

УДК 519.2(075.3)

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СТОХАСТИКИ С ЧИСЛОВОЙ СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ЛИНИЕЙ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

© **Лидия Анатольевна ТЕРЕХОВА**

кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического
и информационного анализа экономических процессов
Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева
302026, Российская Федерация, г. Орел, ул. Комсомольская, 95
E-mail: lterehova@mail.ru

Включение элементов стохастики в структуру школьного курса математики разделила учителей и методистов на два «лагеря». Одни считают, что элементы стохастики необходимо изучать непосредственно на уроках математики только в рамках отдельных тем школьных учебников и в конце учебного года. Другие же позиционируют включение элементов стохастики только в виде факультативов или элективов, объясняя это нехваткой учебного времени и перегруженностью школьной программы. В связи с этим в методике преподавания математики нет однозначного подхода к последовательности изучения стохастических понятий и нет единой методики введения этих понятий. На данном этапе каждый автор излагает «свою» методику, большей частью основываясь на методике преподавания теории вероятностей и математической статистики в вузе. В связи с этим элементы стохастики стоят обособленно от содержательно-методических линий курса математики, которые постепенно формировались, развивались и взаимодействовали между собой. Показано, что преодолеть «отчужденность» элементов стохастики от «традиционной» школьной математики можно, если включать их изучение в каждый раздел программы. На конкретных примерах показали взаимодействие элементов стохастики с числовой содержательно-методической линией школьного курса математики. Показали, что элементы стохастики можно не только органично включить в структуру курса математики, но и с помощью ее средств укрепить внутрипредметные связи.

Ключевые слова: элементы стохастики; представление статистических данных; внутрипредметные связи школьного курса математики; когерентно-интегративный подход

DOI: 10.20310/1810-0201-2017-22-1(165)-71-77

В целях модернизации системы обучения математике Министерство образования и науки РФ в 2003 г. издало директиву «О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы», на основании которой началось повсеместное изучение стохастического материала. Однако, несмотря на более чем десятилетнее присутствие элементов стохастики в школьной математике, они все еще являются «инородным» материалом.

Однако изучение истории преподавания математики показывает, что все предшествующие попытки включения стохастики в школьную программу не имели успеха и заканчивались ее исключением как объекта инородного из традиционно сложившегося курса математики. Тем не менее важность изучения элементов стохастики в школе осознана многими ведущими методистами, заявляющими о необходимости дополнить систему традиционно сложившихся содержа-

тельно-методических линий школьного курса математики новой стохастической линией (рис. 1).

С одной стороны, это объясняется неоднозначным положением элементов стохастики в структуре традиционного школьного курса математики; с другой стороны, отсутствием резерва времени на его изучение.

Методические особенности изучения стохастических понятий, применяемые в различных учебных и учебно-методических пособиях [1–3], свидетельствуют о том, что новая стохастическая содержательно-методическая линия не сформировалась до сих пор. В сложившейся на сегодняшней день ситуации возникает вопрос: как сделать элементы стохастики составной частью традиционной школьной математики?

Ответ на этот вопрос дан в работах А. Плоцки и В.Д. Селютина, где обосновано, что элементы стохастики могут быть включены в структуру школьной программы в виде сквозной содержательно-методической

линии, равнозначной с другими линиями курса математики [4; 5]. Такой подход позволит не только укрепить внутрипредметные связи всех разделов школьного курса математики, но и согласует элементы стохастики с современными образовательными стандартами [6].

Всесторонний анализ проблемы согласования стохастики и традиционной математики позволил разработать и обосновать особый подход, направленный на «взаимодействие традиционного и стохастического материала, на поиск общих точек соприкосновения, выявляющих и укрепляющих взаимосвязи между классическими и инновационными методиками обучения» [7, с. 8]. Предложенный нами когерентно-интегративный подход к изучению элементов стохастики в школьном курсе математики позволяет установить новые внутрипредметные связи между стохастическим и традиционным материалом, а также укрепить средствами стохастики те связи, которые уже сложились в школьном курсе, но до сих пор не раскрыли всего своего потенциала.

В методике математики доказано, что одним из средств реализации внутрипредметных связей школьного курса математики является использование эффективной последовательности изучения понятий, тем и разделов курса. Рассмотрим взаимосвязь элементов стохастики с числовой содержатель-

но-методической линией на примере решения разнообразных задач [8].

Изучение математики начинается с темы «Обозначение натуральных чисел». Рассмотрим методику включения элементов стохастики в процесс изучения данной темы в соответствии с ее традиционным представлением и поэтапным формированием в школьной программе.

Определяя методические особенности согласования элементов стохастики с традиционной программой курса математики, мы основываемся на том, что «при формировании понятия «натуральное число» как количественной характеристики множества возможна опора на житейский прототип, так как фактически школьники еще до целенаправленного обучения имеют такое же представление об этих числах» [9, с. 23].

Включение элементов стохастики в процесс изучения натуральных чисел направлено на формирование у учащихся познавательных навыков, элементарных навыков статистического анализа реальных жизненных ситуаций.

Приведем пример, который иллюстрирует два способа сравнения натуральных чисел: с помощью координатного луча и статистической таблицы.

Пример 1. Маша, Петя, Коля, Олеся и Наташа решили выяснить, у кого из них больше конфет. Полученный результат они представили в виде табл. 1.

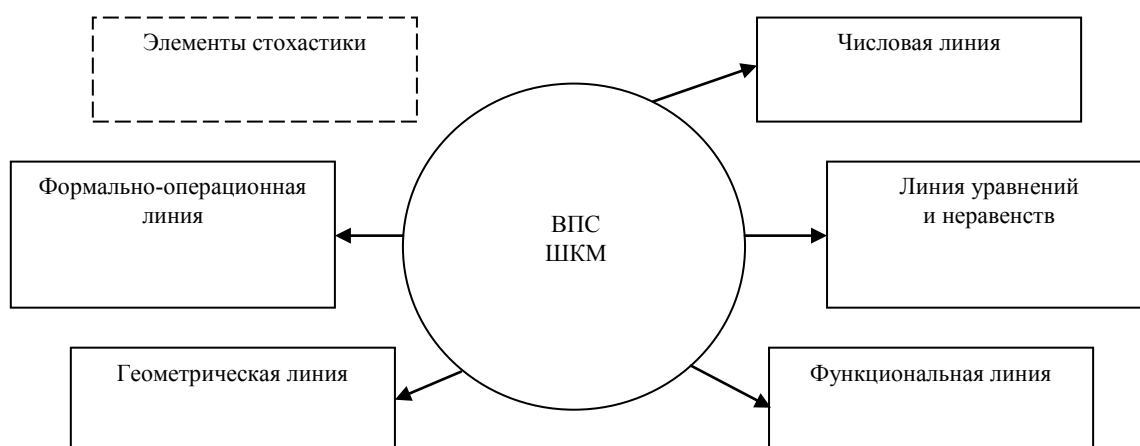


Рис. 1. Взаимосвязь содержательно-методических линий школьного курса математики на современном этапе (ВПС ШКМ – внутрипредметные связи школьного курса математики)

Изобразите эти данные на координатном луче, обозначив М – Маша, П – Петя, К – Коля, О – Олеся, Н – Наташа. Выясните, у скольких ребят конфет больше, чем у Олеси, а у скольких меньше? [10, с. 11].

Следующим этапом математического образования современного школьника является знакомство их с арифметическими действиями над натуральными числами. Включение элементов стохастики в структуру школьного курса математики позволяет формировать и анализировать задачи из реальных жизненных (например, игровой) ситуаций, с которыми учащиеся постоянно сталкиваются. В этом случае элементы стохастики имеют практически неограниченный потенциал для развития у учащихся навыков устного счета. Рассмотрим задачу, которая может быть предложена в 5 классе при изучении темы «Сложение натуральных чисел».

Пример 2. Дима и Оля по очереди подбрасывали игральный кубик одинаковое число раз. Результаты они зафиксировали в табл. 2.

У кого больше общее число очков: у Димы или у Оли? [10, с. 15].

Помимо навыков устного счета, предложенная задача служит иллюстрацией к применению законов арифметических действий над натуральными числами. С помощью нее

на интуитивном уровне проводится пропедевтика такого важного понятия курса математики, как часть (доля).

После изучения операций сложения и вычитания натуральных чисел учащиеся знакомятся с операцией умножения и деления этих чисел. Рассмотрим на следующем примере, как с помощью элементов стохастики можно развивать у учащихся умение анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы. Сформировать у учащихся такие понятия, как множитель, делитель, делимое, произведение и частное, применять свойства умножения и деления при вычислениях.

Пример 3. В районную администрацию обратился пенсионер с предложением открыть еще одну библиотеку в этом районе. Для того чтобы определить, нужна ли еще одна библиотека, глава администрации поручил своим помощникам подсчитать среднюю посещаемость имеющихся библиотек каждой категорией граждан за неделю (5 рабочих дней). Ими была составлена таблица посещаемости четырех районных библиотек (табл. 3).

Как Вы думаете, согласится ли глава администрации с предложением пенсионера, если одна библиотека рассчитана на не более чем 120 посетителей в день?

Таблица 1

Количество конфет у ребят

Имя	Маша	Петя	Коля	Олеся	Наташа
Количество конфет	3	5	8	4	6

Таблица 2

Результат подбрасывания игрального кубика

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Число очков Димы	2	4	5	3	1	3	5	6	1
Число очков Оли	6	1	4	4	2	6	5	3	3

Таблица 3

Сведения о посещаемости библиотек района

Библиотека	Дети	Учащиеся	Рабочие	Пенсионеры
№ 1	250	180	130	100
№ 2	210	220	120	130
№ 3	150	120	110	150
№ 4	230	240	160	180

Творческий потенциал стохастики также может быть использован в процессе закрепления или повторения ранее пройденного материала. При закреплении материала по арифметическим действиям с натуральными числами следует рассматривать задачи, самостоятельно составленные учениками. Для этого учитель заранее дает каждому учащемуся задание о сборе разнообразной статистической информации, которую можно представить с помощью диаграмм, графиков или статистической таблицы. Затем на уроке учащиеся разбиваются на пары, обмениваются заданиями и производят необходимые вычисления.

Следующим этапом расширения числовой последовательности является знакомство учащихся с обыкновенными дробями. Для того чтобы процесс изучения дробей в школьном курсе математики был наиболее эффективным, необходимо, чтобы каждый рассматриваемый вопрос ставился не отвлеченно, а конкретно и наглядно. Поэтому обыкновенные дроби, с которыми учащиеся должны работать, нужно представлять в разнообразных формах: части отрезков, разделенных на равные доли, равные круговые секторы, и собрания мелких однородных предметов (спичек, камешков), разделяемых на равные части.

Пример 4. На уроке физкультуры ученики соревновались в прыжках со скакалкой. Учитель записывал количество прыжков каждого ученика и получил следующий ряд чисел:

15; 25; 20; 15; 14; 19; 20; 25; 15; 16; 16; 20; 19; 14; 14; 15; 20; 25; 16; 15.

1. Используя имеющиеся данные, заполните таблицу частот.

2. Представьте результаты упражнения на координатном луче, расставив частоты в порядке возрастания.

3. Укажите количество детей, подпрыгнувших наибольшее и наименьшее число раз.

Следующим этапом расширения представления о числе является введение понятия отрицательного числа. Наиболее трудоемким

процессом на этом этапе обучения является формирование у учащихся не только самого понятия и представления об отрицательном числе, но и его практической значимости. На этом этапе у учащихся должна быть заложена убежденность в том, что новые числа вводятся необходимо без расширения числовой последовательности, нельзя проанализировать ряд явлений и т. д. Достигнуть этого можно с помощью стохастических задач.

Пример 5. В течение 10 дней марта месяца измерялась температура (в °C) воздуха в двух городах.

В Ростове: -2; 0; -1; 5; 8; 12; 12; 7; -1; 3.

В Орле: -11; -10; -5; 1; 0; 1; 2; -3; -5; -13.

Сравните средние характеристики этих данных (моды, медианы и средние арифметические), а также их разброс. В каком из этих городов температура стабильнее?

Дальнейшее расширение представлений о числе требует введения в содержание обучения понятия «десятичная дробь». Изучение десятичных дробей будет более эффективным, если их проиллюстрировать конкретными примерами, связанными с употреблением метрической системы мер. Достоинством данного подхода является именно то обстоятельство, что отношение между различными однородными мерами выражается степенями числа 10. На конкретном примере покажем, как включение элементов стохастики в школьный курс математики способствует формированию понятия «десятичная дробь».

Пример 6. В городском саду растут 4 породы деревьев: липа, клен, каштан, тополь. Ангелина во время прогулки по саду подсчитала точное число деревьев каждого вида. Данные она занесла в табл. 4.

Определите частоту каждой породы деревьев в саду, результаты занесите в таблицу. Укажите, какое из нижеперечисленных событий будет наиболее вероятно и наименее вероятно: выбранное наугад дерево в данном саду является: а) липой; б) кленом; в) каштаном; г) тополем.

Таблица 4

Данные о количестве деревьев в городском саду

Деревья	Липа	Клен	Каштан	Тополь
Количество	58	67	84	36

Переходя к изучению действий над десятичными дробями, следует особо подчеркнуть, что все правила выполнения действий, выведенные для обыкновенных дробей, справедливы и для десятичных. Нижеследующая задача позволяет не просто формально выполнять арифметические действия с десятичными дробями, а вместе с этим рассмотреть и закрепить такие статистические понятия, как мода, медиана, среднее арифметическое, которые имеют большое значение при изучении стохастики.

Пример 7. Десять рыбаков по окончании рыбалки взвесили свой улов и получили такие данные: 2,8 кг; 3 кг; 3 кг; 2,9 кг; 2,8 кг; 3 кг; 3,2 кг; 3 кг; 3 кг; 2,9 кг. Найдите средние числовые характеристики улова: моду; медиану; среднее арифметическое. Полученные результаты представьте в виде обыкновенных дробей.

Таким образом, активное использование стохастических представлений при изучении десятичных дробей является залогом сознательного усвоения учащимися арифметики дробных величин.

Изучение темы «Действия над десятичными дробями» ученикам 5-го класса дается особо тяжело, поскольку этот материал предполагает одновременную работу с не-

сколькими ранее изученными темами. Представление числа в виде десятичной дроби усложняет процесс умножения и деления, который в свою очередь состоит из нескольких последовательных шагов. Включение элементов стохастики в процесс изучения этой темы не только иллюстрирует связь математики с окружающим миром, но и позволяет учащимся в ненавязчивой форме, например, в виде лабораторного опыта освоить эти операции. Также этот пример может быть использован и при изучении темы «Проценты».

Пример 8. Учитель биологии поручил учащимся измерить длину 10 листьев березы. Выполняя это задание, Лена заполнила табл. 5. Составьте таблицу частот. Выразите частоты в процентах. Постройте круговую диаграмму. Найдите среднее арифметическое этих данных.

Для того чтобы выявить потенциал стохастики как средства укрепления внутрипредметных связей, мы использовали общепринятую дифференциацию школьного курса математики на содержательно-методические линии: числовая, формально-операционная, линия уравнений и неравенств, функциональная и геометрическая.

Таблица 5

Результат измерения листьев

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Длина в см	4,5	3,5	3,8	4,5	3,5	4,0	4,5	4,8	4,5	4,8

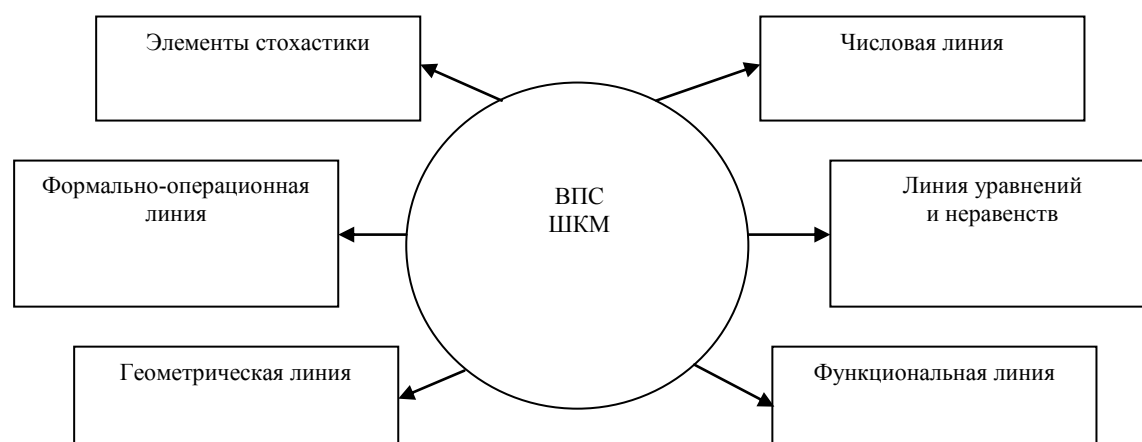


Рис. 2. Взаимосвязь содержательно-методических линий школьного курса математики при реализации когерентно-интегративного подхода

На примере взаимодействия элементов стохастики и числовой линии мы показали, каким образом можно осуществить взаимосвязь как внутри каждой из перечисленных содержательно-методических линий, так и между ними.

Таким образом, включение элементов стохастики в структуру школьного курса математики на основе когерентно-интегративного подхода способствует формированию новой стохастической содержательно-методической линии школьной математики (рис. 2).

Благодаря развитию стохастической содержательно-методической линии на уроках математики наряду с изучением традиционных понятий и представлений, учащиеся осуществляют регистрацию и анализ наблюдаемых случайных явлений, делают предположения и осуществляют их проверку на практике с помощью проведения эксперимента. В связи с этим перед учащимися встает необходимость применять полученные как традиционно-математические, так и вероятностно-статистические знания на практике. Все это позволяет не только укрепить внутрипредметную целостность школьной математики, но и реализовать связь теории и практики, необходимость которой в обучении математике ощущается особенно остро.

Список литературы

1. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. 5–9 кл. М.: Дрофа, 2002.
2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Теория вероятностей и статистика. М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2008.
3. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей. М.: Просвещение, 2003.
4. Селютин В.Д. Проблемы внедрения в школу стохастики в условиях вхождения России в общеевропейское образовательное пространство // Adiyaman Üniversitesi. 1. Uluslararası Bilimsel Proje Pazarı. Proje Özetleri Kitabı. Adiyaman, 2014. С. 219–222.
5. Селютин В.Д. Философские основания методической подготовки будущего учителя математики к обучению школьников стохастики // Личностное и профессиональное развитие будущего специалиста: материалы 11 Междунар. науч.-практ. конф. Тамбов: ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2015. С. 178–181.

6. Далингер В.А. Внутрипредметные связи и их реализация в процессе обучения // Система межпредметных связей по предметам естественно-математического цикла: сб. науч. трудов. М., 1981. 164 с.
7. Терехова Л.А. Элементы стохастики как средство укрепления внутрипредметных связей школьного курса математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Орел, 2008.
8. Аксенов А.А. Методологические особенности и специфика построения теории школьных математических задач // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. Н. Новгород, 2015. Вып. 2 (38). С. 162–170.
9. Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике. М.: Просвещение, 1991.
10. Селютин В.Д., Терехова Л.А. Стохастика в канве школьной математики. Орел, 2007.

References

1. Bunimovich E.A., Bulychyev V.A. *Veroyatnost' i statistika. 5–9 kl.* [Probability and Statistics. 5–9 Forms]. Moscow, Drofa Publ., 2002. (In Russian).
2. Tyurin Yu.N., Makarov A.A., Vysotskiy I.R., Yashchenko I.V. *Teoriya veroyatnostey i statistika* [Theory of Probability and Statistics]. Moscow, Moscow Centre of Continuous Mathematical Education: OJSC "Moskovskie uchebniki", 2008. (In Russian).
3. Makarychev Yu.N., Mindyuk N.G. *Algebra: elementy statistiki i teorii veroyatnostey* [Algebra: Elements of Statistics and Theory of Probabilities]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 2003. (In Russian).
4. Selyutin V.D. Problemy vnedreniya v shkolu stokhastiki v usloviyakh vkhozheniya Rossii v obshcheevropeyskoe obrazovatel'noe prostranstvo [Problems of including stochastic in schools in conditions of entering common-European teaching space by Russia]. *Adiyaman Üniversitesi. 1. Uluslararası Bilimsel Proje Pazarı. Proje Özetleri Kitabı* [Adiyaman University. 1st International Market of Scientific Projects. Book of Projects Abstracts]. Adiyaman, 2014, pp. 219–222. (In Russian).
5. Selyutin V.D. Filosofskie osnovaniya metodicheskoy podgotovki budushchego uchitelya matematiki k obucheniyu shkol'nikov stokhastike [Philosophical basics of methodological preparation of future mathematics teacher for stochastic teaching pupils]. *Materialy 11 Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Lichnostnoe i professional'noe razvitie budushchego spetsialista»* [Proceedings of 11th International Research and Practice Conference "Personal and

- Professional Development of Future Specialist”]. Tambov, TRPO “Business-Science-Society”, 2015, pp. 178-181. (In Russian).
6. Dalinger V.A. Vnutripredmetnye svyazi i ikh realizatsiya v protsesse obucheniya [Intrasubject connections and theirs realization in process of teaching]. *Sistema mezhpredmetnykh svyazey po predmetam estestvenno-matematicheskogo tsikla* [System of Intersubject Connections in Subjects of Natural and Mathematical Cicle]. Moscow, 1981, 164 p. (In Russian).
 7. Terekhova L.A. *Elementy stokhastiki kak sredstvo ukrepleniya vnutripredmetnykh svyazey shkol'nogo kursa matematiki. Avtoref. diss. kand. ped. nauk. Avtoref. diss. kand. ped. nauk* [Elements of Stochastics as Mean of Strengthening Intrasubject Connections of School Course of Mathematics. Cand. ped. sci. diss. abstr.]. Oryol, 2008. (In Russian).
 8. Aksenov A.A. Metodologicheskie osobennosti i spetsifika postroeniya teorii shkol'nykh matematika-
 - ticheskikh zadach [Some methodological peculiarities and specific features of the theory of school mathematical problems]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Sotsial'nye nauki – Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Social Sciences*, 2015, no. 2 (38), pp. 162-170. (In Russian).
 9. Dalinger V.A. *Metodika realizatsii vnutripredmetnykh svyazey pri obuchenii matematike* [Methodics of Realization of Intrasubject Connections in Mathematics Teaching]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1991. (In Russian).
 10. Selyutin V.D., Terekhova L.A. *Stokhastika v kanve shkol'noy matematiki* [Stochastic in Course of School Mathematics]. Oryol, 2007. (In Russian).
- Поступила в редакцию 30.10.2016 г.
Received 30 October 2016

UDC 519.2(075.3)

THE INTERACTION OF STOCHASTIC ELEMENTS WITH NUMBER CONTENT-METHODOLOGICAL LINE OF SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

Lidiya Anatolevna TEREKHOVA

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Mathematical and Informational Analysis of Economical Processes Department

Oryol State University

95 Komsomolskaya St., Oryol, Russian Federation, 302026

E-mail: lterehova@mail.ru

The inclusion of stochastic elements into the structure of school Mathematics has divided teachers and methodologists into two “camps”. Some believe that the elements of the stochastic need to be studied directly in Mathematics lessons, but within the individual topics of school textbooks and at the end of the school year. Others have positioned the inclusion of stochastic elements in the form of electives or elective courses, explaining that there is the grip of school time and within school curricula. In this regard the methodology of teaching Mathematics is no single approach to sequence learning stochastic concepts and no single methodology the introduction of these concepts. At this stage every author outlines their methodology, mostly based on the methodology of teaching of probability theory and mathematical statistics at the University. In this regard the stochastic elements stand apart from the substantial-methodical lines of the course of Mathematics, which gradually formed, developed and interacted between themselves. We have shown that to overcome the “alienation” of the stochastic elements from “traditional” school Mathematics is possible, if you include their study in every section of the program. Certain examples of interaction of elements of the stochastic numerical content and methodical line of a school course of Mathematics are considered. It is shown that the stochastic elements can not only be organically included in the structure of Mathematics, but also with its means to strengthen intra-subject connection.

Key words: elements of stochastics; statistic data presentation; intra-subject communication of school course of Mathematics; coherent and integrative approach

DOI: 10.20310/1810-0201-2017-22-1(165)-71-77

Информация для цитирования:

Терехова Л.А. Взаимодействие элементов стохастики с числовой содержательно-методической линией школьного курса математики // Вестник Тамбовского университета. Серия Гуманитарные науки. Тамбов, 2017. Т. 22. Вып. 1 (165). С. 71-77. DOI: 10.20310/1810-0201-2017-22-1(165)-71-77.

Terekhova L.A. Vzaimodeystvie elementov stokhastiki s chislovoy soderzhatel'no-metodicheskoy liniey shkol'nogo kursa matematiki [The interaction of stochastic elements with number content-methodological line of school course of Mathematics]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Gumanitarnye nauki – Tambov University Review. Series: Humanities*, 2017, vol. 22, no. 1 (165), pp. 71-77. DOI: 10.20310/1810-0201-2017-22-1(165)-71-77. (In Russian).