

УДК 532.522

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННОЙ ПЛАСТИНЫ НА РЕЖИМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

© 2025 г. Ю. Н. Галанская*, Г. Н. Дудин**, А. Я. Чудаков***

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

*e-mail: galanskaya@yandex.ru

**e-mail: gndudin@yandex.ru

***e-mail: cairen@mail.ru

Поступила в редакцию 26.03.2025 г.

После доработки 22.04.2025 г.

Принята к публикации 24.04.2025 г.

Рассмотрено сверхзвуковое течение вязкого газа около верхней поверхности затупленной пластины конечной длины на режиме взаимодействия. Исследовано влияние температурного фактора на возмущение давления, которое инициировалось установкой клина в конце пластины, на аэротермодинамические характеристики течения и распространение возмущений вверх по потоку. Численные расчеты выполнены в рамках решения стационарных двумерных уравнений Навье–Стокса.

Ключевые слова: сверхзвуковое течение, вязкость, затупленная пластина, температурный фактор, взаимодействие, возмущение давления

DOI: 10.31857/S1024708425030046

Краевые задачи об обтекании острой полубесконечной пластины для значений основного параметра взаимодействия $\chi_{x\infty} = \sqrt{C_\infty} M_\infty^3 / \sqrt{\text{Re}_{x\infty}} \rightarrow \infty$ [1], где M_∞ — число Маха, $\text{Re}_{x\infty} = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty$ — местное число Рейнольдса, C_∞ — коэффициент в зависимости вязкости от температуры [2], а индекс « ∞ » — обозначает параметры в невозмущенном потоке, были сформулированы и исследованы в [3, 4]. В предельном случае при $M_\infty \rightarrow \infty$: u_∞ — скорость, ρ_∞ — плотность и H_∞ — энтальпия стремятся к постоянным значениям, p_∞ — давление, a_∞ — скорость звука и T_∞ — температура — к нулю, причем краевую задачу можно привести к автомодельному виду. В случае выполнения предположения о сильном взаимодействии $M_\infty \delta_0 \gg 1$, характерными для таких течений являются масштабы величин: $\delta_0 = \text{Re}_0^{-1/4}$ — безразмерная толщина ламинарного пограничного слоя, где $\text{Re}_0 = \rho_\infty u_\infty x / \mu_0$ — местное число Рейнольдса, в котором динамический коэффициент вязкости μ_0 вычисляется при температуре торможения T_0 , $p^0 \approx \rho_\infty u_\infty^2 \delta_0^2$ — индуцированное давление и $\rho^0 \approx \rho_\infty \delta_0^2$ — плотность газа в пограничном слое.

При преобразовании краевой задачи к автомодельному виду в этих работах предполагалось, что пограничный слой, описываемый уравнениями Прандтля, и ударный слой существуют одновременно вплоть до передней кромки пластины [3, 4] и взаимодействуют друг с другом. Указанные масштабы для функций течения существенно отличаются от их значений для пограничного слоя при умеренных сверхзвуковых скоростях [5, 6]. Было установлено, что при обтекании пластины на режиме сильного взаимодействия при параметре $\chi_{x\infty} \rightarrow \infty$ формируется более толстый пограничный слой, сравнимый по толщине с ударным слоем, и имеющий высокую температуру и малую плотность. Из-за высокой температуры в пограничном слое возрастает скорость звука $a \approx a_\infty \sqrt{(\gamma - 1)/2M_\infty}$, где $\gamma = c_p/c_v$ — показатель адиабаты, а размер области дозвукового течения около поверхности пластины значительно увеличивается.

Это приводит к новому эффекту, который был установлен в [7, 8] при исследовании течений около пластины конечной длины. В [7] впервые было показано, что при параметре $\chi_{x\infty} \rightarrow \infty$ разложения для функций течения в окрестности передней кромки вдоль продольной оси не являются единственными, а содержат

параметр, который позволяет удовлетворить условию на задней кромке пластины. Интенсивность распространения возмущений против потока определялась значением собственного числа, которое находилось из интегрального соотношения при решении краевой задачи для вторых членов разложения [6, 7].

Фактически это означает возможность распространения возмущений против потока вплоть до передней кромки по дозвуковой части течения в пограничном слое. Наиболее сильно этот эффект проявляется при обтекании теплоизолированной пластины. При основном параметре взаимодействия $\chi_{x\infty} \rightarrow \infty$, показателе адиабаты $\gamma = 1.4$ и числе Прандтля $Pr = 1$ было получено значение собственного числа $\alpha \approx 23.4$ [6–8]. В [6, 7] предполагалось, что зависимость вязкости от температуры является линейной $\mu/\mu_0 = T/T_0$ и, следовательно, коэффициент $C_\infty = 1$. Заметим, что построенные разложения не позволяют решить задачу вплоть до задней кромки пластины, так как данные ряды очевидно являются расходящимися в ней. Полученные разложения только определяют отход от автомодельного решения в случае, когда заданное донное давление отличается от автомодельного, соответствующего обтеканию полубесконечной пластины. При рассмотрении обтекания охлаждаемой пластины собственные числа существенно увеличиваются. Для низких значений температурного фактора $S_w = T_w/T_0 \rightarrow 0$ и $\gamma = 1.4$ собственные числа имеют порядок $\alpha \approx 0.0897S_w^{-6}$ [8, 9].

При построении разложений в [7, 8] использовалось предположение, что уравнения пограничного слоя справедливы вплоть до передней острой кромки. Однако, учитывая, что при приближении к ней местное число Рейнольдса $Re_{x\infty} = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty$ уменьшается и может стать, например, $Re_{x\infty} < 100$, тогда справедливость применения в этой области уравнений пограничного слоя оказывается под вопросом [5]. Еще более проблематичным становится использование в этой области уравнений пограничного слоя при больших числах Маха, так как при выводе уравнения энергии для пограничного слоя необходимо выполнить более жесткое условие $M_\infty^2 / Re_{x\infty} < 0.01$ [5]. Следовательно, при $M_\infty \gg 1$ размер области в окрестности острой передней кромки, в которой теория пограничного слоя Прандтля неправомерна, существенно увеличивается. Это означает, что разложения для функций течения, построенные в [6–8] в окрестности передней кромки, могут оказаться не корректными.

В случае обтекания острой пластины, когда основной параметр взаимодействия порядка единицы ($\chi_{L\infty} = O(1)$), т. е. реализуется режим умеренного вязко-невязкого взаимодействия, автомодельных решений не существует [1], а, следовательно, построение разложений для функций течений, которые представляют собой возмущения автомодельного решения, в принципе, не представляется возможным. В [10] представлены результаты влияния возмущений давления, задаваемые на выходной границе расчетной области, проходящей через заднюю кромку, на распространение возмущений против потока в рамках решения двумерной стационарной задачи с использованием уравнений Навье–Стокса при значении основного параметра взаимодействия $\chi_{L\infty} \approx 4.1$. Было установлено, что в возмущенной области течения на передней части пластины при $x/L \leq 0.25$ нарушаются условия применимости уравнений пограничного слоя, а значения собственных чисел, которые определяют интенсивность распространения возмущений против потока, оказались в два раза меньше, чем для предельного случая $\chi_{L\infty} \rightarrow \infty$.

При обтекании затупленной пластины при достаточно больших сверхзвуковых скоростях, если $Re_{d\infty} = \rho_\infty u_\infty d / \mu_\infty$ — число Рейнольдса, вычисленное по d — толщине передней кромки, не является достаточно малым, то поле давления в случае невязкого газа, связанное с затуплением, является преобладающим на передней части тела и определяет первоначальный рост пограничного слоя [1, 11]. Заметим, что при обтекании затупленной пластины даже для значения $\chi_{L\infty} \rightarrow \infty$ автомодельных решений в принципе не существует. На тонком и достаточно длинном притупленном теле пограничный слой развивается внутри энтропийного, что выводит модель пограничного слоя за рамки классической (эффект вихревого вязко-невязкого взаимодействия, или энтропийный эффект) [12]. На передней части при $Re_{x\infty} = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty \leq 10^2$ образуется сплошной вязкий слой, т. е. влияние вязкости распространяется на весь возмущенный слой [12]. Расстояние вдоль пластины l_{eq} , на котором давление на плоском затупленном тонком теле в случае течения невязкого газа сравнивается с индуцированным давлением при течении вязкого газа на режиме сильного взаимодействия, определяется величиной $l_{eq} \approx d \cdot (Re_{d\infty} / (M_\infty^2 C_\infty))^3$ [1, 12]. Далее вниз по течению явления вязкого взаимодействия, как и на острой пластине, снова могут играть существенную роль. Экспериментальные исследования [13] показали, что при течении около затупленной пластины область возмущенного течения значительно увеличивается, а возмущения против потока распространяются сильнее, чем в случае обтекания острой пластины.

Целью данной работы является исследование влияния заданной постоянной температуры поверхности на локальные характеристики в возмущенной области течения и распространение возмущений против потока на затупленной пластине конечной длины в режиме взаимодействия, для которого основной параметр взаимодействия $\chi_{L\infty} = \sqrt{C_\infty} \cdot M_\infty^3 / \sqrt{Re_{x\infty}} = O(1)$.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается сверхзвуковое обтекание вязким газом затупленного тела. Система координат x, y и основные размеры модели указаны на рис. 1. Верхняя поверхность модели представляет собой пластину длиной $L = 133$ мм и толщиной 4 мм с закругленным передним краем (радиус закругления $r = 4$ мм), а нижняя — такой же толщины с передней кромкой в виде одностороннего клина (угол при вершине 30°). Для создания возмущений давления на расстоянии $L_k = 105$ мм от носика пластины устанавливались клинья длиной 28 мм с углами $\alpha_k = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$. Параметры в невозмущенном потоке: температура $T_\infty = 256$ К, давление $p_\infty = 36$ Па, скорость $u_\infty = 2600$ м/с, динамический коэффициент вязкости $\mu_\infty = 1.63 \cdot 10^{-5}$ Па·с и удельная теплоемкость $c_{p\infty} = 1003$ Дж/(кг·К). Числа Рейнольдса, вычисленные по длине пластины L_k и радиусу закругления r , равны соответственно: $Re_{L_k} = \rho_\infty u_\infty L_k / \mu_\infty = 8207$ и $Re_{r_\infty} = \rho_\infty u_\infty r / \mu_\infty = 312$. Основной параметр взаимодействия $\chi_{L_k\infty} = \sqrt{C_\infty} \cdot M_\infty^3 / \sqrt{Re_{L_k\infty}} = 5.9$, в котором полагается, что коэффициент $C_\infty = 1$ [1]. Заметим, что для заданных параметров условия применимости уравнений Прандтля $M_\infty^2 / Re_{x\infty} < 0.01$, не выполняются на передней поверхности пластины при значениях продольной координаты $0 \leq x/L_k \leq 0.79$.

Численные расчеты проводились с использованием двумерных стационарных уравнений Навье–Стокса. Учитывая, что число Рейнольдса, вычисленное по толщине передней кромки $Re_{r_\infty} = 312$, то в рассматриваемом случае нельзя считать такую кромку “острой”, так как согласно [1] для нее должно выполняться условие $Re_{d_\infty} < 100$. Следовательно, передняя кромка может оказывать существенное влияние на распределение давления вдоль поверхности пластины. Расстояние, на котором давление на плоском затупленном тонком теле в течении невязкого газа сравнивается с индуцированным давлением на плоской пластине при течении вязкого газа на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия, можно оценить из соотношения $l_{eq} \approx r (Re_{r_\infty} / (M_\infty^2 \cdot C_\infty))^3 = 432$ мм [1], что в 4 раза превышает расстояние до начала установки клина $L_k = 105$ мм. Следовательно, в рассматриваемом случае можно ожидать, что затупление передней кромки будет сильно влиять на развитие вязкого взаимодействия и интенсивность распространения возмущений давления против потока. Для проведения численных расчетов использовались сетки, содержащие примерно 600–650 тысяч ячеек в зависимости от угла наклона клина. Длина расчетной области в 2.6 раза больше общей длины пластины $L = 133$ мм, а поперечный размер примерно в 1.7 раза превышает толщину возмущенной области течения (от поверхности пластины до головного скачка). Расчет ламинарного стационарного течения совершенного воздуха выполнен пакетом ANSYS Fluent (лицензия № 501024) с помощью Density-based solver, со вторым порядком аппроксимации по пространству. На входной поверхности расчетной области задавались параметры для невозмущенного потока. На поверхности пластины и клина — условие прилипания и постоянная температура. На выходной границе расчетной области, в следе за пластиной на расстоянии $1.6 \cdot L$, задавались мягкие условия.

Ниже результаты расчетов приведены только до $x = L_k$, т. е. до места установки клина. Особенности течения в окрестности затупления пластины и клина в данной работе не обсуждаются, т. к. основное внимание в ней уделено вопросам распространения возмущений давления на горизонтальной части пластины.

2. ОБТЕКАНИЕ ПЛАСТИНЫ БЕЗ КЛИНА

В данном разделе приведены результаты расчета “невозмущенного” обтекания верхней поверхности затупленной пластины для трех значений ее температуры: $T_w = 350$ К, 700 К и 1400 К. Под “невозмущенным” течением подразумевается обтекание пластины при отсутствии клина ($\alpha_k = 0^\circ$).

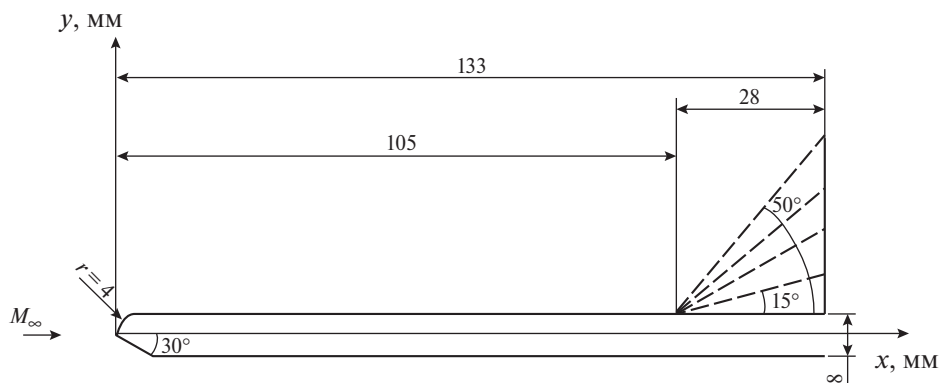


Рис. 1. Система координат, схема и размеры модели.

Распределения безразмерного индуцированного давления на поверхности пластины $p_w^*(x^*) = p_w(x^*)/p_\infty$, где $x^* = x/L_k$ — безразмерная продольная координата, вдоль ее горизонтальной части от $x^* = 0.04$ до $x^* = 1$ при $T_w = 350$ К, 700 К и 1400 К (кривые 1–3) приведены на рис. 2. Увеличение температуры пластины в четыре раза приводит к возрастанию давления на поверхности на 18–21%. Заметим, что в случае, если тело в потоке будет нагреваться в рассмотренном диапазоне температур, то можно ожидать, что и сила сопротивления, обусловленная давлением, так же увеличится. Вдоль пластины на рассматриваемой части поверхности давление при фиксированной температуре монотонно уменьшается в 4 раза. Чтобы лучше оценить характер этого уменьшения, представим функцию безразмерного давления в виде $p_w^*(x^*) = (x^*)^{-n} p_w^*(x^* = 1)$, где переменный показатель степени n определяется выражением $n(x^*) = \ln[p_w(x^* = 1)/p_w(x^*)] / \ln(x^*)$. Полученные зависимости $n(x^*)$ от продольной координаты для $T_w = 350$ К, 700 К и 1400 К (кривые 4–6) приведены на рис. 2. Увеличение температуры поверхности пластины в 2 раза приводит к уменьшению показателя степени $n(x^*)$ примерно на 4%. Отметим, что при значениях продольной координаты $x^* = 0.052$ показатели степени достигают минимальных значений и, соответственно, равны $n(x^* = 0.052) = 0.562, 0.556, 0.543$ (кривые 4–6). Далее, вдоль пластины до координаты $x^* = 0.8$ они монотонно возрастают, где принимают значения $n(x^* = 0.8) = 0.683, 0.657, 0.627$, а затем остаются практически постоянными до $x^* = 1.0$. Учитывая, что даже минимальные значения $n(x^* = 0.052) > 1/2$, характер уменьшения давления вдоль пластины нигде не приближается к значению $n = 1/2$, который является характерным для изменения индуцированного давления на заостренной пластине для предельного режима сильного вязко-невязкого взаимодействия (автомодельное решение при $\chi_{L\infty} \rightarrow \infty$ [3, 4]. Следует отметить, что для продольной координаты $x^* > 0.6$, полученные величины показателя степени $n(0.6 \leq x^* \leq 1.0)$ близки к $n = 2/3 \approx 0.667$, а эта величина является показателем степени для распределения давления на затупленном тонком теле при невязком обтекании [1, 14, 15]. Следовательно, в рассматриваемом случае примерно на 40% длины затупленной пластины давление изменяется по закону близкому к $(x^*)^{-2/3}$, а не $(x^*)^{-1/2}$ — как для заостренной пластины. Таким образом, можно утверждать, что для заданных параметров течения решение краевой задачи в рамках уравнений Навье–Стокса существенно отличается от автомодельного решения [3, 4].

Численные расчеты также показали, что форму границы головного скачка уплотнения для значений продольной координаты $0.5 < x^* \leq 1.0$ можно аппроксимировать степенной функцией с показателем степени $n = 0.667$, что близко к $2/3$, которые соответствуют границе скачка при обтекании затупленного тонкого тела идеальным газом [1, 14, 15]. Следовательно, в рассматриваемом случае на 50% длины затупленной пластины скачок изменяется по закону $(x^*)^{2/3}$, а не $(x^*)^{3/4}$ — как для заостренной пластины. Анализ формы профиля продольной компоненты скорости $u(y_w)/u_\infty$, где $y_w = (y - r)/L_k$ безразмерное расстояние от верхней горизонтальной поверхности пластины, показал, что на передней части пластины при $x^* \approx 0.1$ практически вся возмущенная область течения является вязкой. Невязкая часть, расположенная около головного скачка, т. е. «невязкий» ударный слой очень тонкий и занимает не более 10%. При значениях координаты $x^* \approx 0.25$ область ударного слоя расширяется и составляет уже $\sim 18\%$ расстояния от поверхности пластины до головного скачка. Ниже по течению область «невязкого» ударного слоя увеличивается и при $x^* \approx 1.0$ достигает $\sim 40\%$, что в полтора раза меньше, чем толщина пограничного слоя. Важно отметить, что для заданных определяющих параметров вязкий слой занимает большую часть возмущенной области

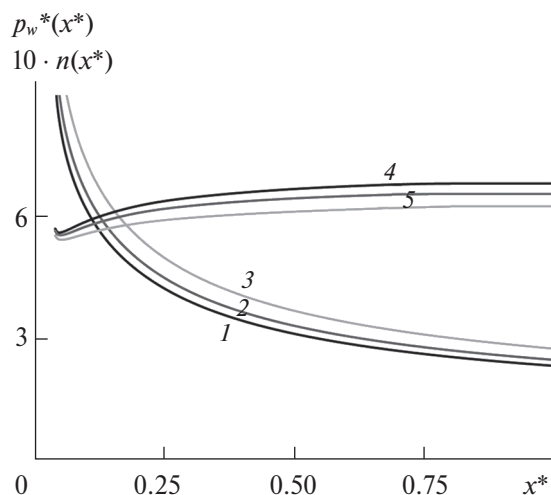


Рис. 2. Зависимости распределения давления $p_w^*(x^*)$ (1–3) и показателя степени $n(x^*)$ (4–6) вдоль поверхности пластины при значениях температуры $T_w = 350$ К, 700 К, 1400 К.

течения. Анализируя форму профиля безразмерной температуры $T(y_w)/T_\infty$ в сечении $x^* \approx 0.1$ можно также сделать вывод, что здесь еще нет четкого разделения между “невязким” ударным и пограничным слоем. Максимальная температура в этом сечении достигает значений почти 1480 К, 1510 К и 1640 К соответственно для $T_w = 350$ К, 700 К и 1400 К. Вниз по течению максимальная температура в возмущенной области течения уменьшается. Заметим, что температура в “невязком” ударном слое, при значении координаты $x^* \approx 0.5$, достигает почти 570 К, 580 К и 600 К что, примерно, в 2.2–2.3 раза превосходит температуру набегающего потока. Профили безразмерной плотности газа $\rho(y_w)/\rho_\infty$ показывают, что около поверхности пластины, наблюдается пониженная плотность газа, что связано с повышением температуры газа в этой области течения. Для координаты $x^* = 0.5$ в нижней части пограничного слоя минимальная плотность в 1.45, 1.47 и 1.69 раза меньше ($T_w = 350$ К, 700 К и 1400 К), чем в набегающем потоке. Заметим, что в ударном слое плотность растет почти по линейному закону и примерно в 4–6 раз превышает минимальные значения плотности газа в нижней части пограничного слоя.

Профили безразмерного индуцированного давления $p^* = p(y_w)/p_\infty$ в сечениях $x^* = 0.25, 0.5$ и 0.75 при температуре поверхности пластины $T_w = 350$ К (кривые 1–3) и $T_w = 1400$ К (кривые 4–6) приведены на рис. 3. Как уже отмечалось выше, увеличение температуры поверхности пластины в 4 раза приводит к увеличению давления на поверхности пластины $p^*(y_w = 0)$ примерно на 18–21%, однако при этом за ударной волной давление увеличивается значительно меньше — только на 6–9%, т. е. в два–три раза меньше. При этом граница возмущенной области отодвигается от поверхности на 4–5%. При анализе представленных результатов численных расчетов давления в поле течения необходимо иметь в виду, что в классической теории пограничного слоя Прандтля градиент давления по нормали к поверхности пластины в рассматриваемых переменных $\partial p^*/\partial y_w$ должен быть достаточно малой величиной. Если в сечении $x^* = 0.75$ (кривые 3–6) еще можно считать, что это условие выполняется примерно в половине возмущенной области течения, то при $x^* = 0.5$ (кривые 2–5) это условие явно начинает нарушаться. При значениях $x^* = 0.25$ (кривые 1–4) градиент давления $\partial p^*/\partial y_w$ во всей вязкой области возмущенного течения является не малым. Следовательно, из приведенных распределений индуцированного давления, можно сделать вывод, что в окрестности передней части пластины для $x^* \leq 0.5$ для заданных определяющих параметров теория пограничного слоя Прандтля не совсем корректна.

3. ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ НА ИХ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРОТИВ ПОТОКА

Далее рассматривается обтекание затупленной пластины с установленными клиньями длиной 28 мм. Клин устанавливался на пластине на расстоянии $x = L_k$ от ее передней кромки. Общая длина пластины L_k и клина равна $L = 133$ мм. Углы наклона клиньев $\alpha_k = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$. В данном разделе исследуется распространение возмущений индуцированного давления против потока, которое создается установленным на пластине клином.

Зависимости распределения безразмерного давления $p_w^*(x^*) = p_w(x^*)/p_\infty$ на поверхности пластины $0.04 < x^* \leq 1$ при $\alpha_k = 0^\circ, 30^\circ, 50^\circ$ для значений температуры поверхности $T_w = 350$ К, (кривые 1–3) и 1400 К (кривые 4–6) приведены на рис. 4. Увеличение угла наклона клина приводит к образованию отрыва и существенному увеличению области распространения возмущений против потока при $\alpha_k = 30^\circ$ (кривые 2, 5), при $\alpha_k = 50^\circ$ (кривые 3, 6). При $\alpha_k = 50^\circ$ (кривые 3, 6) образуются обширные зоны “плато”

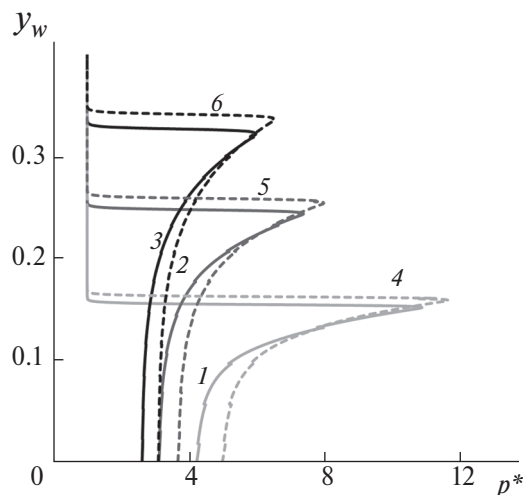


Рис. 3. Профили давления p^* в сечениях $x^* = 0.25, 0.5, 0.75$ при значениях температуры $T_w = 350$ К (1–3), $T_w = 1400$ К (4–6).

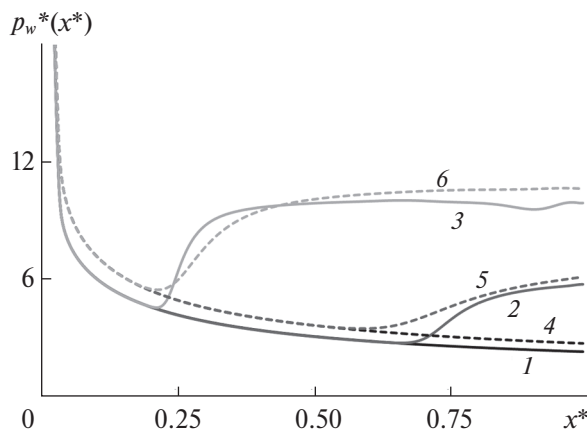


Рис. 4. Распределения безразмерного давления $p_w^*(x^*)$ на поверхности пластины при $\alpha_k = 0^\circ, 30^\circ, 50^\circ$ для значений температуры $T_w = 350$ К (1–3), $T_w = 1400$ К (4–6).

давления, что может приводить к значительному увеличению сопротивления. Увеличение температуры пластины от значения $T_w = 350$ К до 1400 К незначительно увеличивает давление на поверхности в области “плато” давления. Однако, важно отметить, что увеличение температуры поверхности пластины приводит к тому, что возмущение давления, т. е. отход от “невозмущенного” течения (кривые 1, 4), становится более плавным: при $T_w = 350$ К (кривые 2, 3) и 1400 К (кривые 5, 6). Фактически это означает, что интенсивность распространения возмущений давления против потока усиливается с увеличением температуры поверхности. Как будет показано ниже, это приводит к существенному уменьшению показателя степени (эквивалента собственного числа). Характер этого изменения может оказать влияние на аэродинамический момент m_z . На рис. 5 приведены зависимости безразмерных координат границы головного скачка $\Delta_{ck}(x^*) = (y_{ck}(x^*) - r)/L_k$ при $T_w = 350$ К (кривая 1) и при 1400 К (кривая 4). Увеличение температуры поверхности в 4 раза приводит к незначительному увеличению поперечного размера возмущенной области течения, примерно на 4.5%. При фиксированной температуре поверхности, граница головного скачка уплотнения практически не зависит от угла α_k , за исключением области $x^* > 0.95$, где отмечаются небольшие отклонения вниз, менее чем на 3%. На рис. 5 приведены также координаты линий тока $\Delta_{M=1}(x^*) = y_w(x^*, M = 1)$ для $\alpha_k = 30^\circ, 50^\circ$ при $T_w = 350$ К (кривые 2–3) и при 1400 К (кривые 5–6), представляющих собой верхнюю границу дозвуковой области течения около поверхности пластины. При увеличении угла наклона клина поперечные размеры дозвуковой области существенно увеличиваются. Если при $\alpha_k = 0^\circ$ толщина дозвуковой области в окрестности координаты $x^* = 1$ составляет примерно 3.5% при $T_w = 350$ К и 8% при $T_w = 1400$ К от всей возмущенной области течения, то при $\alpha_k = 30^\circ$ (кривые 2, 5) — 19.5% при $T_w = 350$ К и 24% при $T_w = 1400$ К, а для $\alpha_k = 50^\circ$ (кривые 3, 6) — 50% при $T_w = 350$ К и 54% при $T_w = 1400$ К. Заметим, что увеличение температуры пластины в 4 раза оказывает заметное влияние на толщину дозвуковой области течения и отодвигает линию тока, на которой $M = 1$, примерно на 4% вверх от поверхности пластины.

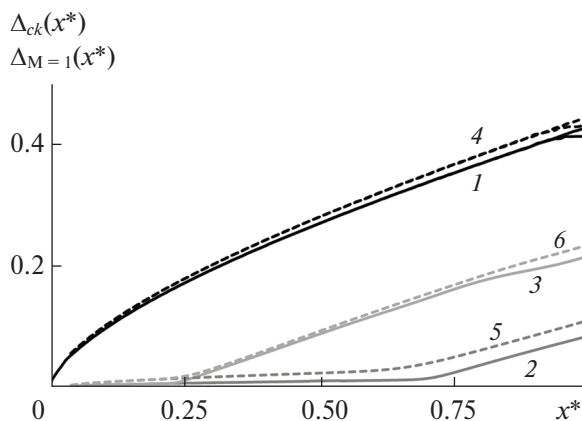


Рис. 5. Зависимости безразмерных координат границы скачка $\Delta_{ck}(x^*)$ при $\alpha_k = 30^\circ, 50^\circ$ для значений температуры $T_w = 350$ К (1), $T_w = 1400$ К (4) и линии тока $\Delta_{M=1}(x^*)$ при $\alpha_k = 30^\circ, 50^\circ$ для $T_w = 350$ К (2, 3), $T_w = 1400$ К (5, 6) вдоль пластины.

Зависимости коэффициента напряжения трения в продольном направлении $c_u = 2\mu_w/(\rho_\infty u_\infty^2) \times (\partial u/\partial y_w)_w$ и числа Стантона $St = \lambda_w/(\rho_\infty u_\infty c_p (T_w - T_\infty)) \cdot (\partial T/\partial y_w)_w$ при углах клина $\alpha_k = 0^\circ, 30^\circ, 50^\circ$ для $T_w = 350$ К (кривые 1–3) и $T_w = 1400$ К (кривые 4–6) вдоль пластины для $0.04 \leq x^* \leq 1$ приведены на рис. 6а,б. При отсутствии клина ($\alpha_k = 0^\circ$) изменение температуры от $T_w = 350$ К (кривая 1) до $T_w = 1400$ К (кривая 4) приводит к увеличению коэффициента трения c_u на 14–21% (рис. 6а) и уменьшению числа Стантона St почти в 20 раз (рис. 6б). Увеличение коэффициента c_u , связанное с нагревом поверхности, может так же приводить к увеличению сопротивления тела. При увеличении угла клина α_k , как уже отмечалось выше, образуются отрывные области. При увеличении температуры пластины T_w в 4-раза координата точки отрыва $x^* \approx 0.78$ для $\alpha_k = 30^\circ$ практически не изменяется (кривые 2, 5), а для клина с углом $\alpha_k = 50^\circ$ она смещается от $x^* = 0.268$ до $x^* = 0.304$ (кривые 3, 6), а, следовательно, в этом случае продольный размер отрывной области немного уменьшается на $\Delta x^* = 0.036$. В табл. 1 приведены значения координат точек отрыва, в которых коэффициент напряжения трения впервые обращается в ноль ($c_u = 0$), для рассмотренного диапазона температуры поверхности пластины и углов клина.

Заметим также, что при $\alpha_k = 50^\circ$ и $T_w = 350$ К в области $0.695 \leq x^* \leq 0.829$ значения коэффициента напряжения трения на пластине $c_u > 0$ и здесь образуется поверхностный вторичный вихрь. Существенно не монотонный характер изменения коэффициента c_u в отрывной зоне при $\alpha_k = 50^\circ$ и $T_w = 350$ К (кривая 3, рис. 6а) приводит к немонотонному изменению числа Стантона (кривая 3, рис. 6б).

Как отмечалось во введении, на режиме сильного взаимодействия для значения основного параметра взаимодействия $\chi_{L\infty} \rightarrow \infty$, интенсивность распространения возмущений давления против потока в переменных, учитывающих особенности поведения функций течения в окрестности острой передней кромки, определяется величиной собственного числа α [6–8]. При числе Прандтля $Pr = 1$, отношении удельных теплоемкостей $\gamma = 1.4$ и значении температурного фактора $T_w/T_0 = 1$ собственное число равно $\alpha \approx 23.4$ [7]. В случае, когда основной параметр взаимодействия $\chi_{L\infty} \rightarrow \infty$, краевая задача сводится к автомодельной [6–8] и интенсивность распространения возмущений против потока определялась, как отход от автомодельного решения. В рассматриваемом случае автомодельных решений не существует и интенсивность распространения возмущений определяется, как отход от “невозмущенного” течения. В этом случае возникает вопрос о задании координаты на поверхности пластины, в которой возмущения, вызванные установкой клина с заданным углом α_k , можно считать малыми. В рассматриваемых случаях, в качестве такой координаты выбирается безразмерная координата x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$), в которой возмущения давления, вызванные установкой клина α_k , приводят к отклонению от “невозмущенного” давления на величину $\Delta p_w^* = 10^2 [p_w^*(x^*, \alpha_k) - p_w^*(x^*, \alpha_k = 0)] / p_w^*(x^*, \alpha_k = 0) = 0.1\%$. В табл. 2 приведены значения координат

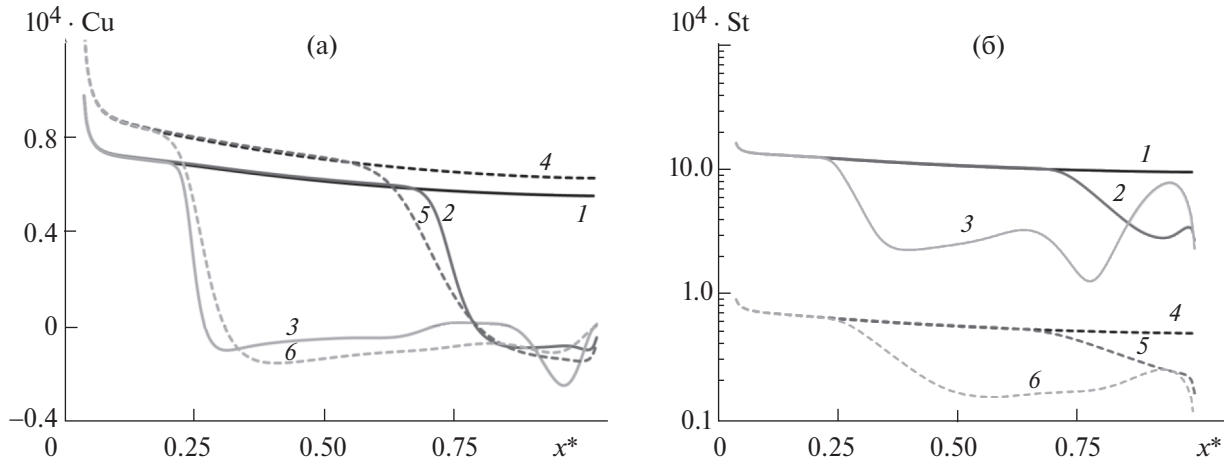


Рис. 6. Зависимости коэффициента напряжения трения в продольном направлении c_u (а) и числа Стантона St (б) при углах клина $\alpha_k = 0^\circ, 30^\circ, 50^\circ$ для $T_w = 350$ К (кривые 1–3) и $T_w = 1400$ К (кривые 4–6) вдоль пластины.

Таблица 1. Значения координат точек отрыва, в которых коэффициент напряжения трения впервые обращается в ноль, для рассмотренного диапазона температуры поверхности пластины и углов клина

α_k T_w	15°	30°	40°	50°
350 К	1.0	0.773	0.524	0.268
700 К	1.0	0.780	0.531	0.286
1400 К	1.0	0.780	0.552	0.304

Таблица 2.

$T_w \backslash \alpha_k$	15°	30°	40°	50°
350 К	0.843	0.631	0.413	0.195
700 К	0.773	0.566	0.380	0.185
1400 К	0.674	0.482	0.323	0.164

x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$) точек, в которых выполняется условие $\Delta p_w^* = 0.1\%$, для рассмотренного диапазона температуры поверхности пластины и углов клина.

Координаты x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$) для значений температуры $T_w = 350$ К (кривая 4), $T_w = 700$ К (кривая 5), $T_w = 1400$ К (кривая 6) от величины угла клина α_k представлены на рис. 7. При увеличении температуры T_w в 4 раза значения координат x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$) уменьшаются примерно на 20–30%. Заметим, что при увеличении угла наклона клина α_k от 15° до 50° разность между координатами x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$) и точки отрыва уменьшается примерно в 2.3 раза.

Используя вычисленные значения возмущенного безразмерного давления $p_w^*(x^*)$ при углах клина $\alpha_k = 15^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ и 50° для $T_w = 350$ К, 700 К, 1400 К (часть из них приведена на рис. 4 (кривые 2, 3, 5, 6)) и предполагая, что на поверхности пластины в диапазоне от значения координаты x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$) (табл. 2) до точки отрыва (табл. 1), данные возмущения могут быть приближенно аппроксимированы функциями

$$\tilde{p}_w(\alpha_k, x/L_k) = p_w(0, x/L_k) \cdot \left[1 + \left((p_w(\alpha_k, x/L_k) - p_w(0, x/L_k)) / p_w(0, x/L_k) \right)^{\beta(\alpha_k)} \right],$$

были вычислены соответствующие показатели степени $\beta(\alpha_k)$ при различных возмущениях давления, создаваемых клиньями с углами α_k . Фактически величины $\beta(\alpha_k)$ можно рассматривать, как некоторый эквивалент собственным числам, которые были получены в [6–8].

Зависимости показателя степени $\beta(\alpha_k)$ от величины угла клина для $T_w = 350$ К (кривая 1), 700 К (кривая 2), 1400 К (кривая 3) приведены на рис. 7. В рассмотренных определяющих параметрах вычисленные показатели степени при угле клина $\alpha_k = 15^\circ$ принимают максимальные значения и равны $\beta(\alpha_k) = 45, 29, 18$ соответственно для $T_w = 350$ К, 700 К и 1400 К. При увеличении угла клина показатели степени монотонно уменьшаются и при $\alpha_k = 50^\circ$ принимают значения $\beta(\alpha_k) = 31, 20, 13$. Таким образом увеличение температуры в 4 раза приводит к уменьшению показателей степени примерно в 2.5 раза, а, следовательно, интенсивность распространения возмущений против потока усиливается. Это хорошо видно из сравнения поведения кривых 2, 5 и 3, 6 на рис. 4. Кривые 5 и 6, соответствующие температуре $T_w = 1400$ К, отходят от “невозмущенного” распределения давления (кривая 4) более плавно, чем кривые 2 и 3, соответствующие температуре $T_w = 350$ К, отходят от “невозмущенного” распределения давления (кривая 1).

Чтобы сравнить эти показатели степени с собственными числами, полученными при обтекании острой пластины [6–8], следует иметь ввиду, что при $T_w = 350$ К температурный фактор равен $T_w/T_0 \approx 0.097$, тогда учитывая оценку $\alpha \approx 0.0897(T_w/T_0)^{-6}$ [4] для собственных чисел в случае заостренной пластины при $T_w/T_0 \approx 0.097$ получаем $\alpha \approx 10^5$. Следовательно, для затупленной пластины при данном температурном факторе собственные числа на три порядка меньше, чем для острой пластины. В случае обтекания острой пластины при $T_w = 1400$ К температурный фактор равен $T_w/T_0 \approx 0.387$, а собственное число ≈ 150 [16].

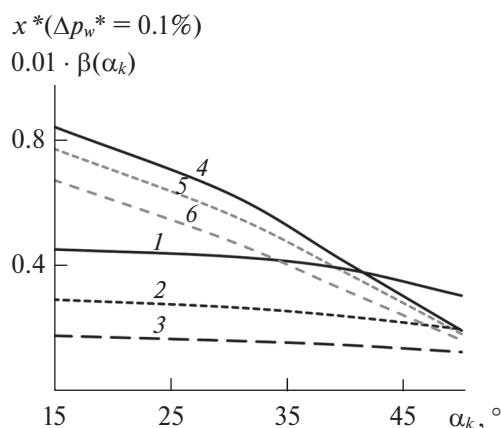


Рис. 7. Зависимости показателя степени $\beta(\alpha_k)$ (1–3) и безразмерной координаты x^* ($\Delta p_w^* = 0.1\%$) (4–6) для значений температуры $T_w = 350$ К (1, 4), $T_w = 700$ К (2, 5), $T_w = 1400$ К (3, 6) от величины угла клина α_k .

В этом случае для затупленной пластины показатели степени только в 8–12 раз меньше, чем на острой пластине.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено сверхзвуковое течение вязкого газа около верхней поверхности затупленной пластины конечной длины с учетом вязко-невязкого взаимодействия ($\chi_{L_k\infty} = \sqrt{C_\infty} \cdot M_\infty^3 / \sqrt{\text{Re}_{L_k\infty}} = 5.9$). Представлены результаты параметрических расчетов влияния температуры поверхности пластины и возмущений давления, создаваемых клином, установленным на пластине, на локальные аэротермодинамические характеристики и распространение возмущений против потока в рамках решения двумерной стационарной задачи с использованием уравнений Навье–Стокса. Установлено, что на передней части пластины ($x^* = x/L_k \leq 0.5$) могут нарушаться условия применимости уравнений пограничного слоя ($M_\infty^2/\text{Re}_{x\infty} < 0.01$). При обтекании пластины без клина, граница головного скачка и давление на поверхности затупленной пластины нигде не приближаются к их значениям в предельном случае ($\chi_{x\infty} = \sqrt{C_\infty} M_\infty^3 / \sqrt{\text{Re}_{x\infty}} \rightarrow \infty$) асимптотического решения для заостренной пластины. Интенсивность распространения возмущений против потока зависит от величины возмущения давления, создаваемого клином и от температуры поверхности пластины. При увеличении температуры поверхности от $T_w = 350$ К до 1400 К показатель степени $\beta(\alpha_k)$ уменьшается в 2.5 раза. В рассмотренном диапазоне определяющих параметров интенсивность распространения возмущений при обтекании затупленной пластины существенно выше, чем при обтекании заостренной пластины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hayes W.D., Probstein R.F.* Hypersonic flow theory. N.Y.; L.: Acad. Press, 1959. 464 p. (*Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф.* Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 607 с.)
2. *Chapman D.R., Rubesin M.W.* Temperature and velocity profiles in the compressible laminar boundary layer with arbitrary distribution of surface temperature // J. Aeronaut. Sci. 1949. No. 16. P. 547–565.
3. *Lees L.* On the boundary-layer equations in hypersonic flow and their approximate solutions // J. Aeronaut. Sci. 1953. No. 20 (20). P. 143–145.
4. *Stewartson K.* On the motion of a flat plate at high speed in a viscous compressible fluid. II Steady motion // J. Aeronaut. Sci. 1955. No. 22 (5). P. 303–309.
5. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
6. *Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И.* Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Физматлит, 2003. 456 с.
7. *Нейланд В.Я.* Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 4. С. 40–49.
8. *Brown S.N., Stewartson K.* A non-uniqueness of the hypersonic boundary layer // Q. J. Mech. Appl. Math. 1975. V. XXVIII. Pt. 1. P. 75–90.
9. *Werle M.J., Dwyer D.L., Hankey W.L.* Initial conditions for the hypersonic-shock/boundary-layer interaction problem // AIAA J. 1973. V. 11. No. 4. P. 525–530.
10. *Дудин Г.Н., Ледовский А.В., Пименова Т.А.* Распространение возмущений при обтекании теплоизолированной пластины в режиме вязко-невязкого взаимодействия // Ученые записки ЦАГИ. 2023. Т. LIV. № 4. С. 3–14.
11. *Lees L., Kubota T.* Inviscid hypersonic flow over blunt-nosed slender bodies // J. Aeronaut. Sci. 1957. No. 24. P. 195–202.
12. *Лунев В.В.* Течение реальных газов с большими скоростями. М.: Физматлит, 2007. 760 с.
13. *Батура Н.И., Дудин Г.Н.* Аэродинамический нагрев затупленной пластины на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия // ДАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 507. С. 48–51.
14. *Creager M.O.* Effects of leading-edge blunting on the local heat transfer and pressure distributions over flat plates in supersonic flow // 1957. NASA TN. No. 4142. P. 1–54.
15. *Черный Г.Г.* Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматлит, 1959. 220 с.
16. *Балашов А.А., Дудин Г.Н.* Исследование обтекания пластины в режиме сильного взаимодействия // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 3. С. 63–70.

Temperature Factor Effect on the Disturbance Propagation in the Flow past a Blunt Plate in the Interaction Regime

© 2025 Yu. N. Galanskaya*, G. N. Dudin**, and A. Ya. Chudakov***

Zhukovski Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), Moscow Region, 140180 Russia

*e-mail: galanskaya@yandex.ru

**e-mail: gndudin@yandex.ru

***e-mail: cairen@mail.ru

Supersonic viscous gas flow past the upper surface of a blunt finite-length plate is considered in the interaction regime. The temperature factor effect on the pressure disturbances initiated by mounting a wedge at the plate end, the aerothermodynamic flow characteristics, and the disturbance propagation upstream are investigated. Numerical calculations are carried out within the framework of the solution of the stationary two-dimensional Navier–Stokes equations.

Keywords: supersonic flow, viscosity, blunt plate, temperature factor, interaction, pressure disturbances