

УДК 533.6

ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЧИСЛА ШМИДТА И ПРАНДТЛЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА СТЕНКЕ С ЗАВЕСНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ ПРИ ВДУВЕ ИНОРОДНОГО ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ ВСТАВКУ

© 2023 г. В. Г. Лущик^{a,*}, М. С. Макарова^{a,**}, С. С. Попович^{a,***}

^aМГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

*E-mail: vgl_41@mail.ru

**E-mail: april27_86@mail.ru

***E-mail: pss@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 24.05.2023 г.

После доработки 04.07.2023 г.

Принята к публикации 01.08.2023 г.

С использованием трехпараметрической RANS-модели турбулентности, дополненной уравнениями переноса для турбулентных потоков тепла и массы, проведено численное исследование изменения турбулентных чисел Шмидта и Прандтля в пограничном слое на стенке с завесным охлаждением при вдуве гелия в поток ксенона через пористую вставку. Проведено сравнение полученных результатов с расчетными данными для постоянных значений турбулентных чисел Шмидта и Прандтля.

Ключевые слова: RANS-модель турбулентности, уравнения переноса для турбулентных потоков тепла и массы, вдув газа, турбулентное число Прандтля, турбулентное число Шмидта

DOI: 10.31857/S1024708423600501, **EDN:** CQYHLE

Экспериментальные данные по турбулентному числу Прандтля Pr_t проанализированы в обзоре [1] для развитого течения в круглой трубе, плоском канале и для двумерного пограничного слоя с постоянными физическими свойствами. В [1] показано, что в общем случае турбулентное число Прандтля является функцией молекулярного числа Прандтля Pr , числа Рейнольдса Re и расстояния от стенки y^+ .

Для газовых смесей водорода, гелия, аргона, ксенона с молекулярным числом Прандтля $0.18 < Pr < 0.7$ при числах Рейнольдса $3 \times 10^4 < Re < 1 \times 10^5$ в [2] рассмотрен ряд моделей для установления зависимости $Pr_t(y^+, Pr, Re)$. Анализ результатов расчетных исследований величины Pr_t показывает, что они носят противоречивый характер, особенно в пристеночной области при $y^+ < 10$. Путем прямого численного моделирования (DNS), проведенного для турбулентного течения в канале и трубе с непроницаемыми стенками в работах [3–5], установлено, что величина турбулентного числа Прандтля при низких числах Рейнольдса для $Pr \geq 0.2$ практически не зависит от значения молекулярного числа Прандтля. В [6] также путем DNS проведено численное моделирование турбулентного пограничного слоя на плоской пластине с транспирационным охлаждением.

Большой разброс значений Pr_t в экспериментах, приведенных в [7], по-видимому, объясняется невысокой точностью измерения входящих в выражение для турбулентного числа Прандтля (см. ниже) величин $\langle u'v' \rangle$ и $\langle v'T' \rangle$ и большой погрешностью при дифференцировании измеренных профилей скорости $\partial u / \partial y$ и температуры $\partial T / \partial y$ в широком диапазоне расстояний от стенки до оси трубы.

В [8] был проведен анализ более 20 измеренных профилей температуры в пристенных турбулентных течениях различных жидкостей (при $0.02 \leq Pr \leq 100$) при условии, что профили температуры имели достаточно широкий участок, хорошо описываемый логарифмической форму-

лой. Определенные в [8] по логарифмическому участку значения Pr_t практически не зависят от Pr и группируются около среднего значения $Pr_t = 0.85$.

В [9, 10] с использованием дифференциальной RANS-модели турбулентности [11], дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла [12], проведено численное исследование зависимости турбулентного числа Прандтля от молекулярного числа Прандтля, интенсивности вдува (отсоса) газа через проницаемую стенку и параметра ускорения (торможения) набегающего потока. В качестве газовых теплоносителей рассмотрены воздух и смеси гелия с ксеноном и с аргоном, а в качестве жидкостных – ртуть, вода и трансформаторное масло. Полученные результаты расчетов согласуются с имеющимися экспериментальными данными для турбулентного числа Прандтля и величинами, входящими в его определение.

В ряде работ (см., например, [13–15]) выполнены расчеты в предположении постоянства турбулентных чисел Прандтля и Шмидта. Так, в [14] для сверхзвуковой пристеночной струи в спутном сверхзвуковом потоке удовлетворительное согласие расчета с экспериментом [16] получено для значений турбулентных чисел Прандтля $Pr_t = 0.85$ и Шмидта $Sc_t = 0.7$.

Следует отметить, что экспериментальные данные для турбулентного числа Шмидта, ввиду трудностей измерения корреляций $\langle v' C' \rangle$, практически отсутствуют. Расчетных исследований величины Sc_t немного (см., например, обзор в [17]). В [17] также путем прямого численного моделирования (DNS), проведенного для турбулентного пограничного слоя на стенке с щелевым завесным охлаждением, получено распределение турбулентных чисел Прандтля и Шмидта в области завесы. Показано, что турбулентные числа Прандтля и Шмидта примерно равны в области смещения щелевой завесы с набегающим сверхзвуковым потоком, оба не являются постоянными и уменьшаются от значений ~ 1.2 на входе до ~ 0.8 дальше по течению. Поведение Pr_t и Sc_t сопоставимо в основной части области смещения, а значительные градиенты чисел Pr_t и Sc_t имеют место вблизи стенки и внешней границы набегающего потока. Численное исследование [13] установило, что для точного прогнозирования характеристик завесного охлаждения предположение о постоянных турбулентных числах Прандтля или Шмидта является недостаточным.

В работе [18] оценены адекватность и точность предположения о постоянном числе Шмидта при прогнозировании турбулентных скалярных полей в поперечных потоках струй. Круглая струя, впрыскиваемая в замкнутый поперечный поток в прямоугольном канале, была смоделирована с использованием усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса со стандартной $k-\epsilon$ моделью турбулентности. Установлено, что для наилучшего согласования расчетов с экспериментальными данными рекомендуется использовать значение турбулентного числа Шмидта $Sc_t = 0.2$.

Как отмечено в [19], применение RANS-модели к турбулентным течениям с переносом массы обычно предполагает использование гипотезы градиентной диффузии, которая требует определения турбулентного числа Шмидта Sc_t . Однако универсальное значение Sc_t не установлено, и в различных исследованиях использовались эмпирические значения. В [19] рассматриваются исследования, связанные с применением оптимальных значений Sc_t , имеющих отношение к атмосферному массообмену. Оптимальные значения Sc_t широко распространены в диапазоне 0.2–1.3, и конкретное выбранное значение оказывает существенное влияние на результаты прогнозирования. На основании результатов проведенного в [19] исследования, поскольку оптимальные значения Sc_t в значительной степени зависят от местных характеристик потока, рекомендуется определять Sc_t с учетом доминирующей структуры потока в каждом случае.

Таким образом, из рассмотрения упомянутых выше публикаций следует, что при проведении расчетов с использованием предположения о постоянстве турбулентных чисел Прандтля и Шмидта выбор их значений зависит от конкретной задачи, для которой проводится расчет.

Целью настоящей работы является демонстрация эволюции турбулентных чисел Прандтля и Шмидта в пограничном слое на стенке на примере переменных по длине граничных условий – с завесным охлаждением через пористую вставку при вдуве гелия в поток ксенона и сравнение полученных результатов с расчетными данными для постоянных значений турбулентных чисел Шмидта и Прандтля.

Отметим, что выбор задачи численного исследования обусловлен актуальностью тематики использования газовых смесей с низким значением молекулярного числа Прандтля при завесном охлаждении в эффективных теплообменных устройствах наземного и космического базирования.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ЧИСЕЛ ПРАНДТЛЯ И ШМИДТА

Уравнения неразрывности, движения, энергии и бинарной диффузии, описывающие дозвуковое безградиентное течение в пограничном слое на плоской пластине имеют вид [20]

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right] \quad (1.2)$$

$$c_p \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\eta}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + \rho q_t \right) \quad (1.3)$$

$$\rho u \frac{\partial c}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\eta}{Sc} \frac{\partial c}{\partial y} + \rho j_t \right) \quad (1.4)$$

Здесь x — направление вдоль пластины, y — координата, отсчитываемая по нормали к пластине, u и v — компоненты скорости вдоль осей x и y , соответственно, T — термодинамическая температура газа, c — относительная массовая концентрация газа завесы (концентрация газа основного потока равна $1-c$), $\rho \tau = -\rho \langle u' v' \rangle$ — турбулентное трение, $\rho q_t = -\rho c_p \langle v' T' \rangle$ — турбулентный поток тепла, $\rho j_t = -\rho \langle v' c' \rangle$ — турбулентный поток массы, $Pr = \eta c_p / \lambda$, $Sc = \eta / \rho D$ — молекулярные числа Прандтля и Шмидта, соответственно, ρ — плотность, η — динамическая вязкость, c_p — изобарная теплоемкость, λ — теплопроводность, D — коэффициент бинарной диффузии газа.

Для величин $\rho \tau$, ρq_t и ρj_t обычно используются гипотезы вида

$$\rho \tau = -\rho \langle u' v' \rangle = \rho \epsilon_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.5)$$

$$\rho q_t = c_p \frac{\rho \epsilon_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.6)$$

$$\rho j_t = \frac{\rho \epsilon_t}{Sc_t} \frac{\partial c}{\partial y} \quad (1.7)$$

Здесь ϵ_t — коэффициент турбулентного переноса количества движения (турбулентная вязкость), Pr_t и Sc_t — турбулентные числа Прандтля и Шмидта, соответственно, которые обычно принимаются равными и постоянными по толщине пограничного слоя.

Для определения величины турбулентной вязкости ϵ_t в инженерной практике широко используется гипотеза пути смешения Прандтля $\epsilon_t = l^2 |\partial u / \partial y|$. Для пути смешения l в литературе (см., например в [21]) предложено большое количество эмпирических функций расстояния до стенки, подобранных для каждого конкретного эксперимента, расчет которого требуется провести.

В случае использования уравнений переноса для турбулентных потоков импульса $\rho \tau = -\rho \langle u' v' \rangle$, тепла $\rho q_t = -\rho c_p \langle v' T' \rangle$ и массы $\rho j_t = -\rho \langle v' c' \rangle$ турбулентные числа Прандтля и Шмидта могут быть рассчитаны по соотношениям вида

$$Pr_t = c_p \frac{\rho \tau \partial T / \partial y}{\rho q_t \partial u / \partial y} \quad (1.8)$$

$$Sc_t = \frac{\rho \tau \partial c / \partial y}{\rho j_t \partial u / \partial y} \quad (1.9)$$

2. МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ. УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ДЛЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ ТЕПЛА И МАССЫ

Для вычисления величины напряжения сдвига τ , входящей в определение турбулентных чисел Прандтля (1.8) и Шмидта (1.9), использована трехпараметрическая RANS-модель турбулентности [11], обобщенная на течение с теплообменом, в которой уравнения переноса записывают-

ся для энергии турбулентности $E = 0.5 \sum \langle u_i'^2 \rangle$, величины напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$ и предложенного А.Н. Колмогоровым параметра – квадрата частоты турбулентности $\omega = E/L^2$ ($L = \sqrt{E/\omega}$ – поперечный интегральный масштаб турбулентности)

$$\rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial y} = -(c_0 \rho \sqrt{EL} + c_1 \eta) \frac{E}{L^2} + \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_E \frac{\partial E}{\partial y} \right) \quad (2.1)$$

$$\rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial y} = -(3c_0 \rho \sqrt{EL} + 9c_1 \eta) \frac{\tau}{L^2} + c_2 \rho E \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) \quad (2.2)$$

$$\rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial y} = -(2c_0 \rho \sqrt{EL} + 1.4c_1 \eta f_\omega) \frac{\omega}{L^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \left[\frac{\tau}{E} - 2c_3 \operatorname{sign} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \rho \omega \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.3)$$

Для вычисления величины q_t , входящей в определение турбулентного числа Прандтля (1.8), в [12] получено уравнение переноса для величины $q_t = -c_p \langle v' T' \rangle$

$$\rho u \frac{\partial q_t}{\partial x} + \rho v \frac{\partial q_t}{\partial y} = -[3c_0 \rho \sqrt{EL} + 9c_1 \eta f(\operatorname{Pr})] \frac{q_t}{L^2} + c_4 c_p \rho E \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_q \frac{\partial q_t}{\partial y} \right) \quad (2.4)$$

Полагая, согласно [22, 23], концентрацию, как и температуру, пассивной примесью, что весьма точно выполняется в случае массопереноса, для величины $j_t = -\langle v' c' \rangle$, входящей в определение турбулентного числа Шмидта (1.9), уравнение переноса может быть получено аналогично уравнению переноса для величины $q_t = -c_p \langle v' T' \rangle$ [12] и будет иметь вид

$$\rho u \frac{\partial j_t}{\partial x} + \rho v \frac{\partial j_t}{\partial y} = -[3c_0 \rho \sqrt{EL} + 9c_1 \eta f(\operatorname{Sc})] \frac{j_t}{L^2} + c_4 c_p \rho E \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_j \frac{\partial j_t}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

Значения констант в уравнениях (2.1)–(2.5) [9–12]

$$\begin{aligned} c_0 = 0.3; \quad c_1 = 5\pi/4; \quad c_2 = 0.2; \quad c_3 = 0.04; \quad c_4 = 0.222; \quad c_5 = 0.25; \quad a_E = a_\omega = 0.06 \\ a_\tau = a_q = a_j = 3a_E = 0.18; \quad \alpha_E = \alpha_\tau = 1; \quad \alpha_\omega = 1.4; \quad \alpha_q = f(\operatorname{Pr}); \quad \alpha_j = f(\operatorname{Sc}) \\ D_\phi = a_\phi \rho \sqrt{EL} + \alpha_\phi \eta \quad (\phi = E, \tau, \omega, q, j) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$f_\omega = 1 - \frac{1}{2c_1} \left(\frac{L}{E} \frac{\partial E}{\partial y} \right)^2, \quad f(\operatorname{Pr}) = \frac{1 + c_5 \sqrt{\operatorname{Pr}} + 1/\sqrt{\operatorname{Pr}}}{2 \cdot 1 + c_5 \sqrt{\operatorname{Pr}}}, \quad f(\operatorname{Sc}) = \frac{1 + c_5 \sqrt{\operatorname{Sc}} + 1/\sqrt{\operatorname{Sc}}}{2 \cdot 1 + c_5 \sqrt{\operatorname{Sc}}}$$

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Расчет пограничного слоя на стенке с завесным охлаждением через пористую вставку при вдуве инородного газа выполнен с использованием уравнений (1.1)–(1.4) и (2.1)–(2.5) с константами (2.6) и граничными условиями на непроницаемой теплоизолированной стенке (3.1) и стенке со вдувом (3.2) [13]

$$y = 0: \quad u = 0, \quad E = \frac{\partial E}{\partial y} = \tau = q_t = j_t = 0$$

$$v_w = 0, \quad c_w = 0, \quad q_w = \left(c_p \frac{\eta}{\operatorname{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = 0 \quad (3.1)$$

$$j_w = (\rho v)_w, \quad j_w(c_w - 1) = \left(\frac{\eta}{\operatorname{Sc}} \frac{\partial c}{\partial y} \right)_w, \quad j_w^o = j_w/(\rho u)_e \quad (3.2)$$

Здесь $j_w = (\rho v)_w$ – массовая скорость вдуваемого газа, T_w – температура стенки, T_j – температура вдуваемого газа, c_w – концентрация вдуваемого газа на стенке, q_w – тепловой поток в стенку. Граничное условие $\partial E/\partial y = 0$ позволяет определить величину $\omega_w(x)$, которая заранее неизвестна.

Граничные условия на внешней границе расчетной области ($y = h$), которая превосходит периодическую по длине толщину пограничного слоя $\delta(x)$, где $u = 0.99u_e$, имеют вид

$$u = u_e, \quad T = T_e, \quad c = 0, \quad E = E_e(x), \quad \omega = \omega_e, \quad \tau = q_t = j_t = 0 \quad (3.3)$$

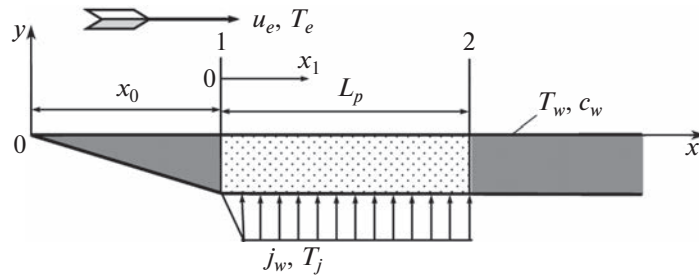


Рис. 1. Расчетная схема.

В (3.3) u_e , T_e — величины скорости, температуры для течения в набегающем потоке, а функции $E_e(x)$ и ω_e описывают вырождение турбулентности в этом течении. Индексы “w” и “e” в граничных условиях и далее относятся, соответственно, к условиям на стенке и в набегающем потоке.

В начальном ($x = 0$) сечении профиль скорости $u(y)$ определялся из автомодельного решения Блазиуса, профиль температуры $T(y)$ принимался подобным профилю скорости, профили функций $E(y)$, $\tau(y)$, $\omega(y)$, задавались как в [13].

Начальный масштаб турбулентности L_0 принимался таким ($Re_L = L_0(\rho u/\eta)_1 = 0.2 \times 10^5$), чтобы интенсивность турбулентности набегающего потока $e = \sqrt{E}/u_e$, уменьшающаяся вследствие вырождения ее на расчетной длине, не более, чем в два раза отличалась от начальной величины $e_0 = \sqrt{E_0}/u_1 = 0.03$.

Теплофизические свойства и числа Pg и Sc задавались в табличном виде в зависимости от давления, температуры и концентрации. Для смеси газов теплофизические свойства рассчитывались по полуэмпирическим формулам для многокомпонентной смеси газов, приведенным в [24], а плотность — по уравнению состояния идеального газа.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты проводились в следующей постановке (см. рис. 1). Пластина обтекалась набегающим потоком газа с постоянной скоростью $u_e = 20$ м/с при давлении $p_e = 2$ МПа. Параметрами задачи являются числа Рейнольдса по длине (рис. 1), отсчитываемые от входа $Re_x = x(\rho u/\eta)_e$, либо от начала участка со вдувом $Re_{x1} = x_1(\rho u/\eta)_e$ при значениях теплофизических параметров, определенных по температуре и давлению в набегающем потоке.

Участок пластины длиной $x_0 = 100$ мм полагался непроницаемым и теплоизолированным. Далее по потоку между сечениями 1 и 2 на длине $L_p = 50$ мм осуществлялся вдув, интенсивность которого $j_w^0 = j_w/(\rho u)_e$ линейно нарастала на небольшой длине и далее оставалась постоянной по длине проницаемой пластины и равной величине $j_w^0 = 0.001$. Область газовой завесы находилась за сечением 2 ($Re_x > 1.5 \times 10^6$), где пластина полагалась непроницаемой и теплоизолированной.

Длина входного участка x_0 (рис. 1) была выбрана так, что начало вдува находилось за областью перехода в пограничном слое от ламинарного режима течения к турбулентному ($Re_x > 10^6$).

В качестве газа набегающего потока рассматривались ксенон (Xe) при температуре $T_e = 1000$ К, а вдуваемого газа — гелий (He) при температуре $T_j = 300$ К. Молекулярные числа Шмидта Sc и Прандтля Pg для смеси гелий-ксенон в зависимости от массовой концентрации гелия s приведены на рис. 2.

Характер изменения режима течения по длине пластины иллюстрирует рис. 3, где представлена расчетная зависимость коэффициента трения c_f от числа Рейнольдса Re_x .

Как видно из рис. 3, расчетная зависимость (линия 1) при $Re_x < 10^5$ близка к закону Блазиуса [25] $c_f = 0.664 \cdot Re_x^{-1/2}$ (линия 2) для ламинарного режима течения, а при $Re_x > 2 \times 10^5$ (за исключением области вдува $10^6 < Re_x < 1.5 \times 10^6$), где коэффициент трения существенно снижается, близка к зависимости [26] $c_f = 0.0567 \cdot Re_x^{-1/5}$ (линия 3) для турбулентного режима течения. Точ-

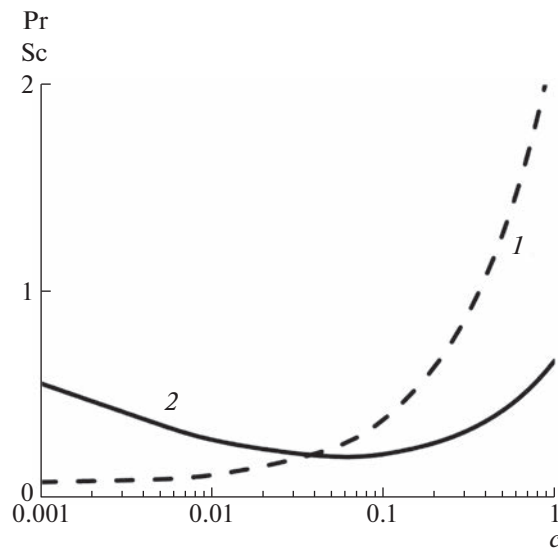


Рис. 2. Молекулярные числа Шмидта Sc (1) и Прандтля Pr (2) в зависимости от массовой концентрации гелия c в смеси гелий-ксенон.

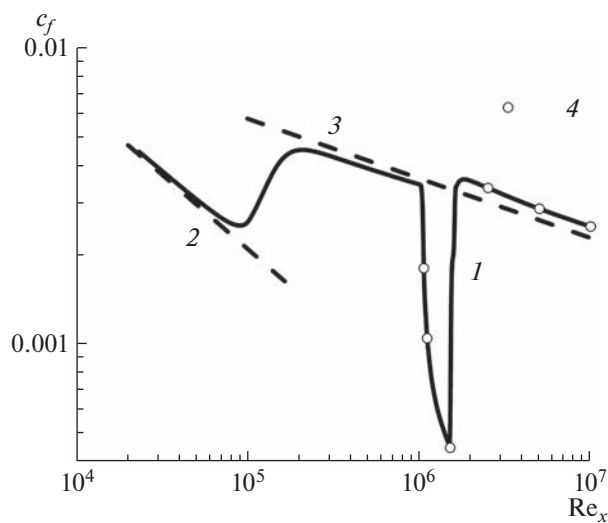


Рис. 3. Изменение коэффициента трения c_f по длине пластины Re_x ; 1 – результаты расчета; 2 – ламинарный режим течения; 3 – турбулентный режим течения; 4 – сечения, для которых приведены данные на рис. 4–7.

ками 4 на рис. 3 отмечены сечения, в которых на рис. 4–7 приведены профили скорости, концентрации, температуры и характеристик турбулентности.

Система уравнений (1.1)–(1.4) и (2.1)–(2.5) с граничными условиями (3.1)–(3.3) позволяет определить поля скоростей u , температур T , концентраций вдуваемого газа c и характеристик турбулентности: τ , q_n , j_t и с использованием соотношений (1.8), (1.9) найти распределение турбулентных чисел Шмидта и Прандтля по толщине пограничного слоя y/δ .

На рис. 4 приведены профили относительных величин скорости u/u_e (а), массовой концентрации c (б) вдуваемого газа (гелия) в смеси с газом основного потока (ксенона) и температуры T/T_e (в) в ряде сечений по длине пластины x .

Как видно из рис. 4, профиль относительной скорости u/u_e (рис. 4а) слабо изменяется по длине пластины от менее заполненного в области вдува ($x = 100$ – 150 мм) до более заполненного в области завесы ($x > 150$ мм).

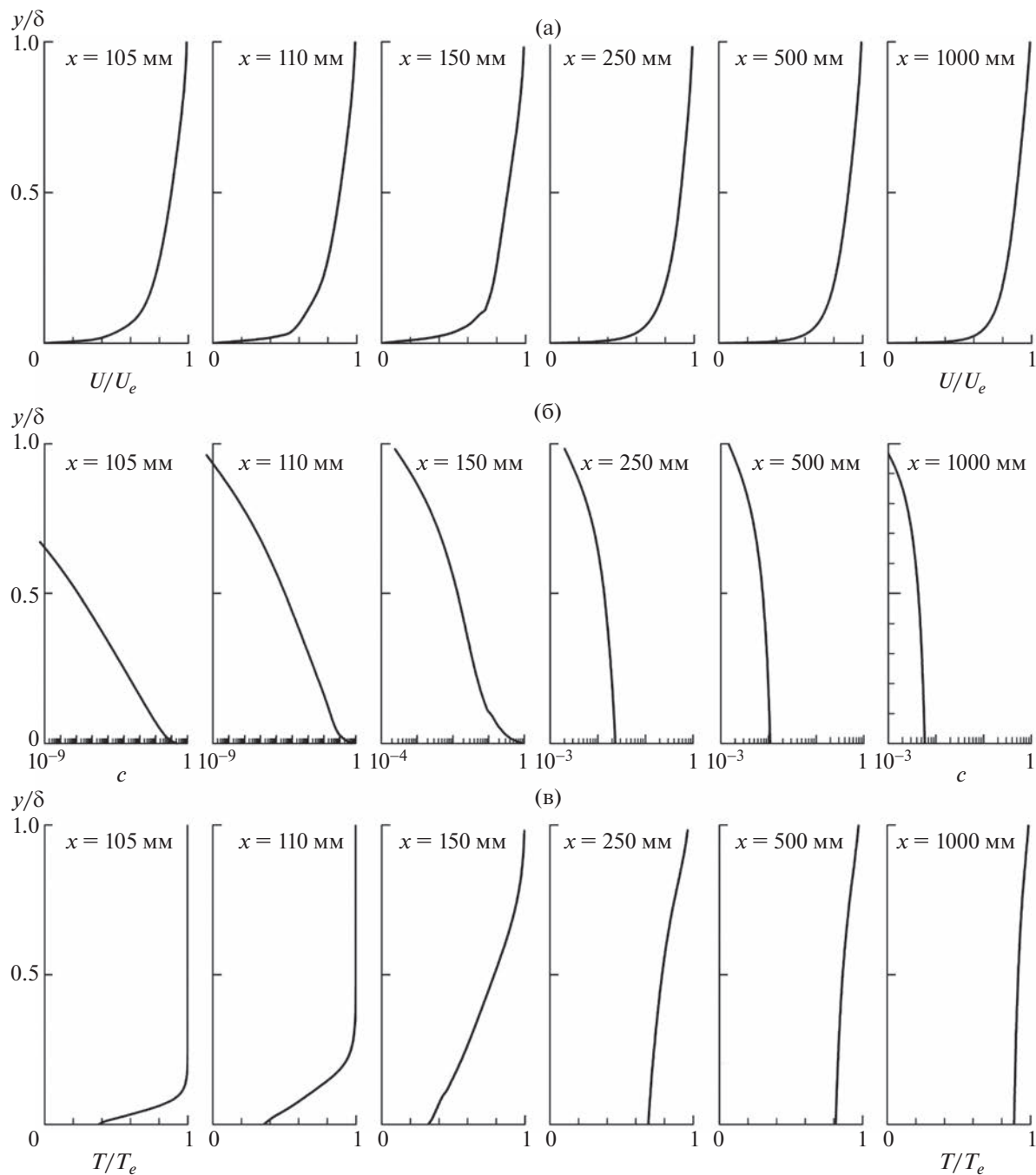


Рис. 4. Профили скорости (а), массовой концентрации (б) вдуваемого газа (гелия) в смеси с газом основного потока (ксенона) и температуры (в) в ряде сечений по длине пластины x .

Массовая концентрация вдуваемого газа (гелия) c (рис. 4б) в области вдува возрастает до величины $c = 0.85$, при которой относительный коэффициент трения $c_f/c_{f0} \approx 0.14$ (см. рис. 3), что близко к величине критического вдува. В области завесы ($x > 150$ мм) величина c существенно уменьшается. Профили относительной температуры T/T_e (рис. 4в) в области вдува также существенно изменяются по толщине пограничного слоя y/δ и слабо изменяются в области завесы.

На рис. 5 представлено распределение в пограничном слое безразмерных величин и турбулентного трения $\tau_t^o = -\langle u'v' \rangle / u_e^2$ (а), турбулентного потока массы $j_t^o = -\langle v'c' \rangle / u_e(c_w - c_e)$ (б) и турбулентного потока тепла $q_t^o = -\langle v'T' \rangle / u_e(T_e - T_w)$ (в).

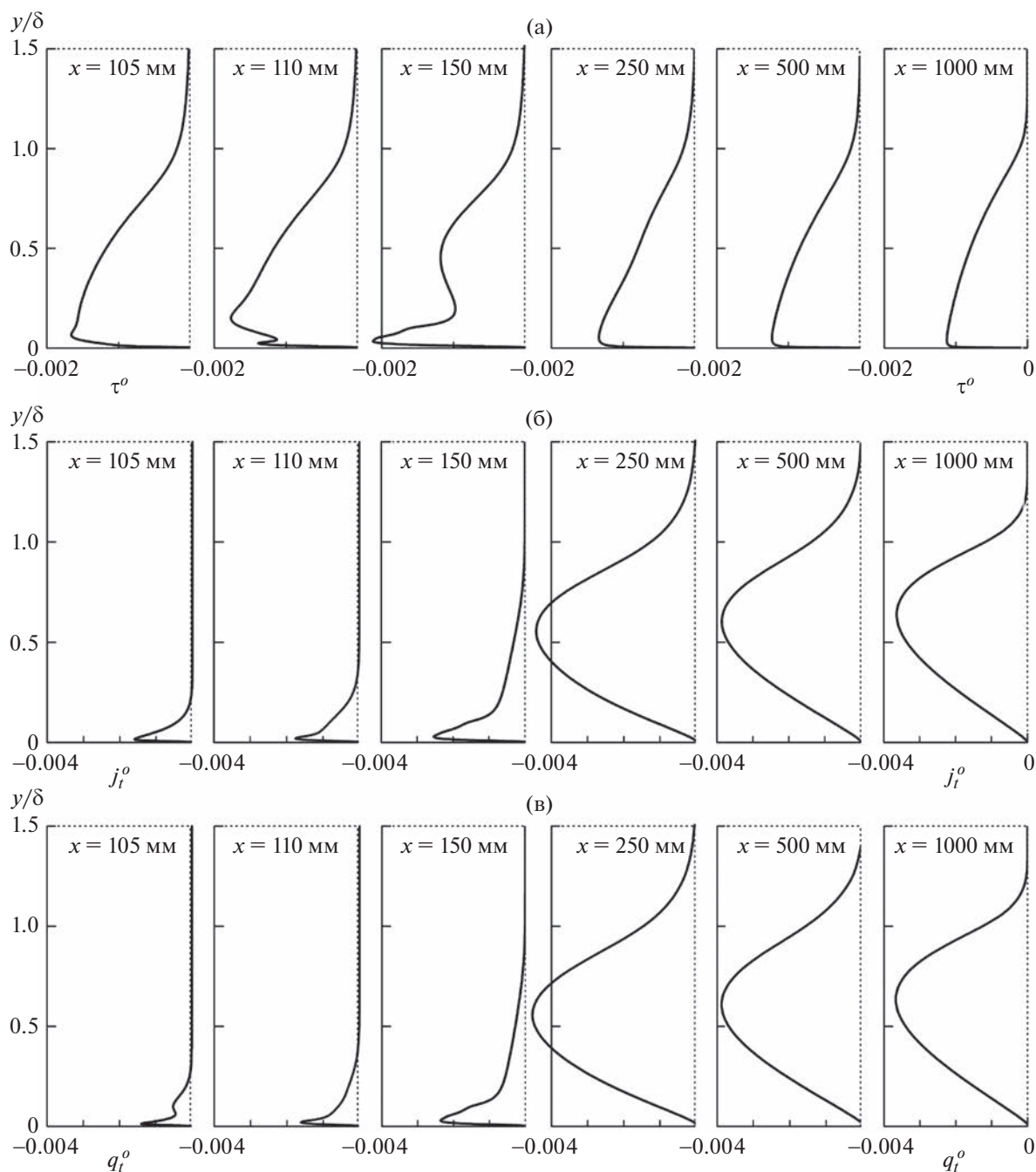


Рис. 5. Профили турбулентных характеристик τ^o (а), j_t^o (б), q_t^o (в) в ряде сечений по длине пластины x .

Как видно из рис. 5, характер зависимостей турбулентных потоков массы j_t^o (б) и тепла q_t^o (в) в пограничном слое существенно меняется при переходе из области вдува ($x = 100\text{--}150$ мм) в область завесы ($x > 150$ мм) при менее существенном изменении турбулентного трения τ^o (а).

Профили молекулярных чисел Шмидта Sc и Прандтля Pr в смеси гелия с ксеноном для значений массовой концентрации гелия (рис. 4в) в ряде сечений по длине пластины x приведены на рис. 6. Как видно, профили молекулярных чисел Шмидта и Прандтля, как и профили массовой концентрации гелия (рис. 4в), существенно меняются при переходе из области вдува ($x = 100\text{--}150$ мм) в область завесы ($x > 150$ мм).

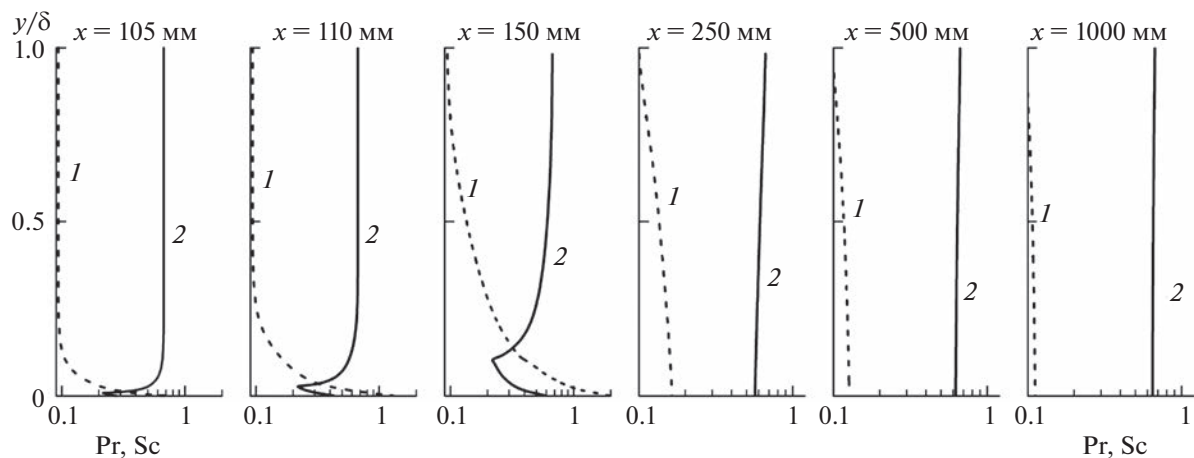


Рис. 6. Профили молекулярных чисел Шмидта Sc (1) и Прандтля Pr (2) в смеси гелия с ксеноном в ряде сечений по длине пластины x .

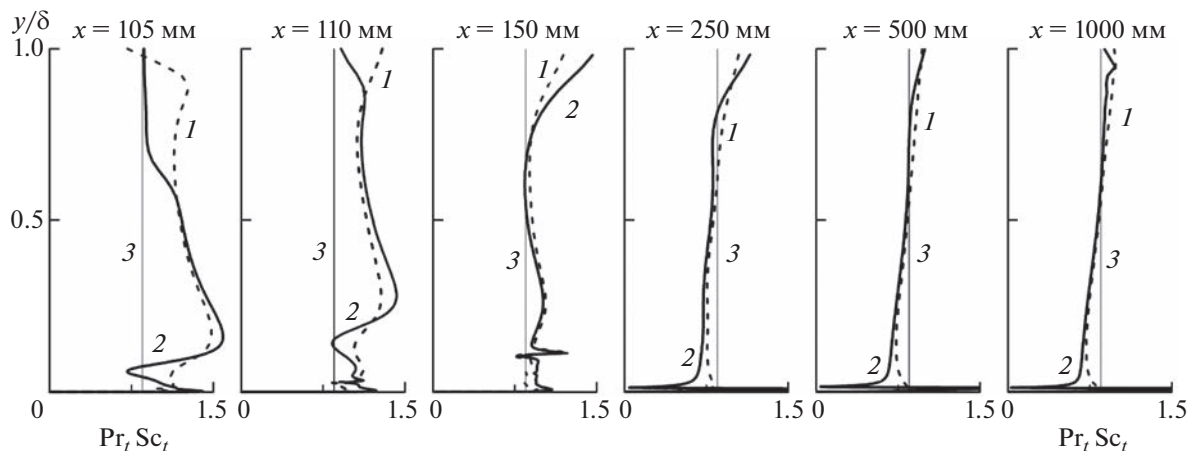


Рис. 7. Профили турбулентных чисел Шмидта Sc_t (1) и Прандтля Pr_t (2) в ряде сечений по длине пластины x : 3 – $Sc_t = Pr_t = 0.85$.

На рис. 7 представлено изменение по толщине пограничного слоя y/δ турбулентных чисел Шмидта Sc_t и Прандтля Pr_t , определенных по соотношениям (1.8), (1.9), с использованием расчетных профилей скорости, массовой концентрации вдуваемого газа и температуры (рис. 4), а также характеристик турбулентности τ , j_t и q_t (рис. 5).

Как видно из рис. 7, зависимости $Sc_t(y/\delta)$ и $Pr_t(y/\delta)$ в области вдува ($x = 100$ – 150 мм) далеки от постоянных значений $Sc_t = Pr_t = 0.85$ (штриховые линии) и лишь в области завесы ($x > 150$ мм) при $y/\delta > 0.1$ близки к упомянутому постоянному значению. В пристеночной области зависимости $Sc_t(y/\delta)$ и $Pr_t(y/\delta)$ в особенности очень сильно меняются.

На рис. 8 приведены изменения от числа Рейнольдса, $Re_{x1} = x_1(\rho u/\eta)_e$, определенного по длине x_1 от начала вдува (см. рис. 1) массовой концентрации гелия c_w (а) и температуры стенки T_w (б) для двух вариантов расчета: 1 – с использованием модели турбулентности (2.1)–(2.3) с уравнениями переноса для турбулентных потоков тепла (2.4) и массы (2.5) и 2 – без уравнений (2.4), (2.5) и с соотношениями для турбулентных потоков тепла (1.6) и массы (1.7) для постоянных турбулентных чисел Шмидта и Прандтля $Sc_t = Pr_t = 0.85$.

Как видно из рис. 8, в области вдува ($Re_{x1} < 5 \times 10^5$) переменность турбулентного числа Шмидта слабо сказывается на изменении по длине массовой концентрации гелия на стенке C_{Hew} (рис. 8а), в то время как переменность турбулентного числа Прандтля заметно сказывается на изменении

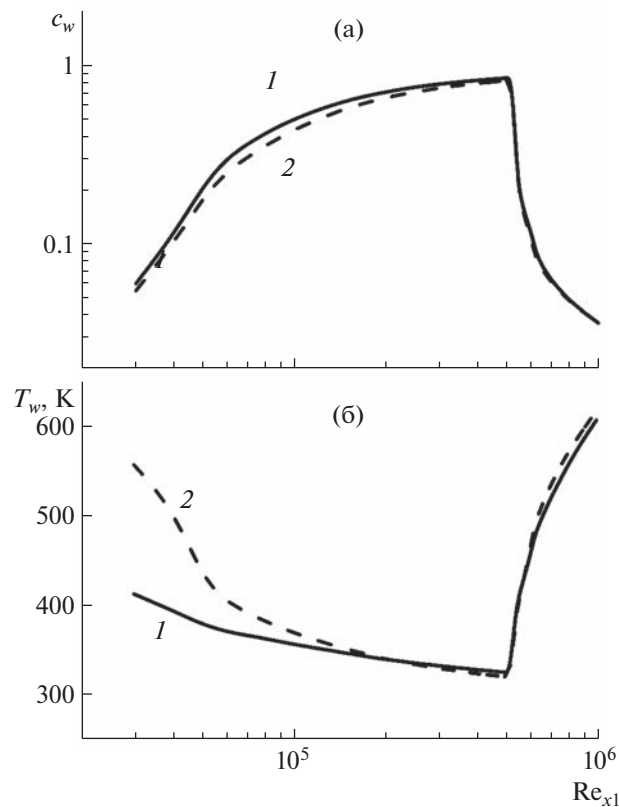


Рис. 8. Сравнение расчетного изменения по длине Re_{x1} (а) массовой концентрации гелия c_w на стенке и (б) температуры стенки T_w : 1 – использование уравнений переноса для турбулентных потоков массы и тепла; 2 – расчет для постоянных турбулентных чисел Шмидта и Прандтля $Sc_t = Pr_t = 0.85$.

по длине температуры стенки T_w (рис. 8б). В области завесы ($Re_{x1} > 10^5$), где турбулентные числа Шмидта и Прандтля близки к постоянным (см. рис. 7), значения величин c_w и T_w для двух вариантов расчета практически совпадают.

В результате проведенного численного исследования установлено, что величина турбулентного числа Шмидта более консервативна по сравнению с величиной турбулентного числа Прандтля, изменение которого, как показано в [9, 10] для пограничного слоя со вдувом, заметно влияет на тепловые характеристики пограничного слоя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием трехпараметрической RANS-модели турбулентности, дополненной уравнениями переноса для турбулентных потоков тепла и массы, проведено численное исследование пограничного слоя на стенке с завесным охлаждением через пористую вставку при вдуве гелия в поток ксенона.

Получены расчетные значения полей скорости, температуры, массовой концентрации вдуваемого газа, турбулентного трения и турбулентных потоков тепла и массы, с использованием которых рассчитано распределение турбулентных чисел Шмидта и Прандтля по толщине пограничного слоя в сравнении с постоянными значениями турбулентных чисел Шмидта и Прандтля.

Показано, что профиль скорости слабо изменяется по длине пластины от менее заполненного в области вдува до более заполненного в области завесы. Массовая концентрация вдуваемого газа (гелия) в области вдува возрастает до величины, при которой относительный коэффициент трения близок к величине, соответствующей критическому вдуву. Профили температуры в области вдува также существенно изменяются по толщине пограничного слоя и слабо изменяются в области завесы. Характер зависимостей турбулентных потоков массы и тепла в пограничном

слое существенно меняется при переходе из области вдува в область завесы при менее существенном изменении турбулентного трения.

Показано, что зависимости турбулентных чисел Прандтля и Шмидта по толщине пограничного слоя y/δ в области вдува далеки от постоянных значений $Sc_t = Pr_t = 0.85$ и лишь в области завесы при $y/\delta > 0.1$ близки к упомянутому постоянному значению. В пристеночной области зависимости $Sc_t(y/\delta)$ и $Pr_t(y/\delta)$ (в особенности) очень сильно меняются, что связано с немоноотонным изменением в области вдува характеристик турбулентности и молекулярных чисел Прандтля и Шмидта.

Проведено исследование влияния переменности турбулентных чисел Прандтля и Шмидта на характеристики тепло- и массообмена, в частности, на температуру стенки и массовую концентрацию вдуваемого газа (гелия) на стенке по длине пластины. Показано, что в области вдува переменность турбулентного числа Шмидта слабо сказывается на изменении по длине массовой концентрации гелия на стенке, в то время как переменность турбулентного числа Прандтля заметно сказывается на изменении по длине температуры стенки. В области завесы турбулентные числа Шмидта и Прандтля близки к постоянной величине ~ 0.85 .

Таким образом, предположение о постоянстве турбулентных чисел Шмидта и Прандтля (в особенности) во всей области течения нельзя считать оправданным, если требуется высокая точность определения характеристик тепло- и массообмена.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-19-00234).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kays W.M.* Turbulent Prandtl number – where are we? // *Trans. ASME. J. Heat Transf.* 1994. V. 116. P. 284–295.
2. *McEligot D.M., Taylor M.F.* The turbulent Prandtl number in the near-wall region for low-Prandtl-number gas mixture // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1996. V. 39. P. 1287–1295.
3. *Redjem-Saad L., Ould-Rouiss M., Lauriat G.* Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in pipe flows: Effect of Prandtl number // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2007. V. 28. № 5. P. 847–861.
4. *Kawamura H., Ohsaka K., Abe H., Yamamoto K.* DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 1998. V. 19. № 5. P. 482–491.
5. *Kawamura H., Abe H., Matsuo Y.* DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 1999. V. 20. № 3. P. 196–207.
6. *Christopher N., Peter J.M.F., Kloker M.J., Hickey J.P.* DNS of turbulent flat-plate flow with transpiration cooling // *Int. J. Heat Mass Transf.* 2020. V. 157. 119972.
7. *Moffat R.J., Kays W.M.* A Review of Turbulent–Boundary–Layer Heat Transfer Research at Stanford, 1958–1983 // *Adv. Heat Transf.* 1984. V. 16. P. 241–365.
8. *Kader B.A., Yaglom A.M.* Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1972. V. 15. P. 2329–2351.
9. *Лущик В.Г., Макарова М.С.* Турбулентное число Прандтля в пограничном слое на пластине: влияние молекулярного числа Прандтля, вдува (отсоса) и продольного градиента давления // *Теплофизика и аэромеханика.* 2018. Т. 25. № 2. С. 177–190.
10. *Leontiev A.I., Lushchik V.G., Makarova M.S.* Study of effect of molecular prandtl number, transpiration, and longitudinal pressure gradient on flow and heat transfer characteristics in boundary layers // *Comput. Therm. Sci.* 2019. V. 11. P. 41–49.
11. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1978. № 3. С. 13–25.
12. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1988. № 6. С. 42–50.
13. *Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Якубенко А.Е.* Особенности теплообмена в области газовой завесы при вдуве инородного газа // *Изв. РАН. МЖГ.* 2010. № 4. С. 52–59.
14. *Лущик В.Г., Якубенко А.Е.* Пристенная щелевая завеса на пластине в сверхзвуковом потоке. Сравнение расчета с экспериментом // *Изв. РАН. МЖГ.* 2001. № 6. С. 83–91.
15. *Лущик В.Г., Макарова М.С.* Особенности теплообмена на проницаемой поверхности в сверхзвуковом потоке при вдуве инородного газа // *Изв. РАН. МЖГ.* 2020. № 5. С. 61–64.
16. *Абрамович Г.Н., Кузьмич В.Б., Секундов А.Н., Смирнова И.П.* Экспериментальное и расчетное исследование сверхзвуковой пристеночной струи в спутном сверхзвуковом потоке // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1972. № 4. С. 25–32.

17. *Peter J.M.F., Kloker M.J.* Direct numerical simulation of supersonic turbulent flow with film cooling by wall-parallel blowing // *Phys. Fluids*. 2022. V. 34. 025125.
18. *He G., Guo Ya., Hsu A.T.* The effect of Schmidt number on turbulent scalar mixing in a jet-in-crossflow // *Int. J. Heat Mass Transf.* 1999. V. 42. P. 3727–3738.
19. *Tominaga Yo, Stathopoulos T.* Turbulent Schmidt numbers for CFD analysis with various types of flow field // *Atmos. Environ.* 2007. V. 41. P. 8091–8099.
20. *Иевлев В.М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975. 256 с.
21. *Kays W.M.* Convective Heat and Mass Transfer. McGraw-Hill Education; 4th edition, 2004. 512 с.
22. *Кадер Б.А., Яглом А.М.* Законы подобия для пристенных турбулентных течений // *Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа*. М.: ВИНТИ. 1980. Т. 15. С. 81–155.
23. *Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Ч.* Массопередача. М.: Химия, 1982. 696 с.
24. *Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982. 593 с.
25. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М: Наука, 1974. 711 с.
26. *Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И.* Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат, 1985. 319 с.