

МЕМБРАННЫЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ MDS-АКТЮАТОР С ПЛОСКОЙ ДВОЙНОЙ СПИРАЛЬЮ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЭЛЕКТРОДОВ

© 2024 г. А. А. Паньков^а, *

^а*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия*

**e-mail: a_a_pankov@mail.ru*

Поступила в редакцию 20.06.2023 г.

После доработки 27.07.2023 г.

Принята к публикации 31.07.2023 г.

Представлена принципиальная схема и математическая модель функционирования нового пьезоэлектрического мембранного (MDS) актюатора с двойными спиральями (DS) электродов на верхней и/или нижней поверхностях тонкого пьезоэлектрического слоя с осесимметричной и периодической (с малым периодом) по радиальной координате взаимообратной электрической поляризации. Поляризация слоя осуществлена в результате подключения поляризующего значения электрического напряжения к выходам двойных спиралей электродов. Электроды каждой (верхней и нижней) двойной спирали MDS-актюатора выполнены в виде электродированных ленточных покрытий на поверхностях пьезоэлектрического слоя в непосредственной близости друг от друга (что обусловлено малым шагом спирали) для создания высоких значений напряженности электрического поля вдоль силовых линий в локальных областях пьезоэлектрического слоя между ними при подключении к электродам переменного или постоянного управляющего электрического напряжения, в частности с положительным и отрицательным значениями электрических потенциалов. Важным является то, что силовые линии электрического поля и, как следствие, поляризация пьезоэлектрического слоя MDS-актюатора ориентированы в основном вдоль (т.е. по направлению или против) радиальной координаты мембраны, в отличие от многих традиционных схем актюаторов. Результаты численного моделирования для круглой упругой мембраны с установленными на ее верхней и нижней поверхностях пьезоэлектрическими актюаторами подтвердили эффективность предложенного пьезоэлектрического MDS-актюатора при его функционировании по схеме “биморф”, в том числе с использованием предложенного нового конструктивного элемента (секции) – пьезоэлектрического MDS-“кольца поджатия” при различных геометрических и управляющих параметрах. Выявлен эффект значительного увеличения прогиба мембраны с установленными пьезоэлектрическими MDS-актюаторами по сравнению с использованием традиционных однородных пластинчатых пьезоэлектрических актюаторов биморфного типа для различных условий закрепления мембраны, в частности неподвижного (жесткого) закрепления ее центра. Для гибридного пьезоэлектрического MDS-актюатора, включающего в

себя независимые концентрические круговую и кольцевую (т.е. “кольцо поджатия”) секции, выявлен немонотонный характер и осуществлен численный анализ нелинейной зависимости наибольшего прогиба в центре шарнирно-неподвижно закрепленной по краю мембраны от отношения радиусов ее круговой и кольцевой MDS-секций. Выявлены случаи, при которых проявляется эффект “кольца поджатия”, т.е. когда максимальный прогиб мембраны с “кольцом поджатия” превышает наилучшее возможное значение прогиба этой мембраны без его использования по традиционной схеме “биморф”. Новый пьезоэлектрический MDS-актюатор может быть использован в микромеханике, управляемой оптике, сенсорной технике, акустике, в частности при изготовлении пьезоэлектрических акустических или сенсорных элементов мембранного типа, электромеханических преобразователей для сбора вибрационной энергии.

Ключевые слова: пьезоэлектрический MDS-актюатор, двойная спираль электродов, биморф, изгиб мембраны, начальная нагрузка, кольцо поджатия, численное моделирование

DOI: 10.31857/S1026351924020056, EDN: uwiako

1. Введение. Пьезоактивные композиты с пьезоэлектрическими и/или магнитострикционными элементами структуры используются в современных “интеллектуальных” конструкциях в качестве функциональных элементов: преобразователей, датчиков, актюаторов [1–5], функционирующих на основе эффектов связанностей деформационного, электрического и/или магнитного полей. Пьезоэлектрические датчики работают в режиме генератора на основе прямого пьезоэффекта с преобразованием внешнего динамического усилия в деформирование пьезоэлемента и далее в электрические сигналы напряжения или заряда на электродах с их последующей регистрацией и обработкой приемным устройством. Пьезоэлектрические актюаторы основаны на обратном пьезоэффекте – преобразовании электрических сигналов от внешнего источника питания в перемещения (деформации) и/или механические усилия исполнительных элементов. Недостатком традиционных пьезоэлектрических актюаторов является малая эффективность – отношение величины (амплитуды) осевых перемещений рабочих участков поверхности пьезоэлектрического актюатора к значениям приложенного управляющего напряжения вследствие малости деформационных пьезомодулей материала (керамики) пьезоэлектрического слоя.

Гибкие биморфные пьезоэлектрические слоистые структуры (биморфы) консольного или мембранного типов состоят из двух или более однородных пьезоэлектрических слоев (пластин, пленок) равной толщины с одинаковой или противоположенной поляризацией, внутренних (межслойных) и наружных электродов [6–13]. Гибкие биморфы используются в качестве генераторов электрической энергии [9, 14–18], датчиков [8, 19, 20] и “актюаторов” – пьезоэлектрических преобразователей электрических сигналов от источника питания в движение (микроремещение), манипулирования или сборки микромасштабных объектов [7, 8, 10, 13, 21–29], в частности пьезоэлектрических шаговых

двигателей [22], микрозахватов [24], элементов управления геометрией отражающих [13] или аэродинамических [27, 29] поверхностей в современных мик-роэлектромеханических системах (МЭМС), системах автоматического управления радиотехники, электроники, оптики, аэрокосмической и медицинской техники. Гибкий биморфный пьезокантилевер [7, 23] работает как исполнительный механизм (актюатор) и одновременно как датчик самоконтроля – мониторинга информации о текущем значении действующей на кантилевер внешней силы и/или смещения (прогиба). Многослойные гибкие биморфы [13] используются для повышения чувствительности – отношения величины изгибных деформаций биморфа к приложенному на электроды управляющему электрическому напряжению, в частности, когда отражающая поверхность деформируемого зеркала расположена на внешней стороне одного из слоев биморфа [13]. Пьезоактюатор с управляемой жесткостью на изгиб [30] представляет собой многослойный пакет из элементарных биморфных слоев с управляемой механической связанностью между смежными слоями. Широкое применение в различных областях науки, и в частности аэрокосмической техники, находят современные MFC-актюаторы [31], которые состоят из композитного пьезоэлектрического слоя в виде близко уложенных в один ряд однонаправленных пьезокерамических (PZT-5A) стержней – волокон с прямоугольным поперечным сечением в полимерном (эпоксидном) связующем, на верхней и нижней поверхности пьезоэлектрического слоя установлены пленочные “встречно-гребенчатые” взаимодействующие электроды (IDE), расстояния между соседними разнонаправленными прямолинейными узкими тонкими полосками электродов 0,5 мм, при этом полная толщина такого пленочного MFC-актюатора 0.3 мм [32–35]. Дополнительное улучшение рабочих характеристик MFC-актюатора возможно посредством использования монокристаллических пьезоэлектрических волокон [33] вместо традиционно используемых поликристаллических пьезоэлектрических волокон в композитном пьезоактивном слое актюатора. Необходимость использования сегментированных электродов для электромеханических преобразователей (актюаторов) сбора вибрационной энергии деформирования зажатой с обоих торцов балки исследована в [36], что обусловлено наличием узловых “точек перегиба” – точек смены знака кривизны изогнутой оси балки при таком виде закрепления.

Эффект увеличения пьезоэлектрических модулей предварительно напряженных пластинчатых пьезоэлектрических элементов исследован ранее в [29, 37, 38]. Повышение пьезочувствительности биморфа в составе конструкции, когда биморф закрепляют на поверхности гибкой подложки, например обшивке аэродинамического профиля лопасти [29], осуществляется посредством начального сжатия гибкой подложки. В [39] предложено уникальное устройство эллиптического, в частности, кругового пьезоэлектрического гибридного биморфно-мембранного (GBM) актюатора изгибного типа, которое включает в себя две пьезоэлектрические секции – центральную круговую биморфную “секцию инициации” изгиба и кольцевую “секцию поджатия” с общим внутренним круговым электродом и различными для каждой секции внешними двухсторонними управляющими электродами. Пьезоэлектрическая секция поджатия имеет ленточный кольцевой вид и расположена вдоль круговой

границы мембраны (общего для обеих секций внутреннего кругового электрода на срединной поверхности), неподвижно закрепленной (шарнирно или жестко) по своему периметру. В целом пьезоэлектрический GBM-актюатор имеет вид тонкого гибкого пакета из двух круговых пьезоэлектрических слоев (пластин) с разделяющим их внутренним круговым электродом – упругой электропроводной подложкой в виде мембраны, неподвижно (шарнирно или жестко) закрепленной по своему краю, при этом на нижней и верхней поверхностях этого пакета слоев попарно (друг напротив друга) установлены концентрические круговые и кольцевые управляющие электроды – электродированные покрытия каждой, т.е. круговой и кольцевой секций. Поляризация, в общем различная для обеих секций пьезоэлектрических слоев, осуществляется посредством приложения поляризующего электрического напряжения к внешним электродам каждой из секций и общему внутреннему электроду гибридного актюатора. Функционирование пьезоэлектрического GBM-актюатора осуществляется подключением, в общем знакопеременного управляющего электрического напряжения U_{con} и знакопостоянного электрического напряжения поджатия U_0 на соответствующие внешние круговые и кольцевые управляющие электроды обеих секций относительно заданного, например равно нулю, электрического потенциала на внутреннем электроде. Поляризации слоев и знаки электрических напряжений U_{con} , U_0 для каждой из секций обуславливают изгиб круговой секции по схеме “биморф” и возникновение распределенного усилия поджатия p_0 по периметру мембраны. Величина усилия поджатия p_0 не превышает значения потери устойчивости мембраны, что обуславливает возвращение мембраны из изогнутого (например, для случая $U_{\text{con}} > 0$, $U_0 \neq 0$) в начальное прямолинейное состояние при $U_{\text{con}} = 0$, $U_0 \neq 0$. При смене знака управляющего электрического напряжения ($U_{\text{con}} < 0$, $U_0 \neq 0$) направление прогиба изменится на противоположное с сохранением эффекта усиления. В результате эффект улучшения изгибных характеристик гибридного мембранного пьезоэлектрического актюатора проявляется как при знакопостоянных, так и при знакопеременных значениях управляющего электрического напряжения U_{con} на управляющих внешних электродах круговой (биморфной) секции.

Цель – разработка математической модели гибридного (двухсекционно-го, т.е. с круговой и кольцевой секциями) мембранного пьезоэлектрического MDS-актюатора [40] с плоскими двухсторонними двойными спиралями взаимодействующих поверхностных электродов, численный анализ эффективности предложенного MDS-актюатора в качестве накладных круговых и кольцевых композитных пьезоактивных элементов на верхней и нижней поверхностях тонкой упругой мембраны с учетом действия “кольца поджатия” [39] при различных геометрических и управляющих параметрах.

1. Пьезоэлектрический MDS-актюатор. Представлен новый пьезоэлектрический мембранный (MDS) актюатор (рис. 1) с двойными спиралями (DS) электродов на верхней и/или нижней поверхностях тонкого пьезоэлектрического слоя (с осесимметричной взаимобратной поляризацией слоя по радиальной координате) для осуществления управляемых осесимметричных радиальных осевых деформаций и перемещений. Тонкий пьезоэлектрический слой и в целом MDS-актюатор имеют вид сплошной или кольцевой эллиптической,

тонкой и гибкой композитной пластины (пленки), в частности круговой формы (см. рис. 1) с внешним защитным электроизолирующим покрытием, при этом двухпроводная токопроводящая линия MDS-актюатора выполнена в виде двух (верхней и нижней) эллиптических (круговых) ленточных двойных спиралей (т.е. “двухзаходной” спирали) электродов. Электроды каждой (верхней и нижней) двойной спирали MDS-актюатора выполнены в виде электродированных ленточных покрытий на поверхности пьезоэлектрического слоя в непосредственной близости друг от друга (что обусловлено малым шагом спирали) для создания высоких значений напряженности электрического поля вдоль силовых линий (рис. 2, а) в локальных областях пьезоэлектрического слоя между ними при подключении к ним переменного или постоянного управляющего электрического напряжения U_{con} , в частности с положительным (+) и отрицательным (-) значениями электрических потенциалов. Важным является то, что силовые линии электрического поля и, как следствие, периодические взаимообратные поляризации $\pm p$ пьезоэлектрического слоя MDS-актюатора ориентированы в основном вдоль (т.е. по направлению или против) радиальной координаты ρ мембраны в отличие от традиционных схем (рис. 2, b) актюаторов. Отметим, что поверхностные электроды традиционных пьезоэлектрических актюаторов выполнены, как правило, в виде сплошных электродированных покрытий (рис. 2, b) на боковых (верхней и нижней) поверхностях пьезоэлектрического слоя, при этом поляризация p пьезоэлектрического слоя ортогональна радиальной координате ρ мембраны. Первая двойная спираль электродов токопроводящей линии пьезоэлектрического MDS-актюатора расположена на верхней, а

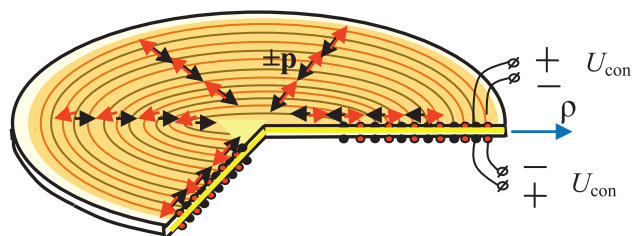


Рис. 1. MDS-актюатор с двойными спиральными электродами на верхней и нижней поверхностях пьезоэлектрического слоя.

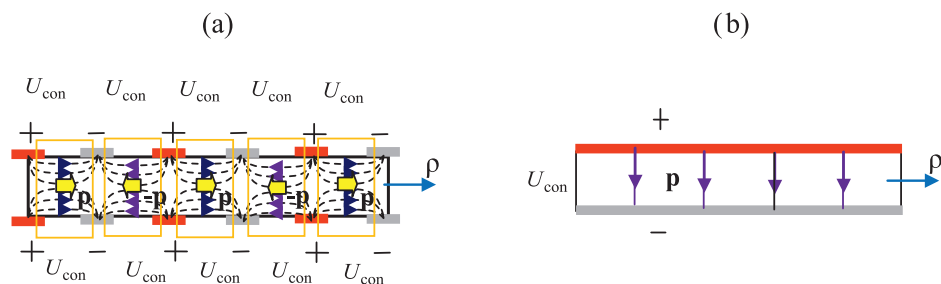


Рис. 2. Расположение электродов на верхней и нижней поверхностях и направление поляризаций в поперечном радиальном сечении пьезоэлектрического слоя $\pm p$ для MDS (a) и традиционного p (b) актюаторов.

вторая – на нижней поверхности пьезоэлектрического слоя (рис. 1), при этом однополярные, т.е. с положительным (+) или отрицательным (–) потенциалом электроды верхней и нижней двойных спиралей, расположены друг напротив друга на расстоянии, равном толщине пьезоэлектрического слоя (рис. 2, а). Взаимообратная поляризация локальных областей пьезоэлектрического слоя между витками двойных спиралей электродов токопроводящей линии осуществляется посредством приложения соответствующего поляризующего электрического напряжения к электродам двойных спиралей.

2. Функционирование MDS-актюатора. Пленочные пьезоэлектрические MDS-актюаторы (рис. 1, рис. 2, а) устанавливаются, в частности приклеиваются, на верхней и нижней поверхностях гибкой упругой мембраны (рис. 3), закрепленной, например, по своему внешнему контуру или на малом локальном (круглом) участке в центре основания. Осуществляется подключение управляющих электрических напряжений U_{con1} , $U_{con2} = -U_{con1}$ к электродам верхнего (U_{con1}) и нижнего (U_{con2}) MDS-актюаторов.

Для верхнего MDS-актюатора с управляющим электрическим напряжением $U_{con1} > 0$ силовые линии электрических полей сонаправлены линиям криволинейной поляризации его пьезоэлектрического слоя, а для нижнего MDS-актюатора при $U_{con2} < 0$ – противоположно направлены. При этом для обоих MDS-актюаторов в локальных областях пьезоэлектрических слоев между витками электродов возникают высокие значения напряженности $E_{1,2} \approx U_{con1,2}/\Delta_1$ электрического поля, что обусловлено малым значением расстояния $\Delta_1 = 0.5\text{мм}$ между соседними взаимодействующими электродами и большими (до 1500 В) величинами управляющих напряжений $U_{con1,2}$. В результате обратного пьезоэффекта в пьезоэлектрических слоях обоих MDS-актюаторов возникают “рабочие” сжимающие или растягивающие (в зависимости от знака управляющего электрического напряжения U_{con}) осевые деформации вдоль силовых

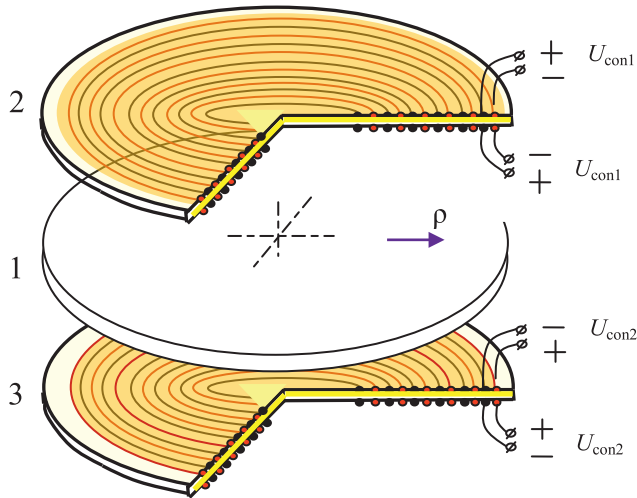


Рис. 3. Круглая мембрана с установленными по типу “биморф” MDS-актюаторами: 1 – мембрана, 2, 3 – верхний и нижний MDS-актюаторы.

(радиальных) линий электрического поля, что обуславливает возникновение значительных растягивающих (ϵ_{rr1}) или сжимающих (ϵ_{rr2}) осевых радиальных деформаций $\epsilon_{rr1,2}$ соответственно, при этом $\epsilon_{rr2} = -\epsilon_{rr1} < 0$.

Для изгиба мембраны с установленными по типу “биморф” на ее верхней и нижней поверхностях MDS-актюаторами (рис. 3) “включаем” верхний актюатор на растяжение, а нижний — на сжатие по радиальной координатной оси ρ (линиями поляризации MDS-актюатов). В результате действия этих факторов MDS-актюатор имеет улучшенные рабочие характеристики относительно многих известных пьезоэлектрических актюаторов (рис. 2, b). При этом пьезоэлектрический MDS-актюатор, установленный (приклеенный) на одной (например, верхней) или обеих (верхней и нижней) поверхностях упругой мембраны (пластины) может функционировать в режиме пьезоэлектрического датчика — электромеханического преобразователя изгибных деформаций упругой мембраны в информативные электрические сигналы электрического напряжения U_{inf} на выходах электродов двойной спирали.

В зависимости от функционального назначения и закрепления мембраны на ее верхней и/или нижней поверхностях могут быть установлены дополнительные (при наличии центрального “кругового”) один или несколько концентрических кольцевых MDS-актюаторов. Значения управляющих электрических напряжений на концентрических кольцевых секциях устанавливаются с учетом места их установки — удаленности от центра на верхней и/или нижней поверхностях мембраны, вида закрепления (жесткой заделки или шарнирного опирания) внешнего контура и, как следствие, характера распределения деформационного поля, т.е. локальных областей растяжения и сжатия, в частности распределения поверхностных осевых радиальных деформаций “по радиусу” мембраны например при ее виртуальном изгибе в отсутствие актюаторов. Отдельный случай имеем, когда периферийный кольцевой MDS-актюатор используется в качестве “кольца поджатия” мембраны с неподвижным закреплением по своему внешнему контуру для увеличения изгиба мембраны (например, от действия верхнего и нижнего круговых MDS-актюаторов по типу “биморф”) в результате управляемого сильного “поджатия” (без превышения предела устойчивости) мембраны по ее внешнему контуру [39].

3. Математическая постановка задачи. Решение задачи о контролируемом деформировании MDS-актюатора (рис. 1) с двойными спиралями ленточных электродов, установленными на верхней и нижней поверхностях пьезоэлектрического слоя в общем сводится к решению связанной краевой задачи электроупругости с быстро-осциллирующими квазипериодическими коэффициентам. Решение такой краевой задачи электроупругости может быть получено, в частности, точными асимптотическими методами осреднения Бахвалова—Победри [41], где дано решение подобной задачи теории упругости для рулона неоднородной по толщине ленты (в нашем случае это двухслойная лента с взаимобратной поляризацией слоев по толщине с наличием электродов) для случая малой величины толщины ленты по отношению к радиусу рулона, что позволяет считать структуру рулона осесимметричной. Отметим, что эффективные свойства пьезоэлектрических композитов со взаимобратной поляризацией фаз исследованы ранее в [42], в том числе для слоистых композитов с взаимобратной поляризацией

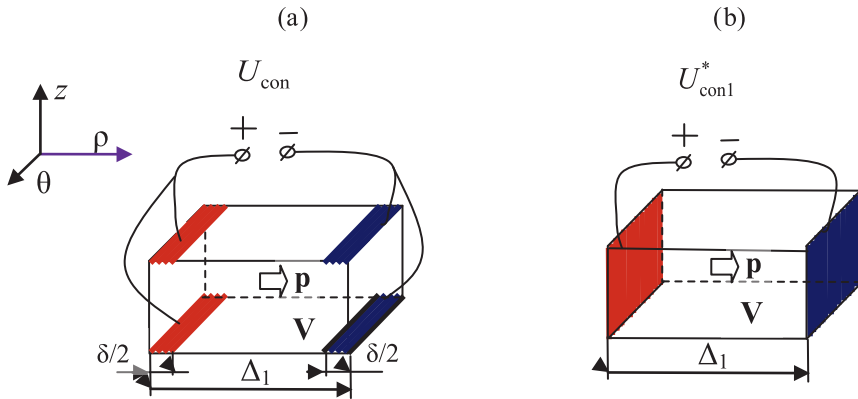


Рис. 4. Элементарная ячейка MDS-актюатора (а) и ее приведенная расчетная схема (б) в цилиндрической системе координат ρ, θ, z .

слоев, когда композит имеет однородные упругие и диэлектрические свойства, а неоднородность — лишь для направления поляризации слоев, при этом знак пьезомодулей меняется на противоположный при переходе через границу слоев. Расчетную схему MDS-актюатора (рис. 1) считаем (аналогично [41]) осесимметричной, и непрерывные ленточные двойные спирали электродов с малыми значениями “угла подъема”, ширины $\delta = 0.1$ мм и шага $2\Delta_1$ (относительно радиуса актюатора) моделируем чередующимися разнополярными концентрическими кольцевыми электродами (с заданными на них значениями электрических потенциалов $\pm\varphi$, $U_{\text{con}} = 2\varphi$) с расстоянием $\Delta_1 = 0.5$ мм между центрами соседних взаимодействующих кольцевых электродов (рис. 4, а).

3.1 Элементарная ячейка MDS-актюатора. Пьезоэлектрический элемент в области V элементарной ячейки (рис. 4,а) имеет однородные трансверсально-изотропные электроупругие свойства, которые характеризуется тензорами упругих C , пьезоэлектрических e и диэлектрических λ свойств керамики PZT-5A с прямолинейной поляризацией вдоль координатной оси ξ_p . В дальнейшем возможно уточнение искомых решений $u(\mathbf{r})$, $\varphi(\mathbf{r})$ посредством учета особенностей реального неоднородного поля поляризации в области V элементарной ячейки (рис. 4, а) для заданного расположения на ней поверхностных ленточных электродов (рис. 4, а) и, как следствие, неоднородности и криволинейной анизотропии электроупругих свойств пьезоэлектрического элемента, что представляет отдельную сложную задачу нелинейной механики пьезоэлектрических материалов [43–45].

Используем приведенную расчетную схему (рис. 4, б) элементарной ячейки MDS-актюатора (рис. 4, а), по которой для области V в определяющих соотношениях

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijmn}\varepsilon_{mn} - e_{nij}E_n \\ D_i &= e_{imn}\varepsilon_{mn} + \lambda_{in}E_n\end{aligned}\quad (3.1)$$

с учетом прямого и обратного пьезоэффектов, где C , e , λ — тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических свойств пьезоэлектрического элемента,

σ , ε – тензоры напряжений и деформаций, \mathbf{D} , \mathbf{E} – векторы индукции и напряженности электрического поля для компоненты электрической напряженности $E_3(\xi) = E_{\text{con}}(\xi) + \Delta E_3(\xi)$, полагаем равенство

$$E_3(\xi) \approx \langle E_{\text{con}} \rangle \equiv E_{\text{con}}^* = U_{\text{con1}}^* / \Delta_1 = \kappa U_{\text{con}} / \Delta_1 \quad (3.2)$$

из-за пренебрежимой малости величины поправки ΔE_3 (обусловленной прямым пьезоэффектом) относительно управляющей составляющей $E_{\text{con}}(\xi) \approx \langle E_{\text{con}} \rangle$ компоненты E_3 с учетом, что значения управляющего электрического напряжения $U_{\text{con}} \approx 1000\text{В}$, длина элементарной ячейки $\Delta_1 = 0.5\text{мм}$ (рис. 4, а), где $\langle \dots \rangle$ – оператор осреднения по области \mathbf{V} ячейки. В (3.2) характеристика ячейки κ – это коэффициент неоднородности управляющего электрического поля $E_{\text{con}}(\xi)$ как решения связанной краевой задачи электроупругости для ячейки на рис. 4, а, который рассчитывается по формуле (3.2):

$$\kappa \equiv U_{\text{con1}}^* / U_{\text{con}} = \frac{\langle E_{\text{con}} \rangle}{U_{\text{con}}} \Delta_1 \quad (3.3)$$

с учетом ($0 < \kappa < 1$) особенностей расположения поверхностных ленточных электродов на верхней и нижней гранях ячейки (рис. 4,а) при заданном на них управляющем электрическом напряжении U_{con} . То есть κ – это поправочный коэффициент для приведенного значения управляющего электрического напряжения $U_{\text{con1}}^* = \kappa U_{\text{con}}$ (3.2) для расчетной схемы ячейки (рис. 4, б) с размещением поверхностных электродов на ее двух боковых гранях из условия равенства $\langle E_{\text{con}} \rangle = E_{\text{con}}^*$ электрических напряженностей обеих расчетных схем (рис. 4).

Для области \mathbf{V} элементарной ячейки MDS-актюатора (рис. 4, а) связанная краевая задача электроупругости включает в себя уравнения равновесия и непрерывности

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad D_{i,i} = 0 \quad (3.4)$$

для полей напряжений $\sigma(\mathbf{r})$ и электрической индукции $\mathbf{D}(\mathbf{r})$, физические соотношения (3.1) с учетом прямого и обратного пьезоэффектов, выражений компонент деформаций $\varepsilon(\mathbf{r})$ и электрической напряженности $\mathbf{E}(\mathbf{r})$

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2, \quad E_i = -\phi_{,i} \quad (3.5)$$

через искомые поля перемещения $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ и электрического потенциала $\phi(\mathbf{r})$. Определяющие соотношения (3.1) можно записать в виде:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijmn} \sigma_{mn} + d_{nij} E_n, \quad D_i = d_{imn} \sigma_{mn} + \lambda_{in}^{(\sigma)} E_n \quad (3.6)$$

через тензоры упругих податливостей $\mathbf{S} \equiv \mathbf{C}^{-1}$ и пьезоэлектрических свойств

$$d_{nij} \equiv S_{ijpq} e_{npq}, \quad \lambda_{in}^{(\sigma)} = \lambda_{in} + e_{ipq} d_{npq} \quad (3.7)$$

при значении $\sigma = 0$. Компоненты тензоров упругих \mathbf{C} , пьезоэлектрических \mathbf{e} и диэлектрических λ свойств пьезоэлектрического элемента (рис. 4, а) определяются по выражениям (индекс 3 соответствует направлению поляризации по радиальной оси ρ , индексы 1 и 2 – осям θ, z в плоскости изотропии керамики):

$$\begin{aligned} C_{ijmn} &= c_{12}\delta_{ij}\delta_{mn} + c_{66}(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}) + \\ &+ (c_{11} + c_{33} - 2c_{13} - 4c_{44})\delta_{i3}\delta_{j3}\delta_{m3}\delta_{n3} + (c_{13} - c_{12})(\delta_{i3}\delta_{j3}\delta_{mn} + \delta_{ij}\delta_{m3}\delta_{n3}) + \\ &+ (c_{44} - c_{66})(\delta_{i3}\delta_{m3}\delta_{jn} + \delta_{j3}\delta_{n3}\delta_{im} + \delta_{i3}\delta_{n3}\delta_{jm} + \delta_{j3}\delta_{m3}\delta_{in}) \\ e_{kmn} &= e_{31}\delta_{k3}\delta_{mn} + (e_{33} - e_{31} - 2e_{15})\delta_{k3}\delta_{m3}\delta_{n3} + e_{15}(\delta_{kn}\delta_{m3} + \delta_{km}\delta_{n3}) \\ \lambda_{kn} &= \lambda_1\delta_{kn} + (\lambda_3 - \lambda_1)\delta_{k3}\delta_{n3} \end{aligned}$$

через известные независимые упругие ($c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44}$), пьезоэлектрические (e_{31}, e_{15}, e_{33}) и диэлектрические (λ_1, λ_3) константы керамики PZT-5A, где δ_{ij} – символы Кронекера, $c_{66} = (c_{11} - c_{12}) / 2$, или в матричной форме записи:

$$\|c_{ij}\| = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{vmatrix},$$

$$\|e_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \|\lambda_{ij}\| = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{vmatrix},$$

где тензорные и матричные индексы связаны между собой соотношениями: $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23$ и $32 \rightarrow 4, 13$ и $31 \rightarrow 5, 12$ и $21 \rightarrow 6$.

Верхняя грань ячейки (рис. 4,а) $\Gamma_1 = \Gamma_{1e}' \cup \Gamma_{1e}'' \cup \bar{\Gamma}_1$ включает в себя электродированные участки $\Gamma_{1e}', \Gamma_{1e}''$ – левый и правый верхние электроды, $\bar{\Gamma}_1$ – участок между ними. Аналогичные обозначения используем для участков нижней грани $\Gamma_2 = \Gamma_{2e}' \cup \Gamma_{2e}'' \cup \bar{\Gamma}_2$. Задаем управляющее электрическое напряжение $U_{\text{con}} = 2\phi$, через значения электрических потенциалов $\pm\phi$, на электродах

$$\phi_{\Gamma_{1e}'} = \phi_{\Gamma_{2e}'} = \phi, \quad \phi_{\Gamma_{1e}''} = \phi_{\Gamma_{2e}''} = -\phi, \quad (3.8)$$

а на остальных участках верхней, нижней и боковых граней – равенство нулю электрической индукции

$$(D_i n_i)_{\bar{\Gamma}} = 0, \quad (3.9)$$

где граница $\bar{\Gamma}$ – вся поверхность ячейки (рис. 4, а) за исключением участков электродов $\Gamma_{1e}, \dots, \Gamma_{2e}$, n_i – координаты нормали к локальному участку границы $\bar{\Gamma}$ с учетом, что на боковых гранях $\Gamma_3, \dots, \Gamma_6$ ячейки (рис. 4, а) имеем условия симметрии электрического (3.9) и деформационного полей. Считаем, что нижняя грань ячейки неподвижна, а верхняя грань – свободная поверхность, т.е. выполняются равенства:

$$(\sigma_{ij}n_j)|_{\Gamma_1} = 0, \mathbf{u}|_{\Gamma_2} = 0. \tag{3.10}$$

В результате численного моделирования – решения краевой задачи (3.1), (3.4)–(3.7) с граничными условиями (3.8)–(3.10) определено значение поправочного коэффициента $\kappa \approx 0.92$ для нахождения приведенного значения управляющего электрического напряжения $U_{con1}^* = \kappa U_{con}$ (3.2), (3.3) расчетной схемы ячейки (рис. 4, б) с размещением поверхностных электродов на ее двух боковых гранях.

Для случая (рис. 2, а) множества из n соединенных боковыми гранями элементарных ячеек (рис. 4, а) с общей длиной $\Delta_n = n\Delta_1$ приведенная однородная расчетная область \mathbf{V}_n (рис. 5) также имеет длину Δ_n при величине управляющего электрического напряжения

$$U_{con}^* = nU_{con1}^* \tag{3.11}$$

между двумя поверхностными электродами на внешних боковых гранях области \mathbf{V}_n , которое обуславливает однородную электрическую напряженность

$$E_{con}^* = \frac{U_{con}^*}{\Delta_n} = \frac{nU_{con1}^*}{\Delta_n} = \kappa n U_{con} / \Delta_n \tag{3.12}$$

по всей длине Δ_n расчетной области \mathbf{V}_n (рис. 5) с учетом равенства

$$U_{con}^* = \kappa n U_{con} \tag{3.13}$$

Отметим, что известный подход “термоанalogии” [46] основан на аналогии между обратным пьезоэлектрическим эффектом и термоупругим эффектом, поэтому прикладываемое к пьезоэлектрическому актюатору электрическое поле моделируется как тепловая нагрузка, а пьезоэлектрические коэффициенты деформации, характеризующие исполнительный механизм, вводятся как коэффициенты теплового расширения. В результате учитывают лишь обратный

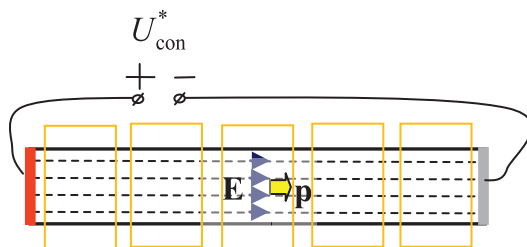


Рис. 5. Приведенная расчетная схема для множества n элементарных ячеек при $n = 5$.

пьезоэффект от действия сравнительно больших значений управляющего электрического напряжения U_{con} и, как следствие, решение задачи электроупругости сводится к решению соответствующей задачи теории термоупругости с определяющим соотношением:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijmn}\sigma_{mn} + \alpha_{ij}\Delta T \quad (3.14)$$

– аналогом соотношения (3.6), (3.2) вида

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijmn}\sigma_{mn} + d_{3ij}\kappa U_{\text{con}} / \Delta_1 \quad (3.15)$$

с учетом принятого равенства $E_3 = \kappa U_{\text{con}} / \Delta_1$ (3.2) и используемых обозначений для приведенных коэффициентов “линейного теплового расширения” α_{ij} и “температуры нагрева” ΔT в виде

$$\alpha_{ij} \equiv \kappa d_{3ij} / \Delta_1, \quad \Delta T \equiv U_{\text{con}}, \quad (3.16)$$

где U_{con} – управляющее электрическое напряжение, приложенное к электродам ячейки (рис.4, а), т.е. к выходам двойной спирали электродов MDS-актюатора. Отметим, что гомогенизированные (эффективные) электроупругие свойства MDS-актюатора с поляризацией по радиальной координате могут быть приравнены к эффективным свойствам MFC-актюатора [32, 34, 35] с аналогичной (рис. 4) представительной ячейкой.

3.2. Мембраны с двухсторонними MDS-актюаторами. Расчетные схемы мембран с установленными на верхней и нижней поверхностях MDS-актюаторами в виде осесимметричных однородных пьезоэлектрических (с поляризацией по радиальной координате) кольцевых покрытий (слоев) из керамики PZT-5A даны на рис. 6, в том числе с наличием периферийных “колец поджатия” на рис. 6, с. Изотропные упругие свойства мембраны характеризуем модулем Юнга 20 ГПа, коэффициентом Пуассона 0.3. Были заданы следующие значения геометрических параметров расчетной области: внешний радиус мембраны $b = 6$ см, толщина мембраны $h = 0.2$ мм; толщина каждого MDS-актюатора $h_a = 0.3$ мм, $a_0 \approx 0.1$ мм – внутренний радиус (электрода) центрального актюатора. Область мембраны – $\rho \in (0; b)$, $z \in (-h/2; h/2)$, $\theta \in (0; 2\pi)$, область верхнего центрального актюатора – $\rho \in (a_0; a)$, $z \in (h/2; h/2 + h_a)$, $\theta \in (0; 2\pi)$ с электродированными поверхностями при $\rho = a_0$ (электрод I_{1e}) и $\rho = a$ (электрод I_{1e}) при $z \in (h/2; h/2 + h_a)$, для области нижнего центрального актюатора отличие лишь в значении $z \in (-h/2 - h_a; -h/2)$ и обозначениях I_{2e} , I_{2e} соответствующих электродов. Область верхнего периферийного актюатора “кольца поджатия” – $\rho \in (a; b)$, $z \in (h/2; h/2 + h_a)$, $\theta \in (0; 2\pi)$ с электродированными поверхностями при $\rho = a$ (электрод II_{1e}) и $\rho = b$ (электрод II_{1e}), $z \in (h/2; h/2 + h_a)$, для области нижнего периферийного актюатора отличие лишь в значении $z \in (-h/2 - h_a; -h/2)$ и обозначениях II_{2e} , II_{2e} соответствующих электродов (рис. 6, с).

Нагружение пьезоэлектрических актюаторов осуществляется (рис. 5) применением приведенных величин $U_{\text{con}}^* = \kappa n_1 U_{\text{con}}$, $U_0^* = \kappa n_2 U_0$ (3.11)–(3.13) управляющих электрических напряжений U_{con} , U_0 на соответствующие пары концентрических

кольцевых электродов – внутреннюю и внешнюю электродированные цилиндрические поверхности соответствующего актюатора, в частности подключаем величины $\pm \kappa n_1 U_{\text{con}}$ – соответственно для электродов I_{1e}, I_{1e} верхнего ($\kappa n_1 U_{\text{con}}$) и для электродов I_{2e}, I_{2e} нижнего ($-\kappa n_1 U_{\text{con}}$) центральных актюаторов, величина $\kappa n_2 U_0$ – для электродов Π_{1e}, Π_{1e} верхнего и (такая же) для электродов нижнего Π_{2e}, Π_{2e} периферийных актюаторов, где $n_1 \approx (a - a_0) / \Delta_1, n_2 \approx (b - a) / \Delta_1$ – число элементарных ячеек (рис. 4, а) вдоль радиуса соответствующего пьезоэлектрического актюатора, $U_{\text{con}}, U_0 \equiv U_{0\text{con}}$ – действительные значения управляющих электрических напряжений, подключаемые к выходам двойных спиралей электродов рассматриваемых центральных и периферийных MDS-актюаторов с учетом найденного численного значения коэффициента $\kappa \approx 0.92$ (3.2), (3.3). Выполняются условия идеального контакта (т.е. условия непрерывности полей перемещений \mathbf{u} , электрического потенциала ϕ , компонент векторов напряжений $\sigma_{zz}, \sigma_{z\rho}$ ($\sigma_{z\theta} = 0$ в силу осевой симметрии задачи) и электрической индукции D_z) на межфазных границах с нормалью $\mathbf{n} = \{0; 0; 1\}$ между мембраной и актюаторами (рис. 6), в частности, когда $\rho \in (a_0; a), z = \pm h / 2$, и дополнительно при $\rho \in (a; b), z = \pm h / 2$ для случая на рис. 6,с. Для случая на рис. 6,а локальная круглая область в центре нижней поверхности мембраны $\rho \in (0; a_0), z = -h / 2$ неподвижно закреплена, т.е. здесь $\mathbf{u}|_{\rho \in (0; a_0), z = -h / 2} = 0$, а при $\rho \in (0; a_0), z = h / 2$ – свободная поверхность, при этом свободной также является боковая цилиндрическая граница мембраны при $\rho = b, z \in (-h / 2; h / 2)$. Для случаев на рис. 6, б,с свободные поверхности имеем при $\rho \in (0; a_0), z = \pm h / 2$, при $\rho = b, z \in (-h / 2; 0) \cup (0; h / 2)$ на внешней боковой цилиндрической границе мембраны и дополнительно при $\rho \in (a; b)$

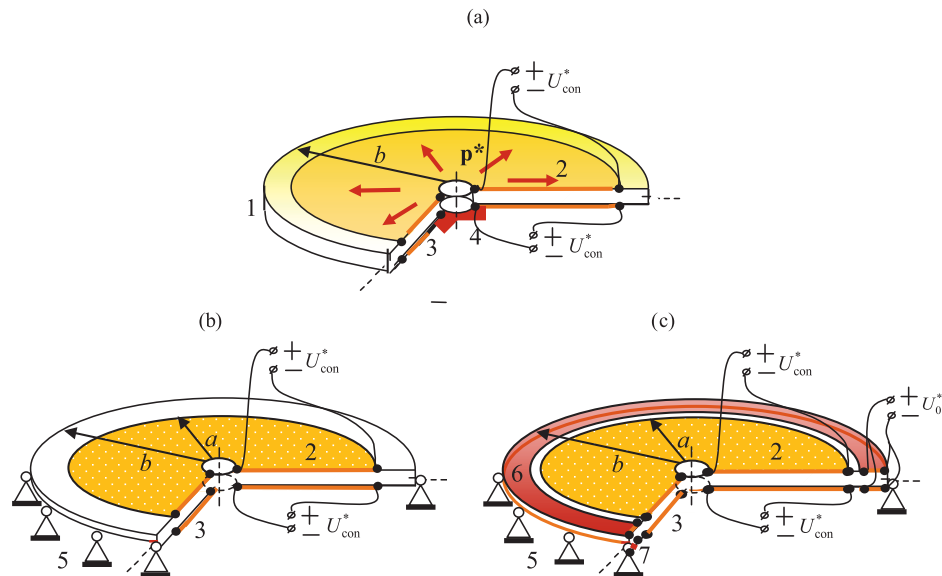


Рис. 6. Приведенные расчетные схемы мембраны с MDS-актюаторами (а)–(с) при наличии “колец поджатия” (с), где 1 – мембрана, 2, 3 – верхний и нижний актюаторы, 4 – жесткое закрепление по центру (а), 5 – шарнирное неподвижное закрепление, 6, 7 – “кольца поджатия”, \mathbf{p}^* – радиальная поляризация.

, $z = \pm h / 2$ для случая на рис. 6, б с закреплением внешнего контура мембраны $\mathbf{u}|_{\rho=b, z=0} = 0$ при $\rho = b$, $z = 0$. Свободными поверхностями также являются внешние границы центральных актюаторов ($\rho \in (a_0; a)$, $z = \pm(h / 2 + h_a)$) и мембраны ($\rho \in (a; b)$, $z = \pm h / 2$) для случаев на рис. 6, а, б, а для случая на рис. 6, с – при $\rho \in (a_0; b)$, $z = \pm(h / 2 + h_a)$. На перечисленных свободных поверхностях (с соответствующей нормалью \mathbf{n}) выполняются равенства нулю векторов напряжений $\sigma_{ij}n_j$ и электрической индукции D_jn_j .

Отметим, что расчетные схемы на рис. 6 в рамках “термоанalogии” [46] (3.14)–(3.16) соответствуют случаям “нагрева” $\Delta T_1 > 0$ и “охлаждения” $\Delta T_2 < 0$ (или наоборот) верхнего и нижнего центральных покрытий и “нагрева” $\Delta T_0 > 0$ обоих (верхнего и нижнего) периферийных кольцевых покрытий – “кольцо поджата” на рис. 6, с.

4. Результаты численного моделирования. 4.1. Эффект MDS-актюатора. Проведем сравнение картин деформирования мембран (рис. 6, а) с различными, в частности новыми MDS (рис. 2, а), и традиционными пластинчатыми (рис. 2, б) актюаторами на основе керамики PZT-5A, установленными на верхней и нижней поверхностях мембраны по схеме “биморф”, при одинаковых значениях геометрических параметров мембран, актюаторов и значении управляющего электрического напряжения U_{con} . На рис. 7 и в табл. 1 даны в сравнении эпюры прогибов (рис. 7) и наибольшие значения прогиба w_b на внешнем контуре мембраны (табл. 1) с MDS-актюаторами (рис. 6, а) и традиционными (рис. 2, б) пьезоэлектрическими (поляризованными по толщине, т.е. по оси z) пластинами по схеме “биморф” при значениях управляющих электрических напряжений $U_{con2} = -U_{con1} = 1000$ В, при этом верхняя пьезоэлектрическая пластина сжимается, а нижняя – растягивается в радиальном направлении. Выявлен эффект значительного – более чем в 50 раз увеличения численного значения прогиба (рис. 7, табл. 1) на свободном краю мембраны с двухсторонними (т.е. установленными на ее верхней и нижней поверхностях) пьезоэлектрическими MDS-актюаторами по сравнению с использованием двухсторонних традиционных однородных пластинчатых пьезоэлектрических актюаторов биморфного типа, например при неподвижном жестком закреплении центра мембраны (рис. 6, а).

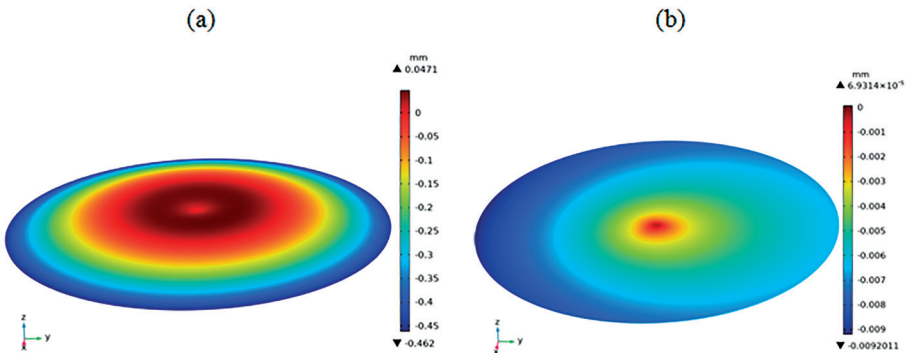


Рис. 7. Эпюра перемещений мембраны (закрепленной по центру) с установленными двухсторонними MDS (а) и традиционными пластинчатыми (б) актюаторами.

Таблица 1. Прогиб w_b на краю мембраны, закрепленной по центру

Вид актюатора	w_b , мм
MDS-актюатор	0.456
Традиционный актюатор	0.009

4.2. *Эффект MDS-“кольца поджатия”*. Считаем, что на обеих (верхней и нижней) поверхностях мембраны установлены центральные ($a_0 < \rho < a$) (рис. 6, б, с) и дополнительные периферийные “кольца поджатия” ($a < \rho < b$) (рис. 6, с) в виде пьезоэлектрических покрытий с приведенными характеристиками MDS-актюаторов, где радиус $a = qb$, коэффициент $q = 0.2, 0.6, 0.8, 1$; при значении $q = 1$ “кольца поджатия” отсутствуют. Были заданы следующие три (I, II, III) различные сочетания (U_{con1}, U_{con2}) управляющих электрических напряжений на верхнем U_{con1} и нижнем U_{con2} центральных MDS-актюаторах: I – (1000, –1000), II – (1500, –1500), III – (1500, –500). При наличии верхнего и нижнего периферийных кольцевых MDS-актюаторов – “колец поджатия” (рис. 6, с) на них были заданы одинаковые значения управляющих электрических напряжений, равные $U_0 = 0, 1000$ В, 1500 В, т.е. задаем на них режимы “выключено” (для сравнения с режимом “включено”) или “сильное растяжение” – это случай “поджатия” мембраны. Результаты численного моделирования, в частности эпюры перемещений мембраны с центральными MDS-актюаторами без “кольца поджатия” и с “кольцом поджатия” при $q = 0.2, 0.6, 1$, представлены на рис. 8, графики зависимостей прогиба w_0 в центре мембраны от параметра q для трех (I, II, III) различных комбинаций значений управляющих электрических напряжений на верхнем U_{con1} и нижнем U_{con2} центральных MDS-актюаторах мембраны – на рис. 9 (табл. 2, 3). Нелинейность графиков на рис. 9 обусловлена конструктивным фактором (взаимодействием центральных и периферийных актюаторов) при линейности физических и геометрических соотношений электроупругости для используемых материалов. Прогиб w_0 центра мембраны радиусом b с установленными на ней центральными и периферийными актюаторами (рис. 6, с) с радиусом a границы между ними в общем складывается из двух составляющих $w_0^{(1)} + w_0^{(2)}$, где $w_0^{(1)}$ – прогиб, обусловленный действием центральных “биморфных” актюаторов, $w_0^{(2)}$ – дополнительный прогиб, обусловленный действием на изогнутую (с прогибом $w_0^{(1)}$) мембрану сжимающего (в плоскости мембраны) усилия от периферийных актюаторов – “колец поджатия”. В результате при увеличении значения параметра $q = a/b$ увеличивается размер центральных “биморфных” актюаторов и, как следствие, увеличивается “начальный” изгиб мембраны $w_0^{(1)}$, однако при увеличении q уменьшается размер “колец поджатия” и, как следствие, уменьшаются величина поджатия и значение составляющей прогиба $w_0^{(2)}$, что обуславливает немонотонный характер графиков зависимости результирующего прогиба $w_0 = w_0^{(1)} + w_0^{(2)}$ в центре мембраны от параметра q на рис. 9. Дополнительно можно отметить, что

Таблица 2. Прогиб w_0 в центре мембраны с двухсторонними круговыми MDS-актюаторами без “кольца поджатия”

q	$\frac{U_{1\text{ con}}}{U_{2\text{ con}}}$	$w_0, \text{ мм}$
0.2	I $\rightarrow \left(\frac{1000}{-1000} \right)$	0.139
	II $\rightarrow \left(\frac{1500}{-1500} \right)$	0.209
	III $\rightarrow \left(\frac{1500}{-500} \right)$	0.173
0.4	I	0.282
	II	0.424
	III	0.361
0.6	I	0.379
	II	0.568
	III	0.477
0.8	I	0.454
	II	0.681
	III	0.525
1	I	0.398
	II	0.596
	III	0.502

на рис. 9 графики для мембран с актюаторами без “кольца поджатия” (–) расположены несколько выше графиков для случая наличия “выключенных” (т.е. при $U_0 = 0$) “колец поджатия”, так как наличие “кольца поджатия” увеличивают изгибную жесткость устройства (рис. 6, с) в целом.

Таблица 3. Прогиб w_0 в центральной точке мембраны с двухсторонними круговыми MDS-актюаторами и MDS-“кольцом поджатия”

q	$\frac{U_{1\text{ con}}}{U_{2\text{ con}}}$	$w_0, \text{ мм}$		
		$U_0 = 0 \text{ В}$	$U_0 = 1000 \text{ В}$	$U_0 = 1500 \text{ В}$
0.2	$\text{I} \rightarrow \begin{pmatrix} 1000 \\ -1000 \end{pmatrix}$	0.102	0.498	0.696
	$\text{II} \rightarrow \begin{pmatrix} 1500 \\ -1500 \end{pmatrix}$	0.153	0.549	0.747
	$\text{III} \rightarrow \begin{pmatrix} 1500 \\ -500 \end{pmatrix}$	0.110	0.505	0.703
0.4	I	0.224	0.601	0.791
	II	0.336	0.713	0.902
	III	0.248	0.625	0.815
0.6	I	0.326	0.612	0.757
	II	0.489	0.774	0.918
	III	0.371	0.658	0.803
0.8	I	0.387	0.5458	0.625
	II	0.580	0.738	0.818
	III	0.458	0.618	0.698
1	I	0.398	0.398	0.398
	II	0.596	0.596	0.596
	III	0.502	0.502	0.502

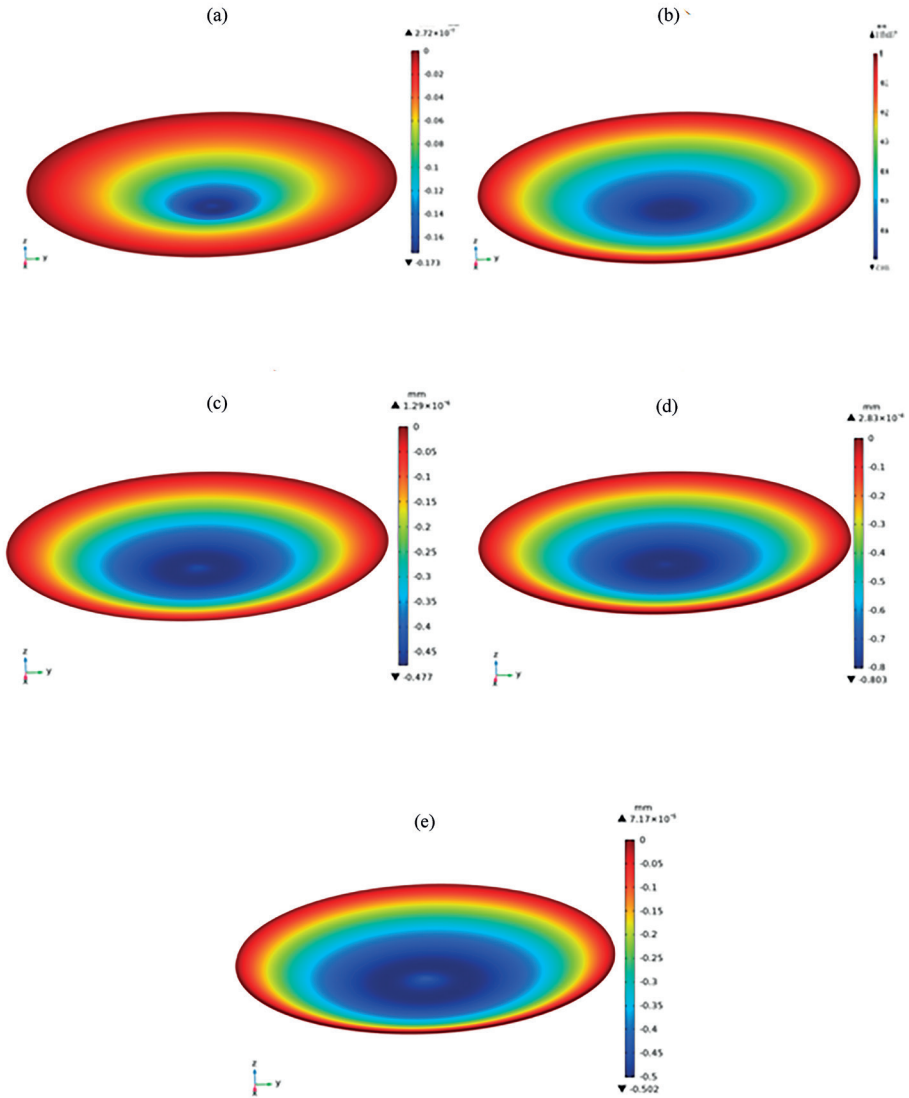


Рис. 8. Эпюры перемещений мембраны с круговыми MDS-актюаторами без “кольца поджатия” (a, c, e) и с “кольцом поджатия” П (b, d) при $q = 0.2$ (a, b), 0.6 (c, d), 1 (e).

Заключение. Представлена принципиальная схема и математическая модель функционирования нового пьезоэлектрического мембранного (MDS) актюатора с двойными спиральями (DS) электродов [40] на верхней и/или нижней поверхностях тонкого пьезоэлектрического слоя с осесимметричной и периодической (с малым периодом) по радиальной координате взаимобратной электрической поляризации. Выявлен эффект значительного увеличения рабочих изгибных

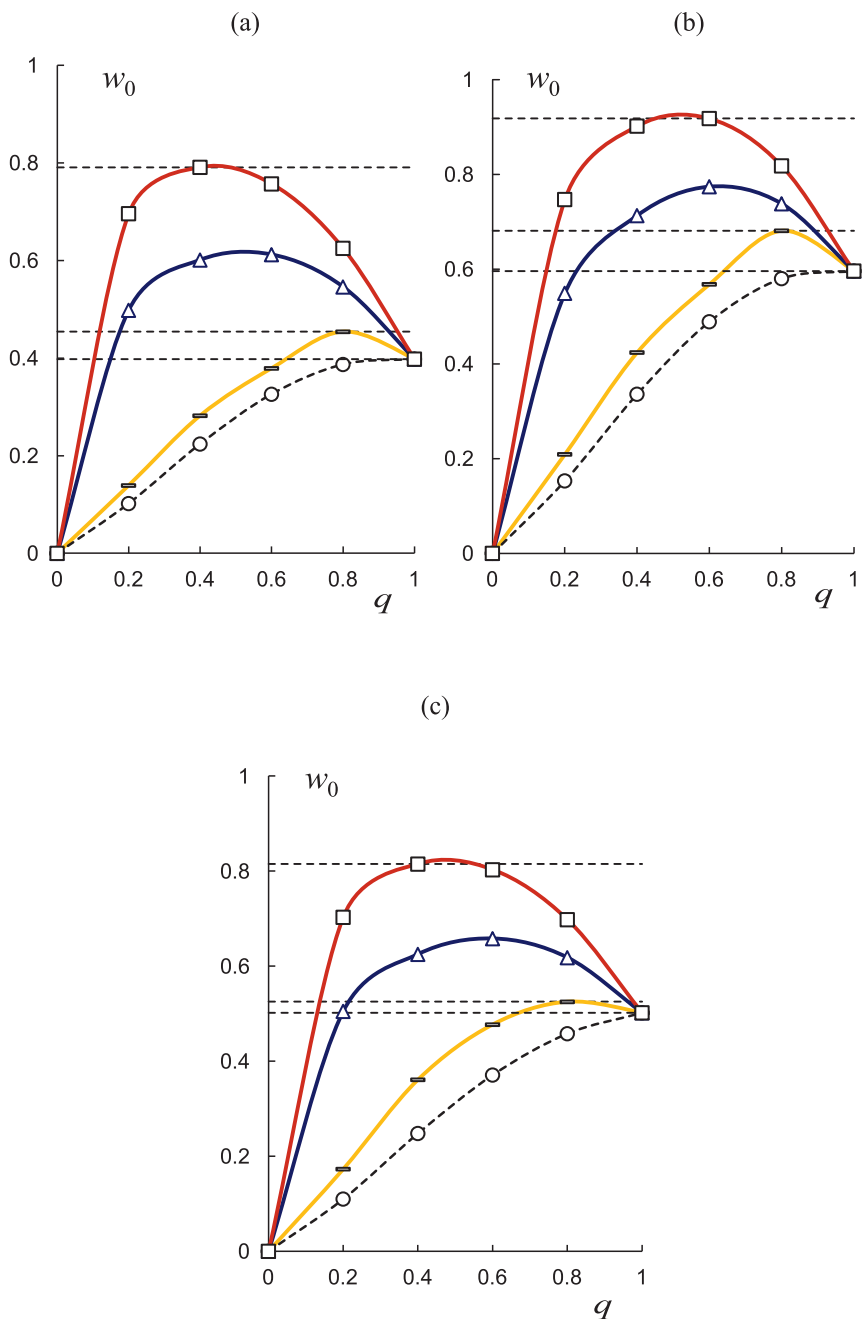


Рис. 9. Прогиб w_0 [мм] в центре мембраны для случаев I (а), II (б), III (с) с круговыми MDS-актюаторами без “кольца поджатия” (—) и с MDS-“кольцом поджатия” для случаев $U_0 = 0$ (○), 1000 В (Δ), 1500 В (□).

характеристик, в частности прогиба (рис. 7, табл. 1) и блокирующего усилия исполнительных участков мембраны с двухсторонними (т.е. установленными на ее верхней и нижней поверхностях) пьезоэлектрическими MDS-актюаторами по сравнению с использованием традиционных однородных пластинчатых пьезоэлектрических актюаторов биморфного типа для различных условий закрепления мембраны, например неподвижного жесткого закрепления ее центра (рис. 6, а). Выявлен (рис. 9, табл. 2, табл. 3) немонотонный характер и осуществлен численный анализ нелинейной зависимости прогиба w_0 от геометрического параметра q – отношения радиуса центрального MDS-актюатора к радиусу мембраны при фиксированных значениях других параметров численной модели мембраны с двухсторонними центральными (круговыми) и периферийными кольцевыми пьезоэлектрическими MDS-актюаторами (рис. 6, б, в). Выявлены диапазоны значений параметра q , при которых “кольцо поджатия” обуславливает эффект – величина прогиба w_0 центра мембраны превышает наилучшее возможное значение (без его использования, т.е. по традиционной схеме “биморф” даже при использовании разработанных круговых MDS-актюаторов) для каждого из трех случаев: I (рис. 9, а), II (рис. 9, б), III (рис. 9, с) различных комбинаций значений управляющих электрических напряжений на верхнем (U_{con1}) и нижнем (U_{con2}) круговых MDS-актюаторах и различных значений управляющего электрического напряжения U_0 на MDS-“кольце поджатия” мембраны (рис. 6, б, с), закрепленной по своей границе по типу “неподвижный шарнир”. Наиболее ярко этот эффект наблюдается в диапазоне значений $q \in (0.4; 0.6)$ для случая II (рис. 9, б). Результаты численного моделирования подтвердили, что предложенное техническое решение – устройство мембранного пьезоэлектрического MDS-актюатора с плоской двойной спиралью электродов – позволяет значительно повысить эффективность пьезоэлектрического актюатора. Использование предложенного двухстороннего пьезоэлектрического MDS-“кольца поджатия” (рис. 6, с) [39], установленного на верхней и нижней поверхностях упругой мембраны вблизи ее неподвижной границы, в частности заделки или шарнирного закрепления периметра круглой мембраны (рис. 9), дополнительно значительно повышает эффективность разработанного устройства. MDS-актюатор может быть использован в микромеханике, управляемой оптике, сенсорной технике, акустике, в частности при изготовлении пьезоэлектрических акустических или сенсорных элементов мембранного типа, электромеханических преобразователей сбора вибрационной энергии.

Результаты получены при выполнении государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на выполнение фундаментальных научных исследований (проект № FSNM-2023-0006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tzou H.S. Piezoelectric shells (Distributed sensing and control of continua)*. Kluwer Academic Publishers. 1993. 320 p.
<https://doi.org/10.1007/978-94-011-1783-8>

2. *Rubio W.M., Vatanabe S.L., Paulino G.H., Silva E.C.N.* Functionally graded piezoelectric material systems – a multiphysics perspective / In book *Advanced computational materials modeling: from classical to multi-scale techniques*. Edited by M. Vaz J'uniior, E.A. de Souza Neto, P.A. Munoz-Rojas. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011. 414 p. P. 301–339.
<http://doi.org/10.1002/9783527632312>
3. *Ebrahimi F.* Piezoelectric materials and devices – practice and applications. IntechOpen, 2013. 176 p.
<http://doi.org/10.5772/45936>
4. *Уорден К.* Новые интеллектуальные материалы и конструкции. Свойства и применение. М.: Техносфера, 2006. 224 с.
5. *Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г.* Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях / *Физическая акустика. Т. 1: Методы и приборы ультразвуковых исследований. Часть А.* М.: Мир, 1966. С. 204–326.
6. *Han J.M., Adriaens T.A., Koning W.L., Banning R.* Modelling Piezoelectric Actuators // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2000. V. 5. № 4. P. 331–341.
<https://doi.org/10.1109/3516.891044>
7. *Ivan I.A., Rakotondrabe M., Lutz P., Chaillet N.* Quasistatic displacement self-sensing method for cantilevered piezoelectric actuators // *Rev. Sci. Instrum. American Institute of Physics*. 2009. V. 80. № 6. P. 065102-1/065102-8.
<https://doi.org/10.1063/1.3142486>
8. *Софронов А., Никифоров В., Климашин В.* Биморфные пьезоэлектрические элементы: актуаторы и датчики // *Компоненты и технологии*. 2003. Т. 30. № 4. С. 46–48.
9. *Zhu D., Almusallam A., Beeby S.P., Tudor J., Harris N.R.* A bimorph multi-layer piezoelectric vibration energy harvester // *PowerMEMS 2010 Proceedings. Belgium, Leuven*. 2010. P. 1–4. URL: <http://eprints.soton.ac.uk/id/eprint/271763>
10. *Bansevičius R., Navickaitė S., Jūrėnas V., Mažeika D., Lučinskis R., Navickas J.* Investigation of novel design piezoelectric bending actuators // *J. Vibroengineering*. 2013. V. 15. № 2. P. 1064–1068.
11. *Ватульян А.О., Гетман И.П., Лапцкая Н.Б.* Об изгибе пьезоэлектрической биморфной пластины // *Прикладная механика*. 1991. Т. 27. № 10. С. 101–105.
12. *Ватульян А.О., Рынкова А.А.* Об одной модели изгибных колебаний пьезоэлектрических биморфов с разрезными электродами и ее приложениях // *Известия РАН. МТТ*. 2007. № 4. С. 114–122.
<https://doi.org/10.3103/S0025654407040127>
13. Патент РФ № 2099754. Йелстаун Корпорейшн Н.В. Деформируемое зеркало на основе многослойной активной биморфной структуры. Дата заявки: 17.10.1996. Дата публикации: 20.12.1997. 7 с. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
14. *Антоняк Ю.Т., Вассергейсер М.Е.* Расчет характеристик изгибного пьезоэлектрического преобразователя мембранного типа // *Акустический журнал*. 1982. Т. 28. № 3. С. 294–302.
15. *Аронов Б.С.* Электромеханические преобразователи из пьезоэлектрической керамики. Ленинград: Энергоатомиздат, 1990. 270 с.
16. *Williams C.B., Yates R.B.* Analysis of a microelectric generator for Microsystems // *Sensors and Actuators A: Physical*. 1996. V. 52. № 1–3. P. 8–11.
[http://doi.org/10.1016/0924-4247\(96\)80118-X](http://doi.org/10.1016/0924-4247(96)80118-X)
17. *Аббакумов К.Е., Коновалов П.С., Цаплев В.М.* Экспериментальное исследование дискового биморфного пьезоэлектрического генератора // *Известия СПбГЭТУ “ЛЭТИ”*. 2014. № 9. С. 59–63.

18. *Liu H., Zhong J., Lee C., Lee S.-W., Lin L.* A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications // *Applied Physics Reviews*. 2018. V. 5. № 4. P. 041306.
<https://doi.org/10.1063/1.5074184>
19. *Васильев В.А., Веремьяев В.А., Тихонов А.И.* Влияние частотных факторов и параметров на информативный сигнал пьезоэлектрических датчиков давления // *Датчики и системы*. 2003. № 8. С. 5–9.
20. *Шарапов В.М., Мусиенко М.П., Шаранова Е.В.* Пьезоэлектрические датчики. М.: Техносфера, 2006. 632 с.
21. *Mouhli M.* Analysis and shape modeling of thin piezoelectric actuators. Virginia Commonwealth University Publ., 2005. 100 p.
<https://scholarscompass.vcu.edu/etd/1552>
22. *Панич А.Е.* Пьезокерамические актюаторы. Р.-н-Д.: изд-во РГУ, 2008. 159 с.
23. *Yamada H., Sasaki M., Nam Y.* Active vibration control of a micro-actuator for hard disk drives using self-sensing actuator // *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 2008. V. 19. № 1. P. 113–123.
<https://doi.org/10.1177/1045389X07083693>
24. *El-Sayed A.M., Abo-Ismael A., El-Melegy M.T., Hamzaid N.A., Osman N.A.A.* Development of a micro-gripper using piezoelectric bimorphs // *Sensors*. 2013. V. 13. № 5. P. 5826–5840.
<https://doi.org/10.3390/s130505826>
25. *Бардин В.А., Васильев В.А., Чернов П.С.* Современное состояние и разработки актюаторов нано- и микроперемещений // *Труды международного симпозиума “Надежность и качество”*. 2014. Т. 2. С. 123–127.
26. *Бардин В.А., Васильев В.А.* Актюаторы нано- и микроперемещений для систем управления, контроля и безопасности // *Современная техника и технологии*. 2014. № 2. С. 1–5. [Электронный ресурс].
URL: <https://technology.snauka.ru/2014/02/3057>
27. *Zhou J., Dong L., Yang W.* A Double-Acting Piezoelectric actuator for helicopter active rotor // *Actuators*. 2021. № 10(10). P. 1–15.
<https://doi.org/10.3390/act10100247>
28. *Abedian B., Cundari M.* Resonant frequency of a polyvinylidene fluoride piezoelectric bimorph: the effect of surrounding fluid // *Proceedings Smart Structures and Materials*. 1993. V. 1916: Smart Materials. 23 July 1993.
<https://doi.org/10.1117/12.148486>
29. Патент РФ № 2723567. Лопать воздушного винта с управляемой геометрией профиля / *Паньков А.А., Аношкин А.Н., Писарев П.В.* Дата заявки: 18.11.2019. Дата публикации: 16.06.2020. 5 с. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
30. Патент RU № 2636255. Пьезоактюатор изгибного типа / *Паньков А.А.* Дата заявки: 14.04.2016. Дата публикации: 21.11.2017. 8 с.
URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
31. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / *Wilkie W.K., et al.* Application Publ. March 27, 2003.
32. *Emad D., Fanni M.A., Mohamed A.M., Yoshida S.* Low-computational-cost technique for modeling macro fiber composite piezoelectric actuators using finite element method // *Materials (Basel)*. 2021. № 14 (15). P. 4316.
<https://doi.org/10.3390/ma14154316>
33. *Park J.-S., Kim J.-H.* Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades // *Smart Mater. Struct.* 2005. V. 14. № 4. P. 745–753.
<https://doi.org/10.1088/0964-1726/14/4/033>

34. Сертификат RU № 2018666421. Компьютерная программа “MFC PROPERTIES” (MFCР) / *Писарев П.В., Аношкин А.Н., Паньков А.А.* опубл.: 17.12.2018. заявка № 2018663978 от 05.12.2018.
35. *Pan'kov A.A., Anoshkin A.N., Pisarev P.V., Bayandin S.R.* Using an electromechanical analogy to describe the damping characteristics of an MFC actuator // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. V. 1093. P. 012023.
<https://doi.org/10.1088/1757-899X/1093/1/012023>
36. *Kashyap R., Lenka T. R., Baishya S.* A model for doubly clamped piezoelectric energy harvesters with segmented electrodes // IEEE Electron device letters. 2015. V. 36. № 12. P. 1369–1372. <https://doi.org/10.1109/LED.2015.2496186>
37. Патент RU № 2778161. Способ увеличения пьезочувствительности биморфа изгибного типа / *Паньков А.А.*, опубл.: 15.08.2022 Бюл. № 23, заявка № 2022101875 от 27.01.2022 г. URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
38. Patent US № 5632841. Thin layer composite unimorph ferroelectric driver and sensor / *Hellbaum R.F., Bryant R.G., Fox R.L.* Application Date: 24.01.1997. Publication Date: 27.05.1997. 12 p.
URL: <https://patents.google.com/patent/US20010043027/fi>
39. Патент RU № 2793564. Пьезоэлектрический биморф изгибного типа / *Паньков А.А.*, опубл.: 04.04.2023 Бюл. № 10, заявка № 2022129727 от 16.11.2022 г.
40. Патент RU № 2803015. Пьезоэлектрический актюатор / *Паньков А.А.*, опубл.: 05.09.2023 Бюл. № 25, заявка № 2023109123 от 11.04.2023 г.
URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
41. *Победра Б.Е.* Механика композиционных материалов. М.: Изд-во Моск. университета, 1984. 336 с.
42. *Pan'kov A.A.* A piezoelectric material with inverse polarization and Maxwell–Wagner relaxation of layers in a variable electric field // Mechanics of Composite Materials. 2014. V. 49. № 6. P. 577–584.
<https://doi.org/10.1007/s11029-013-9374-y>
43. *Shindo Y., Narita F., Hirama M.* Electromechanical field concentrations near the electrode tip in partially poled multilayer piezo-film actuators // Smart Mater. Struct. 2009. V. 18. P. 085020. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/8/085020>
44. *Skaliukh A.S., Soloviev A.N., Oganessian P.A.* Modeling of piezoelectric elements with inhomogeneous polarization in ACELAN // Ferroelectrics. 2015. V. 483. P. 95–101.
<https://doi.org/10.1080/00150193.2015.1059138>
45. *Gerasimenko T.E., Kurbatova N.V., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., Nasedkina A.A., Oganessian P.A., Skaliukh A.S., Soloviev A.N.* Homogenization of piezoelectric composites with internal structure and inhomogeneous polarization in ACELAN-COMPOS finite element package // Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials. Advanced Structured Materials. 2019. V. 109. P. 113–131.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-17470-5_8
46. *Dong X.-J., Meng G.* Dynamic analysis of structures with piezoelectric actuators based on thermal analogy method // Int. J. Adv. Manuf. Tech. 2006. V. 27. P. 841–844.
<https://doi.org/10.1007/s00170-004-2290-5>

MEMBRANE PIEZOELECTRIC MDS-ACTUATOR WITH A FLAT DOUBLE SPIRAL OF INTERACTING ELECTRODES

© 2024 г. А. А. Пан'ков^{a,*}

^a*Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia*

^{*}*e-mail: a_a_pankov@mail.ru*

Abstract – A schematic diagram and mathematical model of functioning of a new piezoelectric membrane (MDS) actuator with double spiral (DS) electrodes on the upper and/or lower surfaces of a thin piezoelectric layer with axisymmetric and periodic (with a small period) in radial coordinate mutual reversed electric polarization are presented. The polarization of the layer was realized as a result of connecting the polarizing electric voltage of the appropriate value to the outputs of the double spirals of the electrodes. The electrodes of each (upper and lower) double spiral of the MDS-actuator are made in the form of electrodeposited ribbon coatings on the surfaces of the piezoelectric layer in close proximity to each other (due to the small spiral pitch) to create high values of electric field strength along the lines of force in localized areas of the piezoelectric layer between them when an alternating or constant control electric voltage is connected to the electrodes, in particular, with positive and negative values of the electrical potentials. Importantly, the electric field force lines and, as a consequence, the polarization of the piezoelectric layer of the MDS actuator are oriented mainly along (i.e. towards or against) the radial coordinate of the membrane, in contrast to many conventional actuator schemes. The results of numerical modeling for a circular elastic membrane with piezoelectric actuators installed on its upper and lower surfaces confirmed the effectiveness of the proposed piezoelectric MDS-actuator when it functions according to the “bimorph” scheme, including the use of the proposed new structural element (section) – a piezoelectric “compression ring” MDS at various geometric and control parameters. The effect of a significant increase in the membrane deflection with installed piezoelectric MDS-actuators compared to the use of traditional homogeneous plate piezoelectric actuators of bimorph type for different conditions of the membrane fixation, in particular, stationary (rigid) fixation of its center is revealed. For a hybrid piezoelectric MDS-actuator including independent concentric round and circular (i.e. “compression ring”) sections, the non-monotonic nature and numerical analysis of the nonlinear dependence of the largest deflection at the center of a hinge-immobile membrane fixed at the edge on the ratio of the radii of its round and circular MDS sections were revealed. The cases in which the effect of the “compression ring” is manifested, i.e. when the maximum deflection of a membrane with the “compression ring” exceeds the best possible value of the deflection of this membrane without its use in the traditional “bimorph” scheme, are identified. The new piezoelectric MDS-actuator can be used in micromechanics, controlled optics, sensor technology, acoustics, in particular, in the manufacture of piezoelectric acoustic or sensor elements of membrane type, electromechanical transducers for vibration energy collection.

Keywords: piezoelectric MDS actuator, double electrode spiral, bimorph, membrane bending, initial load, compression ring, numerical modeling

REFERENCES

1. *Tzou H.S.* Piezoelectric shells (Distributed sensing and control of continua). Kluwer Academic Publishers. 1993. 320 p.
2. *Rubio W.M., Vatanabe S.L., Paulino G.H., Silva E.C.N.* Functionally graded piezoelectric material systems – a multiphysics perspective / In book *Advanced computational materials modeling: from classical to multi-scale techniques*. Ed. M. Vaz Jr., E.A. de Souza Neto, P.A. Munoz-Rojas. Weinheim, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011. 414 p. P. 30–339; <https://doi.org/10.1002/9783527632312>
3. *Ebrahimi F.* Piezoelectric materials and devices - practice and applications. IntechOpen, 2013. 176 p. <https://doi.org/10.5772/45936>
4. *Uorden K.* Novye intellektual'nye materialy i konstrukcii. Svoystva i primenenie [New intelligent materials and structures. Properties and application]. M.: Tekhnosfera, 2006. 224 p
5. *Berlinkur D., Kerran D., ZHaffe G.* P'ezoelektricheskie i p'ezomagnitnye materialy i ih primenenie v preobrazovatelyah / Fizicheskaya akustika. T. 1: Metody i pribory ul'trazvukovykh issledovaniy. CHast' A [Piezoelectric and piezomagnetic materials and their application in transducers/Physical acoustics. V. 1: Ultrasound methods and instruments. Part A]. M.: Mir, 1966. P. 204–326.
6. *Han J.M., Adriaens T.A., Koning W.L., Banning R.* Modelling Piezoelectric Actuators // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2000. V. 5. № 4. P. 331–341; <https://doi.org/10.1109/3516.891044>
7. *Ivan I.A., Rakotondrabe M., Lutz P., Chaillet N.* Quasistatic displacement self-sensing method for cantilevered piezoelectric actuators // Review of Scientific Instruments. American Institute of Physics. 2009. V. 80. № 6. P. 065102–1/065102-8; <https://doi.org/10.1063/1.3142486>
8. *Sofronov A., Nikiforov V., Klimashin V.* Bimorfnye p'ezoelektricheskie elementy: aktyuatory i datchiki [Bimorphic piezoelectric elements: actors and sensors] // Komponenty i tekhnologii. 2003. V. 30. № 4. P. 46–48.
9. *Zhu D., Almusallam A., Beeby S.P., Tudor J., Harris N.R.* A bimorph multi-layer piezoelectric vibration energy harvester // PowerMEMS 2010 Proceedings. Belgium, Leuven. 2010. P. 1–4.
10. *Bansevičius R., Navickaitė S., Jūrėnas V., Mažeika D., Lučinskis R., Navickas J.* Investigation of novel design piezoelectric bending actuators // Journal of Vibroengineering. 2013. V. 15. № 2. P. 1064–1068.
11. *Vatul'yan A.O., Getman I.P., Lapickaya N.B.* Ob izgibe p'ezoelektricheskoy bimorfnoj plastiny [On bending of a piezoelectric bimorph plate] // Prikladnaya mekhanika. 1991. V. 27. № 10. P. 101–105.
12. *Vatul'yan A.O., Rynkova A.A.* Ob odnoj modeli izgibnykh kolebanij p'ezoelektricheskikh bimorfov s razreznymi elektrodami i ee prilozheniyah [About one model of bending oscillations of piezoelectric bimorphs with split electrodes and its applications] // Izvestiya RAN. MTT. 2007. № 4. P. 114–122; <https://doi.org/10.3103/S0025654407040127>
13. Patent RF № 2099754. Jelstauun Korporejshn N.V. Deformiruemoe zerkalo na osnove mnogoslonoj aktivnoj bimorfnoj struktury [Deformable mirror based on a multilayer active bimorph structure]. Data zayavki: 17.10.1996. Data publikacii: 20.12.1997. 7 p.; URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
14. *Antonyak YU.T., Vassergiser M.E.* Raschet harakteristik izgibnogo p'ezoelektricheskogo preobrazovatelya membrannogo tipa [Calculation of the characteristics of a membrane-type bending piezoelectric transducer] // Akusticheskij zhurnal. 1982. V. 28. № 3. P. 294–302.
15. *Aronov B.S.* Elektromekhanicheskie preobrazovateli iz p'ezoelektricheskoy keramiki [Electromechanical converters from piezoelectric ceramics]. Leningrad: Energoatomizdat, 1990. 270 p.
16. *Williams C.B., Yates R.B.* Analysis of a microelectric generator for Microsystems // Sensors and Actuators A: Physical. 1996. V. 52. № 1–3. P. 8–11.

17. *Abbakumov K.E., Kononov R.S., Caplev V.M.* Eksperimental'noe issledovanie diskovogo bimorf-nogo p'ezoelektricheskogo generatora [Experimental study of a disk bimorph piezoelectric generator] // *Izvestiya SPbGETU "LETI"*. 2014. № 9. P. 59–63.
18. *Liu H., Zhong J., Lee C., Lee S.-W., Lin L.* A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications // *Applied Physics Reviews*. 2018. V. 5. № 4. P. 041306;
<https://doi.org/10.1063/1.5074184>
19. *Vasil'ev V.A., Verem'yov V.A., Tihonov A.I.* Vliyanie chastotnykh faktorov i parametrov na informativnyy signal p'ezoelektricheskikh datchikov davleniya [Influence of frequency factors and parameters on the informative signal of piezoelectric pressure sensors] // *Datchiki i sistemy*. 2003. № 8. P. 5–9.
20. *SHarapov V.M., Musienko M.P., SHarapova E.V.* P'ezoelektricheskies datchiki [Piezoelectric sensors]. Moscow: Tekhnosfera, 2006. 632 p.
21. *Mouhli M.* Analysis and shape modeling of thin piezoelectric actuators. Virginia Commonwealth University Publ., 2005. 100 p.;
URL: <https://scholarscompass.vcu.edu/etd/1552>
22. *Panich A.E.* P'ezokeramicheskie aktyuatory [Piezoceramic actuators]. Rostov na Donu: izd-vo RGU, 2008. 159 p.
23. *Yamada H., Sasaki M., Nam Y.* Active vibration control of a micro-actuator for hard disk drives using self-sensing actuator // *J. Intel. Mat. Syst. Struct.* 2008. V. 19. № 1. P. 113–123;
<https://doi.org/10.1177/1045389X07083693>
24. *El-Sayed A.M., Abo-Ismael A., El-Melegy M.T. et al.* Development of a micro-gripper using piezoelectric bimorphs // *Sensors*. 2013. V. 13. P. 5826–5840;
<https://doi.org/10.3390/s130505826>
25. *Bardin V.A., Vasil'ev V.A., CHernov P.S.* Sovremennoe sostoyanie i razrabotki aktyuatorov nano- i mikroperemeshchenij [The current state and development of actuators of nano- and micro-movements] // *Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost' i kachestvo"*. 2014. V. 2. P. 123–127.
26. *Bardin V.A., Vasil'ev V.A.* Aktyuatory nano- i mikroperemeshchenij dlya sistem upravleniya, kontrolya i bezopasnosti [Actuators of nano- and micro-movements for control, control and safety systems] // *Sovremennaya tekhnika i tekhnologii*. 2014. № 2. P. 1–5;
URL: <https://technology.snauka.ru/2014/02/3057>
27. *Zhou J., Dong L., Yang W.* A Double-Acting Piezoelectric actuator for helicopter active rotor // *Actuators*. 2021. № 10 (247). P. 1–15;
<https://doi.org/10.3390/act10100247>
28. *Abedian B., Cundari M.* Resonant frequency of a polyvinylidene flouride piezoelectric bimorph: the effect of surrounding fluid // *Proceedings Smart Structures and Materials*. 1993. V. 1916: Smart Materials. 23 July 1993;
<https://doi.org/10.1117/12.148486>
29. Patent RF № 2723567. Lopast' vozdušnogo vinta s upravlyaemoj geometriey profilya [Propeller blade with controlled profile geometry] / *Pan'kov A.A., Anoshkin A.N., Pisarev P.V.* Data zayavki: 18.11.2019. Data publikacii: 16.06.2020. 5 p.;
URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
30. Patent RU № 2636255. P'ezoaktyuator izgibnogo tipa [Bending type piezoactuator] / *Pan'kov A.A.* Data zayavki: 14.04.2016. Data publikacii: 21.11.2017. 8 p.;
URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
31. Patent US 2003/0056351 A1. Piezoelectric Macro-Fiber Composite Actuator and Method for Making Same / *Wilkie W.K.*, et al. Application Publ. March 27, 2003.
32. *Emad D, Fanni MA, Mohamed AM, Yoshida S.* Low-Computational-Cost Technique for Modeling Macro Fiber Composite Piezoelectric Actuators Using Finite Element Method // *Materials (Basel)*. 2021. № 14 (15). P. 4316.

33. *Park J.-S., Kim J.-H.* Analytical development of single crystal Macro Fiber Composite actuators for active twist rotor blades // *Smart Mater. Struct.* 2005. № 14. P. 745–753;
<https://doi.org/10.1088/0964-1726/14/4/033>
34. Сертификат RU № 2018666421. Комп'ютерная программа “MFC PROPERTIES” (MFCP) [Computer program “MFC PROPERTIES” (MFCP)] / *Pisarev P.V., Anoshkin A.N., Pan'kov A.A.* opubl.: 17.12.2018. заявка № 2018663978 от 05.12.2018.
35. *Pan'kov A.A., Anoshkin A.N., Pisarev P.V., Bayandin S.R.* Using an electromechanical analogy to describe the damping characteristics of an MFC actuator // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2021. V. 1093. P. 012023.
36. *Kashyap R., Lenka T. R., Baishya S.* A model for doubly clamped piezoelectric energy harvesters with segmented electrodes // *IEEE Electron device letters.* 2015. V. 36. № 12. P. 1369–1372.
37. Патент RU № 2778161. Способ увеличения чувствительности биморфа изгибного типа [Method for increasing piezosensitivity of bimorph of bending type] / *Pan'kov A.A.*, opubl.: 15.08.2022 Byul. № 23, заявка № 2022101875 от 27.01.2022 г.;
URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
38. Патент US № 5632841. Thin layer composite unimorph ferroelectric driver and sensor / *Hellbaum R.F., Bryant R.G., Fox R.L.* Application Date: 24.01.1997. Publication Date: 27.05.1997. 12 p.;
URL: <https://patents.google.com/patent/US20010043027/fi>
39. Патент RU № 2793564. П'езоэлектрический биморф изгибного типа [Bending type piezoelectric bimorph] / *Pan'kov A.A.*, opubl.: 04.04.2023 Byul. № 10, заявка № 2022129727 от 16.11.2022 г.
40. Патент RU № 2803015. П'езоэлектрический актуатор [Piezoelectric actuator] / *Pan'kov A.A.*, opubl.: 05.09.2023 Byul. № 25, заявка № 2023109123 от 11.04.2023 г.;
URL: https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet
41. *Pobedrya B.E.* Механика композиционных материалов [Mechanics of composite materials]. Moscow: Izd-vo Mosk. universiteta, 1984. 336 p.
42. *Pan'kov A.A.* A piezoelectric material with inverse polarization and Maxwell-Wagner relaxation of layers in a variable electric field // *Mechanics of Composite Materials.* 2014. V. 49. P. 577–584;
<https://doi.org/10.1007/s11029-013-9374-y>
43. *Shindo Y., Narita F., Hirama M.* Electromechanical field concentrations near the electrode tip in partially poled multilayer piezo-film actuators // *Smart Mater. Struct.* 2009. V. 18. P. 085020;
<https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/8/085020>
44. *Skaliukh A.S., Soloviev A.N., Oganessian P.A.* Modeling of piezoelectric elements with inhomogeneous polarization in ACELAN // *Ferroelectrics.* 2015. V. 483. P. 95–101;
<https://doi.org/10.1080/00150193.2015.1059138>
45. *Gerasimenko T.E., Kurbatova N.V., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., Nasedkina A.A., Oganessian P.A., Skaliukh A.S., Soloviev A.N.* Homogenization of piezoelectric composites with internal structure and inhomogeneous polarization in ACELAN-COMPOS finite element package / *Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials. Advanced Structured Materials.* 2019. V. 109. P. 113–131;
https://doi.org/10.1007/978-3-030-17470-5_8
46. *Dong X.-J., Meng G.* Dynamic analysis of structures with piezoelectric actuators based on thermal analogy method // *Int. J. Adv. Manufact. Technol.* 2006. V. 27. P. 841–844;
<https://doi.org/10.1007/s00170-004-2290-5>