

УДК 378

<https://doi.org/10.23951/1609-624X-2022-5-116-122>

КОМПЬЮТЕРНЫЕ АНИМАЦИОННЫЕ РИСУНКИ В СРЕДЕ GEOGEBRA НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ В СЕДЬМОМ КЛАССЕ

Сайдыс Васильевна Сарыглар

Тувинский государственный университет, Кызыл, Россия, ya.saydis@yandex.ru

Аннотация

Введение. Цифровизация образования востребована благодаря новым дидактическим возможностям компьютерных технологий. Однако пока чрезвычайно мало примеров описания педагогического опыта учителей в этом направлении. Применение анимационных возможностей среды GeoGebra на уроках алгебры 7-го класса формирует творческий потенциал личности школьника в условиях цифровой экономики. Вместе с тем заинтересованным учащимся можно предложить учебно-исследовательскую задачу по созданию анимационных рисунков под руководством учителя.

Цель – представить фрагменты уроков алгебры в 7-м классе с использованием анимационных рисунков, выполненных в среде GeoGebra.

Материал и методы. Изучение и анализ литературы по использованию динамических чертежей в обучении математике в школе, обобщение опыта работы автора по апробации элементов методики обучения алгебре 7-го класса с использованием анимационных рисунков, представляющих собой элементы цифровизации школьного образования.

Результаты и обсуждение. На конкретных примерах представлена новая технология обучения с использованием анимационных рисунков на уроках алгебры 7-го класса.

Заключение. Анализ школьных учебников по математике разных лет показал, что в современных учебниках стало значительно больше иллюстраций: рисунков, схем, графиков, чертежей, изображающих фигуры, тела и их пересечения. Сегодня компьютерные технологии позволяют сделать следующий шаг в этом направлении и от стационарных рисунков перейти к анимационным.

Применение новой технологии обучения с использованием анимационных рисунков на уроках алгебры 7-го класса повышает уровень понимания и усвоения знаний благодаря обеспечению наглядности математических понятий и утверждений, исключению нежелательных вычислительных трудностей, проведению оперативного тестирования. Анимационные рисунки помогают в создании учителем однотипных задач с предсказуемым решением. Они обеспечивают возможности экспериментирования и поддержки экспериментально-исследовательского стиля обучения. Все это делает актуальным создание анимационного контента для проведения уроков математики в школе. Следовательно, систематическое использование компьютерных технологий в обучении математике повышает активное участие учащихся в научно-исследовательской работе. Материал статьи можно рассматривать как вклад в решение этой методической проблемы.

Ключевые слова: числовые выражения, многочлены, системы линейных уравнений, среда GeoGebra, анимационные рисунки, цифровое образование

Для цитирования: Сарыглар С. В. Компьютерные анимационные рисунки в среде GeoGebra на уроках алгебры в седьмом классе // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2022. Вып. 5 (223). С. 116–122. <https://doi.org/10.23951/1609-624X-2022-5-116-122>

COMPUTER ANIMATION DRAWINGS IN GEOGEBRA ENVIRONMENT IN GRADE 7 ALGEBRA LESSONS

Saidys V. Saryglar

Tuvan State University, Kyzyl, Russian Federation, ya.saydis@yandex.ru

Abstract

Introduction. Digitalization of education is in demand due to the new didactic capabilities of computer technologies. However, so far there are extremely few examples of describing the pedagogical experience of teachers in this direction. The use of animated drawings in algebra lessons of the 7th grade contributes to the formation of a personality ready to unleash its creative potential in the digital economy. At the same time, interested students can be offered an educational and research task to create animated drawings under the guidance of a teacher.

The *aim* of the research is to present fragments of algebra lessons in the 7th grade using animation drawings made in the GeoGebra environment.

Material and methods. The study and analysis of literature on the use of dynamic drawings in teaching mathematics at school, summarizing the author's experience in testing the elements of the methodology for teaching algebra in the 7th grade using animated drawings, which are elements of the digitalization of school education.

© С. В. Сарыглар, 2022

Results and discussion. The author uses concrete examples to present a new technology of teaching using animated drawings in algebra lessons of the 7th grade.

Conclusion. The analysis of school textbooks on mathematics of different years has shown that there are significantly more illustrations in modern textbooks: drawings, diagrams, graphs, drawings depicting figures, bodies and their intersections. We observe the principle of clarity in its development. Today, computer technologies allow us to take the next step in this direction and move from stationary drawings to animated ones.

The use of new teaching technology using animated drawings in algebra lessons of the 7th grade increases the level of understanding and assimilation of knowledge by providing clarity of mathematical concepts and statements, eliminating undesirable computational difficulties, conducting operational testing. Animated drawings help the teacher to create the same type of tasks with a predictable solution. They provide opportunities for experimentation and support for an experimental research style of learning. All this makes it relevant to create animated content for conducting math lessons at school. Consequently, the systematic use of computer technology in teaching mathematics increases the active participation of students in research work. The material of the article can be considered as a contribution to the solution of this methodological problem.

Keywords: Numerical expressions, polygames, systems of linear equations, GeoGebra environment, animated drawings, digital education

For citation: Saryglar S. V. Komp'yuternye animatsionnye risunki v srede GeoGebra na uroках algebrы v sed'mom klasse [Computer Animation Drawings in Geogebra Environment in Grade 7 Algebra Lessons]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – Tomsk State Pedagogical University Bulletin*, 2022, vol. 5 (223), pp. 116–122 (In Russ.). <https://doi.org/10.23951/1609-624X-2022-5-116-122>

Введение

Цифровизация образования естественным образом распадается на две составляющие: коммуникативную и технологическую [1]. Коммуникативная часть – это обеспечение дистанционного обучения [2], административный документооборот, связь учебного заведения с общественностью и др. Использование анимационных рисунков на уроках алгебры относится к технологической части цифровизации и визуализации обучения [3, 4]. При создании анимационных рисунков [5–7] мы использовали свободно распространяемую программу GeoGebra [8]. С анимационными возможностями динамической программы GeoGebra можно ознакомиться в следующих публикациях [9–17].

Ниже представлены дидактические цели использования анимационных рисунков с демонстрацией опыта их использования на уроках алгебры 7-го класса в соответствии с учебниками [18–20].

1. Пример использования анимационных рисунков в целях визуализации алгебраических понятий и утверждений

Алгебраическое понятие «Выражение с переменными» эффективно демонстрирует анимационный рис. 1.

Изначально предлагается ученику вычислить значение данного выражения $c = \frac{a+2b}{10-b}$ «вручную», после чего решение записывается в тетради: при $a = 3$, $b = 8$ имеем: $c = \frac{3+2 \cdot 8}{10-8} = \frac{19}{2} = 9,5$. Потом полученное решение сравниваем с анимационным рисунком, построенным в среде GeoGebra, и проверяем полученный ответ. После этого целесо-

образно с использованием анимационного рис. 1 составить таблицу значений переменных и выражения.

ЗНАЧЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Найдите значение выражения $c = \frac{a+2b}{10-b}$

при выбранных значениях a и b .

$$\begin{array}{cc} a = 3 & b = 8 \\ \text{---} \bullet \text{---} & \text{---} \bullet \text{---} \end{array}$$

$$\text{Находим: } c = \frac{3+2 \cdot (8)}{10-(8)} = \frac{19}{2}$$

Рис. 1. Нахождение значения выражения

При использовании анимационного рис. 1 для другого выражения относительно тех же переменных следует в надписи заменить выражение на новое и строкой ввода ввести новое выражение c через те же переменные.

2. Пример использования анимационных рисунков с целью устранения нежелательных вычислительных трудностей

Ученикам известны способы сложения и умножения целых чисел «столбиком». Перенесем эти способы на многочлены.

Анимационный рис. 2 позволяет сложить два многочлена. При этом сложение соответствующих коэффициентов поручается компьютеру.

Использование анимационного рис. 2.

1) Вводим (Строкой ввода) данные многочлены $f(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53$, $h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$. Потом записываем их на полотне при помощи кнопки ABC. Затем восстанавливаем пропущенные одночлены, записывая их с нулевыми

Введите многочлены $f(x)$, $h(x)$ и запишите их, вставляя пропущенные одночлены с коэффициентом 0.

$$f(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53$$

$$h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$$

$$\begin{array}{r} 4x^5 + 0x^4 - 27x^3 + 0x^2 - 32x + 53 \\ + 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75 \\ \hline 4x^5 + 21x^3 - 37x^2 + 117x - 22 \end{array}$$

Введите очередные одночлены $a(x)$ и $b(x)$

и получите их сумму $c(x)$

$$a(x) + b(x) = -27x^3 + 48x^3 = c(x) = 21x^3$$

☒ Ответ: $f(x) + h(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53 + (48x^3 - 37x^2 + 149x - 75) = 4x^5 + 21x^3 - 37x^2 + 117x - 22$

Рис. 2. Сложение многочленов

коэффициентами. Если же нет пропущенных одночленов, то многочлен можно записать на полотне при помощи кнопки АВС, взяв его из Объектов. Записи многочленов располагаем одну под другой, выравнивая по возможности столбцы, содержащие одинаковые степени переменной. Устанавливаем горизонтальную черту, ухватившись за выделенную точку отрезка.

2) (Нулевой шаг алгоритма.) Вводим складываемые одночлены $a(x) = 53$, $b(x) = -75$ и на Полотне находим их сумму $c(x) = -22$. С помощью кнопки АВС записываем этот результат под чертой в столбце свободных членов.

3) (Первый шаг алгоритма.) Вводим складываемые одночлены $a(x) = -32x$, $b(x) = 149x$ и на Полотне находим их сумму $c(x) = 117x$. С помощью кнопки АВС записываем этот результат со знаком «+» под чертой в столбце одночленов, содержащих x .

4) – 6) Повторяем шаги алгоритма.

7) Одночлен $0x^4$ можно не записывать под чертой.

8) Записываем под чертой одночлен $4x^5$.

9) Открываем ответ. При создании этой надписи соответствующие многочлены берутся из Объектов и результат находит компьютер. Поэтому в слу-

чае несовпадения записи многочлена под чертой с результатом в ответе следует пересчитать соответствующую сумму одночленов.

Рассмотрим умножение многочленов столбиком. По правилу из учебника при умножении многочлена на многочлен нужно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго многочлена, а потом полученные произведения сложить. Это правило лежит в основе умножения «столбиком».

Основой построения анимационного рисунка, реализующего этот алгоритм, является специальный «калькулятор» для умножения первого многочлена на очередное слагаемое второго многочлена (рис. 3). Форма записи умножения многочленов столбиком такая же, как и для чисел.

Использование анимационного рис. 3.

1) (Начало алгоритма.) Вводим (Строкой ввода) данные многочлены $f(x)$ и $h(x)$. Записываем на Полотне данные многочлены один под другим, вставляя пропущенные одночлены с нулевыми коэффициентами, если таковые имеются. Заметим, что если нет пропущенных одночленов, то многочлен можно записать на Полотне с помощью кнопки АВС, взяв его из Объектов. Строим черту (отрезок).

Введите перемножаемые многочлены $f(x)$, $h(x)$

и запишите их, вставляя одночлены с коэффициентом 0.

$$f(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

$$h(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7$$

$$2x^3 + 0x^2 - 3x + 5$$

$$4x^3 - 3x^2 + 0x + 7$$

$$\hline 14x^3 + 0x^2 - 21x + 35$$

$$-6x^5 + 0x^4 + 9x^3 - 15x^2$$

$$8x^6 - 0x^5 - 12x^4 + 20x^3$$

$$\hline 8x^6 - 6x^5 - 12x^4 + 43x^3 - 15x^2 - 21x + 35$$

Калькулятор для выполнения шага алгоритма.

Введите очередное слагаемое b многочлена $h(x)$:

$$b = 4x^3 \text{ и получите произведение}$$

$$f(x)b = 8x^6 - 12x^4 + 20x^3.$$

Запишите его на нужном месте.

Рис. 3. Умножение многочленов

Введите делимое $f(x) = 2x^5 - 3x + 5$ и делитель $b(x) = x^2 + x + 1$

$ \begin{array}{r} 2x^5 - 3x + 5 \\ 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 \\ \hline -2x^4 - 2x^3 - 3x + 5 \\ -2x^4 - 2x^3 - 2x^2 \\ \hline 2x^2 - 3x + 5 \\ 2x^2 + 2x + 2 \\ \hline -5x + 3 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x^2 + x + 1 \\ 2x^3 - 2x^2 + 2 \end{array} $	Промежуточное деление : $a(x) = b(x) \cdot c(x) + r(x)$ Введите промежуточное делимое $a(x) = 2x^2 - 3x + 5$. Введите и запишите очередное слагаемое частного $c(x) = 2$. Запишите полученные произведение $b(x) \cdot c(x) = 2x^2 + 2x + 2$ и остаток $r(x) = -5x + 3$.
---	--	---

Рис. 4. Деление многочленов уголком

2) (Шаг алгоритма.) Вводим свободный член $b(x) = 7$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем под чертой выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

3) (Повторение шага алгоритма.) Вводим одночлен $b(x) = -3x^2$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем ниже, выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

4) (Повторение шага алгоритма.) Вводим одночлен $b(x) = 4x^3$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем ниже, выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

5) (Нахождение результата.) Суммируем по столбцам и получаем ответ.

Применяя рис. 3, ученику не придется беспокоиться за вычислительные трудности, так как вычисления выполняет компьютер в виде «калькулятора». Уточним в этой связи, что мы не призываем всюду заменять «ручные» вычисления компьютерными. На уроках обычные вычисления сохраняются там, где они составляют одну из целей обучения.

Учащиеся изучают способы сложения и умножения целых чисел столбиком и деления уголком. Мы переносим эти способы на многочлены. Анимационный рис. 4 демонстрирует деление многочленов уголком.

Алгоритм деления многочленов уголком на уроке:

1) вводим в строке ввода многочлены $f(x)$, $b(x)$ и записываем их $h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$;

2) вводим в строке ввода многочлен $a(x) = 2x^5 - 3x + 5$;

3) вводим в строке ввода первое слагаемое частного $c(x) = 2x^3$ и записываем при помощи кнопки ABC его под уголком;

4) записываем в полотно при помощи кнопки ABC готовые произведение $b(x) \cdot c(x) = 2x^5 + 2x^4 + 2x^3$ и остаток $r(x) = -2x^4 - 2x^3 - 3x + 5$.

Повторение пунктов 2–4 приводит к ответу.

3. Пример использования анимационных рисунков для организации тестирования

Кроме умения вывести каждую формулу сокращенного умножения, ученик должен их знать хорошо. Для проверки запоминания формул сокращенного умножения и их чтения создан анимационный рис. 5.

- ☐ Формула квадрата суммы
- ☒ Формула квадрата разности $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ☐ Формула куба суммы
- ☐ Формула куба разности
- ☐ Формула разности квадратов
- ☐ Формула суммы кубов
- ☐ Формула разности кубов

Рис. 5. Формулы сокращенного умножения

В анимационном рис. 5 «птичка» возле текста позволяет скрыть/открыть запись формулы.

4. Пример анимационного рисунка для создания однотипных задач с предсказуемым решением и задуманным ответом

Учителю при подготовке к уроку, который посвящен решению систем линейных уравнений, иногда приходится самому придумывать такие системы, имеющие «хорошие» решения. Созданный анимационный рис. 6 двух линейных уравнений с двумя переменными поможет учителю создавать и творить.

Создание системы двух линейных уравнений с двумя переменными

$$\begin{cases}
 ax + by = c \\
 a_1x + b_1y = c_1
 \end{cases}$$

имеющей заданное решение (x_1, y_1)

Установите коэффициенты и заданное решение (x_1, y_1)

$a = 2$	$b = -3$	$x_1 = -1$
$a_1 = 4$	$b_1 = -1$	$y_1 = 2$

Искомая система
$$\begin{cases}
 2x + (-3)y = -8, \\
 4x + (-1)y = -6.
 \end{cases}$$

Рис. 6. Создание СПУ с двумя переменными

5. Примеры использования встроенной системы CAS для экспериментирования и учебно-исследовательской деятельности учащихся

Символьные вычисления встроенной системы CAS используются при овладении действиями над одночленами и многочленами. В динамической среде GeoGebra CAS (Computer Algebra Sistem) – это система компьютерной алгебры, обеспечивающая работу с символьными вычислениями, а также с формулами. После того как ученик решит примеры для проверки, предлагается «вручную» выполнить вычисления, используя динамическую среду GeoGebra. Как откроется файл, нажимаем на «Настройки», потом во встроенную систему CAS и в появившемся окне записываем пример. Решения примеров из [18] показаны на рис. 7, которые рассматриваются в разных страницах учебника.

1. Вычислите значение выражения $x(x - y) - y(y^2 - x)$ при $x = 4, y = 2$ (№ 622(б)).

2. Преобразуйте умножение в многочлен $(x^4 + 7x^2y^2 - 5y^4)(-0,5xy^2)$ (№ 751(а)).

3. Упростите выражение $(a^2 - 7)(a + 2) - (2a - 1) \times (a - 14)$ (№ 778(а)).

4. Разложите на множители многочлен $x^5 + x^4 - x^3$ (№ 664 (а)).

5. Представьте данный трехчлен $\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9$, если это возможно (№844(а))

1	Замена $(x(x - y) - y(y^2 - x), x = 4, y = 2)$
→	8
2	$(x^4 + 7x^2y^2 - 5y^4)(-0,5xy^2)$
→	$-\frac{1}{2}xy^2(x^4 - 5y^4 + 7x^2y^2)$
3	Упростить $(a^2 - 7)(a + 2) - (2a - 1)(a - 14)$
→	$a^3 + 22a - 28$
4	Полный Квадрат $\left(\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9\right)$
→	$\frac{1}{4}(x + 6)^2$

Рис. 7. Вычисления во встроенной системе CAS

Очевидно, что все примеры из учебника [19] решаются учеником «вручную», чтобы он при решении проявил хорошую сообразительность. Возможности встроенной системы CAS можно использовать при проверке и решении более сложных примеров.

Замечаем, что с помощью Строки ввода можно решить примеры 2 и 3. Пример 3 можно решить, заменив букву a на букву x и введя функцию $f(x) = (x^2 - 7)(x + 7)(2x - 1)(x - 14)$. После этого записать команду Упростить $[f(x)]$ в Строку ввода. Аналогичным образом решается 2-й пример.

Применение кнопки CAS в динамической среде GeoGebra дает возможность учителю создавать примеры с «хорошими» ответами. Очень важно также, чтобы ученик при решении примера пришел к «красивому» ответу и был удовлетворен эмоционально и эстетично. Система CAS помогает облегчить учителю при изготовлении «хороших» примеров, устранив при этом вычислительные трудности. Например, задание 973 а) из [19] можно было бы придумать, выполнив в CAS раскрытие скобок в ответе. Для того чтобы после раскрытия скобок получить пример для решения, изначально придумывают хороший ответ. Встроенная система CAS позволяет ученику также экспериментировать с формулами сокращенного умножения.

CAS-3app

Файл Правка Вид Настройки Инструменты Окно Справка

1	$(a+b)^2$
→	$a^2 + 2ab + b^2$
2	$(a+b+c)^2$
→	$a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$
3	$(a+b+c+d)^2$
→	$a^2 + 2ab + 2ac + 2ad + b^2 + 2bc + 2bd + c^2 + 2cd + d^2$

Рис. 8. Формулы сокращенного умножения в CAS

Желательно ученику дать задание придумать два многочлена и найти их сумму, произведение «вручную», а потом ответы проверить на компьютере. Еще полезно попросить ученика изменить данные в условии задания из учебника и решить его на встроенной системе CAS.

Заключение

Подчеркнем, что мы говорим только о применении готовых компьютерных анимационных рисунков на уроках алгебры. Оно не требует особых знаний программирования. Достаточно уметь вводить (строкой ввода) свои данные, перемещением точки на ползунке изменять параметр и включать/выключать предусмотренную анимацию. Создание анимационного контента весьма трудозатратно и требует более обширных знаний программы GeoGebra.

Практика систематического применения компьютерных анимационных рисунков на уроках математики в Гимназии № 5 г. Кызыла Республики Тыва показала заинтересованность учащихся и, как следствие, повышение интереса к изучаемому учебному материалу. В результате сопоставления с традиционной формой обучения мы получили явно более высокие результаты обучения. Это стимулирует учителя школы и преподавателя вуза к

созданию анимационных рисунков для уроков математики. Например, всякая задача из учебника или задачника может стать предметом построения анимационного рисунка с заменой некоторых числовых данных параметрами, управляемыми соответствующими ползунками.

Итак, компьютерные анимационные рисунки в среде GeoGebra помогают учителю организовать учебный процесс достаточно быстро и наглядно. Именно визуализация объектов изучения способствует формированию интереса школьников к ма-

тематике и хорошему усвоению изучаемого материала. При надлежащей организации учебного процесса учитель имеет возможность организовать индивидуальную проектную работу школьника, выходящую в малое небольшое исследование.

Таким образом, диапазон применения представленного анимационного дидактического материала очень широк: от пассивного использования готовых анимационных рисунков до творческого применения и создания собственного компьютерного обеспечения своих уроков.

Список источников

1. Зимнякова Т. С., Ларин С. В., Ларина Е. И. Особенности использования цифровых образовательных ресурсов в обучении математике и физике // Вестник КГПУ им. В. П. Астафьева. 2019. № 2 (48). С. 26–32.
2. Биккулова Г. Р. Дистанционное обучение в России // Дистанционное и виртуальное обучение. 2015. № 4. С. 4–13.
3. Худенко В. Н., Симонова А. А., Персичкина Е. А. Использование анимации в среде GeoGebra в преподавании математики // Современные тенденции развития науки и технологий. 2016. № 8-4. С. 125–128.
4. Чудаева Т. Д. Визуализация на уроках математики // Научный альманах. 2016. № 11-3 (25). С. 168–170.
5. Шульга И. И. Генезис понятия «Педагогическая анимация» // Педагогическое образование и наука. 2008. № 1. С. 35–40.
6. Pea R. D. Beyond amplification: Using the computer to recognize mental functioning // Educational Psychologist. 1985. Vol. 20 (4). P. 167–182.
7. Perkins D. N. Person – plus: A distributed view of thinking and learning // Distributed cognition's. Psychological and educational considerations / ed. G. Salomon. Cambridge University Press, 1993. P. 88–110.
8. GeoGebra: официальный сайт. URL: <http://www.geogebra.org> (дата обращения: 10.03.2022).
9. Добровольский Н. Н., Есаян А. Р. Преобразования объектов в GeoGebra // Чебышевский сборник. 2017. № 5. Вып. 2. С. 92–108. DOI 10.22405/2226-8383-2017-18-2-129-143
10. Абдулкин В. В., Калачева С. И., Кейв М. А., Ларин С. В., Майер В. Р. Компьютерная анимация в обучении математике в педагогическом вузе. Красноярск: Красноярский гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева, 2019. 185 с.
11. Есаян А. Р., Якушин А. В. Экспериментальное обоснование гипотез в GeoGebra // Чебышевский сборник. 2017. № 18. Вып. 1. С. 129–143. DOI 10.22405/2226-8383-2017-18-1-92-108
12. Ларин С. В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики. Ростов н/Д: Легион, 2015. 192 с.
13. Ларин С. В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде GeoGebra: учебное пособие для вузов. М.: Юрайт, 2018. 233 с.
14. Ларин С. В., Казакова Е. В., Сивухина Е. А., Чилбак-оол С. В., Бурнакова М. В. О создании мультимедийного дидактического материала по алгебре 7 класса // Межвузовский сб. науч. тр. «Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе». М.: ФБОУ ВО МПГУ, изд-во «Политоп», 2017. Вып. 26. С. 99–103.
15. Ларин С. В., Чилбак-оол С. В. Использование компьютерной анимации в школьной алгебре чисел и многочленов // Материалы II Международной конференции «Информатизация образования и методика электронного обучения». Красноярск, СФУ, 25–28 сентября 2018, ч. 2. С. 144–148.
16. Raul M. Falcon, Ricardo Rios. The use of GeoGebra in Discrete Mathematics. (February, 2015), p. 39–50. URL: <https://www.researchgate.net/publication/271765799> (дата обращения: 10.03.2022).
17. Чилбак-оол С. В. Правый и левый алгоритмы Евклида для многочленов // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы III Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2018. С. 91–96.
18. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Суворова С. Б. Алгебра. 7 кл. / под ред. С. А. Теляковского. М.: Просвещение, 2004.
19. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Феоктистов И. Е. Алгебра 8 класс: учебник для учащихся общеобразоват. учр. 12-е изд. испр. М.: Мнемозина, 2012. 384 с.
20. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Алгебра. 7 кл. М.: Вентана-Граф, 2015. 272 с.

References

1. Zimnyakova T. S., Larin S. V., Larina E. I. Osobennosti ispol'zovaniya tsifrovyykh obrazovatel'nykh resursov v obuchenii matematike i fizike [Features of the use of digital educational resources in teaching mathematics and physics]. *Vestnik KGPU im. V. P. Astaf'eva – The bulletin of KSPU named after V. P. Astafyev*, 2019, no. 2 (48), pp. 26–32 (in Russian).
2. Bikkulova G. R. Distantionnoye obuchenie v Rossii obuchenie [Distance learning in Russia]. *Distantionnoye i virtual'noye obuchenie*, 2009, no. 4, pp. 4–13 (in Russian).

3. Khudenko V. N., Simonova A. A., Persichkina E. A. Ispol'zovaniye animatsii v srede GeoGebra v prepodavanii matematiki [Using animation in the GeoGebra environment in teaching mathematics]. *Sovremennye tendentsii razvitiya nauki i tekhnologii*, 2016, no. 8–4, pp. 125–128 (in Russian).
4. Chudayeva T. D. Vizualizatsiya na urokakh matematiki [Visualization in mathematics lessons]. *Nauchnyy al'manakh – Science Almanac*, 2016, no. 11–3(25), pp. 168–170 (in Russian).
5. Shul'ga I. I. Genezis ponyatiya “Pedagogicheskaya animatsiya” [The genesis of the concept of “Pedagogical animation”]. *Pedagogicheskoye obrazovaniye i nauka*, 2008, no. 1, pp. 35–40 (in Russian).
6. Pea R. D. Beyond amplification: Using the computer to recognize mental functioning. *Educational Psychologist*, 1985, vol. 20(4), pp. 167–182.
7. Perkins D. N. (1993). Person – plus: A distributed view of thinking and learning. In: G. Salomon (td.). *Distributed cognition's. Psychological and educational considerations*. Cambridge University Press, 1993. P. 88–110.
8. *GeoGebra: ofitsiyal'nyy sayt* [GeoGebra: official site] (in Russian). URL: <http://www.geogebra.org> (accessed 10 March 2022).
9. Dobrovolsky N. N., Yesayan A. R. Preobrazovaniya ob'yektov v GeoGebra [Object transformations in GeoGebra]. *Chebyshevskiy sbornik*, 2017, vol. 5, no. 2, pp. 92–108 (in Russian). DOI 10.22405/2226-8383-2017-18-2-129-143
10. Abdulkin V. V., Kalacheva S. I., Keyv M. A., Larin S. V., Mayer V. R. *Komp'yuternaya animatsiya v obuchenii matematike v pedagogicheskoy vuzе* [Computer animation in teaching mathematics in a pedagogical university]. Krasnoyarsk, KSPU named after V. P. Astafiev Publ., 2019. 185 p. (in Russian).
11. Esayan A. R., Yakushin A. V. Eksperimental'noye obosnovaniye gipotez v GeoGebra [Experimental substantiation of hypotheses in GeoGebra]. *Chebyshevskiy sbornik*, 2017, no. 18, issue 1, pp. 129–143. DOI 10.22405/2226-8383-2017-18-1-92-108 (in Russian).
12. Larin S. V. *Komp'yuternaya animatsiya v srede GeoGebra na urokakh matematiki* [Computer animation in the GeoGebra environment in mathematics lessons]. Rostov-on-Don, Legion Publ., 2015. 192 p. (in Russian).
13. Larin S. V. *Metodika obucheniya matematike: komp'yuternaya animatsiya v srede GeoGebra: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Methods of teaching mathematics: computer animation in the GeoGebra environment: textbook for universities]. Moscow, Yurayt Publ., 2018. 233 p. (in Russian).
14. Larin S. V., Kazakova E. V., Sivukhina E. A., Chibak-ool S. V., Burnakova M. V. O sozdanii mul'timedijnogo didakticheskogo materiala po algebre 7 klassa [On the creation of multimedia didactic material on algebra grade 7]. *Mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh trudov “Aktual'nye problemy obucheniya matematike v shkole i vuzе”* [Interuniversity collection of scientific papers “Actual problems of teaching mathematics at school and university”]. Moscow, FBOU VO MPGU, “Polytop” Publ., 2017. Issue. 26. Pp. 99–103 (in Russian).
15. Larin S. V., Chibak-ool S. V. Ispol'zovaniye komp'yuternoy animatsii v shkol'noy algebre chisel i mnogochlenov [Use of computer animation in school algebra of numbers and polynomials]. *Materialy II Mezhdunarodnoy konferentsii “Informatizatsiya obrazovaniya i metodika elektronnoy obucheniya”* [Materials of the II International Conference “Informatization of education and methods of e-learning”]. Krasnoyarsk, 2018, SibFU Publ. Part 2. Pp. 144–148 (in Russian).
16. Raul M. Falcon, Ricardo Rios. *The use of GeoGebra in Discrete Mathematics* (February, 2015). Pp. 39–50. URL: <https://www.researchgate.net/publication/271765799> (accessed 10 March 2022),
17. Chibak-ool S. V. Pravyy i levyy algoritmy Evklida dlya mnogochlenov [Right and left Euclid's algorithms for polynomials]. *Sovremennaya matematika i matematicheskoye obrazovaniye v kontekste razvitiya kraya: problemy i perspektivy. Materialy III Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii studentov, aspirantov i shkol'nikov* [Modern mathematics and mathematical education in the context of the development of the region: problems and prospects: materials of the III All-Russian. scientific-practical. conf. students, graduate students and schoolchildren]. Krasnoyarsk, 2018. Pp. 91–96 (in Russian).
18. Makarychev Yu. N., Mindyuk N. G., Neshkov K. I., Suvorova S. B. *Algebra 7 klass* [Algebra year 7]. Ed. S. A. Telyakovskiy. Moscow, Prosveshcheniye Publ., 2004 (in Russian).
19. Makarychev Yu. N., Mindyuk N. G., Neshkov K. I., Feoktistov I. E. *Algebra 8 klass: uchebnik dlya uchashchikhsya obshcheobrazovatel'nykh uchrezhdeniy* [Algebra grade 8: a textbook for students of educational institutions]. Moscow, Mnemozina Publ., 2012. 384 p. (in Russian).
20. Merzlyak A. G., Polonsky V. B., Yakir M. S. *Algebra. 7 klass* [Algebra. year 7]. Moscow, Ventana-Graf Publ., 2015. 272 p. (in Russian).

Информация об авторе

Сарыглар С. В., старший преподаватель, Тувинский государственный университет (ул. Колхозная, 125а, Кызыл, Россия, 667011).

Information about the author

Saryglar S. V., Senior Lecturer, Tuvan State University (ul. Kolkhoznaya, 125a, Kyzyl, Russian Federation, 667011).

Статья поступила в редакцию 03.03.2022; принята к публикации 01.08.2022

The article was submitted 03.03.2022; accepted for publication 01.08.2022