

УДК 532.5

ОЦЕНКА НАЧАЛА ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА ПЛАСТИНЕ ПРИ ПОЛЕТЕ В АТМОСФЕРЕ МАРСА

© 2024 г. Ю. Н. Григорьев^{а,*}, И. В. Ершов^{а,б,**}

^а Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, Новосибирск, Россия

^б Новосибирский государственный аграрный университет, Новосибирск, Россия

* E-mail: grigor@ict.nsc.ru

** E-mail: ivershov1969@gmail.com

Поступила в редакцию 07.10.2023 г.

После доработки 03.12.2023 г.

Принята к публикации 14.12.2023 г.

На основе e^N -метода выполнены сравнительные расчеты положения начала зоны ламинарно-турбулентного перехода для двух точек на траектории посадки космического аппарата Pathfinder на поверхность Марса. В расчетах использовалась трехкомпонентная модель термодинамически неравновесной смеси $\text{CO}_2\text{--CO--O}$. Набор частот пространственных возмущений находился по нейтральным кривым для первых неустойчивых мод временных возмущений. Число Рейнольдса перехода $\text{Re}_{\delta T}$ определялось по огибающим семейств кривых N -факторов при $N_T = 8$. В гиперзвуковом режиме при $M = 12.6$ учет развитой термодинамической неравновесности приводит к значительному снижению статической температуры газа в нижней части пограничного слоя. В результате начало зоны ламинарно-турбулентного перехода сдвигается вниз по потоку примерно на 9% по сравнению со случаем совершенного газа.

Ключевые слова: атмосфера Марса, линейная устойчивость, ламинарно-турбулентный переход, e^N -метод, интегральная кривая N -фактора

DOI: 10.31857/S1024708424020015 EDN: RJTCMO

Полеты космических аппаратов к Марсу, достаточно полный обзор которых представлен в [1], инициировали обширную литературу, посвященную проблемам аэротермодинамики гиперзвукового полета и посадки в марсианской атмосфере [2, 3]. Но до последнего времени рассчитывались относительно малые беспилотные аппараты, движущиеся с большими перегрузками по баллистическим траекториям [4, 5].

Вместе с тем по прогнозам [1] первые пилотируемые полеты на Марс начнутся уже в следующем десятилетии. Эскизные проекты обитаемых космических аппаратов (КА), предназначенных для доставки экспедиций на планету с безопасными перегрузками, представляются конструкциями с характерными размерами в десятки метров. В частности, рассматривается проект марсианского КА, близкого по конфигурации и размерам к аппаратам типа “Буран” (Space Shuttle).

Другой вариант представляет надуваемый на траектории спуска гиперконус с диаметром основания около пятидесяти метров. Подобные космические аппараты на многовитковых траекториях в атмосфере Марса будут использовать аэродинамическое торможение. При этом на характерных для них протяженных поверхностях малой кривизны за головной ударной волной должны развиваться гипер- и сверхзвуковые пограничные слои (ПС).

При проектировании систем управления и теплозащиты КА необходимы расчеты устойчивости пограничного слоя для оценки положения зоны перехода к турбулентности, где возникает пик теплового потока. Для расчетов положения зоны перехода широко используется e^N -метод, основанный на представлении об экспоненциальном нарастании пространственных возмущений до определенного уровня амплитуды A_T к началу ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП). Амплитуды для частотного спектра нарастающих возмущений рассчитываются на основе линейной теории [6, 7] в соответствии с соотношением

$$A_T = A_0 \exp(N_T),$$

где A_T — амплитуда в точке перехода; A_0 — амплитуда начального возмущения; N_T — так называемый N -фактор перехода, значение которого принимается в зависимости от конкретной задачи.

В расчетах необходимо использовать реальные характеристики марсианской атмосферы, около 96% которой составляет углекислый газ CO_2 , физико-химическая кинетика которого существенно сложнее кинетики двухатомных компонент воздуха. Несмотря на разреженность и низкую температуру атмосферы Марса высокие скорости на траектории посадки в пределах 2–6 км/с определяют высокие температуры в ПС за ударной волной, которые в верхней части траектории существенно превышают температуру полной диссоциации CO_2 . При этом в пограничном слое возникает многокомпонентная термохимически неравновесная смесь атомов и колебательно возбужденных молекул, для учета свойств которой необходима адекватная физико-математическая модель.

В статье выполнены сравнительные расчеты положения начала зоны ЛТП для двух характерных режимов течения гиперзвукового пограничного слоя, соответствующих 66-й и 87-й секундам полета аппарата Pathfinder при посадке на Марс [5]. В данном случае они рассматриваются как последовательные положения на многовитковой траектории в процессе аэродинамического торможения.

В качестве наиболее опасного взято двумерное возмущение моды II, совпадающее с направлением несущего потока. Значение показателя степени нарастания возмущений выбрано $N = 8$. Для расчета стационарных течений использовались локально автомодельные уравнения плоского пограничного слоя на пластине с изотермической некаталитической поверхностью.

1. МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В качестве исходной математической модели рассматривается система двухтемпературных уравнений сверхзвукового течения углекислого газа, учитывающая колебательную релаксацию и реакции диссоциации—рекомбинации с образованием молекул угарного газа CO и атомарного кислорода O:



Здесь частица — партнер по столкновению A — представляет собой одну из компонент смеси CO_2 —CO—O. Рассматриваемая модель в сравнительных расчетах [3] аэродинамических характеристик при спуске конического КА в атмосфере Марса показала малое отличие от моделей с более сложной химической кинетикой.

Относительно молекул угарного газа CO принято предположение [8], что при диссоциации CO_2 молекула CO мгновенно приходит в термодинамическое равновесие со средой, а ее дальнейшую диссоциацию можно не рассматривать. При этом колебательная энергия молекул CO находится в состоянии равновесия и характеризуется статической (поступательной) температурой потока. Это связано с тем, что характерное время диссоциации CO значительно больше, чем для молекулы углекислого газа CO_2 .

Система гидродинамических переменных включает в себя скорость потока $\mathbf{u}$, плотность смеси ρ , массовые доли молекул CO_2 — Y_1 , CO — Y_2 и атомов O — Y_3 , статическое давление p , удельную внутреннюю энергию смеси, связанную с квазиравновесными внутренними степенями свободы e_r , удельную колебательную энергию молекул CO_2 — e_{v1} , поступательную (статическую) температуру T , колебательную температуру T_v .

Поскольку сумма массовых долей компонентов смеси равна единице, то массовая доля любой компоненты может быть выражена через массовые доли двух других компонент, в частности $Y_3 = 1 - Y_1 - Y_2$. Замкнутая система в терминах этих переменных включает следующие уравнения.

Уравнение неразрывности смеси в целом

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (1.2)$$

Уравнения неразрывности компонентов смеси

$$\frac{\partial \rho Y_i}{\partial t} + \nabla(\rho Y_i \mathbf{u}) = -\nabla J_i + W_i, \quad i = 1, 2. \quad (1.3)$$

Уравнения импульсов для смеси

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \sigma. \quad (1.4)$$

Уравнение для плотности внутренней поступательно-вращательной энергии смеси

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} e_t + p \nabla \mathbf{u} = \nabla \left[\lambda \nabla T + (\sigma \mathbf{u}) - \sum_i c_{pi} T \mathbf{J}_i \right] - \sum_i h_{0i} W_i - R_{v1}. \quad (1.5)$$

Уравнение для плотности колебательной энергии CO_2

$$\frac{\partial \rho Y_1 e_{v1}}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{u} Y_1 e_{v1}) = \nabla (\lambda_{v1} \nabla T_v - e_{v1} \mathbf{J}_1) + R_{v1}. \quad (1.6)$$

Уравнение состояния газовой смеси

$$p = \rho R T \sum_i (Y_i / M_i). \quad (1.7)$$

Здесь $\mathbf{J}_i$ – плотность диффузионного потока i -й компонента смеси; W_i – скорость производства i -й компоненты смеси в химических реакциях. Тензор вязких напряжений [9]

$$\sigma = \eta \left[(\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^{\text{Tr}} \right] + \left(\eta_b - \frac{2}{3} \eta \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I},$$

где η , η_b – динамическая и объемная вязкости смеси; R_{v1} – источниковый член, описывающий колебательно-диссоциативное взаимодействие; $c_{pi} = c_{vi} + R/M_i$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении, связанная с квази-равновесными внутренними степенями свободы; h_{0i} – удельная энтальпия образования i -го компонента; λ – теплопроводность смеси; λ_{v1} – теплопроводность, обусловленная колебательными модами молекул CO_2 ; M_i – молярная масса i -й компоненты; R – универсальная газовая постоянная.

Плотность внутренней поступательно-вращательной энергии молекул смеси определяется следующим образом:

$$e_t = \sum_{s=1}^3 Y_s e_{t,s} = \sum_{s=1}^3 Y_s c_{v,s} T,$$

где $c_{vi} = c_{vi}^{\text{tr}} + c_{vi}^{\text{rot}}$; c_{vi}^{tr} , c_{vi}^{rot} – теплоемкости квазиравновесных степеней свободы i -й компоненты при постоянном объеме. Теплоемкости c_{vi} равны $c_{v1} = 5R/(2M_1)$, $c_{v2} = 7R/(2M_2)$, $c_{v3} = 3R/(2M_3)$.

Здесь в равновесную теплоемкость угарного газа в связи со сделанным предположением добавлена равновесная теплоемкость ее колебательной моды $c_{v2} = R/M_2$. Соответственно, теплоемкости при постоянном давлении есть $c_{p1} = 7R/(2M_1)$, $c_{p2} = 9R/(2M_2)$, $c_{p3} = 5R/(2M_3)$. Числовые значения энтальпий образования h_{0i} для компонент смеси CO_2 – CO – O приведены в табл. 1 [10].

Таблица 1. Стандартные энтальпии образования

Компонент смеси	CO_2	CO	O
h_{0i} , кДж/моль	–393.51	–110.52	249.18

1.1. Коэффициенты переноса

Коэффициенты вязкости η и теплопроводности λ смеси вычисляются по формулам Вилке [11]

$$f = \sum_j \frac{X_j f_j}{\Phi_{jf}}, \quad \Phi_{jf} = \sum_i \frac{X_i \left[1 + \sqrt{f_j/f_i} (M_i/M_j)^{1/4} \right]^2}{\sqrt{8(1 + M_j/M_i)}}, \quad X_j = \frac{Y_j}{M_j} \left(\sum_i \frac{Y_i}{M_i} \right)^{-1},$$

где f_i – вязкость или теплопроводность i -й компоненты смеси. Вязкость i -й компоненты рассчитывается по формуле Блотнера [12]:

$$\eta_i(T) = 0.1 \exp[(A_i \ln T + B_i) \ln T + C_i],$$

которая применима при высоких температурах вплоть до 10^4 К. A_i , B_i и C_i здесь являются постоянными величинами [4], числовые значения которых для компонент смеси CO_2 – CO – O приведены в табл. 2.

Таблица 2. Коэффициенты A_i , B_i и C_i вязкой модели Блотнера

Компонент смеси	A_i	B_i	C_i
CO ₂	−0.01952739	1.047818	−14.32212
CO	−0.01952739	1.013295	−13.97873
O	0.02031440	0.429440	−11.60314

Для вычисления теплопроводности i -й компоненты λ_i используются модифицированные соотношения Эйкена [13]:

$$\lambda_i = \lambda_i^{tr} + \lambda_i^{rot} = \left(\frac{5}{2} c_{Vi}^{tr} + \frac{6}{5} c_{Vi}^{rot} \right) \eta_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Теплопроводности λ_{vi} , обусловленные колебательными модами молекул CO₂ и CO, вычисляются следующим образом:

$$\lambda_i^{vib} = \frac{6}{5} c_{Vi}^{vib} \eta_i, \quad c_{V1}^{vib} = \frac{de_{v1}}{dT_v}, \quad c_{V2}^{vib} = \frac{R}{M_2}, \quad i = 1, 2.$$

Подстановка значений теплоемкостей дает

$$\lambda_1 = \left(\frac{99 R}{20 M_1} \right) \eta_1, \quad \lambda_2 = \left(\frac{123 R}{20 M_2} \right) \eta_2, \quad \lambda_3 = \left(\frac{15 R}{4 M_3} \right) \eta_3.$$

Плотность диффузионного потока определяется законом Фика:

$$\mathbf{J}_i = -\rho D_i \nabla Y_i,$$

где D_i — эффективный коэффициент диффузии i -й компоненты. Аналогично [3, 14, 15] предполагается, что диффузия компонент смеси характеризуется с помощью постоянного числа Шмидта $Sc = 0.5$. При этом

$$\rho D_i = \frac{\eta_i}{Sc}. \quad (1.8)$$

1.2. Модель колебательно-диссоциативного взаимодействия

Колебательно-диссоциативное взаимодействие описывается источниковым членом R_{v1} , который входит с противоположными знаками в правые части уравнений (1.5) и (1.6) и записывается следующим образом:

$$R_{v1} = R_{v1}^{vib} + R_{v1}^{chem}, \quad (1.9)$$

где первое слагаемое определяет вклад колебательной релаксации возбужденных колебательных мод молекул CO₂, а второе слагаемое — связь между химическими реакциями и колебательной релаксацией. При этом первое слагаемое в правой части (1.9) выражается формулой Ландау–Теллера

$$R_{v1}^{vib} = \rho Y_1 \left(\frac{e_{v1}(T) - e_{v1}(T_v)}{\tau_1} \right),$$

где τ_1 — характерное время колебательной релаксации.

Молекула CO₂ имеет три колебательные моды — продольные симметричную и антисимметричную, а также дважды вырожденную изгибную, характеризующиеся различными временами релаксации. В много-температурном приближении им соответствуют три колебательные температуры. Однако близость характерных частот симметричной и изгибной мод [3] и рассматриваемый высокотемпературный диапазон позволяет характеризовать [16, 17], колебательную энергию молекулы CO₂ одной колебательной температурой T_v . В приближении гармонического осциллятора колебательная энергия молекулы CO₂ записывается следующим образом [4, 16]:

$$e_{v1} = \frac{R}{M_1} \left(\frac{\theta_1}{\exp\left(\frac{\theta_1}{T_v}\right) - 1} + \frac{2\theta_2}{\exp\left(\frac{\theta_2}{T_v}\right) - 1} + \frac{\theta_3}{\exp\left(\frac{\theta_3}{T_v}\right) - 1} \right),$$

где $\theta_1 = 1903$ К, $\theta_2 = 945$ К, $\theta_3 = 3329$ К – характеристические колебательные температуры первой, второй и третьей мод.

Для времени релаксации τ_1 в [17] предложена универсальная зависимость

$$p\tau_1 = \exp(36.5T^{-1/3} - 17.71),$$

где τ_1 измеряется в секундах, давление p – в атмосферах.

Второе слагаемое в правой части (1.9), определяющее связь между химическими реакциями и колебательной релаксацией, представляется в виде

$$R_{v1}^{chem} = e_{v1} W_1.$$

1.3. Химические реакции

В статье рассматриваются три реакции диссоциации–рекомбинации, различающиеся частицей-партнером по столкновению, которые записываются в виде (1.1). Скорости производства компонент смеси в системе (1.2)–(1.7) определяется следующим образом:

$$W_1 = -\rho^2 M_1 \left(k_f \frac{Y_1}{M_1} - k_b \rho \frac{Y_2}{M_2} \frac{Y_3}{M_3} \right) \left(\frac{Y_1}{M_1} + \frac{Y_2}{M_2} + \frac{Y_3}{M_3} \right), \quad W_2 = -\left(\frac{M_2}{M_1} \right) W_1, \quad W_3 = -\left(\frac{M_3}{M_1} \right) W_1.$$

Используется чисто аррениусовская кинетика, определяемая формулами [4, 16]

$$k_f = C_f T^f \exp\left[-\frac{\theta_f}{T}\right], \quad k_b = C_b T^b \exp\left[-\frac{\theta_b}{T}\right].$$

Более сложные модели, как известная двухтемпературная модель Парка [2], в которых учитывается возбуждение колебательных степеней молекул, обычно используются в более, чем пограничный слой, экстремальных течениях, таких как ударные волны и слои.

Принимается, что для рассматриваемых здесь реакций константы скоростей прямой k_f и обратной k_b реакций не зависят от вида частицы – партнера по столкновению. Такой выбор связан с тем, что нас в первую очередь интересует реакция диссоциации CO_2 , для которой это имеет место [18].

В расчетах использовались следующие числовые данные: $C_f = 3.7 \times 10^{11} \text{ м}^3/(\text{кмоль} \times \text{с})$, $C_b = 6.1 \times 10^3 \text{ м}^6/(\text{кмоль}^2 \times \text{с})$, $f = 0$, $b = 0.75$, $\theta_f = 52\,500$ К и $\theta_b = -10\,240$ К [4, 16, 18].

2. ОБЕЗРАЗМЕРИВАНИЕ И ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

В качестве характерных величин для обезразмеривания уравнений (1.2)–(1.7) выбраны текущее состояние вдоль пластины $x = L$, параметры невозмущенного потока вне пограничного слоя, отмеченные индексом ∞ : скорость U_∞ , плотность ρ_∞ и температура T_∞ . Коэффициенты переноса смеси η , λ и ее компонент η_i , λ_i обезразмериваются на значения коэффициентов переноса для CO_2 в невозмущенном потоке $\eta_{1\infty}$ и $\lambda_{1\infty}$, скорости прямой k_f и обратной k_b химических реакций – на $k_{f\infty}$ и $k_{b\infty}$, время колебательной релаксации τ_1 – на $\tau_{1\infty}$. Скорости производства компонент смеси W_i нормировались на комплекс $\rho_\infty^2 k_{f\infty}/M_1$, а энергии e , e_p , e_{v1} и энтальпии образования компонент смеси h_{0i} – на комплекс $T_\infty R/M_1$. Для обезразмеривания давления и времени используются комбинированные величины $\rho_\infty U_\infty^2$ и L/U_∞ соответственно.

В обезразмеренную систему уравнений кроме числа Шмидта (1.8) входят следующие безразмерные критерии – числа Рейнольдса $\text{Re} = \eta_{1\infty} L U_\infty / \rho_\infty$ и Прандтля $\text{Pr} = \eta_{1\infty} c_{p1} / \lambda_{1\infty}$; число Маха $\text{M} = U_\infty / \sqrt{\gamma R T_\infty / M_1}$; числа Дамкелера химических реакций $\text{Da}_d = t_\infty / \tau_{d\infty}$ и VT -энергообменов $\text{Da}_{VT} = t_\infty / \tau_{1\infty}$. Здесь $\gamma = c_{p1} / c_{v1}$ – показатель адиабаты; $\tau_{d\infty} = M_1 / (\rho_\infty k_{f\infty})$ – характерное время реакции диссоциации; $\tau_{1\infty}$ – характерное время релаксации колебательных мод CO_2 .

Для рассматриваемой задачи лиейной устойчивости обезразмеренная система (1.2)–(1.7) линеаризовалась на стационарном решении уравнений пограничного слоя в локально параллельном приближении. Мгновенные значения газодинамических переменных представлялись в виде суммы стационарного решения и возмущений:

$$u_x = U_s(y) + u', \quad u_y = v', \quad \rho = \rho_s(y) + \rho', \quad Y_i = Y_{is}(y) + Y'_i, \quad T = T_s(y) + T', \quad T_v = T_{vs}(y) + T'_v,$$

где индексом s отмечено стационарное решение, а штрихом – возмущения газодинамических переменных. Для обоих режимов рассчитывался альтернативный случай совершенного газа при $\text{Da}_d = \text{Da}_{VT} = 0$. Мгновенные значения коэффициентов переноса, скоростей производства компонент смеси и времени колебательной релаксации определялись следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta &= \eta(T_s) + \eta' = \eta_s + \left(\frac{\partial \eta}{\partial T} \Big|_{f=f_s} \right) T' + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y_i} \Big|_{f=f_s} \right) Y'_i = \eta_s + \eta_{Ts} T' + \sum_{i=1}^3 \eta_{Yis} Y'_i, \\ \lambda &= \lambda(T_s) + \lambda' = \lambda_s + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial T} \Big|_{f=f_s} \right) T' + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial Y_i} \Big|_{f=f_s} \right) Y'_i = \lambda_s + \lambda_{Ts} T' + \sum_{i=1}^3 \lambda_{Yis} Y'_i, \\ W_j &= W_j(T_s, \rho_s, Y'_{1s}, Y'_{2s}, Y'_{3s}) + W'_j = W_{js} + \left(\frac{\partial W_j}{\partial T} \Big|_{f=f_s} \right) T' + \left(\frac{\partial W_j}{\partial \rho} \Big|_{f=f_s} \right) \rho' + \\ &+ \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial W_j}{\partial Y_i} \Big|_{f=f_s} \right) Y'_i = W_{js} + W_{jTs} T' + W_{j\rho s} \rho' + \sum_{i=1}^3 W_{jYis} Y'_i, \quad j = 1, 2, 3, \quad f = (\rho, T, Y_1, Y_2, Y_3), \\ \eta_i &= \eta_i(T_s) + \eta'_i = \eta_{is} + \left(\frac{d\eta_i}{dT} \Big|_{T=T_s} \right) T' = \eta_{is} + \eta_{iTs} T', \quad \lambda_i = \lambda_i(T_s) + \lambda'_i = \lambda_{is} + \left(\frac{d\lambda_i}{dT} \Big|_{T=T_s} \right) T' = \lambda_{is} + \lambda_{iTs} T', \\ \tau_1 &= \tau_1(T_s) + \tau' = \tau_{1s} + \left(\frac{d\tau_1}{dT} \Big|_{T=T_s} \right) T' = \tau_{1s} + \tau_{1Ts} T'. \end{aligned}$$

Исследовались двумерные возмущения типа бегущих плоских волн вида

$$\mathbf{q}'(x, y, t) = \mathbf{q}(y) \exp[i(\alpha x - \omega t)], \quad \mathbf{q}(y) = (u, \alpha v, \rho, y_1, y_2, y_3, \theta, \theta_v), \quad (2.1)$$

где $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ – комплексное волновое число вдоль координаты x , $\omega = \omega_r + i\omega_i$ – комплексная частота, i – мнимая единица. Подстановка (2.1) в безразмерную линеаризованную систему дает систему уравнений для амплитуд двумерных возмущений, которая имеет вид

$$D\rho + \alpha \rho_s \sigma + \alpha v \frac{d\rho_s}{dy} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\eta_s}{\text{ScRe}} \Delta_y y_1 - \rho_s D y_1 - \alpha v \rho_s \frac{dY_{1s}}{dy} + \frac{1}{\text{ScRe}} \frac{d\eta_s}{dy} \frac{d y_1}{dy} + \frac{1}{\text{ScRe}} \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{dY_{1s}}{dy} \right) + \text{Da}_d W_1 = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{\eta_s}{\text{ScRe}} \Delta_y y_2 - \rho_s D y_2 - \alpha v \rho_s \frac{dY_{2s}}{dy} + \frac{1}{\text{ScRe}} \frac{d\eta_s}{dy} \frac{d y_2}{dy} + \frac{1}{\text{ScRe}} \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{dY_{2s}}{dy} \right) + \text{Da}_d W_2 = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\eta_s}{\text{Re}} \Delta_y u - \rho_s D u - \alpha v \rho_s \frac{dU_s}{dy} - i\alpha \varepsilon + \frac{1}{\text{Re}} \frac{d\eta_s}{dy} \left(\frac{du}{dy} + i\alpha^2 v \right) + \frac{1}{\text{Re}} \frac{d}{dy} \left(\eta \frac{dU_s}{dy} \right) = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\alpha \eta_s}{\text{Re}} \Delta_y v - \alpha \rho_s D v - \frac{d\varepsilon}{dy} + \frac{\alpha}{\text{Re}} \left(\frac{dv}{dy} - iu \right) \frac{d\eta_s}{dy} + \frac{i\alpha \eta}{\text{Re}} \frac{dU_s}{dy} = 0, \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{7\lambda_s}{2\text{PrRe}} \Delta_y \theta - \rho_s D \theta - \alpha v \rho_s \frac{d\theta_s}{dy} - \alpha \gamma M^2 p_s \sigma + \frac{\gamma M^2}{\text{Re}} \left[2\eta_s \left(\frac{du}{dy} + i\alpha^2 v \right) + \eta \frac{dU_s}{dy} \right] \frac{dU_s}{dy} + \\ & + \frac{7}{2\text{PrRe}} \left[\frac{d\lambda_s}{dy} \frac{d\theta}{dy} + \frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT_s}{dy} \right) \right] + \frac{1}{\text{ScRe}} \sum_{j=1}^3 c_{pj} \left\{ \eta_s T_s \Delta_y y_j + \frac{dy_j}{dy} \left(\frac{d\eta_s T_s}{dy} \right) + \frac{d}{dy} \left[(\eta T_s + \eta_s \theta) \frac{dY_{js}}{dy} \right] \right\} - \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
& -\text{Da}_d \sum_{j=1}^3 h_{0j} W_j - \text{Da}_d (e_{v1} W_{1s} + e_{v1s} W_1) - \text{Da}_{VT} \rho_s Y_{1s} \left(\frac{e_{v1}(\theta) - e_{v1}(\theta_v)}{\tau_{1s}} \right) - \\
& - \text{Da}_{VT} \left[\rho Y_{1s} + \rho_s y_1 - \frac{\rho_s Y_{1s}}{\tau_{1s}} \tau_1 \right] \left(\frac{e_{v1s}(T_s) - e_{v1s}(T_{vs})}{\tau_{1s}} \right) = 0, \\
& \frac{6\eta_{1s}}{5\text{Re}} \Delta_y e_{v1} - \rho_s Y_{1s} D e_{v1} - \rho_s e_{v1s} D y_1 - \alpha \nu \rho_s \frac{dY_{1s} e_{v1s}}{dy} + \frac{6}{5\text{Re}} \frac{d\eta_{1s}}{dy} \frac{de_{v1}}{dy} + \frac{6}{5\text{Re}} \frac{d}{dy} \left(\eta_1 \frac{de_{v1s}}{dy} \right) + \frac{1}{\text{ScRe}} \times \\
& \times \left[\eta_s e_{v1s} \Delta_y y_1 + \eta e_{v1s} \frac{d^2 Y_{1s}}{dy^2} + e_{v1} \frac{d}{dy} \left(\eta_s \frac{dY_{1s}}{dy} \right) + \left(\frac{d\eta_s e_{v1s}}{dy} \right) \frac{dy_1}{dy} + \eta \left(\frac{de_{v1s}}{dy} \frac{dY_{1s}}{dy} \right) \right] + \text{Da}_d (e_{v1} W_{1s} + e_{v1s} W_1) + \\
& + \text{Da}_{VT} \rho_s Y_{1s} \left[\frac{e_{v1}(\theta) - e_{v1}(\theta_v)}{\tau_{1s}} \right] + \text{Da}_{VT} \left(\rho Y_{1s} + \rho_s y_1 - \frac{\rho_s Y_{1s}}{\tau_{1s}} \tau_1 \right) \left[\frac{e_{v1s}(T_s) - e_{v1s}(T_{vs})}{\tau_{1s}} \right] = 0.
\end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\Delta_y &= \frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2, \quad D = i\alpha \left(U_s - \frac{\omega}{\alpha} \right), \quad \sigma = \frac{dv}{dy} + iu, \quad \varepsilon = p - \frac{\alpha \eta_s}{\text{Re}} \left(\mu_b + \frac{1}{3} \right) \sigma, \\
p &= p_s \left[\frac{\rho}{\rho_s} + \frac{\theta}{T_s} + \frac{y_1 + y_2 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + y_3 \left(\frac{M_1}{M_3} \right)}{Y_{1s} + Y_{2s} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + Y_{3s} \left(\frac{M_1}{M_3} \right)} \right], \quad p_s = \frac{\rho_s T_s}{\gamma M^2} \left(Y_{1s} + Y_{2s} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + Y_{3s} \left(\frac{M_1}{M_3} \right) \right),
\end{aligned}$$

$$y_3 = -y_1 - y_2, \quad Y_{3s} = 1 - Y_{1s} - Y_{2s}, \quad \eta = \eta_{Ts} \theta + \sum_{j=1}^3 \eta_{Yjs} y_j,$$

$$\lambda = \lambda_{Ts} \theta + \sum_{j=1}^3 \lambda_{Yjs} y_j, \quad \eta_j = \eta_{j,Ts} \theta, \quad \tau_1 = \tau_{1,Ts} \theta,$$

$$W_j = W_{j,Ts} \theta + W_{j,\rho,s} \rho + \sum_{k=1}^3 W_{j,Yks} y_k, \quad e = e_{Ts} \theta + \sum_{j=1}^3 e_{Yjs} y_j, \quad e_{v1} = e_{v1,Ts} \theta_v.$$

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В качестве профилей стационарного течения использовались решения системы локально автомодельных уравнений пограничного слоя, которая представляется в виде

$$(\rho_s \eta_s \varphi'')' + \varphi \varphi'' = 0, \quad (3.1)$$

$$(\rho_s \eta_s Y'_{1s})' + \text{Sc} \varphi Y'_{1s} + \text{Sc} \text{Da}_d \left(\frac{4\xi W_{1s}}{\rho_s} \right) = 0, \quad (3.2)$$

$$(\rho_s \eta_s Y'_{2s})' + \text{Sc} \varphi Y'_{2s} + \text{Sc} \text{Da}_d \left(\frac{4\xi W_{2s}}{\rho_s} \right) = 0, \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
& (\rho_s \lambda_s T'_s)' + \left(\frac{2\text{Pr}}{7} \right) \varphi h'_s + \left(\frac{\gamma \text{Pr} M^2}{14} \right) \rho_s \eta_s \varphi'^2 + \left(\frac{2\text{Pr}}{7\text{Sc}} \right) \sum_{i=1}^3 (\rho_s \eta_s h_{is} Y'_{is})' - \left(\frac{8\xi \text{Pr} \text{Da}_d}{7} \right) \sum_{i=1}^3 \frac{h_{0i\omega} W_{is}}{\rho_s} - \\
& - \left(\frac{8\xi \text{Pr} \text{Da}_{VT}}{7} \right) \left(\frac{Y_1 e_{v1s}(T_s) - Y_1 e_{v1s}(T_{vs})}{\tau_{1s}} \right) - \left(\frac{8\xi \text{Pr} \text{Da}_d}{7} \right) \frac{e_{v1s} W_{1s}}{\rho_s} = 0,
\end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}
& (\rho_s \eta_{1s} e'_{v1s})' + \frac{5}{6} \varphi (Y_{1s} e_{v1s})' + \frac{5}{6\text{Sc}} (\rho_s \eta_s e_{v1s} Y'_{1s})' + \\
& + \left(\frac{10\xi \text{Da}_{VT}}{3} \right) \left(\frac{Y_{1s} e_{v1s}(T_s) - Y_{1s} e_{v1s}(T_{vs})}{\tau_{1s}} \right) + \left(\frac{10\xi \text{Da}_d}{3} \right) \frac{e_{v1s} W_{1s}}{\rho_s} = 0,
\end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\rho_s T_s \left(Y_{1s} + Y_{2s} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + Y_{3s} \left(\frac{M_1}{M_3} \right) \right) = \left(Y_{1\infty} + Y_{2\infty} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + Y_{3\infty} \left(\frac{M_1}{M_3} \right) \right), \quad (3.6)$$

где

$$h_s = \sum_{i=1}^3 Y_{is} h_{is} = \left(\frac{7}{2} Y_{1s} + \frac{9M_1}{2M_2} Y_{2s} + \frac{5M_1}{2M_3} Y_{3s} \right) T_s, \quad h_{0i\infty} = \frac{h_{0i}}{RT_\infty / M_1},$$

$$Y_{3s} = 1 - Y_{1s} - Y_{2s}, \quad Y_{3\infty} = 1 - Y_{1\infty} - Y_{2\infty},$$

$$W_{1s} = -\rho_s^2 \left(Y_{1s} f(T_s) - \rho_s b(T_s) \left[\frac{\rho_\infty k_{b\infty}}{k_{f\infty} M_1} \right] \frac{Y_{2s} M_1}{M_2} \frac{Y_{3s} M_1}{M_3} \right) \left(Y_{1s} + \frac{Y_{2s} M_1}{M_2} + \frac{Y_{3s} M_1}{M_3} \right),$$

$$W_{2s} = -\left(\frac{M_2}{M_1} \right) W_{1s}, \quad W_{3s} = -\left(\frac{M_3}{M_1} \right) W_{1s}, \quad f(T_s) = \exp \left[\theta_{f\infty} \left(1 - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad b(T_s) = T_s^{3/4} \exp \left[\theta_{b\infty} \left(1 - \frac{1}{T_s} \right) \right],$$

$$k_{f\infty} = C_f \exp(-\theta_{f\infty}), \quad k_{b\infty} = C_b T_\infty^{3/4} \exp(-\theta_{b\infty}), \quad \theta_{f\infty} = \frac{\theta_f}{T_\infty}, \quad \theta_{b\infty} = \frac{\theta_b}{T_\infty}.$$

В уравнениях (3.1)–(3.6) штрихи обозначают дифференцирование по автомодельной переменной [9]

$$\zeta = \frac{1}{2\sqrt{\xi}} \int_0^y \rho_s(z) dz, \quad \xi = x,$$

вспомогательная функция $\varphi(\zeta)$ определена как

$$\varphi(\zeta) = 2 \int_0^\zeta U_s(z) dz.$$

При подстановке в уравнения (2.2)–(2.8) профилей газодинамических переменных, полученных при решении системы (3.1)–(3.6), соответствующие естественные поперечные координаты определялись по формуле

$$y = 2\sqrt{\xi} \int_0^\zeta \frac{dz}{\rho_s(z)}.$$

Для потока вне пограничного слоя рассматривался набор условий, соответствующий двум точкам в средней и нижней частях траектории посадки космического аппарата на Марс. Для температур на обтекаемой поверхности ставились условия изотермичности, для массовых концентраций – условия абсолютно некаталитической поверхности.

Во всех случаях было показано, что локально автомодельные профили с возрастанием координаты $\xi = x$ сходятся к некоторым предельным, которые приближают соответствующие профили развитого пограничного слоя, рассчитанные конечно-разностным методом в полной постановке. При этом относительное локальное расхождение вдоль координаты y между полученными двумя способами профилями не превышало пяти процентов.

Числа Рейнольдса $Re_{\delta T} = \sqrt{Re_{xT}}$, определяющие начало зоны ЛТП, рассчитывались по схеме, которая ранее была использована авторами в [19]. Для определения зоны ЛТП рассматривались два вида спектральных задач. Вначале при вещественных волновых числах $\alpha = \alpha_T$ и комплексных частотах $\omega = \omega_r + i\omega_i$ рассчитывались собственные значения для возмущений, развивающихся во времени. Затем при комплексных $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ и вещественных $\omega = \omega_S$ вычислялись спектры пространственных возмущений. Принималось, что при $y = 0$ и на условной верхней границе пограничного слоя $y = \delta$ амплитуды всех возмущений обращаются в нуль. В основе этой схемы лежит связь, обоснованная в [20], где было показано, что для двумерных пространственных и временных возмущений при условии малости затухания последних $\omega_i^2 \ll 1$ с точностью до $O(\omega_i^2)$ имеют место соотношения $\omega_S = \omega_r$, $\alpha_r = \alpha_S$, т.е. диапазоны частот пространственных и временных возмущений совпадают для одинаковых длин волн.

На первом этапе для заданного режима течения определяется диапазон частот эволюционирующих в пространстве возмущений. Для этого строится кривая нейтральной устойчивости для наиболее неустойчивых первых мод временных возмущений в координатах (Re_δ, ω_r) . Верхний предел частотного интервала определяется горизонтальной касательной к верхней ветви кривой, ниже которой лежит область растущих возмущений. В качестве нижнего предела частот используется условный асимптотический предел при $Re_\delta \rightarrow \infty$. В найденном таким образом интервале с равномерным шагом $\Delta\omega_r$ выбирается некоторое множество точек $\omega_{rk}, k = 1, 2, \dots, m$.

На втором этапе для каждой из выбранных частот рассчитывается кривая N -фактора $N_\omega(Re_{\delta(x)})$. С этой целью на прямой $\omega_{rk} = \text{const}$ внутри области неустойчивости, ограниченной нейтральной кривой, берется множество точек с абсциссами $Re_{\delta_j}, j = 1, 2, \dots, n$. В каждой точке решается спектральная задача для наиболее неустойчивой пространственной моды возмущений. В результате получаем набор локальных инкрементов (декрементов) нарастания $\alpha_{i,j}$. На их основе с использованием квадратурной формулы вычисляется интеграл

$$N_\omega(Re_{\delta(x)}) = -2 \int_{Re_{\delta(x_0)}}^{Re_{\delta(x)}} \alpha_i^* dRe_\delta, \quad \alpha_i^* = \alpha_i \sqrt{\frac{x\eta}{\rho U}}, \quad (3.7)$$

рассматриваемый как функция верхнего предела. Нижний предел $Re_{\delta(x_0)}$ соответствует абсциссе точки на нейтральной кривой. Верхний предел увеличивается до тех пор, пока монотонное возрастание функции $N_\omega(Re_{\delta(x)})$ не сменяется на убывание.

Рассчитанные таким образом кривые N -факторов для частот $\omega_{r,1} < \omega_{r,2} < \dots < \omega_{r,k}$ строятся на плоскости $(Re_{\delta(x)}, N_\omega)$ и находится огибающая семейства. Искомое число Рейнольдса $Re_{\delta T}$, определяющее начало зоны ламинарно-турбулентного перехода, находится как абсцисса огибающей при заданной величине фактора перехода N_T . В расчетах принималось $N_T = 8$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Положение зоны перехода рассчитывалось для двух характерных режимов течения в сверхзвуковом пограничном слое. Для сравнения были выбраны две точки в средней (режим 1) и нижней (режим 2) частях баллистической траектории посадки аппарата Pathfinder, соответствующих 66-й и 87-й секундам полета. В режиме 1, исходя из расчетов авторов [5], имеют место высокие температуры потока и развитый процесс диссоциации, влияние которого на ЛТП является предметом исследования. В то же время режим 2 характеризуется почти полным отсутствием диссоциации, и устойчивость определяется только условиями гиперзвукового полета в атмосфере углекислого газа, что также представляет определенный интерес. Для обоих режимов было выполнено сравнение со случаем совершенного газа при тех же внешних условиях.

Параметры набегающего потока в расчетных точках траектории взяты из работы [4]. В качестве граничных условий на условной верхней границе пограничного слоя использовались параметры потока за косой ударной волной на головной части аппарата в форме клина с углом $\beta = 40^\circ$. Параметры потока за ударной волной рассчитывались на основе асимптотических формул теории косого скачка [9] при больших числах Маха.

Для режима 1 параметры потока за косым скачком уплотнения имеют следующие значения – скорость потока $U_\infty = 2445.5$ м/с, число Маха $M = 12.6$, давление $p_\infty = 1549.5$ Па, температура потока $T_\infty = 2583$ К, колебательная температура $T_{v\infty} = 169$ К. Температура поверхности спускаемого аппарата принималась равной $T_{wall} = 2000$ К.

Соответственно для режима 2 – скорость потока $U_\infty = 1378$ м/с, число Маха $M = 6.9$, давление $p_\infty = 1062.85$ Па, температура потока $T_\infty = 946$ К, колебательная температура $T_{v\infty} = 179$ К, температура поверхности спускаемого аппарата $T_{wall} = 1100$ К. В этом случае статическая температура потока существенно ниже температуры начала диссоциации углекислого газа. Вместе с тем она равна температуре возбуждения изгибной моды CO_2 [4], и газ остается термически неравновесным. Массовые концентрации компонент смеси в обоих режимах были выбраны близкими к составу равновесной атмосферы $Y_{1\infty} = 0.9$, $Y_{2\infty} = 0.05$ и $Y_{3\infty} = 0.05$. С учетом конечного времени колебательной релаксации колебательные температуры принимались равными температурам атмосферы в точках входа.

На условной границе ПС при $y = \delta$ для обоих режимов течения ставились следующие условия:

$$U(\delta) = 1, \quad Y_1(\delta) = Y_{1\infty}, \quad Y_2(\delta) = Y_{2\infty}, \quad Y_3(\delta) = Y_{3\infty}, \quad T(\delta) = 1, \quad T_v(\delta) = T_{v\infty}/T_{\infty},$$

а на поверхности спускаемого аппарата – условия прилипания и изотермической некаталитической стенки:

$$U(0) = 0, \quad Y_1'(0) = Y_2'(0) = Y_3'(0) = 0, \quad T(0) = T_v(0) = T_{wall}/T_{\infty}.$$

Для нахождения локально автомодельных решений для рассматриваемых режимов течения система уравнений (2.2)–(2.7) приводилась к нормальной форме, для которой методом “стрельбы” с помощью процедуры Рунге–Кутты четвертого порядка на интервале $[0, \delta]$ решалась двухточечная краевая задача. Точкой “прицеливания” служила середина интервала $\zeta_c = \delta/2$, где требовалось совпадение значений вычисляемых величин с точностью до 10^{-8} . Расчеты проводились при следующих значениях параметров: для режима 1 – $M = 12.6$, $Da_d = 0.669 \times 10^{-4}$, $Da_{VT} = 5.32 \times 10^{-3}$; для режима 2 – $M = 6.9$, $Da_d \approx 0$, $Da_{VT} = 1.27 \times 10^{-3}$. Для обоих режимов использовались значения параметров $Sc = 0.5$, $Pr = 0.75$, $\gamma = 1.4$, $\delta = 8$ и рассчитывался альтернативный случай совершенного газа при $Da_d = Da_{VT} = 0$.

На рисунке 1 для режима 1 представлены локально автомодельные профили газодинамических переменных невозмущенного пограничного слоя для термически неравновесного ($Da_d = 0$, $Da_{VT} = 5.32 \times 10^{-3}$) и термохимически неравновесного газа ($Da_d = 6.69 \times 10^{-4}$, $Da_{VT} = 5.32 \times 10^{-3}$), которые сравниваются со случаем совершенного газа при прочих равных условиях.

По графикам температур на рис. 1в можно заключить, что последовательный учет энергоемких процессов колебательного возбуждения (кривая *B*) и диссоциации (кривая *C*) приводит к существенному охлаждению потока, хотя колебательная температура меняется слабо. Следует отметить, что полученные уровни абсолютных значений статической и колебательной температур по порядку величины близки к соответствующим значениям, полученным в работе [3] для того же режима на основе трехкомпонентной модели, но для баллистического спуска и с более сложной колебательной кинетикой.

Спектральные задачи (1.11)–(1.17) для рассматриваемых режимов решались численно в среде пакета Matlab на основе метода коллокаций [21], который ранее был апробирован авторами в [19, 23].

Для определения диапазона частот эволюционирующих в пространстве возмущений рассчитывались кривые нейтральной устойчивости наиболее неустойчивых первых мод временных возмущений в координатах (Re_δ, ω_r) . Полученные кривые для режимов 1 и 2 в полулогарифмических координатах представлены на рис. 2.

Проведенное здесь сравнение совершенного и термохимически неравновесных газов, а также сопоставление с нейтральными кривыми [22] для совершенного газа при близких гиперзвуковых числах Маха $M \approx 6$ и $M \approx 12$ показывает, что вид нейтральных кривых временных возмущений целиком определяется числом Маха ПС. В ближнем гиперзвуке [22, 23] происходит слияние областей неустойчивостей мод I и II. Уже при $M \approx 6$ сохраняет индивидуальность только нижняя часть области неустойчивости первой моды. При $M \approx 12$ мода I целиком поглощается модой II, что делает их неразличимыми. При этом происходит смещение частотной координаты критического числа Рейнольдса в нижнюю часть нейтральной кривой с образованием характерного заостренного носика [22].

Таким образом, для гиперзвуковых ПС получается единая кривая нейтральной устойчивости для первых наиболее неустойчивых мод. Можно заметить, что в режиме 2, где фактически имеет место только термическая неравновесность, рост критического числа Рейнольдса по сравнению с совершенным газом значительно меньше, чем было получено в [23] для близкого числа Маха. Это связано с тем, что в данном случае значение релаксационного числа Дамкелера Da_{VT} в определенной мере соответствовало реальным условиям полета в атмосфере Марса, в то время как в модельной задаче [23] было принято $Da_{VT} \sim O(1)$.

Для оценки начала зоны перехода $Re_{\delta T}$ было выбрано значение N -фактора $N_T = 8$, которое используется для течений с низким уровнем привходящих возмущений [6]. Нижние пределы $Re_{\delta(x0)}$ в интегралах (2.8) брались на нейтральных кривых, начиная с верхнего предела интервала частот растущих возмущений с шагом $\Delta\omega = 1.25 \times 10^{-5}$.

Значения инкрементов (декрементов) пространственных возмущений α_i вычислялись на прямых $\omega = \text{const}$ с шагом $\Delta Re_\delta = 10$. Такой выбор шага позволил для многократных вычислений интегралов (2.8)

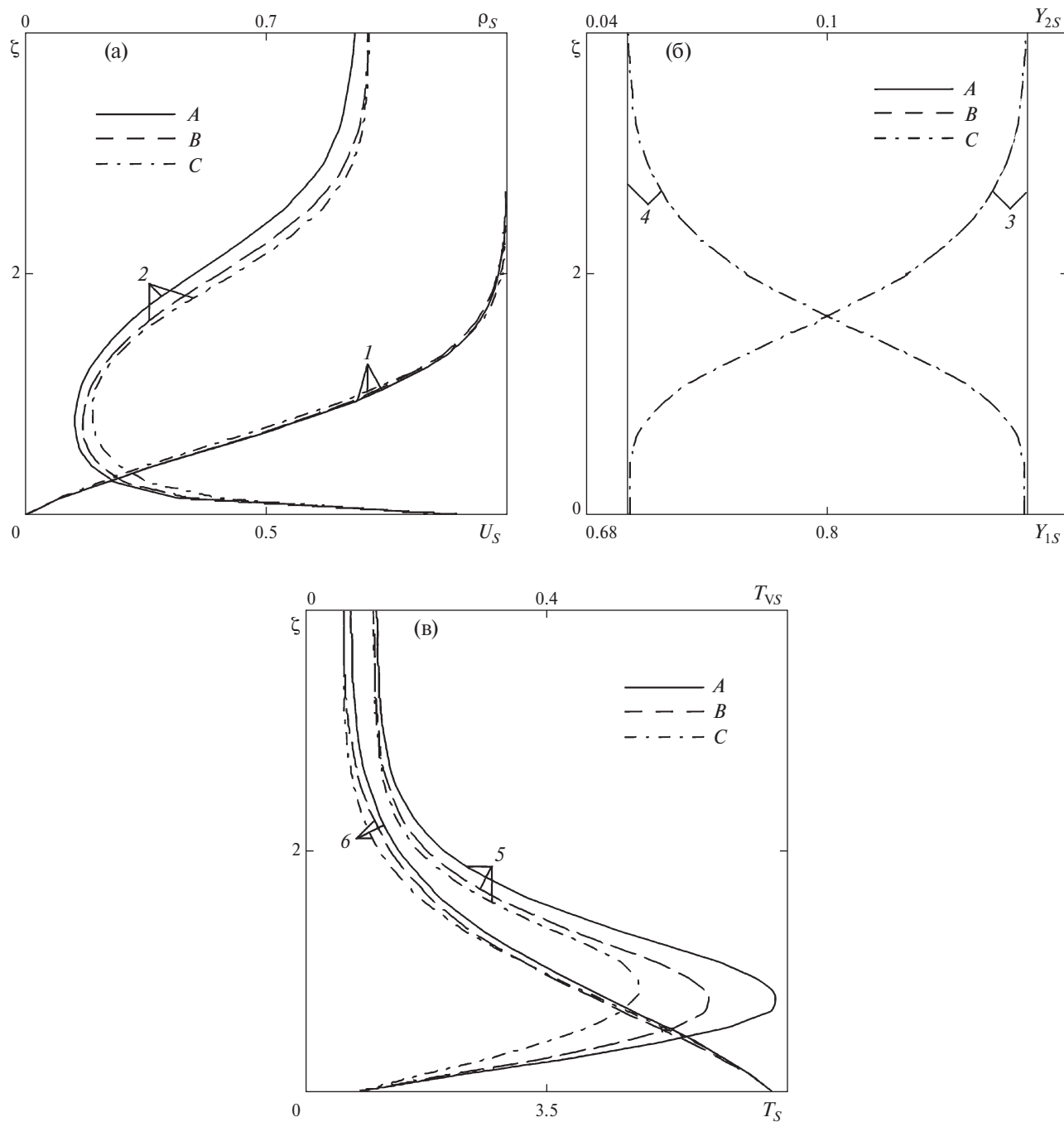


Рис. 1. Автомоделные профили скорости $U_s(\zeta)$ (а) и плотности $\rho_s(\zeta)$ (а) смеси, массовых концентраций CO_2 $Y_{1s}(\zeta)$ (б) и CO $Y_{2s}(\zeta)$ (б), статической $T_s(\zeta)$ (в) и колебательной $T_{vs}(\zeta)$ (в) температур для режима 1: 1 – зависимости $U_s(\zeta)$; 2 – зависимости $\rho_s(\zeta)$; 3 – зависимости $Y_{1s}(\zeta)$; 4 – зависимости $Y_{2s}(\zeta)$; 5 – зависимости $T_s(\zeta)$; 6 – зависимости $T_{vs}(\zeta)$; A – совершенный газ ($\text{Da}_d = \text{Da}_{VT} = 0$); B – термически неравновесный газ ($\text{Da}_d = 0$, $\text{Da}_{VT} = 5.32 \times 10^{-3}$); C – термохимически неравновесный газ ($\text{Da}_d = 6.69 \times 10^{-4}$, $\text{Da}_{VT} = 5.32 \times 10^{-3}$).

использовать простую квадратурную формулу трапеций и получить достаточно гладкие кривые N -факторов как функций от Re_δ . Далее, используя связь $\text{Re}_\delta = \sqrt{\text{Re}_x}$, проводился пересчет N -факторов как функций от Re_x .

На рис. 3 для двух режимов течения представлены по несколько кривых из семейств N -факторов для наиболее неустойчивых первых мод и огибающие семейств. Кривые $N(\text{Re}_x)$, соответствуют частотам ω от 4.25×10^{-4} (кривые 1) до 5×10^{-4} (кривые 7) для режима 1 и от 9.25×10^{-4} (кривая 8) до 10^{-3} (кривая 14)

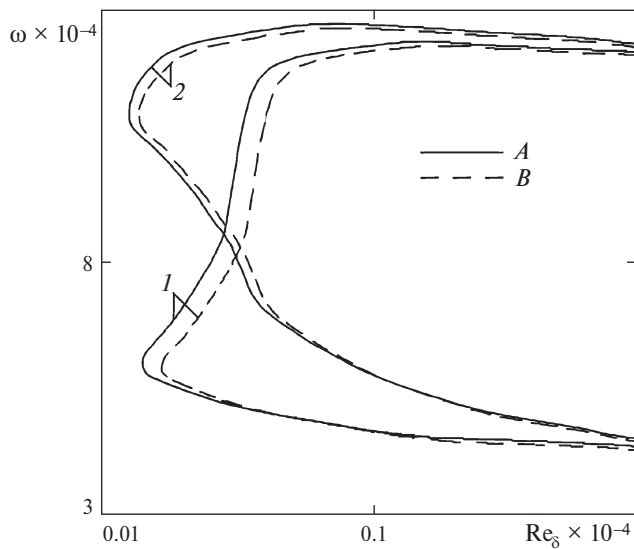


Рис. 2. Кривые нейтральной устойчивости наиболее неустойчивых первых мод временных возмущений: 1 – режим 1; 2 – режим 2; A – совершенный газ; B – термодимически неравновесный газ.

Гиперзвуковым режимам в ПС соответствует монотонное возрастание числа Рейнольдса перехода Re_{xT} в зависимости от числа Маха [24]. Поэтому Re_{xT} в режиме 1 при $M = 12.6$ примерно в четыре раза больше, чем для режима 2 при $M = 6.9$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе e^N -метода выполнены сравнительные расчеты положения начала зоны ЛТП для точек в средней и нижней частях траектории посадки аппарата Pathfinder в атмосфере Марса. В расчетах использовалась трехкомпонентная модель термодимически неравновесной смеси CO_2-CO-O .

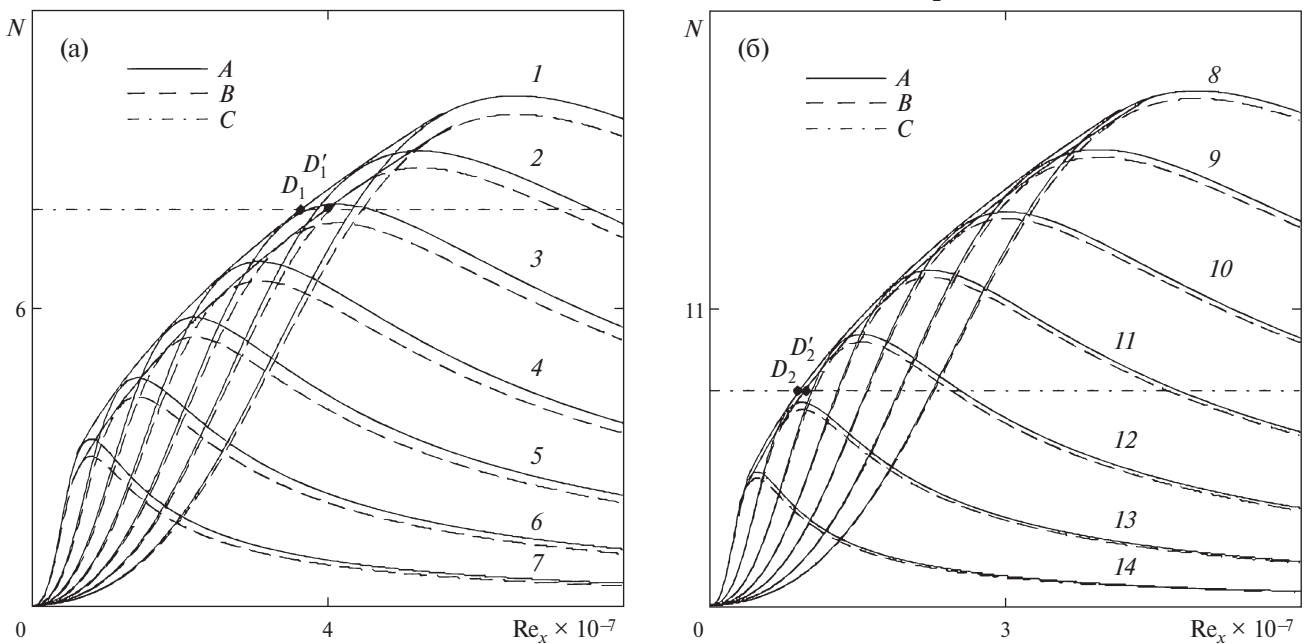


Рис. 3. Кривые N -факторов и положение ламинарно-турбулентного перехода: (а) – режим 1, $\omega = 4.25 \times 10^{-4}$ (1), 4.375×10^{-4} (2), 4.5×10^{-4} (3), 4.625×10^{-4} (4), 4.75×10^{-4} (5), 4.875×10^{-4} (6), 5×10^{-4} (7); (б) – режим 2, $\omega = 9.25 \times 10^{-4}$ (8), 9.375×10^{-4} (9), 9.5×10^{-4} (10), 9.625×10^{-4} (11), 9.75×10^{-4} (12), 9.875×10^{-4} (13), 10^{-3} (14); A – кривые $N(Re_x)$ для совершенного газа; B – кривые $N(Re_x)$ для термодимически неравновесного газа; C – прямая $N = 8$; D_1 и D_1' – точки перехода для режима 1; D_2 и D_2' – точки перехода для режима 2.

для режима 2. Частоты для обоих режимов возрастают с шагом $\Delta\omega = 1.25 \times 10^{-5}$.

Штрихпунктирная линия обозначает прямую $N(Re_x) = 8$, D_1 и D_1' – точки начала ЛТП для режима 1, D_2 и D_2' – точки начала ЛТП для режима 2 соответственно для термодимически неравновесного и совершенного газов. Числовые значения полученных критериев Re_{xT} даны в табл. 3.

Можно констатировать, что учет термодимической неравновесности в режиме 1 приводит к смещению начала ЛТП примерно на 9% по сравнению с совершенным газом. В режиме 2 соответствующее смещение еще меньше, особенно относительно результата, полученного в работе [23] для близкого по числу Маха режима.

Последнее связано с отмеченной выше малостью числа релаксационного числа Дамкелера Da_{VT} . Надо отметить, что химическое число Дамкелера Da_d с учетом реальных размеров перспективных марсианских КА может быть увеличено почти на порядок, что усилит эффект стабилизации потока.

Таблица 3. Параметры точек перехода при $N = 8$

Точка перехода	D_1	D'_1	D_2	D'_2
$Re_{xT} \times 10^{-7}$	3.6378	3.9797	1.0141	1.0672
$\omega_{xT} \times 10^4$	4.6455	4.4841	9.9823	9.8125

Было выбрано рекомендуемое для случая потоков с малым уровнем внешних возмущений значение N -фактора ($N_T = 8$), определяющего ЛТП. Частотный спектр пространственных возмущений находился по нейтральным кривым временных возмущений при одинаковых длинах волн.

Характерная для гиперзвуковой области форма нейтральных кривых со слиянием областей неустойчивости первой и второй мод полностью определяется числом Маха режима. На рассчитанных семействах кривых N -факторов строились огибающие, по которым при заданном $N_T = 8$ находились числа Рейнольдса перехода Re_{xT} .

В гиперзвуковом режиме 1 при $M = 12.6$ учет развитой термохимической неравновесности приводит к значительному снижению статической температуры газа в нижней части ПС. В результате начало зоны ЛТП сдвигается вниз по потоку примерно на 9% по сравнению со случаем совершенного газа. Для рассматриваемых гиперзвуковых режимов характерна монотонно возрастающая зависимость числа Рейнольдса перехода Re_{xT} от числа Маха. Поэтому Re_{xT} для режима 2 при $M = 6.9$ примерно в четыре раза меньше, чем для режима 1.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00027, <https://rscf.ru/project/23-11-00027/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Reynier Ph. Survey of aerodynamics and aerothermodynamics efforts carried out in the frame of Mars exploration projects // Prog. Aerosp. Sci. 2014. V. 70. P. 1–27.
2. Park Ch., Howe J.T., Jaffe R.L., Candler G.V. Review of chemical-kinetic problems of future NASA missions. II: Mars entries // J. Thermophys. Heat Transf. 1994. V. 8. № 1. P. 9–23.
3. Armenise I., Reynie Ph., Kustova E. Advanced models for vibrational and chemical kinetics applied to Mars entry aerothermodynamics // J. Thermophys. Heat Transf. 2016. V. 30. № 4. P. 705–720.
4. Candler G.V. Computation of thermo-chemical nonequilibrium Martian atmospheric entry flows // AIAA Paper 90-1695. June 1990. P. 1–10.
5. Milos F.S., Chen Y.-K., Congdon W.M., Thomas J.M. Mars Pathfinder entry temperature data, aerothermal, and heatshield material response // AIAA Paper 98-2681. June 1998. P. 1–16.
6. Mack L.M. A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // Aerodynamic analyses requiring advanced computers. Part I. Washington: NASA, 1975. P. 101–123.
7. Бойко А.В., Демьянко К.В., Нечепуренко Ю.М. О расчете положения ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях с учетом сжимаемости. Препринт № 81. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2015. 21 с.
8. Kustova E.V., Nagnibeda E.A. On correct description of a multi-temperature dissociating CO_2 flow // Chem. Phys. 2006. V. 321. P. 293–310.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 676 с.
10. Краткий справочник физико-химических величин. Справочник / Под ред. К.П. Мищенко, А.А. Равделя. Л.: Химия, 1974. 200 с.
11. Wilke C.R. A viscosity equation for gas mixtures // J. Chem. Phys. 1950. V. 18. P. 517–519.
12. Blottner F.G., Johnson M., Ellis M. Chemically reacting viscous flow program for multicomponent gas mixtures. Research Report SC-RR-70-754. Albuquerque: Sandia Laboratories. 1971. 320 p.
13. Grigoryev Yu.N., Ershov I.V. Stability and suppression of turbulence in relaxing molecular gas flows. Cham: Springer Intern. Publishing, 2017. 233 p.
14. Franko K.J., MacCormack R.W., Lele S.K. Effects of chemistry modeling on hypersonic boundary layer linear stability prediction // AIAA Paper 2010–4601. June–July 2010. P. 1–13.
15. Armenise I., Kustova E. On different contributions to the heat flux and diffusion in non-equilibrium flows // Chem. Phys. 2014. V. 428. P. 90–104.
16. Rock S.G., Candler G.V., Hornung H.G. Analysis of thermochemical nonequilibrium models for carbon dioxide flows // AIAA Journal. 1993. V. 31. P. 2255–2262.

17. *Camac M.* CO₂ relaxation processes in shock waves // *Fundamental phenomena in hypersonic flow*. Ithaca, New York: Cornell Univ. Press, 1966. P. 195–215.
18. *Park Ch., Howe J.T., Jaffe R.L., Candler G.V.* Chemical-kinetic problems of future NASA missions // *AIAA Paper* 91-0464, January 1991. P. 1–31.
19. *Григорьев Ю.Н., Ершов И.В.* Влияние колебательного возбуждения газа на положение зоны ламинарно-турбулентного перехода на пластине // *ПМТФ*. 2021. Т. 62. № 1. С. 14–21.
20. *Gaster M.* A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability // *J. Fluid Mech.* 1962. V. 14. P. 222–224.
21. *Trefethen L.N.* Spectral methods in Matlab. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. 160 p.
22. *Mack L.M.* Boundary layer stability theory. Preprint of JPL Technical Report, Document 900–277. Rev. A. Pasadena: California Institute of Technology, 1969. 272 p.
23. *Григорьев Ю.Н., Ершов И.В.* Линейная устойчивость сверхзвукового пограничного слоя релаксирующего газа на пластине // *Изв. РАН. МЖГ*. 2019. № 3. С. 3–15.
24. *Mack L.M.* Linear stability theory and problem of supersonic boundary-layer transition // *AIAA Journal*. 1974. V. 13. P. 278–289.

ESTIMATE OF THE ONSET OF LAMINAR-TURBULENT TRANSITION ON A PLATE IN FLIGHT IN THE MARS ATMOSPHERE

Yu. N. Grigor'ev^{a,*} and I. V. Ershov^{a,b,}**

^a*Federal Research Center for Information and Computational Technologies, Novosibirsk, Russia*

^b*Novosibirsk State Agrarian University, Novosibirsk, Russia*

*E-mail: grigor@ict.nsc.ru

**E-mail: ivershov1969@gmail.com

Comparative calculations of the location of the onset of the laminar-turbulent transition zone are performed using the *eN*-method for two points on the Mars "Pathfinder" entry trajectory. A three-component model of thermochemically nonequilibrium CO₂–CO–O mixture is used in the calculations. The set of spatial disturbance frequencies is found using neutral curves for the first unstable modes of temporary disturbances. The transition Reynolds number Re_{8T} is determined from the envelopes of families of *N*-factor curves at $N_T = 8$. In the hypersonic regime at $M = 12.6$, taking into account the developed thermochemical nonequilibrium leads to a significant decrease in the static temperature of gas in the lower part of the boundary layer. As a result, the onset of the laminar-turbulent transition zone is displaced downstream by approximately 9% as compared to the case of a perfect gas.

Keywords: Mars atmosphere, linear stability, laminar-turbulent transition, *eN*-method, integral curves of *N*-factors