

УДК 532.65

КРУГЛЫЕ ВСПЛЕСКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

© 2024 г. А. В. Базилевский^{а, *}, А. Н. Рожков^{а, **}

^аИнститут проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

^{*}e-mail: baz@ipmnet.ru

^{**}e-mail: rozhkov@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 26.05.2024 г.

После доработки 11.06.2024 г.

Принята к публикации 11.06.2024 г.

Исследуются всплески высоковязкой жидкости (глицерин), возникающие в результате ее импульсного вытеснения из зазора между двумя быстро сближающимися дисками. Обнаружено, что за пределами дисков всплеск имеет форму тонкой пленки, ограниченной кольцевой краевой струей. Формулируется физическая модель всплеска, и приводятся аналитические решения, описывающие его траекторию. Результаты расчетов сравниваются с данными эксперимента. Анализируются эффекты вязкости жидкости, поверхностного натяжения и разрушения пленки. Показано, что ключевое влияние на сценарии развития всплеска оказывает поверхностное натяжение пленки, соединяющей краевую струю с дисками.

Ключевые слова: удар, всплеск, капля, пленка, струя, вязкость, поверхностное натяжение.

DOI: 10.31857/S1024708424040109, **EDN:** OYCNFE

Деформация и разрушение жидкости в результате ее высокоскоростного взаимодействия с твердым или жидким препятствием является фундаментальным гидродинамическим процессом, часто встречающимся в природе и технике. Известный пример — удар падающей капли о жидкую или твердую поверхность не только красивое физическое явление, часто используемое в рекламных видеороликах, но и предмет многочисленных научных исследований [1–3]. Несмотря на простоту эксперимента с падающей каплей, в нем содержатся ответы на многие фундаментальные вопросы гидродинамики, капиллярных явлений и реологии жидкости. В настоящей работе используется альтернативный подход к изучению разрушения капли — удар небольшим диском по капле, лежащей на другом диске такого же диаметра [4–6]. Метод быстро смыкающихся дисков (рис. 1а) имеет ряд преимуществ по сравнению с экспериментом с падающей каплей. Среди них — получение более высоких скоростей течения и возможность исследования высоковязких жидкостей. Кроме того, становится возможным исследовать поведение жидкостей со сложной реологией, даже консистентных, в условиях быстрых растягивающих деформаций [4].

Наши эксперименты с ударом по капле маловязкой жидкости (вода) [5, 6] выявили образование за пределами дисков сложных пространственных жидких структур. Их формирование обусловлено гиперболическим нарастанием радиальной скорости истечения жидкости при уменьшении зазора между дисками. Хотя практически в течение всего процесса выброса воды доминируют силы инерции и поверхностного натяжения, его поздняя стадия контролируется вязкими напряжениями, вызванными течением в исчезающем зазоре между дисками.

Аналогичные эксперименты с каплями концентрированных растворов полимеров [4] показали, что полимерная жидкость вытесняется в форме плоского всплеска, напоминающего всплеск при ударе падающей капли о плоское препятствие [7].

Данная работа посвящена исследованию влияния вязкости жидкости на форму и динамику генерируемых всплесков.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Идея эксперимента [4–6] заключается в том, чтобы поместить каплю жидкости на небольшой диск и ударить по ней другим диском такого же диаметра ($2r_2$, рис. 1а). В результате, жидкость быстро выдавливается из зазора h между дисками, образуя за их пределами всплеск. Из баланса расхода следует, что

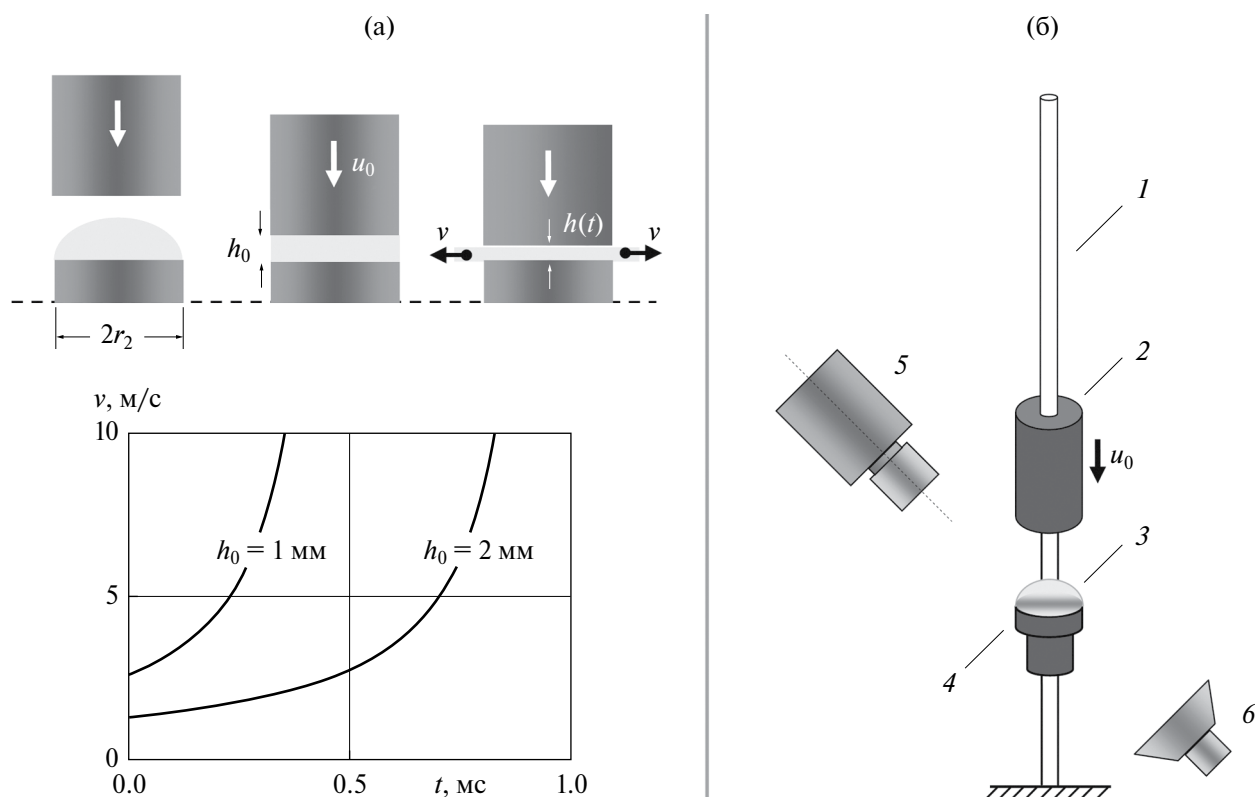


Рис. 1. Метод (а) и схема эксперимента (б): 1 – цилиндрическая направляющая; 2 – ударный диск; 3 – капля; 4 – неподвижный диск; 5 – видеокамера; 6 – светодиодный (LED) осветитель. График на (а) – расчет по формуле (1.1) для $r_2 = 2.5$ мм, $u_0 = 2.1$ м/с, $h_0 = 1$ мм и 2 мм.

в отсутствие диссипативных и инерционных потерь жидкость вытекала бы с бесконечно возрастающей скоростью (вязкость реальных жидкостей замедляет ударный диск, ограничивая скорость истечения) по закону

$$v = u_0 \frac{r_2}{2h}, \quad h = h_0 - u_0 t \quad (1.1)$$

где v – радиальная скорость истечения, h_0 – начальный зазор между дисками (определяется как зазор в момент его полного заполнения жидкостью), u_0 – скорость удара, t – время. Эти обстоятельства определяют гидродинамические особенности генерируемых всплесков и отличают данный процесс от падения капли на диск [7], где скорость истечения уменьшается во времени. Кроме этого, в рассматриваемом случае кинематика выброса жидкости строго детерминирована заданным в эксперименте законом сближения дисков.

Схема эксперимента показана на рис. 1. В экспериментальной установке ударный диск имел отверстие диаметром $2r_1$, позволяющее ему двигаться по цилиндрической направляющей. В этом случае скорость истечения определяется формулой

$$v = u_0 \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{2r_2 h}. \quad (1.2)$$

Цилиндрическая направляющая длиной 250 мм и диаметром $2r_1 = 2$ мм установлена вертикально. На нижнем конце направляющей установлен неподвижный металлический диск диаметром $2r_2 = 5$ мм, на который помещается капля исследуемой жидкости. Ударный диск массой $M = 6$ г, свободно падая вдоль направляющей, ударяет по капле со скоростью $u_0 = 1-2$ м/с, вытесняя ее из зазора в виде круглого всплеска. Начальная скорость удара определялась по формуле свободного падения $u_0 = (2gH)^{1/2}$, где H – высота

падения ударного диска, $g=9.81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения. В данной работе: $H=100$ и 225 мм , что соответствует $u_0=1.40$ и 2.10 м/с . Непосредственное измерение u_0 с помощью скоростной видеосъемки показало, что расчетная и измеренная скорости ударного диска отличаются не более чем на 5%. Из (1.2) следует, что при начальном зазоре $h_0=1.5 \text{ мм}$ данным значениям скорости удара соответствуют начальные скорости истечения $v_0=0.98$ и 1.47 м/с .

Эксперименты проводились с глицерином вязкостью $\mu=1.35 \text{ Па}\cdot\text{с}$, плотностью $\rho=1260 \text{ кг/м}^3$ и поверхностным натяжением $\gamma=0.060 \text{ Н/м}$. Объем капли, ее масса и начальный зазор между дисками составляли соответственно $w_0=14\text{--}30 \text{ мм}^3$, $m_0=\rho w_0=17.6\text{--}37.8 \text{ мг}$ и $h_0=w_0/\pi(r_2^2-r_1^2)=0.85\text{--}1.82 \text{ мм}$. Объем капли определялся с помощью компьютерного анализа ее изображения.

Числа Вебера, Рейнольдса, Фруда и Онезорге равны: $We=h_0\rho u_0^2/\gamma=35\text{--}168$, $Re=\rho v h/\mu=\rho u_0(r_2^2-r_1^2)/2r_2\mu=1.4\text{--}3.7$, $Fr=u_0^2/gh_0=110\text{--}530$, $Oh=\mu/(\rho h_0\gamma)^{1/2}=3.6\text{--}5.3$.

Процесс выброса жидкости снимался высокоскоростной видеокамерой VS-FAST. Видеосъемка осуществлялась под углом 45° к вертикали со скоростью 2000 кадров/с при пространственном разрешении 17 пикселей/мм. Эксперименты проводились при температуре $18\text{--}20 \text{ }^\circ\text{C}$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ

2.1 Результаты эксперимента

Установлено, что при импульсном вытеснении глицерина образуется кольцевая (тороидальная) краевая струя, диаметр и толщина которой изменяются во времени (рис. 2). К моменту смыкания дисков ($\sim 1 \text{ мс}$) струя находится в непосредственной близости к дискам. Между краевой струей и дисками формируется плоская плёнка. При малых скоростях удара ($u_0=1.4 \text{ м/с}$) краевая струя сначала расширяется, а затем схлопывается под действием капиллярных сил (рис. 2а и 3а); при этом пленка обычно не разрушается до конца схлопывания всплеска. Для более высокой скорости удара ($u_0=2.1 \text{ м/с}$), характерно разрушение пленки еще на стадии расширения всплеска (рис. 2в). В этом случае краевая струя расширяется без обратного движения к дискам, распадаясь на капли и падая вниз. Однако и здесь возможна ситуация, когда пленка не разрушается и краевая струя “возвращается” к дискам (рис. 2б). Момент разрыва пленки кардинальным образом влияет на траекторию краевой струи. Если разрыв происходит на стадии расширения краевой струи, то расширение ускоряется, а если на стадии обратного движения к дискам, то движение замедляется.

Таким образом, для высоковязкой жидкости (глицерин) характерно образование плоских (2D) структур в отличие от маловязкой жидкости (вода), которая при тех же параметрах удара формирует объемные (3D) всплески [5, 6]. Переход от 3D- к 2D-структурам происходит благодаря замедлению выброса жидкости из-за действия сил вязкого трения.

2.2. Динамика вытеснения из зазора (формирование всплеска)

Эксперименты показали, что исследуемый процесс можно условно разделить на две основные стадии: 1) стадия импульсного вытеснения жидкости из зазора между двумя сближающимися дисками, приводящая к формированию жидкого кольца (краевой струи) и 2) стадия последующего инерционного разлета этого кольца. Поэтому здесь и далее в разд. 2.3 последовательно рассмотрим эти стадии всплеска.

Выброс жидкости из уменьшающегося зазора между дисками схематически показан на рис. 4. За время истечения t жидкости передаётся суммарный поток импульса

$$J = 2\pi r_2 \int_0^t \rho v^2 h dt = 2\pi r_2 \int_{h_0}^h \rho v^2 \frac{h}{u} dh = \rho 2\pi r_2 \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_2} \right)^2 \int_{h_0}^h \frac{u}{h} dh \quad (2.1)$$

и кинетическая энергия

$$E = \pi r_2 \int_0^t \rho v^3 h dt = \pi r_2 \int_{h_0}^h \rho v^3 \frac{h}{u} dh = \rho \pi r_2 \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_2} \right)^3 \int_{h_0}^h \frac{u^2}{h^2} dh \quad (2.2)$$

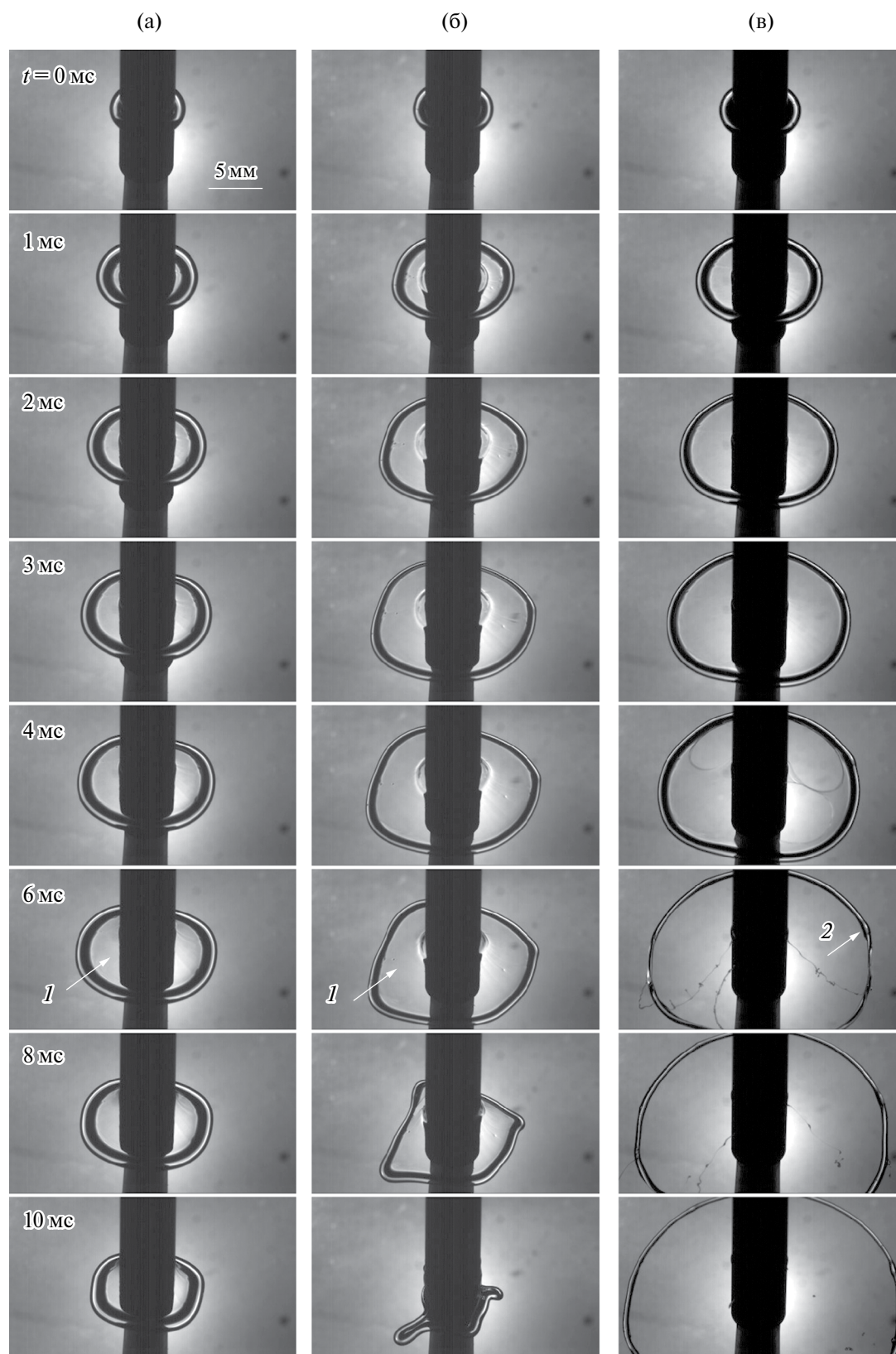


Рис. 2. Всплески глицерина: (а) – $u_0=1.4$ м/с ($H=100$ мм), $m_0=29$ мг, (б) – $u_0=2.1$ м/с ($H=225$ мм), $m_0=17.6$ мг, (в) – $u_0=2.1$ м/с, $m_0=22$ мг. Стрелка 1 показывает пленку, стрелка 2 – возмущение, растущее на краевой струе. Указано время, прошедшее с момента остановки ударного диска.

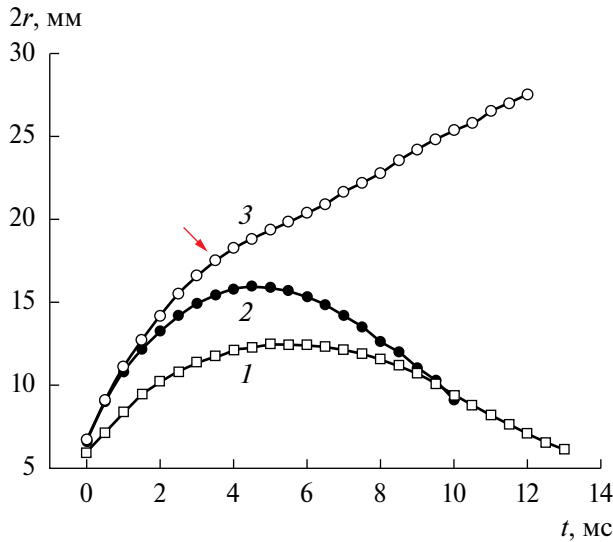


Рис. 3. Диаметр всплесков глицерина как функция времени: 1 – $u_0=1.4$ м/с, $m_0=29$ мг, без разрушения пленки; 2 – $u_0=2.1$ м/с, $m_0=17.6$ мг, без разрушения пленки; 3 – $u_0=2.1$ м/с, $m_0=22$ мг, с разрушением пленки. Стрелка показывает момент начала разрыва пленки. Время отсчитывается от момента закрытия зазора (остановки ударного диска).

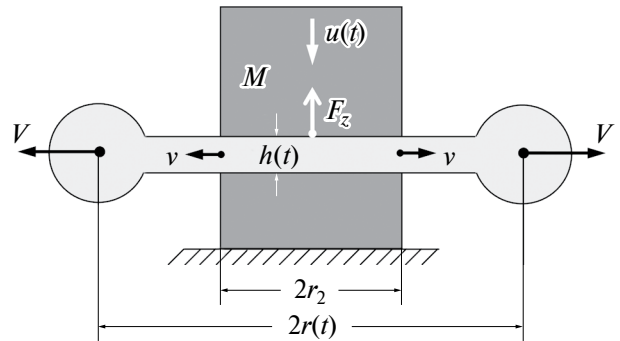


Рис. 4. К расчету импульсного выброса жидкости из зазора.

Если скорость ударного диска постоянна ($u=u_0$), то из (2.1) и (2.2) следует

$$J(h) = -\frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)^2 u_0}{2r_2} \ln(h/h_0) = -\frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)^2 u_0}{2r_2} \ln(1 - u_0 t / h_0)$$

$$E(h) = \frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)^3 u_0^2}{8r_2^2} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_0} \right) = \frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)^3 u_0^2}{8r_2^2 h_0} \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) \quad (2.3)$$

Вводя в рассмотрение суммарную скорость всплеска (краевой струи) $V=J/m$ (рис. 4), где $m(h)=\rho\pi(r_2^2 - r_1^2) h_0(1 - h/h_0)$ – масса вытесненной жидкости, имеем

$$V(h) = \frac{J}{m} = -\frac{u_0(r_2^2 - r_1^2)}{2h_0 r_2 (1 - h/h_0)} \ln(h/h_0) = -\frac{v_0}{1 - h/h_0} \ln(h/h_0) \quad (2.4)$$

Зависимости (2.3) и (2.4) показаны на рис. 5 (линии для $\mu=0$). Скорость V и кинетическая энергия всплеска E неограниченно увеличиваются при уменьшении зазора. Таким образом, пренебрежение диссипативными и инерционными потерями приводит к бесконечной скорости всплеска. Однако при вытеснении реальной жидкости силы вязкого трения ограничивают рост скорости.

Чтобы оценить эффект вязкого торможения выброса, воспользуемся известной формулой [8, 9] для осевой силы F_z , необходимой для вытеснения жидкости вязкостью μ из зазора h между двумя пластинами радиуса r_2 (без отверстия в диске, $r_1=0$), сближающимися с постоянной скоростью u : $F_z = 3\pi\mu u r_2^4 / 2h^3$. Подставляя этот результат в динамическое уравнение для ударного диска массой M

$$M \frac{d^2 h}{dt^2} = -Mg + F_z, \quad (2.5)$$

пренебрегая гравитационным членом и инерцией жидкости в зазоре, а, также полагая $u=dh/dt$, можно получить решение [6], описывающее скорость сближения дисков u и скорость истечения жидкости v

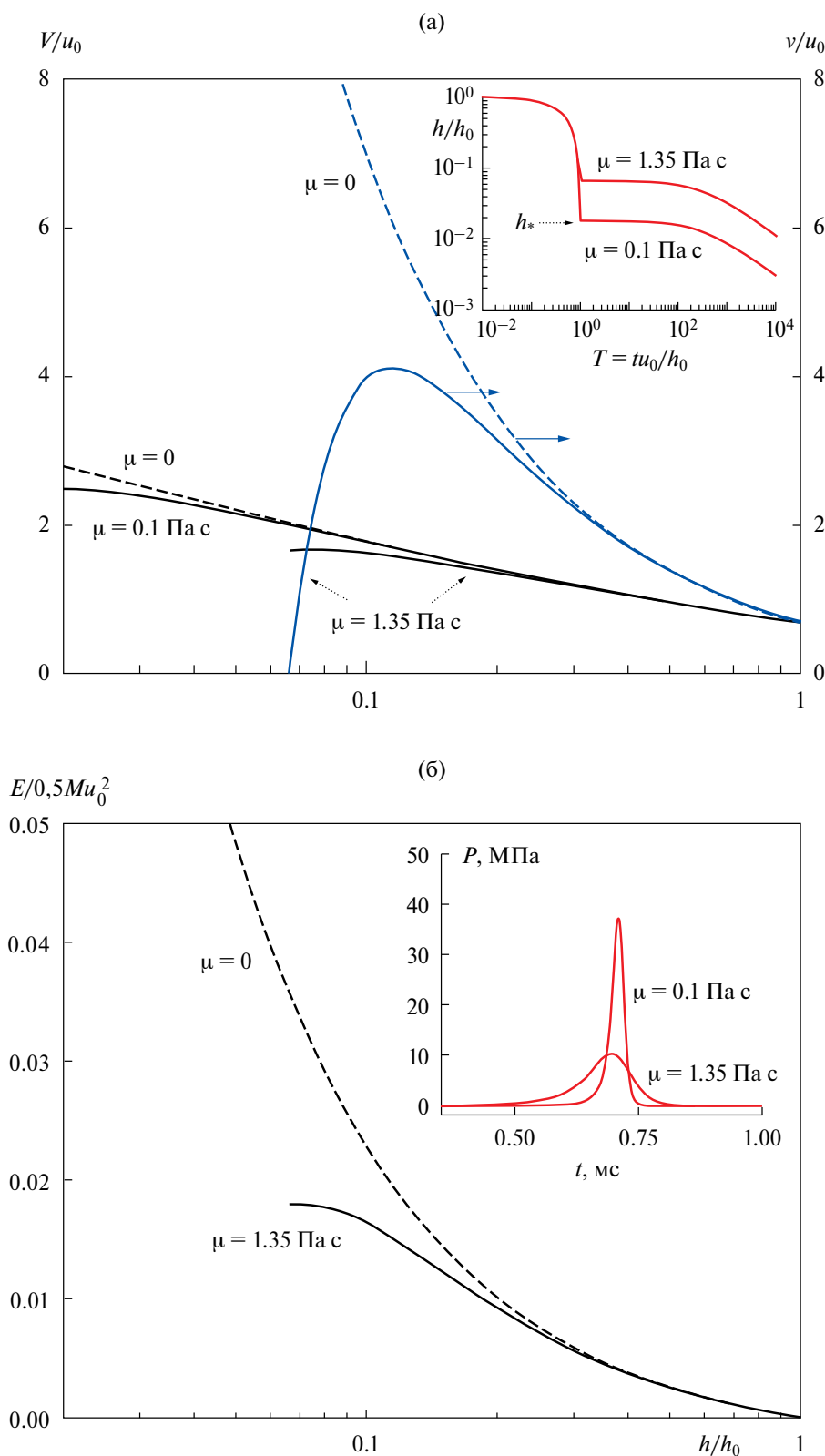


Рис. 5. Результаты вычислений по формулам (2.6) и (2.9): (а) – скорость истечения v и суммарная скорость V , (б) – кинетическая энергия E всплеска как функции зазора между дисками. Вставки: зазор между дисками (а) и избыточное давление в центре дисков (б) как функции времени. Используемые параметры: $\mu = 0, 0.1, 1.35$ Па·с, $u_0 = 2.1$ м/с, $h_0 = 1.5$ мм, $r_2 = 2.5$ мм, $r_1 = 1$ мм, $M = 6$ г.

$$\frac{u}{u_0} = 1 - k_1 \left(\left(\frac{h}{h_0} \right)^{-2} - 1 \right), \quad k_1 = \frac{3\pi\mu r_2^4}{4M h_0^2 u_0}$$

$$\frac{v}{u_0} = \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_2 h_0} \right) \left[1 - k_1 \left(\left(\frac{h}{h_0} \right)^{-2} - 1 \right) \right] \left(\frac{h}{h_0} \right)^{-1}$$
(2.6)

Обычно $k_1 \ll 1$; так для параметров рассматриваемого эксперимента: $k_1 = 0.003 - 0.02$.

Из (2.6) следует зазор h_* , при котором происходит остановка ударного диска,

$$h_* = h_0 \left(\frac{1}{k_1} + 1 \right)^{-1/2} \cong h_0 k_1^{1/2} = \left(\frac{3\pi \cdot r_2^4}{4Mu_0} \right)^{1/2} \quad (k_1 \ll 1)$$
(2.7)

Максимальная скорость истечения $v_{\max}$, достигаемая при зазоре $h_{**} = h_0 [3k_1 / (k_1 + 1)]^{1/2} \cong h_0 (3k_1)^{1/2}$ и скорости ударного диска $u(h_{**}) = (2/3) u_0$, составляет

$$\frac{v_{\max}}{u_0} = \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2 h_0} \right) \left(\frac{(k_1 + 1)^3}{27k_1} \right)^{1/2} \cong \left(\frac{4Mu_0}{81\pi \cdot r_2^2} \right)^{1/2} \quad (\text{при } r_2^2 \gg r_1^2, \quad k_1 \ll 1)$$
(2.8)

Формулы (2.7) и (2.8) показывают, что наибольшее влияние на максимальную скорость истечения $v_{\max}$ и минимальный зазор h_* оказывает внешний радиус дисков r_2 , а зависимость от начального зазора h_0 отсутствует. Отсутствие зависимости от h_0 (а значит и от объема капли) вызвано тем, что значительное замедление ударного диска начинается лишь на поздних стадиях удара. Следствием этого является и то, что начальная толщина пленки ($\sim h_*$), связывающей краевую струю с дисками, тоже не зависит от объема капли. Заметим также, что предсказываемая уравнением (2.6) полная остановка ударного диска на конечном расстоянии h_* от неподвижного диска является результатом пренебрежения весом ударного диска (Mg) в динамическом уравнении (2.5). Численное решение уравнения (2.5) показывает (вставка на рис. 5а), что после того как зазор h_* достигнут, ударный диск продолжает медленно и бесконечно долго сближаться с неподвижным диском под действием силы тяжести.

Подстановка решения (2.6) в (2.1) и (2.2) после интегрирования приводит к соотношениям для скорости и кинетической энергии всплеска с учетом диссипативных потерь в зазоре

$$V = -\frac{u_0(r_2^2 - r_1^2)}{2h_0 r_2 (1 - h/h_0)} \left((k_1 + 1) \ln \left(\frac{h}{h_0} \right) + \frac{k_1}{2} \left(\left(\frac{h}{h_0} \right)^{-2} - 1 \right) \right)$$

$$\frac{E}{\frac{1}{2} Mu_0^2} = - \left(\frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)^3}{4r_2^2 h_0 M} \right) \left(\left(1 + \frac{4k_1}{3} + \frac{32k_1^2}{15} \right) - (1 + 2k_1 + k_1^4) \left(\frac{h}{h_0} \right)^{-1} + \left(\frac{2k_1}{3} + \frac{2k_1^2}{3} \right) \left(\frac{h}{h_0} \right)^{-3} - \frac{k_1^2}{5} \left(\frac{h}{h_0} \right)^{-5} \right)$$
(2.9)

Физический смысл имеют только нарастающие ветви функций (2.9) до момента остановки ударного диска ($h < h_*$). Зазор h_e , соответствующий максимальной кинетической энергии всплеска, равен

$$h_e = h_0 \left(\frac{1}{k_1} + 1 \right)^{-1/2} \cong h_0 k_1^{1/2} \quad (k_1 \ll 1).$$

Подстановка значения h_e/h_0 в решение (2.9), дает оценку максимальной кинетической энергии всплеска

$$\left(\frac{E}{\frac{1}{2} Mu_0^2} \right)_{\max} \cong \frac{8}{15} \left(\frac{\rho\pi(r_2^2 - r_1^2)^3}{4r_2^2 h_0 M} \right) k_1^{-1/2} \cong \frac{4(r_2^2 - r_1^2)^3}{15r_2^4} \frac{\rho u_0^{1/2}}{M^{1/2} \mu^{1/2}}$$
(2.10)

Из (2.10) следует, что максимальная кинетическая энергия и максимальный КПД генерации всплеска не зависят от h_0 , а наиболее сильное влияние на них оказывает радиус дисков. Рисунок 5б показывает,

что на формирование всплеска высоковязкой жидкости (глицерин) расходуется менее 2% кинетической энергии ударного диска $Mu_0^2/2$.

Результаты расчета по формулам (2.9) для различных значений вязкости приведены на рис. 5. Видно, что существует максимально достижимая скорость $V_{\max}$ краевой струи, которая определяет максимальный диаметр разлета всплеска; при этом 13 – кратное увеличение вязкости жидкости приводит к уменьшению $V_{\max}$ лишь в 1.4 раза. Из (2.9) при $k_1 \ll 1$ можно получить

$$V_{\max} \approx u_0 \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{4r_2 h_0} \right) (-1 - \ln k_1) \quad (k_1 \ll 1)$$

Скорость $V_{\max}$ достигается при зазоре между дисками $h_v/h_0 = [k_1/(k_1+1)]^{1/2} \approx k_1^{1/2}$.

Оценим максимальное избыточное давление $P_{\max}$ в центре дисков и силу $F_{\max}$, действующую на диски при их сближении. Для избыточного давления с учетом (2.6) имеем

$$P(h) = \frac{3\mu u(h)r_2^2}{h^3} = 3\mu r_2^3 \left(\frac{1+k_1}{h^3} - k_1 \frac{h_0^2}{h^5} \right)$$

Из условия экстремума ($dP/dh=0$ при $h=h_m$) получим

$$h_m = h_0 \left(\frac{5k_1}{3(1+k_1)} \right)^{1/2} \approx h_0 \left(\frac{5}{3} k_1 \right)^{1/2}, \quad u(h_m) = \frac{2}{5}(1+k_1)u_0 \approx \frac{2}{5}u_0$$

$$P_{\max} = \frac{3\mu u(h_m)r_2^2}{h_m^3} \approx \frac{48}{5^{5/2}\pi^{3/2}} \left(\frac{M^3 u_0^5}{\mu r_2^8} \right)^{1/2} \approx 0.154 \left(\frac{M^3 u_0^5}{\mu r_2^8} \right)^{1/2}$$

$$F_{\max} = \frac{3\mu u(h_m)\pi r_2^4}{2h_m^3} \approx \frac{24}{5^{5/2}\pi^{1/2}} \left(\frac{M^3 u_0^5}{\mu r_2^4} \right)^{1/2} \approx 0.242 \left(\frac{M^3 u_0^5}{\mu r_2^4} \right)^{1/2}$$

Обращает на себя внимание отсутствие зависимости избыточного давления $P_{\max}$ и силы $F_{\max}$ от начального зазора между дисками, а, следовательно, и от объема капли.

В заключение приведем результаты вычислений по полученным выше соотношениям. Для следующих значений параметров $\mu = 1.35$ Па·с, $u_0 = 2.1$ м/с, $h_0 = 1.5$ мм, $r_2 = 2.5$ мм, $r_1 = 1$ мм, $M = 6$ г, имеем: $k_1 = 0.0044$, $h_* = h_v = h_c = 0.099$ мм, $h_{**} = 0.17$ мм, $h_m = 0.13$ мм, $v_{\max} = 8.56$ м/с, $V_{\max} = 3.25$ м/с, $(E/0.5Mu_0^2)_{\max} = 0.02$, $P_{\max} = 10$ МПа (100 атм), $F_{\max} = 99$ Н. Следует подчеркнуть, что столь значительное давление и сила действуют только в течение короткого промежутка времени (много меньше $h_0/u_0 \sim 1$ мс, см. вставку на рис. 5б).

2.3. Модель движения всплеска

На основе данных видеосъемки предлагается следующая физическая модель всплеска. Вытесненная из зазора между дисками жидкость аккумулируется в жидком тороидальном кольце (краевой струе). К моменту остановки ударного диска кольцо расположено вблизи дисков, имеет радиальную скорость V_0 и связано с дисками тонкой пленкой толщиной порядка зазора h_* . Затем кольцо движется (расширяется) по инерции. Его диаметр увеличивается, а толщина уменьшается. Расширение тормозится поверхностным натяжением пленки и самого кольца, а также вязкими напряжениями в кольце. Таким образом, постулируется, что всплеск представляет собой расширение краевой струи, имеющей вид жидкого тора (рис. 6). Краевая струя может быть свободна от каких-либо контактов с дисками, либо соединена с ними пленкой. Принимается, что пленка, если существует, то она тонкая, и поэтому масса краевой струи приблизительно равна массе жидкости m_0 , первоначально помещенной в зазор. Также предполагается, что время развития капиллярной неустойчивости краевой струи значительно больше времени расширения всплеска и поэтому ее поверхность остается невозмущенной. В эксперименте выполнение этого условия обеспечивается использованием достаточно вязкой жидкости (глицерина), так как согласно теории

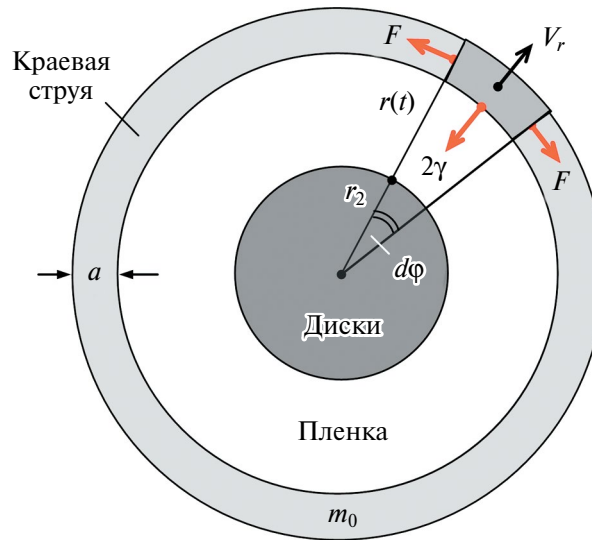


Рис. 6. Схема всплеска.

Рэлея—Вебера [10] вязкость замедляет распад струй. Всплеск можно считать плоским (т.е. жидкость движется в горизонтальной плоскости), так как за время его движения ($t \sim 10$ мс) он смещается вниз относительно плоскости зазора лишь на величину порядка $gt^2/2 \approx 0.5$ мм.

Движение краевой струи в секторе $d\phi$ описывается динамическим уравнением

$$\frac{m_0 d\phi}{2\pi} \frac{d^2 r}{dt^2} = -F d\phi - 2\gamma r d\phi$$

или

$$\frac{m_0}{2\pi} \frac{d^2 r}{dt^2} = -F - 2\gamma r \quad (2.11)$$

где r — радиальная координата оси краевой струи, t — время, F — аксиальная сила натяжения краевой струи, $2\gamma r$ — поверхностная сила, действующая на краевую струю со стороны пленки, γ — коэффициент поверхностного натяжения. Слагаемое $2\gamma r$ присутствует только при наличии пленки.

Помимо силы поверхностного натяжения пленки $2\gamma r d\phi$ на краевую струю действует сила аэродинамического сопротивления $\sim (\rho_a V_r^2/2) a r d\phi$, где a — толщина краевой струи круглого сечения, $V_r = dr/dt$ — скорость ее расширения, ρ_a — плотность воздуха. Для параметров эксперимента отношение этих сил составляет $\rho_a V_r^2 a/4\gamma \sim 0.03$. Поэтому влиянием воздуха на процесс движения всплеска можно пренебречь.

Еще одним фактором, не учтенным в (2.11), является сила вязких напряжений в самой пленке, тоже препятствующая расширению всплеска [11]: $F_{\text{vis}} \sim 4\mu(dV_r/dr)l r d\phi \approx 4\mu(V_r/r)l d\phi$, где l — толщина пленки. Сравнивая эту силу со слагаемым $2\gamma r d\phi$, получим $F_{\text{vis}}/2\gamma r d\phi = 2\mu V_r l/\gamma r = 0.18$ для $\mu = 1.35$ Пас, $r \sim 5$ мм, $V_r \sim V_0 \sim 2$ м/с, $\gamma = 0.06$ Н/м, $l \sim 0.01$ мм. Действие силы F_{vis} значимо только на начальной стадии расширения всплеска, когда V_r и l имеют наибольшую величину. Впрочем, вязкие напряжения в пленке могут быть учтены при численном моделировании всплеска.

Сила F складывается из суммы сил поверхностного натяжения и вязкости

$$F = \frac{\pi a \gamma}{2} + 3\mu E_1 \pi a^2 \quad (2.12)$$

где $E_1 = -2a^{-1} da/dt = r^{-1} dr/dt$ — осевая компонента тензора скоростей деформации краевой струи.

Подстановка (2.12) в (2.11) с учетом баланса массы $m_0 = \rho(2\pi r)(\pi a^2/4)$ преобразует уравнение (2.11) к виду

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \left(\frac{3\mu E_1}{\rho} + \left(\frac{2\pi^2 \gamma^2}{\rho m_0} \right)^{1/2} r^{1/2} \right) \frac{1}{r} - \frac{4\pi\gamma}{m_0} r \quad (2.13)$$

Уравнение (2.13) решалось численно (используя MatLab), но для двух частых случаев существуют аналитические решения. Если пренебречь влиянием вязкости, то расширение всплеска контролируется только силами инерции, поверхностного натяжения пленки $2\gamma r d\varphi$ и краевой струи $0.5\gamma \pi a d\varphi$. Отношение этих сил составляет $0.5\gamma \pi a d\varphi / 2\gamma r d\varphi \approx a/r < 1$. Поэтому при наличии пленки сила поверхностного натяжения краевой струи оказывает заметное влияние лишь на начальной стадии расширения всплеска ($r \sim a$). В тоже время, если пленка разрывается уже на начальной стадии движения всплеска, то именно эта сила определяет его дальнейшую траекторию. Отсюда имеем два асимптотических случая.

(i) В отсутствие диссипативных потерь ($\mu=0$) и при $r \gg a$, т.е. когда вклад силы поверхностного натяжения пленки является преобладающим, уравнение (2.13) преобразуется к виду

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{4\pi\gamma}{m_0} r \quad (2.14)$$

Принимая начальные условия, $r=r_0$ и $dr/dt=V_0$ при $t=0$, получаем решение уравнения (2.14)

$$r = V_0 \left(\frac{m_0}{4\pi\gamma} \right)^{1/2} \sin \left(\left(\frac{4\pi\gamma}{m_0} \right)^{1/2} t \right) + r_0 \cos \left(\left(\frac{4\pi\gamma}{m_0} \right)^{1/2} t \right) \quad (2.15)$$

Входящая в уравнение (2.15) начальная скорость V_0 описывает формирование всплеска в виде импульсного выброса краевой струи с единой скоростью V_0 . В качестве V_0 резонно использовать результирующую скорость $V_{\max}$. Из (2.15) следует, что время и максимальный радиус расширения всплеска при сохранении пленки равны соответственно

$$t_{\max 1} = \left(\frac{m_0}{4\pi\gamma} \right)^{1/2} \arctg \left(\frac{V_0 \left(\frac{m_0}{4\pi\gamma} \right)^{1/2}}{r_0} \right) = \left(\frac{m_0}{4\pi\gamma} \right)^{1/2} \arctg \left(\left(\frac{m_0 V_0^2}{4\pi\gamma r_0^2} \right)^{1/2} \right)$$

$$r_{\max 1} = r_0 \left(1 + \frac{m_0 V_0^2}{4\pi\gamma r_0^2} \right)^{1/2}$$

Таким образом, максимальный радиус всплеска $r_{\max 1}$ определяется отношением его начальной кинетической энергии к его начальной поверхностной энергии.

(ii) Если внутренняя пленка разрывается на начальных стадиях расширения всплеска, то слагаемое, описывающее силу поверхностного натяжения пленки, отсутствует и уравнение (2.13) принимает вид

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \left(\frac{2\pi^2 \gamma^2}{\rho m_0} \right)^{1/2} r^{-1/2}$$

Решение этого уравнения с начальными условиями, $r=r_0$ и $dr/dt=V_0$ при $t=0$, имеет вид

$$k_2^2 \left(\frac{3V_0}{2r_0} \right) t = (1 + k_2)(1 - 2k_2)^{1/2} \mp \left(1 + k_2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1/2} \right) \left(1 - 2k_2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1/2} \right)^{1/2}, \quad (2.16)$$

$$k_2 = \left(\frac{8\pi^2 \gamma^2 r_0}{\rho m_0 V_0^4} \right)^{1/2}$$

здесь минус соответствует нарастающей ветви траектории всплеска, а плюс – падающей. Отсюда для скорости расширения всплеска ($V_r = dr/dt$) имеем: $V_r = V_0 [1 - 2k_2((r/r_0)^{1/2} - 1)]^{1.2}$. Максимальный радиус

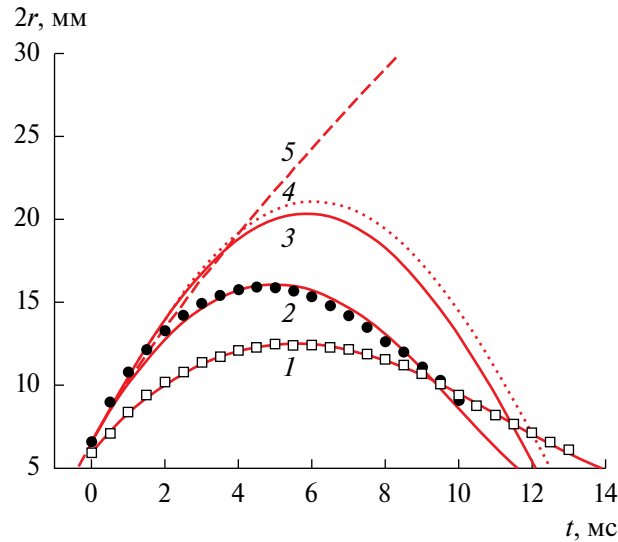


Рис. 7. Расчеты траекторий всплеска: 1 – эксперимент с глицирином (точки, $H=100$ мм, $m_0=29$ мг) и соответствующий расчет (линия для $V_0=1.43$ м/с, $m_0=29$ мг, $r_0=2.97$ мм, $\mu=1.35$ Па·с); 2 – эксперимент с глицирином ($H=225$ мм, $m_0=17.6$ мг) и соответствующий расчет ($V_0=2.07$ м/с, $m_0=17.6$ мг, $r_0=3.3$ мм, $\mu=1.35$ Па·с); 3 – расчет маловязкого всплеска для $V_0=2.07$ м/с, $m_0=17.6$ мг, $r_0=3.3$ мм, $\mu=0.01$ Па·с; 4 – аналитическое решение невязкого всплеска (2.15) для $V_0=2.07$ м/с, $m_0=17.6$ мг, $r_0=3.3$ мм; 5 – расчет вязкого всплеска без пленки для $V_0=2.07$ м/с, $m_0=17.6$ мг, $r_0=3.3$ мм, $\mu=1.35$ Па·с.

всплеска без пленки равен $r_{\max 2}/r_0=(1+1/2k_2)^2$, а время его расширения составляет $t_{\max 2} \approx (2r_0/3V_0)(1-3k_2)/k_2^2$.

Значения параметров $V_0=2$ м/с, $r_0=3$ мм, $m_0=17.6$ мг, $\rho=1260$ кг/м³, $\gamma=0.06$ Н/м, $k_2=0.0489$ дают для двух рассмотренных случаев следующие величины максимального радиуса и времени разлета всплеска: $r_{\max 1}=10.1$ мм, $t_{\max 1}=6.1$ мс и $r_{\max 2}=378$ мм, $t_{\max 2} \approx 0.4$ с. Таким образом, разрыв пленки приводит к многократному увеличению радиуса и времени разлета всплеска. Отметим, что уравнения (2.15) и (2.16), описывающие расширение тора маловязкой жидкости, применимы к реальному кольцевому всплеску только до момента его капиллярного распада по механизму Рэлея [12].

На рис. 7 представлены результаты численного решения уравнения (2.13), аналитическое решение (2.15) и экспериментальные данные для случая, когда пленка не разрывалась. Вычисления подтверждают обнаруженное в эксперименте ключевое влияние поверхностного натяжения пленки на движение и форму всплеска. Вязкость жидкости оказывает не столь сильное влияние – при изменении вязкости в 135 раз максимальный диаметр разлета всплеска изменяется лишь в 1.3 раза.

2.4. Разрыв пленки всплеска

Представленные выше данные показывают, что наличие или отсутствие пленки, соединяющей краевую струю с дисками, оказывает доминирующее влияние на движение всплеска. Поэтому вопрос об устойчивости и разрушении пленки приобретает особое значение. На рис. 8 показаны кадры появления и развития дырок в глицириновой пленке. Видно, что дырки могут появляться в разных ее частях. Из теории капиллярной устойчивости круглой дырки в плоской жидкой пленке известно, что дырка будет расширяться, если ее радиус больше половины толщины пленки [13]. Можно предположить, что дырки зарождаются в результате присутствия в жидкости микровключений, например микропузырьков воздуха. Время жизни глицириновой пленки после появления в ней дырки (или дырок) составляет $\tau \sim 2$ мс (рис. 8). Скорость распространения края дырки в пленке идеальной жидкости толщиной l равна $(2\gamma/l\rho)^{1/2}$ [14]. Тогда для времени жизни пленки радиуса r_* имеем: $\tau \sim r_* (l\rho/2\gamma)^{1/2}$. Отсюда можно оценить толщину пленки как $l \sim 2\gamma\tau^2/\rho r_*^2$. Подставляя значения $\tau \sim 2$ мс, $r_* \sim 7.5$ мм, $\rho=1260$ кг/м³ и $\gamma=0.06$ Н/м, получим $l \sim 8$ мкм. Данная величина согласуется с оценкой l по начальной толщине пленки h_* в момент остановки ударного диска: $l \sim h_*(r_2/r_*)^2=100 (2.5/7.5)^2=11$ мкм.

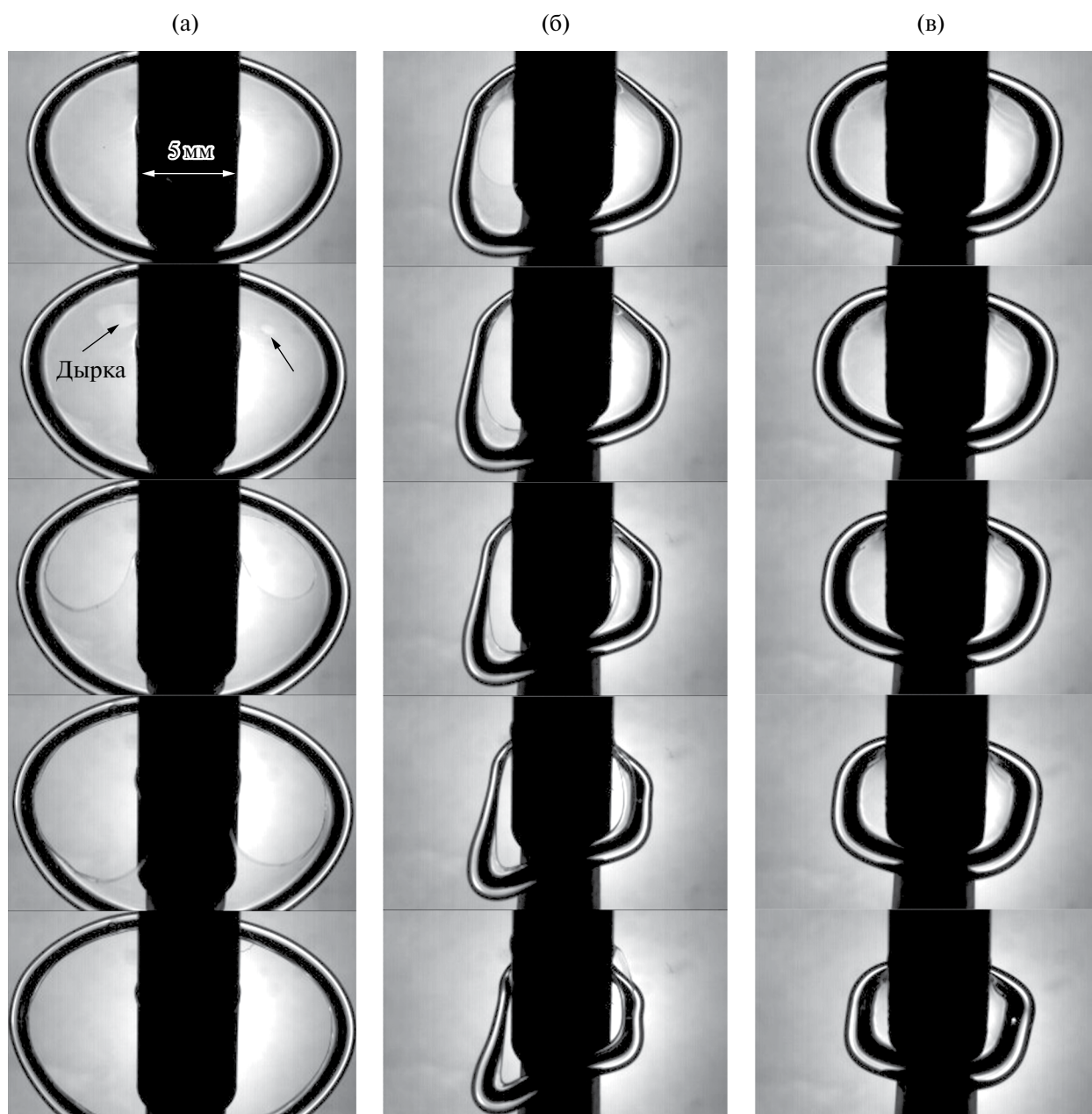


Рис. 8. Появление и расширение дырок в пленке глицерина (а). Искажение формы всплеска при его схлопывании с разрушением внутренней пленки (б) и без ее разрушения (в). Скорость удара $u_0 = 1.4$ м/с. Интервал времени между кадрами – 0.5 мс (а, б) и 1 мс (в).

2.5. Искажение формы всплеска

Всплеск на стадии разлета сохраняет кольцевую форму (рис. 2), в то время как на стадии схлопывания его форма обычно искажается (рис. 2б и рис. 8б, в). Одна из возможных причин этих искажений – продольное сжатие краевой струи, приводящее к потере устойчивости (выпучиванию) ее оси [15, 16]. Процесс является аналогом неустойчивости тонких стержней и контролируется поверхностным натяжением краевой струи и вязкими напряжениями в ней. Насколько нам известно, выпучивание струи тороидальной формы ранее не наблюдалось. Другая причина искажений краевой струи – локальный разрыв внутренней пленки (рис. 8б), что нарушает симметрию капиллярных сил, действующих на краевую струю. Совместное влияние этих двух факторов приводит к сложным несимметричным формам глицеринового кольца.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Импульсное вытеснение высоковязкой жидкости из зазора между двумя сближающимися дисками приводит к формированию плоских (2D) жидких структур. Образуется всплеск, состоящий из тонкой плёнки, ограниченной тороидальной краевой струёй. В процессе движения всплеска в плёнке могут появляться дырки, в результате чего она разрушается. Момент разрыва пленки обуславливает траекторию и форму всплеска. Если пленка сохраняется, то образуется всплеск ограниченного размера; если пленка спонтанно разрушается, то это способствует значительному увеличению диаметра разлета всплеска. Краевая струя всплеска в зависимости от скорости вытеснения жидкости либо распадается на капли, либо схлопывается путём обратного движения к дискам. Разработанные физические модели формирования и движения всплеска хорошо описывают результаты эксперимента.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-19-00451.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yarin A.L., Roisman I.V., Tropea C.* Collision Phenomena in Liquids and Solids, Cambridge University Press, 2017.
2. *Yarin A.L.* Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2006. V. 38. P. 159–192.
3. *Базилевский А.В., Рожков А.Н.* Удар микроструи по микроволокну // *Изв. РАН. МЖГ.* 2023. № 5. С. 110–118.
4. *Базилевский А.В., Рожков А.Н.* Всплеск упругой жидкости – реологический тест полимерных растворов // *Высокомолекулярные соединения. Серия А.* 2018. Т. 60. № 3. С. 235–248.
5. *Bazilevsky A.V., Rozhkov A.N.* Letter: Dome-shaped splashes generated by the impact of a small disk on a sessile water drop // *Phys. Fluids.* 2018. V. 30. P. 101702.
6. *Bazilevsky A.V., Rozhkov A.N.* Impact of a small disk on a sessile water drop // *Phys. Fluids.* 2020. V. 32. P. 087101.
7. *Rozhkov A., Prunet-Foch B., Vignes-Adler M.* Impact of water drops on small targets // *Phys. Fluids.* 2002. V. 14. P. 3485.
8. *Reynolds O.* Papers on Mechanical and Physical Aspects // *Phil. Trans. Roy. Soc.* 1886. V. 177. P. 157–234.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика/ Уч. пособ. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 736 с.
10. *Eggers J., Villermaux E.* Physics of liquid jets // *Reports on Progress in Physics.* 2008. V. 71. 79p.
11. *Ентов В.М., Кестенбойм Х.С., Рожков А.Н., Шарчевич Л.И.* О динамической форме равновесия пленки вязкой и упруговязкой жидкости // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1980. № 2. С. 9–18.
12. *Rayleigh L.* On the instability of jets // *Proc. London Math. Soc.* 1879. V. 10. P. 4–13.
13. *Taylor G.I., Michael D.H.* On making holes in a sheet of fluid // *J. Fluid Mech.* 1973. V. 58. № 4. P. 625–639.
14. *Taylor G.I.* The dynamics of thin sheets of fluid. III. Disintegration of fluid sheets // *Proc. Roy. Soc. Lond. A.* 1959. V. A253. № 1274. P. 313–321.
15. *Taylor G.I.* Instability of jets, threads, and sheets of viscous fluid // *Proc. 12th Int. Congr. Appl. Mech. (ICTAM 1968), Springer,* 1969. P. 382–388.
16. *Ribe N.M., Habibi M., Bonn D.* Liquid Rope Coiling // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2012. V. 44. P. 249–266.

Round Splashes of a Viscous Liquid

A. V. Bazilevskii^{a,*} and A. N. Rozhkov^{a,**}

^aIshlinsky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

**e-mail: baz@ipmnet.ru*

***e-mail: rozhkov@ipmnet.ru*

The splashes of a highly viscous fluid (glycerol) resulting from its pulsed displacement from a gap between two rapidly approaching disks are studied. It is found that, outside the disks, the splash has the form of a thin film bounded by an annular rim. A physical model of the splash is formulated, and analytical solutions describing its trajectory are given. The calculation results are compared with experimental data. The effects of fluid viscosity, surface tension, and film breakdown are analyzed. It is shown that the key influence on the splash development scenarios is exerted by surface tension of the film connecting the rim to the disks.

Keywords: impact, splash, drop, film, jet, viscosity, surface tension.