

УДК 532.546:004.942:622.276.2

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРИТОКА К ТРЕЩИНЕ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ С ПОДОШВЕННОЙ ВОДОЙ

© 2024 г. Р. Д. Каневская*, П. В. Кузнецов**, Л. Л. Рыжова***

Российский государственный университет нефти и газа (НИУ) им. И. М. Губкина, Москва, Россия

**e-mail: pmkm@gubkin.ru*

***e-mail: ya.kuznetsov-pv@yandex.ru*

****e-mail: leilanyryzh@gmail.com*

Поступила в редакцию 01.02.2024 г.

После доработки 14.03.2024 г.

Принята к публикации 14.03.2024 г.

Представлена модель притока нефти к скважине в трещиноватом пласте с обширной газовой шапкой и толщей подстилающей воды в условиях гравитационной сегрегации флюидов. При помощи асимптотического анализа уравнений удалось упростить описание процесса фильтрации до и после прорыва воды и газа в скважину, а также на удалении от нее, оценить возможность безводной, безгазовой добычи, или добычи в условиях стабилизации доли фаз в общем дебите. Показано, что в крупномасштабном приближении, на удалении от скважин, может быть использована модель гидростатического равновесия. Отмечено, что в большинстве практических случаев в крупномасштабном приближении влияние конечной проводимости трещины несущественно, и может использоваться модель бесконечно проводящей трещины. В масштабе течения вблизи стока были получены соотношения для определения долей воды и газа в добываемой продукции после прорыва конусов воды и газа. Наконец, сопряжение представленных моделей позволяет полноценно описать приток в скважину до и после прорыва конусов воды и газа. Достоверность предложенных моделей подтверждается результатами сопоставления расчетов с реальными данными.

Ключевые слова: трещиноватые пласты, математическое моделирование, многофазная фильтрация, конусообразование, многомасштабное моделирование, асимптотический анализ.

DOI: 10.31857/S1024708424030122, EDN: PEWJEG

ВВЕДЕНИЕ

Трещиноватые резервуары углеводородов характеризуются многомасштабной структурой пустотного пространства, что требует специальных подходов к их изучению и моделированию [1, 2]. Такие пласты, как правило, представлены низкопроницаемой матрицей, содержащей флюиды, и высокопроницаемыми трещинами незначительного объема, по которым происходит фильтрация. Помимо магистральных трещин имеются оперяющие трещины и микротрещины, характерные размеры которых существенно различаются. В некоторых случаях емкость матрицы также очень мала, но в пласте присутствуют каверны – вторичные пустоты, вмещающие флюиды.

Математическое моделирование подобных объектов требует специальных подходов. В первых работах рассматривалась периодическая структура сети трещин с введением специальной трещинной проницаемости, а закон течения в них задавался при помощи аналитических зависимостей [3, 4]. В [5] приводятся результаты детального моделирования взаимодействия отдельного низко-проницаемого блока и окружающих трещин с использованием измельчения расчетной сетки и явным учетом в модели геометрии блоков и трещин. Полноценное моделирование с учетом пустот разного масштаба и особенностей течения в них может быть реализовано, например, на основе модели Дарси–Бринкмана [6, 7], но при решении практических задач для реальных пластов трудно применимо. Формально наиболее простой метод учета трещиноватости связан с использованием моделей эффективной среды [8, 9]. В этом случае в результате осреднения матрица и трещины сводятся к единой анизотропной системе, характеризующейся суммарной пористостью и эффективным тензором проницаемости, компоненты которого,

соответствующие основному направлению распространения трещин, существенно выше, чем остальные [2, 10–12]. В случае многофазной фильтрации аналогично вводятся эффективные тензоры фазовых проницаемостей [13–15]. Другой широко распространенный подход основан на концепции двойной среды [16], согласно которой матрица и трещины представляются в виде вложенных континуумов, характеризующихся своей проницаемостью и пористостью. Интенсивность массообмена между средами определяется с использованием дополнительных гипотез или результатов лабораторного либо вычислительного эксперимента [1, 5]. Часто предполагается, что интенсивность перетока пропорциональна разности давлений в матрице и трещине, а коэффициент пропорциональности зависит от геометрии блоков и трещин, их абсолютных и относительных проницаемостей, капиллярных давлений, разности плотностей фаз и т.д. [17–19]. Особенности постановки краевых задач фильтрации однородной слабосжимаемой жидкости в трещиновато-пористых средах рассмотрены в [17], там же рассматриваются некоторые задачи двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей. Если пустотное пространство среды представлено элементами более, чем двух масштабов (например, поры, каверны, трещины), то модель [16] может быть обобщена путем введения большего количества вложенных сред и заданием соответствующих условий массообмена. В последнее время все большее внимание уделяется идеям, основанным на фрактальном описании сети трещин [20] с учетом или без учета концепции двойной среды при различных моделях течения на фрактале и массообмена с матрицей, например [21, 22]. Модель вложенных сред подразумевает связность сети трещин, поэтому ее применение не оправдано при описании протяженных непересекающихся между собой трещин [23].

В последние десятилетия активно развивается подход, связанный с прямым заданием сети трещин в виде плоских полигонов. Этот прием используется для слабопроницаемых коллекторов, в случае несвязанной сети редких естественных трещин и при моделировании гидроразрыва пласта. Дискретная модель системы трещин обычно должна быть согласована с конечно-элементной сеткой, на которой рассчитывается фильтрация в пласте, что приводит к значительному увеличению вычислительной трудоемкости [24–26].

Особенно сложную задачу представляет собой описание притока к скважинам в трещиноватом нефтенасыщенном пласте с газовой шапкой и подстилающей водой. В этом случае наличие вертикальных трещин приводит к преждевременным прорывам газа и воды и существенно затрудняет процесс добычи. Проблема образования и прорыва конусов воды и газа в однородных поровых коллекторах изучена достаточно подробно [27]. При небольших градиентах давления и относительно высокой проницаемости пласта по вертикали для массивных залежей применима модель гравитационного равновесия [28]. Именно она используется практически во всех работах, посвященных конусообразованию, начиная с первых систематических исследований этой проблемы [27, 29, 30]. В этих и последующих работах предполагается, что жидкости несжимаемы, давление на удалении от скважины распределено по гидростатике, вытеснение нефти принимается поршневым. Форма границы раздела жидкостей неизвестна и отыскивается в ходе решения задачи [30]. Наибольший интерес представляет определение условий устойчивости этой границы, т.е. неподвижности конуса, и максимально возможного безводного и безгазового дебита. Классическая задача рассматривается в двумерной постановке для вертикальной либо протяженной горизонтальной скважины. Аналитические решения получены для двух жидкостей (обычно вода и нефть) в стационарном [30, 31] и нестационарном случаях [32, 33], их сопоставление с результатами численного моделирования выполнено в [33, 34].

В данной работе для описания продвижения и прорыва воды и газа в нефтяные скважины в массивной залежи, осложненной вертикальными трещинами, рассматривается модель фильтрации в условиях гравитационного разделения флюидов. Предполагается, что флюиды в основном содержатся в проницаемой матрице, представляющей собой интервалы ограниченного объема, связанные между собой водоносной зоной и газовой шапкой через систему высоко проводящих трещин. Поэтому поверхности водонефтяного и газонефтяного контактов приняты едиными, капиллярные силы не учитываются. Считается, что жидкость поступает в скважины из трещин, а в них из матрицы. В качестве базовой рассмотрена модель притока к протяженной вертикальной трещине, пересекающей горизонтальную или вертикальную скважину в нефтенасыщенном пласте с газовой шапкой и подстилающей водой. Предполагается, что скважина изначально вскрывает нефтяную часть. Асимптотический анализ представленных уравнений позволил получить упрощенное описание рассматриваемого процесса как до, так и после прорыва воды и газа в скважину, а также на удалении от нее, оценить возможность безводной и безгазовой добычи или в условиях стабилизации доли фаз в общем дебите. Аналогично могут быть рассмотрены задачи притока

к горизонтальной или вертикальной скважине в однородном пласте. Продемонстрирована возможность использования представленных моделей для реальных объектов, приводятся соответствующие примеры.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Система уравнений фильтрации нефти, газа и воды в условиях гравитационного разделения при наличии подпора газа газовой шапки и подошвенной воды вдоль поверхностей $z = 0$ и $z = H$ соответственно имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left[\frac{k_o}{\mu_o} \int_{z_{og}}^{z_{ow}} \rho_o \nabla P_o dz \right] &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_{og}}^{z_{ow}} \rho_o m dz \right] \\ \operatorname{div} \left[\frac{k_g}{\mu_g} \int_0^{z_{og}} \rho_g \nabla P_g dz \right] + u_g &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^{z_{og}} \rho_g m dz \right] \\ \operatorname{div} \left[\frac{k_w}{\mu_w} \int_{z_{ow}}^H \rho_w \nabla P_w dz \right] + u_w &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_{ow}}^H \rho_w m dz \right] \\ P_l &= p - \gamma_l z, \quad \gamma_l = \rho_l g, \quad l = o, w, g \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь p — давление; g — ускорение силы тяжести; m — пористость, ρ_l — плотность, μ_l — вязкость, k_l — эффективная проницаемость фазы l , индексы o, w, g относятся к нефти, воде и газу соответственно; $z_{ow}(x, y, t)$ и $z_{og}(x, y, t)$ — положение контактов вода–нефть и газ–нефть; u_w , u_g — вертикальные составляющие массовых скоростей притока подошвенной воды и газа газовой шапки в область фильтрации, H — начальная толщина нефтенасыщенной части пласта. Предполагается, что вертикальная ось z направлена вниз. Проницаемости фаз для простоты могут быть приняты одинаковыми; вязкости предполагаются постоянными.

Плотности нефти, воды, газа и пористость приняты линейно зависящими от давления

$$\begin{aligned} \rho_l &= \rho_{l,i} (1 + c_l (p - p_i)) \\ m &= m_i (1 + c_r (p - p_i)) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь и далее индекс i указывает на начальные условия и значения переменных при этих условиях, $c_o, c_w, c_g = \frac{1}{p_i}$, c_r — сжимаемости фаз и пустотного пространства, p_i — начальное давление, близкое к давлению насыщения. Такое приближение допустимо, так как даже для газа при $p_i \approx 20$ МПа и $|p - p_i| \leq 2$ МПа, отклонение линейной зависимости от уравнения состояния идеального газа не превышает 1%.

Введем безразмерные переменные и обозначения, отметив звездочкой размерные величины там, где их нужно отличать от соответствующих безразмерных

$$\begin{aligned} x^* &= xL, \quad y^* = yL, \quad z^* = zH, \quad t^* = tT, \quad P^* = P\Delta P, \quad T = \frac{m_i L^2 \mu_o}{k_o \Delta P}, \\ u_g^* &= u_g \rho_{g,i} \frac{k_g \Delta P}{\mu_g H}, \quad u_w^* = u_w \rho_{w,i} \frac{k_w \Delta P}{\mu_w H}, \quad u_{fg}^* = u_{fg} \rho_{g,i} \frac{k_{fg} \Delta P}{\mu_g H}, \quad u_{fw}^* = u_{fw} \rho_{w,i} \frac{k_{fw} \Delta P}{\mu_w H} \\ q_o^* &= q_o \rho_{o,i} \frac{k_o H \Delta P}{\mu_o} = q_o \rho_{o,i} \frac{m_i L^2 H}{T} \\ c_l^* &= c_l / \Delta P, \quad \gamma_l^* = \gamma_l \Delta P / H, \quad l = o, w, g, r \end{aligned}$$

$$\varepsilon = H^2 / L^2$$

Здесь H — характерный масштаб по вертикали, соответствующий начальной нефтенасыщенной толщине пласта, L — характерный масштаб по латерали, сопоставимый с расстоянием между скважинами, ΔP — характерный перепад давления, T — характерное время, q_o — дебит нефти. Параметр ε является малым, для реальных объектов $\varepsilon \sim 10^{-2+4}$. В безразмерных переменных система уравнений (1.1) с учетом (1.2) примет вид

$$\operatorname{div} \left[\int_{z_{og}}^{z_{ow}} \frac{\rho_o}{\rho_{o,i}} \nabla P_o dz \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_{og}}^{z_{ow}} \frac{\rho_o}{\rho_{o,i}} \frac{m}{m_i} dz \right] \quad (1.3)$$

$$\varepsilon \cdot \operatorname{div} \left[\int_0^{z_{og}} \frac{\rho_g}{\rho_{g,i}} \nabla P_g dz \right] + u_g = \varepsilon \cdot \frac{k_o \mu_g}{k_g \mu_o} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^{z_{og}} \frac{\rho_g}{\rho_{g,i}} \frac{m}{m_i} dz \right] \quad (1.4)$$

$$\varepsilon \cdot \operatorname{div} \left[\int_{z_{ow}}^1 \frac{\rho_w}{\rho_{w,i}} \nabla P_w dz \right] + u_w = \varepsilon \cdot \frac{k_o \mu_w}{k_w \mu_o} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{z_{ow}}^1 \frac{\rho_w}{\rho_{w,i}} \frac{m}{m_i} dz \right] \quad (1.5)$$

Таким образом, в крупномасштабном приближении при $\varepsilon \ll 1$ при отсутствии значительных изменений давления и формы контактов имеем $u_w = 0$, $u_g = 0$, т.е. основная толща воды и газа может считаться неподвижной, что позволяет рассматривать течение в условиях гидростатического равновесия, полагая, что изменения давления уравновешиваются изменением положения контактов.

Пусть p_w — давление нефти на фиксированной глубине z_w , соответствующей расположению горизонтальной скважины или нижней перфорации вертикальной скважины, $P = p_w - \gamma_o z_w$. Тогда, пренебрегая сжимаемостью фаз ($c_l \ll 1$) в распределении давления по вертикали, имеем

$$P_o = P, \quad P_w = P + \gamma_{ow} z_{ow}, \quad P_g = P + \gamma_{og} z_{og}, \quad \gamma_{og} = \gamma_o - \gamma_g, \quad \gamma_{ow} = \gamma_o - \gamma_w$$

$$z_{ow} - 1 = \frac{1}{\gamma_{ow}} (P_i - P), \quad z_{og} = \frac{1}{\gamma_{og}} (P_i - P) \quad (1.6)$$

Здесь и далее используется условие, что $z_{ow,i} = 1$ и $z_{og,i} = 0$.

Подстановка соотношений (1.6) в (1.3) дает уравнение для расчета давления P в крупномасштабном приближении

$$\operatorname{div} \left[(1 + \varkappa_1 (P - P_i)) \nabla P \right] = \varkappa \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (1.7)$$

$$\varkappa = c_o + c_r + \frac{1}{\gamma_{og}} - \frac{1}{\gamma_{ow}}, \quad \varkappa_1 = c_o + \frac{1}{\gamma_{og}} - \frac{1}{\gamma_{ow}}$$

Затем решение этого уравнения может быть использовано для определения формы контактов из (1.6). Заметим, что уравнение (1.7) сводится к уравнению Буссинеска, описывающему безнапорную фильтрацию.

Вблизи скважины можно ввести локальную систему координат, перейдя к мелкомасштабному описанию процесса, и определить для переменных x и y масштабный множитель $\sqrt{\varepsilon}$, а для t — множитель ε , что соответствует описанию течения в области, размеры которой сопоставимы с толщиной пласта. В этом случае в уравнениях (1.3)–(1.5) можно пренебречь сжимаемостью жидкостей и пустотного пространства

$$\operatorname{div} \left[\int_{z_{og}}^{z_{ow}} \nabla P_o dz \right] = \frac{\partial}{\partial t} [z_{ow} - z_{og}] \quad (1.8)$$

$$\operatorname{div} \left[\int_0^{z_{og}} \nabla P_g dz \right] + u_g = \frac{k_o \mu_g}{k_g \mu_o} \frac{\partial}{\partial t} z_{og} \quad (1.9)$$

$$\operatorname{div} \left[\int_{z_{ow}}^1 \nabla P_w dz \right] + u_w = \frac{k_o \mu_w}{k_w \mu_o} \frac{\partial}{\partial t} [1 - z_{ow}] \quad (1.10)$$

Уравнения (1.8)–(1.10) могут использоваться для расчета многофазного притока после прорыва конусов.

2. ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Представленная математическая модель позволяет исследовать приток к скважине, расположенной как в ограниченном, так и в неограниченном пласте.

Для простоты рассматривается прямоугольная область течения с размерами $2X \times 2Y$, $|x| \leq X$, $|y| \leq Y$. Предполагается, что пласт осложнен вертикальной трещиной или трещиноватой зоной ширины $2w \ll Y$ и проницаемости по нефти k_{fo} , проходящей вдоль оси $y = 0$ через всю область. Течение в трещине принимается плоскопараллельным, изменение давления в поперечном сечении не учитывается, объемом трещины пренебрегается. Боковые границы рассматриваемой области фильтрации $|x| = X$ предполагаются непроницаемыми: $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$, где n – нормаль к границе. Условия на границе пласта и трещины для уравнений (1.3)–(1.5) имеют вид

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{z_{og}}^{z_{ow}} \frac{\rho_o}{\rho_{o,i}} \frac{\partial P_o}{\partial x} dz \right] + \alpha_o \int_{z_{og}}^{z_{ow}} \frac{\rho_o}{\rho_{o,i}} \frac{\partial P_o}{\partial y} dz \right]_{y=0} = 0, \quad \alpha_o = \frac{k_o L}{k_{fo} w} \quad (2.1)$$

$$\varepsilon \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^{z_{og}} \frac{\rho_g}{\rho_{g,i}} \frac{\partial P_g}{\partial x} dz \right] + \alpha_g \int_0^{z_{og}} \frac{\rho_g}{\rho_{g,i}} \frac{\partial P_g}{\partial y} dz \right]_{y=0} + u_{fg} = 0, \quad \alpha_g = \frac{k_g L}{k_{fg} w} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{z_{ow}}^1 \frac{\rho_w}{\rho_{w,i}} \frac{\partial P_w}{\partial x} dz \right] + \alpha_w \int_{z_{ow}}^1 \frac{\rho_w}{\rho_{w,i}} \frac{\partial P_w}{\partial y} dz \right]_{y=0} + u_{fw} = 0, \quad \alpha_w = \frac{k_w L}{k_{fw} w} \quad (2.3)$$

Здесь k_{fg} , k_{fw} – проницаемости трещиноватой зоны, u_{fg} , u_{fw} – вертикальные составляющие скоростей притока по трещине через первоначальные границы контактов для газа и воды соответственно.

Аналогично для уравнения (1.7) получим

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \varepsilon_1 (P - P_i)) \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \alpha_o (1 + \varepsilon_1 (P - P_i)) \frac{\partial P}{\partial y} \right]_{y=0} = 0, \quad \alpha_o = \frac{k_o L}{k_{fo} w} \quad (2.4)$$

При мелкомасштабном описании (1.8)–(1.10) в граничных условиях (2.1)–(2.3) отсутствует множитель ε , коэффициенты α_l заменяются на $\alpha_l = \alpha_l \sqrt{\varepsilon}$, $l = o, w, g$, плотности фаз принимаются постоянными.

Рассматриваются как вертикальные, так и горизонтальные скважины. Местоположение вертикальной скважины, которая сообщается с пластом через трещину и имитируется линейным стоком, определяется координатами $x = 0$, $y = 0$. Принимается, что вертикальная скважина направлена вдоль оси z ; вскрытый интервал $[z_w - b, z_w]$ целиком находится внутри толщи, первоначально насыщенной нефтью $z_w > b > 0$. Горизонтальная скважина радиуса r_w сообщается с пластом через вертикальную трещину или трещиноватую зону ширины $2w$ и проницаемости по нефти k_{fo} . Предполагается, что трещина проходит вдоль оси x , а скважина пересекает ее в начале координат. В этом случае фактически работающим интервалом горизонтального ствола является ширина трещиноватой зоны. Задается постоянный дебит q_o или забойное давление P_* на глубине z_w и расстоянии r_w от стока.

Модель может использоваться также для описания притока к вертикальной либо длинной горизонтальной скважине в неограниченном однородном нефтяном пласте с газовой шапкой и подстилающей водой при заданном дебите или удельном дебите (на единицу длины) соответственно. Первому случаю соответствует $\alpha_l \rightarrow \infty$ или $k_{fl} \rightarrow 0$, случаю горизонтальной скважины, направленной вдоль оси x – модель бесконечно проводящей трещины $k_{fl} \rightarrow \infty$ или $\alpha_l \rightarrow 0$.

Предполагается, что задано начальное давление $P(x, y, 0) = P_i$, начальные поверхности контактов горизонтальные $z_{ow}(x, y, 0) = 1$ и $z_{og}(x, y, 0) = 0$.

Особенности задания скоростей притока подошвенной воды и газа газовой шапки в нефтенасыщенную часть u_w и u_g существенно влияют на вид решения. Можно рассмотреть следующие варианты:

1) Если объемы газовой шапки и водоносной области неограниченны или очень велики, то на поверхностях $z_{ow}(x, y, 0) = 1$ и $z_{og}(x, y, 0) = 0$ задаются постоянные давления, соответствующие начальному состоянию пласта.

2) Если эти границы или части границ непроницаемы, то соответствующие скорости притока равны нулю.

Возможно сочетание вариантов 1 и 2, а именно в трещиноватой зоне вдоль границы задано постоянное давление, а в основной области течения u_w и u_g равны нулю.

Если имеется начальный слой подошвенной воды толщины h_w и/или газовая шапка высоты h_g (H_w и H_g — соответствующие размерные значения), то система уравнений (1.3)–(1.5) замыкается следующим образом:

$$\varepsilon \cdot \operatorname{div} \left[\int_{-h_g}^0 \frac{\rho_g}{\rho_{g,i}} \nabla P_g dz \right] - u_g = \varepsilon \cdot \frac{k_o \mu_g}{k_g \mu_o} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{-h_g}^0 \frac{\rho_g}{\rho_{g,i}} \frac{m}{m_i} dz \right], \quad h_g = H_g / H \quad (1.4')$$

$$\varepsilon \cdot \operatorname{div} \left[\int_1^{h_w} \frac{\rho_w}{\rho_{w,i}} \nabla P_w dz \right] - u_w = \varepsilon \cdot \frac{k_o \mu_w}{k_w \mu_o} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_1^{h_w} \frac{\rho_w}{\rho_{w,i}} \frac{m}{m_i} dz \right], \quad h_w = H_w / H \quad (1.5')$$

Аналогично модифицируются граничные условия (2.2), (2.3).

Если заданы начальные толщины слоя подошвенной воды h_w и газовой шапки h_g , и приток соответствующих фаз извне невозможен, то изменение формы контакта определяется только сжимаемостью

$$1 - z_{ow} = (c_w + c_r) h_w (P_i - P), \quad z_{og} = (c_g + c_r) h_g (P_i - P) \quad (1.6')$$

Эти соотношения используются при выводе уравнения (1.7) вместо (1.6), тогда

$$\varkappa = c_o + c_r + (c_g + c_r) h_g + (c_w + c_r) h_w, \quad \varkappa_1 = c_o + (c_g + c_r) h_g + (c_w + c_r) h_w$$

Если газовой шапки нет или h_g мало, то $\varkappa_1 (P - P_i) \ll 1$ и уравнение (1.7) сводится к линейному уравнению пьезопроводности.

3. ПРИТОК НЕФТИ И КОНУСООБРАЗОВАНИЕ ДО ПРОРЫВА ВОДЫ И ГАЗА В СКВАЖИНУ

Рассматривается приток нефти к точечному стоку на плоскости, находящемуся в центре прямоугольной области фильтрации, вдоль оси которой проходит трещиноватая зона. Пересекающие ее границы области непроницаемые, на двух других границах ставится либо условие непротекания, либо закон изменения давления. Отыскивается решение уравнений (1.6), (1.7). На границе пласта и трещины задается условие (2.4), на скважине — дебит нефти либо забойное давление на глубине z_w . Условия гидростатического равновесия, при выполнении которых возможен приток чистой нефти, определяются соотношениями (1.6). В случае горизонтальной скважины соответствующие критические давления достигаются при $z_{ow} = z_w$ или $z_{og} = z_w$; приток чистой нефти имеет место при $P \geq P_i - \gamma_{ow}(z_w - 1)$ и $P \geq P_i - \gamma_{og} z_w$ одновременно, поэтому наибольшее снижение давления и, соответственно, максимальная безводная и безгазовая добыча нефти, возможны при $z_w = \gamma_{ow}(\gamma_{ow} - \gamma_{og})^{-1}$. Аналогичные условия для вертикальной скважины имеют вид $P \geq P_i - \gamma_{ow}(z_w - 1)$ и $P \geq P_i - \gamma_{og}(z_w - b)$.

Точное решение нелинейного уравнения (1.7) может быть получено только для некоторых специальных случаев начальных и граничных условий, причем в одномерной постановке. Такие задачи рассматривались, например, в теории безнапорных течений [17, 35], а также при описании высокотемпературных тепловых волн [36]. Линеаризация этого уравнения осуществляется путем перехода к новой переменной

$$\operatorname{div}[\nabla \tilde{P}] = \varkappa \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t}, \quad \tilde{P} = 0.5(P - P_i + \varkappa_1^{-1})^2 \quad (3.1)$$

Аналогично, и граничное условие (2.4) после замены (3.1) принимает вид:

$$\left[\frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} + \alpha_o \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right]_{y=0} = 0 \quad (3.2)$$

Сравнение решений задачи о притоке в случаях нелинейной системы (1.7), (2.4) и линеаризованной (3.1), (3.2) показало, что при линеаризации значимые различия в распределении давления могут иметь место в ограниченной области вблизи стока (скважины), причем, очевидно, что если отклонение P от начального значения P_i невелико, в частности, если давление выше критического, эти отличия крайне малы. Аналогичные результаты для одномерных задач в однородном пласте продемонстрированы в [17, 35, 37].

В соответствии с граничными условиями (2.4), (3.2) задача может быть существенно упрощена для двух предельных случаев: при $\alpha_o \rightarrow 0$, что соответствует бесконечно проводящей трещине, с учетом условий на границах области имеем $\left[\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right]_{y=0} = 0$, и течение – плоскопараллельное; при $\alpha_o \rightarrow \infty$ трещина отсутствует и $\left[\frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right]_{y=0} = 0$, течение вблизи стока – радиальное.

Расчеты показали, что для задачи (1.7), (2.4) наибольшие различия полей давления для случая бесконечно проводящей трещины и при $\alpha_o \sim 10^{-1} \div 10^0$ имеют место вблизи стока в направлении, ортогональном трещине, причем размеры этой области малы и сопоставимы с толщиной пласта $Y\sqrt{\epsilon}$. Причем, при $\alpha_o \sim 10^{-1}$ и меньше, даже к моменту прорыва воды и/или газа на расстоянии $Y\sqrt{\epsilon}$ от стока относительное отклонение не превышает 3%, при $\alpha_o \sim 1$ оно составляет всего 10%, а на расстоянии $2Y\sqrt{\epsilon}$ – уже 5%. Для горизонтальной скважины в трещинно-поровом коллекторе при наличии выраженного направления трещиноватости и в предположении, что приток к скважине происходит только по трещинам, под шириной трещиноватой зоны следует понимать интегральную характеристику, определяемую не только раскрытостью трещин, но и их густотой вдоль ствола скважины, а также его длиной. В этом случае рассматриваемая область фильтрации имитирует дренируемую скважиной часть пласта. Анализ реальных данных по одному из месторождений с трещиноватым карбонатным коллектором показал, что в такой постановке параметр $\alpha_o < 10^{-1}$. При проведении гидроразрыва в низко проницаемом терригенном коллекторе создаются протяженные трещины, для которых обеспечивается безразмерная проводимость, соответствующая $\alpha_o < 1$ [38]. Это позволяет применять оценки, выполненные для предельной схемы $\alpha_o = 0$ в крупномасштабном приближении при рассмотрении конусообразования в указанных случаях. Не учитываемые в ней эффекты, связанные с дополнительным снижением давления вблизи скважины из-за неполноты вскрытия пласта по вертикали, проявляются только в окрестности, размер r_c которой не превышает толщину пласта [27], что также не ограничивает возможности использования предельной схемы вне этой области.

4. ТЕЧЕНИЕ ВБЛИЗИ СКВАЖИНЫ. СОВМЕСТНЫЙ ПРИТОК НЕФТИ, ВОДЫ И/ИЛИ ГАЗА ПОСЛЕ ПРОРЫВА КОНУСОВ В СКВАЖИНУ

Уравнение крупномасштабного приближения (1.7) с условиями равновесия (1.6) или (1.6') описывает течение на достаточном удалении от скважины даже после прорыва воды или газа. Совместное течение реализуется вблизи скважины и, как было показано, в локальной системе координат с масштабированием переменных x и y на $\sqrt{\epsilon}$, а t на ϵ в условиях сегрегации описывается уравнениями (1.8)–(1.10). Рассмотрение течения в ограниченной области при активном продвижении воды и газа позволяет не учитывать сжимаемость жидкостей. При мелкомасштабном описании процесс принимается квазиустановившимся. Каждому из флюидов соответствует своя область между поверхностями контактов и внешними границами. Поверхности контактов, являющиеся поверхностями тока, могут отклоняться от равновесного положения (1.6) или (1.6'). Граничные условия для этой задачи определяются в результате сопряжения с решением для крупномасштабного описания в условиях равновесия, что позволяет задавать как размеры области x_c , y_c , так и давление P_c и местоположение контактов z_{owc} и z_{ogc} на ее границах.

После прорыва конусов воды или газа в скважину депрессия $P_c - P_*$, как правило, значительно превышает гравитационную составляющую $|\gamma_{ow}(z_{owc} - z_w)| \leq |\gamma_{ow}|$ для воды и $|\gamma_{og}(z_{ogc} - z_w)| \leq |\gamma_{og}|$ для газа

соответственно. Обычно характерные величины различаются на один-два порядка. Поэтому можно принять, что вдоль произвольной линии тока на поверхности раздела воды и нефти $\frac{dP_o}{ds} \approx \frac{dP_w}{ds}$, на границе между газом и нефтью $\frac{dP_o}{ds} \approx \frac{dP_g}{ds}$, где ds — элемент линии тока, а отношение скоростей фаз определяется соответствующим отношением подвижностей $\frac{k_o \mu_w}{k_w \mu_o}$ и $\frac{k_o \mu_g}{k_g \mu_o}$. Отсюда следует, что при фиксированной депрессии $P_c - P_*$ распределение эквипотенциалей и линий тока для системы, содержащей нефть, воду и газ, будет практически таким же, как и в случае однородной жидкости [27]. Это допущение позволяет получить аналитические решения ряда задач, описывающих совместный приток нефти, воды и газа к интервалу горизонтального ствола или несовершенной вертикальной скважине в условиях сегрегации при различных условиях на кровле и подошве пласта — непроницаемость, постоянное давление, определяемое подпиткой обширной газовой шапки и/или водоносной области по всей площади околоскважинной зоны либо только через трещину. Поверхности тока, на которых лежат линии тока, соединяющие точки границы z_{owc} и z_{ogc} со скважиной, разделяют зоны, занятые отдельными фазами. Их форма позволяет рассчитать долю воды и газа в продукции скважины.

В локальной системе координат в условиях на границе с трещиной (2.1)–(2.3) параметры α_l заменяются на $\alpha_l = \alpha_l \sqrt{\varepsilon}$ и, поскольку для многих практически важных случаев $\alpha_l < 1$, соответствующими слагаемыми можно пренебречь

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{z_{og}}^{z_{ow}} \frac{\partial P_o}{\partial x} dz \right] \right]_{y=0} = 0, \quad (4.1)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^{z_{og}} \frac{\partial P_g}{\partial x} dz \right] \right]_{y=0} + u_{fg} = 0, \quad \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{z_{ow}}^1 \frac{\partial P_w}{\partial x} dz \right] \right]_{y=0} + u_{fw} = 0 \quad (4.2)$$

Как было показано, при крупномасштабном описании подпитка водой u_w, u_{fw} и газом u_g, u_{fg} через нижнюю и верхнюю границы соответственно не учитывается, однако в модели околоскважинной зоны (1.8)–(1.10), (4.1), (4.2) ее необходимо рассматривать. Для этого, если приток обусловлен наличием водоносной или газоносной области неограниченного или очень большого размера, на верхней и нижней границах моделируемой зоны задается постоянное давление, причем его значение определяется начальным равновесным состоянием. Если толщины воды и газа заданы, то рассматриваемая область течения расширяется в соответствии с (1.4'), (1.5'), и ее границы принимаются непроницаемыми.

В случаях, если приток воды и/или газа определяется постоянным давлением, заданным по всей поверхности либо только по трещине или граница полностью непроницаемая, а в крупномасштабном приближении принята предельная схема $\alpha_o = 0$, определяющая плоскопараллельное течение, то граничные условия на внешних границах внутренней области совместно с (4.1), (4.2) дают $\frac{\partial P_o(x, 0, z)}{\partial x} = 0$. Таким образом,

в случае $\alpha_l < 1$ и $\varepsilon \ll 1$ можно пренебречь изменением давления P_o вдоль трещины и для внутренней задачи также рассматривать плоскопараллельное течение в прямоугольной области плоскости uz , полагая при этом, что в точке $(0, z_w)$ находится точечный сток, характеризующийся давлением P_* на расстоянии r_w от него. Аналогичная схема описывает подтягивание воды и газа к длинной горизонтальной скважине.

Пусть вначале на внешних границах прямоугольника задано постоянное давление P_c , что соответствует притоку нефти и подпитке водой и газом по всей площади поверхности околоскважинной зоны. Размеры области $h \times 2l$, в данном случае $h = 1, l = y_c$. Пусть $\xi = y + i(z - z_w)$ — комплексная переменная, $F(\xi) = P + i\Psi$ — комплексный потенциал. Взаимное расположение линий тока, в том числе и определяющих границы раздела фаз, позволяет определять доли воды и свободного газа в суммарном дебите скважины через углы между ними в окрестности стока. С использованием методов отражения и суперпозиции источников и стоков, расположенных симметрично относительно границ рассматриваемой области, получим

$$F(\xi) = \frac{q}{2\pi} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (-1)^k \ln \frac{\xi - \xi_{kj}}{\xi - \bar{\xi}_{kj} - 2z_w} \right] + C, \quad \xi_{kj} = 2lk + 2ijh \quad (4.3)$$

Здесь q – дебит однородной жидкости, определяемый как сумма дебитов фаз, приведенных к подвижности нефти. Аналогично можно рассчитать потенциал в случае, когда приток газа и воды в околоскважинную зону осуществляется через боковую поверхность из внешней области за счет смещения контактов, а также по трещине сверху и снизу, что имитируется дополнительными источниками на непроницаемых кровле и подошве рассматриваемой области q_{fg} и q_{fw} , поддерживающими на расстояниях r_{fg} и r_{fw} соответственно постоянное давление P_c , совпадающее с давлением на боковых границах области

$$F(\xi) = C + \frac{q}{2\pi} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (-1)^k \ln[(\xi - \xi_{kj})(\xi - \xi_{kj} - 2z_w)] + g \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (-1)^k \ln(\xi - \xi_{kj} + z_w) + w \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (-1)^k \ln(\xi - \xi_{kj} - h + z_w) \right\}, \quad g = q_{fg} / q \leq 0, \quad w = q_{fw} / q \leq 0 \quad (4.4)$$

Если в рассматриваемую область приток жидкостей происходит только через боковые стороны и дополнительная подпитка водой и газом вблизи стока отсутствует, в выражении (4.4) принимается, что $q_{fg} = q_{fw} = 0$.

С учетом граничных условий из (4.3) имеем

$$P_c - P_* = \frac{q}{2\pi} \left[\ln \frac{2(h - z_w)}{r_w} + \ln \frac{\sin \alpha \pi}{\alpha \pi} + \sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{(1 - \cos 2\alpha \pi \cosh^{-1} 4k\beta \pi)(1 - \cosh^{-1} 2(2k - 1)\beta \pi)}{(1 - \cos 2\alpha \pi \cosh^{-1} 2(2k - 1)\beta \pi)(1 - \cosh^{-1} 4k\beta \pi)} \right] \quad (4.5)$$

$$\alpha = \frac{h - z_w}{h}, \quad \beta = \frac{l}{h}$$

Аналогичное соотношение для распределения (4.4) имеет вид

$$P_c - P_* = \frac{q}{2\pi} \left[\ln \frac{2(h - z_w)}{r_w} + SS1 - SS3(\alpha, \beta) - w SS3\left(\frac{\alpha}{2}, \beta\right) - g SS3\left(\frac{1 - \alpha}{2}, \beta\right) \right] \quad (4.6)$$

Здесь

$$S1(\beta) = \sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{\sinh(2k - 1)\beta \pi \sinh(2k + 1)\beta \pi}{\sinh^2 2k\beta \pi}, \quad SS1 = S1(\beta) + \ln \frac{\sinh \beta \pi}{\beta \pi}$$

$$S2(\beta) = \sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{\cosh(2k - 1)\beta \pi \cosh(2k + 1)\beta \pi}{\cosh^2 2k\beta \pi}, \quad SS2 = S2(\beta) + \ln \cosh \beta \pi$$

$$S3(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{(1 - \cos 2\alpha \pi \cosh^{-1} 4k\beta \pi)^2}{(1 - \cos 2\alpha \pi \cosh^{-1} 2(2k - 1)\beta \pi)(1 - \cos 2\alpha \pi \cosh^{-1} 2(2k + 1)\beta \pi)} - S2(2\beta)$$

$$SS3(\alpha, \beta) = S3(\alpha, \beta) - \ln \frac{\cosh 2\beta \pi - \cos 2\alpha \pi}{1 - \cos 2\alpha \pi}$$

$$w = \left[SS3\left(\frac{\alpha}{2}, \beta\right) \left(\ln \frac{2l}{r_{fg}} + SS1 \right) - SS3\left(\frac{1 - \alpha}{2}, \beta\right) SS2 \right] \left[\left(\ln \frac{2l}{r_{fw}} + SS1 \right) \left(\ln \frac{2l}{r_{fg}} + SS1 \right) - SS2^2 \right]^{-1}$$

$$g = \left[SS3\left(\frac{1 - \alpha}{2}, \beta\right) \left(\ln \frac{2l}{r_{fw}} + SS1 \right) - SS3\left(\frac{\alpha}{2}, \beta\right) SS2 \right] \left[\left(\ln \frac{2l}{r_{fw}} + SS1 \right) \left(\ln \frac{2l}{r_{fg}} + SS1 \right) - SS2^2 \right]^{-1}$$

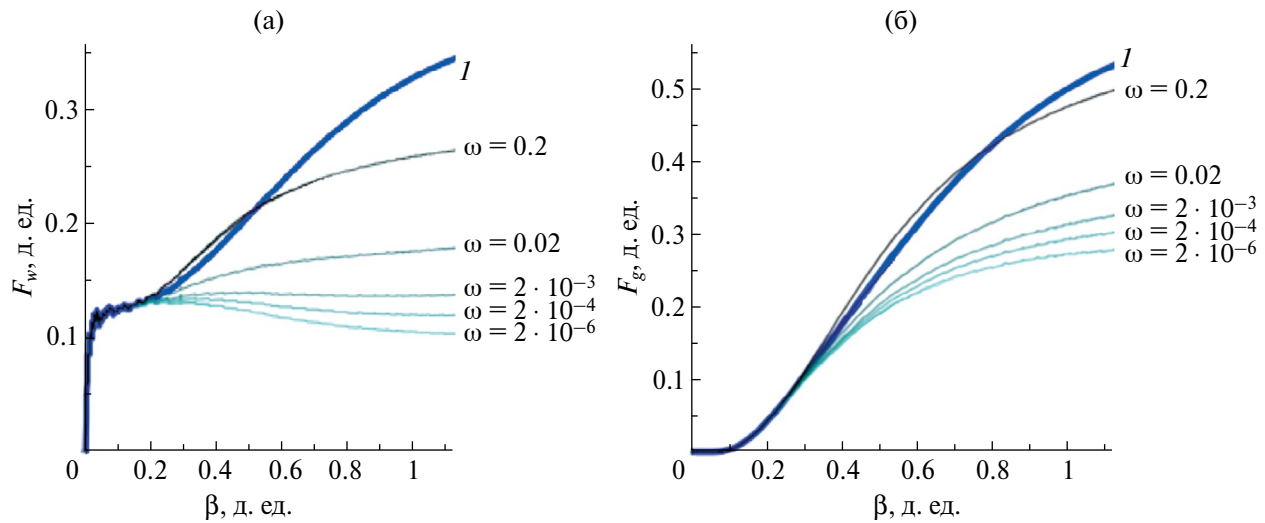


Рис. 1. Зависимости долей воды F_w (а) и газа F_g (б) от β для модели (4.3) при разных значениях ω и модели (4.4).

Отсюда можно выразить доли дебита q , соответствующие линиям тока каждой из фаз. Для нефти, воды и газа имеем

$$\begin{aligned} do &= \frac{z_{owc} - z_{ogc}}{h} \left(1 + \frac{w}{2} + \frac{g}{2} \right) \\ dw &= \frac{h - z_{owc}}{h} \left(1 + \frac{w}{2} + \frac{g}{2} \right) - \frac{w}{2} \\ dg &= \frac{z_{ogc}}{h} \left(1 + \frac{w}{2} + \frac{g}{2} \right) - \frac{g}{2} \end{aligned}$$

Исходя из этих соотношений, объемные доли воды F_w и свободного газа F_g в продукции скважины в пластовых условиях определяются выражениями

$$\begin{aligned} F_w &= \frac{k_w \mu_o}{k_o \mu_w} dw \left[\frac{k_w \mu_o}{k_o \mu_w} dw + do + \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g} dg \right]^{-1} \\ F_g &= \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g} dg \left[\frac{k_w \mu_o}{k_o \mu_w} dw + do + \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g} dg \right]^{-1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Выражения (4.5)–(4.7) применимы для длинной горизонтальной скважины в однородном пласте или пересекающей трещину бесконечной проводимости, через которую осуществляется приток. Заметим, что, если на оси z на расстоянии $z_w - b$ от верхней границы находится линейный сток длины b , имитирующий несовершенную вертикальную скважину, пересекаемую трещиной бесконечной проводимости, решение также может быть построено с использованием метода суперпозиции аналогично [27, 29], при этом результирующие соотношения будут существенно более сложными.

С практической точки зрения интересно сопоставить доли воды F_w и газа F_g в продукции скважины, соответствующие притоку этих фаз только через трещину и по всей поверхности контакта, то есть рассчитанные с использованием распределений (4.3) и (4.4). На рис. 1 показаны значения долей

воды F_w и газа F_g для различных r_{fg} и r_{fw} в зависимости от β при $\alpha = 0.5$, $\frac{k_w \mu_o}{k_o \mu_w} \approx 0.8$, $\frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g} \approx 13.5$.

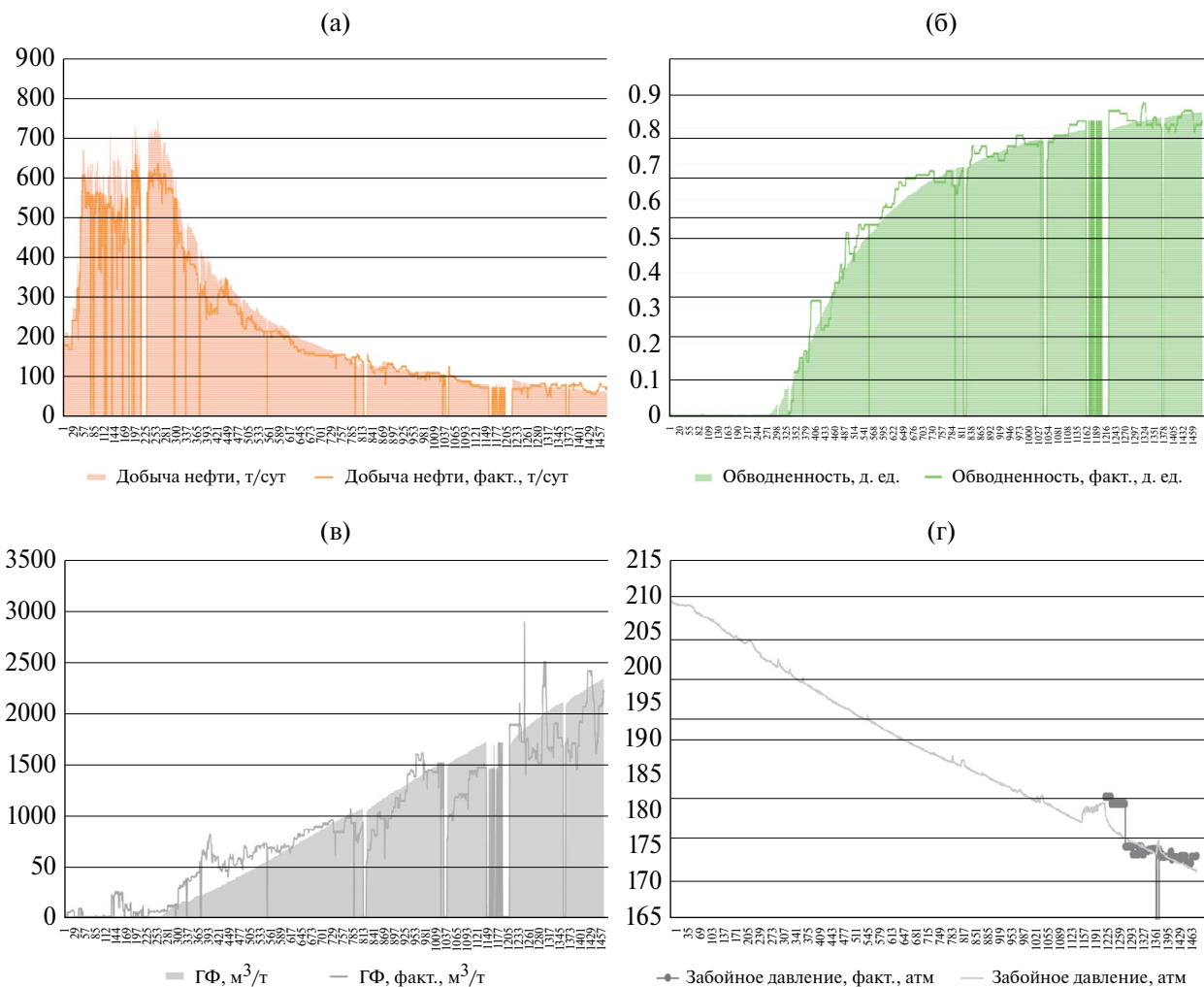


Рис. 2. Сопоставление расчетных и фактических показателей работы скважины: дебит нефти (а), обводненность (б), газовый фактор (в), забойное давление (г).

В представленных расчетах принято, что $r_{fg} = r_{fw}$. Зависимости, полученные на основе соотношений (4.3), помечены соответствующим значением $\omega = r_{fw}/h$. Кривые 1 рассчитаны с использованием (4.4) для случая притока газа и воды по всей поверхности контактов. В представленных расчетах увеличение β вдоль каждой кривой определяется расширением области конусообразования, также учитывается смещение контактов z_{owc} и z_{ogc} на границе околоскважинной зоны в ходе добычи. Сравнение результатов показывает, при низких значениях ω отмечается стабилизация зависимостей F_w и F_g от β , что соответствует слабой активности газовой шапки и подошвенной воды. При увеличении ω происходит более быстрый рост долей воды и газа в продукции скважины, и расчетные кривые оказываются ближе к зависимости 1, соответствующей наиболее активной подпитке околоскважинной зоны подошвенной водой и газом газовой шапки. Таким образом, варьируя параметры модели, можно легко воспроизвести фактическое поведение показателей работы скважин.

Сопряжение решения задачи в крупномасштабном приближении на удалении от скважины и соотношений (4.6), (4.7) дает возможность оценить изменение доли отдельных фаз в дебите скважины. Для примера рассматриваются показатели работы реальной скважины одной из карбонатных нефтяных залежей с газовой шапкой и подошвенной водой. На рис. 2 показаны результаты сопоставления расчетных и фактических значений дебитов отдельных фаз и забойного давления при меняющемся суммарном дебите флюидов. Обводненность характеризуется отношением объемного дебита воды к суммарному дебиту нефти и воды, газовый фактор — отношением объемного дебита газа к дебиту нефти. В качестве

исходных данных для проведения расчетов были взяты ежесуточные фактические показатели добычи и фильтрационно-емкостные свойства рассматриваемой залежи. Значения ряда управляющих параметров (например, величин r_{fg} и r_{fw}) были определены в ходе решения обратной задачи. Из рисунка видно, что на первом этапе работы скважины прорывы воды и газа практически отсутствуют. Затем обводненность и газовый фактор значительно увеличиваются, дебит нефти снижается. Близкие значения расчетных и фактических показателей иллюстрируют адекватность принятой модели и позволяют использовать ее для прогнозирования работы скважин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена модель притока нефти к трещине в пласте с обширной газовой шапкой и подстилающей водой в условиях гравитационной сегрегации флюидов. Показано, что в крупномасштабном приближении, когда нефтенасыщенная толщина много меньше характерного размера по латерали, справедлива модель гидростатического равновесия, в соответствии с которой изменения давления уравниваются изменением положения водонефтяного и газонефтяного контактов. Она применима на удалении от скважин. Показано, что для многих практически важных случаев в крупномасштабном приближении может использоваться модель бесконечно проводящей трещины, так как учет конечной проводимости несущественно влияет на результаты расчетов. Локальное рассмотрение течения вблизи стока позволило получить соотношения для долей воды и газа в добываемой продукции после прорыва конусов как при наличии подпитки водой или газом вблизи скважины, так и без нее. Использование их совместно с моделью крупномасштабного приближения позволяет описать приток как до, так и после прорыва конусов воды и газа. Результаты сопоставления расчетов с реальными данными подтверждают достоверность представленных моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голф-Рахт Т.Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986. 608 с.
2. Райсс Л. Основы разработки трещиноватых коллекторов. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2012 г. 118 с.
3. Смехов Е.М. Трещиноватые породы и их коллекторские свойства//Труды ВНИИГРИ. Вып. 121. Л.: Гос-топтехиздат, 1958. 243 с.
4. Ромм Е.С. Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1966. 283 с.
5. Aziz K. Notes for petroleum reservoir simulation. Stanford University, Stanford, California. 1994. 471p.
6. Neale G., Nader W. Practical significance of brinkmans extension of darcys law – coupled parallel flows within a channel and a bounding porous-medium// Canadian Journal of Chemical Engineering, 1974. V. 52. P. 475–478.
7. Popov P., Efendiev Y., Qin G. Multiscale modelling and simulations of flows in naturally fractured karst reservoirs, Communications in computational physics, 2009. 22 pp.
8. Швидлер М.И. Статистическая гидродинамика пористых сред. М.: Недра, 1985. 288 с.
9. Жиков В.В., Козлов С.М., Олейник О.А. Усреднение дифференциальных операторов. М.: Физматлит, 1993. – 464 с.
10. Oda M. Permeability tensor for discontinuous rock masses // Geotechnique. 1985. V. 35(4). P. 483–495.
11. Заславский М.Ю. Об алгоритме осреднения для решения эллиптических задач с разрывными коэффициентами // ДАН. 2007. Т. 419. № 2. С. 197–200.
12. Заславский М.Ю., Томин П.Ю. О моделировании процессов многофазной фильтрации в трещиноватых средах в применении к задачам адаптации модели месторождения. Препринт № 45 М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2010. 20 с.
13. Durlofsky L.J. Upscaling and gridding of fine scale geological models for flow simulation, International Forum on Reservoir Simulation Iles Borromees, Stresa, Italy, 2005. 59 pp.
14. Пергамент А.Х., Томин П.Ю. Об исследовании функций относительных фазовых проницаемостей для анизотропных сред // Математическое моделирование. Т. 23. № 5. С. 3–15. 2011.
15. Томин П.Ю. Применение многомасштабных алгоритмов для решения задач многофазной фильтрации в анизотропных средах // Препринт ИПМ им. Келдыша. № 14. М., 2011.

16. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. // Прикл. матем. и мех. 1960. Т. 24. № 5. С. 852–864.
17. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации нефти и газа. — М.: Недра, 1972. 288 с.
18. Kazemi H., Merrill L.S. Jr., Porterfield K.L., Zeman P.R. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs // Soc. Pet. Eng. J. 1976. V. 16. № 6. P. 317–326.
doi: 10.2118/5719-PA
19. Arbogast T., Douglas J.Jr., Hornung U. Derivation of the double porosity model of single phase flow via homogenization theory // SIAM J. Math. Anal. 1990. V. 21. № 4. P. 823–836.
doi: 10.1137/0521046
20. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
21. Черных В.А. Физические основы неклассической теории фильтрации нефти и газа: Учебное пособие СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный институт, 2005. 57 с.
22. Динариев О.Ю. Кривая восстановления давления для фрактальной трещиноватой среды // Инженерно-физический журнал. 2006. Т. 79. С. 76–80.
23. Van Lingen P., Daniel J.-M., Cosentino L., Sengul M. Single Medium Simulation of Reservoirs with Conductive Faults and Fractures // paper SPE68165, 2001.
24. Karami-Fard M., Durlofsky L.J., Aziz K. An efficient discrete fracture model applicable for general purpose reservoir simulators // Soc. Pet. Eng. J. 2004. V. 9. № 02. P. 227–236.
doi: 10.2118/88812-PA
25. Monteagudo J.E.P., Firoozabadi A. Control-volume method for numerical simulation of two-phase immiscible flow in two- and three-dimensional discrete-fractured media // Water Resour. Res. 2004. V 40. P. W07405.
doi:10.1029/2003WR002996.
26. Блонский А.В., Митрушкин Д.А., Савенков Е.Б. Моделирование течений в дискретной системе трещин: физико-математическая модель. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 65. 28 с.
27. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. — М.: Гостоптехиздат, 1963. 346 с.
28. Каневская Р.Д. Асимптотический анализ влияния капиллярных и гравитационных сил на двумерный фильтрационный перенос двухфазных систем. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1988. № 4. С. 88–95.
29. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва-Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2004. 640 с.
30. Эфрос Д.А. Исследования фильтрации неоднородных систем. Л.: Гостоптехиздат, 1963. 352 с.
31. Pietraru V. Méthode analytique généralisée pour le calcul du coning // Revue de l'IFP. 1996. V. 51. № 4. 527–558 pp.
32. Pietraru V., Cosentino L. A new analytical approach to water and gas coning for vertical and horizontal wells // Revue de l'IFP. 1993. V. 48. № 5. 501–513 pp.
33. Giger F.M. Analytic Two-Dimensional Models of Water Cresting Before Breakthrough for Horizontal Wells // SPE Reservoir Engineering. 1989. № 11. 409–416 pp.
34. Baginskaya O., Baishev E., Ershov T., Kanevskaya R., Kundin V. Multipay Field Development Using Horizontal Wells. // Proceedings. 12th European Symposium on Improved Oil Recovery — Kazan, Russia, 8–10 September 2003. IOR-1441.
35. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
36. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 477 с.
37. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Институт компьютерных исследований, 2006. 488 с.
38. Economides M.J., Nolte K.G. Reservoir Stimulation. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632. 1989. 430 pp.

Asymptotic Analysis of the Inflow to a Fracture in an Oil-Gas Pool in Bottom Water

R. D. Kanevskaya*, P. V. Kuznetsov**, and L. L. Ryzhova***

Gubkin National University of Oil and Gas, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: pmkm@gubkin.ru*

***e-mail: ya.kuznetsov-pv@yandex.ru*

****e-mail: leilanyryzh@gmail.com*

A model of oil inflow to a bore in a fractured bed with a vast gas cap and an underlying water layer is presented in the conditions of gravity-induced segregation of fluids. Using an asymptotic analysis of the equations it was possible to simplify the description of the seepage process before and after the water and gas breakthrough into the bore and at a distance from it, as well as to estimate the possibility of waterless and gasless extraction in the conditions of the stabilization of phase fractions in the total yield. It is shown that the hydrostatic equilibrium model can be used in the large-scale approximation fairly far from the bore. It is noted that in most practical cases the finite-conductance effect of a fracture is negligible in the large-scale approximation, so that the model of an infinitely permeable fracture can be applied. The equations for determining gas and water fractions in the production after the breakthrough of the water and gas cones in the vicinity of the sink were derived on the flow scale. Finally, the coupling of the models presented makes it possible to describe adequately the inflow to the bore before and after the breakthrough of the water and gas cones. The plausibility of the models presented is confirmed by the comparison of the calculated results with the actual data.

Keywords: fractured beds, mathematical modeling, multiphase filtration, cone formation, multiscale modeling, asymptotic analysis.