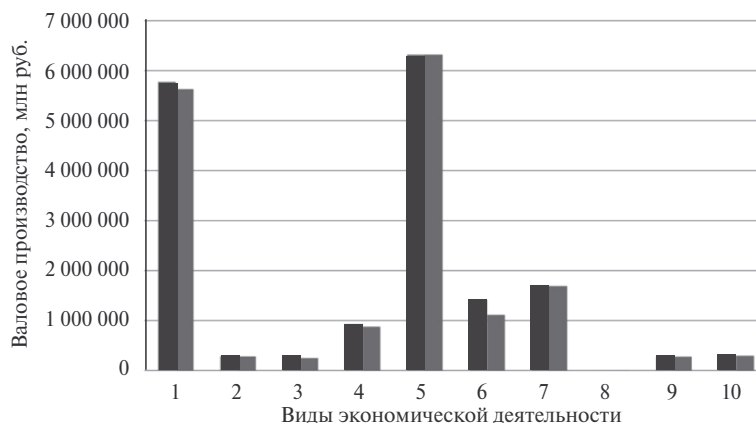


Рисунок. Валовое производство в разрезе ВЭД в 2016 г.

Как и в табл. 1, показаны 10 ВЭД для качественной (визуальной) оценки успеха прогнозирования. Набор представленных ВЭД случаен, например, под № 8 разместились данные, которые не отображаются в масштабе диаграммы. Это ВЭД «Руды урановые и ториевые», где выпуск 2016 г. составил 4424 млн руб., а прогноз — 4230 млн руб. (относительная ошибка — 4,4%, максимальная же относительная ошибка прогноза составила 8%). Рисунок и таблицы позволяют заметить, что динамический МОБ в виде дифференциальных уравнений, как минимум на «хорошо», позволяет прогнозировать динамику валового производства. Предусмотренные в алгоритме вышеуказанные уточнения данных на рассматриваемом интервале приведут к оценкам, представленным на рисунке. В зависимости от содержательной постановки задачи прогнозировать выпуск можно в текущих и сопоставимых ценах. При этом отрицательные степени роста свидетельствуют о снижении выпуска. Так, ВЭД «Руды железные» имел в 2011 г. степень роста $\lambda = -0,051$, что привело к 2016 г. к снижению объема производства с 368 624 до 274 663 млн руб.

Динамический МОБ и вычислимые показатели СДС экономики как системы (Торопцев, Мараховский, Дужински, 2019) предназначены для разработки и анализа эффективности структурной политики. Они, как минимум, дают формализованный инструментарий для исследования технологий, применяемых в экономике, влияния инвестиций в основном и оборотном капиталах на экономический рост. Еще раз подчеркнем: модель (1) и авторская теория СДС предназначены для оценивания и управления только технологическими структурными сдвигами (Ивантер, 2018). Рассмотренные модели и показатели СДС в терминах *наблюдаемости, возбуждаемости, управляемости, чувствительности* к параметрам модели позволяют, во-первых, однозначно измерить результаты структурных реформ в экономике, а во-вторых, оцифрованный динамический МОБ дает возможность рассматривать варианты структурной политики, различные сценарии развития страны. Успех моделирования и прогнозирования прямо связан с качеством аппроксимации производной в модели (1). Аналитически и экспериментально подтвержденная диагональность матрицы состояния G_1 для АДС (12), (13) и диагональное доминирование в G для СДУ позволяют использовать формулы (20), (23) для построения G или G_1 с последующим вычислением инерционностей B . Это не требует аппроксимации производной, сразу делая доступным анализ СДС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Базовые ТЗВ Росстата предоставляют достаточно информации для помещения динамической модели МОБ в семейство оцифрованных, вычислимых, т.е. практически востребованных моделей. Это открывает широкий простор для развития количественных методов разработки и оценки результатов структурных реформ в рамках методологии «затраты—выпуск» в терминах межотраслевых инерционностей и перечисленных показателей СДС, т.е. с эффективным использованием всех преимуществ анализа и синтеза структурной динамики экономики, предоставляемых аппаратом дифференциальных уравнений. И если в данной статье матрица B содержит инерционности образования накоплений в экономике, то при включении под знак производной всего конечного спроса, а не только его инвестиционной составляющей, будет получена другая матрица B — она будет представлять внутри- и межотраслевые инерционности динамики конечного спроса. Если же записать уравнения по столбцам симметричной ТЗВ, как это делают для ценовой модели МОБ, то B даст для анализа инерционностей формирования добавленной стоимости в разрезе ВЭД. Модель в виде СДУ/АДС может использоваться сама по себе или включаться в сложные информационно-вычислительные системы, разрабатываемые ЦЭМИ РАН, ИНП РАН, ИЭОПП СО РАН и другими структурами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Гусев М.С., Широв А.А., Ползиков Д.А., Янговский А.А. (2018). Глобальные тенденции изменения структуры производства и доходов в мире и России // *Проблемы прогнозирования*. № 6 (171). С. 28–50. [Gusev M.S., Shirov A.A., Polzikov D.A., Yantovsky A.A. (2018). Global trends in the structure of production and income in the world and Russia. *Studies on Russian Economic Development*, 6 (171), 28–50 (in Russian).]
- Ефимов М.Н., Мовшович С.М. (1973). Анализ сбалансированного роста в динамической модели народного хозяйства // *Экономика и математические методы*. Т. IX. Вып. 1. С. 32–43. [Efimov M.N., Movshovich S.M. (1973). Analysis of balanced growth in a dynamic model of the national economy. *Economics and Mathematical Methods*, IX, 1, 32–43 (in Russian).]
- Ивантер В.В. (2018). Роль межотраслевого баланса в макроэкономическом анализе и прогнозировании // *Проблемы прогнозирования*. № 6 (171). С. 3–6. [Ivanter V.V. (2018). The role of inter-sectoral balance in macroeconomic analysis and forecasting. *Studies on Russian Economic Development*, 6 (171), 3–6 (in Russian).]

- Ксенофонтов М.Ю., Ползиков Д.А. (2018). Ретроспективные структурные сдвиги в Российской экономике // *Проблемы прогнозирования*. № 6 (171). С. 62–81. [Ksenofontov M.Y., Polzikov D.A. (2018). Retrospective structural shifts in the Russian economy. *Studies on Russian Economic Development*, 6 (171), 62–81 (in Russian).]
- Леонтьев В., Ченери Х.В., Кларк П.Г. (1958). Исследование структуры американской экономики: теоретический и эмпирический анализ по схеме затраты–выпуск. М.: Госстатиздат. 640 с. [Leontief W., Chenery H.V., Clark P.G. (1958). *Studies in the structure of the American economy: Theoretical and empirical explorations in input-output analysis*. Moscow: Gosstatizdat (in Russian).]
- Леонтьев В.В. (1990). *Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика*. М.: Политическая литература. 415 с. [Leontief W. (1990). *Economic essays. Theories, research, facts and policy*. Moscow: Politicheskaja literatura. 415 p. (in Russian).]
- НИУ ВШЭ (2018). *Структурные изменения в российской экономике и структурная политика. Аналитический доклад*. Под научным руководством Е.Г. Ясина. [HSE University (2018). *Structural changes in the Russian economy and structural policy. Analytical report*. E.G. Yasin (sci. ed.) (in Russian).]
- Пархименко В.А. (2023). Опыт экспериментальной оценки матрицы коэффициентов импортных капитальных затрат в динамической модели Леонтьева для белорусской экономики в 2016–2020 годах // *Проблемы прогнозирования*. № 4 (199). С. 168–180. DOI: 10.47711/0868-6351-199-168-180 [Parkhimenko V.A. (2023). Experience of experimental estimation of the import capital expenditure coefficient matrix in the Leontief dynamic model for the Belarusian economy in 2016–2020. *Studies on Russian Economic Development*, 4 (199), 168–180. DOI: 10.47711/0868-6351-199-168-180 (in Russian).]
- Суворов Н.В., Трещина С.В., Белецкий Ю.В. (2017). Балансовые и факторные модели как инструмент анализа и прогнозирования структуры экономики. В сб.: «Научные труды: Институт народнохозяйственного прогнозирования РАН». Т. 15. С. 50–75. М.: МАКС Пресс. [Suvorov N.V., Treschina S.V., Beletsky Y.V. (2017). Balance and factor models as a tool for analyzing and forecasting the structure of the economy. *Scientific works: Institute of national economic forecasting of the Russian Academy of Sciences*, 15, 50–75. Moscow: MAKS Press (in Russian).]
- Торопцев Е.Л., Кандохова М.М., Гудиева Н.Г. (2023). Оптимизация структурной динамики экономики в рамках методологии «затраты–выпуск» // *Экономика и математические методы*. Т. 59. № 2. С. 26–38. DOI: 10.31857/S042473880025859-3 [Toroptsev E.L., Kandokhova M.M., Gudieva N.G. (2023). Optimization of structural dynamics of the economy within the framework of “input–output” methodology. *Economics and Mathematical Methods*, 59, 2, 26–38 (in Russian).]
- Торопцев Е.Л., Мараховский А.С. (2022а). Анализ макроструктурной динамики в рамках методологии «затраты–выпуск» // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 1 (53). С. 12–30. DOI: 10.31737/2221-2264-2022-53-1-1 [Toroptsev E.L., Marakhovsky A.S. (2022a). Analysis of macrostructural dynamics within the framework of the «input–output» methodology. *Journal of the New Economic Association*, 1 (53), 12–30 (in Russian).]
- Торопцев Е.Л., Мараховский А.С. (2022б). Структурные инерционности экономических систем // *Экономика и математические методы*. Т. 58. № 1. С. 38–47. DOI: 10.31857/S042473880016564-9 [Toroptsev E.L., Marakhovsky A.S. (2022b). Structural inertia of economic systems. *Economics and Mathematical Methods*, 58, 1, 38–47 (in Russian).]
- Торопцев Е.Л., Мараховский А.С., Дужински Р.Р. (2019). Теоретические основы разработки комплекса равновесных и межотраслевых моделей // *Экономический анализ: теория и практика*. Т. 18. № 3. С. 427–446. DOI: 10.24891/ea.18.3.427 [Toroptsev E.L., Marakhovsky A.S., Duszynski R.R. (2019). Theoretical framework for a set of equilibrium and input–output models development. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 18, 3, 427–446. DOI: 10.24891/ea.18.3.427 (in Russian).]
- Торопцев Е.Л., Мараховский А.С., Дужински Р.Р. (2020). Межотраслевое моделирование переходных процессов // *Экономический анализ: теория и практика*. Т. 19. № 3. С. 564–585. DOI: 10.24891/ea.19.3.564 [Toroptsev E.L., Marakhovsky A.S., Duszynski R.R. (2020). Intersectoral modeling of transient processes. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 19, 3, 564–585. DOI: 10.24891/ea.19.3.564 (in Russian).]
- Торопцев Е.Л., Таточенко Т.В. (2011). Теоретические основы управления модернизацией и экономическим ростом // *Региональная экономика: теория и практика*. № 2 (185). С. 2–11. eLIBRARY ID: 15541818 [Toroptsev E.L., Tatochenko T.V. (2011). Theoretical foundations for managing modernization and economic growth. *Regional Economics: Theory and Practice*, 2 (185), 2–11. eLIBRARY ID: 15541818 (in Russian).]
- Узякова Е.С., Узяков Р.М. (2018). Анализ влияния научно-технического развития на экономический рост с использованием инструментария межотраслевого баланса // *Проблемы прогнозирования*. № 6 (171). С. 82–92. [Uzyakova E.S., Uzyakov R.M. (2018). Analysis of the impact of scientific and technological development on economic growth using the tools of input-output balance. *Studies on Russian Economic Development*, 6 (171), 82–92 (in Russian).]
- Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. (1980). Машинные методы математических вычислений. М.: Мир. 276 с. [Forsyth J., Malcolm M., Mowler K. (1980). *Machine methods of mathematical computation*. Moscow: Mir. 276 p. (in Russian).]

- Широв А.А. (2018). Использование таблиц «затраты—выпуск» для обоснования решений в области экономической политики // *Проблемы прогнозирования*. № 6 (171). С. 12–25. [Using input–output tables to justify economic policy decisions. *Studies on Russian Economic Development*, 6 (171), 12–25 (in Russian).]
- Diao X., McMillan M., Rodrik D. (2017). The recent growth boom in developing economies: A structural change perspective. *National Bureau of Economic Research*, w23132.
- Field W., Kruger C. (2008). The effect of an art psychotherapy intervention on levels of depression and health locus of control orientations experienced by black women living with HIV. *South African Journal of Psychology*, 38, 467–478.
- Lin J.Y. (2011). New structural economics: A framework for rethinking development 1. *The World Bank Research Observer*, 26 (2), 193–221.
- McMillan M., Rodrik D., Sepulveda C. (2017). Structural change, fundamentals and growth: A framework and case studies. *National Bureau of Economic Research*, w23378.
- Silva E.G., Teixeira, Aurora A.C. (2008). Surveying structural change: Seminal contributions and a bibliometric account. *Structural Change and Economic Dynamics*, 19, 273–300.
- UNIDO (2016). *United Nations Industrial Development Organization, Industrial Development Report. The role of technology and innovation in inclusive and sustainable industrial development*. Vienna: UNIDO.

Dynamic input–output balance as a tool for structural policy analysis

© 2024 E.L. Toroptsev, M.M. Kandokhova, N.G. Gudieva

E.L. Toroptsev,

Digital Business Technologies and Accounting Systems, North Caucasus Federal University, Stavropol, Russia;
e-mail: eltoroptsev@yandex.ru

M.M. Kandokhova,

Center for Sustainable Development, Kabardino-Balkar State University, Nalchik, Russia; e-mail: mrkand@mail.ru

N.G. Gudieva,

Scientific and educational mathematical center “North-Caucasus Center for Mathematical Research”, Stavropol, Russia; e-mail: gudieva82@bk.ru

Received: 29.11.2023

The research was carried out at the expense of a grant from the Russian Science Foundation (No. 24-28-00056), <https://rscf.ru/project/24-28-00056/>

Abstract. This article extends the array of tools available for the analysis and advancement of structural policies using dynamic inter-sectoral balance, expressed in the form of a system of ordinary differential equations. This development became achievable following the publication of the authors' methods for digitizing and calibrating such a structural model, thereby transforming it from a set of “purely theoretical constructs” into a set of computational and pragmatically valuable models. Formally, the digitization process for the model involves the introduction and computation of the eigen (intra-industry) and mutual (inter-industry) inertia matrices, the elements of which are time-dependent. These matrices substitute the conventional incremental capital intensity matrix within the model. It is worth noting that, unlike other scientific summaries, the matrix of incremental capital intensity is nowhere to be found in global statistics. No statistical institute worldwide develops or publishes it for any economy. The second factor that enhances the practical utility of the model lies in the utilization of the matrix of financial flow coefficients for its calibration. The computations conducted and presented here lead to the conclusion that the model is proficient in providing robust forecasts of gross output in current and comparable prices within the timeframe covered by Rosstat's basic “input–output” tables. In its current format, the model holds potential as a valuable tool for scrutinizing structural changes within the domestic economy and for comparing Russia's economic trends with those of other developed and developing nations. Digitizing it for use at the regional level would enable similar analyses on a mesolevel scale.

Keywords: dynamic input–output balance, digitization, optimization, calibration, matrix of intersectorals inertialities.

JEL Classification: B41, C02, C61, C68.

UDC: 330.366.

For reference: **Toroptsev E.L., Kandokhova M.M., Gudieva N.G.** (2024). Dynamic input–output balance as a tool for structural policy analysis. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 3, 43–53. DOI: 10.31857/S0424738824030049 (in Russian).