



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2025. Т. 33, № 3
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(3)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003145
EDN: BWJHNL

Влияние гауссовского шума и шума Леви на фазовую динамику ансамбля Курамото-подобных осцилляторов первого и второго порядка

П. А. Аринушкин¹✉, В. Д. Куприянов², Т. Е. Вадивасова²

¹ООО «ТатИТнефть» Центр компетенции искусственного интеллекта, Альметьевск, Россия

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия

E-mail: ✉arinushkin.pavel@gmail.com, kuprijn@mail.ru, vadivasovate@yandex.ru

Поступила в редакцию 6.08.2024, принята к публикации 18.09.2024,

опубликована онлайн 2.12.2024, опубликована 30.05.2025

Аннотация. Цель настоящего исследования — определить порог устойчивости динамических режимов ансамбля фазовых Курамото-подобных осцилляторов, описывающего поведение простой модели энергосети с кольцевой топологией, при внешнем воздействии гауссовского шума и шума Леви, провести оценку результатов и определить пороговые значения шума, при которых рассмотренная динамическая модель является наиболее чувствительной к шумовому воздействию и демонстрирует смену установившегося режима. **Методы.** В данной работе исследуются два ансамбля Курамото-подобных фазовых осцилляторов с одинаковой топологией, но различным количеством осцилляторов. При этом ансамбли состоят из фазовых осцилляторов второго и первого порядка, моделирующих динамику генераторов и потребителей в энергосети соответственно. В работе рассчитываются и используются карты режимов, из которых выбираются области с различной синхронной динамикой. В выбранных областях фиксируется набор начальных условий и производится моделирование исследуемого ансамбля в присутствии шума разного типа и интенсивности. Полученный результат оценивается с помощью рассчитанных пространственно-временных диаграмм, значений параметра Курамото и статистических характеристик, оцененных по реализациям колебаний во времени. **Результаты.** Показано, что в модели энергосети, состоящей из Курамото-подобных фазовых осцилляторов, наблюдается различная устойчивость к внешним воздействиям шумового характера в зависимости от типа шумового воздействия и установившегося динамического режима. Было продемонстрировано, что режим частотной синхронизации всех осцилляторов, не зависящий от начальных условий, является нечувствительным к воздействию белого шума большой интенсивности как гауссовского шума, так и шума Леви. Тогда как в области сосуществования синхронного и асинхронного поведения, зависящего от начальных условий, наблюдается смена фазовой динамики под действием различного шума. Численный эксперимент показал, что модель энергосети более чувствительна к шуму Леви из-за особенностей шума, связанных со случайными выбросами, которые, в свою очередь, можно трактовать как случайные импульсные воздействия. **Заключение.** В модели энергосети, представленной двумя ансамблями, состоящими из разного числа Курамото-подобных фазовых осцилляторов второго и первого порядка, установлены различные режимы частотной и фазовой динамики осцилляторов. Для полученных режимов проведен численный эксперимент с воздействием гауссовского шума и шума Леви. Показано, что исследуемая модель является более чувствительной к шуму Леви, воздействие которого ведет к смене динамического режима за счет влияния сильных случайных импульсов.

Ключевые слова: энергосети, фазовые осцилляторы, осцилляторы Курамото, нелинейная связь, фазовая синхронизация, шумовое воздействие, гауссовский шум, шум Леви.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00119).

Для цитирования: Аринушкин П. А., Куприянов В. Д., Вадивасова Т. Е. Влияние гауссовского шума и шума Леви на фазовую динамику ансамбля Курамото-подобных осцилляторов первого и второго порядка // Известия вузов. ПНД. 2025. Т. 33, № 3. С. 289–306. DOI: 10.18500/0869-6632-003145. EDN: BWJHHL

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Article

DOI: 10.18500/0869-6632-003145

Influence of Gaussian noise and Levy noise on the phase dynamics of the ensemble of Kuramoto-like oscillators of first and second order

Arinushkin P. A.¹✉, Kupriyanov V. D.², Vadivasova T. E.²

¹TatITneft LLC Artificial Intelligence Competence Center, Almet'yevsk, Russia

²Saratov State University, Russia

E-mail: ✉arinushkin.pavel@gmail.com, kuprijn@mail.ru, vadivasovate@yandex.ru

Received 6.08.2024, accepted 18.09.2024, available online 2.12.2024, published 30.05.2025

Abstract. The purpose of this study is to determine the stability threshold of the dynamic modes of the ensemble of phase Kuramoto-like oscillators, describing the behavior of a simple power grid model with a ring topology, under the external influence of Gaussian noise and Levy noise, to evaluate the results and determine the threshold values of noise at which the considered dynamic model is the most sensitive to noise and demonstrates a change of the steady state. **Methods.** In this paper, two ensembles of Kuramoto-like phase oscillators with the same topology but different number of oscillators are investigated. The ensembles consist of second and first order phase oscillators modeling the dynamics of generators and consumers in the power grid, respectively. In this work, maps of the regimes are computed and used, from which regions with different synchronous dynamics are selected. In the selected regions, a set of initial conditions is fixed and the ensemble under study is modeled in the presence of noise of different types and intensities. The obtained result is evaluated with the help of calculated spatio-temporal diagrams, values of the Kuramoto parameter and statistical characteristics estimated from the realizations of oscillations in time. **Results.** It has been shown that a power grid model consisting of Kuramoto-like phase oscillators exhibits different robustness to external noise disturbances depending on the type of noise disturbance and the steady-state dynamic regime. It was demonstrated that the frequency synchronization mode of all oscillators, independent of the initial conditions, is insensitive to the influence of white noise of high intensity, both Gaussian and Levy noise. Whereas, in the region of coexistence of synchronous and asynchronous behavior, depending on the initial conditions, a change of phase dynamics under the influence of different noise is observed. Numerical experiment has shown that the power grid model is more susceptible to Levy noise due to the noise features associated with random bursts, which in turn can be interpreted as random impulses. **Conclusion.** In a power grid model represented by two ensembles consisting of different numbers of Kuramoto-like phase oscillators of second and first order, different modes of frequency and phase dynamics of the oscillators are established. A numerical experiment with the influence of Gaussian noise and Levy noise is carried out for the obtained modes. It is shown that the model under study is more sensitive to Levy noise, the influence of which leads to a change of the dynamic mode due to the influence of strong random pulses.

Keywords: power grids, phase oscillators, Kuramoto oscillators, nonlinear coupling, phase synchronization, noise effects, Gaussian noise, Levy noise.

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 20-12-00119).

For citation: Arinushkin PA, Kupriyanov VD, Vadivasova TE. Influence of Gaussian noise and Levy noise on the phase dynamics of the ensemble of Kuramoto-like oscillators of first and second order. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(3):289–306. DOI: 10.18500/0869-6632-003145

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Одним из приоритетных направлений в области численного моделирования физических процессов является рассмотрение динамики энергосистем разного типа и сложности. Развитие инфраструктуры городов в полной мере зависит от технологического развития энергосетей. Особенно важным фактором в работе любой энергосети является устойчивость к внешним воздействиям и географическая доступность электроэнергии.

Проблема географической доступности источников электроэнергии заключается в невозможности построения электростанции в заданной местности из-за особенностей географического рельефа, что, в свою очередь, влечет за собой использование электростанций, находящихся вдали от потребителей энергии. В таком случае энергосеть становится более централизованной, что может сказываться на ее устойчивости к внешним воздействиям, таким как каскадный сбой электросетей или обрыв линий передач. В качестве решения проблемы доступности электроэнергии используется применение возобновляемых источников энергии. Такой подход позволяет снизить нагрузку на централизованную электростанцию или вовсе отказаться от ее использования. Однако включение таких элементов в энергосеть имеет сложность, связанную с синхронизацией и нормальным функционированием [1–9]. Одна из рассматриваемых задач данного исследования связана с решением проблем глобальной устойчивости и синхронизации энергосетей. Решения этих проблем находятся как с позиции технического усовершенствования электросетей, так и с помощью математического моделирования. Особый интерес среди ученых вызывает изучение эффектов и явлений синхронизации энергосетей, так как такой подход дает возможность приблизиться к решению проблемы, связанной с устойчивым поведением электростанций.

Динамика энергосети достаточно хорошо описывается с помощью связанных нелинейных осцилляторов [10–21]. Различные модели нелинейных осцилляторов служат различным приближением к реальному поведению энергосетей. Например, модель фазовых осцилляторов Курамото позволяет рассмотреть в более простом ключе устойчивость и синхронизацию энергосетей [22,23], однако такая модель не учитывает роль и влияние инерционности электрогенераторов, которая присутствует в динамике электростанций невозобновляемого типа и в традиционных источниках электроэнергии. Для учета инерционности используется модель ротаторов, то есть модель фазовых осцилляторов с инерцией [24–28]. В нашей работе используется комбинированная модель энергосети, взятая из статьи [24]. Особенностью данной модели является то, что генераторы описываются с учетом инерции, то есть как ротаторы, а потребители — как фазовые осцилляторы Курамото без инерции. Такой подход позволяет учесть динамику не только генераторов энергии, но и потребителей.

Несмотря на рост возобновляемых источников и общую децентрализацию энергосетей, главной проблемой продолжает оставаться частотная синхронизация энергостанций в случае возникновения неисправностей и внешних воздействий, нарушающих поведение сети. Основными видами внешних воздействий в энергосети служат шумовое и импульсное воздействия. Помехи в электрической сети можно классифицировать как фоновый шум, который меняется в течение длительных периодов времени, и импульсное воздействие, которое является кратковременным. Фоновый шум, в свою очередь, можно разделить на цветной шум, который в основном создается бытовым электронным оборудованием, таким как компьютеры, диммеры или фены [29], и узкополосные флуктуации, вызванные радиовещанием, выбросами мощности. Подключение или отключение электронных устройств может вызвать аperiodические импульсные помехи частоты сети. В других случаях из-за включенных в состав источников питания выпрямителей в сети могут возникать периодические импульсные помехи, синхронные с основной частотой или с частотой повторения помехи, кратной 50/60 Гц. В сети также присутствует асинхронный периодический импульсный шум с частотой повторения 50...200 кГц [29–35]. В соответствии с работами [36–38] помехи в электрической сети можно представить как сумму ранее упомянутых типов воздействий. В представленных работах [39–43] продемонстрировано, что фотоэлектрические инверторы, зарядные устройства для аккумуляторов, энергоэффективное освещение, гидроэнергетические системы, ветряные турбины или зарядные устройства для электромобилей среди прочих объектов являются основными источниками кондуктивных флуктуаций высокой амплитуды. Другие устройства, такие как двигатели [40], осветительные устройства [44,45] или электронные усилители, создают шумовые высокоамплитудные излучения с широким диапазоном спектральных характеристик.

Ключевая цель исследований энергосетей сводится к выявлению механизмов устойчивой работы энергосетей и бесперебойному функционированию.

Цель настоящего исследования состоит в том, чтобы рассмотреть энергосеть с кольцевой топологией и однородными параметрами, моделируемую ансамблем взаимодействующих роторов и фазовых осцилляторов первого порядка [24] в присутствии источников шума, таких как гауссовский шум и шум Леви, выявить порог устойчивости энергосети при изменении различных характеристик шума, оценить изменения пространственно-временных структур в модели энергосети с динамическими потребителями под влиянием шумовых воздействий.

1. Исследуемая модель и методы численного исследования

1.1. Параметры энергосети и архитектура связей. Исследуемая энергосеть состоит из двух типов элементов — это генераторы и потребители электроэнергии, которые, в свою очередь, соединяются с помощью линий передач. Представленные элементы и линии передач обладают большим набором характеристик для описания работы энергосети. Исходя из методики, представленной в статье [24], начальным этапом расчета энергосети является задание набора физических величин (табл. 1).

Таблица 1. Характеристики энергосети

Table 1. Power grid characteristics

Характеристики генераторов						Характеристики потребителей			
x'_i	H_i	D_i	$P_{g(\text{active}),i}$	$P_{g(\text{reactive}),i}$	ω_R	$V_{g,i}$	$P_{c(\text{active}),i}$	$P_{c(\text{reactive}),l}$	$V_{c,l}$
0.0608	4.4с	50	2	0	314.15 рад/с	1.04	2	0	1.04

Здесь H_i является параметром инерционности генератора, D_i — параметр диссипации, x'_i — индуктивность обмотки ротора и статора генератора. Каждый генератор характеризуется значениями активной $P_{g(\text{active}),i}$ и реактивной мощности $P_{g(\text{reactive}),i}$, тогда как для потребителей энергии эти параметры задают потребление активной $P_{c(\text{active}),l}$, $l = 1 \dots n_c$, и реактивной мощности $P_{c(\text{reactive}),l}$, $l = 1 \dots n_c$, соответственно. Напряжения на выходе генераторов и потребителей обозначены как $V_{g,i}$ и $V_{c,i}$ соответственно. Опорная частота энергосети ω_R равна 314.15 рад/с или 50 Гц. Индексы параметров принимают значения $i = 1, 2, 3 \dots n_g$ и $l = 1, 2, 3 \dots n_c$ для генераторов и потребителей соответственно, где n_g — общее количество генераторов и n_c — общее количество потребителей. Параметры x'_i , H_i , D_i , $P_{g(\text{active}),i}$, $P_{g(\text{reactive}),i}$, $V_{g,i}$ выбираются идентичными для всех генераторов, для потребителей, соответственно, идентичными выбираются параметры $P_{c(\text{active}),l}$, $P_{c(\text{reactive}),l}$, $V_{c,l}$. Стоит также отметить, что представленные параметры мощности и напряжения являются безразмерными величинами, где величина мощности нормируется на значение 100 МВт и напряжения на 100 кВ.

Линия передач энергосети (табл. 2) имеет одинаковый набор значений физических величин. В зависимости от типа соединения эти значения индивидуальны. Линия передач представлена в виде π -модели, в которой активное сопротивление r связано с индуктивным элементом x

Таблица 2. Характеристики линии передач

Table 2. Transmission line characteristics

Тип соединения	r	x	b	τ	ψ
генератор — внешний узел генератора	0	0.0576	0	1	0
внешний узел генератора — потребитель	0.0085	0.072	0.149	1	0

последовательно. К последовательному соединению сопротивления и индуктивности параллельно присоединены две емкости, равные b , которые образуют П-звенно со всеми элементами. Величины элементов в π -модели являются нормированными на значения 1 Ом/м для активных сопротивлений, для индуктивностей на 1 Гн/м, а для емкостей на 1 Ф/м. Параметр τ является коэффициентом трансформации напряжения, а ψ — фазовым сдвигом напряжения. В соответствии с методикой, предложенной в [24], генератор разбивается на два элемента: генерирующая часть и внешний узел генератора, которые имеют чисто индуктивную связь между собой, как показано в табл. 2. Исследуемая топология выглядит в виде кольца чередующихся элементов генераторов и потребителей. Такая связь между элементами представлена в типе соединения «внешний узел генератора — потребитель» в табл. 2.

Представленные в табл. 1 и 2 характеристики энергосети используются программой MATPOWER [46] для вычисления матрицы проводимости \mathbf{Y} энергосети. Данная матрица используется для расчета правых частей уравнений фазовых осцилляторов. В свою очередь, параметры правых частей уравнений (1) и (4) вычисляются в программе, предоставленной авторами статьи [24]. За основу представленных данных в табл. 1 и 2 были взяты тестовые данные системы электроснабжения Новой Англии с 10 генераторами, характеристики которой описаны в статье [47]. Мы провели изменения тестовых данных исходной системы электроснабжения, выбрав усредненные значения для каждого представленного элемента энергосети в целях получения идеализированной энергосети, в которой физические параметры элементов сети являлись однородными, а сама энергосеть представляла простую кольцевую топологию. Цель такого подхода состоит в рассмотрении фазовой динамики сложной модели фазовых уравнений, представленных в работе [24] на более простых примерах энергосетей.

1.2. Курамото-подобная модель фазовых осцилляторов первого и второго порядка.

Исследуемая модель энергосети с динамическими потребителями [24] представляется в виде Курамото-подобных фазовых осцилляторов первого и второго порядка. Уравнение для генератора энергосети представлено в виде фазового осциллятора с инерцией или ротатора и записывается как

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i^g - K_{i,i+n_g}^g \sin(\delta_i - \delta_{i+n_g}) + \sigma \xi_i(t), \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (1)$$

$$A_i^g = P_{g(\text{active}),i}, \quad (2)$$

$$K_{i,i+n_g}^g = |E_i V_i / x_i'|. \quad (3)$$

Для потребителей уравнение модели выглядит как уравнение фазового осциллятора первого порядка:

$$\frac{D_l}{\omega_R} \dot{\delta}_l = A_l - \sum_{j=n_c, j \neq l}^N K_{lj} \sin(\delta_l - \delta_j - \gamma_{lj}) + \sigma \xi_l(t), \quad l = n_c, \dots, N, \quad (4)$$

$$A_l = -P_{c(\text{active}),l} - |V_l|^2 G_{ll}, \quad (5)$$

$$K_{lj} = |V_l V_j Y_{lj}|, \quad (6)$$

$$\gamma_{lj} = \alpha_{lj} - \frac{\pi}{2}, \quad (7)$$

$$\mathbf{Y} = |Y_{lj}| e^{j\alpha_{lj}}, \quad \mathbf{j} = \sqrt{-1}, \quad (8)$$

$$|E_i|^2 = \left(\frac{P_{g(\text{active}),i} x_i'}{|V_i|} \right)^2 + \left(|V_i| + \frac{P_{g(\text{reactive}),i} x_i'}{|V_i|} \right)^2, \quad (9)$$

Параметры и переменные в представленных уравнениях имеют следующий смысл: ω_R — опорная угловая частота системы (в рад/с); δ_i — мгновенная частота вращения i -го осциллятора относительно ω_R ; H_i (в секундах) и D_i — параметры инерции и диссипации i -го генератора соответственно. Параметры A_i^g и A_i в уравнениях (2) и (5) представляют собой безразмерные мощности генератора и потребителя соответственно с учетом диссипативных потерь. $P_{g(\text{active}),i}$ — безразмерная активная генерируемая мощность генератора, $P_{c(\text{active}),l}$ — безразмерная активная мощность потребителя, $|E_i|$, V_i — безразмерное напряжение генератора и потребителя (включая выходные узлы генераторов). \mathbf{G} — действительная часть безразмерной матрицы проводимости \mathbf{Y} . Параметр K_{ij} в уравнении (6) задает силу связи между осцилляторами с номерами i и j , выраженную через произведение безразмерных напряжений V_i , V_j двух связанных генерирующих узлов и комплексную матрицу проводимости \mathbf{Y} между ними. В случае силы связи генератора (уравнение (3)) параметр $K_{i,i+n_g}^g$ выражается через соотношение произведения безразмерного напряжения генератора E_i и безразмерного напряжения выходного узла генератора V_i на паразитную индуктивность x'_i . Параметр γ_{ij} в уравнении (7) характеризует фазовый сдвиг в цепи связи. Аддитивный шум в исследуемой модели вводится во все осцилляторы ансамбля и представлен независимыми нормированными источниками $\xi_i(t)$ и $\xi_l(t)$. Параметр σ задает интенсивность шума. Безразмерная матрица \mathbf{Y} , полученная из характеристик исследуемой энергосети, участвует в расчете параметров A_i , A_i^g , K_{ij} , $K_{i,i+n_g}^g$, γ_{ij} в правых частях уравнений (1), (4) и является матрицей проводимости элементов сети. Рассчитанные матрицы параметров правых частей уравнения для исследуемой энергосети имеют следующие размерности: $\mathbf{A}^g(1 \times n_g)$, $\mathbf{A}(1 \times n_c)$, $\mathbf{K}^g(n_g \times n_g)$, $\mathbf{K}(n_c \times n_c)$, $\gamma(n_c \times n_c)$.

В представленной работе мы будем использовать два ансамбля, моделирующих энергосеть, описываемых уравнениями (1)–(9), но имеющих разное количество элементов, моделирующих энергосеть. Первый ансамбль энергосети состоит из $N = 40$ элементов, из которых 10 являются генераторами, 10 — выходными узлами генераторов, 10 — потребителями с нулевой активной и реактивной мощностью потребления и 10 — потребителями с ненулевой активной и реактивной мощностью потребления. Выходные узлы генераторов соединены с потребителями с нулевой активной и реактивной мощностью. Узлы потребителей с нулевой активной и реактивной мощностью, в свою очередь, соединены с обычными потребителями, образуя топологию в виде кольца. Второй ансамбль энергосети включает $N = 30$ элементов сети, из которых 10 являются генераторами, 10 — выходными узлами генераторов и 10 — потребителями. В данном случае выходные узлы генераторов соединены с обычными потребителями, образуя кольцевую топологию. В представленных ансамблях энергосетей генераторы будут описываться дифференциальным уравнением (1), тогда как остальные элементы сети, такие как выходные узлы генераторов и различные потребители, будут описываться дифференциальными уравнениями (4).

2. Результаты исследований

Исследование фазовой динамики двух энергосетей под различным шумовым воздействием разделено на две задачи. В первой задаче производится расчет карты режимов для фазовой и частотной динамики модели и проводится анализ полученных режимов. Вторая задача состоит в исследовании различных шумовых воздействий на полученные режимы с целью определения пороговых значений интенсивностей различного типа шума и оценки чувствительности модели к внешним воздействиям. Представленные карты режимов были получены с помощью интегрирования системы уравнений (1)–(9) методом Гюна 2-го порядка с шагом интегрирования $h = 0.01$ на безразмерном времени системы $T = 11000$. При этом интегрирование на времени установления 1000 первых единиц не учитывалось для устранения переходного процесса в модели.

Все представленные карты режимов были получены при использовании 50 различных случайных нормально распределенных начальных условий.

2.1. Анализ фазовой и частотной динамики в ансамблях фазовых осцилляторов разного размера. Для проведения численного эксперимента с шумовым воздействием на энергосеть произведем численный расчет частотной и фазовой карт режимов для двух исследуемых ансамблей фазовых осцилляторов. Все приведенные в статье карты режимов строились для случайного разброса начальных условий, где начальные значения переменных являются нормально распределенными величинами с нулевым средним значением и дисперсиями распределений $d_{\dot{\delta}}$ и d_{δ} для мгновенных частот и фаз осцилляторов соответственно. На рис. 1, *a, d* представлены режимы, основанные на расчете средних частот осцилляторов (1) и (4). Области фазовой синхронизации для ансамблей из 30 и 40 осцилляторов являются идентичными и имеют практически одинаковые границы. На представленных картах можно заметить, что разброс начальных фаз осцилляторов существенно влияет на фазовую синхронизацию. Так, при значении дисперсии начальных фаз $d_{\delta} \approx 0.8$ наблюдается обширная область сосуществования синхронной и асинхронной динамики. Реализация синхронного или несинхронного поведения зависит от выбора начальных условий.

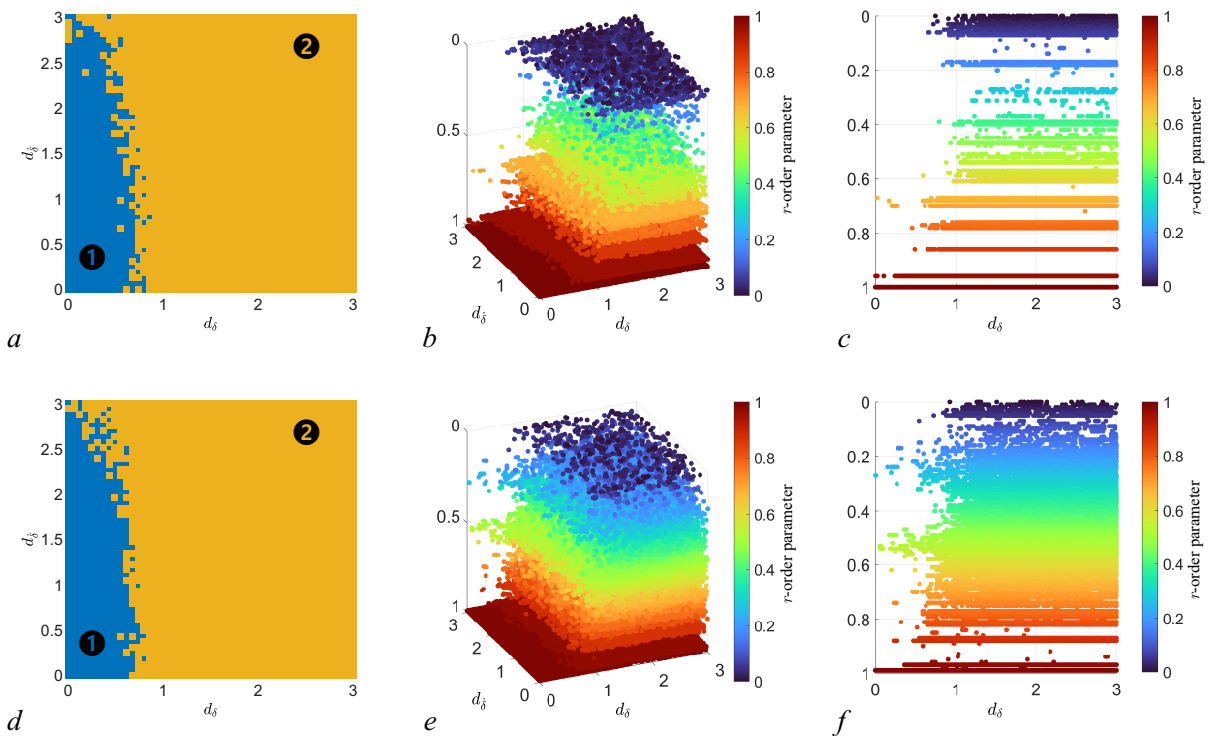


Рис. 1. Карты режимов ансамбля в зависимости от разброса начальных значений фаз и мгновенных частот: *a, d* — по среднему значению и дисперсии частот осцилляторов (синий цвет — режим синхронизации, желтый — режим сосуществования синхронной и асинхронной динамики), *b, e* — карты значений параметра порядка r (вид под углом) и *c, f* (вид сбоку). Карты *a, b, c* получены для ансамбля из 30 осцилляторов, а карты *d, e, f* — для ансамбля из 40 осцилляторов (цвет онлайн)

Fig. 1. Maps of ensemble modes depending on the dispersion of initial phase values and instantaneous frequencies: *a, d* — by the mean value and dispersion of oscillator frequencies (blue color — synchronization mode, yellow — mode of coexistence of synchronous and asynchronous dynamics), *b, e* — maps of r -order parameter values (angular view) and *c, f* (side view). The *a, b, c* maps are obtained for an ensemble of 30 oscillators, and the *d, e, f* maps are obtained for an ensemble of 40 oscillators (color online)

Стоит также отметить, что в области 1 всегда наблюдается режим фазовой синхронизации вне зависимости от начальных условий. На рис. 1, *b, c, e, f* представлены карты значений величины параметра порядка Курамото [48]. Параметр порядка характеризует степень фазовой когерентности осцилляторов ансамбля и рассчитывается по формуле

$$r(t)e^{i\chi(t)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j(t)}, \quad (10)$$

где $\theta_j(t)$ — мгновенная фаза j -го осциллятора, N — общее количество осцилляторов, $\chi(t)$ — усредненная фаза осцилляторов. В работе используется также усредненный по времени параметр $r = \langle r(t) \rangle_t$. Представленные карты параметра порядка (см. рис. 1, *b, c, e, f*) рассчитывались отдельно для каждого из 50 вариантов распределений начальных условий с заданными дисперсиями и, соответственно, для каждой точки на плоскости были рассчитаны 50 значений параметра r , где различным значениям параметра порядка соответствует различный цвет. Из полученных изображений (рис. 1, *a, d*) видно, что карты режимов для различных ансамблей имеют практически идентичные границы режимов. В области синхронизации параметр r достигает значения равного единице, что обозначает отсутствие разности фаз между осцилляторами. Различия наблюдаются на рис. 1, *c, f* в области сосуществования синхронной и асинхронной динамики, где видно, что ансамбли характеризуются многообразием значений параметра порядка r .

Для более наглядного сопоставления режимов с разной степенью фазовой когерентности (см. рис. 1, *b, c, e, f*) были построены круговые диаграммы, показывающие процентное соотношение режимов с различными значениями параметра порядка, рассчитанное по всем выборкам начальных условий со всеми значениями дисперсий. На рис. 2, *a, b* представлены круговые диаграммы количественного подсчета процентов различных величин параметра порядка для ансамблей из 30 и 40 осцилляторов соответственно. Из представленных диаграмм видно, что в обоих случаях самым типичным значением параметра порядка является $r \simeq 1$, что соответствует синфазному поведению осцилляторов. В случае ансамбля из 40 осцилляторов, где 10 осцилляторов с нулевой активной и реактивной мощностью потребления были добавлены в качестве промежуточного звена между выходными узлами генераторов и потребителей, наблюдается уменьшение процента режимов синфазной динамики. В рассмотренном ансамбле мы можем наблюдать появление большого многообразия значений параметра порядка r . Так, на диаграмме (см. рис. 2, *b*) виден рост процента режимов фазовой некогерентности со значениями параметра порядка $0.49 \leq r \leq 0.87$.

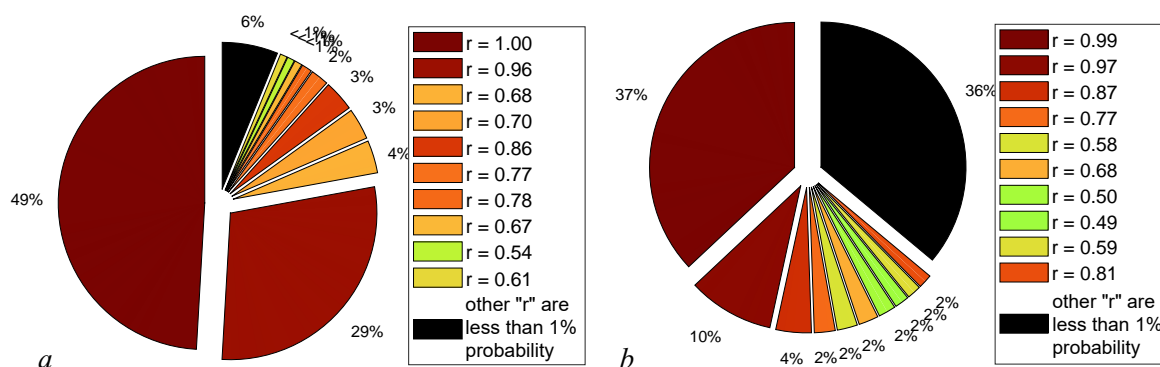


Рис. 2. Количественный подсчет процента значений параметра порядка r в виде круговой диаграммы: *a* — для ансамбля из 30 осцилляторов, *b* — для ансамбля из 40 осцилляторов (цвет онлайн)

Fig. 2. Quantitative calculation of the percentage of parameter values of order r in the form of a pie chart: *a* — for an ensemble of 30 oscillators, *b* — for an ensemble of 40 oscillators (color online)

Теперь рассмотрим, как распределяются значения параметра порядка в отдельных сегментах карт режимов, приведенных на рис. 1, *b, c*, то есть при изменении дисперсий распределений начальных значений мгновенной фазы и частоты в малых интервалах. Напомним, что рассматривались 50 различных случайных выборок с заданными дисперсиями. Были выбраны точки $d_\delta = 0.49, d_\zeta = 0.49$ (область 1) и $d_\delta = 1.835, d_\zeta = 2.69$ (область 2), которые соответствуют точкам синей и желтой области карты режимов на рис. 1, *a, d*. Из данных, приведенных на рис. 3, *a, d*, видно, что в точке $d_\delta = 0.49, d_\zeta = 0.49$ вне зависимости от выбранного ансамбля всегда наблюдается полная когерентность всех осцилляторов и отсутствие разности фаз между всеми осцилляторами. Таким образом, область 1 карты режима рис. 1, *a, d* характеризуется не только равными мгновенными частотами осцилляторов, но и одинаковыми мгновенными фазами осцилляторов, а полученный режим не зависит от выбора начальных условий. В области 2 карты режимов (рис. 1, *a, d*), принадлежащей сосуществованию синхронной и асинхронной динамики, могут реализоваться режимы синхронизации мгновенных частот и фаз осцилляторов, синхронизации мгновенных частот с постоянными во времени разностями фаз между осцилляторами и асинхронный режим, где хотя бы один осциллятор имеет мгновенную частоту, отличную от кластера всех остальных осцилляторов. В данном случае количество рассматриваемых осцилляторов в ансамбле влияет на степень когерентности мгновенных фаз. Это видно из рис. 3, *b, e* и рис. 3, *c, f*.

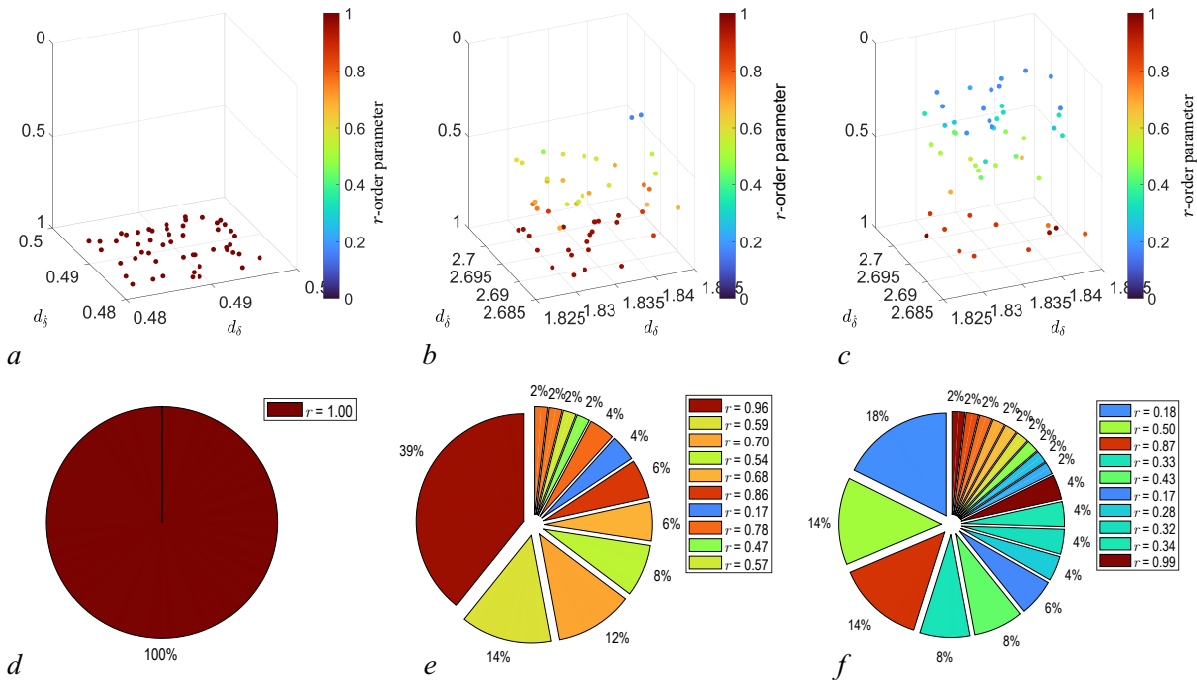


Рис. 3. Карты значений параметра порядка, построенные для выбранных сегментов карт режимов, приведенных на рис. 1, *a, d*, и соответствующие круговые диаграммы степени фазовой когерентности (значений r): *a, d* – сегмент карты и соответствующая круговая диаграмма в точке $d_\delta = 0.49, d_\zeta = 0.49$ для ансамблей из 30 и 40 осцилляторов, *b, e* – сегмент карты и соответствующая круговая диаграмма в точке $d_\delta = 1.835, d_\zeta = 2.69$ для ансамблей из 30 осцилляторов, *c, f* – сегмент карты и соответствующая круговая диаграмма в точке $d_\delta = 1.835, d_\zeta = 2.69$ для ансамблей из 40 осцилляторов (цвет онлайн)

Fig. 3. Maps of the order parameter values plotted for selected segments of the mode maps shown in Fig. 1, *a, d* and the corresponding pie charts of the phase coherence degree (r values): *a, d* – map segment and corresponding pie chart at $d_\delta = 0.49, d_\zeta = 0.49$ for ensembles of 30 and 40 oscillators, *b, e* – map segment and corresponding pie chart at $d_\delta = 1.835, d_\zeta = 2.69$ for ensembles of 30 oscillators, *c, f* – map segment and corresponding pie chart at $d_\delta = 1.835, d_\zeta = 2.69$ for ensembles of 40 oscillators (color online)

Из представленных рисунков видно, что для ансамбля из 30 осцилляторов (рис. 3, *b, e*) самым распространенным режимом поведения фаз является почти когерентное поведение со значением параметра порядка $r = 0.96$ (вероятность наблюдения 39% при всех рассмотренных случайных начальных условиях). Однако с увеличением ансамбля до 40 осцилляторов (рис. 3, *c, f*) самый близкий режим когерентности $r = 0.99$ имеет вероятность появления около 4%. Наиболее вероятными для данного ансамбля являются значения $r = 0.18$, $r = 0.5$ и $r = 0.87$, для которых вероятности составляют 18%, 14% и 14% соответственно. Также стоит отметить многообразие режимов фазовой динамики в представленном ансамбле осцилляторов. Очевидным недостатком представленных карт значений параметра порядка Курамото r является то, что они характеризуют степень синфазности осцилляторов, но не позволяют выделить область синхронизации мгновенных частот. Только в случае $r = 1$, когда фазы всех осцилляторов одинаковы, можно утверждать, что и мгновенные частоты всех осцилляторов совпадают. Таким образом, карты значений параметра порядка не могут дать полного представления о динамических режимах.

2.2. Влияние внешнего шумового воздействия на выбранные динамические режимы в двух ансамблях фазовых осцилляторов. Проанализировав ключевые динамические режимы энергосети, моделируемой ансамблем фазовых осцилляторов (1)–(9), и используя ранее полученные карты режимов, характеризующие синхронность частот осцилляторов (рис. 1, *a, d*) в точках $d_\delta = 0.49$, $d_\xi = 0.49$ и $d_\delta = 1.835$, $d_\xi = 2.69$, исследуем влияние гауссовского шума и шума Леви на полученные режимы сети. Под шумом Леви понимают белый негауссов шум, представляющий собой производную от процесса Леви (процесса с независимыми негауссовыми приращениями) по времени. Различие гауссова шума и шума Леви заключается в различном виде функции плотности вероятности. Плотность вероятности шума Леви характеризуется тремя параметрами: α , β и μ . Параметр стабильности $\alpha \in (0, 2]$ отвечает за наличие больших выбросов (влияет на хвосты кривой плотности вероятности). Параметр $\beta \in [-1, 1]$ характеризует асимметрию распределения. Параметр μ определяет сдвиг плотности вероятности. Для распределений, у которых существует среднее значение (то есть при $1 \leq \alpha \leq 2$), параметр μ является средним значением. При трех значениях параметра α существует явный вид для функций плотности вероятности: при $\alpha = 2$ плотность вероятности является гауссовской (или нормальной); при $\alpha = 1$ имеет место распределение Коши, а при $\alpha = 1/2$ — распределение Леви. В случае шума Леви ($\alpha < 2$) хвосты плотности вероятности являются более тяжелыми по сравнению с гауссовым распределением.

Рассмотрим режим синхронизации частот и фаз осцилляторов в точке $d_\delta = 0.49$, $d_\xi = 0.49$ и подадим в каждый осциллятор ансамбля внешнее шумовое воздействие в виде гауссовского шума и шума Леви. Источники шума в осцилляторах являются независимыми. Численный эксперимент показал, что исследуемая область является устойчивой к экстремально высоким значениям интенсивности как гауссова шума, так и шума Леви. В качестве примера продемонстрируем пространственно-временные диаграммы ансамбля из 40 осцилляторов, подверженного воздействию шума Леви со значениями параметров шума $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $\mu = 0$ и интенсивностью $\sigma = 1$. На рис. 4, *a, b* представлены пространственно-временные диаграммы мгновенных фаз и частот ансамбля из 40 осцилляторов под действием шума Леви. Для наглядности были продемонстрированы первые 100 единиц безразмерного времени устоявшегося режима. Из пространственно-временной диаграммы мгновенных фаз видно, что в начальный момент времени все мгновенные фазы осцилляторов были равны между собой. Это подтверждается рис. 4, *c*, где мгновенное значение параметра порядка Курамото r_{inst} в начальный момент равно $r_{\text{inst}} = 1$, тогда как усредненное по времени значение $\langle r_{\text{inst}} \rangle_t = 0.19$. Пространственно-временная диаграмма мгновенных частот демонстрирует экстремальные всплески амплитуд мгновенных частот, вызванных шумом Леви. Несмотря на воздействия такого рода, возмущенные шумом осцилляторы поддерживают синхронизацию частот, возвращая мгновенные частоты к их первоначальным значениям.

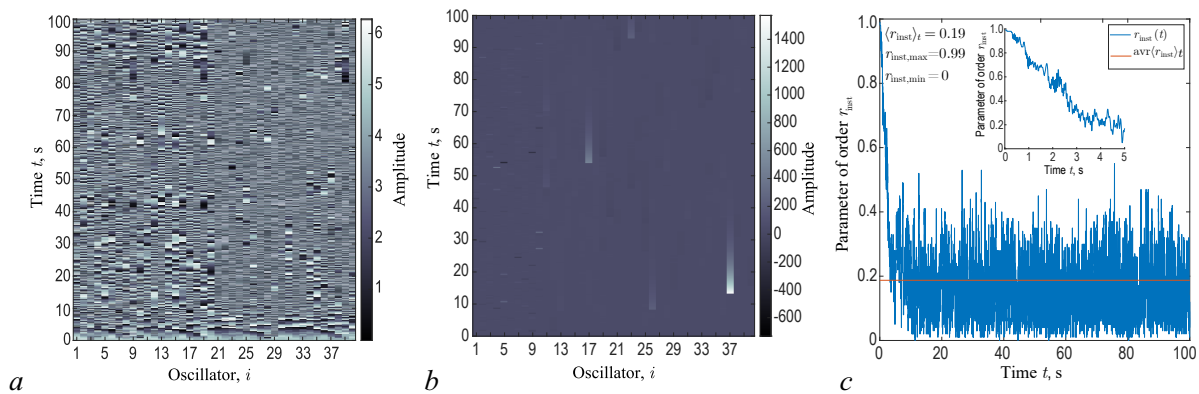


Рис. 4. Внешнее воздействие шумом Леви на ансамбль из 40 осцилляторов: *a* — пространственно-временная диаграмма мгновенных фаз, *b* — пространственно-временная диаграмма мгновенных частот, *c* — временная реализация параметра порядка Курамото r_{inst} (оранжевая линия — усредненное по времени значение) (цвет онлайн)

Fig. 4. External influence of Levy noise on an ensemble of 40 oscillators: *a* — spatiotemporal phase diagram, *b* — spatiotemporal frequency diagram, *c* — the temporal realization of the parameter of order Kuramoto r_{inst} (color online)

Таким образом, в ансамбле осцилляторов под действием шума Леви наблюдается частотная синхронизация, тогда как разность фаз между осцилляторами непрерывно изменяется под действием шума. В случае воздействия гауссовским шумом высокой интенсивности $\sigma > 0.1$ в ансамбле наблюдается изменение мгновенных фаз и частот осциллятора, однако при прекращении воздействия шума в ансамбле наблюдается резкая синхронизация частот осцилляторов. Полученные результаты для данной области наблюдались и в случае длительного времени численного счета $T = 10000$.

Рассмотрим точку $d_8 = 1.835$, $d_9 = 2.69$, в которой наблюдается режим сосуществования синхронной и асинхронной динамики. Выберем начальные условия, при которых в исследуемых ансамблях наблюдается режим асинхронной динамики, то есть хотя бы один из осцилляторов вращается с собственной частотой, отличной от частоты осцилляторов кластера. Произведем численный эксперимент с воздействием гауссовского шума на исследуемые ансамбли осцилляторов. Источники шума в осцилляторах, как и в предыдущем случае, являются независимыми. Численный результат показал, что в области исследуемого режима модели энергосети демонстрируется высокая степень устойчивости к внешнему гауссовскому воздействию. Так, например, для ансамбля из 30 осцилляторов изменение пространственно-временной динамики наблюдалось при экстремальной интенсивности шума $\sigma = 0.1833$ (рис. 5, *a, b, c*), тогда как для ансамбля из 40 осцилляторов это значение наблюдалось при $\sigma = 0.2732$ (рис. 5, *d, e, f*). Стоит также отметить, что изменения пространственно-временной динамики ансамблей наблюдалось при достаточно длительном времени численного счета $T = 10000$. Для обоих ансамблей наблюдался срыв частотного синхронизма осцилляторов, моделирующих потребителей энергии (осцилляторы с $i = 11$ по $i = 30$ или $i = 40$ моделируют потребителей энергии, тогда как оставшиеся осцилляторы принадлежат генераторам энергии в обоих рассмотренных ансамблях). Мгновенная частота вышедших из синхронизма осцилляторов устремляется к значению мгновенной частоты осциллятора, уже находившегося в асинхронном режиме до подачи внешнего воздействия.

Далее рассмотрим ту же область исходных режимов, заменив внешнее воздействие на шум Леви, и проведем численный эксперимент при изменении параметров шума, таких как α и β . Полученные результаты представлены на рис. 6 и рис. 7. На диаграммах, приведенных на рис. 6, показаны пороговые значения интенсивности шума Леви относительно параметров α и β , при которых наблюдалась смена пространственно-временной динамики ансамблей.

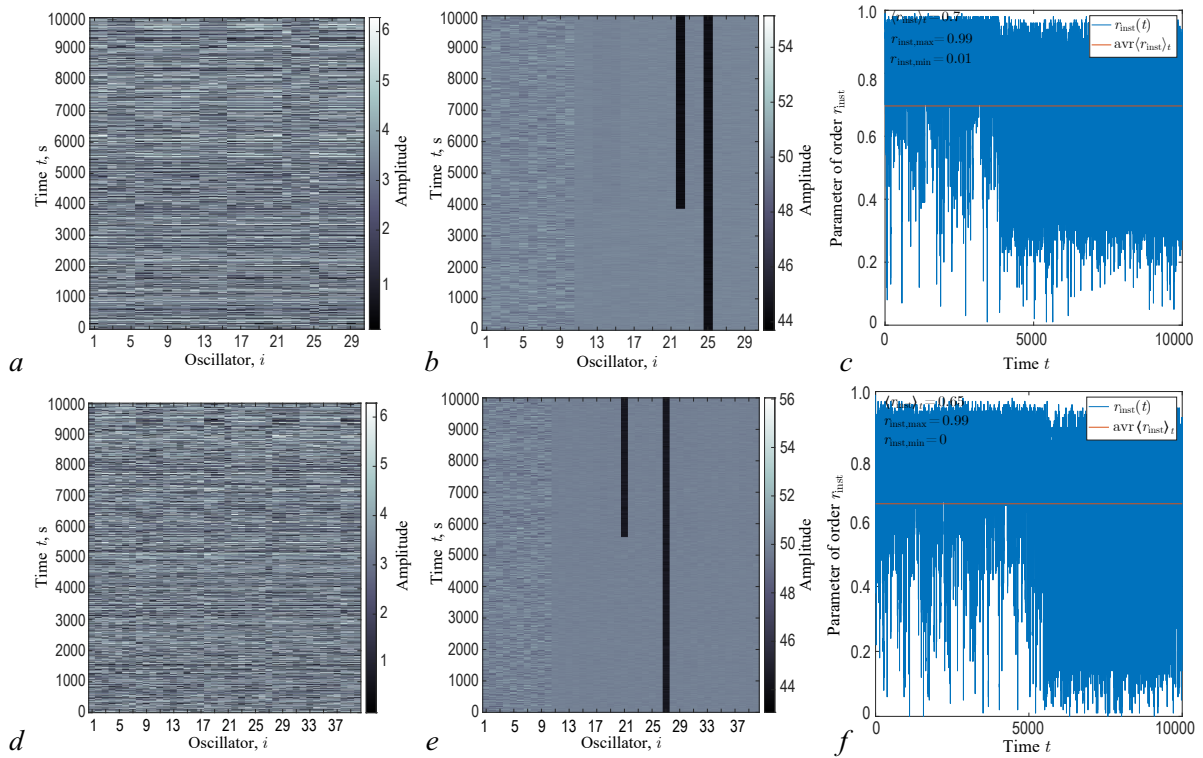


Рис. 5. Внешнее воздействие гауссовским шумом на ансамбли из 30 и 40 осцилляторов: *a, d* — пространственно-временная диаграмма мгновенных фаз; *b, e* — пространственно-временная диаграмма мгновенных частот; *c, f* — временная реализация параметра порядка Курамото r_{inst} (оранжевая линия — усредненное по времени значение); *a, b, c* — изображения для 30 осцилляторов; *d, e, f* — изображения для 40 осцилляторов (цвет онлайн)

Fig. 5. External influence of Gaussian noise on ensembles of 30 and 40 oscillators: *a, d* — spatiotemporal diagram of instantaneous phases; *b, e* — spatiotemporal diagram of instantaneous frequencies; *c, f* — temporal realization of the Kuramoto order parameter r_{inst} (orange line — time-averaged value); *a, b, c* — images for 30 oscillators; *d, e, f* — images for 40 oscillators (color online)

Рассмотрим случай нулевого значения параметра асимметрии ($\beta = 0$). В данном случае при $\alpha = 1$ пороговая интенсивность шума в исследуемых ансамблях из 30 и 40 осцилляторов имеет значения $\sigma = 2.84 \cdot 10^{-6}$ и $\sigma = 2.2 \cdot 10^{-6}$ соответственно. Далее, при увеличении параметра α пороговые значения шума Леви монотонно растут, и при значении $\alpha = 1.9$ для обоих случаев ансамблей происходит резкий скачок пороговой интенсивности шума. Наблюдаемое поведение пороговых величин интенсивности шума связано с особенностью шума Леви. При изменении α в сторону увеличения происходит уменьшение вероятности резких импульсных всплесков, частота появления таких всплесков также сокращается, и при достижении значения $\alpha = 2$ высокоамплитудные воздействия исчезают. Таким образом, полученные величины пороговой интенсивности σ при $\alpha = 2$ составляют $\sigma = 0.199$ и $\sigma = 0.3135$ для ансамблей из 30 и 40 осцилляторов соответственно. При наличии асимметрии вероятностного распределения шума Леви в диапазоне $-1 \leq \beta \leq 0.5$ наблюдается незначительное увеличение пороговой интенсивности для параметра $1 \leq \alpha \leq 1.8$ для обоих исследуемых ансамблей осцилляторов. Для параметра $\beta = 1$ в диапазоне $1 \leq \alpha \leq 1.8$ пороговое значение интенсивности для двух ансамблей является наивысшим из рассмотренных значений β , однако с приближением к значению $\alpha = 2$ рассмотренные пороговые интенсивности находятся вблизи значения полученного при $\beta = 0$. Это означает, что наличие отличной от нуля асимметрии в шуме Леви имеет влияние только в случае наличия резких высокоамплитудных случайных значений шума. Так, на рис. 6 можно видеть, что рассмотренные ансамбли осцилляторов менее чувствительны к шуму Леви при $\beta = 0.5$ и $\beta = 1$. Это говорит о том, что

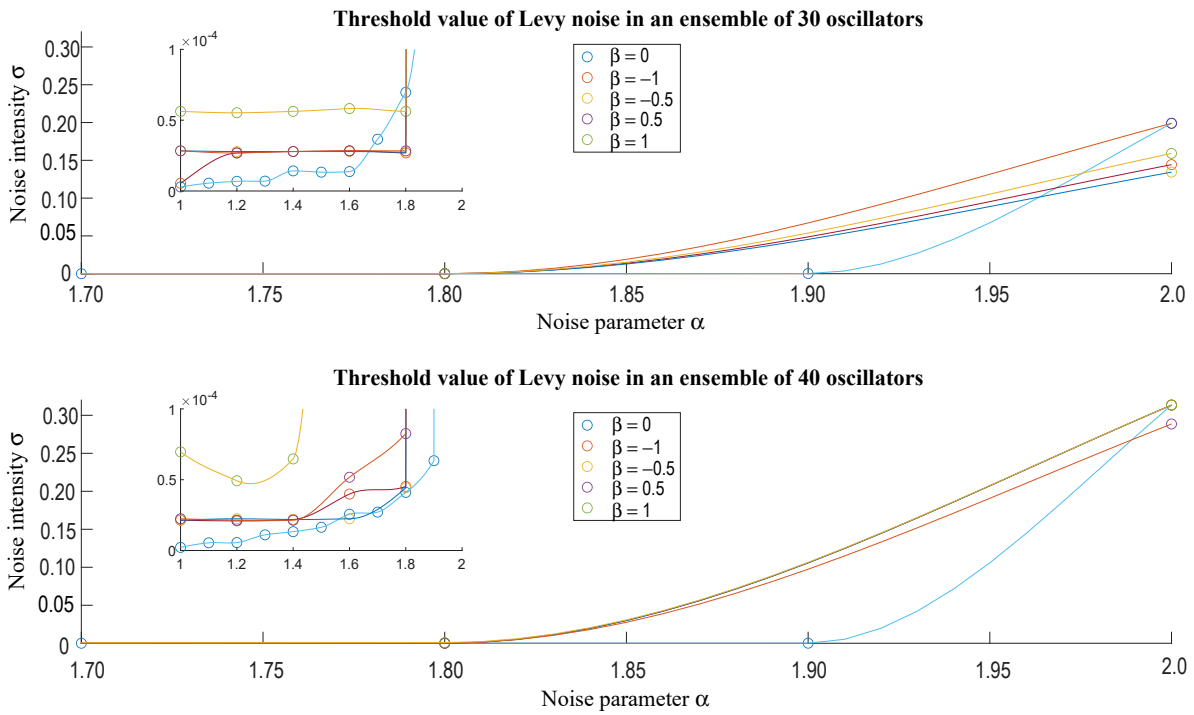


Рис. 6. Величины интенсивности шума Леви, при которых наблюдаются изменения пространственно-временной динамики в ансамблях из 30 и 40 осцилляторов (цвет онлайн)

Fig. 6. Levy noise intensity values at which changes in spatio-temporal dynamics in ensembles of 30 and 40 oscillators are observed (color online)

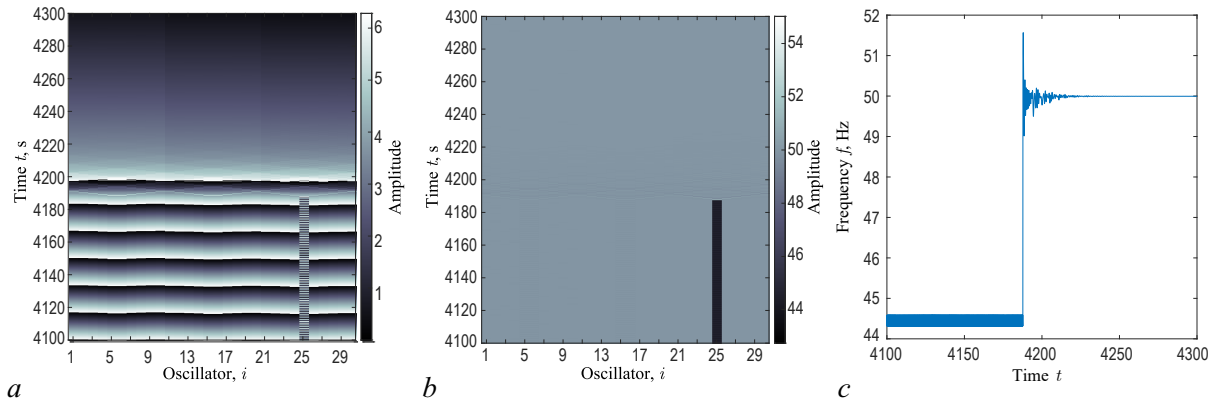


Рис. 7. Внешнее воздействие шумом Леви с параметрами $\alpha = 1.4$, $\beta = 0$, $\sigma = 1.42 \cdot 10^{-5}$ на ансамбль из 30 осцилляторов: *a* – пространственно-временная диаграмма мгновенных фаз, *b* – пространственно-временная диаграмма мгновенных частот, *c* – временная реализация мгновенной частоты осциллятора $i = 25$ (цвет онлайн)

Fig. 7. External influence of Levy noise with parameters $\alpha = 1.4$, $\beta = 0$, $\sigma = 1.42 \cdot 10^{-5}$ on an ensemble of 30 oscillators: *a* – spatiotemporal diagram of instantaneous phases, *b* – spatiotemporal diagram of instantaneous frequencies, *c* – time realization of the instantaneous frequency of the oscillator $i = 25$ (color online)

осцилляторы в ансамблях более устойчивы к резкому повышению мгновенной частоты за счет высокоамплитудного случайного воздействия.

В рассматриваемой области сосуществования синхронной и асинхронной динамики наблюдалось явление синхронизации осцилляторов под действием шума Леви. В качестве примера на рис. 7 проиллюстрировано явление, при котором высокоамплитудное импульсное воздействие шума Леви синхронизирует осциллятор, находящийся в асинхронном режиме в начальный момент времени счета. Как видно из рис. 7, с, в момент времени $T \approx 4195$ происходит резкий скачок мгновенной частоты в сторону увеличения скорости вращения с последующим установлением мгновенной частоты вблизи опорного значения ω_R (табл. 1). Стоит также отметить, что после установления частотной синхронизации в ансамбле также наблюдается фазовая когерентность осцилляторов, усредненный по времени параметр порядка находится вблизи значения $r_{\text{inst}} \approx 1$.

Заключение

В работе была исследована энергосеть с кольцеобразной топологией, которая представлялась в виде двух независимых ансамблей из 30 и 40 элементов соответственно. Элементы сети представляют собой генераторы и потребители энергии и описываются фазовыми осцилляторами первого и второго порядка [24]. Ансамбли из 40 осцилляторов отличаются наличием потребителей с нулевой величиной активной и реактивной мощности. Для сравнения пространственно-временных динамик двух различных ансамблей в работе были построены карты режимов для частотной и фазовой динамики ансамблей. Карты режимов были получены при неизменяемых управляющих параметрах модели и изменяемых случайных начальных условиях, которые задаются с помощью нормального распределения с различными значениями дисперсии случайных величин. Где дисперсия для начальных фаз и частот задавалась отдельно, а сами карты режимов строились при 50 случайных выборках начальных условий.

Полученные таким образом карты режимов демонстрировали большое многообразие пространственно-временных режимов без изменения каких-либо управляющих параметров. Так, например, карты режимов, полученные в результате анализа мгновенных частот, являются идентичными для двух рассмотренных ансамблей и содержат области синхронизации, полной синхронизации фаз и частот осцилляторов и асинхронного режима. Область полной синхронизации при всех рассмотренных начальных условиях наблюдалась при малых величинах дисперсии начальных фаз осцилляторов, тогда как все вышеперечисленные режимы наблюдались при увеличении дисперсии начальных фаз. Полученная область на карте режимов обозначалась как область сосуществования синхронной и асинхронной динамики, где появление того или иного режима определялось набором случайных величин.

Для оценки степени синфазности осцилляторов ансамбля строились карты значений параметра порядка. Величина фазовой когерентности представляет собой усредненный по времени счета параметр порядка Курамото r . Полученные таким образом карты режимов для исследуемых ансамблей демонстрировали различную степень когерентности. Так, в ансамбле из 40 осцилляторов наблюдалось самое наибольшее многообразие степеней фазовой когерентности. Это связано с наличием в ансамбле осцилляторов, моделирующих потребителей с нулевой активной мощностью, чьи собственные частоты [24] являются отличными от генераторов и остальных потребителей в энергосети. Такое разнообразие величин собственных частот усложняет установление в ансамбле полной фазовой когерентности и способствует появлению новых степеней фазовой когерентности. Однако в области полной синхронизации при любых начальных условиях наблюдалась полная фазовая когерентность $r = 1$ независимо от исследуемого ансамбля.

Исследование с шумовыми воздействиями различных типов, таких как гауссовский шум и шум Леви, проводилось в двух областях карты режимов, демонстрирующих частотную синхронизацию осцилляторов. Область карты режимов, в которой существовала исключительно

полная синхронизация, демонстрировала сильную устойчивость к гауссовскому шуму и шуму Леви и вне зависимости от значений интенсивности шума, включая экстремальные значения. Наблюдаемая устойчивость в исследуемом режиме заключалась в установлении частотной синхронизации ансамбля после прекращения воздействия шумом, тогда как разность фаз между осцилляторами становилась отличной от нуля, то есть полная синхронизация в ансамбле после воздействия различного типа шума не наблюдалась. В случае воздействия шумом на область сосуществования синхронной и асинхронной динамики под действием гауссовского шума и шума Леви возможны переключения между синхронизацией и асинхронным поведением ансамблей. В случае гауссовского шума переключения режимов наблюдались при экстремальных значениях интенсивности шума, тогда как в случае воздействия шума Леви необходимая интенсивность шума для смены режима зависела от параметра α . Так, при параметре $\alpha = 1$ интенсивность шума Леви могла составлять 10^{-6} , а при $\alpha = 2$ не более 0.5. Такие разные пороговые интенсивности шума в случае гауссовского воздействия и шума Леви связаны с особенностью шума Леви, заключающейся в наличии высокоамплитудных случайных выбросов. С уменьшением параметра α возрастает вероятность появления такого рода выбросов. Влияние параметра асимметрии β шума Леви незначительно изменяет пороговые значения интенсивности шума и только при $\beta = 1$ пороговая интенсивность шума становится выше. Полученные результаты в исследуемой области сосуществования различных синхронных и асинхронных режимов говорят о том, что исследуемые ансамбли фазовых осцилляторов являются более чувствительными к импульсной природе внешнего воздействия по отношению к внешним шумовым воздействиям.

Полученные численные результаты исследуемой модели могут иметь практическое значение в области определения условий устойчивой работы реальных энергосистем. В частности, влияние шумовых воздействий может иметь практическое применение в разработке механизмов противодействия внутренних и внешних возмущений, оказываемых на энергосеть. Результаты, полученные при воздействии гауссова шума и шума Леви на энергосеть, говорят о том, что энергосети могут являться достаточно устойчивыми к обычному, нормально распределенному шуму и сильно уязвимы к импульсному воздействию и резкому возмущению, каким и является рассмотренный в исследовании шум Леви при $\alpha < 2$. Таким образом, в реальных энергосетях стоит уделять внимание именно импульсным и резким возмущениям для поддержания устойчивой работы сети.

References

1. Ackermann T, Andersson G, Söder L. Distributed generation: a definition. *Electric Power Systems Research*. 2001;57(3):195–204. DOI: 10.1016/S0378-7796(01)00101-8.
2. Milan P, Wächter M, Peinke J. Turbulent character of wind energy. *Phys. Rev. Lett.* 2013;110(13):138701. DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.138701.
3. Heide D, von Bremen L, Greiner M, Hoffmann C, Speckmann M, Bofinger S. Seasonal optimal mix of wind and solar power in a future, highly renewable Europe. *Renewable Energy*. 2010;35(11):2483–2489. DOI: 10.1016/j.renene.2010.03.012.
4. Heide D, Greiner M, von Bremen L, Hoffmann C. Reduced storage and balancing needs in a fully renewable European power system with excess wind and solar power generation. *Renewable Energy*. 2011;36(9):2515–2523. DOI: 10.1016/j.renene.2011.02.009.
5. Anvari M, Lohmann G, Wächter M, Milan P, Lorenz E, Heinemann D, Tabar MRR, Peinke J. Short term fluctuations of wind and solar power systems. *New J. Phys.* 2016;18(6):063027. DOI: 10.1088/1367-2630/18/6/063027.
6. Anvari M, Wächter M, Peinke J. Phase locking of wind turbines leads to intermittent power production. *Europhysics Letters*. 2017;116(6):60009. DOI: 10.1209/0295-5075/116/60009.
7. Schmietendorf K, Peinke J, Kamps O. The impact of turbulent renewable energy production on power grid stability and quality. *Eur. Phys. J. B*. 2017;90:222. DOI: 10.1140/epjb/e2017-80352-8.

8. Schäfer B, Beck C, Aihara K, Witthaut D, Timme M. Non-Gaussian power grid frequency fluctuations characterized by Lévy-stable laws and superstatistics. *Nat. Energy*. 2018;3(2):119–126. DOI: 10.1038/s41560-017-0058-z.
9. Lee D, Chiang Y, Chen YT, Tsai HH. Impacts of battery energy storage system on power grid smartness: Case study of Taiwan Power Company. *Journal of Energy Storage*. 2024;86:111188. DOI: 10.1016/j.est.2024.111188.
10. Dorfler F, Bullo F. Synchronization and transient stability in power networks and nonuniform Kuramoto oscillators. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2012;50(3):1616–1642. DOI: 10.1137/110851584.
11. Arenas A, Díaz-Guilera A, Kurths J, Moreno Y, Zhou C. Synchronization in complex networks. *Physics Reports*. 2008;469(3):93–153. DOI: 10.1016/j.physrep.2008.09.002.
12. Filatrella G, Nielsen AH, Pedersen NF. Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model. *Eur. Phys. J. B*. 2008;61:485–491. DOI: 10.1140/epjb/e2008-00098-8.
13. Choi YP, Ha SY, Yun SB. Complete synchronization of Kuramoto oscillators with finite inertia. *Physica D*. 2011;240(1):32–44. DOI: 10.1016/j.physd.2010.08.004.
14. Lozano S, Buzna L, Díaz-Guilera A. Role of network topology in the synchronization of power systems. *Eur. Phys. J. B*. 2012;85:231. DOI: 10.1140/epjb/e2012-30209-9.
15. Fortuna L, Frasca M, Sarra Fiore A. A network of oscillators emulating the Italian high-voltage power grid. *International Journal of Modern Physics B*. 2012;26(25):1246011. DOI: 10.1142/S0217979212460113.
16. Rohden M, Sorge A, Timme M, Witthaut D. Self-organized synchronization in decentralized power grids. *Phys. Rev. Lett*. 2012;109(6):064101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.064101.
17. Carareto R, Baptista MS, Grebogi C. Natural synchronization in power-grids with anti-correlated units. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2013;18(4):1035–1046. DOI: 10.1016/j.cnsns.2012.08.030.
18. Motter AE, Myers SA, Anghel M, Nishikawa T. Spontaneous synchrony in power-grid networks. *Nature Phys*. 2013;9(3):191–197. DOI: 10.1038/nphys2535.
19. Dörfler F, Bullo F. Synchronization in complex networks of phase oscillators: A survey. *Automatica*. 2014;50(6):1539–1564. DOI: 10.1016/j.automatica.2014.04.012.
20. Olmi S, Navas A, Boccaletti S, Torcini A. Hysteretic transitions in the Kuramoto model with inertia. *Phys. Rev. E*. 2014;90(4):042905. DOI: 10.1103/PhysRevE.90.042905.
21. Grzybowski JMV, Macau EEN, Yoneyama T. On synchronization in power-grids modelled as networks of second-order Kuramoto oscillators. *Chaos*. 2016;26(11):113113. DOI: 10.1063/1.4967850.
22. Mirollo RE, Strogatz SH. The spectrum of the locked state for the Kuramoto model of coupled oscillators. *Physica D*. 2005;205(1–4):249–266. DOI: 10.1016/j.physd.2005.01.017.
23. Delabays R, Coletta T, Jacquod P. Multistability of phase-locking in equal-frequency Kuramoto models on planar graphs. *J. Math. Phys*. 2017;58(3):032703. DOI: 10.1063/1.4978697.
24. Nishikawa T, Motter AE. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization. *New J. Phys*. 2015;17(1):015012. DOI: 10.1088/1367-2630/17/1/015012.
25. Manik D, Witthaut D, Schäfer B, Matthiae M, Sorge A, Rohden M, Katifori E, Timme M. Supply networks: Instabilities without overload. *Eur. Phys. J. Spec. Top*. 2014;223:2527–2547. DOI: 10.1140/epjst/e2014-02274-y.
26. Coletta T, Jacquod P. Linear stability and the Braess paradox in coupled-oscillator networks and electric power grids. *Phys. Rev. E*. 2016;93(3):032222. DOI: 10.1103/PhysRevE.93.032222.
27. Machowski J, Lubosny Z, Bialek JW, Bumby JR. *Power System Dynamics: Stability and Control*. N.Y.: Wiley; 2020. 896 p.
28. Tumash L, Olmi S, Schöll E. Stability and control of power grids with diluted network topology. *Chaos*. 2019;29(12):123105. DOI: 10.1063/1.5111686.

29. Gotz M, Rapp M, Dostert K. Power line channel characteristics and their effect on communication system design. *IEEE Communications Magazine*. 2004;42(4):78–86. DOI: 10.1109/MCOM.2004.1284933.
30. González-Ramos J, Uribe-Pérez N, Sendin A, Gil D, de la Vega D, Fernández I, Núñez IJ. Upgrading the power grid functionalities with broadband power line communications: Basis, applications, current trends and challenges. *Sensors*. 2022;22(12):4348. DOI: 10.3390/s22124348.
31. Bai T, Zhang H, Wang J, Xu C, Elkashlan M, Nallanathan A, Hanzo L. Fifty years of noise modeling and mitigation in power-line communications. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2020;23(1):41–69. DOI: 10.1109/comst.2020.3033748.
32. Antoniali M, Versolato F, Tonello AM. An experimental characterization of the PLC noise at the source. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2015;31(3):1068–1075. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2452939.
33. Di Bert L, Caldera P, Schwingshackl D, Tonello AM. On noise modeling for power line communications. In: *IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*. 2011, Udine, Italy. IEEE; 2011. P. 283–288. DOI: 10.1109/ISPLC.2011.5764408.
34. Meng H, Guan YL, Chen S. Modeling and analysis of noise effects on broadband power-line communications. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2005;20(2):630–637. DOI: 10.1109/TPWRD.2005.844349.
35. Nassar M, Gulati K, Mortazavi Y, Evans BL. Statistical modeling of asynchronous impulsive noise in powerline communication networks. In: *2011 IEEE Global Telecommunications Conference-GLOBECOM 2011*. 2011, Houston, TX, USA. IEEE; 2011. P. 1–6. DOI: 10.1109/GLOCOM.2011.6134477.
36. Ferreira HC, Lampe L, Newbury J, Swart TG. *Power Line Communications: Theory and Applications for Narrowband and Broadband Communications over Power Lines*. N.Y.: Wiley; 2010. 536 p.
37. Nassar M, Dabak A, Kim IH, Pande T, Evans BL. Cyclostationary noise modeling in narrowband powerline communication for smart grid applications. In: *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. 2012, Kyoto, Japan. IEEE; 2012. P. 3089–3092. DOI: 10.1109/ICASSP.2012.6288568.
38. Zimmermann M, Dostert K. Analysis and modeling of impulsive noise in broad-band powerline communications. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. 2002;44(1):249–258. DOI: 10.1109/15.990732.
39. Klatt M, Meyer J, Schegner P, Koch A, Myrzik J, Darda T, Eberl G. Emission levels above 2 kHz- Laboratory results and survey measurements in public low voltage grids. In: *22nd International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED 2013)*. 2013, Stockholm, Sweden. IEEE; 2013. P. 1–4. DOI: 10.1049/cp.2013.1102.
40. Fernandez I, Uribe-Pérez N, Eizmendi I, Angulo I, de la Vega D, Arrinda A, Arzuaga T. Characterization of non-intentional emissions from distributed energy resources up to 500 kHz: A case study in Spain. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2019;105:549–563. DOI: 10.1016/j.ijepes.2018.08.048.
41. Yalcin T, Özdemir M, Kostyla P, Leonowicz Z. Analysis of supra-harmonics in smart grids. In: *IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe)*. 2017, Milan, Italy. IEEE; 2017. P. 1–4. DOI: 10.1109/EEEIC.2017.7977812.
42. Bollen M, Olofsson M, Larsson A, Rönnerberg S, Lundmark M. Standards for supraharmonics (2 to 150 kHz). *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*. 2014;3(1):114–119. DOI: 10.1109/MEMC.2014.6798813.
43. Larsson EA, Bollen MH, Wahlberg MG, Lundmark CM, Rönnerberg SK. Measurements of high-frequency (2–150 kHz) distortion in low-voltage networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2010;25(3):1749–1757. DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2041371.

44. Larsson EOA, Bollen MHJ. Measurement result from 1 to 48 fluorescent lamps in the frequency range 2 to 150 kHz. In: Proceedings of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power-ICHQP 2010. 2010, Bergamo, Italy. IEEE; 2010. P. 1–8. DOI: 10.1109/ICHQP.2010.5625395.
45. Rönnberg SK, Bollen MH. Emission from four types of LED lamps at frequencies up to 150 kHz. In: IEEE 15th International Conference on Harmonics and Quality of Power. 2012, Hong Kong, China. IEEE; 2012. P. 451–456. DOI: 10.1109/ICHQP.2012.6381216.
46. Zimmerman R, Murillo-Sanchez C, Thomas R. MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education. IEEE Transactions on Power Systems. 2011;26(1):12–19. DOI: 10.1109/TPWRS.2010.2051168.
47. Cañizares C, Fernandes T, Geraldini Jr E., Gerin-Lajoie L, Gibbard M, Hiskens I, Kersulis J, Kuiava R, Lima L, De Marco F, Martins N, Pal BC, Piardi A, Ramos R, dos Santos J, Silva D, Singh AK, Tamimi B, Vowles D. IEEE PES Technical Report TR-18: Benchmark Systems for Small-Signal Stability Analysis and Control. IEEE PES Resource Center; 2015. 390 p.
48. Kuramoto Y. Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators. In: Araki H, editor International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics. Lecture Notes in Physics. Vol. 39. Berlin: Springer; 1975. P. 420–422. DOI: 10.1007/BFb0013365.



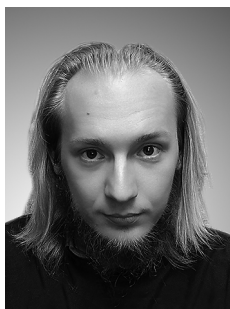
Аринушкин Павел Алексеевич — родился в г. Ртищево Саратовской обл. (1994). Окончил Саратовский государственный университет имени Чернышевского (2017). Кандидат физико-математических наук (2023, СГУ). Работает инженером машинного обучения 1 категории в организации ООО «ТатИТнефть» Центра компетенции искусственного интеллекта (Альметьевск). Научные интересы — фазовые осцилляторы, математическое моделирование, энергосети, мемристоры, мультифракталы. Опубликовал 8 научных статей по указанным направлениям.

Россия, Республика Татарстан, 423450 Альметьевск, Улица Ленина, 35
 ООО «ТатИТнефть» Центр компетенции искусственного интеллекта
 E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com
 ORCID: 0000-0003-3011-8336
 AuthorID (eLibrary.Ru): 1130119



Вадивасова Татьяна Евгеньевна — родилась в Саратове (1958). Окончила физический факультет Саратовского государственного университета (1981). Доктор физико-математических наук. В настоящее время — профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики физического факультета СГУ. Научные интересы сосредоточены в области нелинейной динамики и статистической радиофизики: эффекты синхронизации в ансамблях хаотических и стохастических осцилляторов, волновые структуры в активных средах, свойства различных типов нерегулярных аттракторов, влияние шума и стохастические эффекты в нелинейных системах и др. Автор более 130 публикаций в рецензируемых отечественных и зарубежных изданиях.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
 E-mail: vadvivasovate@yandex.ru
 ORCID: 0000-0002-8081-2820
 AuthorID (eLibrary.Ru): 34840



Куприянов Владислав Дмитриевич — родился в Саратове (2001). Окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2023) по направлению «Инфокоммуникационные технологии и системы связи». Научные интересы — фазовые осцилляторы, математическое моделирование, энергосети.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
 E-mail: kuprijn@mail.ru