

РЕЖИМЫ ВЫТЕСНЕНИЯ ИЗ АНИЗОТРОПНОГО ПЛАСТА ПРИ ЗАКАЧКЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ВЕРТИКАЛЬНУЮ СКВАЖИНУ

© 2024 г. А. И. Андреева*, А. А. Афанасьев**

МГУ им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва Россия

*e-mail: waandreeva@gmail.com

**e-mail: afanasyev@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 13.12.2023 г.

После доработки 14.03.2024 г.

Принята к публикации 14.03.2024 г.

В рамках профильной задачи фильтрации исследуются режимы вытеснения жидкости из пласта, вскрытого системой вертикальных скважин. Рассматривается случай анизотропного пласта, в котором существенен эффект плавучести вытесняющей жидкости. Показано, что в случае общего положения процесс вытеснения характеризуется пятью критериями подобия, один из которых определяет параметры потока жидкости из скважины в пласт. Описаны асимптотические режимы вытеснения, в которых число определяющих параметров подобия снижается. Исследовано влияние этих параметров на коэффициенты извлечения пластовой жидкости и охвата пласта вытеснением. Построена диаграмма режимов вытеснения, в которой ограничены области влияния критериев подобия и обнаружены асимптотические случаи. Результаты настоящего исследования могут быть полезны в нефтегазовой отрасли при оценке эффективности различных методов разработки месторождений.

Ключевые слова: фильтрация, анизотропный пласт, гравитационное расслоение, скважина, коэффициент охвата, повышение нефтеотдачи.

DOI: 10.31857/S1024708424030107, **EDN:** PFEHRR

Многофазные течения, связанные с вытеснением жидкости из пористой среды, создаются во многих геотехнологических процессах, в частности при разработке месторождений нефти и газа [1]. Для вытеснения нефти в геологический пласт закачивают воду или газ. При этом течение от нагнетательных к добывающим скважинам сопровождается эффектами, которые не могут быть описаны простыми линейными моделями [2]. Например, фильтрация сопровождается гравитационным расслоением вытесняющей и вытесняемой жидкостей, капиллярной пропиткой пористой среды и сложным процессом массообмена между пластом и скважинами. Кроме того, такое течение происходит в неоднородном пласте, часто характеризующимся анизотропной проницаемостью [3, 4]. Описанные процессы могут приводить к неравномерному охвату пласта вытеснением, эффективность которого трудно спрогнозировать.

В связи с востребованностью решения отмеченной проблемы в нефтегазовой отрасли процесс вытеснения рассматривался ранее многими авторами (например, [5–9]). Однако в большинстве таких исследований применяются инженерные подходы в рамках исследования конкретного пласта. В настоящей работе предлагается более системный подход к исследованию вытеснения с помощью определения безразмерных критериев подобия, характеризующих влияние тех или иных факторов. Подобный подход применялся ранее в работе [10], где, однако, скважины заменялись точечными источниками и стоками. Такая замена является сильным упрощением реальной скважины. В данной работе это ограничение снимается в рамках исследования разработки пласта рядной системой скважин. Выделяется новый критерий подобия, характеризующий массообмен между скважинами и пластом.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается бесконечно протяженный горизонтальный пласт мощностью H , который вскрыт системой нагнетательных и добывающих скважин α_l и α_p (рис. 1). Скважины образуют два бесконечных линейных ряда, расположенных вдоль оси Oy и чередующихся в направлении оси Ox . Расстояние

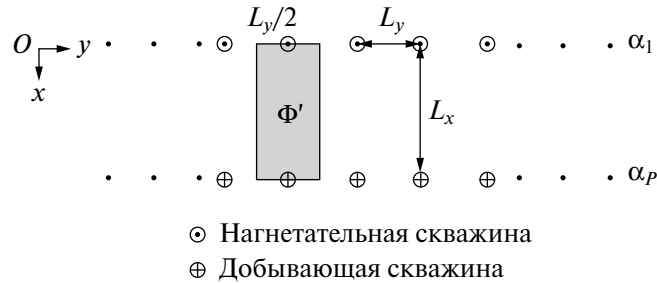


Рис. 1. Схема задачи в плоскости Oxy (вид сверху). Два бесконечных ряда скважин α_I и α_P расположены на расстоянии L_x . Расстояние между скважинами в одном ряду — L_y .

между скважинами в каждом ряду равно L_y , а расстояние между рядами скважин — L_x . Все границы предполагаются непроницаемыми. Пласт характеризуется однородным распределением пористости ϕ и однородным, но анизотропным распределением проницаемости k . Причем главные направления тензора проницаемости совпадают с направлениями осей x , y и z . В начальный момент времени $t = 0$ пласт насыщен несжимаемой жидкостью d с плотностью ρ_d и находится в условиях гидростатического равновесия. Следовательно, давление p_d линейно зависит от глубины z :

$$p_d = p_0 + \rho_d g z, \quad s_d = 1 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (1.1)$$

где p_0 — давление при $z = 0$, s_d — насыщенность жидкости d , а g — ускорение свободного падения. Ось z сонаправлена с вектором действия силы тяжести.

Скважины предполагаются совершенными, то есть перфорированными по всей толщине пласта. Через нагнетательные скважины закачивается вытесняющая несжимаемая жидкость плотности ρ_i . Закачка начинается в момент времени $t = 0$ и происходит с постоянным объемным расходом Q . Нагнетательные и добывающие скважины включаются одновременно. Причем суммарный темп отбора обеих жидкостей через каждую добывающую скважину тоже равен Q .

В силу симметрии расстановки скважин ограничимся рассмотрением области Φ' , имеющей в плоскости Oxy размеры $L_x \times L_y$, такой, что расстояние между скважинами и границами $y = \text{const}$ составляет $L_y/2$. Таким образом, область Φ' задается координатами $(x, y, z) \in [0, L_x] \times [-L_y/2, L_y/2] \times [0, H]$.

Далее предполагается, что $k_y = k_x$ и $L_y \ll L_x$, т.е. размах области поперек основного направления течения от α_I к α_P мал. В этом случае естественно ожидать, что параметры течения на некотором удалении от α_I и α_P зависят только от координат x и z и слабо зависят от y . Для исследования такого течения рассмотрим профильную постановку задачи фильтрации в плоскости Oxz , соответствующей разрезу пласта $y = 0$ (рис. 2). Причем в явном виде зависимость параметров течения от y учитываться не будет. Радиальный вид течения вблизи скважин α_I ($x = 0$) и α_P ($x = L_x$) будет учитываться неявно с помощью формул Дюпюи и Писмана [11, 12]. Далее разрез $y = 0$ области Φ' обозначается символом Φ .

Плотность закачиваемой жидкости ρ_i может быть как больше, так и меньше плотности вытесняемой жидкости ρ_d . В зависимости от значений ρ_i и ρ_d могут реализовываться различные режимы течения. При $\rho_i < \rho_d$ закачиваемая жидкость под действием силы Архимеда стремится подняться к кровле пласта. Обратно, тяжелая вытесняющая жидкость i стремится под действием силы тяжести опуститься к границе $z = H$. В данной работе для определенности положим, что $\rho_i < \rho_d$, хотя это предположение несущественно.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Предположим, что жидкости i и d являются несжимаемыми, несмешивающимися и характеризующимися постоянными вязкостями $\mu_j, j = i, d$. В таких предположениях двухфазная фильтрация вытесняющей и вытесняемой жидкостей описывается следующей системой уравнений [13, 14]

$$\phi \partial_t (s_j) + \nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0, \quad j = d, i \quad (2.1)$$

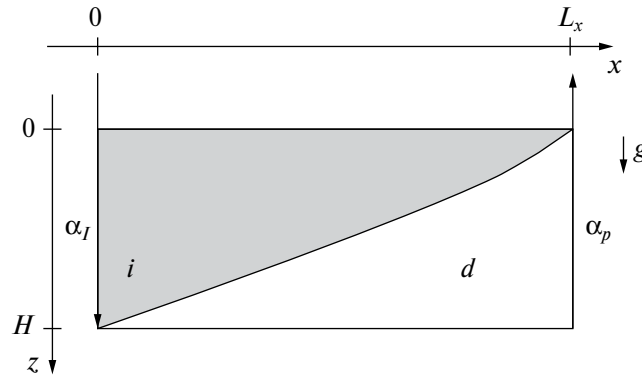


Рис. 2. Схема течения в профильной постановке задачи. Нагнетательная скважина α_I расположена при $x = 0$, а добывающая α_p при $x = L_x$.

$$\mathbf{u}_j = -\mathbf{k} \frac{k_{rj}(s_j)}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j \mathbf{g}) \quad (2.2)$$

$$s_d + s_i = 1, \quad p_i - p_d = p_c(s_i) \quad (2.3)$$

где $\partial_t = \partial / \partial t$, ϕ — пористость, ρ — плотность, s — насыщенность, $\mathbf{u}$ — скорость фильтрации, $\mathbf{k} = \text{diag}\{k_x, k_z\}$ — тензор абсолютной проницаемости, k_{rj} — относительная проницаемость j -ой фазы, p — давление, p_c — капиллярное давление, $\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения, а индексы i и d обозначают параметры закачиваемой и вытесняемой жидкостей, соответственно. Предполагается, что обе жидкости и матрица пористой среды — несжимаемые среды, т.е. $\rho, \phi, \mathbf{k} = \text{const}$. Уравнения (2.1) — законы сохранения массы каждой из жидкостей, уравнение (2.2) — закон Дарси, а уравнения (2.3) — замыкающие соотношения для насыщенностей фаз и их давлений.

Функции насыщенности, т.е. относительные фазовые проницаемости $k_{ri}(s_i)$ и $k_{rd}(s_i)$ и капиллярное давление $p_c(s_i)$, задаются в виде [15]

$$k_{ri}(s_i) = k_{ri,\max} s_i^2, \quad k_{rd}(s_i) = (1 - s_i)^2, \quad p_c(s_i) = p_{c,\max} s_i \quad (2.4)$$

где $k_{ri,\max}$ — максимальное значение относительной фазовой проницаемости, а $p_{c,\max}$ — максимальное капиллярное давление. Значения этих констант могут изменяться в широком диапазоне в зависимости от межмолекулярного взаимодействия между скелетом пористой среды и жидкостями. Типовые значения этих параметров: $k_{ri,\max} < 1$, а $p_{c,\max} \in [0; 100]$ бар.

Начальные условия для системы (2.1)–(2.3), соответствующие гидростатическому равновесию, приводятся в уравнении (1.1). Отметим, что значение опорного давления p_0 несущественно для течения несжимаемых жидкостей, поэтому далее для упрощения изложения положим, что $p_0 = 0$. Верхняя и нижняя границы области Φ , соответствующие кровле и подошве пласта — непроницаемые. Это означает, что всюду на этих границах нормальная компонента скорости равна нулю, т.е.

$$\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \text{ и } H \quad (2.5)$$

где $\mathbf{n}$ — нормальный к границе области Φ вектор.

На границах $x = 0$ и $x = L_x$, соответствующих скважинам α_I и α_p , задаются нормальные компоненты потоков жидкостей $\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n}$. В формулах для этих потоков в неявном виде учитывается распределение давления в скважинах и радиальное направление фильтрации в их малой окрестности. Предполагается, что гидравлическими потерями в скважине можно пренебречь, а давления в α_I и α_p имеют гидростатическое распределение, соответствующее средней плотности двухфазной среды в скважине

$$p_w(z) = p_{bh} + \bar{\rho} g z \quad (2.6)$$

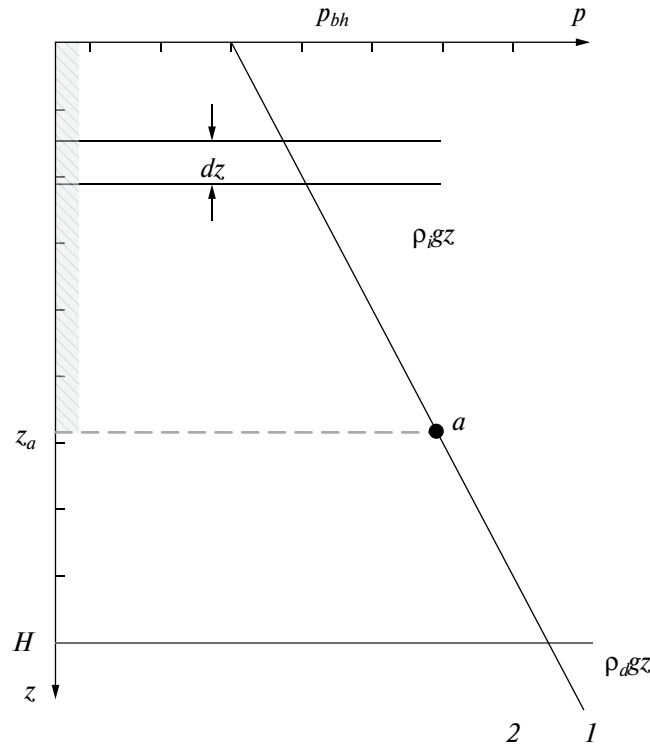


Рис. 3. Схема распределений давления в пласте 1 и стволе 2 скважины α_I . При $z \geq z_a$ давление в стволе скважины меньше давления в пласте. Серая область соответствует интервалу нагнетания жидкости i .

где p_{bh} — забойное давление, то есть давление в скважине при $z = 0$. Рассмотрим массообмен между скважиной и пластом через малый интервал скважины dz (рис. 3). Объемный расход жидкости $j = i, d$ из скважины α_I (или в скважину α_P) через dz задается формулой

$$dq_j = \mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} dz \quad \text{при } x = 0 \text{ и } L_x \quad (2.7)$$

где $\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n}$ — горизонтальная компонента скорости фильтрации. В профильной постановке задачи она вычисляется по формуле Дюпюи [11], которая для нагнетательной скважины имеет вид:

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n} = \pi k_x \frac{k_{ri}}{\mu_i} \frac{\max(p_w - p_i, 0)}{\ln(r_e / r_w)} \quad \text{и } \mathbf{u}_d \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{при } x = 0 \quad (2.8)$$

где r_w — эффективный радиус скважины, r_e — радиус контура питания, а p_j и p_w — давления в пласте и скважине на глубине рассматриваемого интервала. Для добывающей скважины имеем следующее граничное условие:

$$\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} = \pi k_x \frac{k_{rj}}{\mu_j} \frac{\min(p_w - p_j, 0)}{\ln(r_e / r_w)} \quad \text{при } x = L_x \quad (2.9)$$

В уравнениях (2.8) и (2.9) стоит коэффициент π , а не 2π как в классической формуле Дюпюи, так как скважины α_I и α_P расположены на границах рассматриваемой области пласта Φ , и, следовательно, для массообмена с пластом используется только половина площади поверхности скважины. Согласно (2.8), поток из нагнетательной скважины в пласт возможен, только если давление в скважине p_w больше пластового давления на глубине рассматриваемого интервала dz . Если $p_w < p_j$, то $dq_i = 0$. Такая зависимость потока от перепада давления может соответствовать обратным клапанам, установленным в перфорационных отверстиях. Согласно, поток из пласта в добывающую скважину возможен, только если давление в скважине p_w меньше пластового давления на глубине интервала dz . Интегрируя (2.8) и (2.9) вдоль

скважины, т.е. в интервале $z \in [0, H]$, получим полные расходы жидкостей, которые далее обозначаются символами Q_j

$$Q_j = \int_0^H \mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} \quad \text{при } x = 0 \text{ и } L_x \quad (2.10)$$

Радиус контура питания r_e в уравнениях (2.8) и (2.9) вычисляется по формуле Писмана [12], которая в предположении изотропной проницаемости в плоскости Oxy имеет вид

$$r_e = 0.14 L_y \quad (2.11)$$

Средняя плотность в скважине $\bar{\rho}$ определяется в рамках следующих допущений. Предполагается, что нагнетательная скважина α_i наполнена только жидкостью i , а $\bar{\rho} = \rho_i$. В случае скважины α_p величина $\bar{\rho}$ равна осредненной по объемным потокам фаз плотности среды

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_i Q_i + \rho_d Q_d}{Q_i + Q_d} \quad \text{для скважины } \alpha_p \quad (2.12)$$

Учитывая малый объем скважины по сравнению с поровым объемом пласта, объемы жидкостей в скважине приблизительно равны соответствующим Q_j . Это предположение используется в (2.12).

По постановке задачи для скважины α_i задан расход $Q = Q_i = \text{const}$. Так как жидкости несжимаемые, то суммарный поток обеих жидкостей через добывающую скважину равен той же заданной величине Q .

Эффективность вытеснения можно оценить с помощью коэффициента охвата (E) и коэффициента извлечения жидкости d (R). Коэффициент E — отношение объема пласта, охваченного вытеснением, к объему области Φ . Коэффициент R характеризует долю извлеченной жидкости d по отношению к ее объему в пласте при $t = 0$. Формулы для расчета E и R взяты из [10].

3. ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ И КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

3.1. Масштабы длины

В качестве масштабов длины используем размеры области Φ в направлениях осей x и z — L_x и H . Тогда безразмерные координаты можно представить в следующем виде:

$$x^* = x / L_x, \quad z^* = z / H \quad (3.1)$$

Символом звездочка отмечены безразмерные величины. Таким образом, в координатах (3.1) область Φ имеет вид $(x^*, z^*) \in [0, 1] \times [0, 1]$.

3.2. Масштабы давления

Сформулированная задача характеризуется четырьмя масштабами давления:

$$p_Q = \frac{\mu_d L_x Q}{k_x H L_y}, \quad p_{well} = \frac{\mu_d Q \ln(r_e / r_w)}{\pi k_x H}, \quad p_{grav} = \Delta \rho g H, \quad p_{cap} = p_{c, \max} \quad (3.2)$$

где $\Delta \rho = \rho_d - \rho_i$. Масштаб p_Q характеризует перепад давления между границами $x = 0$ и $x = L_x$, вызванный течением жидкости d с полным расходом Q . Предполагая одномерное и однофазное течение в направлении оси x , имеем линейное распределение p_d от x с полным перепадом p_Q (штриховая прямая линия на рис. 4). В малой окрестности скважин реализуется осесимметричное течение, а давление имеет логарифмическое распределение от расстояния до скважины. Вблизи α_i давление возрастает, а вблизи α_p — снижается по сравнению с отмеченным линейным распределением (сплошная линия на рис. 4). В окрестности α_p формируется “воронка” давления величиной p_{well} . Масштаб p_{grav} есть разность давлений столбов жидкостей i и d высоты H . Эта величина характеризует влияние силы Архимеда на процесс фильтрации. Масштаб p_{cap} — характерное значение капиллярного давления.

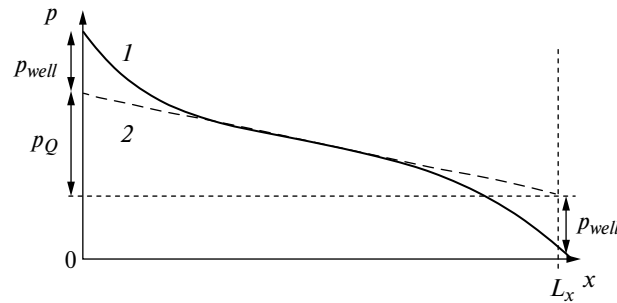


Рис. 4. Схема распределения давления в 3D постановке задачи при $z = \text{const}$, $y = 0$ (1) и 2D профильной постановке задачи (2).

Рассматривая отношения масштабов в (3.2), введем следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} Gr = \frac{p_Q}{p_{grav}} &= \frac{\mu_d L_x Q}{\Delta \rho g k_x H^2 L_y}, & Ca = \frac{p_Q}{p_{cap}} &= \frac{\mu_d L_x Q}{p_{c,\max} k_x H L_y}, \\ \Pi = \frac{p_{cap}}{p_{grav}} &= \frac{p_{c,\max}}{\Delta \rho g H}, & \Lambda = \frac{p_{well}}{p_Q} &= \frac{L_y}{\pi L_x} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

где r_e выражается из (2.11).

Физический смысл критериев подобия Gr , Π и Ca описан в работе [10]. Подробно опишем влияние Λ на исследуемый процесс фильтрации. Для оценки влияния Λ рассмотрим начальный этап закачки жидкости i , когда пористая среда в окрестности α_j еще насыщена жидкостью d . Причем будем предполагать, что пластовое давление слабо отклоняется от начального гидростатического распределения (1.1). Таким образом, пластовое давление при $x = 0$ дается сплошной линией 1 (рис. 3), а давления в скважине – штриховой линией 2. Пусть a – точка пересечения этих прямых линий, расположенная на глубине z_a . Согласно (3.3) и рис. 3, z_a монотонно возрастает при увеличении Λ . Действительно, при $\Lambda \ll 1$ забойное давление p_{bh} приблизительно равно пластовому давлению на глубине $z = 0$, а интервал $\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} > 0$ при $x = 0$ стянут к кровле пласта. При увеличении Λ штриховая линия 2 на рис. 3 смещается вправо, а точка a – вниз. Следовательно, интервал $\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} > 0$ увеличивается. Таким образом, большие значения Λ соответствуют большим интервалам скважины α_j , используемым для закачки жидкости i .

3.3. Масштабы скорости и времени

Введем эффективную скорость фильтрации жидкости в направлении оси x , которая определяется как отношение расхода к площади поперечного сечения области Φ'

$$u_Q = \frac{Q}{H L_y} \quad (3.4)$$

а также характерную скорость в направлении оси z :

$$u_{grav} = \frac{k_z}{\mu_d} \Delta \rho g \quad (3.5)$$

Скорость u_{grav} описывает перемещение частицы жидкости d в вертикальном направлении под действием силы Архимеда. Тогда, используя закон Дарси (2.2), получим, что скорость фильтрации пропорциональна отношению k_z/μ_d и градиенту давления p_{grav}/H .

Истинная скорость жидкости v равна отношению скорости фильтрации u к пористости ϕ . Тогда характерные времена перемещения жидкости между противоположными границами области Φ можно оценить как:

$$t_Q = \frac{L_x}{u_Q / \phi} = \frac{\phi L_x L_y H}{Q}, \quad t_{grav} = \frac{H}{u_{grav} / \phi} = \frac{\phi H \mu_d}{k_z \Delta \rho g} \quad (3.6)$$

Параметр t_Q — характеризует время, за которое частица жидкости переместится от границы $x = 0$ до $x = L_x$ под действием перепада давления p_Q . Параметр t_{grav} — характерное время, за которое частица жидкости переместится между $z = 0$ и $z = H$ под действием силы Архимеда.

Сравнивая масштабы времени (3.6), введем безразмерное число

$$\Gamma = \frac{t_{grav}}{t_Q} = \frac{Q \mu_d}{k_z \Delta \rho g L_x L_y}$$

Малые значения $\Gamma \ll 1$ соответствуют режиму вытеснения, в котором при прочих равных условиях преобладает вертикальное направление течения. При этом происходит быстрое гравитационное расслоение жидкостей. Таким образом, при $\Delta \rho > 0$, течение жидкости i направлено от нагнетательной скважины к кровле пласта вдоль границы $x = 0$. При достижении границы $z = 0$ направление течения i резко изменяется и далее происходит вдоль $z = 0$ [10]. При $\Gamma \gg 1$ этим эффектом плавучести можно пренебречь.

3.4. Критерии подобия A и M

Определим критерий подобия, характеризующий анизотропное распределение проницаемости, в виде:

$$A = \sqrt{\frac{Gr}{\Gamma}} = \frac{L_x}{H} \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad (3.7)$$

Случай $A \gg 1$ соответствует пласту с высокой проницаемостью в вертикальном направлении, т.е. случаю больших k_z . При $A \ll 1$ пласт характеризуется высокой проницаемостью в горизонтальном направлении, т.е. большим k_x .

Также введем критерий подобия

$$M = k_{ri, \max} \mu_d / \mu_i$$

характеризующий отношение подвижностей фаз. Случай $M > 1$, соответствует более подвижной (т.е. менее вязкой) жидкости i по сравнению с d . При $M < 1$, наоборот, вытесняющая жидкость имеет меньшую подвижность $k_{ri, \max} / \mu_i < 1 / \mu_d$. Всюду далее полагается, что $M = 5$. Такими значениями характеризуется, например, нагнетание углекислого газа в месторождения легкой нефти.

4. УРАВНЕНИЯ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ

Введем относительные фазовые давления $\tilde{p}_j$, равные разности p_j и начального гидростатического распределения в (1.1) и заменим в (2.1)–(2.3) p_j на $\tilde{p}_j$. Запишем основные уравнения в масштабах времени, скорости и давления t_Q , u_Q и p_Q , соответственно:

$$t = t_Q t^*, \quad u = u_Q u^*, \quad p = p_Q p^*, \quad p_c = p_{cap} p_c^*, \quad k_{ri} = k_{ri, \max} k_{ri}^* \quad (4.1)$$

Здесь индекс звездочка обозначает безразмерные величины. Согласно (3.6) и учитывая, что $Q = \text{const}$, безразмерное время t^* равно количеству закачанных поровых объемов $\phi L_x L_y H$.

Подставляя (2.2), (3.1) и (4.1) в уравнения (2.1) и (2.3), получим следующую систему уравнений, в которой для краткости опустим знак звезды у безразмерных переменных:

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial x} \right) + A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{1}{M} \frac{\partial s_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{ri} \frac{\partial p_i}{\partial x} \right) - A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{ri} \left(\frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} \right) \right) = 0 \quad (4.3)$$

$$p_i - p_d = \text{Ca}^{-1} p_c(s_i) \quad (4.4)$$

Уравнения (4.2)–(4.4) образуют замкнутую систему трех уравнений относительно неизвестных s_i , p_i и p_d , причем p_i и p_d связаны конечным соотношением (4.4). Начальные условия (1.1) для системы уравнений (4.2)–(4.4) запишутся в виде

$$s_i = 0, \quad p_d = 0 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (4.5)$$

Граничные условия в безразмерном виде имеют вид

$$\frac{\partial p_d}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{\text{Gr}} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \text{ и } 1 \quad (4.6)$$

Подставляя (2.7) и (2.9) в уравнение (2.10) и переходя к безразмерным переменным, получим

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n} &= M k_{ri} \max(p_w - p_i, 0), \quad \mathbf{u}_d \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0 \\ \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n} &= M k_{ri} \min(p_w - p_i, 0), \quad \mathbf{u}_d \cdot \mathbf{n} = k_{rd} \min(p_w - p_i, 0) \quad \text{при} \quad x = 1 \end{aligned} \quad (4.7)$$

причем условия заданного расхода Q для скважин запишется в виде

$$\begin{aligned} \Lambda &= \int_0^1 \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n} dz \quad \text{при} \quad x = 0 \\ \Lambda &= \int_0^1 (\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_d) \cdot \mathbf{n} dz \quad \text{при} \quad x = 1 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Таким образом, безразмерная постановка задачи в уравнениях (4.2)–(4.8) содержит только пять критериев подобия M , A , Λ , Gr и Ca . Кроме этих параметров течение также характеризуется кривыми относительной фазовой проницаемости и капиллярного давления (2.4). Согласно (3.3) и (3.7), безразмерные числа связаны соотношениями

$$\text{Gr} = \Gamma A^2 = \text{PCa} \quad (4.9)$$

Далее, учитывая (4.9), вместо Gr в качестве одного из независимых критериев подобия используется Γ , т.е. в качестве основных величин, характеризующих режим вытеснения, выбираются M , A , Γ , Ca и Λ .

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

5.1. Диаграмма режимов вытеснения

В настоящей работе рассматривается только случай малого влияния капиллярного давления на режимы вытеснения жидкости d , т.е. $\text{Ca} \gg 1$ и $\text{P} \ll 1$. В данном разделе также предположим, что $\Lambda \ll 1$. Тогда режим фильтрации определяется только двумя критериями подобия, в качестве которых выберем A и Γ , а карту режимов вытеснения удобно строить в плоскости $\{A, \Gamma\}$. При построении этой диаграммы использовались численные решения задачи (4.2)–(4.8) с помощью пакета программ MUFITS [16, 17].

Согласно [10], можно выделить четыре асимптотических случая, соответствующих большому или малому A и Γ . В [10] рассматривалась более простая постановка задачи, в которой закачка жидкости i происходила через точечный источник, а не через скважину. Проведенные при различных A и Γ расчеты показали, что качественно такие же режимы реализуются и в рассматриваемой постановке задачи со скважинами. Однако на плоскости $\{A, \Gamma\}$ границы областей, соответствующих этим режимам, отличаются от [10]. При $A \gg 1$ и $\Gamma \gg 1$ реализуется режим 1D (one dimension) одномерного течения от α_I к α_P , в котором параметры течения слабо зависят от координаты z (рис. 5). При $A \gg 1$ и $\Gamma \ll 1$ реализуется режим PF (plume formation), связанный с образованием плюма (шлейфа) жидкости i . При $\Lambda \ll 1$ и $\Gamma \gg 1$ реализуется режим AR (anisotropic reservoir), связанный с фильтрацией в анизотропном пласте при $k_x \gg k_z$. Ниже показано, что распределение s_i в режиме AR отличается от полученных в [10], так как для закачки используется скважина, а не точечный источник. При $A \ll 1$ и $\Gamma \ll 1$ реализуется

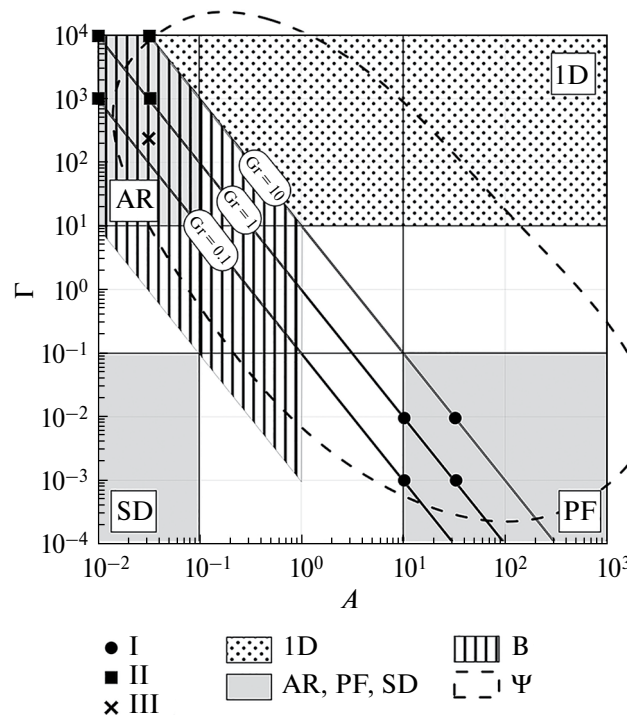


Рис. 5. Диаграмма режимов вытеснения. Области, закрашенные серым цветом, соответствуют режимам AR, PF и SD. Область, соответствующая режиму вытеснения 1D, показана черными точками.

режим SD (stratified displacement), связанный с преобладанием эффекта стратификации жидкостей и образованием однородного горизонтального слоя более легкой жидкости i над слоем более тяжелой жидкости d .

Согласно (4.9), на фазовой плоскости $\{A, \Gamma\}$, если A и Γ отложены в логарифмических осях (рис. 5), линии $Gr = \text{const}$ являются прямыми линиями, имеющими отрицательный наклон. Проведено исследование характерных значений A и Γ для реальных геологических пластов. Это исследование основано на выборе типичных диапазонов значений $L_x, L_y, H, \mu_j, \rho_j, Q, k_x, k_z$ и расчете для них A и Γ . Таким образом получена область значений A и Γ , представляющих интерес для геофизических приложений. Эта область Ψ ограничена на плоскости $\{A, \Gamma\}$ штриховой линией. Область Ψ вытянута вдоль линий $Gr = \text{const}$, простираясь между областями AR и PF. Она совсем не охватывает зону режима SD при $A < 0.1$ и $\Gamma < 0.1$ и только частично покрывает область 1D при $A > 10$ и $\Gamma > 10$. Таким образом, наибольший интерес представляет исследование режимов AR, PF и 1D и переходных режимов между ними при $0.01 \leq Gr \leq 100$. Исследование режима SD не имеет практического значения.

5.2. Режим вытеснения при $A \gg 1$ и $\Gamma \ll 1$

Рассмотрим параметры течения в серии расчетов I при больших A и малых Γ , т.е. в случае режима PF. На фазовой плоскости четыре точки, соответствующие проведенным расчетам при $A = 10$ или $10^{3/2}$ и $\Gamma = 10^{-3}$ или 10^{-2} , обозначены символом I (рис. 5).

Рассчитанные распределения насыщенности и скоростей фильтрации жидкостей в моменты времени $t = 0.25$ и 0.75 приводятся на рис. 6 и 7, соответственно. Здесь показаны изолинии насыщенности $s_i > 0.05m$, где $m = 0, \dots, 20$. Черные и серые стрелки показывают направление течения жидкостей i и d . Причем размер стрелок уменьшается со скоростью фильтрации, обращаясь в ноль при $u = 0$. Таким образом, области без стрелок на рис. 6 и 7 соответствуют застойным зонам, где жидкости не двигаются.

В режиме PF формируется плюм жидкости i , распространяющийся от α_l к α_p . Причем, насыщенность s_i в зоне плюма стремится к 1 ($s_i > 0.95$), так как все рассчитанные линии уровня $s_i = \text{const}$ группируются

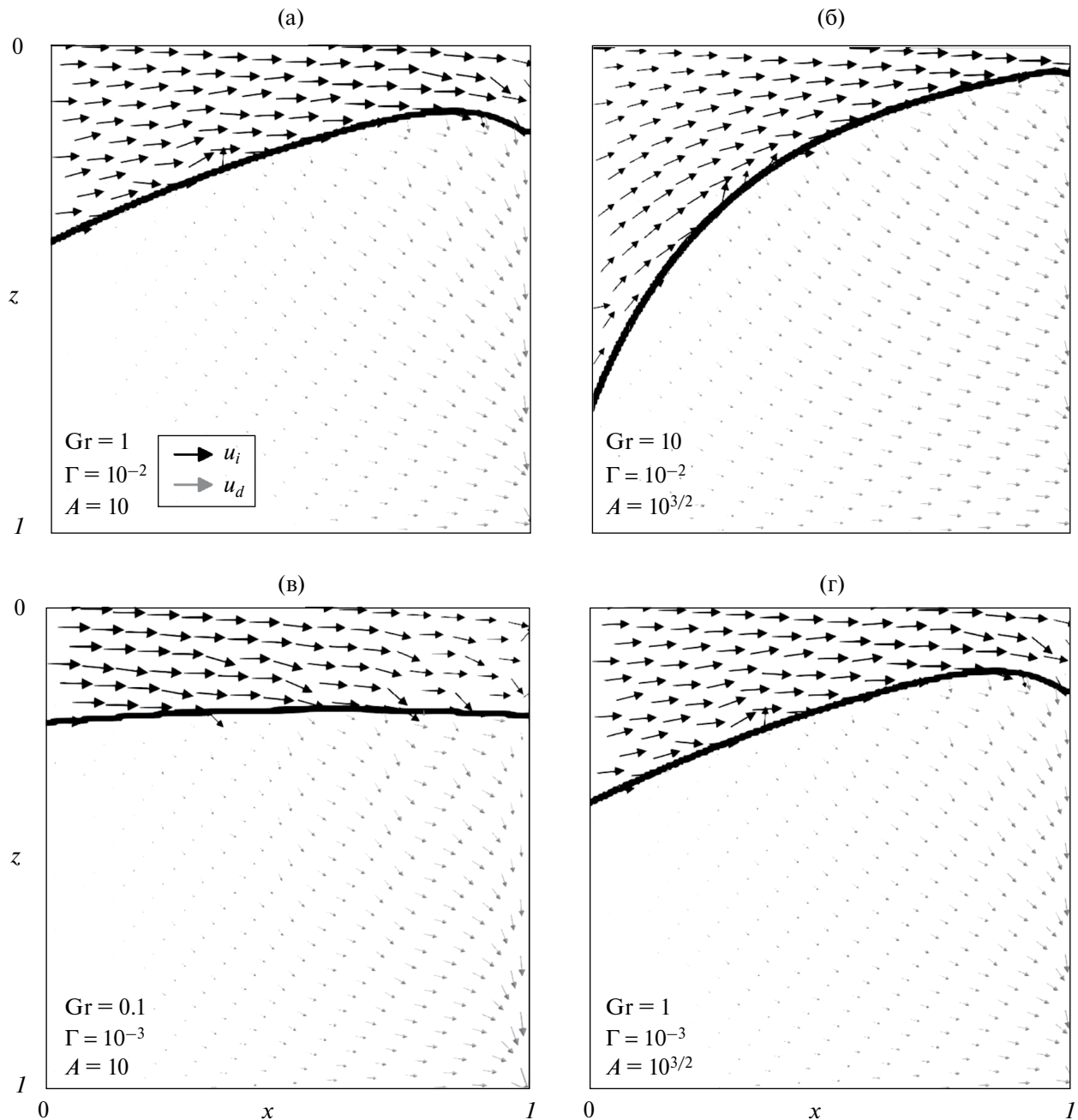


Рис. 6. Линии уровня $s_i > 0.05m$, $m = 0, \dots, 20$ и скорости фильтрации u_j в режиме вытеснения PF при $t = 0.25$.

на границе зоны плюма, ограничивая ее снизу. Фактически на границе плюма насыщенность скачком увеличивается от 0 до 1. Во всех случаях закачка i происходит только через верхний интервал скважины α_I , простирающийся от кровли пласта $z = 0$ до некоторой безразмерной глубины $z_a < 1$. Далее в пласте сила Архимеда действует на жидкость i , выталкивая ее к кровле пласта. В результате вблизи α_I толщина плюма уменьшается с x . Вблизи границы $x = 1$ толщина плюма увеличивается, так как α_P является линейным стоком. Несомненно на фильтрацию также влияет анизотропное распределение проницаемости. Это проявляется в том, что при фиксированном Γ , т.е. фиксированной плавучести жидкости i , и увеличении A , т.е. при увеличении проницаемости k_z , жидкость i быстрее всплывает к $z = 0$, а толщина плюма быстрее убывает с x (рис. 6 панели а, б и в, г).

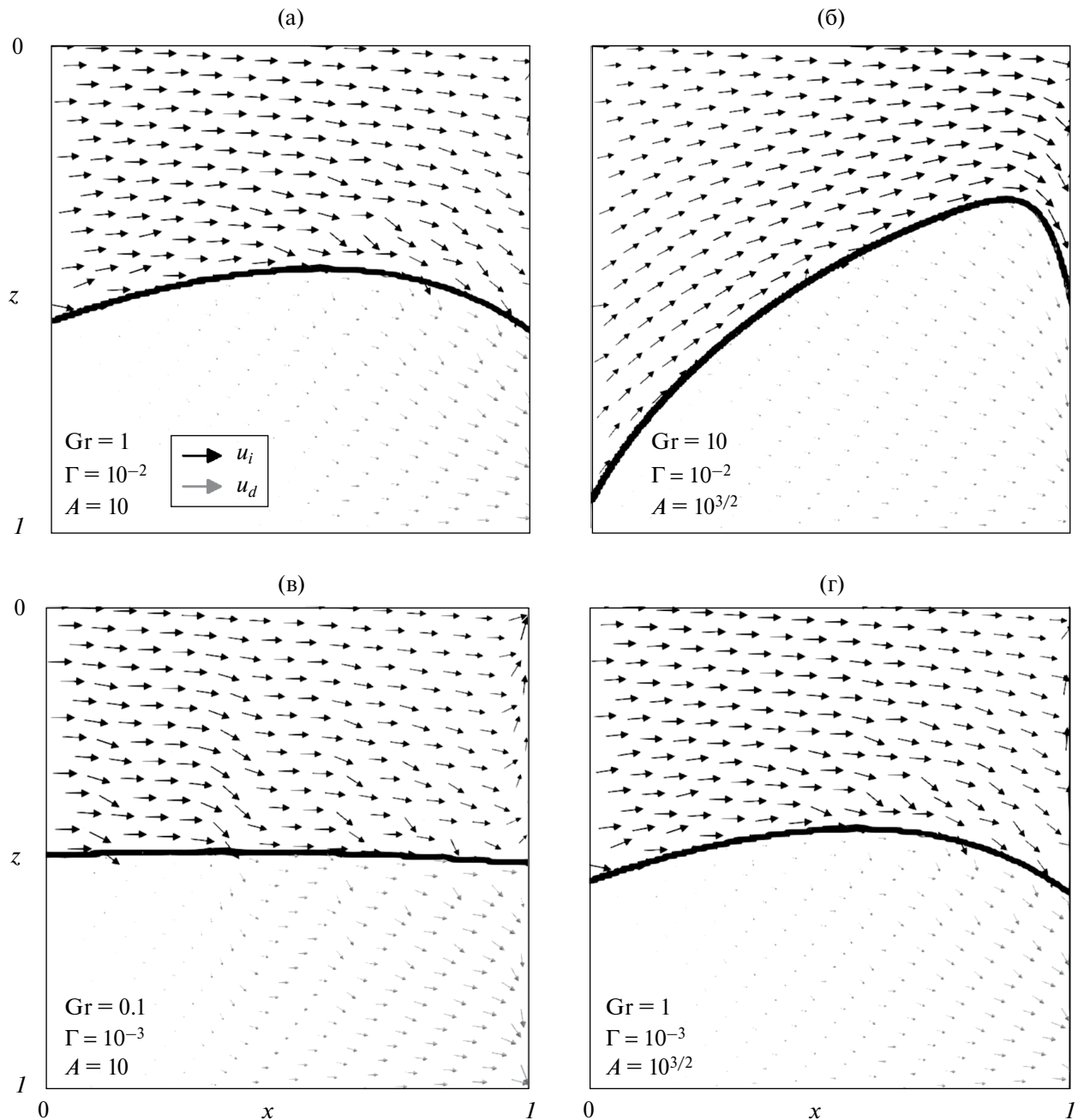


Рис. 7. Параметры течения в режиме PF при $t = 0.75$.

Заметим, что распределение параметров течения при $A = 10$, $\Gamma = 10^{-2}$ и $A = 10^{3/2}$, $\Gamma = 10^{-3}$ слабо отличаются друг от друга (панели а и г на рис. 6 и 7). Эти случаи соответствуют одинаковому значению $Gr = 1$. Таким образом, можно ожидать, что в режиме PF параметры течения характеризуются только одним критерием подобия $Gr = \Gamma A^2$, а не двумя критериями A и Γ . Проведенные расчеты в области PF при $A \geq 10$ и $\Gamma \leq 0.1$ подтвердили это предположение. Во всем отмеченном диапазоне Γ и A форма плюма определяется только параметром Gr .

На рис. 8а приводятся рассчитанные значения коэффициентов E и R от t при различных Gr . Так как в зоне плюма $s_i \approx 1$, то объем вытесненной жидкости d приблизительно равен объему порового пространства, в которое попала жидкость i . Следовательно, по определению E и R в режиме PF выполняется

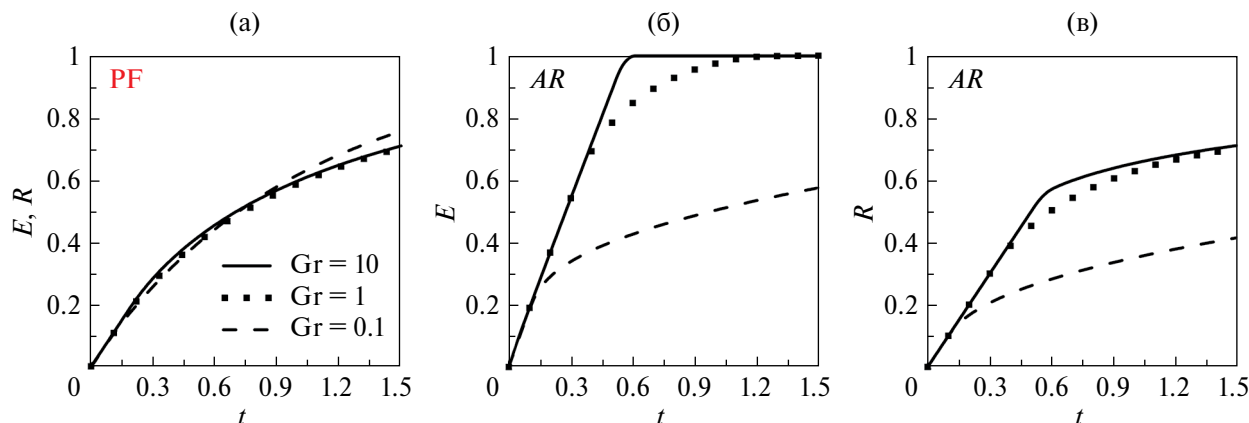


Рис. 8. Коэффициенты охвата R и извлечения пластовой жидкости E от t при различных критериях подобия Gr .

условие $E \approx R$. Эти параметры возрастают со временем t , причем при $t \ll 1$ когда i еще не достигла α_p выполняется равенство $E = R = t$. Когда i достигает α_p отмеченное равенство нарушается – $E = R < t$ – так как скорость роста E и R с t уменьшается. Это связано с тем, что при таких i объем добытой жидкости d уже меньше объема закачанной жидкости i .

Результаты расчетов показали, что E и R слабо зависят от критерия подобия Gr при $10^{-2} \leq Gr \leq 10^2$ (рис. 8а). По-видимому, этот результат связан с выбранными значениями критериев подобия M , Ca и Pe . Оценка влияния M , Ca и Pe на E и R в режиме PF является предметом будущих исследований, которые не затрагиваются в настоящей работе.

5.3. Режим вытеснения при $A \ll 1$ и $\Gamma \gg 1$

Рассмотрим параметры течения в серии расчетов II при больших Γ и малых A , т.е. в случае режима AR. На фазовой плоскости четыре точки, соответствующие проведенным расчетам при $A = 0.01$ или $10^{-3/2}$ и $\Gamma = 10^3$ или 10^4 обозначены символом II (рис. 5). Рассчитанные параметры течения в моменты времени $t = 0.25$ и 0.75 приводятся на рис. 9 и 10, соответственно.

Режим фильтрации AR соответствует вытеснению из существенно анизотропного пласта, характеризующегося большим k_x и малым k_z . Такое распределение проницаемости приводит к доминированию горизонтального направлению течения. Приблизительно режим AR можно рассматривать как плоскопараллельное течение от α_l к α_p в серии горизонтальных, не связанных друг с другом слоев. Следовательно, распределение насыщенности в пласте во многом определяется только распределением потока i из α_l в пласт. Согласно рис. 3, наибольшая интенсивность потока i достигается у кровли пласта при $z = 0$. В результате жидкость проникает гораздо дальше в пласт, двигаясь по слоям вдоль границы $z = 0$. При увеличении z разность давлений в стволе α_l и пласте снижается (рис. 3), а, следовательно, снижается и интенсивность потока i из скважины (рис. 3). В результате протяженность зоны двухфазного течения вдоль оси Ox уменьшается при увеличении z . Результаты расчетов показывают, что скорость потока из скважины приблизительно уменьшается как линейная функция от z . Это выражается в линейной зависимости координаты x переднего фронта вытеснения от z (рис. 9). Причем, при увеличении критерия подобия Gr скорость убывания потока с z уменьшается, а использующийся для закачки интервал $z \leq z_a$ увеличивается. Если $z_a < 1$ (рис. 9в и 10в), то при $z > z_a$ образуется застойная зона, в которой жидкость d фактически не движется. Эта жидкость не может быть вытеснена при таком режиме фильтрации.

Заметим, что распределения параметров течения при $A = 10^{-2}$, $\Gamma = 10^4$ и $A = 10^{-3/2}$, $\Gamma = 10^3$ слабо отличаются друг от друга (панели а и г на рис. 9 и 10). Эти случаи соответствуют одинаковому значению $Gr=1$. Таким образом, можно ожидать, что в режиме AR, также как и в PF, параметры течения характеризуются только одним критерием подобия $Gr = \Gamma A^2$, а не двумя параметрами A и Γ . Проведенные расчеты в области AR при $A < 0.1$ и $\Gamma > 10$ подтвердили это предположение. Во всем отмеченном диапазоне A и Γ форма зоны двухфазного течения определяется только параметром Gr .

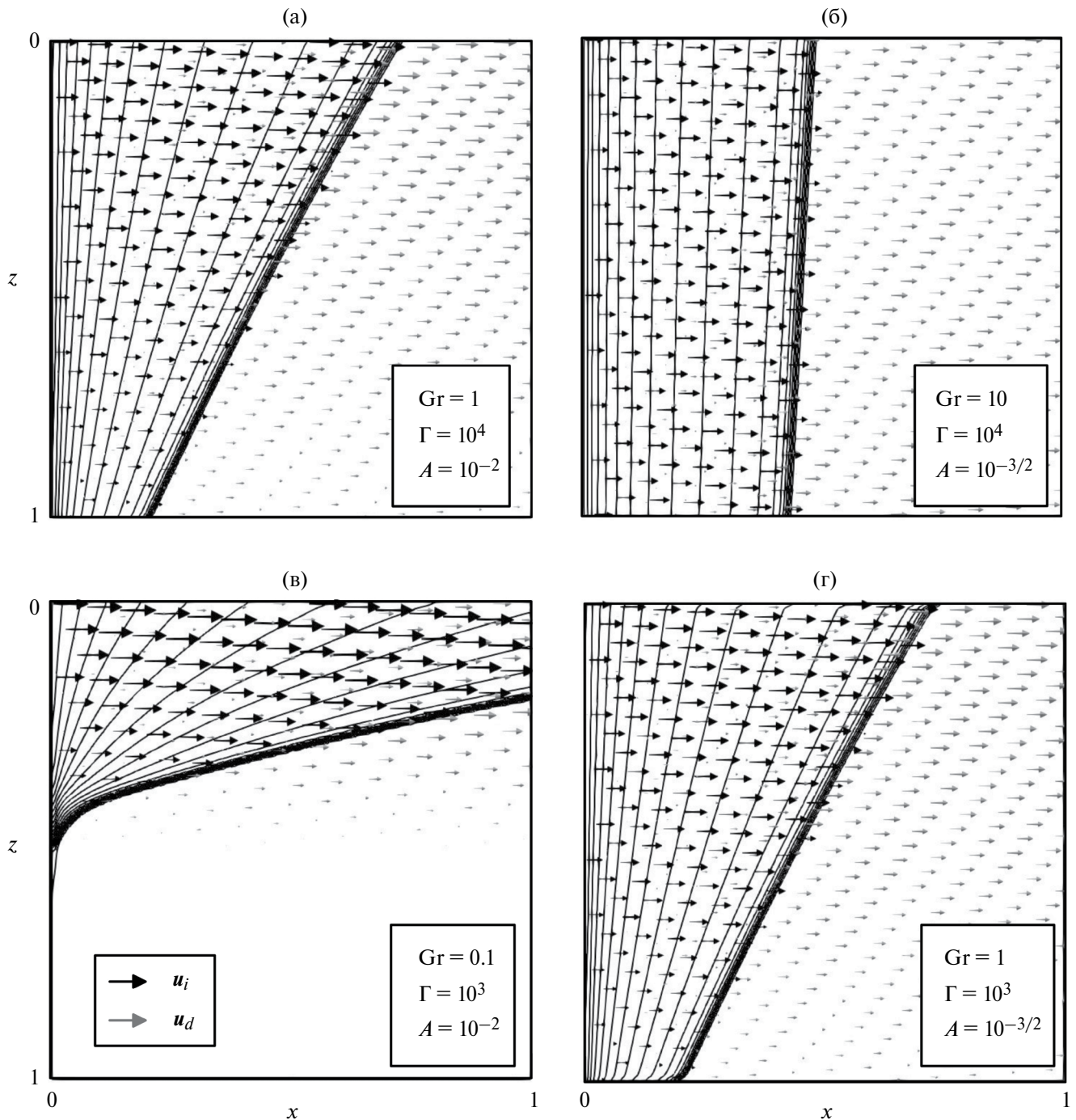


Рис. 9. Линии уровня $s_i > 0.05m$, $m = 0, \dots, 20$ и скорости фильтрации u_j в режиме вытеснения AR при $t = 0.25$.

Как отмечено выше, при увеличении Gr интервал α_j , использующийся для закачки жидкости i , увеличивается, а поток жидкости i из скважины равномернее распределяется вдоль α_j . При больших Gr этот поток слабо зависит от z . Таким образом, при увеличении Gr режим AR непрерывно переходит в режим 1D. Результаты расчетов показывают, что при $A < 1$ и $Gr > 10$ и при $A \geq 1$ и $\Gamma > 10$ течение можно считать одномерным, зависящим только от координаты x (рис. 5). Таким образом, на фазовой плоскости зона AR граничит с зоной 1D. Такое поведение течения существенно отличается от случая, когда вместо скважин используются точечные источники [10].

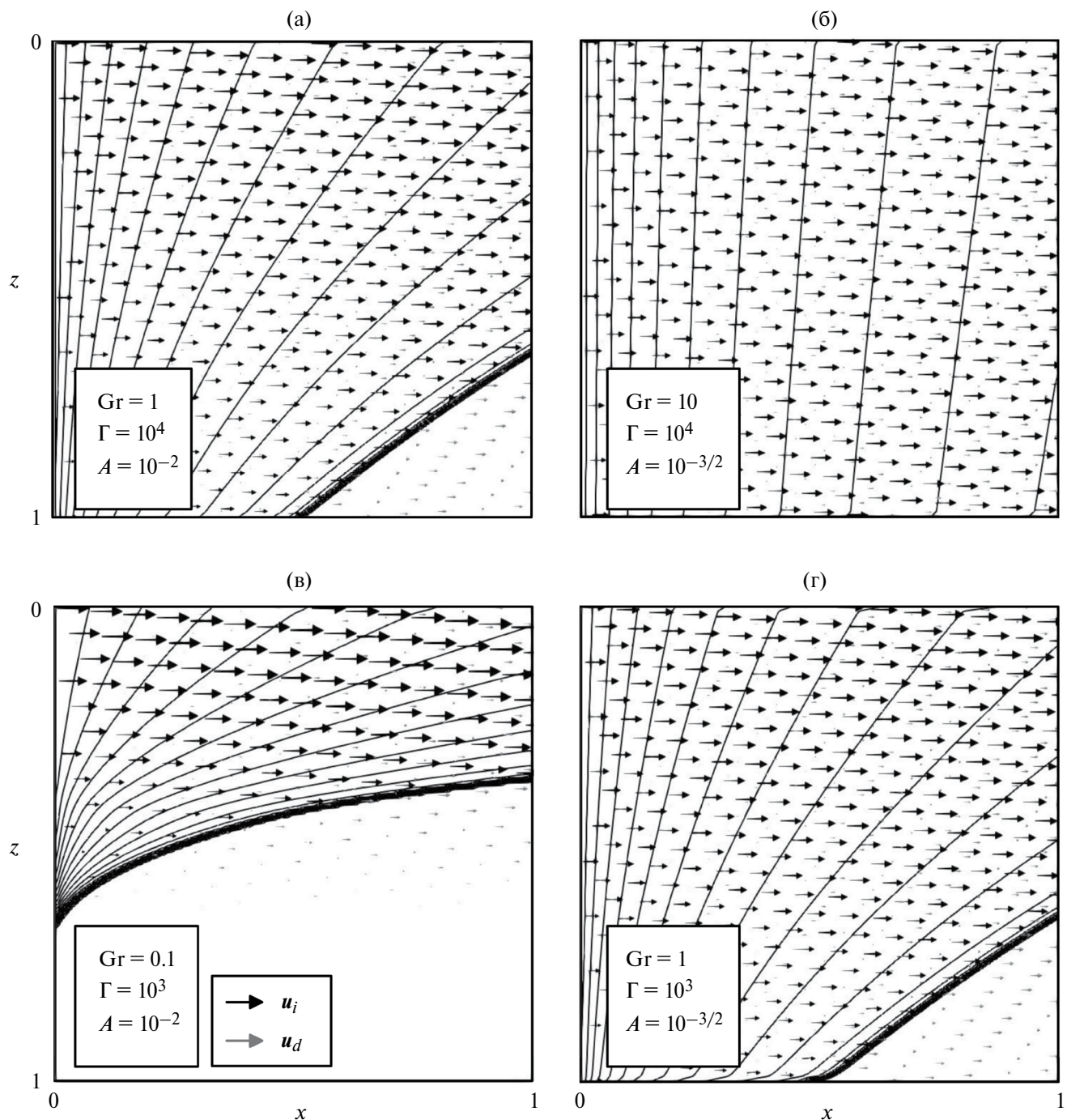


Рис. 10. Параметры течения в режиме AR при $t = 0.75$.

Для рассмотренных случаев коэффициенты E и R от t показаны на рис. 8б и в. Оба показателя эффективности E и R монотонно возрастают с t . Причем при малых t , когда жидкость i еще не прорвалась к α_p , они растут линейно. Коэффициент E растет как ct , где $c > 1$, так как в зоне двухфазного течения s_i значительно меньше единицы. Коэффициент R растет как t , так как объем добытой жидкости d равен объему закачанной жидкости i . Когда i прорывается к α_p рост показателей эффективности замедляется. Причем при фиксированном t коэффициенты E и R возрастают с критерием подобия Gr . Действительно, при больших Gr можно полнее охватить пласт вытеснением с помощью одномерного течения. В том числе можно вытеснить жидкость d у подошвы пласта при $z = 1$. Таким образом, в режиме AR можно

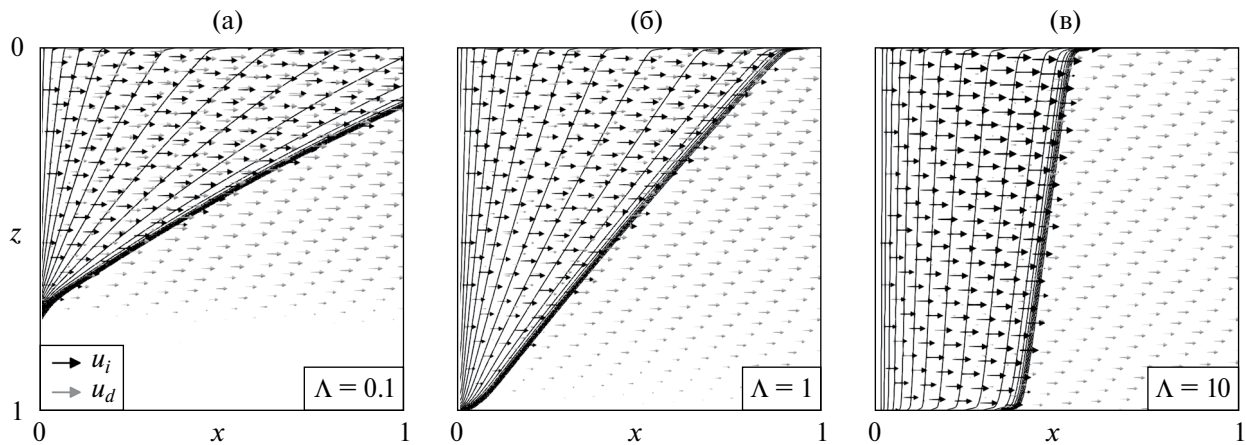


Рис. 11. Параметры течения при $t = 0.25$, $A = 10^{-3/2}$, $\Gamma = 250$, $Gr = 0.25$ и $\Lambda = 0.1$, 1 и 10, а–в соответственно.

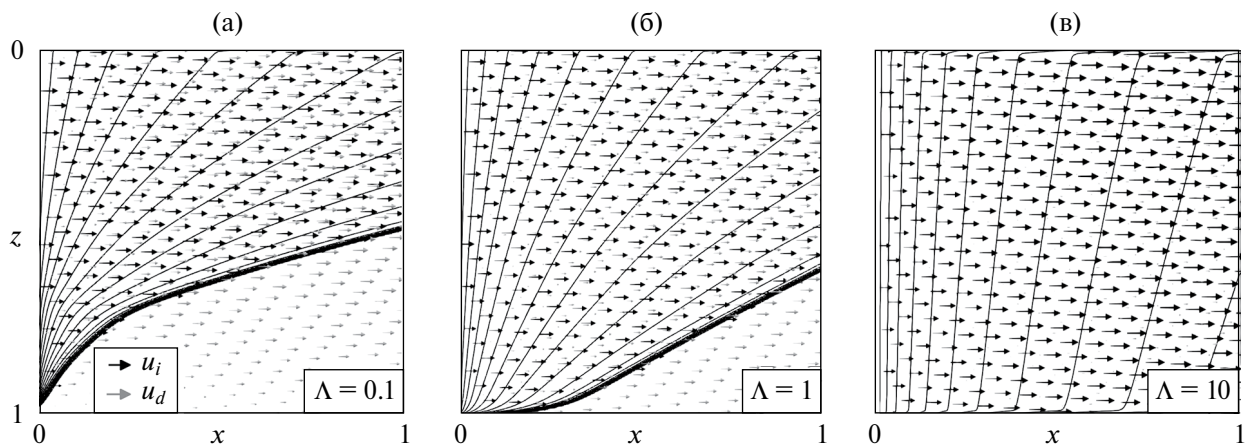


Рис. 12. Параметры течения при $t = 0.75$, $A = 10^{-3/2}$, $\Gamma = 250$, $Gr = 0.25$ и $\Lambda = 0.1$, 1 и 10.

повысить эффективность вытеснения, создав течение с большим Gr . Согласно (3.3), при фиксированных параметрах пласта, повышение Gr достигается с помощью увеличения темпа нагнетания Q .

5.4. Влияние параметра Λ

Результаты расчетов в широком диапазоне A и Γ показывают, что критерий подобия Λ влияет на параметры течения только в заштрихованной области В на рис. 5. Эта область охватывает зону режимов AR и простирается в зону переходных от AR к PF режимов при $A < 1$. Причем наиболее сильное влияние Λ наблюдается в зоне AR при $0.1 < Gr < 1$ и $A < 0.1$. При удалении от этой зоны в область одномерного течения (при увеличении Gr) или в область SD (при уменьшении Gr), или в область переходных режимов (при увеличении A) влияние Λ на параметры течения непрерывно уменьшается.

Параметры фильтрации в режиме PF не зависят от Λ , так как в PF реализуется гравитационный поток жидкости i под кровлей пласта. В этом потоке распределение насыщенности при фиксированном x определяется капиллярно-гравитационным равновесием жидкостей. Следовательно, длина интервала $z < z_a$, характеризующаяся критерием Λ , слабо влияет на распределение насыщенности, которое быстро приходит в состояние равновесия. Таким образом, течение PF слабо зависит от Λ .

На рис. 11 и 12 показаны рассчитанные параметры течения в режиме AR при $Gr=0.25$, различных Λ и $t = 0.25$ и $t = 0.75$, соответственно (серия расчетов III на рис. 5). Результаты расчетов показывают, что

интервал $z < z_a$ увеличивается с Λ . При $t = 0.25$ и $\Lambda = 0.1$ для закачки жидкости i используются только верхние $2/3$ скважины, а при $\Lambda \geq 1$ вся скважина целиком. Это отражается и в распределении насыщенности жидкости i , которая при $\Lambda \geq 1$ быстрее проникает в область $z \approx 1$ у подошвы пласта, вытесняя оттуда жидкость d . Причем параметры течения незначительно изменяются при варьировании Λ в диапазоне $\Lambda < 0.1$, а при увеличении Λ до ≈ 10 и более течение становится одномерным. Таким образом, вытеснение при больших $\Lambda \geq 1$ способствует увеличению коэффициентов E и R , т.е. при фиксированном G_r эффективность вытеснения увеличивается с Λ .

Отмеченное влияние Λ означает, что при $Q/L_y = \text{const}$ более редкая расстановка α_I и α_P в соответствующих рядах, т.е. при больших L_y , эффективнее для вытеснения жидкости d (рис. 1). Условие $Q/L_y = \text{const}$ означает, что средняя интенсивность фильтрации от α_I к α_P сохраняется в рассматриваемых расстановках при различных L_y . То есть, чем реже стоят скважины, тем выше темп нагнетания Q через каждую скважину, а значит выше и забойное давление p_{bh} на α_I . Высокие p_{bh} способствуют повышению z_a , а значит и коэффициентов E и R .

Если же $Q = \text{const}$, то более эффективной является плотная расстановка скважин при малых L_y . В этом случае доминирующее влияние оказывает критерий подобия G_r , который растет при уменьшении L_y . Следовательно, в случае плотной расстановки течение от α_I к α_P становится более одномерным, а значит и более эффективным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках профильной двумерной задачи фильтрации исследована эффективность линейной разработки однородного анизотропного пласта. Показано, что режим вытеснения пластовой жидкости определяется пятью критериями подобия, один из которых — Λ — характеризует продуктивные интервалы скважин. Выделены асимптотические режимы вытеснения AR и PF, имеющие наибольшее практическое значение для геотехнологических приложений. Режим AR соответствует вытеснению из анизотропного пласта, характеризующегося высокой проницаемостью в горизонтальном направлении. Режим PF соответствует случаю пласта с высокой гидродинамической проводимостью в вертикальном направлении, в котором существенен эффект плавучести закачиваемой жидкости. Показано, что при фиксированном Λ и малом влиянии капиллярного давления параметры фильтрации в этих режимах зависят только от критерия подобия G_r . Причем, в режиме AR эффективность вытеснения увеличивается с ростом G_r . Показано, что критерий подобия Λ не влияет на фильтрацию в режиме PF, а в режиме AR эффективность вытеснения увеличивается с Λ . Таким образом, улучшения показателей эффективности можно достичь с помощью повышения значений критериев подобия G_r и Λ . Построена карта режимов вытеснения, в которой ограничены области различных режимов вытеснения и область влияния Λ . Показано, что при увеличении G_r режим AR непрерывно переходит в режим одномерной фильтрации от нагнетательной к добывающей скважине.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-71-10051, <https://rscf.ru/project/19-71-10051/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Желтов Ю.П. Разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 1986. 332 с.
2. Afanasyev A., Andreeva A., Chernova A. Influence of oil field production life on optimal CO₂ flooding strategies: Insight from the microscopic displacement efficiency // Netherlands: Elsevier BV. JPSE. V.205. 108803.
3. Dake L.P. Fundamentals of Reservoir Engineering. ELSEVIER SCIENCE B.V. 1978. 498 p.
4. Гиматудинов Ш.К., Ширковский А.И. Физика нефтяного и газового пласта. М.: Недра, 1982. 312 с.
5. Семигласов Д.Ю. Эффекты анизотропии при двухфазной фильтрации в сложно построенных коллекторах // Георесурсы, геоэнергетика, геополитика. 2012. № 1 (5). 18 с.
6. Fan Z., Cheng L., Yang D., Li X. Optimization of Well Pattern Parameters for Waterflooding in an Anisotropic Formation // Mathematical Geosciences. 2018. V.50. P. 977. 10.1007/s11004-018-9745-y.

7. Слабнов В.Д., Султанов Р.А. Численное моделирование вытеснения высоковязкой нефти водой при нелинейном законе фильтрации // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2016. № 2. С. 276.
8. Rodriguez A.X., Aristizábal J., Cabrales S., Gómez J. M., Medaglia A.L. Optimal waterflooding management using an embedded predictive analytical model // Journal of Petroleum Science and Engineering, 2022. V. 208, Part B. 109419.
<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109419>
9. Андреева А.И., Афанасьев А.А. Метод оптимальной расстановки скважин при разработке нефтяного месторождения // Вестник Московского университета. Сер.: Математика. Механика. 2021. № 2. С. 52–56.
10. Чернова А.А., Афанасьев А.А. Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести // Изв. РАН. МЖГ. 2023. № 6. С. 95–109.
11. Мищенко И.Т. Скважинная добыча нефти. М: Нефть и газ, 2003. 816 с.
12. Peaceman D.W. Interpretation of Well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability, SPE, Exxon Production Research Co., 1983. P. 10–12
13. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. // М.: Недра, 1984. 211с.
14. Ермилов О.М., Ремизов В.В., Ширковский Л.И., Чугунов Л.С. Физика пласта, добыча и подземное хранение газа. М.: Наука, 1996. 541 с.
15. Brooks R., Corey A. Hydraulic properties of porous media // Hydrology Papers, Colorado State University, 1964. 27p.
16. Afanasyev A. Hydrodynamic modelling of petroleum reservoirs using simulator MUFITS // Energy Procedia. 2015. V. 76. P. 427–435.
17. MUFITS. Reservoir Simulation Software. [Электронный ресурс]. 2013–2023. URL: <http://www.mufits.org/> (дата обращения: 12.12.2023)

Regimes of Displacement from an Anisotropic Formation during Injection of Fluid through a Vertical Well

A. I. Andreeva^{a, *} and A. A. Afanasyev^{a, **}

^a Institute of Mechanics, Moscow State University, Moscow, Russia

*e-mail: waandreeva@gmail.com

**e-mail: afanasyev@imec.msu.ru

The regimes of fluid displacement from a formation developed by a system of vertical wells are studied within the framework of the cross-sectional problem of flow through a porous medium. The case of an anisotropic formation in which the effect of buoyancy of the displacing fluid is significant is considered. It is shown that in the generic case the displacement process is characterized by five similarity criteria, one of them determines the intervals of fluid flow from the well to the formation. The limiting cases of the displacement regimes in which the number of constitutive similarity parameters can be reduced are described. The influence of these parameters on the recovery factor and the sweep efficiency is studied. A diagram of displacement regimes that constrains the areas of influence of the similarity criteria and the revealed limiting cases is constructed. The results of the present study may be useful in the oil and gas industry in estimating the efficiency of various field development methods.

Keywords: flow through a porous medium, anisotropic formation, gravity override, well, sweep efficiency, enhanced oil recovery.