

ISSN 1813-8691 (Print)  
ISSN 1813-8705 (Online)

# ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

*Высшей школы экономики*

*Higher School of Economics  
Economic Journal*

Том 28, № 1 2024

## В НОМЕРЕ :

- Вклад человеческого капитала в рост российской экономики **Авдеева Д.А.**
- Имитационный анализ OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению **Шпилевая А.Е.,  
Полбин А.В.,  
Синельников-Мурылев С.Г.**
- Прогнозирование региональной инфляции: эконометрические модели или методы машинного обучения? **Букина Т.В.,  
Кашин Д.В.**
- Временной риск-профиль опционов **Потапов А.И.**
- Comparative Analysis of Machine Learning Models for Money Demand Forecasting in the Indian Economy **Sikhwil S.,  
Sen S.**
- Unlocking the Secrets: Private Investments and the Remarkable Evolution of Vietnam's Economy **An D.T.**



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

# **ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ВШЭ**

**Том 28, № 1**

**2024**

---

«Экономический журнал ВШЭ» является рецензируемым научным журналом, публикующим статьи на русском и английском языках. Со дня своего основания в 1997 г. «Экономический журнал ВШЭ» стремится к более глубокому пониманию рыночной, и особенно российской, экономики. Журнал публикует наиболее интересные работы в различных областях экономической теории и практики, по экономико-математическому моделированию и прикладным методам исследований. Редколлегия и Совет журнала состоят из известных российских и иностранных ученых, деятельность которых способствует интеграции мирового научного сообщества. Целевой аудиторией журнала являются исследователи, преподаватели вузов, аспиранты и студенты.

Принимаются статьи, соответствующие рубрике Journal of Economic Literature, посвященные исследованию широкого спектра вопросов, касающихся как мировой экономики в целом, так и отдельных стран, в области микро- или макроэкономики, экономической политики, эконометрики, рынка труда, социальной политики и др.

Наряду с содействием научным исследованиям, миссия журнала заключается в поиске новых авторов и новых научных идей.

Непременным условием для публикации является анонимное рецензирование представленных статей.

Журнал стремится соблюдать высокие стандарты публикационной этики.

## Редакционная коллегия

Главный редактор *Гавриленков Е.Е.*

Заместитель главного редактора *Бессонов В.А.*

*Автономов В.С.  
Авдашева С.Б.  
Алескеров Ф.Т.  
Белянин А.В.  
Васильев С.А.  
Гилман М.  
Гимпельсон В.Е.  
Замулин О.А.*

*Канторович Г.Г.  
Косарев А.Е.  
Кузнецов Б.В.  
Кузьминов Я.И.  
Левин М.И.  
Лукьянова А.Л.  
Макаров В.Л.  
Пекарский С.Э.*

*Пильник Н.П.  
Смирнов А.Д.  
Уринсон Я.М.  
Шохин А.Н.  
Энтов Р.М.  
Юдкевич М.М.  
Якобсон Л.И.  
Яковлев А.А.*

## Редакционный совет

*Велфен П.  
Вьюгин О.В.  
Вылош Ч.  
Гринберг Р.С.  
Домбровски М.  
Дмитриев М.Э.  
Дынкин А.А.  
Кубонива М.  
Макаров А.А.*

*Мау В.А.  
Роузфилд С.  
Сутела П.  
Табата Ш.  
Хедлунд С.П.  
Шаронов А.В.  
Эстрин С.  
Юргенс И.Ю.*

Ответственный секретарь редакции *Осипова О.В.*  
Компьютерная верстка и графика *Моисеенко Л.А.*

*Журнал зарегистрирован 21 июля 2016 г. Федеральной службой по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и массовых коммуникаций.  
Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66577*

*Журнал входит в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий ВАК,  
в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации  
на соискание ученой степени доктора и кандидата наук, и в международную базу  
данных публикаций на базе Web of Science – Russian Science Citation Index (RSCI),  
индексируется реферативной базой данных Scopus  
Позиция Редакции необязательно совпадает с мнением авторов  
Перепечатка материалов только по согласованию с Редакцией*

Распространяется по подписке:  
*Объединенный каталог «Пресса России» – подписной индекс 79264*

Адрес редакции:  
*101000, Москва, ул. Мясницкая, 20*  
*Телефон: (495) 772-95-90 доб. 11874*  
*e-mail: redact@hse.ru*

*Полнотекстовая электронная версия журнала доступна по адресу:*  
*<http://ej.hse.ru>*  
*Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается*  
*Рукописи не возвращаются*

Адрес издателя и распространителя:  
*101000, Москва, ул. Мясницкая, 20*  
*Издательский дом Высшей школы экономики*  
*Телефон: (495) 772-95-90, доб. 15298, e-mail: id@hse.ru*

**В НОМЕРЕ:**

	Стр.
• <b>Авдеева Д.А.</b> Вклад человеческого капитала в рост российской экономики .....	9
• <b>Шпилевая А.Е., Полбин А.В., Синельников-Мурылев С.Г.</b> Имитационный анализ OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению .....	44
• <b>Букина Т.В., Кашин Д.В.</b> Прогнозирование региональной инфляции: эконометрические модели или методы машинного обучения? .....	81
• <b>Потапов А.И.</b> Временной риск-профиль опционов .....	108
• <b>Sikhwal S., Sen S.</b> Comparative Analysis of Machine Learning Models for Money Demand Forecasting in the Indian Economy .....	133
<b>Сикхвал Ш., Сен Ш.</b> Сравнительный анализ моделей машинного обучения для прогнозирования спроса на деньги в экономике Индии	
• <b>An D.T.</b> Unlocking the Secrets: Private Investments and the Remarkable Evolution of Vietnam's Economy .....	159
<b>Ан Д.Т.</b> Раскрывая секреты: частные инвестиции и значительная эволюция экономики Вьетнама	

# *HSE Economic Journal*

*Volume 28, No 1*

*2024*

---

*The HSE Economic Journal* publishes refereed papers both in Russian and English. It has perceived better understanding of the market economy, the Russian one in particular, since being established in 1997. It disseminated new and diverse ideas on economic theory and practice, economic modeling, applied mathematical and statistical methods. Its Editorial Board and Council consist of prominent Russian and foreign researchers whose activity has fostered integration of the world scientific community. The target audience comprises researchers, university professors and graduate students.

Submitted papers should match JEL classification and can cover country specific or international economic issues, in various areas, such as micro- and macroeconomics, econometrics, economic policy, labor markets, social policy.

Apart from supporting high quality economic research and academic discussion the Editorial Board sees its mission in searching for the new authors with original ideas.

The journal follows international reviewing practices – at present submitted papers are subject to single blind review of two reviewers.

The journal stands for meeting the highest standards of publication ethics.

## *Editorial Board*

Editor-in-chief *Gavrilenkov E.E.*

Deputy chief editor *Bessonov V.A.*

*Avtonomov V.*  
*Avdasheva S.*  
*Aleskerov F.*  
*Belianin A.*  
*Vasiliev S.*  
*Gilman M.*  
*Gimpelson V.*  
*Zamulin O.*

*Kantorovich G.*  
*Kosarev A.*  
*Kuznetsov B.*  
*Kuzminov Ya.*  
*Levin M.*  
*Lukianova A.L.*  
*Makarov V.*  
*Pilnik N.P.*

*Pekarski S.*  
*Smirnov A.*  
*Urinson Ya.*  
*Shokhin A.*  
*Entov R.*  
*Yudkevich M.*  
*Yakobson L.*  
*Yakovlev A.*

## *Editorial Council*

*Dabrowski M.*  
*Dmitriev M.*  
*Dynkin A.*  
*Estrin S.*  
*Greenberg R.*  
*Hedlund S.*  
*Kuboniwa M.*  
*Makarov A.*  
*Mau V.*

*Rosefelde S.*  
*Sharonov A.*  
*Sutela P.*  
*Tabata S.*  
*Vyugin O.*  
*Welfens P.*  
*Wyplosz C.*  
*Yurgens I.*

Executive secretary *Osipova O.V.*  
Design and Making-up *Moiseenko L.A.*

*The journal is registered July 21, 2016 in the Federal Service for Supervision in the Area of Telecom,  
Information Technologies and Mass Communications.  
Certificate of registration of mass media PI No. FS 77-66577*

*The journal is indexed by the Higher Attestation Commission (VAK), Web of Science – Russian Science  
Citation Index (RSCI), Scopus.*

*Edition's position does not necessarily coincide with the views of the authors.  
Reprinting of materials is permitted only with prior consultation with the Editors.*

Distributed by subscription:  
*United catalog «Russian Press» – subscription index 79264*

Address:  
*20, Myasnitskaya str.,  
Moscow, 101000, Russian Federation  
Tel.: +7 (495) 772-95-90 \*11874  
E-mail: redact@hse.ru*

*Full-text electronic version of the journal is available at:  
<http://ej.hse.ru/en/>*

Publisher and Distributor Address:  
*20, Myasnitskaya str.,  
Moscow, 101000, Russian Federation  
Publishing House of the Higher School of Economics  
Tel.: +7 (495) 772-95-90, ext. 15298, E-mail: id @hse.ru*

## *Contents:*

	Page
• <b>Avdeeva D.</b> The Contribution of Human Capital to Economic Growth in Russia.....	9
• <b>Shpilevaya A., Polbin A., Sinelnikov-Murylev S.</b> Simulation Analysis of an OLG Model with Heterogeneous Preferences and Learning Abilities.....	44
• <b>Bukina T., Kashin D.</b> Regional Inflation Forecasting: Econometric Models Versus Machine Learning Methods? .....	81
• <b>Potapov A.</b> Options Time Risk-Profile .....	108
• <b>Sikhwal S., Sen S.</b> Comparative Analysis of Machine Learning Models for Money Demand Forecasting in the Indian Economy.....	133
• <b>An D.T.</b> Unlocking the Secrets: Private Investments and the Remarkable Evolution of Vietnam's Economy .....	159

УДК 330.354; 331.5

## Вклад человеческого капитала в рост российской экономики<sup>1</sup>

Авдеева Д.А.

Человеческий капитал, включающий знания, навыки и способности работников, является одним из ключевых факторов экономического роста. Вместе с тем количественные оценки его вклада в рост российской экономики многочисленны и имеют различные ограничения, связанные с используемыми подходами и данными. В настоящей работе были получены новые оценки вклада человеческого капитала, отражающие его влияние на производительность труда. Для оценки динамики человеческого капитала использован индекс, характеризующий продолжительность полученного образования и состояние здоровья работников. Возможность включения в индекс других показателей человеческого капитала ограничена доступностью и качеством данных. Для оценки вклада человеческого капитала использованы счета экономического роста. Согласно полученным результатам, в 2004–2017 гг. накопление человеческого капитала обеспечивало в среднем порядка +0,6 п.п. ежегодного роста экономики. Наиболее высокие вклады пришлось на вторую половину 2000-х годов. В этот период накоплению человеческого капитала способствовал ряд благоприятных факторов, среди которых предшествующий рост доходов населения и многочисленность выходящих на рынок труда молодых и образованных поколений. Однако в 2010-е годы экономические и демографические факторы ухудшились, накопление человеческого капитала замедлилось, и к 2018–2019 гг. его вклад в экономический рост приблизился к нулевому. Последовавшее за этим ухудшение здоровья населения в период коронакризиса негативно отразилось на темпах экономического роста в 2020–2021 гг.

**Ключевые слова:** человеческий капитал; экономический рост; счета экономического роста; образование; когнитивные навыки; здоровье.

---

<sup>1</sup> Статья выполнена в рамках реализации в НИУ ВШЭ стратегического проекта «Социальная политика устойчивого развития и инклюзивного экономического роста».

Автор выражает признательность В.Е. Гимпельсону, Д.А. Веселову, М.Б. Денисенко, Р.И. Капельникову, Н.В. Кондрашову и анонимному рецензенту за ценные замечания и предложения.

**Авдеева Дарья Александровна** – ведущий эксперт института «Центр развития» Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». E-mail: davdeeva@hse.ru

Статья поступила: 31.10.2023/Статья принята: 08.02.2024.

DOI: 10.17323/1813-8691-2024-28-1-9-43

**Для цитирования:** Авдеева Д.А. Вклад человеческого капитала в рост российской экономики. *Экономический журнал ВШЭ*. 2024; 28(1): 9–43.

**For citation:** Avdeeva D.A. The Contribution of Human Capital to Economic Growth in Russia. *HSE Economic Journal*. 2024; 28(1): 9–43. (In Russ.)

## Введение

Рост российской экономики был крайне неравномерным. С 1999 г. по 2008 г. ВВП увеличился почти вдвое, однако затем начался период стагнации, и рост за 2009–2021 гг. составил всего 16%. Прежние благоприятные факторы, обеспечивавшие высокие темпы экономического роста, были во многом исчерпаны. Поиск новых источников роста стимулировал интерес к человеческому капиталу, значимость которого получила к тому времени широкое признание (см., к примеру: [Lucas, 1988; Romer, 1990; Mankiw et al., 1992]).

Человеческий капитал включает способности и навыки работников, которые влияют на производительность труда. К числу основных источников его накопления относятся инвестиции родителей в развитие своих детей, последующее формальное образование, повышение квалификации, обучение на рабочем месте и инвестиции в здоровье [Abraham, Mallatt, 2022]. Несмотря на широкий спектр инвестиций в различные компоненты человеческого капитала, исследования экономического роста обычно ограничиваются оценкой роли формального образования, когнитивных навыков, опыта работы и здоровья [Rossi, 2020].

Человеческий капитал влияет на экономический рост напрямую, через повышение производительности работников [Lucas, 1988]. Кроме того, он способствует внедрению и распространению новых технологий [Nelson, Phelps, 1966], а также созданию новых знаний, используемых в производстве [Romer, 1990]. За счет человеческого капитала происходит обмен знаниями между людьми, благодаря которому повышается производительность всех работников [Lucas, 1988]. От доступного человеческого капитала зависят инвестиционные решения фирм и, таким образом, накопление физического капитала [Acemoglu, 1996].

Вместе с тем экономический рост также влияет на процессы накопления человеческого капитала – в частности, повышая стимулы, т.е. отдачу от соответствующих инвестиций, и увеличивая ресурсы для их осуществления [Bils, Klenow, 2000; Weil, 2014]. Кризисы, особенно затяжные, приводят к потере части имеющихся знаний и навыков работников [Гимпельсон, 2022]. При этом наличие человеческого капитала еще не гарантирует его продуктивное применение. Так, в литературе были описаны свидетельства того, что институциональная среда в России снижает востребованность имеющегося человеческого капитала [Гимпельсон, 2016] и способствует перенаправлению усилий образованных людей на рентоориентированное поведение [Alexeev, 2018].

Многомерность человеческого капитала и разнообразие аспектов его взаимосвязи с экономическим ростом порождает множество исследовательских вопросов. Цель данной работы заключается в оценке вклада человеческого капитала в рост российской экономики за счет повышения производительности работников. Соответствующие количествен-

ные оценки в литературе (см.: [Воскобойников и др., 2021; Entov, Lugovoy, 2013; Акиндинова и др., 2017]) пока не столь многочисленны и связаны с различными ограничениями.

Для измерения динамики человеческого капитала, в отличие от традиционного для счетов экономического роста показателя качества труда, в статье используется индекс человеческого капитала. Индекс позволяет агрегировать динамику различных показателей человеческого капитала с учетом микроэкономических оценок их влияния на производительность работников. Такой подход является гибким и прозрачным, а также позволяет напрямую учесть взаимосвязь между различными аспектами человеческого капитала и производительностью труда.

Используемый в данной работе подход адаптирует методы Всемирного банка [Краау, 2019; Collin, Weil, 2020] к целям исследования и российской статистике. Выбор показателей человеческого капитала осуществлялся с учетом их связи с производительными качествами работников, а не других категорий населения – поскольку именно работники участвуют в экономическом производстве. Предлагаемый индекс человеческого капитала характеризует производительность труда работников, связанную с полученным ими образованием и состоянием здоровья. Доступность и качество данных в настоящее время ограничивают возможность учета других производительных характеристик работников.

Для оценки вклада человеческого капитала в динамику ВВП используем счета экономического роста. Согласно полученным оценкам, наиболее высокий вклад человеческого капитала в рост российской экономики пришелся на вторую половину 2000-х годов. Предшествующий период активного экономического роста создал стимулы и возможности для инвестиций в знания, навыки и здоровье. На рынок труда выходили многочисленные молодые поколения, все большая доля которых делала выбор в пользу высшего образования. Показатели здоровья взрослых, прежде снижавшиеся на фоне череды кризисов, стали улучшаться.

В 2010-х годах темпы прироста человеческого капитала замедлились, и к 2018–2019 гг. его вклад в экономический рост сократился практически до нуля. Приток молодых поколений на рынок труда существенно снизился, тогда как возможности для инвестиций в образование и здоровье сжались из-за неблагоприятной динамики доходов населения. В 2020–2021 гг. прямые и косвенные последствия коронакризиса привели к резкому ухудшению состояния здоровья населения, что негативно сказалось на темпах роста экономики в эти годы.

Хотя данная работа посвящена оценке вклада человеческого капитала в экономический рост, полученные результаты также указывают на то, что динамика экономического роста в России во многом опережала динамику человеческого капитала. Это не является противоречием – как отмечалось выше, человеческий капитал и рост экономики взаимосвязаны<sup>2</sup>. Вместе с тем вопрос влияния доходов населения и экономического роста на накопление человеческого капитала в России требует дальнейшего исследования. Также во многом открытыми пока остаются вопросы о вкладе других компонент человеческого капитала (в первую очередь, опыта и когнитивных навыков работников); о последствиях процесса обесценения накопленных знаний и навыков; и о значимости прочих каналов влияния человеческого капитала на рост российской экономики (в частности, о его роли в

---

<sup>2</sup> Кроме того, на экономическую динамику и накопление человеческого капитала влияют общие факторы – демографические и институциональные.

обеспечении технического развития страны). При интерпретации полученных оценок важно учитывать их ограничения.

Статья имеет следующую структуру. Раздел 1 содержит обзор литературы, в котором роль человеческого капитала рассмотрена в контексте источников роста российской экономики. В разделе 2 описаны методология и используемые данные. В разделе 3 приведены полученные оценки вклада человеческого капитала в рост российской экономики. В разделе 4 устойчивость результатов проверена с использованием ряда альтернативных спецификаций.

## 1. Экономический рост и его источники

### 1.1. Рост российской экономики в 1991–2021 гг.

«История» экономического роста в России представлена на рис. 1. Начавшийся еще в конце 1980-х годов глубокий трансформационный спад сопровождал переход к рыночной системе. В основе этого спада лежали накопившиеся структурные и институциональные искажения, возникшие макроэкономические дисбалансы и медленные темпы экономических реформ [Dabrowski, 2019]. За 1991–1996 гг. российская экономика сократилась на 40%. Первые признаки роста наметились в 1997 г., однако вскоре их сменил кризис 1998 г.

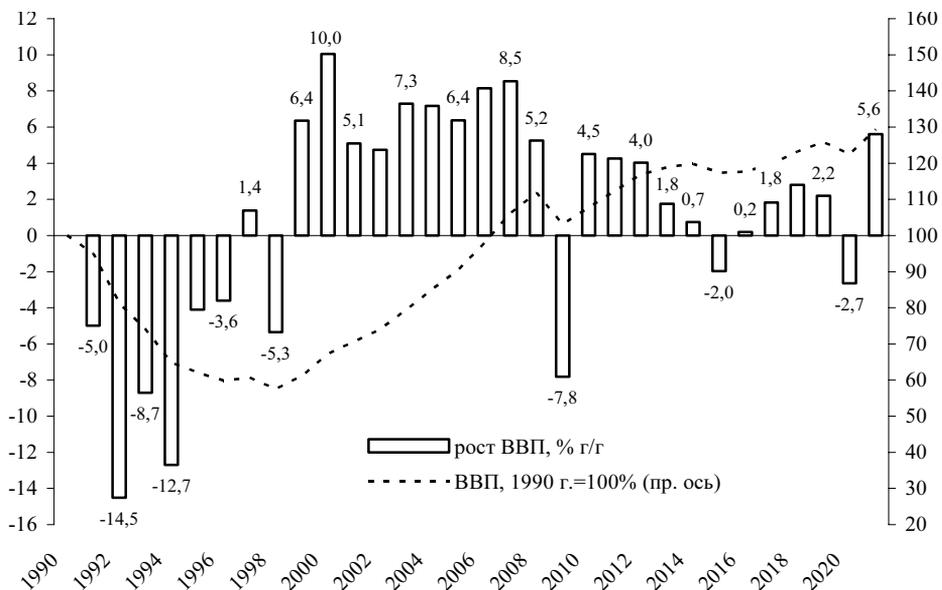


Рис. 1. Экономический рост в России в 1991–2021 гг., %

Источник: Росстат, расчеты автора.

С 1999 г. по 2008 г. экономика росла стремительно и увеличилась почти вдвое – впрочем, со значительно снизившихся к тому времени уровней. Росту способствовал целый ряд факторов, среди которых проведенные институциональные реформы, улучшение ус-

ловий торговли вслед за обесценением рубля и повышением нефтяных цен [Entov, Lugovoy, 2013], приток прямых иностранных инвестиций и новых технологий, которые позволили сократить технологическое отставание [Voskoboynikov, 2023], а также благоприятные демографические условия [Hansl et al., 2015].

Однако после кризиса 2008–2009 гг. и краткого периода посткризисного восстановления темпы роста существенно замедлились. К концу 2021 г. ВВП увеличился всего на 16% по сравнению с предкризисным 2008 г., тогда как среднегодовые темпы роста за этот период составили немногим больше 1%. Рост экономики сдерживали многочисленные институциональные проблемы, неблагоприятный деловой и инвестиционный климат, недостаточная диверсификация экономики, ухудшение отношений с западными странами, а также начавшееся сокращение численности населения в рабочих возрастах [Dabrowski, 2019]. Санкции и отток прямых иностранных инвестиций после кризиса 2014 г. усложнили доступ к новым технологиям [Voskoboynikov, 2023]. Российская экономика быстро восстановилась после ковидного кризиса 2020 г., однако структурные ограничения экономического роста сохранились [Knight et al., 2021]. Кризис 2022 г. стал началом новой вынужденной трансформации российской экономики.

## 1.2. Демография, количество и качество труда

Ряд исследований указывает, что высокую роль в динамике российского экономического роста играли демографические факторы. Демографическая нагрузка, или отношение числа детей и пожилых к числу людей трудоспособного возраста, снижалась с середины 1990-х по конец 2000-х годов [Вишневецкий, Щербакова, 2018]. По оценкам Всемирного банка, именно с демографическим дивидендом – положительным эффектом от повышения доли людей в рабочих возрастах – была связана почти треть роста ВВП на душу населения в России за период 1997–2011 гг. [Hansl et al., 2015].

Согласно оценкам Калабихиной и Казбековой, положительный демографический дивиденд пришелся на 1999–2008 гг. [Калабихина, Казбекова, 2022]. Его среднегодовой вклад в этот период составил +1,6 п.п. при средних темпах роста ВВП на душу населения в +7,3%, т.е. более одной пятой. Однако в 2009–2017 гг. вклад демографического фактора был отрицательным и составлял в среднем –2,0 п.п. при средней динамике подушевого ВВП в +0,5% (+1,6% без учета кризисного 2009 г.)<sup>3</sup>.

Несколько иную перспективу предлагают счета экономического роста (*growth accounting*), которые позволяют исследовать вклад, который вносила в прирост ВВП динамика различных факторов производства – таких как труд и физический капитал, – а также динамика эффективности их использования, или совокупной факторной производительности<sup>4</sup>. Согласно соответствующим оценкам на основе данных Total Economy Database<sup>5</sup> [de Vries, Erumban, 2022], основными факторами экономической динамики в 1991–

<sup>3</sup> Указанные результаты были получены усреднением оценок в работе [Калабихина, Казбекова, 2022, с. 97].

<sup>4</sup> Общее описание подхода к декомпозиции в рамках счетов экономического роста приводит, в частности, Вейл [Weil, 2013, ch. 7.3]; также см. описание ключевых понятий и обзор литературы в статье Крафтса и Вольтера [Crafts, Woltjer, 2021].

<sup>5</sup> The Conference Board Total Economy Database™, April 2023.

2021 гг. выступали изменения в совокупной факторной производительности и накопление физического капитала (подробнее см.: [Voskoboynikov, 2023]).

Вклад количества труда, или изменения отработанных занятыми часами, согласно тому же источнику, в 1991–1998 гг. объяснял порядка 20% среднегодового падения ВВП (–1,3 п.п. из –6,9%), в 1999–2008 гг. – менее 10% роста (+0,5 п.п. из +6,7%), а в 2009–2021 гг. вновь стал отрицательным (–0,2 п.п. падения при темпах роста +1,1%). Вместе с тем потенциальные каналы влияния демографического дивиденда на экономический рост включают не только рост предложения труда, но и более высокую производительность и сберегательную способность людей в трудоспособном возрасте, а также снижение нагрузки на работающее население [Калабихина, Казбекова, 2022]. Их влияние в рамках счетов роста может быть отнесено к другим факторам производства.

Традиционным для счетов роста показателем, характеризующим человеческий капитал, является качество труда. Этот показатель отражает изменение структуры рабочего времени, отработанного занятыми с различными производительными характеристиками, которые выражаются в различиях в оплате труда. В Total Economy Database качество труда определяется уровнем образования. Согласно приведенным в указанной базе данных оценкам, среднегодовые вклады качества труда в рост российской экономики составляли +0,4 п.п. в 1991–1998 гг., +0,3 п.п. в периоды 1999–2008 и 2009–2017 гг., и отрицательные –0,03 п.п. в 2018–2021 гг.

Воскобойников и др. [Воскобойников и др., 2021] оценили вклад качества труда, дифференцируя работников не только по уровню образования, но также по полу и возрасту. По оценкам авторов, динамика качества труда в России в 1995–2002 гг. обеспечивала в среднем +0,21 п.п. экономического роста. Наименьший вклад (в среднем +0,04 п.п. в год) наблюдался в период быстрого роста экономики 2002–2007 гг., тогда как в 2007–2011 гг. он увеличился до +0,18 п.п., а в 2011–2016 гг. – уже до +0,31 п.п. К основным факторам улучшения качества труда авторы относят повышение доли работников с высшим образованием, а также доли старших возрастных групп, характеризующихся более продолжительным опытом работы.

Энтов и Луговой [Entov, Lugovoy, 2013] использовали показатель качества труда, основанный на изменении структуры образования работников. Согласно полученным оценкам, среднегодовой вклад качества труда в рост российской экономики составлял +0,3 п.п. в периоды 1991–1998 и 1999–2008 гг., +0,2 п.п. в 2009 г. и +0,1 п.п. в 2010 г., отражая достаточно устойчивый рост уровней образования занятых.

Подводя итог, существующие оценки вклада качества труда составляют порядка 0,2–0,3 п.п. ежегодного роста российской экономики (также см. сравнение оценок в Приложении, табл. П1). Точность оценок качества труда зависит от выбора конкретной спецификации [Bosler et al., 2018]. Вместе с тем общая критика этого подхода связана со способом оценки различий в производительности работников, которые определяются исходя из различий в оплате труда – тогда как на различия в зарплате также влияют и множество не связанных с производительностью факторов [Zoghi, 2010]. Напрямую учесть взаимосвязь между инвестициями в человеческий капитал и производительностью работников позволяет индексный подход к оценке человеческого капитала.

### 1.3. Человеческий капитал

С 1990-х годов в литературе получили распространение показатели, напрямую характеризующие уровень человеческого капитала – более удобные для межстрановых сопоставлений, чем оценки качества труда [Wößmann, 2003]. Примерами таких показателей являются продолжительность полученного образования и опыта, а также ожидаемая продолжительность жизни. Билс и Кленов [Bils, Klenow, 2000] предложили дополнить показатели человеческого капитала микроэкономическими оценками отдачи от соответствующих инвестиций, что позволило учесть их влияние на производительность работников. Далее будем называть оценки человеческого капитала, полученные таким способом, индексами – по аналогии с индексом человеческого капитала Всемирного банка [Kraay, 2019].

В различных исследованиях была показана положительная связь с экономическим ростом таких аспектов человеческого капитала как образование [Mankiw et al., 1992; Benhabib, Spiegel, 1994], когнитивные навыки [Hanushek, Kimko, 2000; Angrist et al., 2019], опыт работы [Lagakos et al., 2012, Jedwab et al., 2021] и здоровье населения [Weil, 2007; Bloom et al., 2014]<sup>6</sup>. Однако полученные результаты различаются в зависимости от спецификации: используемых методов макроэкономического моделирования и оценивания [Rossi, 2020], показателей человеческого капитала [Wößmann, 2003] и качества данных [Krueger, Lindahl, 2001; Cohen, Soto, 2007]. Общее представление об основных результатах в межстрановом контексте можно получить из обзоров Всемирного банка [Flabbi, Gatti, 2018; Rossi, 2020].

Индексы человеческого капитала использовались не только в межстрановых исследованиях (хотя таких работ большинство), но и для анализа источников экономического роста в отдельных странах. Так, Джонс [Jones, 2002] пришел к выводу, что повышение продолжительности образования объясняет 0,63 п.п. из 2,0% среднегодового роста ВВП на час отработанного времени в США в 1950–1993 гг. Всемирный банк включил индекс человеческого капитала в форме образования в стандартную модель долгосрочного роста [Loayza, Pennings, 2022], тогда как одна из расширенных версий той же модели включает индекс человеческого капитала, разработанный самим Всемирным банком [Devadas et al., 2022]. Хотя основным применением этой модели является прогнозирование, Чжон [Jeong, 2022] использовал ее для анализа исторической динамики экономического роста в Корее. Основываясь на данных Penn World Table (PWT; [Feenstra et al., 2015]), он оценил вклад человеческого капитала в среднегодовой рост ВВП на душу населения страны в 1,5 п.п. из 5,9% роста за 1960–2014 гг.

База данных Penn World Table является одним из распространенных источников оценок человеческого капитала для межстрановых исследований. Человеческий капитал в PWT измеряется с помощью индекса, рассчитываемого на основе оценок продолжительности образования населения старше 15 лет Барро и Ли [Barro, Lee, 2013], и убывающих оценок отдачи от первичного, вторичного и третичного уровней образования [Caselli, 2005]. Среднегодовой вклад человеческого капитала в рост российской экономики за 1991–2019 гг., согласно данным в PWT, составлял +0,42 п.п.: +0,62 п.п. в 1991–1995 гг.,

---

<sup>6</sup> В указанных работах исследовалось влияние человеческого капитала не только на темпы экономического роста, но и на различия в уровне доходов между странами, которые являются следствием экономического роста в прошлом.

+0,95 п.п. в 1996–2000 гг. и всего +0,23 п.п. в 2001–2019 гг. В среднем по 145 странам, для которых доступны соответствующие оценки, вклады за 1991–2019 гг. составляли +0,49 п.п. Вместе с тем по странам с сопоставимыми (т.е. достаточно высокими) уровнями человеческого капитала, среднегодовые вклады были ниже – порядка +0,39 п.п.<sup>7</sup>

Однако данные Барро и Ли, удобные для межстрановых сопоставлений, имеют существенные ограничения при анализе человеческого капитала в России. В частности, их публикация осуществляется с существенной задержкой – так, статистика за 2015 г. стала доступна лишь в 2021 г. Данные Барро и Ли оцениваются с пятилетним интервалом и не отражают ежегодную динамику продолжительности образования. Это сказывается и на полученных на их основе оценках вклада человеческого капитала, неизменных на протяжении длительных периодов. Кроме того, данные Барро и Ли рассчитаны для всего населения, а потому в меньшей степени отражают производительные качества работников. Динамика продолжительности образования, основанная на данных Барро и Ли, в отдельные периоды существенно отличается от динамики продолжительности образования, рассчитанной для занятого населения по данным Росстата (см. раздел 4).

Акиндинова и др. [Акиндинова и др., 2017] использовали схожий с PWT подход, однако включили в индекс человеческого капитала, помимо продолжительности образования, показатели качества обучения (результаты тестирования школьников) и здоровья населения. Их расчеты также основывались на имеющихся ограничениях данных Барро и Ли, тогда как оценки качества школьного образования не соотносились с человеческим капиталом участвующих в производстве работников (подробнее о проблемах, возникающих при попытке учесть в расчетах результаты тестирования школьников, см. раздел 2). Согласно полученным оценкам, среднегодовой вклад человеческого капитала в рост российской экономики увеличился с +0,36 п.п. в 2000–2008 гг. до +0,76 п.п. в 2009–2011 гг., после чего снизился до +0,64 п.п. в 2012–2016 гг.

Подводя итог, основной проблемой существующих индексных оценок для России является использование данных Барро и Ли, имеющих множество ограничений, а также использование показателей человеческого капитала, не вполне связанных с производительными качествами занятых в производстве. В данной работе предпринимается попытка предложить более точную спецификацию индекса человеческого капитала, в рамках чего рассматриваются вопросы выбора показателей и данных, а также калибровки параметров. В том числе:

1) используются данные Росстата об уровне образования занятых, полученные в рамках обследований рабочей силы – одного из основных источников информации о характеристиках рынка труда в России;

2) обсуждается связь динамики используемого в расчетах коэффициента дожития взрослых и других показателей здоровья – которые, хотя и не могут быть использованы в индексе из-за отсутствия оценок отдачи, в большей степени характеризуют занятых;

3) приводятся аргументы в пользу того, что доступные в настоящее время оценки когнитивных навыков не могут быть использованы для измерения производительных качеств российских работников;

---

<sup>7</sup> Согласно расчетам автора на данных PWT 10.01. Предполагалось, что вклад в экономический рост вносит прирост человеческого капитала, умноженный на долю труда в выпуске. Для отдельных стран в PWT доступны оценки человеческого капитала, но не приводятся оценки доли труда. В этих случаях, согласно стандартному подходу, доля труда была принята равной 2/3.

4) обсуждаются существующие оценки отдачи от образования и здоровья, а также проверяется устойчивость полученных результатов к альтернативным оценкам отдачи.

Несмотря на сохраняющиеся ограничения, связанные с доступностью и качеством данных, гибкость индексного подхода позволит развивать и модифицировать предложенный метод в последующих исследованиях и, тем самым, уточнять оценки динамики человеческого капитала в России.

## 2. Методология и данные

### 2.1. Оценка человеческого капитала

Для оценки человеческого капитала будем использовать индекс, который характеризует производительность работников, связанную с полученным ими образованием и состоянием здоровья:

$$(1) \quad h_t = e^{r \cdot edu_t} \cdot e^{\varphi \cdot health_t},$$

где  $edu$  – средняя продолжительность образования занятых;  $health$  – коэффициент дожития для возраста 15–60 лет (вероятность 15-летних дожить до 60-летнего возраста при сохранении текущих коэффициентов смертности);  $r$  – отдача от дополнительного года образования;  $\varphi$  – отдача от повышения коэффициента дожития 15–60 лет. Такой индекс показывает, в какой степени текущие уровни образования и здоровья работников делают их более производительными по сравнению с неквалифицированным работником, состояние здоровья которого не позволит ему дожить до 60 лет. Также приводятся оценки индекса и его компонент, нормализованные к диапазону от нуля до единицы:

$$(2) \quad h_t^{norm} = e^{r \cdot (edu_t - 16)} \cdot e^{\varphi \cdot (health_t - 1)}.$$

Нормализованный индекс отражает степень, в которой были достигнуты максимальные значения используемых показателей образования и здоровья. Нормализация упрощает интерпретацию оценок, однако не влияет на динамику человеческого капитала и его вклада в экономический рост.

Изначально подход, позволяющий агрегировать показатели человеческого капитала с использованием микроэкономических оценок отдачи от соответствующих инвестиций, предложили Билс и Кленов [Bils, Klenow, 2000]. Оценки отдачи позволяют учесть влияние показателей человеческого капитала на производительность работников – в предположении, что рынок труда конкурентный и труд оплачивается в соответствии с предельным продуктом. В дальнейшем такой подход получил развитие в ряде работ (см. предшествующий обзор в статье [Авдеева, 2022]), в том числе в исследованиях Всемирного банка [Краау, 2019; Collin, Weil, 2020]. В российской литературе один из его вариантов использовали Акиндинова и др. [Акиндинова и др., 2017].

## 2.2. Выбор показателей человеческого капитала

Предложенный индекс характеризует образование и здоровье, которые являются ключевыми формами человеческого капитала. Формальное образование ведет к накоплению необходимых для работы знаний и навыков, а также закладывает основу для всего дальнейшего обучения. Кроме того, оно служит сигналом о ненаблюдаемых способностях [Weiss, 1995] – еще одной форме человеческого капитала, трудно поддающейся измерению, однако влияющей и на обучаемость, и на производительность работника. Здоровье лежит в основе не только физических, но и когнитивных возможностей человека, а также создает стимулы для инвестиций в человеческий капитал [Weil, 2014; Bloom et al., 2019]. Заболевания, в свою очередь, снижают способность к продуктивной работе и повышают вероятность пропусков и выхода с рынка труда.

Выбор показателей человеческого капитала был во многом обусловлен доступностью данных. На экономический рост влияет человеческий капитал людей, участвующих в производстве – и потому предпочтение в исследовании отдавалось существующим показателям, характеризующим производительные качества работников, а не других категорий населения. Продолжительность образования занятых и коэффициент дожития взрослых в наибольшей степени соответствуют этому критерию<sup>8</sup>. Кроме того, существование микроэкономических оценок отдачи позволяет измерить влияние здоровья и продолжительности полученного образования на производительность труда.

В настоящее время ограничения данных не позволяют учесть в расчетах когнитивные навыки и опыт работников – другие значимые формы человеческого капитала. Оценку вклада опыта ограничивает доступность корректных оценок отдачи. Обесценение знаний и навыков, приобретенных старшими поколениями за время работы в советской экономике, оказывает существенное влияние на профиль отдачи от опыта в России [Chernina, Gimpelson, 2023]. Однако количественные оценки, которые позволили бы разделить эффекты опыта и когорты при калибровке параметров индекса человеческого капитала, пока не были опубликованы.

Что касается когнитивных навыков, для их оценки в межстрановых исследованиях обычно используют результаты тестирования школьников. Однако школьные тесты не учитывают последующую динамику когнитивных навыков – в первую очередь, их изменение при дальнейшем обучении, а также общую тенденцию к снижению с возрастом<sup>9</sup>, т.е. не характеризуют участвующих в производстве.

В отличие от школьных тестов, тестирование когнитивных навыков взрослых позволяет напрямую оценить знания и навыки работников. Наиболее распространенным

---

<sup>8</sup> Коэффициент дожития взрослых характеризует здоровье всего населения в возрасте 15–60 лет, однако соответствующая статистика отдельно для занятого населения недоступна. Вместе с тем расчеты на данных Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения показывают, что динамика самооценок здоровья занятого и незанятого населения в возрасте 15–60 лет в 2000–2021 гг. была схожей (Приложение, рис. 13). Таким образом, на основании доступных данных нельзя предположить, что динамика здоровья занятых значительно отличалась от динамики здоровья всего населения в рабочих возрастах.

<sup>9</sup> С возрастом обычно ухудшаются когнитивные навыки и состояние здоровья работников, а также снижается актуальность полученных ими знаний и навыков – особенно при низком охвате дополнительным образованием, характерном для России [Гимпельсон, 2019].

тестом такого рода является разработанное ОЭСР исследование компетенций взрослого населения PIAAC. Это тестирование проводилось в России в 2011–2012 гг., однако по результатам оценки его качества специалисты ОЭСР выявили ряд проблем [OECD, 2019]. Следствием этих проблем, по всей видимости, являются нестандартные паттерны распределения результатов тестов по возрастам и уровням образования [Попов, 2020]. Таким образом, качество этих данных также не позволяет использовать их для оценки человеческого капитала.

### 2.3. Калибровка параметров

В базовой спецификации для калибровки параметров индекса человеческого капитала использовались оценки, которые применяются в соответствующем индексе Всемирного банка [Kraay, 2019]: отдача от образования  $r = 0,08$  и здоровья  $\varphi = 0,65$ . Оценки отдачи от дополнительного года образования, полученные в литературе, составляют порядка 10% [Montenegro, Patrinos, 2014]. Схожие оценки были получены и в исследованиях с использованием инструментальных переменных [Card, 2001], которые указывают на то, что образование является причиной повышения доходов. Использование несколько меньшей отдачи в 8% связано с тем, что большинство существующих оценок отдачи от образования не учитывает влияние здоровья. В спецификации, включающей как образование, так и здоровье, это может завышать оценки человеческого капитала [Kraay, 2019].

Отдачу от изменения коэффициента дожития взрослых невозможно измерить напрямую, поскольку он не имеет внутривариационной вариации – иначе говоря, это макро-, а не микропоказатель. Однако Вейл [Weil, 2007] предложил подход к оценке, основанный на результатах близнецовых исследований, в которых измерялось влияние различий в весе при рождении на последующую оплату труда. Он преобразовал эти оценки сначала в отдачу от роста, а затем – от повышения коэффициента дожития для возраста 15–60 лет (она составила 6,5% от повышения на 0,1), используя соотношения между соответствующими показателями и учитывая влияние образования. Сопоставимые оценки были получены и в исследовании Блума с соавторами [Bloom et al., 2019], которые предложили макроэкономическое обоснование использования указанных микроэкономических оценок для измерения влияния здоровья на экономический рост за счет повышения производительности труда.

### 2.4. Человеческий капитал как фактор экономического роста

Большинство оценок вклада человеческого капитала в экономический рост основываются на производственной функции, описывающей зависимость выпуска от факторов производства и эффективности их использования [Rossi, 2020]. Стандартный подход заключается в использовании функции Кобба – Дугласа с постоянной отдачей от масштаба и убывающей предельной производительностью факторов (см.: [Caselli, 2005, 2016; Collin, Weil, 2020]):

$$(3) \quad Y_t = A_t K_t^{\alpha_t} (h_t L_t)^{1-\alpha_t},$$

где  $Y$  – реальный ВВП;  $A$  – совокупная факторная производительность;  $K$  – физический капитал;  $h$  – индекс человеческого капитала;  $L$  – затраты труда;  $\alpha$  и  $1-\alpha$  – эластичности выпуска по капиталу и труду;  $t$  – год. Произведение индекса человеческого капитала на затраты труда ( $h_t L_t$ ) описывает совокупный человеческий капитал – качественный и количественный компоненты вклада труда в производство.

Логарифмирование и дифференцирование производственной функции по времени позволяют перейти к описанию динамики выпуска:

$$(4) \quad \Delta \ln Y_t = \Delta \ln A_t + \alpha_t \Delta \ln K_t + (1 - \alpha_t) (\Delta \ln h_t + \Delta \ln L_t).$$

Таким образом, вклад человеческого капитала в темпы экономического роста за счет повышения производительности работников определяется динамикой человеческого капитала и эластичностью выпуска по труду. Согласно стандартной предпосылке о конкурентности рынков факторов производства, оплата труда соответствует его предельному продукту, а эластичность выпуска по труду определяется долей его оплаты в совокупном выпуске.

## 2.5. Данные

Продолжительность образования ( $edu$ ) была рассчитана на основе данных Росстата о распределении занятых по уровню образования и возрастным группам («Итоги выборочного обследования рабочей силы»), с использованием предпосылок о нормативной продолжительности обучения на каждом из уровней образования. Оценки коэффициентов дожития взрослых ( $health$ ) были получены с использованием данных Центра демографических исследований Российской экономической школы (ЦДИ РЭШ)<sup>10</sup>, основанных на статистике Росстата.

Оценка динамики выпуска ( $Y$ ) осуществлялась на данных Росстата об индексе физического объема ВВП, оценка доли труда ( $1-\alpha$ ) – на основе данных Росстата о ВВП по источникам дохода (оплате труда наемных работников и валовой прибыли экономики). Доля труда была рассчитана по отношению к ВВП за вычетом чистых налогов на производство и импорт, в предположении об их пропорциональном распределении между трудом и капиталом.

## 3. Результаты оценки

### 3.1. Количество и качество человеческого капитала

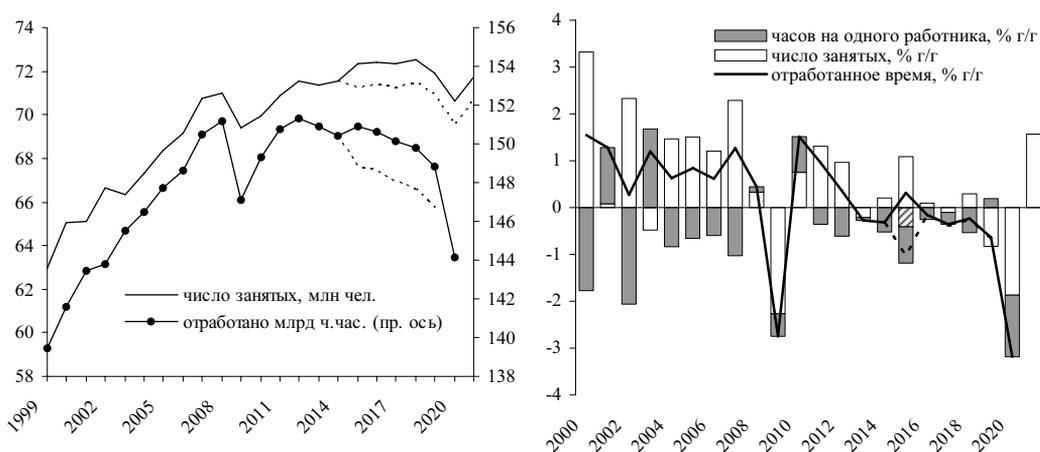
Совокупный человеческий капитал страны меняется под влиянием динамики как производительных характеристик работников, так и общего числа занятых в экономике. Существенный рост числа занятых в России – с 65,1 до 71,0 млн человек, или почти на

---

<sup>10</sup> Российская база данных по рождаемости и смертности. Центр демографических исследований Российской экономической школы, Москва (Россия). ([http://demogr.nes.ru/index.php/ru/demogr\\_indicat/data](http://demogr.nes.ru/index.php/ru/demogr_indicat/data))

10%, пришелся на период 2000–2008 гг. (рис. 2). В это время увеличивалась численность населения в основных рабочих возрастах (20–60 лет), а уровни занятости повышались на фоне быстрого роста экономики и спроса на труд. За счет этого увеличился совокупный человеческий капитал, задействованный в производстве, тогда как приток на рынок труда младших возрастных групп обеспечивал его качественное обновление.

В 2009 г. под влиянием экономического кризиса число занятых сократилось. В результате последующего восстановления в 2010–2012 гг. оно лишь немного превысило докризисные максимумы, достигнув 71,5 млн человек. С 2013 по 2018 гг. число занятых практически не менялось, а в 2019 г. начало снижаться из-за сокращения численности населения в рабочих возрастах. По итогам 2021 г. в российской экономике трудилось 71,7 млн человек (70,6 млн человек в сопоставимых оценках без учета статистики по Крыму). Схожая динамика наблюдалась и по общему количеству отработанных часов – с той лишь разницей, что его снижение началось уже в 2013 г. (рис. 2).



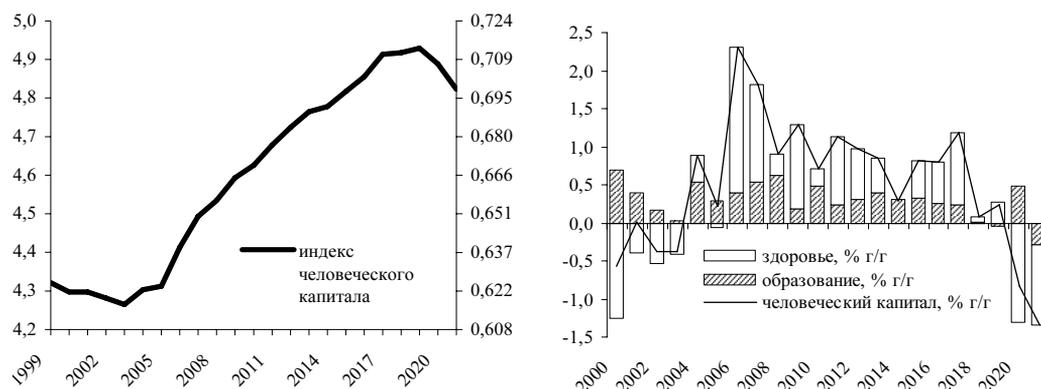
*Примечание.* Пунктиром и штриховкой обозначена динамика количества отработанного времени и числа занятых без учета статистики по Крыму.

**Рис. 2.** Динамика числа занятых и количества фактически отработанного времени

*Источники:* Росстат, KLEMS<sup>11</sup>, расчеты автора.

Таким образом, под влиянием демографических процессов в 2010-е годы динамика числа занятых превратилась в фактор, ограничивающий рост экономики и совокупного человеческого капитала. Приток молодых работников существенно снизился, тогда как возрастная структура занятых сместилась в пользу менее производительных старших поколений. Вместе с тем полученные оценки указывают, что рост индекса человеческого капитала – его качественной составляющей – сохранялся на протяжении 2004–2019 гг. (рис. 3). Рассмотрим ключевые аспекты изменения показателей образования и здоровья, лежащие в основе динамики индекса.

<sup>11</sup> Использованы оценки количества отработанного времени в 1999–2002 гг. Russia KLEMS. National Research University Higher School of Economics. December 2019. (<https://www.hse.ru/russiaklems/dataklems>)



*Примечание.* На левом рисунке приведены оценки индекса человеческого капитала (левая ось), в том числе нормализованные к диапазону от нуля до единицы (правая ось).

**Рис. 3.** Индекс человеческого капитала и динамика его компонент

*Источник:* расчеты автора.

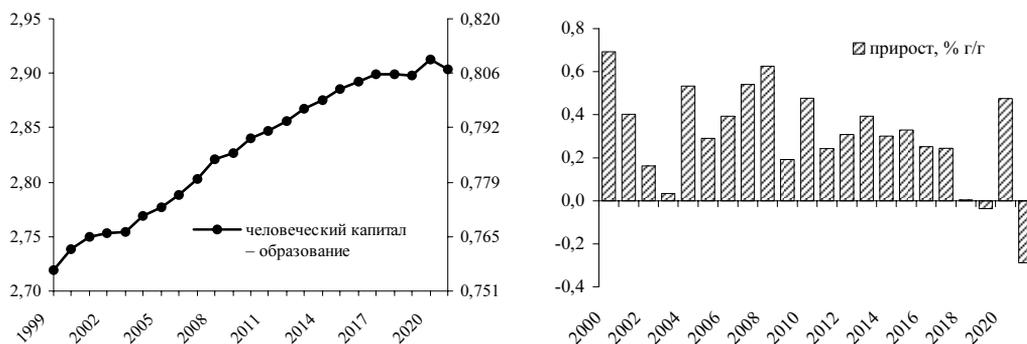
### 3.2. Формальное образование

За 2000–2021 гг. средняя продолжительность полученного занятыми формального образования повысилась в России с 12,6 до 13,3 лет (Приложение, рис. 14). Рассчитанный на ее основе человеческий капитал в форме образования увеличивался на протяжении 2000–2017 гг. (рис. 4). Однако в 2018–2019 гг. его уровень оставался неизменным, тогда как рост в 2020 г. отчасти был связан с неравномерным снижением уровней занятости в период коронакризиса<sup>12</sup>.

Ключевым фактором продолжительного повышения уровней образования занятых стал рост числа работников с высшим образованием. За 2000–2021 гг. их количество увеличилось с 15,7 до 24,9 млн человек, а доля среди всех занятых – с 25 до 35%. Существенный приток высокообразованных работников на рынок труда обеспечило повышение охвата высшим образованием (с 15% населения в возрасте 17–25 лет в 1995 г. до 32–35% в 2010-е годы) в сочетании с растущей численностью молодых когорт и высоким уровнем трудоустройства выпускников вузов. С переходом к рыночной экономике отдача от инвестиций в высшее образование резко увеличилась, что стимулировало и спрос на него. Повысилась также и доступность высшего образования, ранее функционировавшего в рамках жестких административных ограничений плановой экономики. Спрос на квалифицированных специалистов поддерживал высокие уровни занятости наиболее образованных групп работников. Однако в 2010-е годы численность молодых когорт (20–24 лет) начала снижаться, что привело к сокращению общего притока выпускников вузов на ры-

<sup>12</sup> Так, если уровни занятости населения с высшим образованием сократились на 1,0 п.п., то специалистов среднего звена – на 1,3 п.п., квалифицированных рабочих и служащих – на 1,2 п.п., людей со средним общим образованием – на 2,3 п.п., т.е. в большей степени. Вместе с тем стоит учитывать вероятное снижение сопоставимости оценок за 2020 г., в том числе связанное со сложностями проведения обследования в период ковидных ограничений.

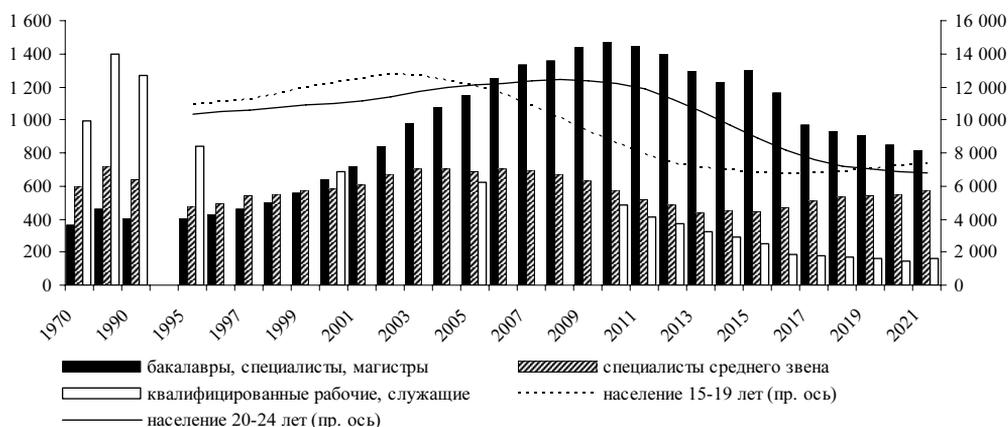
нок труда (рис. 5) и стало одним из факторов замедления прироста человеческого капитала в форме образования.



*Примечание.* На левом рисунке приведены оценки индекса человеческого капитала в форме образования (левая ось), в том числе нормализованные к диапазону от нуля до единицы (правая ось).

**Рис. 4.** Динамика человеческого капитала в форме образования

*Источники:* Росстат, расчеты автора.



*Примечание.* Данные о выпуске квалифицированных рабочих и служащих с 2000 г. приведены без учета профессиональных образовательных организаций Федеральной службы исполнения наказаний. Соответствующая статистика публикуется с 2016 г.; кроме того, были использованы ретроспективные оценки, которые доступны для ряда лет.

**Рис. 5.** Выпуск специалистов с профессиональным образованием, тыс. человек

*Источники:* Росстат, Индикаторы образования<sup>13</sup>.

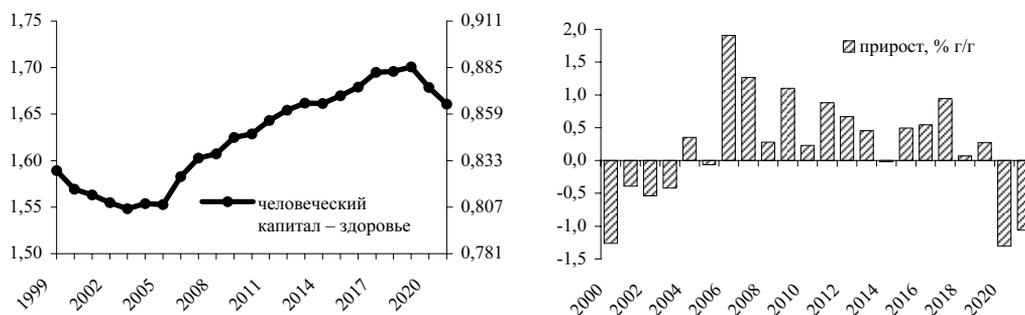
<sup>13</sup> Индикаторы образования: 2007. Стат. сб. М.: ГУ ВШЭ, 2007; Индикаторы образования: 2011. Стат. сб. М.: НИУ ВШЭ, 2011; Индикаторы образования: 2020. Стат. сб. М.: НИУ ВШЭ, 2020; Индикаторы образования: 2023. Стат. сб. М.: НИУ ВШЭ, 2023.

Количество работников со средним профессиональным образованием (специалистов среднего звена, а также квалифицированных рабочих и служащих) увеличилось с 26,2 млн человек в 2000 г. до 32,2 млн человек в 2008 г. и составило 32–33 млн человек в последующие годы. При этом их доля за 2000–2021 гг. изменилась незначительно: с 42 до 45% занятых. В 2000-е годы выпуск – и, при схожих уровнях занятости, приток на рынок труда – специалистов среднего звена и квалифицированных рабочих и служащих был сопоставим (рис. 5). При этом популярность программ подготовки специалистов среднего звена возрастала, тогда как охват программами подготовки квалифицированных рабочих и служащих, напротив, устойчиво снижался.

Число занятых со средним общим образованием сократилось за период 2000–2021 гг. с 14,4 до 11,4 млн человек, а их доля – с 23 до 16%. Работники с образованием ниже среднего практически исчезли с рынка труда: их число снизилось за те же годы с 5,9 до 3,0 млн человек, а доля – с 10 до 4%. Существенную роль в этой динамике сыграл уход с рынка труда старших поколений с более высокой долей малообразованных работников.

### 3.3. Здоровье

Человеческий капитал в форме здоровья повышался в 2004 и 2006–2019 гг., после периода потрясений 1990-х годов и до коронакризиса 2020–2021 гг. (рис. 6). Его динамику определяли изменения коэффициента дожития взрослых, характеризующего здоровье населения в рабочих возрастах.



*Примечание.* На левом рисунке приведены оценки индекса человеческого капитала в форме здоровья (левая ось), в том числе нормализованные к диапазону от нуля до единицы (правая ось).

**Рис. 6.** Динамика человеческого капитала в форме здоровья

*Источники:* ЦДИ РЭШ, расчеты автора.

Показатели смертности и ожидаемой продолжительности жизни, отражающие общие тенденции здоровья населения, менялись схожим образом (рис. 7). В основе наблюдавшейся динамики лежали следующие процессы.

Под влиянием сворачивания антиалкогольной кампании второй половины 1980-х годов, социально-экономического кризиса начала 1990-х годов, а затем и экономического кризиса 1998 г. показатели здоровья населения России существенно ухудшились [Вишневский, Щур, 2019]. К 2003 г. оценки вероятности 15-летних дожить до возраста 60 лет

снизились с достигнутых в 1987 г. максимумов на 18,9 п.п. для мужчин (с 71,7 до 52,8%) и на 6,5 п.п. для женщин (с 89,0 до 82,4%).

Тенденция к улучшению агрегированных показателей здоровья наметилась в 2004 г. и оставалась достаточно устойчивой до 2019 г. Вероятности дожития до 60 лет увеличились за этот период на 20,3 п.п. для мужчин (до 73,1%) и на 7,0 п.п. для женщин (до 89,5%). Существенную роль сыграло снижение высоких уровней смертности от болезней системы кровообращения и внешних причин среди мужчин в рабочих возрастах. Общие изменения ожидаемой продолжительности жизни отражались на периоде здоровой жизни (рис. 7), т.е. повышали возможности для продуктивной работы<sup>14</sup>.

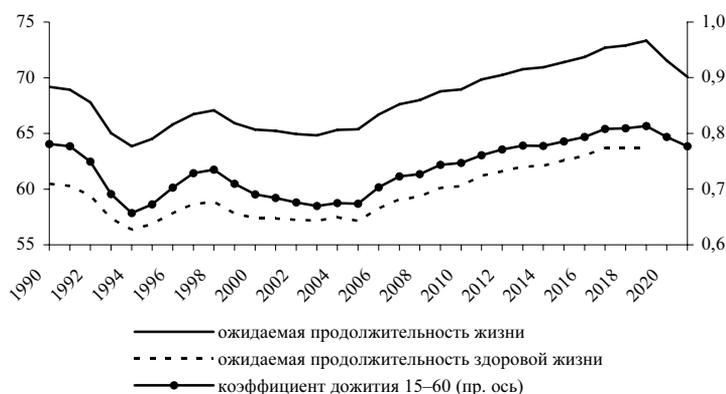


Рис. 7. Агрегированные показатели здоровья населения

Источники: Росстат, ЦДИ РЭШ, Institute for Health Metrics and Evaluation<sup>15</sup>, расчеты автора.

Одним из факторов увеличения ожидаемой продолжительности жизни в России стало повышение уровней образования населения [Харькова и др., 2017]. Разница в ожидаемой продолжительности жизни в 30 лет между получившими высшее образование и образование ниже среднего составляет порядка 18 лет для мужчин и 15 лет для женщин [Пьянкова, Фаттахов, 2017]. Более того, именно в группе с высшим образованием происходило снижение смертности, тогда как для группы с образованием ниже среднего смертность, наоборот, увеличивалась.

Вместе с тем, до 2017 г. коэффициенты дожития взрослых фактически лишь восстанавливались к уровням, утраченным после перехода к рыночной экономике. В 2018–2019 гг., с исчерпанием возможностей восстановительного роста, позитивная динамика существенно замедлилась. Дальнейшие улучшения стали требовать качественных прорывов

<sup>14</sup> Согласно показателю ожидаемой продолжительности здоровой жизни (healthy life expectancy, HALE), который характеризует продолжительность жизни, прожитой без существенных нарушений здоровья из-за болезней и травм. Данный показатель рассчитывается IHME (The Institute for Health Metrics and Evaluation); последние оценки датируются 2019 г.

<sup>15</sup> Global Burden of Disease Collaborative Network. Global Burden of Disease Study 2019 (GBD 2019) Results. Seattle, United States: Institute for Health Metrics and Evaluation (IHME), 2020. (<https://vizhub.healthdata.org/gbd-results/>)

в сфере здравоохранения, однако ресурсы для их осуществления оказались ограничены [Вишнеvский, Щур, 2019]. В 2020–2021 гг., за счет прямых и косвенных последствий коронакризиса, достигнутые было успехи в снижении смертности фактически сошли на нет. Вероятности дожития до 60 лет и мужчин (69,2%), и женщин (86,3%) в 2021 г. оказались ниже, чем были в 1987 г.

### 3.4. Вклад человеческого капитала в рост российской экономики

Выше были рассмотрены ключевые аспекты динамики российского человеческого капитала в форме образования и здоровья. Полученные оценки вклада человеческого капитала в рост российской экономики в 2000–2021 гг. представлены на рис. 8<sup>16</sup>. На вклад человеческого капитала влияет динамика составляющих его показателей и доли труда. Хотя доля труда и менялась на протяжении исследуемого периода, ее колебания оказывали сравнительно небольшое влияние на оценки вклада человеческого капитала (см. раздел 4). Его основную динамику определяли изменения в оценках продолжительности образования и состояния здоровья работников.



Рис. 8. Вклад человеческого капитала в рост российской экономики, п.п.

Источник: расчеты автора.

В 2000–2003 гг. вклад человеческого капитала составлял в среднем отрицательные –0,2 п.п. экономического роста в год. Хотя повышение уровней образования работников и обеспечивало прирост человеческого капитала, ухудшавшиеся показатели здоровья населения оказывали существенное негативное влияние на его динамику.

Основной период положительного вклада человеческого капитала в рост российской экономики, согласно полученным оценкам, пришелся на 2004–2017 гг. В это время повышение уровней образования и улучшение состояния здоровья работников обеспечи-

<sup>16</sup> Декомпозиция темпов роста российской экономики с учетом вклада прочих факторов производства представлена в Приложении, табл. П2.

вали порядка +0,6 п.п. роста ежегодно. Несмотря на достаточно высокие вклады, особенно в отдельные годы, их значения позволяют объяснить всего порядка 15% экономического роста за этот период.

Отчасти высокую динамику показателей человеческого капитала второй половины 2000-х годов – периода его наибольшего вклада в экономический рост – объясняет эффект низкой базы. Так, снятие административных ограничений плановой экономики выявило существенный нереализованный спрос на профессиональное обучение. Высокий потенциал для улучшения здоровья населения возник за счет длительного периода роста смертности после череды кризисов 1990-х годов. При этом высокие темпы экономического роста, сохранявшиеся до мирового кризиса, создавали стимулы и возможности для повышения человеческого капитала.

Однако со временем темпы прироста показателей человеческого капитала начали замедляться. Так, если в 2006–2009 гг. среднегодовой вклад человеческого капитала в экономический рост составлял +0,9 п.п., то в 2010–2013 гг. – уже +0,5 п.п., а в 2014–2017 гг. – всего +0,4 п.п. В 2010-е годы существенно снизился приток на рынок труда молодых поколений – а значит, замедлились и темпы обновления человеческого капитала в форме образования, уже ставшего довольно высоким. Не создало дополнительных возможностей и начавшееся в 2014 г. снижение доходов населения. Ресурсы для получения образования стали ограничены, а дальнейшее улучшение показателей здоровья стало требовать более решительных преобразований в сфере здравоохранения.

В результате этих процессов в 2018–2019 гг. среднегодовой вклад человеческого капитала приблизился к нулевому. В 2020–2021 гг. он упал до –0,5 п.п. за счет существенного ухудшения здоровья населения в период коронакризиса. Потери, связанные с преждевременными смертями – их число, по оценкам ВОЗ<sup>17</sup>, составило за 2020–2021 гг. почти 300 тыс. человек в возрасте до 65 лет – означают не только дальнейшее снижение числа потенциальных работников, но и безвозвратно утраченные знания и навыки, которыми они обладали. При этом ухудшение показателей здоровья вновь создаст эффект низкой базы, который будет маскировать влияние негативных факторов последующих лет.

#### 4. Устойчивость результатов

В данном разделе рассмотрим оценки вклада человеческого капитала в рост российской экономики, полученные с использованием иных предпосылок и данных: различных оценок доли труда; данных о продолжительности образования Барро и Ли; а также альтернативных коэффициентов отдачи от образования и здоровья. Обобщение предпосылок, которые были использованы в различных спецификациях, приведено в табл. П3 Приложения, сравнение полученных оценок – в табл. П4 Приложения.

##### 4.1. Доля труда

Полученные выводы оказались устойчивыми к альтернативным оценкам доли труда (рис. 9). В качестве первой альтернативы рассмотрена стандартная для макроэконо-

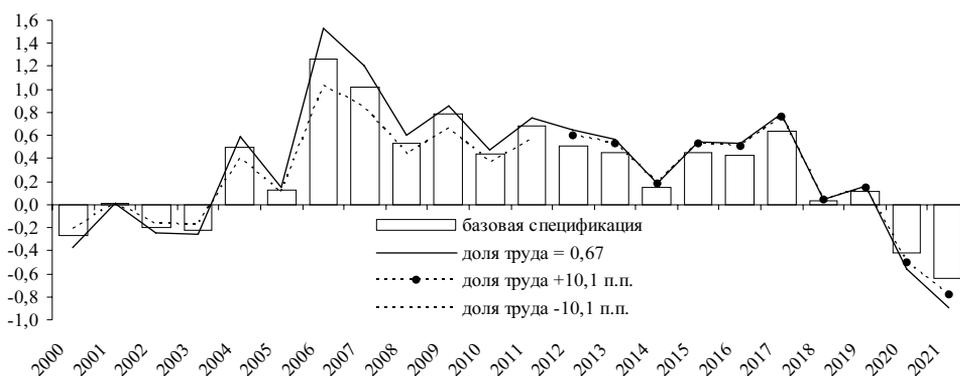
---

<sup>17</sup> World Health Organization, 2022. Global Excess Deaths Associated with COVID-19 (Modelled Estimates). (<https://www.who.int/data/sets/global-excess-deaths-associated-with-covid-19-modelled-estimates>)

мической литературы доля труда, равная  $2/3$  (66,7%). Эта доля существенно выше, чем в базовой спецификации (в среднем 56,1% до 2011 г. и 52,0% с 2011 г.) – впрочем, последняя была рассчитана без учета доходов самозанятых, который может ощутимо повысить оценки [Gollin, 2002].

Основой для построения еще двух альтернативных рядов оценок стало изменение Росстатом методологии расчета ВВП, которое привело к снижению доли труда на 10,1 п.п. в 2011 г. (Приложение, рис. 15). В основном это снижение было обусловлено оценкой жилой ренты и потребления капитала в нерыночных отраслях, т.е. не связанными с трудом факторами.

В большинстве случаев разница между вкладами человеческого капитала, полученными с использованием альтернативных оценок доли труда, и оценками базовой спецификации составила менее 0,1 п.п. В отдельные годы эта разница доходила до 0,2–0,3 п.п., однако в целом использование альтернативных оценок не привело к существенному изменению общей динамики и величины вкладов человеческого капитала.



**Рис. 9.** Устойчивость базовой спецификации к использованию различных оценок доли труда

Источник: расчеты автора.

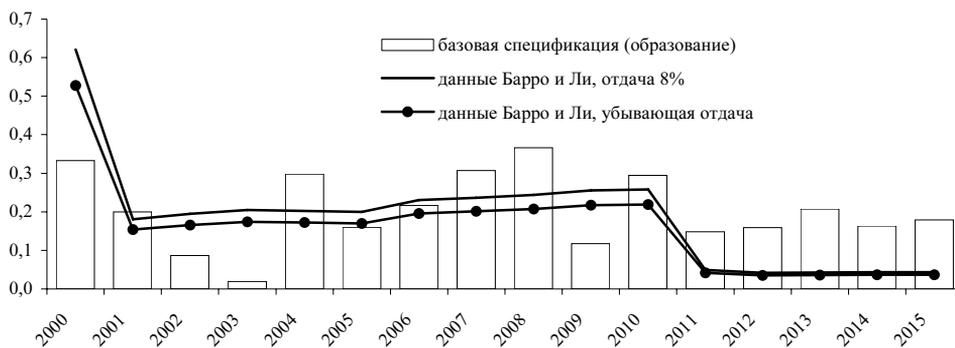
#### 4.2. Данные о продолжительности образования

Основной альтернативой продолжительности образования занятых, рассчитанной по данным Росстата, являются оценки Барро и Ли о продолжительности образования населения 15–64 лет [Barro, Lee, 2013], последнее обновление которых датируется сентябрем 2021 г. Данные Барро и Ли публикуются с существенным лагом, а также с пятилетним интервалом – т.е. не позволяют оценить динамику в отдельные годы. Что более важно, эти оценки не согласуются с продолжительностью образования, рассчитанной по данным Росстата. Проблемы данных Барро и Ли отмечались в различных исследованиях [Капелюшников, 2011, с. 32; de la Fuente, Doménech, 2015; Human Capital in PWT 9.0<sup>18</sup>]. Исходя из этого, расчеты в данном разделе призваны в первую очередь оценить масштаб ошибки,

<sup>18</sup> См.: [https://www.rug.nl/ggdc/docs/human\\_capital\\_in\\_pwt\\_90.pdf](https://www.rug.nl/ggdc/docs/human_capital_in_pwt_90.pdf)

связанной с использованием данных Барро и Ли для оценки человеческого капитала в России.

При калибровке использовались два альтернативных подхода: отдача из базовой спецификации (8%), а также реализованный в PWT подход Казелли [Caselli, 2005], который предложил учитывать убывающий характер отдачи от образования. Среднегодовой вклад человеческого капитала в форме образования за 2001–2010 гг., рассчитанный на основе данных Барро и Ли, оказался равен вкладу согласно базовой спецификации (0,2 п.п.). Однако в 2011–2015 гг. вклады оказались существенно ниже (0,04 по сравнению с 0,17 п.п.), а в 2000 г. – существенно выше (0,5–0,6 п.п., по сравнению с 0,3 п.п.). Такие расхождения связаны с различиями в динамике оценок продолжительности образования, полученными Барро и Ли и рассчитанными на основе данных Росстата. Использование альтернативных коэффициентов отдач не привело к существенным различиям между оценками (рис. 10). Таким образом, использование данных Барро и Ли не только не позволяет оценить динамику человеческого капитала после 2015 г. и внутри пятилетних временных интервалов, но также ведет к существенному искажению оценок в отдельные периоды.

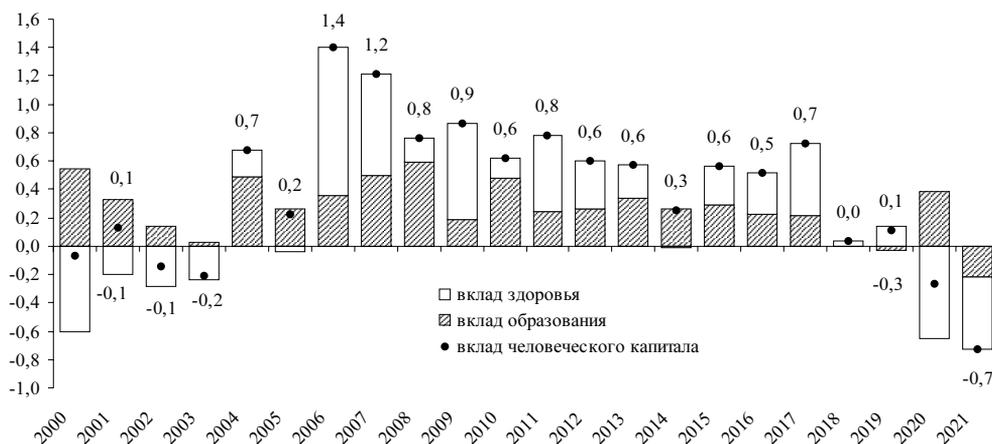


**Рис. 10.** Вклад человеческого капитала в форме образования в рост российской экономики при использовании данных Барро и Ли, п.п.

Источник: расчеты автора.

### 4.3. Отдача от образования в России

В базовой спецификации индекс отдачи от дополнительного года образования составляет 8%. В качестве основной альтернативы рассмотрены оценки отдачи от образования, полученные с использованием стандартной минцеровской регрессии на российских данных. Согласно выводам Капелюшникова [Капелюшников, 2021], отдача от образования в России стабильна и составляет не менее 12–13%. Использование отдачи от образования в 13% повышает вклад человеческого капитала в форме образования в 1,6 раза по сравнению с базовой спецификацией. Вместе с тем итоговые оценки вклада человеческого капитала в рост российской экономики остаются схожими: ощутимое повышение вкладов (до 0,2 п.п.) наблюдается лишь в отдельные годы. Сохраняется и общая динамика вкладов (рис. 11), которую определяют изменения показателей человеческого капитала – оценок продолжительности образования и состояния здоровья взрослых.



**Рис. 11.** Вклад человеческого капитала в рост российской экономики при использовании отдачи от образования в 13%, п.п.

Источник: расчеты автора.

#### 4.4. Альтернативные коэффициенты отдачи

Как подчеркивает Казелли [Caselli, 2016, p. 14], поскольку показатели человеческого капитала сильно коррелированы, при калибровке лучше использовать микроэкономические оценки отдачи, полученные в рамках одной регрессии. Он, а вслед за ним и другие авторы [Campbell, Üngör, 2020], предлагают рассматривать в качестве альтернативы традиционным оценкам полученные одновременно коэффициенты отдачи из работы Фогля [Vogl, 2014]. Спецификации в данной работе соответствует отдача от года образования, равная 7,3%, и отдача от повышения коэффициента дожития на 0,1, равная 2,5%<sup>19</sup>. Эти значения и были использованы для калибровки параметров в альтернативной спецификации.

Эти альтернативные коэффициенты отдачи ниже – а в случае отдачи от здоровья существенно ниже, – чем получившие наибольшее распространение оценки из базовой спецификации. Казелли [Caselli, 2016] и сам указывает на то, что оценки в работе [Vogl, 2014] были получены с помощью метода наименьших квадратов и могут быть смещены в сторону нуля из-за ошибок измерения (attenuation bias). Это смещение связано с тем, что существенная доля наблюдаемых различий в росте людей (которые традиционно используются для оценки отдачи от здоровья) объясняется случайными генетическими факторами, не влияющими на производительность работников [Schultz, 2002]. В близнецовых исследованиях, используемых Вейлом [Weil, 2007] – т.е. при расчетах в базовой спецификации, – влияние этой проблемы минимизируется.

<sup>19</sup> Следуя подходу Казелли [Caselli, 2016], отдача от повышения коэффициента дожития была получена на основе отдачи от дополнительного сантиметра роста (1,3%) из работы Фогля [Vogl, 2014, table 4], а также рассчитанного в работе Вейла [Weil, 2007] соотношения для перехода от отдачи от роста к отдаче от повышения коэффициента дожития взрослых (19,2).

Кроме того, хотя параметры базовой спецификации и были получены в различных исследованиях, их авторы предпринимали попытку скорректировать оценки с учетом коррелированности образования и здоровья. Поэтому сохраним интерпретацию их как базовых оценок. Исходя из вероятного смещения, рассмотрим альтернативную спецификацию как нижнюю границу оценок вклада человеческого капитала в экономический рост за счет повышения производительности работников.

Альтернативные значения отдачи снижают вклад здоровья в 2,6 раза по сравнению с базовой спецификацией; вклад образования при этом остается практически неизменным. В результате оценки вклада человеческого капитала в экономический рост в 2006–2017 гг. уменьшаются в среднем в два раза (рис. 12). Так, среднегодовые оценки за 2006–2009 гг. снижаются с +0,9 до +0,5 п.п., за 2010–2013 гг. – с +0,5 до +0,3 п.п., а за 2014–2017 гг. – с +0,4 до +0,2 п.п. Оценки в периоды ухудшения здоровья населения увеличиваются: с –0,2 до 0 п.п. в среднем в 2000–2003 гг. и с –0,5 до –0,2 п.п. в 2020–2021 гг. Несмотря на то, что при использовании альтернативной спецификации роль человеческого капитала снижается, основные выводы о динамике его вклада в рост российской экономики остаются в силе.



**Рис. 12.** Вклад человеческого капитала в рост российской экономики при использовании альтернативных оценок отдачи, п.п.

Источник: расчеты автора.

## Заключение

В статье были получены новые оценки вклада человеческого капитала в рост российской экономики в 2000–2021 гг., а также проанализированы ключевые процессы, которые формировали динамику человеческого капитала в эти годы. Одним из таких процессов стал переход к рыночной экономике, который стал сильным шоком для человеческого капитала, накопленного в советский период. Часть приобретенных в плановой экономике знаний и навыков обесценилась, а череда кризисов негативно отразилась на здоровье населения. В то же время возникли стимулы и возможности для приобретения новых компетенций, более актуальных и востребованных в изменившихся экономических условиях.

И в 2000-х, и в 2010-х годах происходило накопление человеческого капитала в форме профессионального образования. Уровень подготовки выходящих на рынок труда работников повышался, в основном, за счет распространения высшего образования. Со временем увеличивались и уровни образования работников среднего возраста. За счет выбытия с рынка труда старших поколений сократилась доля малообразованных работников.

Здоровье населения в рабочих возрастах, характеризующее еще одну форму человеческого капитала, устойчиво улучшалось с 2004 по 2019 гг. За эти годы существенно снизилась преждевременная смертность среди мужчин среднего возраста. Положительной динамике здоровья способствовали возросшие уровни образования населения. Однако в период коронакризиса 2020–2021 гг. показатели здоровья резко ухудшились, особенно в средних и старших возрастных группах.

Уровни образования и состояние здоровья работников формируют основу человеческого капитала, являющегося одним из факторов экономического роста. Согласно полученным оценкам, основной положительный вклад человеческого капитала в рост российской экономики пришелся на 2006–2017 гг. Наиболее высокие темпы прироста показателей человеческого капитала наблюдались в начале этого периода, т.е. во второй половине 2000-х годов. Отчасти это объясняется эффектом низкой базы – уровнями образования, сформировавшимися в условиях жесткого административного регулирования советской системы, а также существенно ухудшившимися к середине 2000-х годов показателями здоровья.

Помимо этого, если в 2000-е годы человеческий капитал активно обновлялся за счет растущей численности выходящих на рынок труда молодых поколений, то в 2010-е годы их приток существенно снизился. Возможности для инвестиций в человеческий капитал сократились из-за замедлившегося роста реальных располагаемых доходов населения после мирового кризиса, а затем и снижения доходов с 2014 г. В 2018–2019 гг. вклад человеческого капитала в рост экономики практически сошел на нет, тогда как в годы коронакризиса – стал отрицательным из-за ухудшившегося здоровья населения.

Пандемия негативно сказалась не только на здоровье, но и на процессах накопления человеческого капитала. Так, согласно докладу Всемирного банка [Schady et al., 2023], дети школьного возраста мало чему научились за время дистанционного обучения. Существенные ограничения возникли и для инвестиций в здоровье и раннее развитие детей дошкольного возраста. Поскольку в детстве формируется основа для дальнейшего накопления человеческого капитала, последствия этих негативных тенденций проявятся в будущем.

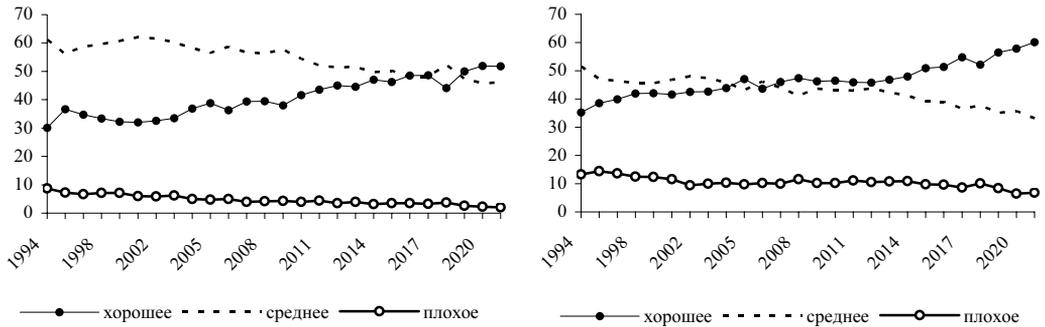
Начавшаяся в 2022 г. трансформация российской экономики еще острее ставит вопрос о перспективах дальнейшей динамики человеческого капитала. Этот вопрос требует отдельного исследования, однако уже сейчас можно обозначить некоторые риски. Часть знаний и навыков, полученных работниками до 2022 г., по всей видимости, станет неактуальной из-за структурной перестройки экономики и упрощения технологий. Можно с уверенностью предположить, что запасы человеческого капитала в России уже снизились под влиянием массовой эмиграции. Системы образования и здравоохранения столкнулись с новыми ограничениями, которые будут препятствовать дальнейшему накоплению человеческого капитала. Перспективы возвращения к прежним стимулам и возможностям остаются туманными.

## Приложение

**Таблица П1.**

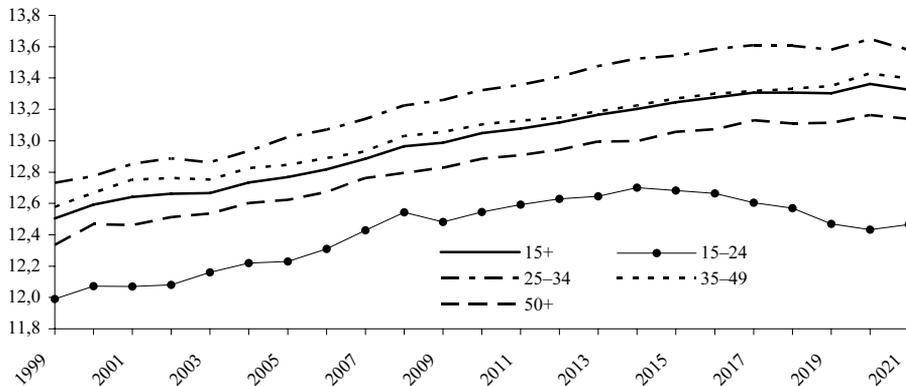
**Среднегодовые оценки вклада качества труда и человеческого капитала  
в рост российской экономики, полученные в литературе  
и в международных базах данных**

Источник	Показатель	Вклад в рост, п.п.	
		период	вклад
Total Economy Database	Качество труда, с учетом образования	1991–2021	0,27
		1991–1998	0,38
		1999–2008	0,29
		2009–2017	0,30
		2018–2021	-0,03
[Воскобойников и др., 2021]	Качество труда, с учетом образования, пола и возраста	1995–2016	0,18
		1995–2002	0,21
		2002–2007	0,04
		2007–2011	0,18
		2011–2016	0,31
[Entov and Lugovoy, 2013]	Качество труда, с учетом образования	1991–2010	0,3
		1991–1998	0,3
		1999–2008	0,3
Penn World Table	Индекс, с учетом образования	1991–2019	0,42
		1991–1995	0,62
		1996–2000	0,95
		2001–2019	0,23
[Акиндинова и др., 2017]	Индекс, с учетом образования, тестов PISA и здоровья	2000–2016	0,51
		2000–2008	0,36
		2009–2011	0,76
		2012–2016	0,64



**Рис. 13.** Динамика самооценок здоровья занятых (слева) и незанятых (справа) в возрасте 15–60 лет, %

Источники: РМЭЗ НИУ ВШЭ<sup>20</sup>, расчеты автора.



**Рис. 14.** Продолжительность формального обучения работников различных возрастных групп, лет

Источники: Росстат, расчеты автора.

<sup>20</sup> Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения НИУ ВШЭ (RLMS HSE), проводимый Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» и ООО «Демоскоп» при участии Центра народонаселения Университета Северной Каролины в Чапел Хилле и Института социологии Федерального научно-исследовательского социологического центра РАН. Сайты обследования RLMS HSE: <http://www.hse.ru/rllms> и <https://rlms-hse.cpc.unc.edu>

Таблица П2.

**Среднегодовые вклады факторов производства  
в рост российской экономики в 2000–2021 гг., п.п.**

	2000–2003	2004–2008	2009–2014	2015–2019	2020–2021
ВВП	6,8	7,1	1,2	1,0	1,5
Труд	0,5	0,4	0,0	-0,1	-0,4
Человеческий капитал	-0,2	0,7	0,5	0,3	-0,5
Физический капитал	-0,3	0,8	1,0	0,9	1,0
Совокупная факторная производительность	6,7	5,2	-0,2	-0,1	1,5

*Примечание.* Декомпозиция осуществлялась на основе методологии счетов экономического роста (см. раздел 2). Для оценки динамики ВВП были использованы данные Росстата. Для оценки динамики услуг физического капитала были использованы данные Total Economy Database. Для оценки затрат труда за 2003–2020 гг. были использованы данные Росстата о количестве фактически отработанного времени («Труд и занятость в России»), за 1999–2002 гг. – соответствующие данные Russia KLEMS, за 2020–2021 гг. – данные Росстата о числе занятых («Итоги выборочного обследования рабочей силы»). Совокупная факторная производительность была рассчитана остаточным образом.

Таблица П3.

**Предпосылки и данные в различных спецификациях**

№	Спецификация	$r$	$edu$	$\Phi$	$health$	$1 - \alpha$
	Базовая спецификация	0,08	ОРС	0,6528	ЦДИ	Росстат
(1)	Альтернативные оценки доли труда	0,08	ОРС	0,6528	ЦДИ	2/3
(2)						2000–11 гг.: Росстат 2012–21 гг.: Росстат + 10,1 п.п.
(3)						2000–11 гг.: Росстат – 10,1 п.п. 2012–21 гг.: Росстат
(4)	Данные Барро и Ли	0,08	BL	-	-	Росстат
(5)		0,134, $edu \leq 4$ 0,101, $edu \in (4; 8]$ 0,068, $edu > 8$				
(6)		Отдача от образования в России				
(7)	Альтернативные коэффициенты отдачи	0,073	ОРС	0,25	ЦДИ	Росстат

*Примечание.* ОРС – оценки на данных Итогов выборочного обследования рабочей силы; ЦДИ – оценки на данных Центра демографических исследований Российской экономической школы;

Росстат – оценки на данных Росстата о ВВП по источникам дохода (см. раздел 2); BL – оценки на данных Барро и Ли [Barro and Lee, 2013], 2021 September Update.

**Таблица П4.**

**Среднегодовые оценки вклада человеческого капитала  
в рост российской экономики согласно различным спецификациям, п.п.**

№	Спецификация	2000– 2005	2006– 2009	2010– 2013	2014– 2017	2018– 2019	2020– 2021
	Базовая спецификация	-0,01	0,90	0,52	0,42	0,08	-0,53
	в том числе:						
	образование	0,18	0,25	0,20	0,15	-0,01	0,05
	здоровье	-0,19	0,65	0,32	0,27	0,09	-0,58
(1)	Доля труда = 2/3	-0,02	1,05	0,61	0,51	0,10	-0,73
(2)	Доля труда +10,1 п.п. с 2012 г.	-0,01	0,90	0,56	0,50	0,09	-0,64
(3)	Доля труда -10,1 п.п. до 2011 г.	-0,01	0,74	0,47	0,42	0,08	-0,53
(4)	Данные Барро и Ли (отда- ча 8%), вклад образования	0,27	0,24	0,10	0,04		
(5)	Данные Барро и Ли (убывающая отдача), вклад образования	0,23	0,21	0,08	0,04		
(6)	Отдача от образования в России (13%)	0,10	1,06	0,64	0,51	0,07	-0,49
	в том числе образование	0,30	0,41	0,33	0,25	-0,01	0,08
(7)	Альтернативные коэффи- циенты отдачи	0,09	0,48	0,31	0,24	0,03	-0,17
	в том числе:						
	образование	0,17	0,23	0,18	0,14	-0,01	0,05
	здоровье	-0,07	0,25	0,12	0,10	0,03	-0,22

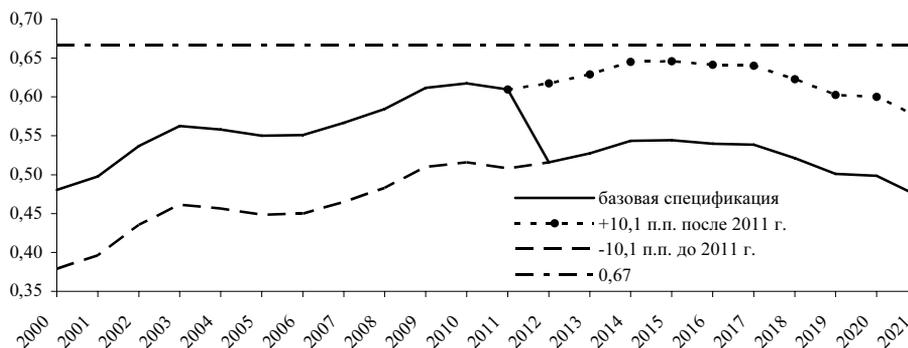


Рис. 15. Оценки доли труда в различных спецификациях

Источники: Росстат, расчеты автора.

\* \*  
\*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Авдеева Д.А. Показатели человеческого капитала в исследованиях экономического роста: обзор // Экономический журнал ВШЭ. 2022. Т. 26. № 2. С. 240–269.

Акиндинова Н.В., Чекина К.С., Яркин А.М. Экономический рост в России с учетом демографических изменений и вклада человеческого капитала // Экономический журнал ВШЭ. 2017. Т. 21. № 4. С. 533–561.

Вишневский А.Г., Щербакова Е.М. Демографические тормоза экономики // Вопросы экономики. 2018. № 6. С. 48–70.

Вишневский А.Г., Щур А.Е. Смертность и продолжительность жизни в России за полвека // Оргздрав: новости, мнения, обучение. 2019. Т. 5. № 2. С. 10–21.

Воскобойников И.Б., Баранов Э.Ф., Бобылева К.В., Капелюшников Р.И., Пионтковский Д.И., Роскин А.А., Толоконников А.Е. Постшоковый рост российской экономики: опыт кризисов 1998 и 2008–2009 гг. и взгляд в будущее // Вопросы экономики. 2021. № 4. С. 5–31.

Гимпельсон В.Е. Нужен ли российской экономике человеческий капитал? Десять сомнений // Вопросы экономики. 2016. №10. С. 129–143.

Гимпельсон В.Е. Возраст и заработная плата: стилизованные факты и российские особенности // Экономический журнал ВШЭ. 2019. Т. 23. № 2. С. 185–237.

Гимпельсон В.Е. Человеческий капитал в эпоху санкций и контрсанкций: некоторые последствия его перераспределения // Журнал Новой экономической ассоциации. 2022. № 3. С. 234–238.

Калабихина И.Е., Казбекова З.Г. Влияние первого демографического дивиденда на экономический рост с учетом человеческого капитала // Журнал Новой экономической ассоциации. 2022. № 3. С. 81–100.

Капелюшников Р.И. Эволюция человеческого капитала в России: 1990–2000-е годы // Российский работник: образование, профессия, квалификация / под ред. В.Е. Гимпельсона, Р.И. Капелюшникова. М.: Издательский дом ВШЭ, 2011. С. 22–148.

Капелюшников Р.И. Отдача от образования в России: ниже некуда? // Вопросы экономики. 2021. № 8. С. 37–68.

*Попов Д.С.* Человеческий капитал в России: точность измерения и ограничения подхода // Социологические исследования. 2020. № 11. С. 27–38.

*Пьянкова А.И., Фаттахов Т.А.* Смертность по уровню образования в России // Экономический журнал ВШЭ. 2017. Т. 21. № 4. С. 623–647.

*Харькова Т.Л., Никитина С.Ю., Андреев Е.М.* Зависимость продолжительности жизни от уровня образования в России // Вопросы статистики. 2017. №8. С. 61–69.

*Abraham K.G., Mallatt J.* Measuring Human Capital // Journal of Economic Perspectives. 2022. Vol. 36. № 3. P. 103–130.

*Acemoglu D.* A Microfoundation for Social Increasing Returns in Human Capital Accumulation // The Quarterly Journal of Economics. 1996. Vol. 111. № 3. P. 779–804.

*Alexeev M.* Institutions, Allocation of Human Capital, and Economic Growth in Russia // T. Becker, S. Oxenstierna (eds.) The Russian Economy under Putin. Routledge, 2018. P. 106–120.

*Angrist N., Djankov S., Goldberg P., Patrinos H.A.* Measuring Human Capital // World Bank Policy Research Working Paper № 8742. 2019.

*Barro R.J., Lee J.W.* A New Data Set of Educational Attainment in the World, 1950–2010 // Journal of Development Economics. 2013. Vol. 104. P. 184–198.

*Benhabib J., Spiegel M.* The Role of Human Capital in Economic Development. Evidence From Aggregate Cross-Country Data // Journal of Monetary Economics. 1994. Vol. 34. P. 143–173.

*Bils M., Klenow P.J.* Does Schooling Cause Growth? // The American Economic Review. 2000. Vol. 90. № 5. P. 1160–1183.

*Bloom D.E., Canning D., Fink G.* Disease and Development Revisited // Journal of Political Economy. 2014. Vol. 122. № 6. P. 1355–1366.

*Bloom D.E., Canning D., Kotschy R., Prettnner K., Schünemann J.J.* Health and Economic Growth: Reconciling the Micro and Macro Evidence // NBER Working Paper № 26003. 2019.

*Bosler C., Daly M.C., Fernald J.G., Hobijn B.* The Outlook for US Labor-Quality Growth // C.R. Hulten, V.A. Ramey (eds.) Education, Skills, and Technical Change: Implications for Future US GDP Growth. University of Chicago Press, 2018. P. 61–110.

*Campbell S.G., Üngör M.* Revisiting Human Capital and Aggregate Income Differences // Economic Modelling. 2020. Vol. 91. P. 43–64.

*Card D.* Estimating the Return to Schooling: Progress on Some Persistent Econometric Problems // Econometrica. 2001. Vol. 69. № 5. P. 1127–1160.

*Caselli F.* Accounting for Cross-Country Income Differences // P. Aghion, S.N. Durlauf (eds.) Handbook of Economic Growth 1A. Elsevier, 2005. P. 679–742.

*Caselli F.* Accounting for Cross-Country Income Differences: Ten Years Later // World Bank World Development Report Background Paper. 2016.

*Chernina E.M., Gimpelson V.E.* Do Wages Grow with Experience? Deciphering the Russian Puzzle // Journal of Comparative Economics. 2023. Vol. 51. № 2. P. 545–563.

*Cohen D., Soto M.* Growth and Human Capital: Good Data, Good Results // Journal of Economic Growth. 2007. Vol. 12. P. 51–76.

*Collin M., Weil D.N.* The Effect of Increasing Human Capital Investment on Economic Growth and Poverty: A Simulation Exercise // Journal of Human Capital. 2020. Vol. 14. № 1. P. 43–83.

*Crafts N., Woltjer P.* Growth Accounting in Economic History: Findings, Lessons and New Directions // Journal of Economic Surveys. 2021. Vol. 35. № 3. P. 670–696.

*Dabrowski M.* Factors Determining Russia's Long-Term Growth // Russian Journal of Economics. 2019. Vol. 5. № 4. P. 328–353.

*De la Fuente A., Doménech R.* Educational Attainment in the OECD, 1960–2010. Updated Series and a Comparison with other Sources // Economics of Education Review. 2015. Vol. 48. P. 56–74.

*Devadas S., Guzman J., Kim Y.E., Loayza N.V., Pennings S.* Malaysia's Economic Growth and Transition to High Income: An Application of the World Bank Long Term Growth Model (LTGM) // N.V. Loayza, S. Pennings (eds.) The Long Term Growth Model: Fundamentals, Extensions, and Applications. Washington, D.C.: World Bank Group, 2022. P. 133–158.

*De Vries K, Erumban A.A.* Total Economy Database. A Detailed Guide to its Sources and Methods. The Conference Board, 2022. (<https://www.conference-board.org/data/economydatabase/total-economy-database-methodology>)

*Entov R.M., Lugovoy O.V.* Growth Trends in Russia after 1998 // M. Alexeev, S. Weber (eds.) The Oxford Handbook of the Russian Economy. Oxford University Press, 2013. P. 132–160.

*Feenstra R., Inklaar R., Timmer M.* The Next Generation of the Penn World Table // The American Economic Review. 2015. Vol. 105. № 10. P. 3150–3182.

*Flabbi L., Gatti R.* A Primer on Human Capital // World Bank Group Policy Research Working Paper № 8309. 2018.

*Gollin D.* Getting Income Shares Right // Journal of Political Economy. 2002. Vol. 110. № 2. P. 458–474.

*Hansl B., Levin V., Shaw W.* Searching for a New Silver Age in Russia: The Drivers and Impacts of Population Aging. Washington, D.C.: World Bank Group, 2015.

*Hanushek E.A., Kimko D.D.* Schooling, Labor Force Quality, and the Growth of Nations // The American Economic Review. 2000. Vol. 90. № 5. P. 1184–1208.

*Jedwab R., Romer P., Islam A., Samaniego R.* Human Capital Accumulation at Work: Estimates for the World and Implications for Development // World Bank Policy Research Working Paper № 9786. 2021.

*Jeong H.* Analysis of Korea's Long-Term Growth Process and Lessons for Sustainable Development Policy // N.V. Loayza, S. Pennings (eds.) The Long Term Growth Model: Fundamentals, Extensions, and Applications. Washington, D.C.: World Bank Group, 2022. P. 159–179.

*Jones C.I.* Sources of U.S. Economic Growth in a World of Ideas // The American Economic Review. 2002. Vol. 92. № 1. P. 220–239.

*Knight D.S., Emelyanova O., Rostovtseva I., Freije-Rodriguez S., Kolchin V., Nagle P.S.O., Wheeler C.M., Ruch F.U., Levitanskaya K., Wuester L.J., Aviomoh H.E., Mbowe A.* Russia Economic Report: Amidst Strong Economic Recovery, Risks Stemming from COVID-19 and Inflation Build: World Bank Group Russia Economic Report № 46. 2021.

*Kraay A.* The World Bank Human Capital Index: A Guide. Oxford University Press on Behalf of the World Bank, 2019.

*Krueger A.B., Lindahl M.* Education for Growth: Why and for Whom? // Journal of Economic Literature. 2001. Vol. 39. № 4. P. 1101–1136.

*Lagakos D., Moll B., Porzio T., Qian N., Schoellman T.* Experience Matters: Human Capital and Development Accounting // NBER Working Paper № 18602. 2012.

*Loayza N.V., Pennings S.* The Standard Long Term Growth Model // N.V. Loayza, S. Pennings (eds.) The Long Term Growth Model: Fundamentals, Extensions, and Applications. Washington, D.C.: World Bank Group, 2022. P. 7–26.

*Lucas R.E.* On the Mechanics of Economic Development // Journal of Monetary Economics. 1988. Vol. 22. № 1. P. 3–42.

*Mankiw N.G., Romer D., Weil D.* A Contribution to the Empirics of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. 1992. Vol. 107. № 2. P. 407–437.

*Montenegro C.E., Patrinos H.A.* Comparable Estimates of Returns to Schooling Around the World // World Bank Policy Research Working Paper № 7020. 2014.

*Nelson R., Phelps E.* Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth // The American Economic Review. 1966. Vol. 56. № 1/2. P. 69–75.

*OECD Technical Report of the Survey of Adult Skills (PIAAC).* 3<sup>rd</sup> ed. 2019. ([www.oecd.org/skills/piaac/publications/PIAAC\\_Technical\\_Report\\_2019.pdf](http://www.oecd.org/skills/piaac/publications/PIAAC_Technical_Report_2019.pdf))

*Romer P.* Endogenous Technological Change // Journal of Political Economy. 1990. Vol. 98. № 5–2. P. S71–S102.

*Rossi F.* Human Capital and Macroeconomic Development: A Review of the Evidence // The World Bank Research Observer. 2020. Vol. 35. № 2. P. 227–262.

*Schady N., Holla A., Sabarwal S., Silva J., Yi Chang A.* Collapse and Recovery: How the COVID-19 Pandemic Eroded Human Capital and What to Do about it. Washington, DC: World Bank, 2023.

- Schultz T.P.* Wage Gains Associated with Height As a Form of Health Human Capital // *The American Economic Review*. 2002. Vol. 92. № 2. P. 349–353.
- Vogl T.S.* Height, Skills, and Labor Market Outcomes in Mexico // *Journal of Development Economics*. 2014. Vol. 107. P. 84–96.
- Voskoboynikov I.* Economic Growth // M. Dabrowski (ed.) *The Contemporary Russian Economy: A Comprehensive Analysis*. Palgrave Macmillan, 2023. P. 291–312.
- Weil D.N.* Accounting for the Effect of Health on Economic Growth // *The Quarterly Journal of Economics*. 2007. Vol. 122. № 3. P. 1265–1306.
- Weil D.N.* *Economic Growth*. 3<sup>rd</sup> ed. Harlow: Pearson Education, 2013.
- Weil D.N.* Health and Economic Growth // P. Aghion, S.N. Durlauf (eds.) *Handbook of Economic Growth 2*. Elsevier, 2014. P. 623–682.
- Weiss A.* Human Capital vs. Signalling Explanations of Wages // *The Journal of Economic Perspectives*. 1995. Vol. 9. № 4. P. 133–154.
- Wößmann L.* Specifying Human Capital // *Journal of Economic Surveys*. 2003. Vol. 17. № 3. P. 239–270.
- Zoghi C.* Measuring Labor Composition: A Comparison of Alternate Methodologies // K.G. Abraham, J.R. Spletzer, M. Harper (eds.) *Labor in the New Economy*. University of Chicago Press, 2010. P. 457–485.

## **The Contribution of Human Capital to Economic Growth in Russia**

**Daria Avdeeva**

National Research University Higher School of Economics,  
11, Pokrovsky Blvd., Moscow, 109028, Russian Federation.  
E-mail: davdeeva@hse.ru

Human capital, which includes knowledge, skills and abilities of workers, is one of the key factors of economic growth. However, the quantitative estimates of its contribution to economic growth in Russia are few in number and have various limitations resulting from the approaches and data used. This paper presents new estimates of the contribution of human capital to economic growth, reflecting its impact on the productivity of workers. To measure the dynamics of human capital, I use an index that characterizes the education of workers and the health of adults. Inclusion of other human capital measures is limited by the availability and quality of data. To measure the human capital contribution, I use growth accounting. According to the results, in 2004–2017 the average contribution of human capital to the growth of Russian economy was about +0,6 p.p. The highest contribution was in the second half of the 2000s. During this period, a number of favorable factors facilitated the accumulation of human capital. These factors include the preceding increase in personal incomes and the large generations of young and educated workers entering the labor market. However, in the 2010s economic and demographic factors worsened, human capital accumulation slowed, and by 2018–2019 its contribution to economic growth became close to zero. The subsequent decline of population health during the coronavirus pandemic negatively affected the economic growth rates in 2020–2021.

**Key words:** human capital; economic growth; growth accounting; education; cognitive skills; health.

**JEL Classification:** E24, J24.

\* \*  
\*

## References

- Abraham K.G., Mallatt J. (2022) Measuring Human Capital. *Journal of Economic Perspectives*, 36, 3, pp. 103–130.
- Acemoglu D. (1996) A Microfoundation for Social Increasing Returns in Human Capital Accumulation. *The Quarterly Journal of Economics*, 111, 3, pp. 779–804.
- Akindinova N.V., Chekina K.S., Yarkin A.M. (2017) Measuring the Contribution of Demographic Change and Human Capital to Economic Growth in Russia. *HSE Economic Journal*, 21, 4, pp. 533–561. (In Russ.)
- Alexeev M. (2018) Institutions, Allocation of Human Capital, and Economic Growth in Russia. *The Russian Economy under Putin* (eds. T. Becker, S. Oxenstierna), Routledge, pp. 106–120.
- Angrist N., Djankov S., Goldberg P., Patrinos H.A. (2019) *Measuring Human Capital*. World Bank Policy Research Working Paper, 8742.
- Avdeeva D.A. (2022) Human Capital Measures in Economic Growth Studies: An Overview. *HSE Economic Journal*, 26, 2, pp. 240–269. (In Russ.)
- Barro R.J., Lee J.W. (2013) A New Data Set of Educational Attainment in the World, 1950–2010. *Journal of Development Economics*, 104, pp. 184–198.
- Benhabib J., Spiegel M. (1994) The Role of Human Capital in Economic Development. Evidence From Aggregate Cross-Country Data. *Journal of Monetary Economics*, 34, pp. 143–173.
- Bils M., Klenow P.J. (2000) Does Schooling Cause Growth? *The American Economic Review*, 90, 5, pp. 1160–1183.
- Bloom D.E., Canning D., Fink G. (2014) Disease and Development Revisited. *Journal of Political Economy*, 122, 6, pp. 1355–1366.
- Bloom D.E., Canning D., Kotschy R., Pretzner K., Schünemann J.J. (2019) *Health and Economic Growth: Reconciling the Micro and Macro Evidence*. NBER Working Paper, 26003.
- Bosler C., Daly M.C., Fernald J.G., Hobijn B. (2018) The Outlook for US Labor-Quality Growth. *Education, Skills, and Technical Change: Implications for Future US GDP Growth* (eds. C.R. Hulten, V.A. Ramey), University of Chicago Press, pp. 61–110.
- Campbell S.G., Üngör M. (2020) Revisiting Human Capital and Aggregate Income Differences. *Economic Modelling*, 91, pp. 43–64.
- Card D. (2001) Estimating the Return to Schooling: Progress on Some Persistent Econometric Problems. *Econometrica*, 69, 5, pp. 1127–1160.
- Caselli F. (2005) Accounting for Cross-Country Income Differences. *Handbook of Economic Growth 1A* (eds. P. Aghion, S.N. Durlauf), Elsevier, pp. 679–742.
- Caselli F. (2016) *Accounting for Cross-Country Income Differences: Ten Years Later*. World Bank World Development Report Background Paper.
- Chernina E.M., Gimpelson V.E. (2023) Do Wages Grow with Experience? Deciphering the Russian Puzzle. *Journal of Comparative Economics*, 51, 2, pp. 545–563.
- Cohen D., Soto M. (2007) Growth and Human Capital: Good Data, Good Results. *Journal of Economic Growth*, 12, pp. 51–76.
- Collin M., Weil D.N. (2020) The Effect of Increasing Human Capital Investment on Economic Growth and Poverty: A Simulation Exercise. *Journal of Human Capital*, 14, 1, pp. 43–83.

- Crafts N., Woltjer P. (2021) Growth Accounting in Economic History: Findings, Lessons and New Directions. *Journal of Economic Surveys*, 35, 3, pp. 670–696.
- Dabrowski M. (2019) Factors Determining Russia's Long-Term Growth. *Russian Journal of Economics*, 5, 4, pp. 328–353.
- De la Fuente A., Doménech R. (2015) Educational Attainment in the OECD, 1960–2010. Updated Series and a Comparison with other Sources. *Economics of Education Review*, 48, pp. 56–74.
- Devadas S., Guzman J., Kim Y.E., Loayza N.V., Pennings S. (2022) Malaysia's Economic Growth and Transition to High Income: An Application of the World Bank Long Term Growth Model (LTGM). *The Long Term Growth Model: Fundamentals, Extensions, and Applications* (eds. N.V. Loayza, S. Pennings), Washington, D.C.: World Bank Group, pp. 133–158.
- De Vries K., Erumban A.A. (2022) *Total Economy Database. A Detailed Guide to its Sources and Methods*. The Conference Board. (<https://www.conference-board.org/data/economydatabase/total-economy-database-methodology>)
- Entov R.M., Lugovoy O.V. (2013) Growth Trends in Russia after 1998. *The Oxford Handbook of the Russian Economy* (eds. M. Alexeev, S. Weber). Oxford University Press, pp. 132–160.
- Feenstra R., Inklaar R., Timmer M. (2015) The Next Generation of the Penn World Table. *The American Economic Review*, 105, 10, pp. 3150–3182.
- Flabbi L., Gatti R. (2018) *A Primer on Human Capital*. World Bank Group Policy Research Working Paper, 8309.
- Gimpelson V.E. (2016) Does the Russian Economy Need Human Capital? Ten Doubts. *Voprosy Ekonomiki*, 10, pp. 129–143. (In Russ.)
- Gimpelson V.E. (2019) Age and Wage: Stylized Facts and Russian Evidence. *HSE Economic Journal*, 23, 2, pp. 185–237. (In Russ.)
- Gimpelson V.E. (2022) Russian Human Capital in Times of Sanctions and Counter-Sanctions: Some Redistributive Implications. *Journal of the New Economic Association*, 3, pp. 234–238. (In Russ.)
- Gollin D. (2002) Getting Income Shares Right. *Journal of Political Economy*, 110, 2, pp. 458–474.
- Hansl B., Levin V., Shaw W. (2015) *Searching for a New Silver Age in Russia: The Drivers and Impacts of Population Aging*. Washington, D.C.: World Bank Group.
- Hanushek E.A., Kimko D.D. (2000) Schooling, Labor Force Quality, and the Growth of Nations. *The American Economic Review*, 90, 5, pp. 1184–1208.
- Jedwab R., Romer P., Islam A., Samaniego R. (2021) *Human Capital Accumulation at Work: Estimates for the World and Implications for Development*. World Bank Policy Research Working Paper, 9786.
- Jeong H. (2022) Analysis of Korea's Long-Term Growth Process and Lessons for Sustainable Development Policy. *The Long Term Growth Model: Fundamentals, Extensions, and Applications* (eds. N.V. Loayza, S. Pennings). Washington, D.C.: World Bank Group, pp. 159–179.
- Jones C.I. (2002) Sources of U.S. Economic Growth in a World of Ideas. *The American Economic Review*, 92, 1, pp. 220–239.
- Kalabikhina I.E., Kazbekova Z.G. (2022) The Impact of the First Demographic Dividend on Economic Growth Considering Human Capital. *Journal of the New Economic Association*, 3, pp. 81–100. (In Russ.)
- Kapeliushnikov R.I. (2011) The Evolution of Human Capital in Russia: 1990–2000s. *Russian Employee: Education, Occupation, Qualification* (eds. V.E. Gimpelson, R.I. Kapeliushnikov). Moscow: HSE Publ. House, pp. 22–148. (In Russ.)
- Kapeliushnikov R.I. (2021) Returns to Education in Russia: Nowhere Below? *Voprosy Ekonomiki*, 8, pp. 37–68. (In Russ.)
- Kharkova T.L., Nikitina S.Y., Andreev E.M. (2017) Dependence of Life Expectancy on the Education Levels in Russia. *Voprosy Statistiki*, 8, pp. 61–69. (In Russ.)
- Knight D.S., Emelyanova O., Rostovtseva I., Freije-Rodriguez S., Kolchin V., Nagle P.S.O., Wheeler C.M., Ruch F.U., Levitanskaya K., Wuester L.J., Aviomoh H.E., Mbowe A. (2021) *Russia Economic Report: Amidst Strong Economic Recovery, Risks Stemming from COVID-19 and Inflation Build*. World Bank Group Russia Economic Report, 46.
- Kraay A. (2019) *The World Bank Human Capital Index: A Guide*. Oxford University Press on Behalf of the World Bank.

- Krueger A.B., Lindahl M. (2001) Education for Growth: Why and for Whom? *Journal of Economic Literature*, 39, 4, pp. 1101–1136.
- Lagakos D., Moll B., Porzio T., Qian N., Schoellman T. (2012) *Experience Matters: Human Capital and Development Accounting*. NBER Working Paper, 18602.
- Loayza N.V., Pennings S. (2022) The Standard Long Term Growth Model. *The Long Term Growth Model: Fundamentals, Extensions, and Applications* (eds. N.V. Loayza, S. Pennings). Washington, D.C.: World Bank Group, pp. 7–26.
- Lucas R.E. (1988) On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, 22, 1, pp. 3–42.
- Mankiw N.G., Romer D., Weil D. (1992) A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 107, 2, pp. 407–437.
- Montenegro C.E., Patrinos H.A. (2014) *Comparable Estimates of Returns to Schooling Around the World*. World Bank Policy Research Working Paper, 7020.
- Nelson R., Phelps E. (1966) Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth. *The American Economic Review*, 56, ½, pp. 69–75.
- OECD (2019) *Technical Report of the Survey of Adult Skills (PIAAC)*. 3<sup>rd</sup> ed. Available at: [www.oecd.org/skills/piaac/publications/PIAAC\\_Technical\\_Report\\_2019.pdf](http://www.oecd.org/skills/piaac/publications/PIAAC_Technical_Report_2019.pdf)
- Popov D.S. (2020) Human Capital in Russia: Measurement Accuracy and Limitations of the Method. *Sociological Studies*, 11, pp. 27–38. (In Russ.)
- Pyankova A.I., Fattakhov T.A. (2017) Mortality by Educational Level in Russia. *HSE Economic Journal*, 21, 4, pp. 623–647. (In Russ.)
- Romer P. (1990) Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98, 5–2, pp. S71–S102.
- Rossi F. (2020) Human Capital and Macroeconomic Development: A Review of the Evidence. *The World Bank Research Observer*, 35, 2, pp. 227–262.
- Schady N., Holla A., Sabarwal S., Silva J., Yi Chang A. (2023) *Collapse and Recovery: How the COVID-19 Pandemic Eroded Human Capital and What to Do about it*. Washington, DC: World Bank.
- Schultz T.P. (2002) Wage Gains Associated with Height As a Form of Health Human Capital. *The American Economic Review*, 92, 2, pp. 349–353.
- Vishnevsky A.G., Scherbakova E.M. (2018) Demographic Brakes of the Economy. *Voprosy Ekonomiki*, 6, pp. 48–70. (In Russ.)
- Vishnevsky A.G., Shchur A.E. (2019) Mortality and Life Expectancy in Russia for Half a Century. *Healthcare Management: News, Views, Education*, 5, 2, pp. 10–21. (In Russ.)
- Vogl T.S. (2014) Height, Skills, and Labor Market Outcomes in Mexico. *Journal of Development Economics*, 107, pp. 84–96.
- Voskoboynikov I.B., Baranov E.F., Bobyleva K.V., Kapeliushnikov R.I., Piontkovski D.I., Roskin A.A., Tolokonnikov A.E. (2021) Recovery Experiences of the Russian Economy: The Patterns of the Post-Shock Growth after 1998 and 2008 and Future Prospects. *Voprosy Ekonomiki*, 4, pp. 5–31. (In Russ.)
- Voskoboynikov I. (2023) Economic Growth. *The Contemporary Russian Economy: A Comprehensive Analysis* (ed. M. Dabrowski). Palgrave Macmillan, pp. 291–312.
- Weil D.N. (2007) Accounting for the Effect of Health on Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 122, 3, pp. 1265–1306.
- Weil D.N. (2013) *Economic Growth*. 3<sup>rd</sup> ed. Harlow: Pearson Education.
- Weil D.N. (2014) Health and Economic Growth. *Handbook of Economic Growth 2* (eds. P. Aghion, S.N. Durlauf). Elsevier, pp. 623–682.
- Weiss A. (1995) Human Capital vs. Signalling Explanations of Wages. *The Journal of Economic Perspectives*, 9, 4, pp. 133–154.
- Wößmann L. (2003) Specifying Human Capital. *Journal of Economic Surveys*, 17, 3, pp. 239–270.
- Zoghi C. (2010) Measuring Labor Composition: A Comparison of Alternate Methodologies. *Labor in the New Economy* (eds. K.G. Abraham, J.R. Spletzer, M. Harper). University of Chicago Press, pp. 457–485.

УДК 330.42

## Имитационный анализ OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению

**Шпилевая А.Е., Полбин А.В.,  
Синельников-Мурылев С.Г.**

Данная публикация является продолжением статьи<sup>1</sup> соавторов, посвященной разработке OLG-модели с сектором высшего образования для репрезентативной страны, где сдается единый государственный экзамен. Ключевыми предпосылками модели, отличающими ее от ряда других, являются гетерогенность индивидов по параметру несклонности к риску, коэффициенту дисконтирования и набираемым баллам ЕГЭ. На основе предложенной модели можно исследовать реакцию ключевых макроэкономических показателей, таких как потребление, инвестиции, государственные расходы и выпуск в ответ на различные меры государственной политики в области высшего образования. В этой части работы проводится численное имитационное моделирование на основе спецификации, предложенной авторами в предыдущей статье. В работе анализируются различные сценарии государственной политики, направленные на стимулирование накопления человеческого капитала. Рассматриваются сценарии с выделением государством дополнительных денежных средств на высшее образование, иным распределением бюджетных ассигнований, изменением налоговых ставок и структуры бюджета. Также мы анализируем реакцию переменных на изменение дисперсии заработных плат индивидов. Калибровка модели проводится с использованием российских статистических данных. С помощью предлагаемой модели мы показываем важность учета микрооснований в анализе образовательной политики.

---

<sup>1</sup> См.: Экономический журнал ВШЭ, т. 27, № 3, с. 449–469.

**Шпилевая Ангелина Евгеньевна** – н.с. лаборатории математического моделирования экономических процессов Института экономической политики им. Е.Т. Гайдара.

E-mail: angelina.shpilevaya@gmail.com

**Полбин Андрей Владимирович** – к.э.н., заведующий лабораторией математического моделирования экономических процессов Института экономической политики им. Е.Т. Гайдара. E-mail: apolbin@ier.ru

**Синельников-Мурылев Сергей Германович** – д.э.н., профессор, ректор Всероссийской академии внешней торговли. E-mail: sinel@vavt.ru

Статья поступила: 19.04.2023/Статья принята: 08.02.2024.

Анализ на устойчивость оценок на примере калибровки распределений гетерогенных параметров из альтернативных распределений показал сильную чувствительность результатов исследования к выбору параметров функций распределения предпочтений и способностей индивидов, что указывает на необходимость корректного учета гетерогенности в рассматриваемых задачах. Без корректного учета гетерогенности в рассматриваемых задачах никакие оценки сценариев изменения образовательной политики не могут быть адекватными.

**Ключевые слова:** модель перекрывающихся поколений; человеческий капитал; несклонность к риску; гетерогенность; неопределенность; высшее образование; численное имитационное моделирование.

**DOI:** 10.17323/1813-8691-2024-28-1-44-80

**Для цитирования:** Шпилевая А.Е., Полбин А.В., Синельников-Мурылев С.Г. Имитационный анализ OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению. *Экономический журнал ВШЭ*. 2024; 28(1): 44–80.

**For citation:** Shpilevaya A.E., Polbin A.V., Sinelnikov-Murylev S.G. Simulation Analysis of an OLG Model with Heterogeneous Preferences and Learning Abilities. *HSE Economic Journal*. 2024; 28(1): 44–80. (In Russ.)

## 1. Введение

В предыдущей статье [Шпилевая и др., 2023] была формализована модель перекрывающихся поколений с гетерогенными предпочтениями и сектором высшего образования для репрезентативной страны, где сдается единый государственный экзамен (ЕГЭ). В модель включены 4 блока: индивиды, фирмы, образовательное учреждение и государство. Мы рассматриваем поведение индивидов, начиная с момента окончания ими среднего общего образования и сдачи ЕГЭ. В начале жизни индивиды принимают эндогенное решение об уровне образования. В рамках серьезных упрощающих предпосылок рассматривается только два уровня образования: среднее и высшее (бакалавриат) без разделения на среднее общее и среднее специальное. В течение жизни индивиды накапливают активы, на которые живут в нетрудоспособном возрасте. Альтруистические связи между поколениями отсутствуют, все индивиды в начале жизни обладают нулевыми активами. Фирмы производят блага и услуги в условиях конкуренции и максимизируют прибыль. Образовательное учреждение представляет всю систему образования в целом и не учитывает межвузовские и региональные различия в образовании, размеры вузов и их качество. Образовательное учреждение обеспечивает выпуск индивидов с высшим образованием. Государство взимает налоги, которые распределяет на трансферты и государственные расходы, а также обеспечивает финансирование бюджетных мест в вузе. Рассматриваемая модель является моделью закрытой экономики.

Ключевыми предпосылками модели, отличающими ее от ряда других, являются гетерогенность индивидов по параметру несклонности к риску, коэффициенту дисконти-

рования и набираемым баллам ЕГЭ. Необходимость учета гетерогенности индивидов в отношении параметра несклонности к риску связана с тем, что образование – это благо, приобретение и использование которого сопряжено с рисками. Колебания доходов в течение жизненного цикла, возникающие в результате случайных факторов, порождают для индивида колебания потребления, которые он стремится минимизировать. И чем больше степень неприятия риска, тем больше он предпочитает пусть меньшее, но детерминированное потребление, большему ожидаемому, но недетерминированному потреблению. В случае, если индивиды являются несклонными к риску, неопределенность в будущих доходах и расходах может сдерживать инвестиции в человеческий капитал, если накопление человеческого капитала ведет к росту вариации дохода.

Получение образования предполагает получение долгосрочных и отложенных во времени выгод, что обуславливает необходимость учета гетерогенности индивидуальных коэффициентов дисконтирования. Более смещенные к настоящему индивиды, т.е. те, кто больше ценит текущее потребление, чем потребление в будущем, могут быть не заинтересованы в получении высшего образования, расходы на получение которого они понесут сегодня.

Третий фактор, который мы включаем в анализ, – способности к обучению индивида, которые коррелируют с баллами за экзамены. Индивиды с низкими способностями могут быть не заинтересованы в получении высшего образования ввиду более низкой отдачи от него как из-за низких способностей, так и из-за невозможности поступить на места, финансируемые за счет государства.

Таким образом, в настоящей работе предлагается модель общего равновесия с перекрывающимися поколениями и сектором высшего образования, в которой учитываются различия в межвременных предпочтениях, способностях к обучению, измеряемых количеством баллов ЕГЭ, а также в гетерогенном отношении к риску. На основе предложенной модели можно исследовать реакцию ключевых макроэкономических показателей, таких как потребление, инвестиции, государственные расходы и выпуск в ответ на различные меры государственной политики в области высшего образования. В этой статье мы производим численное имитационное моделирование и изучаем, как различные экономические условия влияют на накопление человеческого капитала и макроэкономические показатели в равновесии.

С помощью предлагаемой модели мы показываем важность учета микрооснований в анализе образовательной политики. Для учета этих микрооснований нужно предположить гетерогенность индивидов. Модель демонстрирует существенную зависимость оценок результатов образовательной политики от индивидуальной склонности к риску, предпочтений потребления во времени и гетерогенности способностей. Оценка эффективности любых решений в области образования критически зависит от предпосылок, определяющих значения этих параметров и характеристики распределения их вероятности. Уже на данном уровне агрегированного описания сектора образования во взаимосвязи с макроэкономической динамикой разработанная модель показывает существенную чувствительность результатов различных стратегий реформирования к фундаментальным поведенческим параметрам индивидов, фирм и государства. Гетерогенность индивидов сильно воздействует на агрегированный отклик, получаемый в ответ на изменение политики в области образования. Изменение (или отсутствие учета) этих параметров (склонность к риску, предпочтения потребления во времени, различия в способностях к учебе) может

привести к серьезным ошибкам в оценке эффективности реформ или даже свести на нет все реформаторские усилия.

В этой части статьи мы сначала приводим краткий обзор тенденций в сфере среднего и высшего образования в России, который позволяет сформировать некоторое представление об исследуемой системе образования. Затем приводится описание процедуры калибровки параметров. В конце приводятся результаты численного имитационного моделирования для различных сценариев образовательной политики и анализ чувствительности этих результатов.

## 2. Краткий обзор/статистическое описание тенденций в сфере среднего/высшего образования в РФ

В российской системе образования можно выделить несколько уровней: общее, среднее профессиональное, высшее профессиональное и аспирантура. В рамках высшего профессионального образования выделяют бакалавриат, специалитет, магистратуру, подготовку кадров высшей квалификации по программам ординатуры и программам ассистентуры-стажировки. В последние годы как численность студентов, обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры, так и выпуск стабильно снижаются. Скорее всего данная тенденция отражает именно снижение спроса на высшее образование, а не является следствием демографических причин. Численность населения в возрасте 17–18 лет за рассматриваемый период как уменьшалась, так и увеличивалась, в то время как численность и выпуск студентов стабильно снижались (табл. 1).

Таблица 1.

### Численность студентов и выпускников по источникам финансирования, тыс. человек

	2015 г.	2018 г.	2019 г.	2020 г.	2021 г.
Численность студентов (на начало учебного года)	4766,5	4161,7	4068,3	4049,3	4044,2
обучающихся за счет бюджетных ассигнований	1933,6	1911,7	1890,1	1904,6	1934,6
обучающихся по договорам об оказании платных образовательных услуг	2832,9	2249,9	2178,2	2144,8	2109,6
Численность выпускников	1300,5	933,2	908,6	849,4	813,3
обучившихся за счет бюджетных ассигнований	536,1	406,5	413,3	405,8	393,6
обучившихся по договорам об оказании платных образовательных услуг	764,4	526,7	495,3	443,6	419,7

Источник: [Индикаторы образования, 2023].

Одновременно с этим растет доля людей, обучающихся за счет бюджетных ассигнований, к 2021 г. доли обучающихся на платной основе и за счет бюджета почти сравнялись (табл. 2).

Таблица 2.

**Доля студентов и выпускников  
по источникам финансирования, %**

	2015 г.	2018 г.	2019 г.	2020 г.	2021 г.
<i>Доля студентов</i>					
обучающихся за счет бюджетных ассигнований	40,6	45,9	46,5	47,0	47,8
обучающихся по договорам об оказании платных образовательных услуг	59,4	54,1	53,5	53,0	52,2
<i>Доля выпускников</i>					
обучившихся за счет бюджетных ассигнований	41,2	43,6	45,5	47,8	48,4
обучившихся по договорам об оказании платных образовательных услуг	58,8	56,4	54,5	52,2	51,6

Источник: [Индикаторы образования, 2023].

По завершении среднего общего образования в 2021 г. 12% школьников предпочли выйти на рынок труда, а 68% продолжили обучение по программам бакалавриата и специалитета. В 2010 г. эти числа составляли 3 и 73% соответственно.

Доля людей в экономике, имеющих высшее образование, определяется на основе данных Росстата о структуре занятых по уровню образования и возрастным группам (табл. 3). В разных возрастных группах доля людей, имеющих высшее образование, неодинакова. Для старших поколений она существенно ниже, чем для современных молодых когорт. Мы будем рассматривать долю людей с высшим образованием в возрасте 25–29 лет, поскольку большинство людей в этой возрастной группе, если планировали получать высшее образование, то уже закончили учиться. Кроме того, они принимали решение о получении высшего образования не так давно, как другие возрастные группы, т.е. ориентировались на современную экономическую ситуацию. Для возрастной группы 25–29 лет эта доля равна 41,1%. Такой будет предполагаться доля людей с высшим образованием в рабочей силе в исходном долгосрочном равновесии в нашей модели.

В соответствии со статистикой Минобрнауки, мы будем предполагать, что в экономике 47,8% студентов учится за счет бюджетных средств по программам бакалавриата. На основе этого значения определено значение  $u'$  – величина баллов ЕГЭ, начиная с которых обучение индивида происходит за счет государства. Она подбирается таким образом, чтобы 47,8% индивидов в стационарном состоянии учились на бюджетных местах.

Таблица 3.

**Структура занятых по уровню образования  
и возрастным группам в 2019 г.**

	Всего	в том числе имеют образование					
		высшее	среднее профессиональное		среднее общее	основное общее	не имеют основного общего
			по программе подготовки специалистов среднего звена	по программе подготовки квалифици- рованных рабочих, служащих			
Занятые – всего	100	34,2	25,6	19,4	16,9	3,7	0,2
в том числе в возрасте, лет:							
15–19	100	0,2	10,4	9,1	45,3	29,7	5,4
20–24	100	21,2	29,9	18	25,8	4,8	0,3
25–29	100	41,1	24	16,4	15,1	3,10	0,1
30–34	100	41	22,4	17,8	15,1	3,5	0,2
35–39	100	37,7	23,8	18,7	15,8	3,8	0,2
40–44	100	34,6	25,3	19,7	16,2	3,9	0,2
45–49	100	32,8	27,2	20,9	15,8	3,2	0,2
50–54	100	29,4	28,1	22,2	17,4	2,8	0,1
55–59	100	27,9	27,9	22,8	18,1	3,1	0,1
60–64	100	28,5	28,7	20,9	18,1	3,6	0,2
65–69	100	31,6	27,7	16,5	18,3	5,6	0,3
70 и старше	100	36,3	21,2	10,7	15,9	12,6	3,3
население в трудоспо- собном воз- расте	100		25	19,6	16,9	3,6	0,2

Источник: Росстат. Рабочая сила, занятость и безработица в России. 2020.  
([https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/2EfrJGV/Rab\\_sila\\_2020.pdf](https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/2EfrJGV/Rab_sila_2020.pdf))

Что касается минимального балла ЕГЭ  $u_{\min}$ , начиная с которого индивиды могут претендовать на обучение в вузах, то он рассчитывается исходя из минимальных баллов по отдельным предметам, устанавливаемых Минобрнауки (табл. 4).

Таблица 4.

Минимальные баллы ЕГЭ, 2021 г.

Предмет	Минимальные баллы для поступления, установленные Минобрнауки
Русский язык	40
Математика	39
Физика	39
Обществознание	45
История	35
Информатика и ИКТ	44
Иностранный язык	30
Литература	40
Биология	39
География	40
Химия	39

Источник: Минобрнауки.

При расчете  $u_{\min}$  мы исходим из того, что в большинстве случаев при приеме в вузы учитываются результаты трех экзаменов, среди которых математика, русский и предмет по выбору. Величину  $u_{\min}$  мы полагаем равной 118, складывая минимальные баллы за русский язык, математику и предмет по выбору. В качестве минимального балла предмета по выбору мы берем средний из минимальных баллов всех предметов по выбору.

### 3. Калибровка

#### 3.1. Калибровка распределений параметров гетерогенности

##### 3.1.1. Баллы ЕГЭ

Для оценки распределения баллов ЕГЭ обратимся к данным о результатах ЕГЭ в России в 2012 г. После 2012 г. подробная информация о баллах ЕГЭ по России доступна только на 2013 г. Однако результаты ЕГЭ в 2013 г. являются сильно искаженными ввиду утечки в интернет в этом году заданий и ответов экзамена. На основе данных о распределении баллов ЕГЭ в 2012 г. калибруются параметры усеченного нормального распределения для способностей в модели.

Важным является вопрос о релевантности используемых данных. В отчетах Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) отмечается высокая стабильность распределения результатов ЕГЭ во времени по таким предметам, как русский язык, информатика, биология, история, география, иностранный язык, обществознание. Отчеты не дают информации об изменениях в распределении результатов ЕГЭ по литературе. Некоторые изменения происходили в распределении результатов ЕГЭ в экзамене по физике и по химии. С 2016 г. увеличивалась доля участников, набравших 0–40 баллов по физике и доля участников, набравших 61–100 баллов. Рост доли участников, набравших высокие баллы, отмечается и в отчете 2023 г. В последние годы характер распределения баллов по химии менялся незначительно, однако в 2020 г. наблюдалось увеличение доли выпускников, набравших низкие и высокие баллы за экзамен. Таким образом, можно сделать вывод о том, что распределение результатов ЕГЭ на протяжении рассматриваемых лет по большей части предметов было стабильным. Важно отметить, что за рассматриваемый период изменился экзамен по математике, который был разделен на базовый и профильный уровни. Дисперсия результатов по таким экзаменам, как математика, физика, химия, изменилась с 2012 г., и наш подход, предполагающий постоянство дисперсии результатов во времени, имеет ограничения, однако мы считаем его приемлемым в условиях изменения дисперсии только по части экзаменов. Анализ устойчивости результатов моделирования показывает, что с увеличением дисперсии баллов ЕГЭ снижается доля людей с высшим образованием в равновесии, что ведет к снижению других макропеременных, таких как потребление, выпуск и др.

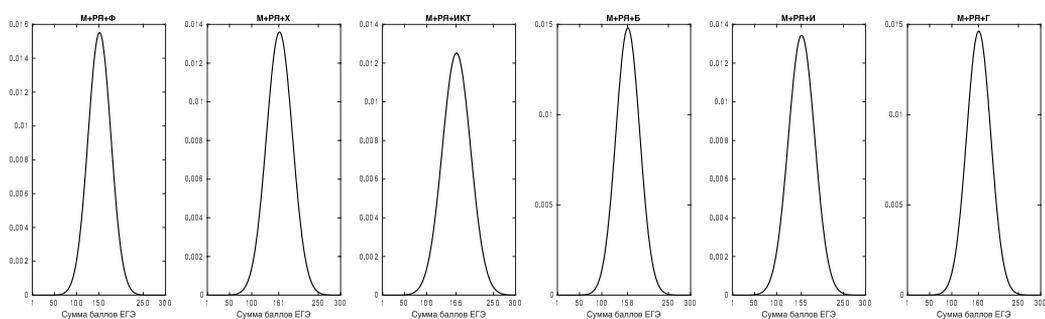
Согласно предпосылкам модели, индивиды сдают три экзамена. При этом для каждого индивида комбинация экзаменов будет различной. Предположим, что все индивиды сдают профильную математику и русский язык. Третий экзамен по выбору может быть любым. В нашем распоряжении имеются агрегированные данные о распределениях результатов ЕГЭ в 2012 г. По каждому сдаваемому предмету известно количество сдавших экзамен на 0–10 баллов, 11–20 и т.д. до 91–100 баллов. Для того чтобы понять, как будет распределена сумма результатов ЕГЭ по математике, русскому языку и предмету по выбору, мы проводим следующую процедуру. На первом шаге методом максимального правдоподобия оцениваются параметры нормального усеченного<sup>2</sup> на отрезке  $[0, 100]$  распределения. Затем на втором шаге проводится тест Колмогорова – Смирнова, сопоставляющий эмпирическую функцию распределения, которую мы имеем в данных, с функцией усеченного нормального распределения при оцененных параметрах. Согласно результатам теста, гипотеза о том, что функции распределения в данных являются функциями нормального усеченного распределения, не отвергается на 5-процентном уровне (расчетные статистики и критическое значение представлены в Приложении 1). На третьем шаге мы получаем

---

<sup>2</sup> Учет усеченности в распределении не сильно влияет на результат калибровки параметров распределения, поскольку на краях отрезка  $[0, 100]$  плотность распределения близка к нулю.

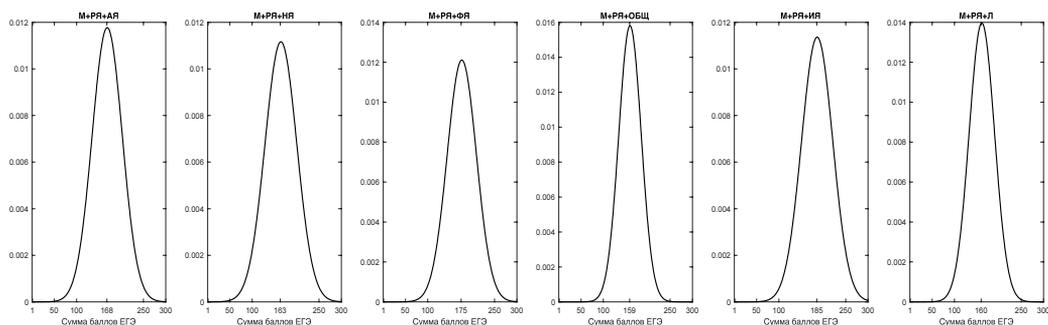
распределение суммы баллов за 3 экзамена следующим образом: сначала суммируются случайные величины порождающих нормальных распределений (до усечения) по баллам каждого из трех экзаменов, далее полученное нормальное распределение усекается на отрезке  $[0, 300]$ . Важно отметить, что результаты экзаменов по разным предметам являются коррелированными величинами. Имея только агрегированные данные по каждому предмету, мы не можем установить коэффициент корреляции. Поэтому при суммировании трех случайных величин мы сделали предположение относительно величины коэффициента корреляции. В качестве базовой предпосылки мы приняли значение коэффициента корреляции  $0,75^3$ . Такая предпосылка означает, что если индивид получает высокие баллы по одному предмету, то достаточно вероятно, что он получает высокие баллы и по второму предмету. Могут быть предложены другие подходы к калибровке, которые позволят получить более точные распределения. Используемая нами калибровка приводится в качестве примера. При суммировании трех случайных нормальных коррелированных величин их матожидания складываются, а дисперсия представляет собой сумму дисперсий и удвоенных ковариаций случайных величин. Последние получаются умножением коэффициента корреляции (в отношении величины которого мы используем принятое предположение) на стандартные отклонения двух случайных величин.

Рассмотрим полученные функции плотности распределения суммы баллов ЕГЭ для всех возможных вариантов экзамена из математики, русского языка и предмета по выбору (рис. 1).



а)

<sup>3</sup> С целью анализа устойчивости результатов кроме базового предположения о коэффициенте корреляции, равном  $0,75$ , были рассмотрены варианты с корреляцией  $0,5$  и  $1$ . При снижении коэффициента корреляции с  $0,75$  до  $0,5$  предоставление всеобщего бесплатного образования, финансируемого за счет паушальных налогов с сохранением фиксированной структуры бюджета, ведет к росту доли людей с высшим образованием на  $19,3$  п.п. вместо  $18,1$  п.п., увеличению ВВП на  $6,9\%$  вместо  $6,7\%$ . При увеличении коэффициента корреляции с  $0,75$  до  $1,0$  доля людей с высшим образованием увеличивается на  $17,3$  п.п. вместо  $19,3$  п.п., ВВП увеличивается на  $6,6\%$  вместо  $6,7\%$ .



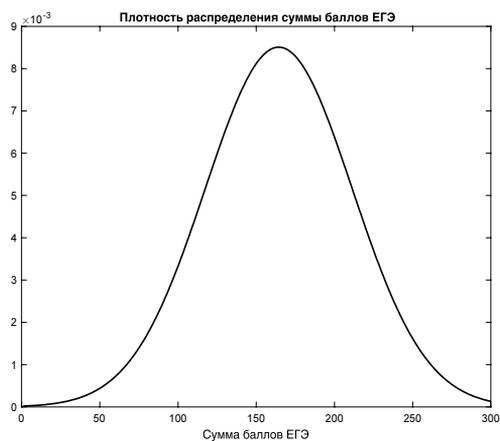
б)

*Примечание:* М – математика, РЯ – русский язык, Ф – физика, Х – химия, ИКТ – информатика и ИКТ, Б – биология, И – история, Г – география, АЯ – английский язык, НЯ – немецкий язык, ФЯ – французский язык, ОБЩ – обществознание, ИЯ – испанский язык, Л – литература.

**Рис. 1 (а, б).** Плотность распределения баллов ЕГЭ за три экзамена (математика, русский язык и предмет по выбору)

*Источник:* расчеты авторов.

Поскольку каждый набор из трех предметов характеризуется различными матожиданием и дисперсией, в качестве основного распределения мы рассматриваем среднее из представленных. Таким образом, предположив корреляцию на уровне 0,75, сумма баллов за три экзамена характеризуется нормальным усеченным распределением на отрезке  $[0, 300]$  с коэффициентом сдвига 163 (для неограниченного нормального распределения данный параметр совпадает со средним) и коэффициентом масштаба 47 (для неограниченного нормального распределения данный параметр совпадает со стандартным отклонением).



**Рис. 2.** Распределение баллов ЕГЭ за три экзамена (математика, русский язык и предмет по выбору) в модели

*Источник:* расчеты авторов.

Изменение предпосылки о величине корреляции оказывает влияние на величину дисперсии искомого распределения. При более низкой корреляции дисперсия суммы баллов за три экзамена уменьшается. Влияние дисперсии на результаты моделирования мы отмечали выше: с увеличением дисперсии баллов ЕГЭ снижается доля людей с высшим образованием в равновесии, что ведет и к снижению других макропеременных, таких как потребление, выпуск и др.

### 3.1.2. Параметр отношения к риску $\theta$

Данный раздел применяется для калибровки параметра несклонности к риску. Модель рискованных предпочтений, используемая в нашей статье, описана в работе [Шпилевая и др., 2023, с. 458–459]. В модели используется функция мгновенной полезности вида CRRA (1):

$$(1) \quad EU(c) = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta},$$

где каждому индивиду присуще индивидуальное значение коэффициента  $\theta$ . В экономической теории этот коэффициент представляет собой меру относительной несклонности к риску. Степень несклонности к риску определяется степенью выпуклости вверх функции полезности, т.е. значением коэффициента  $\theta$ .

В исследовании [Alan, Browning, 2010] авторы обнаруживают существенные различия в отношении к риску среди людей. Оценки параметра несклонности к риску распределены от 1 до 15, а среднее значение получилось равным 8,6. В работе [Barsky et al., 1997] параметр несклонности к риску распределен на отрезке 4–16, в статье [Guiso, Paiella, 2008] медианное значение коэффициента составляет 4,8, а 90% оценок сосредоточено в промежутке 2,2 и 10. Используя эти оценки, мы будем предполагать, что параметр  $\theta$  распределен среди индивидов на промежутке [1, 10]. Поскольку распределение ограничено на отрезке, мы будем использовать функцию плотности вероятности бета-распределения. Исследования показывают, что плотность распределения этого параметра смещена влево. Наиболее часто используемым значением  $\theta$  в моделях общего равновесия с гомогенным параметром  $\theta$  является 2. Учитывая всю эту информацию, мы задаем плотность распределения параметра  $\theta$  функцией плотности вероятности бета-распределения с математическим ожиданием 3,67 и дисперсией 1,44 (рис. 3). Дисперсия параметра подбиралась таким образом, чтобы модель воспроизводила основные макроэкономические показатели экономики России.

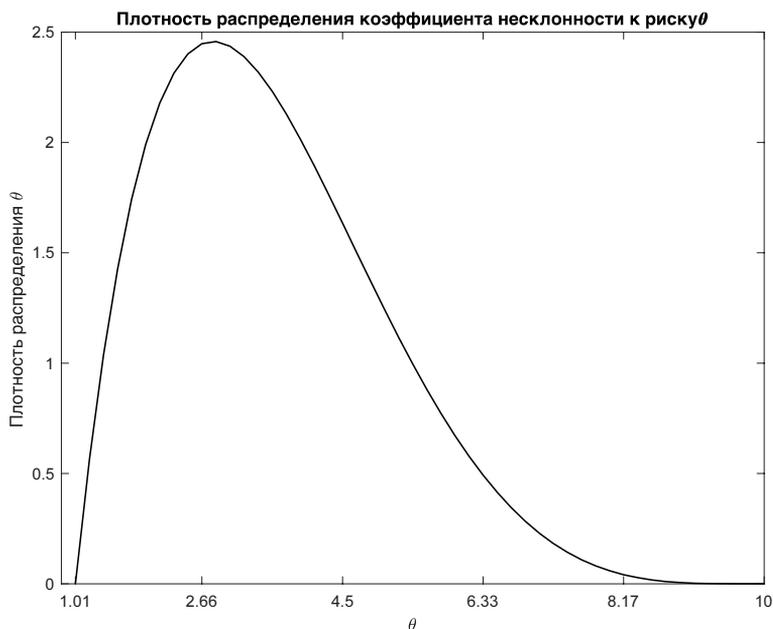


Рис. 3. Плотность распределения параметра несклонности к риску  $\theta$  в модели

### 3.1.3. Коэффициент дисконтирования $\beta$

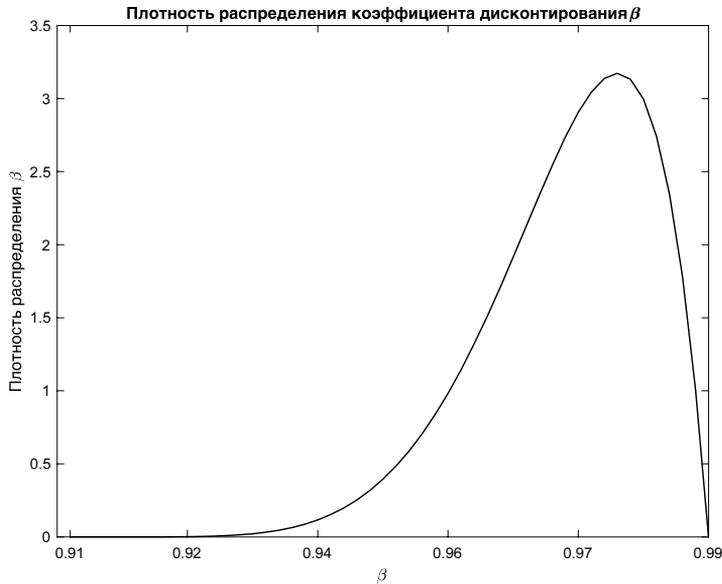
Данный раздел применяется для калибровки распределения параметра межвременных предпочтений, используемого в функции полезности индивида (3) [Шпилева и др., 2023, с. 460]:

$$(2) \quad EU_{q=1}^i = E \left( \sum_{g=18}^{77} \beta_i^{g-1} \frac{C_{t,t+g-1}^{1-\theta_i}}{1-\theta_i} \right) \rightarrow \max_c.$$

Индивиды предполагаются гетерогенными по этому параметру. Параметр  $\beta$  отражает межвременные предпочтения индивида. Низкое значение  $\beta$  означает сильное обесценивание будущей полезности (индивид сильнее ценит сегодняшнее потребление), высокое значение – слабое обесценивание. Если образование предполагает выгоды в отдаленном будущем, а индивид обладает низким коэффициентом  $\beta$ , получение высшего образования будет выглядеть менее привлекательным.

Распределение коэффициента дисконтирования (параметра  $\beta$ ) для российской экономики также неизвестно. Оценка распределения этого параметра производилась в работах [Alan, Browning, 2010; Patnaik et al., 2020]. В них распределение параметра  $\beta$  ограничено на отрезке  $[0, 1]$  и смещено в сторону 1. Принимая во внимание результаты,

полученные в этих работах, для определения распределения параметра  $\beta$  мы будем использовать бета-распределение, параметры которого будут подбираться таким образом, чтобы модель наилучшим образом воспроизводила экономические показатели и соотношения между эндогенными переменными в образовательном секторе РФ. В результате было выбрано бета-распределение с математическим ожиданием 0,97 и дисперсией 0,01 (рис. 4).



**Рис. 4.** Плотность распределения параметра дисконтирования  $\beta$  в модели

Источник: расчеты авторов.

### 3.2. Калибровка профилей доходов индивидов

В модели предполагается, что большее количество баллов ЕГЭ означает более высокие способности, которые оказывают влияние на будущую заработную плату индивида. Если не принимать во внимание различную сложность выполняемых на работе задач, разнообразие задач в различных фирмах, то более способный индивид будет справляться с ними лучше, чем менее способный, и получать в будущем в среднем более высокую заработную плату.

В работе [Hause, 1972] изучалась взаимосвязь между тестами, измеряющими интеллект, образованием и доходами. Было установлено, для низких уровней образования различия в способностях не играют существенной роли в различиях в доходах. Для более высоких уровней образования одно стандартное отклонение измеренной способности в пределах выборки группы студентов связано с разницей в доходах от 10 до 13% к тому времени, когда мужчины достигают возраста 35–40 лет.

Взаимосвязь баллов ЕГЭ и заработной платы была установлена в статье [Рощин, Рудаков, 2016]. При исследовании влияния качества вуза, измеряемого средним баллом приема ЕГЭ, на заработную плату выпускников было обнаружено, что один дополнительный балл приема по ЕГЭ в рейтинге качества вузов приносит выпускникам соответствующего вуза премию в размере 1,4–1,5% от заработной платы.

Оценки параметров параболы индивидов без высшего образования, а также дисперсии индивидуального шока были получены в работе [Замниус и др., 2023]:

$$k_1^0 = -0,00036,$$

$$k_2^0 = 0,02779,$$

$$\sigma_u = 0,38.$$

Для калибровки параметров параболы индивидов с высшим образованием использовались данные РМЭЗ за 2019 г. о доходах индивидов в возрасте 25–55 лет<sup>4</sup>. Заработная плата индивидов с высшим образованием была нормирована на заработную плату индивидов без высшего образования в начале трудовой жизни, чтобы перейти от зарплат к условным единицам эффективности (в этих терминах заданы уравнения человеческого капитала (2) и (3) в работе [Шпилева и др., 2023]):

$$(3) \quad \ln Z_{g,i} = k_1^0 g + k_2^0 g^2 + k_0 + \varepsilon^0,$$

$$(4) \quad \ln Z_{u,g,i} = k_1(u_i) g + k_2(u_i) g^2 + k_0(u_i) + \varepsilon^1,$$

где  $k_1^0$ ,  $k_2^0$  – коэффициенты отдачи от возраста для индивидов со средним образованием;  $k_1(u_i)$ ,  $k_2(u_i)$  – коэффициенты отдачи от возраста для индивидов с высшим образованием, зависящие от баллов ЕГЭ;  $\varepsilon^0$ ,  $\varepsilon^1$  – случайные шоки для соответствующих уровней образования.

На основании этих преобразованных кроссекционных данных были рассчитаны матожидание и дисперсия заработных плат индивидов в возрасте 25, 44 и 55 лет, а также коэффициент асимметрии распределения в возрасте 44 лет. Выбранный возраст характеризует ключевые точки профиля доходов – заработную плату в начале трудовой жизни, на пике доходов, который приходится примерно на 44 года, и в последнем доступном предпенсионном возрасте. Эти 7 моментов были выбраны, чтобы откалибровать 7 параметров уравнения (4) – вектор  $\beta$  и стандартное отклонение шока  $\sigma_\varepsilon$ :

$$k_1(u_i) = \beta_{11} + \beta_{12}u_i,$$

<sup>4</sup> Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения НИУ ВШЭ (RLMS HSE), проводимый Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» и ООО «Демоскоп» при участии Центра народонаселения Университета Северной Каролины в Чапел Хилле и Института социологии Федерального научно-исследовательского социологического центра РАН. (Сайты обследования RLMS HSE: <http://www.hse.ru/rlms> и <https://rlms-hse.cpc.unc.edu>).

$$k_2(u_i) = \beta_{21} + \beta_{22}u_i,$$

$$k_0(u_i) = \beta_{01} + \beta_{02}u_i,$$

$$\varepsilon^1 \sim N(0, \sigma_e^2).$$

При заданном наборе параметров строятся искусственно сгенерированные данные по зарплатам индивидов: из распределения баллов ЕГЭ случайным образом генерируется совокупность индивидов с различными баллами и случайные шоки заработных плат из нормального распределения со стандартным отклонением  $\sigma_e$ , что позволяет построить необходимые моменты на сгенерированных данных. Параметры вектора  $\beta$  и стандартного отклонения  $\sigma_e$  подбираются таким образом, чтобы моменты симулированных заработных плат сходились к моментам заработных плат, рассчитанных на данных РМЭЗ. Полученные оценки представлены в табл. 5.

Таблица 5.

**Оценки параметров профиля доходов индивидов  
с высшим образованием**

Параметр	Полученная оценка
$\beta_{11}$	-0,000231
$\beta_{12}$	-0,000003
$\beta_{21}$	-0,000105
$\beta_{22}$	0,000337
$\beta_{01}$	0,001369
$\beta_{02}$	-0,00619
$\sigma_e$	0,625939

Источник: составлено авторами.

### 3.3. Прочие параметры

Коэффициент  $\alpha$  в производственной функции сектора товаров и услуг примем равным 0,3, что является стандартным значением для моделей общего равновесия. Норма амортизации в этом секторе  $d = 0,1$ .

Коэффициенты  $A_1$ ,  $A_2$ , влияющие на плату за образование  $p_i^e$ , подбираются таким образом, чтобы при соответствующем количестве студентов в модели обеспечивалось соотношение государственных расходов на высшее образование к ВВП 0,6%<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> По статистике за 2020 г. Источник: Индикаторы образования: 2022: статистический сборник / Н.В. Бондаренко, Л.М. Гохберг, О.А. Зорина и др. М.: НИУ ВШЭ, 2022.

В модели используются следующие ставки налогов:  $\tau_w = 0,13$  (НДФЛ), налог на потребление  $\tau_c = 0,20$  (НДС),  $\tau_f = 0,30$  (социальные платежи),  $\tau_k = 0,20$  (налог на прибыль). В базовой постановке государство предоставляет бюджетные места в университетах, компенсируя расходы индивидов на образование в размере 100%, т.е.  $\tau_p = 1,0$ , начиная с определенного количества баллов ЕГЭ ( $u'$ ). Также будут рассмотрены сценарии, при которых  $\tau_p < 1,0$ .

Государственные расходы на конечное потребление товаров и услуг установлены на уровне 18,2% от ВВП на основе данных Росстата о структуре валового внутреннего продукта, рассчитанного методом использования доходов (среднее значение за период 2011–2022 гг.).

#### 4. Численное моделирование

На основе разработанной модели мы производим численное имитационное моделирование и изучаем, как различные экономические условия влияют на накопление человеческого капитала и макроэкономические показатели в равновесии. Для нахождения численного решения модели все непрерывные распределения индивидов по параметрам и случайным величинам эффективности труда дискретизируются. Далее алгоритм численного решения модели можно представить в следующем виде.

Шаг 1. Делается предположение относительно агрегированных объемов капитала, эффективного труда, выпуска сектора образования, трансфертов со стороны государства индивидам.

Шаг 2. На основе заданных предположений о величине агрегированных показателей рассчитывается ставка процента, ставка заработной платы и цена образовательной услуги исходя из соотношений, определяющих оптимальное поведение фирм.

Шаг 3. Находится решение задачи домохозяйств всех возрастов для каждого элемента дискретизированного распределения по способностям, несклонности к риску, дисконт-фактору и случайной реализации шока эффективности.

Шаг 4. Показатели, полученные на шаге 3, суммируются по возрастам и по дискретному распределению параметров, что наряду с прочими переменными модели дает предложение труда, капитала, спрос на услуги сектора высшего образования и объем трансфертов со стороны государственного сектора, балансирующих бюджет.

Шаг 5. Формируется новое предположение относительно объема агрегированных капитала, эффективного труда, выпуска сектора образования, трансфертов со стороны государства индивидам путем усреднения имеющегося предположения и вновь рассчитанных значений данных показателей на шаге 4.

Шаги 2–5 повторяются до сходимости.

##### 4.1. Исходное стационарное состояние

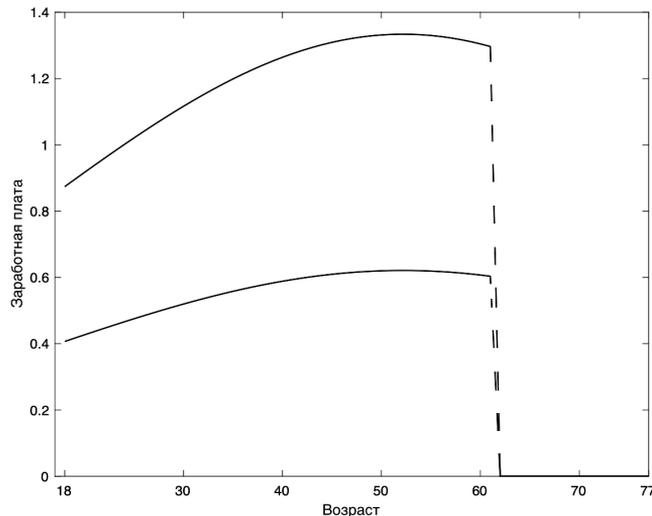
В стационарном равновесии доля людей с высшим образованием составляет 41,1%. Примерно половина из обучаемых учится за счет бюджетных ассигнований, покрывающих полную стоимость обучения. Темп экономического роста в базовом сценарии состав-

ляет  $\gamma = 1,0\%$  в год и не зависит от доли людей с высшим образованием в экономике. Процентная ставка равна 3%.

Рассмотрим, какое решение о выборе уровня образования принимают индивиды в зависимости от количества набранных баллов ЕГЭ и предпочтений. Постановка задачи индивида описывается уравнениями (10)–(14) в работе [Шпилева и др., 2023]. Индивид максимизирует интегральную ожидаемую полезность, выбирая уровень образования, траекторию потребления и сбережений при условии бюджетного ограничения. Последнее принимает различную форму в зависимости от того, решает ли индивид получать высшее образование, и если да, учится ли он на бюджетном месте или платит за обучение.

На рисунках 7–10 выбор индивидов отмечен светлыми и темными точками. На выбор индивида оказывают влияние параметр несклонности к риску, коэффициент межвременного дисконтирования и количество набранных баллов ЕГЭ, поэтому графики представляют собой различные комбинации этих факторов, влияющих на выбор уровня образования. Темные точки указывают на то, что для заданных баллов ЕГЭ и предпочтений индивид решит не поступать в вуз, а пойдет работать сразу после окончания средней школы. Светлые точки указывают на то, что индивид будет поступать в вуз. Рисунки 7–10 показывают, как гетерогенность этого набора характеристик влияет на выбор индивидами уровня образования: с ростом количества баллов ЕГЭ, снижением коэффициента  $\theta$  и ростом коэффициента  $\beta$  индивиды скорее предпочтут учиться.

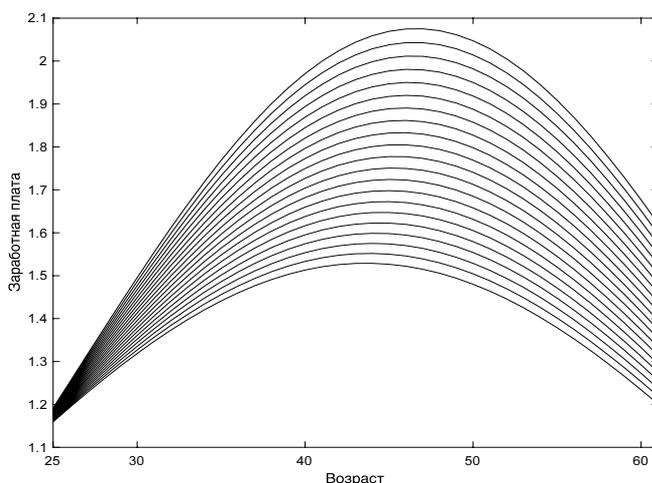
Более высокие баллы ЕГЭ означают более высокую отдачу от высшего образования, что создает стимул для получения образования. На рис. 5 представлены возможные профили заработной платы индивидов, которые не получают высшее образование, в случае реализации положительного и отрицательного шоков. Их заработная плата во времени растет, замедляясь к пенсионному возрасту.



**Рис. 5.** Профили заработной платы индивидов со средним образованием в случае реализации положительного и отрицательного шоков

Источник: расчеты авторов.

Профили заработной платы индивидов с высшим образованием располагаются в среднем выше и являются более выпуклыми. Мы предполагаем, что индивиды, используя знания и навыки, полученные в рамках обучения в вузе, выходя на работу и приобретая там соответствующий опыт, получают больший прирост человеческого капитала, чем те, кто не получал образование. Такой прирост тем выше, чем большее количество баллов ЕГЭ набрал индивид. На рис. 6 изображены профили заработной платы индивидов с различными баллами ЕГЭ. Выше располагаются профили тех индивидов, которые набрали большее количество баллов ЕГЭ.

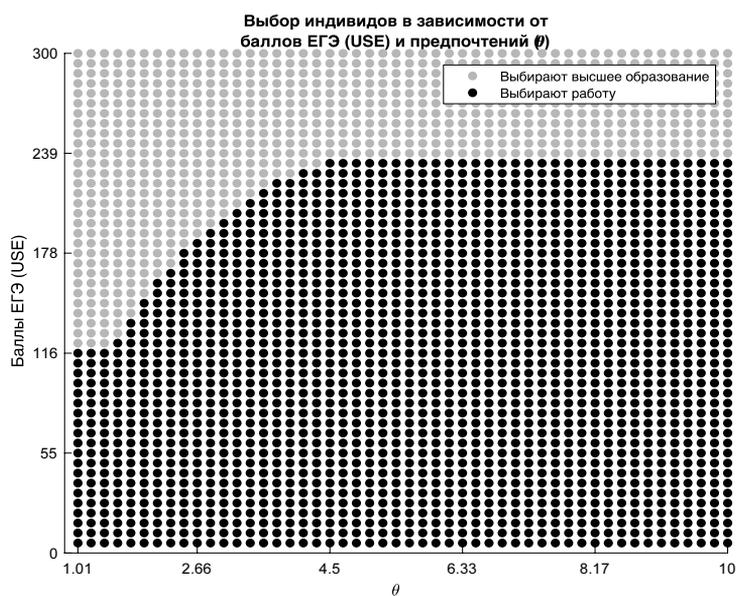


**Рис. 6.** Профили заработной платы индивидов с высшим образованием

*Источник:* составлено авторами.

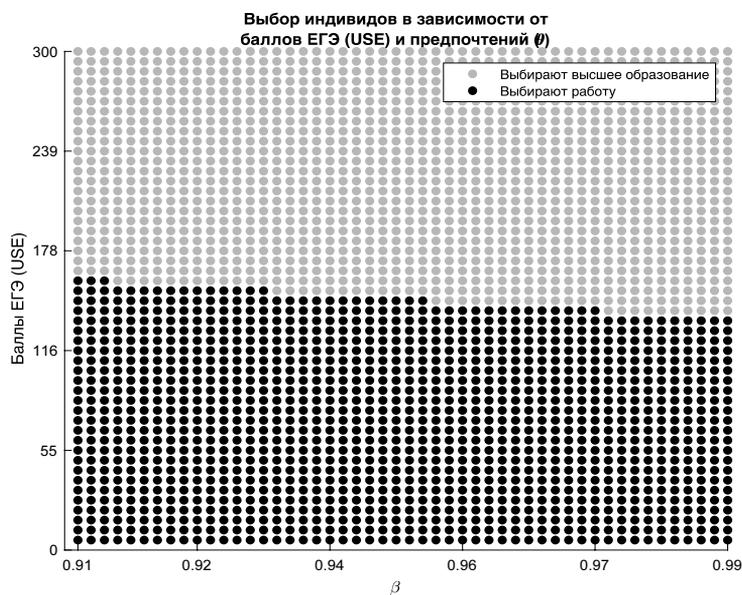
Низкий коэффициент  $\theta$  означает, что индивид более склонен к риску, поэтому избегание риска не становится фактором, препятствующим его желанию получать высшее образование (рис. 7). На графике видно, что индивиды, которые имеют более высокое избегание риска (значение коэффициента ближе к 10), в основном обучаются на бюджетных местах, предоставляемых всем индивидам, набравшим в сумме 233 балла. Индивиды с наименьшим значением избегания риска (значение коэффициента ближе к 1), напротив, выбирают получение высшего образования даже в случае, если набрали минимальный балл, необходимый для поступления в вуз.

Индивиды с более высоким коэффициентом  $\beta$  (слабое предпочтение потребления во времени), при прочих равных условиях, чаще, чем индивиды с высокой склонностью к потреблению, выбирают получение высшего образования, поскольку выгоды от высшего образования, которые они получают в будущем, дисконтируются слабо (рис. 8). На рисунке представлен выбор индивидов для параметра несклонности к риску 2,1. Чем ближе коэффициент к значению 0,99, тем слабее индивиды дисконтируют будущую полезность. В этом случае индивиды готовы обучаться даже при более низких баллах ЕГЭ.



**Рис. 7.** Выбор уровня образования в зависимости от коэффициента неприятия риска  $\theta$  и количества баллов ЕГЭ

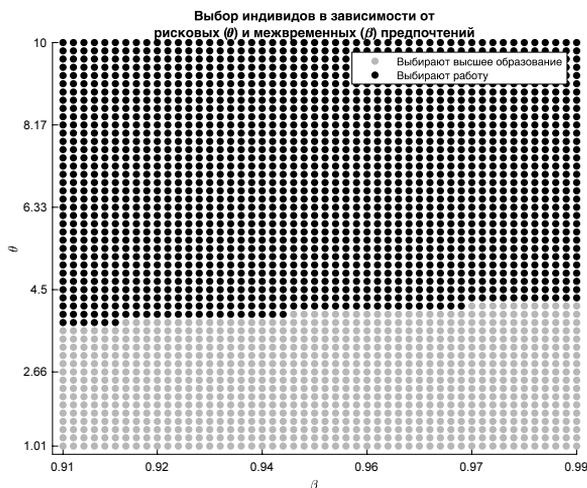
Источник: составлено авторами.



**Рис. 8.** Выбор уровня образования в зависимости от коэффициента дисконтирования  $\beta$  и количества баллов ЕГЭ (график для  $\theta = 2,1$ )

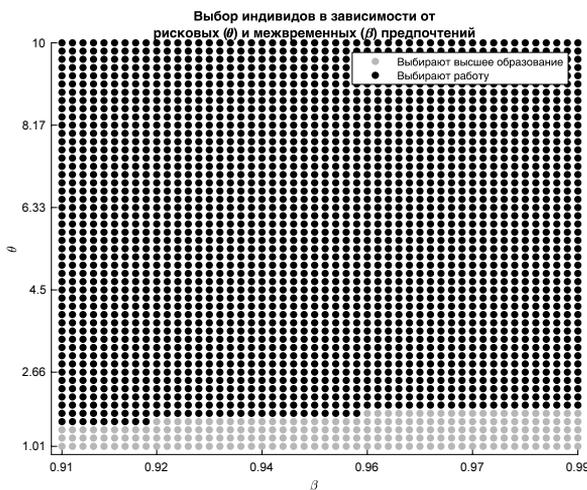
Источник: составлено авторами.

Подробнее влияние предпочтений на выбор индивидов в области образования можно изучить, построив график для индивидов с разными баллами ЕГЭ. На рис. 9 и 10 прослеживается четкая зависимость между предпочтениями и выбором уровня образования. При росте коэффициента  $\theta$  и снижении  $\beta$  индивиды будут более склонны сделать выбор в пользу выхода на работу, а не получения образования. На рис. 9 и 10 в явном виде показано влияние предпочтений на выбор уровня образования для индивидов, набравших одинаковое количество баллов ЕГЭ.



**Рис. 9.** Выбор уровня образования для индивидов, набравших 220 баллов ЕГЭ,  $u = 220$

Источник: составлено авторами.



**Рис. 10.** Выбор уровня образования для индивидов, набравших 122 балла ЕГЭ,  $u = 122$

Источник: составлено авторами.

Рассмотрим в качестве примеров, иллюстрирующих возможности построенной модели, некоторые сценарии государственной политики в области образования, имеющие влияние на долю людей с высшим образованием, и ключевые макроэкономические показатели.

#### **4.2. Увеличение количества бюджетных мест в вузах, финансируемых за счет паушальных налогов**

Доходы государственного бюджета состоят из налогов на трудовой доход, потребление, капитал и социальных отчислений. Эти средства направляются на государственные расходы, трансферты и финансирование бюджетных мест в университетах. Пусть государство вводит паушальный налог, за счет которого формируются дополнительные средства для увеличения количества бюджетных мест в вузах. В этом разделе мы применяем паушальный налог, чтобы не рассматривать влияние эффектов замещения, возникающих в случае искажающих налогов, на поведение индивидов в части накопления активов и потребления и фирм в части спроса на факторы производства.

В базовом сценарии бюджетные ассигнования равны плате за обучение. Пусть государство выделяет больше средств на финансирование системы высшего образования, за счет чего система образования может принять больше студентов и граница баллов ЕГЭ, которую необходимо набрать, чтобы попасть на места, финансируемые за счет бюджета, снижается. Увеличение паушальных налогов, направляемых на увеличение числа бюджетных мест, называемых контрольными цифрами приема, приводит к тому, что доля людей с высшим образованием в экономике растет. В результате изменяется объем налоговых поступлений от налогов на потребление, на трудовой доход, от социальных платежей – они возрастают, поскольку возрастает производительность труда и доходы индивидов, которые получили высшее образование. Эти дополнительные налоговые поступления могут быть направлены полностью на государственные расходы, перераспределены населению в качестве трансфертов или быть распределены в некотором соотношении между государственными расходами и трансфертами (например, таким образом, чтобы сохранялась прежняя структура бюджета). Реакция основных макроэкономических показателей на увеличение количества бюджетных мест при различных сценариях, описанных выше, представлена в табл. 6–8.

Независимо от выбранной бюджетной политики в результате увеличения количества бюджетных мест, финансируемых за счет паушальных налогов, происходит рост доли людей с высшим образованием. В результате растет общий уровень производительности труда, уровень потребления, инвестиций и выпуска. Вместе с этим растут поступления налогов на потребление, трудовой доход, капитал.

Таблица 6.

**Реакция основных макроэкономических показателей  
на увеличение количества бюджетных мест  
(фиксированная структура бюджета)**

	Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	Изменение уровня потребления, %	Изменение уровня инвестиций, %	Изменение уровня государственных расходов, %	Изменение уровня ВВП, %
Граница ЕГЭ для обучения за счет бюджетных ассигнований					
233	-	-	-	-	-
209	1,9	0,8	1,2	0,9	0,9
184	6,7	3,3	3,4	2,9	2,9
160	11,9	5,2	5,5	4,8	4,8
135	16,2	7,0	7,2	6,2	6,2
118	18,1	7,1	7,7	6,7	6,7

*Примечание:* 233 балла ЕГЭ – граница баллов ЕГЭ, с которой начинается обучение за счет бюджетных ассигнований в базовом стационарном равновесии; 118 – минимальное количество баллов ЕГЭ, необходимое для поступления в вуз.

*Источник:* составлено авторами.

Таблица 7.

**Реакция основных макроэкономических показателей  
на увеличение количества бюджетных мест  
(фиксированные государственные расходы)**

	Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	Изменение уровня потребления, %	Изменение уровня инвестиций, %	Изменение уровня государственных расходов, %	Изменение уровня ВВП, %
Граница ЕГЭ для обучения за счет бюджетных ассигнований					
233	-	-	-	-	-
209	2,4	1,8	1,3	0,0	1,1

Окончание табл. 7.

	Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	Изменение уровня потребления, %	Изменение уровня инвестиций, %	Изменение уровня государственных расходов, %	Изменение уровня ВВП, %
184	7,2	4,5	3,7	0,0	3,1
160	12,7	7,1	5,9	0,0	5,1
135	17,3	8,9	7,5	0,0	6,5
118	19,5	9,7	8,1	0,0	7,1

Источник: составлено авторами.

Таблица 8.

**Реакция основных макроэкономических показателей  
на увеличение количества бюджетных мест  
(фиксированные трансферты)**

	Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	Изменение уровня потребления, %	Изменение уровня инвестиций, %	Изменение уровня государственных расходов, %	Изменение уровня ВВП, %
Граница ЕГЭ для обучения за счет бюджетных ассигнований					
233	-	-	-	-	-
209	1,9	0,7	1,2	0,1	0,9
184	6,1	2,1	3,3	1,1	2,8
160	11,1	3,5	5,3	2,2	4,6
135	15,1	4,5	6,7	3,0	5,8
118	17,0	4,9	7,3	3,3	6,3

Источник: составлено авторами.

Рассмотрим равновесия, в которых граница ЕГЭ для предоставления бюджетного места устанавливается на уровне 118 (это соответствует ситуации предоставления всеобщего бесплатного высшего образования с учетом наличия минимальных проходных

баллов ЕГЭ для поступления в вуз). Если весь прирост бюджета в новом равновесии направляется на государственные расходы, то в экономике складывается ситуация с более низкой долей людей с высшим образованием и меньшим приростом выпуска относительно других сценариев (табл. 8). В этом случае доля людей с высшим образованием в экономике вырастает до 58,1%, потребление увеличивается на 4,9%, инвестиции на 7,3%, государственные расходы на 3,3%, а выпуск на 6,3%. Прирост доли людей с высшим образованием в этом случае происходит только за счет увеличения количества бюджетных мест. В результате роста доли людей с высшим образованием в экономике растет производительность труда, что оказывает непосредственное положительное влияние на ВВП. До определенного момента понижение границы баллов ЕГЭ, необходимой для поступления на места, финансируемые за счет бюджета, ведет к снижению капиталовооруженности, росту процентной ставки и снижению равновесной ставки заработной платы на единицу эффективного труда. Это происходит потому, что больше индивидов становится вовлечено в получение высшего образования, для чего им требуется заимствовать средства для обеспечения потребления в момент обучения (до осуществления рассматриваемых изменений в образовательной политике они не заимствовали, поскольку выходили на работу после получения среднего образования). Часть индивидов по-прежнему заимствует средства для оплаты высшего образования. Спрос на заемные средства сначала растет ввиду значительного участия населения в получении высшего образования. Когда все индивиды получают возможность учиться бесплатно, спрос на заемные средства становится относительно меньше, поскольку им больше не нужно вносить плату за обучение, и он обусловлен исключительно потребительскими решениями индивидов. Кроме того, увеличиваются и сбережения взрослых индивидов, поскольку, получив высшее образование, они имеют более высокий доход и более высокие сбережения, чем индивиды без высшего образования. В результате действия этих эффектов процентная ставка начинает снижаться. Вслед за этим происходит рост инвестиций, капиталовооруженности, рост спроса на труд, что ведет к росту равновесной ставки заработной платы на единицу эффективного труда.

В другом крайнем случае, когда все дополнительные поступления в бюджет в новом равновесии возвращаются населению обратно в качестве трансфертов, достигается наибольший прирост потребления (+9,7%), инвестиций (+8,1%), выпуска (+7,1%) и доли людей с высшим образованием (вырастает до 60,7%) (табл. 7). В данном случае на долю людей с высшим образованием оказывает влияние не только количество бюджетных мест. Более высокие трансферты снижают дисперсию располагаемого дохода, что может положительно повлиять на решение некоторых несклонных к риску индивидов о получении высшего образования. Также более высокий уровень трансфертов может способствовать накоплению капитала из-за роста сбережений индивидов, слабо дисконтирующих будущее, что, в свою очередь, оказывает положительное воздействие на предельный продукт труда, ставку заработной платы и отдачи от образования.

Сценарий с фиксированной структурой бюджета представляет собой некоторую промежуточную ситуацию между рассмотренными двумя крайними случаями (табл. 6). В этом сценарии доля людей с высшим образованием вырастает до 59,2%, потребление увеличивается на 7,1%, инвестиции на 7,7%, государственные расходы на 6,7%, выпуск на 6,7%. В дальнейших симуляциях мы будем осуществлять анализ, используя вариант с сохранением фиксированной структуры бюджета, при котором доля государственных расходов в ВВП будет составлять 18,2% (табл. 6).

Далее проанализируем, какой выбор будут делать индивиды, если образование станет совершенно бесплатным для всех и прирост количества бюджетных мест будет финансироваться за счет паушальных налогов. Расчеты показывают, что предоставление высшего образования, финансируемого целиком за счет бюджетных ассигнований, не приводит к ситуации, в которой все индивиды выбирают получение высшего образования. Доля людей с высшим образованием в экономике вырастает максимум до 60,7%. Данный результат вполне согласуется с реальной ситуацией, которая наблюдается во Франции. Образование во Франции в университетах является практически бесплатным, однако в этой стране доля людей с высшим образованием не превышает 50%.

Такой выбор индивидов объясняется несколькими причинами. Во-первых, гетерогенность по параметрам  $\theta$  и  $\beta$  приводит к тому, что в одинаковых экономических условиях и при одинаковых способностях люди могут принимать разные решения о получении высшего образования. Эти параметры характеризуют предпочтения индивидов.

Коэффициент  $\beta$  характеризует межвременные предпочтения индивидов. Низкий коэффициент  $\beta$  означает высокую степень дисконтирования будущего. Другими словами, предпочтения индивидов в области потребления смещены к настоящему, они больше ценят текущее потребление. При принятии решения индивиды большее значение придают издержкам на получение образования (даже в случае полностью бесплатного образования существуют альтернативные издержки в виде упущенных возможностей – индивид мог бы работать вместо получения образования), которые понесут в ближайшем будущем, и меньшее выгодам – которые ждут их в отдаленном будущем. Для индивидов, предпочтения в потреблении которых смещены к настоящему, получение высшего образования может не представлять интерес.

Поскольку в данной модели используется функция полезности вида CRRA, коэффициент  $\theta$  можно рассматривать с двух сторон: как статическую и как динамическую характеристику предпочтений индивидов. С одной стороны, он определяет взаимосвязь траектории потребления и сбережений индивида с процентной ставкой в рамках межвременного замещения потребления (динамическая характеристика). С другой стороны, он характеризует его поведение в условиях риска и неопределенности (статическая характеристика). Поскольку предполагается, что индивиды несклонны к риску, а их будущая траектория заработной платы – случайная величина, то при высоком коэффициенте  $\theta$ , указывающем на высокую степень несклонности к риску, они, при прочих равных условиях, не выберут получение высшего образования.

Рассмотрим подробнее влияние неопределенности на выбор индивидами уровня образования. Поскольку индивиды несклонны к риску, увеличение стандартного отклонения будущей заработной платы индивидов с высшим образованием будет оказывать негативное влияние на их решение о получении высшего образования, что будет негативно влиять и на основные макроэкономические показатели (табл. 9).

Увеличение разброса заработной платы индивидов с высшим образованием оказывает дестимулирующее воздействие на накопление человеческого капитала, что согласуется с результатами, полученными в работе [Levhari, Weiss, 1974]. Поскольку заработная плата для обеих уровней образования подвержена случайным шокам, важное значение приобретает соотношение дисперсии заработных плат для каждого уровня образования. Если индивиды несклонны к риску, а их заработная плата после окончания обучения в вузе имеет относительно больший разброс, чем у индивидов со средним образованием,

это будет служить сдерживающим фактором для инвестиций в человеческий капитал. Из расчетов, представленных в табл. 9, следует, что увеличение стандартного отклонения заработной платы для индивидов с высшим образованием на 1% сокращает ВВП на 0,4%, увеличение на 5% сокращает ВВП на 1,7%. Это происходит потому, что часть несклонных к риску индивидов в условиях роста неопределенности в отношении будущей заработной платы предпочтет не поступать в ВУЗ, окончание которого не гарантирует им высокой отдачи в будущем. Доля людей с высшим образованием сокращается, что означает снижение количества высококвалифицированного труда в экономике, а вместе с ним и всех составляющих выпуска – потребления, инвестиций, государственных расходов (вследствие более низких налоговых сборов).

Таблица 9.

**Влияние величины стандартного отклонения заработной платы индивидов с высшим образованием**

Изменение стандартного отклонения заработной платы для индивидов с высшим образованием ( $\varepsilon^1$ )	Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	Изменение уровня потребления, %	Изменение уровня инвестиций, %	Изменение уровня государственных расходов, %	Изменение уровня ВВП, %
+1	-2,2	-0,5	-0,0	-0,4	-0,4
+2	-4,1	-1,0	-0,1	-0,7	-0,7
+5	-8,8	-2,0	-0,5	-1,7	-1,7

Источник: составлено авторами.

Одним из способов стимулирования инвестиций в человеческий капитал может служить механизм распределения суммы бюджетных ассигнований. Рассмотрим сценарии, в которых государство покрывает не 100% расходов на образование, а лишь некоторую часть  $\tau_p$ . Тогда та же сумма бюджетных ассигнований может быть предоставлена большему количеству людей, каждый получит меньшую компенсацию, однако для части населения этого будет достаточно, чтобы изменить их выбор относительно желаемого уровня образования (табл. 10). Как и ранее, мы рассматриваем вариант, при котором государство стремится поддерживать сложившуюся структуру бюджета с государственными расходами на уровне 18,2%.

Предоставление 50-процентной скидки на обучение вместо 100% покрытия расходов, согласно модельным расчетам, может позволить увеличить долю людей с высшим образованием на 0,8 п.п., уровень потребления на +0,3% и ВВП на +0,3%. Индивиды с более высокими баллами ЕГЭ, скорее всего, будут готовы получать высшее образование даже в случае, если оно не является полностью бесплатным для них, поскольку они ожидают более высокую отдачу от получения высшего образования ввиду обладания более высокими способностями. При этом некоторые индивиды с более низким баллами, кото-

рые ранее не получали скидку и были вынуждены покрывать полную стоимость обучения (вследствие чего получение высшего образования не было экономически целесообразным для них), теперь предпочтут получать высшее образование, поскольку оно становится менее дорогостоящим.

Таблица 10.

**Реакция основных макроэкономических показателей  
на изменение в размере бюджетных ассигнований**

Компенсация платы за образование за счет бюджетных средств, %	Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	Изменение уровня потребления, %	Изменение уровня инвестиций, %	Изменение уровня государственных расходов, %	Изменение уровня ВВП, %
$\tau_p = 0,75$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$\tau_p = 0,5$	0,8	0,3	0,3	0,3	0,3

Источник: составлено авторами.

**4.3. Влияние налогов на равновесное состояние экономики,  
в том числе долю людей с высшим образованием**

Пусть государство решает увеличить одну из налоговых ставок (на трудовой доход, потребление, прибыль или по социальным платежам), чтобы профинансировать увеличение непроизводительных государственных расходов<sup>6</sup>. В модели учитываются ставки налога на трудовой доход ( $\tau_w$ ), потребление ( $\tau_c$ ), капитал ( $\tau_k$ ) и ставка по социальным отчислениям ( $\tau_f$ ).

Результаты моделирования представлены в табл. 11.

Таблица 11.

**Реакция эндогенных переменных модели  
на изменение налоговых ставок**

Ставки налога	$\frac{\Delta C}{C}, \%$	$\frac{\Delta I}{I}, \%$	$\frac{\Delta G}{G}, \%$	$\frac{\Delta Y}{Y}, \%$	$\Delta h$
$\tau_c = 0,21$	-0,8	0,0	2,7	0,0	0,0
$\tau_c = 0,22$	-1,6	0,0	5,4	0,0	0,0

<sup>6</sup> К непроизводительным государственным расходам в экономической теории относят те расходы, которые не связаны или связаны слабо с увеличением совокупной факторной производительности (расходы на национальную оборону, государственное управление, правоохранительную деятельность сверх уровня, необходимого для нормального функционирования экономики).

Окончание табл. 11.

Ставки налога	$\frac{\Delta C}{C}, \%$	$\frac{\Delta I}{I}, \%$	$\frac{\Delta G}{G}, \%$	$\frac{\Delta Y}{Y}, \%$	$\Delta h$
$\tau_c = 0,25$	-4,0	0,0	13,1	0,0	0,0
$\tau_w = 0,14$	-0,9	-0,6	2,1	-0,3	-0,4
$\tau_w = 0,15$	-1,8	-1,3	4,1	-0,6	-0,7
$\tau_w = 0,18$	-4,4	-3,2	10,1	-1,5	-2,0
$\tau_f = 0,31$	-0,6	-0,4	1,4	-0,2	-0,2
$\tau_f = 0,32$	-1,2	-0,8	2,7	-0,4	-0,5
$\tau_f = 0,35$	-2,8	-2,1	6,6	-0,9	-1,3
$\tau_k = 0,21$	-0,1	-0,3	0,4	-0,1	0,1
$\tau_k = 0,22$	-0,2	-0,6	0,7	-0,1	0,3
$\tau_k = 0,25$	-0,5	-1,5	1,9	-0,3	0,7

Примечание:  $\frac{\Delta C}{C}$  – изменение уровня потребления в %;  $\frac{\Delta I}{I}$  – изменения уровня инвестиций в %;  $\frac{\Delta G}{G}$  – изменение уровня государственных расходов в %;  $\frac{\Delta Y}{Y}$  – изменение уровня ВВП в %;  $\Delta h$  – изменение доли людей с высшим образованием в процентных пунктах.

Источник: составлено авторами.

Увеличение налоговой ставки на трудовой доход ( $\tau_w$ ) и ставки по социальным отчислениям ( $\tau_f$ ) ведут к сокращению доли людей с высшим образованием в экономике. Одновременно с этим снижаются совокупное потребление, инвестиции и выпуск. Увеличение этих ставок снижает отдачу от высшего образования, вследствие чего меньше индивидов предпочтут учиться и общий уровень производительности труда снизится. Увеличение ставки налога на капитал, напротив, создает дополнительный стимул для получения образования, снижая отдачу от капитала и делая привлекательнее инвестиции в человеческий капитал, что увеличивает долю людей с высшим образованием в экономике. Рост ставки налога на потребление не оказывает влияния на долю людей с высшим образованием, инвестиции и выпуск. Происходит перераспределение частного потребления в сторону государственных расходов на конечное потребление. Таким образом, с точки зрения стимулов инвестирования в человеческий капитал финансирование непроизводительных государственных расходов за счет налога на потребление или налога на капитал является более предпочтительным, чем за счет налогов на труд. Налог на потреб-

ление ведет к большему сокращению потребления, чем налог на прибыль, но не ведет к падению уровня инвестиций и выпуска. Увеличение налога на прибыль сокращает инвестиции, потребление и выпуск. Увеличение налога сопровождается большим снижением потребления и инвестиций, что может приводить к снижению выпуска, несмотря на растущую долю людей с высшим образованием. Таким образом, увеличение налоговых ставок ведет к изменениям в поведении индивидов относительно выбора уровня образования. Если дополнительные налоговые поступления направляются на непроизводительные государственные расходы, а не в сектор образования, это ведет в большинстве случаев к падению потребления домохозяйств, инвестиций и выпуска.

#### 4.4. Модель с эндогенными темпами роста

Базовый вариант модели строился на предположении, что доля людей с высшим образованием влияет на уровень человеческого капитала в экономике, но не оказывает непосредственного влияния на устойчивые темпы экономического роста. Другими словами, экономика с большим числом индивидов с высшим образованием будет иметь более высокий уровень ВВП, потребления, инвестиций и капитала за счет использования в производственных процессах большего объема эффективного труда, но в долгосрочном периоде данная экономика будет расти теми же устойчивыми темпами, что и экономика с меньшим числом индивидов с высшим образованием. Однако влияние экономической политики на темпы роста в краткосрочном и среднесрочном периодах ненулевое из-за необходимости осуществления перехода экономики из одного долгосрочного равновесия в другое. Таким образом, проводимые меры экономической политики, оказывающие влияние на долю индивидов с высшим образованием, могут иметь воздействие на долгосрочный уровень экономической активности и долгосрочное благосостояние экономических агентов, на кратко- и среднесрочные темпы роста, но не на долгосрочные темпы роста экономики.

Далее рассматривается другой вариант моделирования взаимосвязи экономического роста с человеческим капиталом, в котором доля индивидов с высшим образованием влияет не только на уровень человеческого капитала в экономике, но и на величину устойчивых темпов роста из-за наличия тех или иных внешних эффектов. В модели используется следующая зависимость темпов устойчивого роста  $\gamma$  от доли людей с высшим образованием в стационарном равновесии  $h$  (5):

$$(5) \quad \gamma = \gamma_0 + \rho h.$$

В литературе отсутствует консенсус относительно того, влияет ли этот показатель (доля людей с высшим образованием) на темпы экономического роста. Ряд исследований в области человеческого капитала показывает неоправданно высокие значения этого коэффициента. Например, согласно оценке в работе [Sterlacchini, 2008], сделанной по регионам Европы, увеличение доли людей с высшим образованием на 10 п.п. увеличит темпы роста на 3,39%. Другие исследования не получают значимых оценок коэффициентов для интересующей нас переменной [Wolff, 2001]. Третьи отмечают, что коэффициент статистически значим, однако оценка этого коэффициента мала [Agasisti, Bertoletti, 2020]. Для полученной оценки, если доля людей с высшим образованием вырастет на 50 п.п.,

температура вырастет на 0,015%. То есть даже население, на 100% состоящее из индивидов с высшим образованием, не принесет сколько-нибудь значительных выгод для экономического развития, темп роста увеличится незначительно, на сотые доли процента. Кроме того, имеющиеся оценки строятся на различных выборках: развитые страны, развивающиеся страны, страны южнее Сахары, регионы Европы по номенклатуре NUTS, регионы России. Межстрановые оценки дают один результат, межрегиональные – другой. Ситуация осложняется еще и вследствие качества данных. В работе [De la Fuente, Doménech, 2006] указывается на то, что контринтуитивные результаты в регрессиях с человеческим капиталом и получаемое отсутствие связи между различными измерениями человеческого капитала и ростом могут быть результатом плохого качества данных.

Ранее мы предполагали  $\rho = 0,0$  (доля людей с высшим образованием не влияет на устойчивый темп роста). В условиях отсутствия консенсуса по поводу значения коэффициента  $\rho$  мы проанализируем, как изменятся результаты в модели при некотором ненулевом значении этого параметра. Пусть теперь коэффициент  $\rho = 0,1$ . Если предположить, что доля людей с высшим образованием создает положительные внешние эффекты и оказывает влияние на темпы экономического роста ( $\rho = 0,1$ ), то предоставление бюджетных мест всем индивидам, прошедшим минимальный порог по ЕГЭ, приводит к увеличению доли людей с высшим образованием на 14,4 п.п., по сравнению с увеличением на 18,1 п.п. в ситуации базовой модели, когда доля людей с высшим образованием не влияет на темпы экономического роста ( $\rho = 0,0$ ). Процентная ставка вырастает с 3,0 до 4,6%, а темп экономического роста увеличивается с 1 до 2,5%. Увеличившиеся темпы роста оказывают повышающее давление на процентную ставку, в результате чего более высокие темпы роста оказывают сдерживающее воздействие на решения индивидов в пользу получения высшего образования. С одной стороны, поскольку в момент обучения индивиды не работают, они накапливают долги под высокий процент, что снижает привлекательность получения высшего образования. С другой стороны, приведенная стоимость выгод от получения высшего образования в экономике с высокими процентными ставками оказывается ниже. Таким образом, если коэффициент  $\rho > 0$ , выпуск, потребление и инвестиции растут более высокими темпами в долгосрочном периоде из-за стимулирующих мер экономической политики, но из-за роста процентной ставки доля людей с высшим образованием увеличивается меньше, чем в спецификации модели с  $\rho = 0$ .

## **5. Анализ чувствительности результатов модели к распределениям индивидов по склонности к риску, предпочтениям потребления во времени и способностям**

В настоящем разделе анализируется устойчивость результатов проведенных расчетов к выбору параметров функций распределения  $\theta$ ,  $\beta$  и  $u$ , калибровка которых является наиболее дискуссионной в настоящей работе. Цель этого раздела – продемонстрировать чувствительность результатов сценарного моделирования к выбору параметров гетерогенности индивидов (по склонности к риску, предпочтениям во времени и способностям). Если результаты оказываются чувствительными, то без корректного учета гетерогенно-

сти в рассматриваемых аспектах никакие оценки сценариев изменения образовательной политики не могут быть адекватными.

Обратимся к крайнему случаю и предположим, что распределение параметров равномерно. В базовом сценарии мы использовали усеченное нормальное распределение на отрезке  $[0, 300]$  для баллов ЕГЭ, бета-распределение с математическим ожиданием 3,67 и дисперсией 1,44 на отрезке  $[1, 10]$  для параметра  $\theta$  и бета-распределение с математическим ожиданием 0,97 и дисперсией 0,01 на отрезке  $[0,9, 1]$  для параметра  $\beta$ . Теперь поочередно предположим, что распределение  $\theta$ , затем  $\beta$  и, наконец, баллов ЕГЭ равномерно.

Ранее мы рассматривали три сценария бюджетной политики, в рамках которой государство стремилось к поддержанию фиксированной структуры бюджета, фиксированных государственных расходов и фиксированных трансфертов. Анализируя чувствительность результатов, для краткости мы рассмотрим только один вариант бюджетной политики – вариант, при котором государство стремится к поддержанию фиксированной структуры бюджета. Результаты моделирования представлены в табл. 12.

Таблица 12.

**Реакция основных макроэкономических показателей  
на увеличение количества бюджетных мест  
(фиксированная структура бюджета)  
при равномерной плотности распределения параметров  $\beta$ ,  $\theta$  и баллов ЕГЭ**

Показатель	Вариант калибровки	Граница ЕГЭ					
		118	135	160	184	209	233
Изменение доли людей с высшим образованием в равновесии, п.п.	1	18,1	16,2	11,9	6,7	1,9	–
	2	12,4	11,8	10,6	8,9	6,3	–
	3	14,7	13,7	10,9	6,9	3,0	–
	4	7,9	6,9	5,3	3,4	1,3	–
Изменение уровня потребления, %	1	7,1	7,0	5,2	3,3	0,8	–
	2	4,2	4,1	3,9	3,5	2,6	–
	3	4,9	4,7	3,9	2,7	1,2	–
	4	1,8	1,7	1,3	0,9	0,3	–
Изменение уровня инвестиций, %	1	7,7	7,2	5,5	3,4	1,2	–
	2	5,5	5,3	4,7	3,8	2,5	–
	3	5,2	4,9	4,1	2,9	1,3	–
	4	3,6	3,4	2,8	2,0	1,0	–
Изменение уровня государственных расходов, %	1	6,7	6,2	4,8	2,9	0,9	–
	2	5,4	5,3	4,8	4,1	2,9	–
	3	5,7	5,5	4,6	3,2	1,5	–
	4	3,0	2,8	2,3	1,6	0,7	–
Изменение уровня ВВП, %	1	6,7	6,2	4,8	2,9	0,9	–
	2	5,4	5,3	4,8	4,1	2,9	–
	3	5,7	5,5	4,6	3,2	1,5	–
	4	3,0	2,8	2,3	1,6	0,7	–

*Примечания:* вариант 1 – исходный вариант калибровки, описанный в разделе «калибровка»; вариант 2 – равномерное распределение параметра  $\theta$ ; вариант 3 – равномерное распределение параметра  $\beta$ ; вариант 4 – равномерное распределение баллов ЕГЭ.

*Источник:* составлено авторами.

Из результатов, представленных в табл. 12, можно сделать вывод о том, что наибольшую чувствительность демонстрируют изменения в распределении баллов ЕГЭ. Например, в базовом варианте калибровки при понижении границы баллов ЕГЭ для предоставления бюджетного места до 118 баллов доля людей с высшим образованием увеличивается на 18,1 п.п., когда как при равномерном распределении баллов ЕГЭ увеличение составляет 7,9 п.п. В свою очередь, увеличение ВВП в базовом сценарии составляет 7,6% по сравнению с приростом в 3,0% при равномерном распределении баллов ЕГЭ. Предпосылка о равномерности распределений параметра несклонности к риску и коэффициента дисконтирования дают близкие результаты, но существенно отличающиеся от базового сценария. В них как доля людей с высшим образованием, так и значения основных макропеременных изменяются в меньшей степени, если сравнивать с базовым сценарием. Таким образом, результаты моделирования оказываются чувствительными к калибровке параметров распределений, отвечающих за гетерогенность индивидов. Это позволяет заключить, что без корректного учета гетерогенности индивидов результаты оценки альтернативных мер политики в сфере образования будут ненадежными. В настоящем исследовании осуществлена попытка откалибровать соответствующие параметры на основе релевантных статистических данных. В частности, для калибровки распределения по способностям использовались баллы по ЕГЭ. Параметры распределения коэффициента дисконтирования и несклонности к риску калибровались таким образом, чтобы воспроизводить ключевые экономические соотношения в российской экономике. Также при калибровке данных параметров использовалась информация из существующих по данной тематике академических исследований. Соответственно, используемая процедура калибровки дает основания в той или иной мере полагаться на результаты полученных оценок. Тем не менее для получения более надежных оценок следует проводить специальные исследования для оценки степени гетерогенности домохозяйств по структурным параметрам.

Из таблиц следует, что конкретные числовые оценки результатов моделирования имеют определенную чувствительность к выбору характеристик распределения параметров гетерогенности. Например, при понижении границы баллов ЕГЭ, необходимой для поступления на бюджетные места, до 184 баллов при третьем варианте калибровки достигается наибольший прирост доли людей с высшим образованием и выпуска, наименьший – при втором варианте. При этом снижение границы до 118 баллов ведет к наибольшему приросту этих же показателей при втором варианте, наименьший – при первом.

Однако различия между числовыми оценками не являются кардинальными, что говорит о применимости разработанной модели для оценки стратегий развития системы образования в идеологии моделей общего равновесия. Расчеты, дополненные анализом на чувствительность результатов, позволяют сформировать представления о масштабе воздействия на макроэкономические показатели от тех или иных изменений инструментов экономической политики. Для получения более достоверных числовых оценок необходимо провести комплексные исследования по оценке параметров функций распределения гетерогенных параметров предпочтений индивидов.

Отметим некоторые ограничения модели. Во-первых, анализируя приведенные результаты, необходимо принимать во внимание то, что при построении модели авторы статьи исходили из предпосылки о независимости предпочтений индивидов, их успеваемости и рыночных стратегий. Во-вторых, в рассматриваемой модели отдача от образования полагалась экзогенной и неизменной. В модели не учитывается, что при проведении

стимулирующей политики в области человеческого капитала все больше индивидов с более низкими способностями будут получать образование, что приведет к снижению средней отдачи от образования и росту дисперсии заработков индивидов с высшим образованием и, как следствие, окажет сдерживающее воздействие на накопление человеческого капитала и снизит эффект от стимулирующей политики. В-третьих, в модель не включены различия в уровне занятости индивидов с разным уровнем образования. Ввиду того, что индивиды с низким уровнем образования имеют более высокую вероятность быть незанятыми, их доходы могут быть более волатильны. Для избегающих риска индивидов такие условия создадут дополнительный стимул для получения высшего образования.

## 6. Заключение

В данной работе калибруется и применяется предложенная авторами [Шпилевая и др., 2023] модель общего равновесия с перекрывающимися поколениями для Российской Федерации, на которой может основываться методика оценки стратегий развития системы образования в идеологии моделей общего равновесия. Ключевыми предпосылками модели, отличающими ее от ряда других, являются гетерогенность индивидов по параметру несклонности к риску, коэффициенту дисконтирования и набираемым баллам ЕГЭ. В модели подчеркивается, что эти параметры являются важными факторами принятия решения о получении высшего образования. Еще одной важной предпосылкой модели является существование неопределенности. Численный имитационный анализ влияния дисперсии шока доходов показал, что увеличение этого показателя негативно влияет на долю людей с высшим образованием в экономике, где индивиды являются несклонными к риску.

На основе предложенной модели можно исследовать реакцию ключевых макроэкономических показателей, таких как потребление, инвестиции, государственные расходы и выпуск в ответ на различные меры государственной политики в области высшего образования. Были рассмотрены различные сценарии экономической политики: выделение дополнительных денежных средств на формирование бюджетных мест в университетах, предоставление скидок вместо бюджетных мест, полностью финансируемых за счет бюджетных ассигнований, изменение налоговых ставок и структуры бюджета. Создание большего количества бюджетных мест позволяет добиться большей доли квалифицированного труда в экономике и увеличить выпуск, а также другие макроэкономические показатели. Разработанная модель дает результаты, не противоречащие эмпирическим фактам и моделям, известным в экономической теории.

Анализ на устойчивость оценок на примере калибровки распределений гетерогенных параметров из равномерного распределения показал сильную чувствительность результатов исследования к выбору параметров функций распределения предпочтений и способностей индивидов, что указывает на необходимость корректного учета гетерогенности в рассматриваемых задачах. Используемая нами процедура калибровки в базовом варианте модели дает основания в той или иной мере полагаться на результаты полученных оценок. Расчеты, дополненные анализом на чувствительность результатов, позволяют сформировать представления о масштабе воздействия на макроэкономические показатели от тех или иных изменений инструментов экономической политики. Тем не менее при выработке рекомендаций в отношении экономической политики в области

высшего образования необходимо проведение специальных исследований, направленных на численную оценку параметров распределений характеристик предпочтений индивидов в российской экономике.

## Приложение 1.

Таблица П1.

**Результаты оценивания параметров методом максимального правдоподобия и z-статистики теста Колмогорова – Смирнова**

Предмет	Коэффициент сдвига	Коэффициент масштаба	Расчетная z-статистика для теста Колмогорова – Смирнова
Русский язык	60,71	14,84	0,48
Математика	43,49	16,12	0,46
Физика	46,19	13,41	0,70
Химия	57,23	19,48	0,33
Информатика	61,72	23,12	0,29
Биология	53,48	15,67	0,49
История	50,55	20,02	0,36
География	55,34	16,22	0,44
Английский язык	63,38	25,84	0,24
Немецкий язык	59,15	28,22	0,30
Французский язык	71,20	24,59	0,34
Обществознание	54,61	12,51	0,51
Испанский язык	80,68	27,42	0,34
Литература	56,22	18,32	0,38

*Примечания.* Значение статистики для 5-процентного уровня значимости  $Z_{кр} = 1,36$ .  $Z_{расч} < Z_{кр}$  для всех предметов, поэтому нулевая гипотеза (о том, что эмпирическая функция распределения совпадает с функцией нормального усеченного распределения) не отвергается для всех предметов.

*Источник:* составлено авторами.

\* \*

\*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Замниус А.В., Полбин А.В., Синельников-Мурылев С.Г.* Заработная плата, возраст и экономический рост: оценки для России // Вопросы экономики. 2023. № 6. С. 94–116.

Индикаторы образования: 2023: стат. сб. / Н.В. Бондаренко, Т.А. Варламова, Л.М. Гохберг и др. М.: НИУ ВШЭ, 2023.

*Роцин С.Ю., Рудаков В.Н.* Влияние «качества» вуза на заработную плату выпускников // Вопросы экономики. 2016. Т. 12. № 8. С. 74–95.

*Шпилевая А.Е., Полбин А.В., Синельников-Мурылев С.Г.* Разработка OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению для анализа политики в сфере высшего образования // Экономический журнал ВШЭ. 2023. Т. 27. № 3. С. 449–469.

*Agasisti T., Bertolotti A.* Higher Education and Economic Growth: A Longitudinal Study of European Regions 2000–2017 // Socio-Economic Planning Sciences. 2020. P. 100940.

*Alan S., Browning M.* Estimating Intertemporal Allocation Parameters Using Synthetic Residual Estimation // The Review of Economic Studies. 2010. Vol. 77. № 4. P. 1231–1261.

*Barsky R.B., Iuster F.T., Kimball M.S., Shapiro M.D.* Preference Parameters and Behavioral Heterogeneity: An Experimental Approach in the Health and Retirement Study // The Quarterly Journal of Economics. 1997. Vol. 112. № 2. P. 537–579.

*De la Fuente A., Doménech R.* Human Capital in Growth Regressions: How Much Difference Does Data Quality Make? // Journal of the European Economic Association. 2006. Vol. 4. № 1. P. 1–36.

*Guiso L., Paiella M.* Risk Aversion, Wealth, and Background Risk // Journal of the European Economic Association. 2008. Vol. 6. № 6. P. 1109–1150.

*Hause J.C.* Earnings Profile: Ability and Schooling // Journal of Political Economy. 1972. Vol. 80. № 3. Part 2. P. 108–138.

*Levhari D., Weiss Y.* The Effect of Risk on the Investment in Human Capital // The American Economic Review. 1974. Vol. 64. № 6. P. 950–963.

*Patnaik A., Venator J., Wiswall M., Zafar B.* The Role of Heterogeneous Risk Preferences, Discount Rates, and Earnings Expectations in College Major Choice // Journal of Econometrics. 2020. 231 (1, part 1).

*Sterlacchini A.* R&D, Higher Education and Regional Growth: Uneven Linkages among European Regions // Research Policy. 2008. Vol. 7. № 6–7. P. 1096–1107.

*Wolff E.N.* The Role of Education in the Postwar Productivity Convergence among OECD Countries // Industrial and Corporate Change. 2001. Vol. 10. № 3. P. 735–759.

## Simulation Analysis of an OLG Model with Heterogeneous Preferences and Learning Abilities

Angelina Shpilevaya<sup>1</sup>, Andrey Polbin<sup>2</sup>,  
Sergey Sinelnikov-Murylev<sup>3</sup>

<sup>1</sup> The Ye.T. Gaidar Institute for Economic Policy,  
3/5, Gazetny per., Moscow, 125009, Russian Federation.  
E-mail: angelina.shpilevaya@gmail.com

<sup>2</sup> The Ye.T. Gaidar Institute for Economic Policy,  
3/5, Gazetny per., Moscow, 125009, Russian Federation.  
E-mail: apolbin@iep.ru

<sup>3</sup> Russian Foreign Trade Academy,  
6A, Vorobiyovskoye Shosse, Moscow, 119285, Russian Federation.  
E-mail: sinel@vavt.ru

This publication is a continuation of the co-authors' article on the development of an OLG model with the higher education sector for a representative country where a unified state exam is taken. The key assumptions of the model that distinguish it from a number of others are the heterogeneity of individuals in terms of risk aversion, the discount factor, and the Unified State Exam scores. Based on the proposed model, it is possible to estimate the response of key macroeconomic indicators such as consumption, investment, government expenditure and output in response to various government policies in the field of higher education. In this part of the work, numerical simulation is carried out based on the specification proposed by the authors in the previous article. The paper analyzes various government policy scenarios aimed at stimulating the accumulation of human capital. Scenarios with the state allocating additional funds for higher education, a different distribution of budget allocations, changes in tax rates and budget structure are considered. We also analyze the response of variables to changes in the variance of individuals' wages. The model is calibrated using Russian statistical data. Using the proposed model, we show the importance of taking microfoundations into account in educational policy analysis. Analysis of the stability of estimates using the example of calibration of distributions of heterogeneous parameters from alternative distributions showed a strong sensitivity of the research results to the choice of parameters of the distribution functions of preferences and abilities of individuals, which indicates the need to correctly take into account heterogeneity in the problems under consideration. Without correctly taking into account the heterogeneity in the problems under consideration, no estimation of scenarios for changes in educational policy can be adequate.

**Key words:** overlapping generations model; human capital; risk aversion; heterogeneity; uncertainty; higher education; numerical simulation.

**JEL Classification:** E27, C63.

\* \*  
\*

## References

- Agasisti T., Bertolotti A. (2020) Higher Education and Economic Growth: A Longitudinal Study of European Regions 2000–2017. *Socio-Economic Planning Sciences*, p. 100940.
- Alan S., Browning M. (2010) Estimating Intertemporal Allocation Parameters Using Synthetic Residual Estimation. *The Review of Economic Studies*, 77, 4, pp. 1231–1261.
- Barsky R.B., Iuster F.T., Kimball M.S., Shapiro M.D. (1997) Preference Parameters and Behavioral Heterogeneity: An Experimental Approach in the Health and Retirement Study. *The Quarterly Journal of Economics*, 112, 2, pp. 537–579.
- De la Fuente A., Doménech R. (2006) Human Capital in Growth Regressions: How Much Difference Does Data Quality Make? *Journal of the European Economic Association*, 4, 1, pp. 1–36.
- Guiso L., Paiella M. (2008) Risk Aversion, Wealth, and Background Risk. *Journal of the European Economic Association*, 6, 6, pp. 1109–1150.
- Hause J.C. (1972) Earnings Profile: Ability and Schooling. *Journal of Political Economy*, 80, 3, part 2, pp. 108–138.
- Levhari D., Weiss Y. (1974) The Effect of Risk on the Investment in Human Capital. *The American Economic Review*, 64, 6, pp. 950–963.
- Patnaik A., Venator J., Wiswall M., Zafar B. (2020) The Role of Heterogeneous Risk Preferences, Discount Rates, and Earnings Expectations in College Major Choice. *Journal of Econometrics*, 231, 1, part 1.
- Roshchin S., Rudakov V. (2016) The Impact of University Quality on Wages of Russian University Graduates. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 8, pp. 74–95. (In Russ.)
- Shpilevaya A.E., Polbin A.V., Sinelnikov-Murylev S.G. (2023) Developing an OLG Model. *HSE Economic Journal*, 27, 3, pp. 449–469. (In Russ.)
- Sterlacchini A. (2008) R&D, Higher Education and Regional Growth: Uneven Linkages among European Regions. *Research Policy*, 7, 6–7, pp. 1096–1107.
- Zamnius A.V., Polbin A.V., Sinelnikov-Murylev S.G. (2023) Wage, Age and Economic Growth: Estimations for Russia. *Voprosy Ekonomiki*, 6, pp. 94–116. (In Russ.)
- Wolff E.N. (2001) The Role of Education in the Postwar Productivity Convergence among OECD Countries. *Industrial and Corporate Change*, 10, 3, pp. 735–759.

УДК 332.1

## Прогнозирование региональной инфляции: эконометрические модели или методы машинного обучения?<sup>1</sup>

Букина Т.В., Кашин Д.В.

В статье строится прогноз региональной инфляции на примере субъектов, входящих в Приволжский федеральный округ (ПФО)<sup>2</sup>. Цель исследования – определить модель, которая точнее остальных прогнозирует региональную инфляцию. В работе производится сравнение инструментов машинного обучения – метода опорных векторов, градиентного бустинга и случайного леса с эконометрическими моделями временных рядов, авторегрессией и интегрированной авторегрессией-скользящего среднего, – моделями, которые чаще используются для прогнозирования общероссийской инфляции. По результатам исследования выявлены ключевые макроэкономические показатели, наиболее существенно влияющие на региональную инфляцию. В тройку таких для каждого региона ПФО входит значение инфляции в прошлом месяце, среднее значение инфляции и номер месяца. Показано, что модели машинного обучения не хуже справляются с задачей прогнозирования региональной инфляции на длительных временных периодах, в то время как эконометрические модели достаточно точно прогнозируют на краткосрочных временных горизонтах.

**Ключевые слова:** прогнозирование; региональная инфляция; машинное обучение; градиентный бустинг; случайный лес; эконометрическое моделирование.

DOI: 10.17323/1813-8691-2024-28-1-81-107

<sup>1</sup> Авторы выражают благодарность анонимному рецензенту за полезные замечания, рекомендации и ценные советы, позволившие доработать рукопись.

<sup>2</sup> Данные для исследования подготовлены выпускником НИУ ВШЭ-Пермь, Шаймухаметовым Д.М., под руководством к.г.н., доцента департамента экономики и финансов Букиной Т.В.

**Татьяна Витальевна Букина** – к.г.н., доцент, доцент департамента экономики и финансов. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». E-mail: tbukina@hse.ru  
**Дмитрий Викторович Кашин** – к.э.н., доцент департамента экономики и финансов. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». E-mail: dvkashin@hse.ru

Статья поступила: 24.10.2023/Статья принята: 08.02.2024.

**Для цитирования:** Букина Т.В., Кашин Д.В. Прогнозирование региональной инфляции: эконометрические модели или методы машинного обучения? *Экономический журнал ВШЭ*. 2024; 28(1): 81–107.

**For citation:** Bukina T.V., Kashin D.V. Regional Inflation Forecasting: Econometric Models Versus Machine Learning Methods? *HSE Economic Journal*. 2024; 28(1): 81–107. (In Russ.)

## Введение

Один из важнейших индикаторов состояния экономики – инфляция – рассматривается на основе индекса потребительских цен (ИПЦ)<sup>3</sup>. Прогнозирование инфляции сегодня является актуальной задачей, которая приобрела еще большую значимость после перехода к режиму таргетирования инфляции в рамках денежно-кредитной политики Банка России, принятой в 2014 г.<sup>4</sup> Прогноз значений инфляции на будущие периоды важен не только для государственных структур в части принятия решений о планируемых сценариях развития экономики, но и для бизнеса и домохозяйств – будь то решение об утверждении корпоративной стратегии, разработке бизнес-модели или плана крупных покупок.

Прогнозирование инфляции в регионах России – не менее важная задача. С одной стороны, сочетание региональных прогнозов может повысить качество национального прогноза инфляции [Tena et al., 2010], с другой – местные стейкхолдеры больше заинтересованы в изучении инфляции в конкретном регионе, непосредственно учитывая сведения об уровнях региональной инфляции в своей деятельности.

В работе на примере 14 субъектов Приволжского федерального округа анализируются региональные и внешние макроэкономические показатели – ИПЦ, уровень безработицы, курс доллара США, процентная ставка за период с января 2010 г. по декабрь 2022 г. Данные выгружены из Единой межведомственной информационно-статистической системы (ЕМИСС), использован R Studio для прогнозирования временных рядов, и Python для моделей машинного обучения (в частности, для метода опорных векторов, градиентного бустинга и случайного леса). Для оценки качества каждой модели мы использовали ошибку прогноза RMSE. Базовой моделью является модель авторегрессии первого порядка AR(1), которую мы использовали в качестве бенчмарка. Для сравнения моделей мы рассчитали отношение RMSE каждой модели к RMSE базовой модели. Если значение показателя получалось меньше единицы, то прогноз сравниваемой модели считался лучше бенчмарка, а если больше единицы, то хуже.

В результате исследования выявлено, что модель градиентного бустинга является наиболее точной среди всех рассмотренных моделей машинного обучения при прогнозировании региональной инфляции. Модель представляет более точные прогнозы, чем авторегрессионные модели на большем количестве периодов прогнозирования. В частности, на горизонтах прогнозирования в 3, 6, 21 и 24 месяца модель градиентного бустинга превосходит базовую модель AR(1) и лишь на горизонте в 1 месяц показывает качест-

---

<sup>3</sup> ИПЦ отражает общий уровень цен по достаточно разнородному набору товаров и услуг. Рост ИПЦ показывает, как растет стоимость жизни в стране или в отдельно взятом регионе.

<sup>4</sup> Заявление Председателя Банка России Э.С. Набиуллиной по итогам заседания Совета директоров, 12 сентября 2014 г. (<https://www.cbr.ru/press/event/?id=5208> (дата обращения 17.10.2023)).

во, сравнимое с базовой моделью. Прогноз на горизонты в 9 и 12 месяцев незначительно хуже (на 6,9% и 3,5% соответственно) в сравнении с базовой моделью. Модели случайного леса и метод опорных векторов также представляют точные прогнозы в сравнении с эконометрическими моделями, но только на длительных горизонтах в 21 и 24 месяца. Полученные результаты подтверждают гипотезу о том, что модели машинного обучения могут быть эффективным инструментом для прогнозирования региональной инфляции на разных временных горизонтах. Однако использование эконометрических моделей также оправдано, особенно при прогнозировании инфляции на более короткие горизонты (до 12 месяцев). Для достижения наилучшего качества прогнозов рекомендуется комбинировать прогнозы на основе моделей машинного обучения и эконометрических моделей.

### **Обзор подходов к прогнозированию инфляции**

В 1958 г. У. Филлипс впервые предложил взаимосвязь между уровнем безработицы и уровнем цен, показав, что при росте безработицы цены снижаются. Исследуя данные Великобритании за период с 1861 г. по 1957 г., Филлипс подтвердил эту зависимость эмпирически [Phillips, 1958]. Наличие взаимосвязи между уровнем цен и уровнем безработицы обнаружили и в других странах мира, например, в США [Samuelson, Solow, 1960]. В дальнейшем модель усложнялась, появлялись модификации, которые включали ожидания экономических агентов, инфляцию предыдущих периодов, естественный уровень безработицы (NAIRU). К примеру, Сток и Ватсон в 1999 г. использовали модифицированные кривые Филлипса для прогнозирования инфляции на помесечных данных в США в период с 1959 г. по 1997 г. [Stock, Watson, 1999]. Сравнивая базовые кривые Филлипса с многофакторными моделями, авторы показали, что базовая модель кривых Филлипса прогнозирует точнее на горизонте в один год, в сравнении с прогнозами по моделям с использованием макроэкономических показателей. Другие авторы, Аткинсон и Оганян, в своем исследовании использовали в качестве базовой модели модель наивного прогноза и сравнивали с ошибкой прогноза этой модели, ошибки прогнозов, рассчитанные по кривым Филлипса [Atkeson, Ohanian, 2001]. На помесечных и поквартальных данных за период с 1959 г. по 2000 г. авторы выявили, что кривые Филлипса в любой спецификации не являются более точными методами прогнозирования, чем наивный прогноз.

В 2008 г. Сток и Ватсон впервые предложили классификацию моделей прогнозирования инфляции, выделив 4 категории моделей [Stock, Watson, 2008]. В первую группу авторы отнесли модели, основанные исключительно на исторических данных об инфляции, а именно модели авторегрессии-скользящего среднего (ARMA), модели случайного блуждания (RW) и модель стохастической волатильности с ненаблюдаемыми компонентами (USCV). Вторая группа – модели, в которые включаются показатели экономической активности, в основном это модели по кривым Филлипса. В третью группу авторы отнесли модели, в основе которых лежат прогнозы профессиональных участников рынка или инфляционные ожидания экономических агентов. В четвертую группу вошли многофакторные модели, основанные на индикаторах экономической активности, не сочетаемые с моделями из второй группы. Основной вывод исследователей следующий – модели, которые используют только прошлые значения инфляции, в среднем строят более точный прогноз, чем все остальные группы моделей. В продолжение исследования Стока и Ватсона, более полное сравнение методов прогнозирования инфляции представлено в работе [Faust,

Wright, 2013]. Авторы сравнили 17 моделей, среди них: кривые Филлипса и их модификации, динамические стохастические модели общего равновесия (DSGE), модели равновзвешенного усреднения (EWA) и байесовские модели усреднения (BMA), различные модели временных рядов, как однофакторные – AR и ее модификации, RW и ее модификации, UCSV, так и многофакторные – структурные векторные авторегрессии (SVAR), VAR с изменяющимися во времени параметрами (TVP-VAR) и факторно-дополненные векторные авторегрессии (FAV). Вывод авторов соотносится с предыдущими исследованиями – однофакторные модели прогнозирования инфляции не хуже других, более сложных моделей.

Ряд исследователей предположили, что возможно повысить качество общего прогноза инфляции, объединив дезагрегированные прогнозы, построенные по отдельным компонентам инфляции. Например, Хубрич, изучая гармонизированный индекс потребительских цен Еврзоны (HICP), получил результат, что агрегация, а также комбинирование прогнозов как по отдельным компонентам, так и по различным моделям, не приводит к снижению ошибки общего прогноза инфляции [Hubrich, 2005]. Другие авторы получают противоположный результат: агрегированные прогнозы достаточно точные, однако необходимо подобрать модель под определенный тип данных [Bermingham, D'Agostino, 2011]. Ряд авторов [Tena et al., 2010; Chodorow-Reich, 2020] показывают, что комбинирование прогнозов по отраслям экономики и по отдельным регионам повышают качество прогноза национальной инфляции, поскольку учитывают взаимосвязь между региональными и национальными ценами страны, а также учитывают реакцию на «шоки» экономики локального уровня.

В России использование агрегированных и комбинированных прогнозов инфляции рассмотрено в работе [Андреев, 2016]. Автор сравнил модели: RW, LTAR (AR с линейным трендом), модель ненаблюдаемой компоненты (UCM), VAR, BVAR и линейную регрессию (OLS). На помесечных данных в период с 2002 г. по 2015 г. автор показал, что комбинированные прогнозы имеют высокое качество, в сравнении с отдельно взятыми моделями почти при любом горизонте планирования, а в случаях, когда комбинирование прогнозов уступает по качеству, значения ошибок прогноза отличаются незначительно (менее 1,5% значения U-статистики). Также в работе [Аверина и др., 2018] на российских данных, используя модифицированную методологию [Mehrotra et al., 2006], показано, что инфляционные процессы в группе состоятельных регионов связаны прежде всего с региональной экономической спецификой и/или расположением регионов, и для таких регионов не получается описать инфляцию известными моделями. Однако для остальных 72 регионов авторы построили кривые Филлипса на данных за период с 2000 г. по 2015 г., показав достаточно высокое качество прогнозов.

Таким образом, авторы сходятся во мнении, что сложные модели прогнозирования инфляции, включающие различные индикаторы экономической активности, имеют ошибку прогноза порой больше, чем модели, основанные только на временном ряде инфляции. Комбинирование и агрегирование прогнозов, в целом, способствует повышению качества прогноза общей инфляции, однако необходимо валидировать модель на конкретных данных и правильно подобрать веса как при агрегировании, так и при комбинировании моделей.

Модели машинного обучения для прогнозирования инфляции, в отличие от эконометрических моделей, стали применяться с недавнего времени [Jung, 2018]. Перед исследователями стоит задача сравнить качество прогнозов, получаемых методами машинно-

го обучения, с прогнозами, построенными эконометрическими моделями. Одной из первых работ, демонстрирующих превосходство моделей машинного обучения над классическими эконометрическими моделями, является исследование [Chakraborty, Joseph, 2017]. На поквартальных данных в Великобритании с 1988 г. по 2015 г., используя такие методы машинного обучения как *k*-ближайших соседей (*k*NN), метод опорных векторов (SVM), метод дерева решений (DT), метод случайного леса (RF), гребневую регрессию (Ridge regression), модель нейронных сетей (NN), авторы показали, что все рассматриваемые методы превосходят по качеству прогнозирования базовые эконометрические модели AR и VAR [Chakraborty, Joseph, 2017]. На российских данных методы машинного обучения впервые рассматриваются в статье [Байбуза, 2018]. Автор рассматривает модель случайного леса (RF), модель градиентного бустинга (GB), модели с регуляризацией (LASSO и Elastic Net), модели RW и AR. В качестве входных данных автор использует ИПЦ, а также 92 временных ряда, отражающих состояние деловой активности, промышленного производства, денежного рынка. Результат работы – методы машинного обучения показывают достаточно точные прогнозы инфляции в России: на горизонте прогнозирования в 1 месяц модель случайного леса (RF) и модель градиентного бустинга (GB) показывают сопоставимые результаты с эконометрическими моделями, однако на более длительных горизонтах планирования ошибка прогноза в методах машинного обучения существенно ниже, чем при прогнозировании эконометрическими моделями [Байбуза, 2018]. В статье [Павлов, 2020] автор также сравнивает методы машинного обучения с эконометрическими моделями, строя прогнозы моделями AR, методом опорных векторов (SVM), нейронной сетью с одним слоем и гребневой регрессией. Помимо ИПЦ в выборку включались следующие макроэкономические факторы: ВВП, производительность труда, денежная масса, объем выданных кредитов и другие. Ключевой результат работы – метод опорных векторов (SVM) выдает самый качественный прогноз на 1 месяц вперед, однако на более длинном временном горизонте точность SVM схожа с качеством прогноза нейронной сетью [Павлов, 2020].

Таким образом, многие авторы подтверждают состоятельность методов машинного обучения в целях прогнозирования инфляции (см., например: [Ozgur, 2021]). Исследователи отмечают, что такие методы как модель случайного леса (RF), метод опорных векторов (SVM) и модель нейронных сетей (NN) позволяют получить достаточно точные прогнозы [Barkan et. al., 2023]. Однако использование методов машинного обучения для прогнозирования не национальной, а региональной инфляции на данный момент изучено лишь частично. Одна из немногих работ на эту тему – статья [Семитуркин, Шевелев, 2022], в которой авторы сравнивали прогнозы региональной инфляции, полученные моделями машинного обучения, для сибирских регионов России. Используя ежемесячные данные об ИПЦ и курсе доллара США, а также об их лагированных значениях, средних значениях и стандартных отклонениях за период с 2002 по 2020 гг., авторы построили следующие модели: ARIMAX, модель градиентного бустинга (GB), модель случайного леса (RF), Ridge и Lasso регрессии, Elastic Net. В качестве модели-бенчмарка авторы использовали модель ARIMA и проверили качество прогнозов двумя критериями, посчитав корень из среднеквадратичной ошибки прогноза (RMSE), и провели тест Диболда – Мариано. Основной вывод статьи – методы машинного обучения позволяют, как минимум, строить прогнозы региональной инфляции, сопоставимые с прогнозами по эконометрическим моделям [Medeiros, 2021], и комбинирование прогнозов помогает снизить ошибку прогноза.

Рассмотрев основные подходы к прогнозированию инфляции, на основе литературы мы выдвигаем две ключевые гипотезы: (1) модели машинного обучения показывают превосходство над моделями временных рядов при построении прогнозов региональной инфляции; (2) модели временных рядов позволяют точнее прогнозировать инфляцию на горизонте в 1 месяц, а на более длительных горизонтах планирования ошибка прогноза этих моделей больше, чем у прогнозов, построенных методами машинного обучения.

### Данные и методология

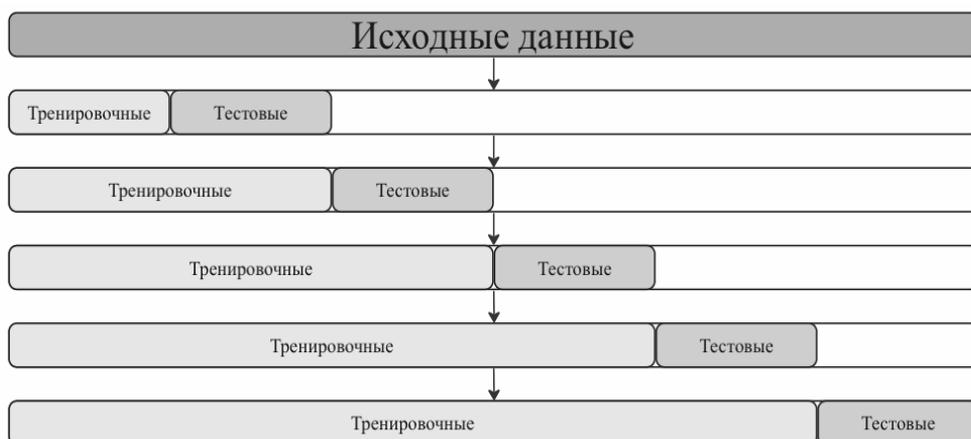
В статье используются помесечные данные об ИПЦ и макроэкономических показателях за период с января 2010 г. по декабрь 2022 г. Как и в работах [Байбуза, 2018; Семитуркин, Шевелев, 2022], в исследовании анализируются такие макроэкономические показатели, как уровень безработицы, курс доллара США, процентная ставка. Основными процедурами, традиционно используемыми для корректировки сезонности в макроэкономических показателях, являются методы семейства X-11 (X-12, X-12ARIMA и др.), а также TRAMO/SEATS [Пильник и др., 2015]. Несмотря на то, что данные процедуры имеют определенные нюансы: ложные сигналы в данных, смещение в тестах на единичные корни, неустойчивость к выбросам и к структурным сдвигам, они остаются основными при решении задачи удаления сезонности из данных [Банк России, 2020]. В нашей статье для учета возможной сезонности моделируемых показателей эконометрическими моделями использовались фиктивные (дамми) переменные на номер месяца года (см., например: [Пильник и др., 2015], в части использования фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия). В случае с моделями машинного обучения использовался порядковый номер месяца года, что в дальнейшем нашло отражение при выявлении наиболее значимых факторов в моделях машинного обучения (номер месяца как значимый фактор, к примеру, в табл. 3, встречается достаточно часто). Данные получены из Единой межведомственной информационно-статистической системы (ЕМИСС). Для учета различных временных промежутков, в которые выходят макроэкономические индикаторы, применяется метод прогнозирования в режиме псевдорекального времени, что позволяет анализировать все показатели, как будто они доступны в единый момент времени несмотря на то, что данные по ИПЦ выходят в начале месяца, а другие факторы – в конце. Для анализа уровня безработицы, который доступен только в квартальном виде, была выполнена интерполяция с сезонной корректировкой при помощи библиотеки `imputena` для Python.

Для корректной работы моделей временных рядов необходимо обеспечить стационарность данных. Для этого в работе применяется натуральный логарифм к данным по инфляции, а также проведен расширенный тест Дики – Фуллера, чтобы определить необходимый порядок разности для каждого временного ряда. Прогнозирование моделями временных рядов осуществлялось в R Studio. Модели машинного обучения реализованы в Python. Для оценки качества прогнозов каждой модели проведен расчет корня из среднеквадратической ошибки прогноза (RMSE), который показывает разницу между реальными и спрогнозированными значениями инфляции. Прогнозы были выполнены на тестовых выборках, т.е. на периодах, которые находятся за пределами выборки, на которой обучались модели (out-of-sample). Это необходимо для того, чтобы, во-первых, избежать переобучения моделей машинного обучения и, во-вторых, получить более точную оценку

качества прогнозов. Были выбраны горизонты прогнозирования в 1, 3, 6, 9, 12, 21 и 24 месяца, которые следуют за последним доступным месяцем в обучающей выборке.

Бенчмарк (базовая модель) в работе – модель авторегрессии первого порядка AR(1). В целях сравнения моделей машинного обучения и эконометрических моделей по каждой модели машинного обучения мы рассматриваем отношение  $RMSE_{\text{model}}$  к  $RMSE_{AR}$ . Если значение показателя меньше единицы, то прогноз по сравниваемой модели лучше бенчмарка, если больше единицы – хуже. В исследовании используется прямая модель авторегрессии, в которой прогноз строится сразу на момент времени  $(t + k)$ . Количество лагов в модели ( $p$ ) подбирается с помощью Байесовского информационного критерия (BIC). Следуя методологии в исследовании [Семитуркин, Шевелев, 2022], помимо AR(1) в работе мы рассматриваем модель ARIMAX – модификацию модели авторегрессии-скользящей средней с включением дополнительных факторов. Как и в работе Семитуркина и Шевелева, в качестве внешнего фактора мы используем курс доллара США. Количество лагов в модели ( $p, q$ ) выбрано на основании значения критерия BIC. Поскольку прогнозирование осуществляется в режиме псевдореального времени, для прогноза подставляется фактическое значение курса доллара. Такой подход имеет определенные ограничения, наиболее важное из которых заключается в том, что при переходе к прогнозированию в режиме реального времени значения валютного курса на несколько периодов вперед не представляется спрогнозировать с достаточной точностью. Тем не менее модельная оценка валютного курса может быть еще более смещенной, что побудило авторов статьи остановиться на использовании реальных значений курса и прогнозировании в режиме псевдореального времени.

В работе используются методы машинного обучения, такие как метод опорных векторов, градиентный бустинг и случайный лес, которые относятся к категории обучения с учителем (supervised learning). Это означает, что в наборе данных присутствуют как входные данные (макроэкономические показатели), так и целевое выходное значение (ИПЦ). Модели обучаются на тренировочных данных (training set), а затем настраиваются для достижения наилучшей точности на тестовой выборке. Для обеспечения точной работы методов машинного обучения необходимо выбрать оптимальные гиперпараметры в моделях. Гиперпараметры отличаются от других параметров моделей тем, что они устанавливаются до начала обучения и определяют спецификацию модели (например, число деревьев и глубину обучения). Для выбора оптимальных гиперпараметров в работе используется кросс-валидация. При анализе временных рядов отсутствует возможность использовать стандартное разделение на несколько фолдов ( $k$ -fold), при котором исходные данные разбиваются на  $k$ -подвыборку (где  $k$  обычно от 5 до 10), а затем в течение  $k$ -итераций модель обучается на одной из подвыборок, а остальные  $(k - 1)$  используются для тестирования. При кросс-валидации временных рядов тренировочные данные должны идти строго перед тестовыми, они не могут пересекаться как при работе со стандартными данными (рис. 1). Авторы выбирали между двумя подходами: использовать тестовые выборки с одинаковым количеством наблюдений или использовать кросс-валидацию на скользящем окне.



**Рис. 1.** Принцип кросс-валидации временных рядов

Источник: составлено авторами.

Второй подход заключается в том, что вначале модели обучаются на небольшом отрезке временного ряда, от его начала до периода  $t$ , затем делается прогноз на  $(t + n)$  шагов вперед и считаются ошибки. Далее обучающая выборка расширяется до  $(t + n)$  значения и прогноз строится с  $(t + n)$  до  $(t + 2 \times n)$ , и так продолжается до последнего доступного наблюдения. Количество фолдов в этом случае считается как количество  $n$ , уместящихся в промежуток между началом и концом ряда. Учитывая динамику ИПЦ (и его специфику в регионах ПФО), авторы использовали первый способ кросс-валидации, а именно тестовые выборки с одинаковым числом наблюдений (сбалансированные тестовые выборки). Авторами дополнительно проверено число прогнозов на каждый из временных горизонтов и выявлено, что количество прогнозов совпадает для всех исследуемых временных периодов.

Далее результаты исследования представлены в виде визуализированных прогнозов региональной инфляции для каждого из 14 регионов ПФО с помощью моделей машинного обучения и эконометрических моделей. В моделях случайного леса и градиентного бустинга выделены наиболее значимые факторы, определяющие уровни региональной инфляции. Принимая во внимание значительное число исследуемых регионов, в целях подробной интерпретации результатов, выбран один регион – Пермский край. Остальные регионы ПФО описываются в той части результатов, которая отличается от наблюдений, полученных по Пермскому краю.

## Результаты исследования

На рис. 2 представлена помесечная инфляция в Пермском крае с января 2010 г. по декабрь 2022 г. Заметим, что несколько месяцев характеризуются резким ростом инфляции. Данный паттерн характерен и для всех остальных 13 исследуемых регионов ПФО. Инфляция в Пермском крае – нестационарный процесс, что подтвердил расширенный тест Дики – Фуллера.

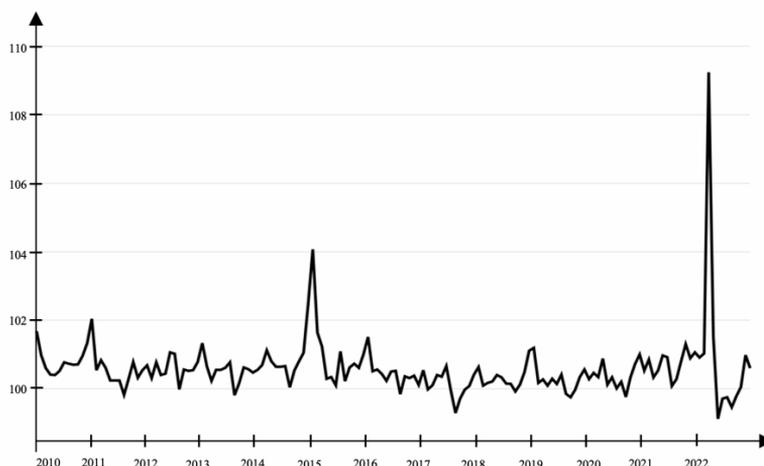


Рис. 2. Помесячная инфляция в Пермском крае за период 2010–2022 гг.

В расчетах инфляция приведена к стационарному процессу через натуральный логарифм и первую разность в логарифмах для всех регионов в выборке. Анализ рис. 2 показал, что в марте 2022 г. наблюдается всплеск инфляции, который остается заметным даже после приведения ряда к стационарности, хотя в остальные периоды месячная инфляция изменяется близко к нулю. Модель AR(1) строит прогноз, схожий с наивным прогнозом, при котором значения инфляции в прогнозных периодах соответствуют значению последнего известного периода, за исключением первых трех месяцев. Модель ARIMAX с включением курса доллара, как внешнего фактора, стремится предсказать значения инфляции менее прямолинейно, повторяя форму реальной инфляции. Аналогичные результаты получены для всех регионов. Инфляция в каждом из регионов является интегрированным процессом первого порядка, и спецификация модели ARIMAX отличается от региона к региону (табл. 1). Тем не менее можно выделить наиболее часто встречающуюся модификацию модели – ARIMAX (1, 1, 1).

Таблица 1.

**Модификации модели ARIMAX по регионам ПФО**

Регион	Спецификация ARIMAX(p,d, q)
Республика Башкортостан	(0,1,3)
Республика Марий Эл	(0,1,3)
Республика Мордовия	(5,1,0)
Республика Татарстан	(1,1,1)
Удмуртская Республика	(0,1,2)
Чувашская Республика	(1,1,1)
Пермский край	(5,1,0)

Окончание табл. 1.

Регион	Спецификация ARIMAX(p,d, q)
Кировская область	(1,1,1)
Нижегородская область	(1,1,1)
Оренбургская область	(0,1,2)
Пензенская область	(1,1,1)
Самарская область	(0,1,5)
Саратовская область	(1,1,1)
Ульяновская область	(3,1,2)

После предварительного выбора эконометрических моделей для каждого региона был построен прогноз по моделям AR(1) и ARIMAX соответствующей спецификации. В табл. 2 рассчитаны относительные показатели  $RMSE_{ARIMAX}/RMSE_{AR}$  по каждому из регионов, а также среднее значение по всем регионам.

Таблица 2.

Отношение  $RMSE_{ARIMAX}/RMSE_{AR}$  по регионам ПФО

Регион	Горизонт прогноза (месяц)						
	1	3	6	9	12	21	24
Республика Башкортостан	0,036	0,891	0,868	0,994	0,991	0,903	0,903
Республика Марий Эл	0,334	0,839	0,874	0,985	1,008	0,869	0,869
Республика Мордовия	1,276	4,906	3,042	1,203	1,120	0,824	0,824
Республика Татарстан	0,222	1,003	1,038	1,010	1,010	0,948	0,948
Удмуртская Республика	0,038	0,775	0,778	0,946	1,042	0,851	0,852
Чувашская Республика	1,623	1,140	1,107	1,069	1,066	0,882	0,882
Пермский край	0,366	0,632	0,810	0,981	1,014	0,848	0,850
Кировская область	0,783	0,965	0,967	0,988	1,014	1,014	0,873
Нижегородская область	1,487	1,261	1,120	1,102	1,065	0,838	0,838
Оренбургская область	0,171	0,884	0,964	1,006	1,010	0,962	0,962
Пензенская область	0,434	0,811	0,991	1,006	1,030	0,882	0,882
Самарская область	0,016	0,778	0,788	0,982	1,013	0,925	0,925
Саратовская область	0,574	0,848	0,894	0,984	1,001	0,923	0,923
Ульяновская область	0,471	0,934	1,111	1,069	1,073	0,910	0,909
Среднее значение	0,559	1,190	1,097	1,023	1,033	0,899	0,889

Анализ табл. 2 позволяет сделать следующие выводы: модель ARIMAX в среднем превосходит модель-бенчмарк AR(1) как на достаточно коротких горизонтах планирования (1 месяц), так и на длинных временных промежутках в 21 и 24 месяца. На длинных временных горизонтах такой результат объясняется тем, что значения предыдущей инфляции в периодах  $t - 24$  и  $t - 21$  перестает оказывать влияние на текущую инфляцию и возрастает роль курса доллара, непосредственно влияющего на импорт и экспорт в конкретном регионе. Объясняя более точный прогноз моделью ARIMAX на 1 месяц, заметим, что курс доллара достаточно быстро реагирует на изменения в экономике, а значит, основываясь на его динамике, можно строить более точный прогноз краткосрочной региональной инфляции.

На рис. 3 представлен прогноз инфляции для Пермского края, рассчитанный на 24 месяца из декабря 2020 г. несколькими моделями машинного обучения (далее в статье такие визуализированные прогнозы представлены для всех регионов ПФО). Модели случайного леса и градиентного бустинга, аналогично модели ARIMAX, способны прогнозировать значительные изменения инфляции, однако не могут в точности определить реальный масштаб изменений показателя<sup>5</sup>.

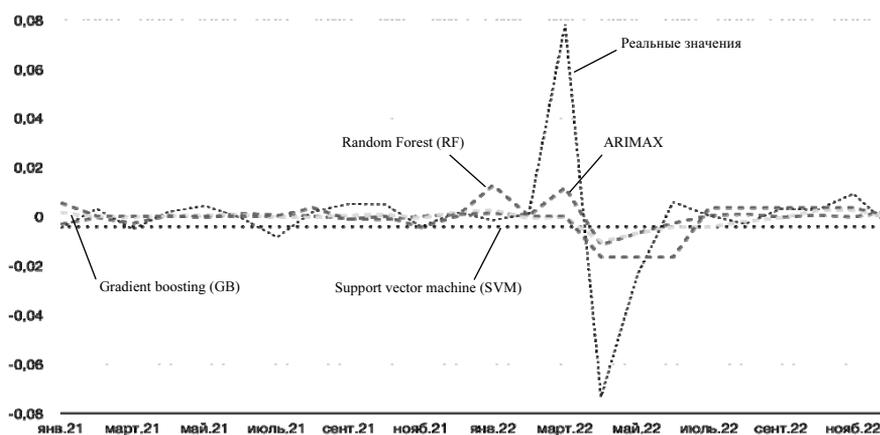
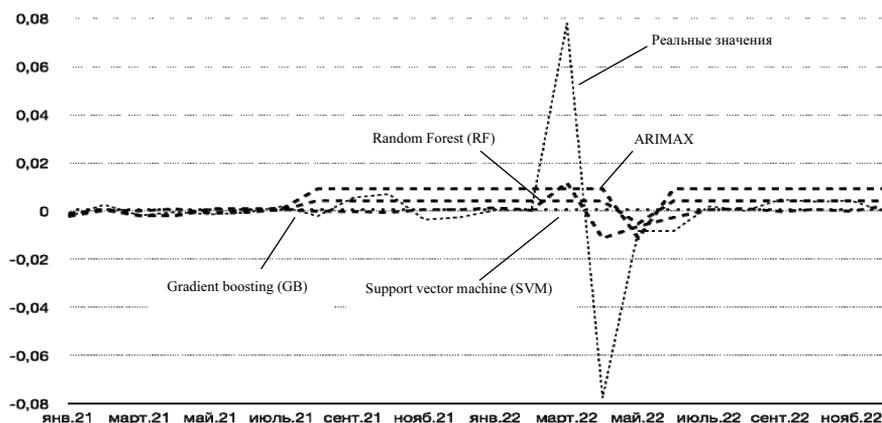


Рис. 3. Инфляция и ее прогноз для Пермского края

Прогнозы, полученные моделью случайного леса для Пермского края, не имеют длительных периодов с линейным прогнозом. Вместо этого прогнозные значения инфляции в районе реального всплеска инфляции достаточно сильно изменяются от месяца к месяцу. Подобная динамика прогнозов характерна и для других регионов, за исключением Удмуртской Республики, Республики Татарстан и Самарской области (см. рис. 4–6).

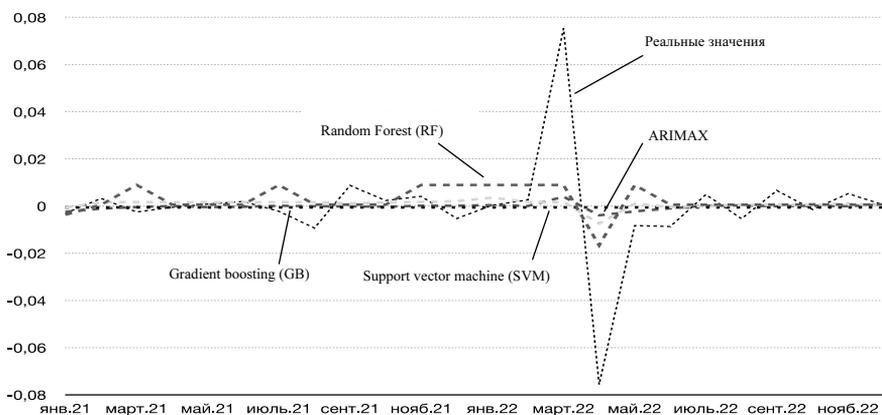
Для Удмуртской Республики прогнозы моделями случайного леса и градиентного бустинга линейны на периодах прогноза с 8 по 16 месяц, а также с 18 месяца по 24 месяц (рис. 4).

<sup>5</sup> Отметим, что ни для одного из 14 регионов ПФО не удалось ни одной моделью спрогнозировать пиковые значения инфляции за рассматриваемый период.



**Рис. 4.** Инфляция и ее прогноз для Удмуртской Республики

Для Республики Татарстан (рис. 5) линейные прогнозы моделью случайного леса получились с 4 по 6 месяц, с 8 по 10 месяц, с 11 по 15 месяц, а также с 18 по 21 месяц. Прогнозы моделью градиентного бустинга оказались линейны только на промежутке с 4 по 6 месяц. Такая динамика в этих двух регионах могла получиться в виду того, что используемый набор макроэкономических показателей не способен описать природу инфляции в данных регионах.



**Рис. 5.** Инфляция и ее прогноз для Республики Татарстан

Для Самарской области (рис. 6) линейные части прогнозов получились моделью случайного леса на периодах прогноза с 1 месяца по 3 месяц, в 4 и 5 месяцы, с 12 месяца по 15 месяц, а также с 19 месяца по 21 месяц и с 22 месяца по 24 месяц<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Среднеквадратичная ошибка прогноза значительно выше у модели случайного леса (более в 1,5 раза), в сравнении с моделью AR(1) в следующих регионах: Республика Мордовия, Чувашская

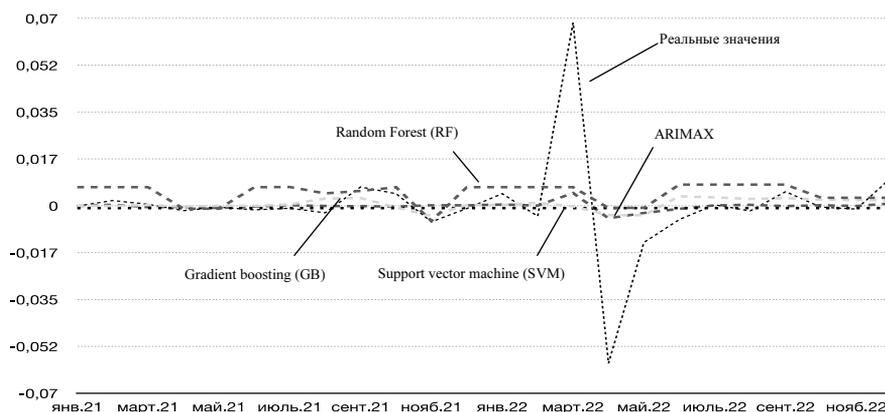


Рис. 6. Инфляция и ее прогноз для Самарской области

Далее по каждому региону, как и в случае со сравнением эконометрических моделей, рассчитаны относительные показатели  $RMSE_{RF}/RMSE_{AR}$ , а также среднее значение по всем регионам для модели случайного леса (см. табл. П1 в Приложении). Модель случайного леса позволяет получить гораздо более точные прогнозы для будущих периодов (21 и 24 месяца) для всех регионов без исключения. Для половины регионов (Республика Башкортостан, Республика Марий Эл, Республика Татарстан, Удмуртская Республика, Нижегородская область, Пензенская область и Ульяновская область) прогноз на 1 месяц по модели случайного леса также превосходит бенчмарк, однако для другой половины регионов прогноз хуже, чем модель  $AR(1)$ . Случайный лес предоставляет достаточно точные региональные прогнозы инфляции относительно  $AR(1)$ : от трех периодов (Республика Мордовия, Оренбургская область, Пензенская область и Самарская область) до шести периодов (Республика Башкортостан и Ульяновская область).

В отличие от модели случайного леса, модель градиентного бустинга демонстрирует более точные прогнозы как на коротких и средних периодах в 1, 3 и 6 месяцев, так и на длинных периодах в 21 и 24 месяца (см. табл. П2 в Приложении). Для следующих регионов: Республика Марий Эл, Республика Татарстан, Удмуртская Республика, Нижегородская область, Оренбургская область, Самарская область и Ульяновская область показатель  $RMSE_{GB}/RMSE_{AR}$  больше единицы, однако для оставшихся регионов прогноз получился хуже. Более того, ошибка прогноза не такая высокая (ошибка менее 1,5 раза), как в ранее рассмотренной модели случайного леса. Тем не менее модель градиентного бустинга для прогнозов на ближайший квартал для десяти регионов ПФО демонстрирует более точные прогнозы относительно модели  $AR(1)$ , и только для четырех регионов прогноз оказался хуже модели бенчмарка (Республика Татарстан, Пермский край, Кировская область и Нижегородская область).

Третья используемая в работе модель – модель, основанная на методе опорных векторов, выдает линейный прогноз с постоянно повторяющимся значением, однако прогнозы на 21 и 24 месяца оказались лучше, чем прогнозы по  $AR(1)$ . Заметим, что для прогнозов

Республика, Пермский край, Кировская область, Оренбургская область, Самарская область, Саратовская область.

на 24 месяца для всех регионов ПФО прогноз методом опорных векторов оказался лучше эконометрической модели, на горизонте в 21 месяц для 13 регионов ПФО прогноз оказался лучше и только для одного региона (Саратовская область) прогноз оказался чуть хуже бенчмарка (см. табл. ПЗ в Приложении). Данный результат можно объяснить тем, что во второй половине 2022 г. месячная инфляция замедлилась в российских регионах.

Два из трех используемых метода, а именно модель градиентного бустинга и модель случайного леса, позволили помимо прогноза получить важность (частоту) факторов при моделировании. В тройку наиболее важных факторов для каждого региона ПФО входит значение инфляции в прошлом месяце (табл. 3).

Таблица 3.

### Частота факторов в моделях машинного обучения

Случайный лес		Градиентный бустинг	
фактор	частота	фактор	частота
Инфляция $t - 1$	14	Инфляция $t - 1$	14
Среднее значение инфляции $t - 3$	4	Месяц	4
Месяц	4	Среднее значение инфляции $t - 3$	3
Стандартное отклонение инфляции $t - 3$	2	Инфляция $t - 2$	2
Стандартное отклонение ключевой ставки $t - 9$	2	Ключевая ставка $t - 12$	2

Из данных о важности (частоте) признаков для регионов ПФО можно отметить следующее: в модели случайного леса сезонность инфляции характерна только для четырех регионов (Пермский край, Нижегородская область, Пензенская область и Саратовская область), а в модели градиентного бустинга номер месяца важен в Республике Татарстан; для остальных трех регионов номер месяца также является важным фактором.

Среднее значение инфляции за три прошедших месяца – достаточно значимый фактор в модели градиентного бустинга, что подтверждается на данных по Республике Мордовия, Нижегородской области и Ульяновской области. В модели случайного леса помимо представленных регионов среднее значение инфляции за три предыдущих месяца также является значимым фактором при прогнозировании инфляции в Чувашской Республике.

Значимость признаков для прогнозирования инфляции разная почти для каждого региона в выборке. Если не учитывать общий фактор для всех регионов – инфляцию в прошлый месяц, остальные факторы встречаются не так часто среди всех регионов. К примеру, в модели случайного леса четыре раза встречаются средние значения инфляции за прошедшие три месяца и номер месяца, остальные факторы встречаются гораздо реже и зачастую характерны только для одного региона. Аналогично и в модели градиентного бустинга, наиболее часто встречающийся фактор, следующий по частоте после инфляции в прошлый месяц – это номер месяца (встречается 4 раза) и среднее значение инфляции за прошедшие три месяца (встречается 3 раза), остальные факторы также специфичны для каждого региона. Высокая дифференциация наиболее важных факторов для каждого из регионов связана со спецификой региональной экономики, ее размером и общим уровнем развития региона.

Рассмотрим усредненные результаты оценки качества моделей для регионов Приволжского федерального округа, приведенные в табл. 4.

Таблица 4.

**Усредненные результаты оценки качества моделей  
по регионам ПФО**

	Средние значения $RMSE_{Model}/RMSE_{AR}$						
	период прогноза (месяц)						
	1	3	6	9	12	21	24
ARIMAX	0,559	1,190	1,097	1,023	1,033	0,899	0,889
RF	2,207	1,556	1,587	1,023	1,464	0,226	0,220
GB	0,999	0,797	0,838	1,069	1,035	0,275	0,223
SVM	2,940	1,680	1,656	2,060	1,046	0,389	0,271

Среди всех рассмотренных моделей модель градиентного бустинга является наиболее качественной, так как предоставляет более точные прогнозы, чем остальные модели на большем количестве периодов прогнозирования. Так, для прогнозов на 3, 6, 21 и 24 месяца модель превосходит бенчмарк, на горизонте в 1 месяц показывает качество сравнимое с бенчмарком. На горизонтах прогнозирования в 9 и 12 месяцев качество прогноза хуже на 6,9% и 3,5% соответственно. Модель случайного леса и метод опорных векторов предоставляют точные прогнозы только на длинных горизонтах в 21 и 24 месяца. Таким образом, все три модели машинного обучения способны предоставлять качественные прогнозы на более долгих горизонтах прогнозирования относительно моделей временных рядов, как AR, так и ARIMAX, что частично подтверждает основную гипотезу о том, что модели машинного обучения превосходят эконометрические модели при прогнозировании региональной инфляции.

Модель случайного леса показывает наиболее точные прогнозы (наименьшее относительное  $RMSE_{Model}/RMSE_{AR}$ ) инфляции на горизонтах в 21 и 24 месяца относительно всех остальных моделей и наихудшее качество в прогнозах на 12 месяцев. Метод опорных векторов имеет наименьшую точность в прогнозировании инфляции на периодах в 21 и 24 месяца среди рассмотренных моделей машинного обучения, также для прогнозов на 1, 3, 6 и 9 месяцев обладает худшим качеством прогноза среди всех моделей. Прогноз моделью ARIMAX на 1 месяц вперед оказался значительно лучше прогноза бенчмарка AR и лучше, чем прогнозы всех моделей машинного обучения. К модели AR(1) по качеству прогноза близка только модель градиентного бустинга, а другие модели машинного обучения прогнозируют хуже, и можно утверждать, что для прогнозов на один месяц модели временных рядов показывают наилучшее качество. Таким образом, гипотеза о том, что модели временных рядов позволяют точнее прогнозировать инфляцию на горизонте в один месяц, подтверждена.

В итоге можно сделать вывод о целесообразности использования методов машинного обучения для прогнозирования региональной инфляции в субъектах ПФО на более долгих временных горизонтах. Модель градиентного бустинга по качеству подходит для любого из рассмотренных горизонтов прогнозирования. Вместе с тем использование эконометрических моделей также оправдано из-за их качества прогнозов на горизонтах про-

гноза до 12 месяцев и в особенности при прогнозе инфляции в следующем месяце. Особенности структуры экономики в регионах, их конституционно-правовой статус, обеспеченность природными ресурсами и географическое расположение объясняют дифференциацию регионов даже внутри одного федерального округа.

### Заключение

Для принятия рациональных экономических решений субъектам экономических отношений необходимо учитывать будущую инфляцию в различных регионах. Для прогнозирования значений будущей инфляции используются различные модели, в том числе модели временных рядов и модели машинного обучения. При этом прогнозирование региональной инфляции с помощью моделей машинного обучения является актуальной задачей, научные работы на данную тему только начинают появляться. В статье проведена оценка возможности использования моделей машинного обучения для прогнозирования инфляции в регионах ПФО и проведено сравнение моделей машинного обучения с классическими эконометрическими моделями.

Результаты исследования показали, что модели машинного обучения могут эффективно прогнозировать инфляцию на более длительных временных периодах (21 и 24 месяца), в то время как классические эконометрические модели AR и ARIMAX показывают низкое качество прогнозов на таких дальних горизонтах планирования. По совокупности результатов мы делаем вывод, что при краткосрочном прогнозировании лучшее качество прогнозов демонстрируют эконометрические модели. На горизонтах до 1 года исключение составляют только модели градиентного бустинга (GB), однако при их тестировании в моделях использовались истинные будущие значения экзогенных переменных. При среднесрочном прогнозировании (горизонт 2 года) эконометрические модели явно уступают моделям машинного обучения. Данные результаты соответствуют практике прогнозирования макроэкономических показателей, которая свидетельствует о том, что для среднесрочных прогнозов обычно рекомендуется использовать либо структурные модели (например, DSGE), либо их полуструктурные аналоги (например, QPM). Таким образом, выдвигаемая ранее гипотеза (2) подтвердилась, как и подтвердилась гипотеза (1) о том, что модели машинного обучения могут быть весьма эффективным инструментом для прогнозирования региональной инфляции на разных временных горизонтах. Среди всех использованных моделей наиболее точной оказалась модель градиентного бустинга, которая превосходит модель-бенчмарк AR(1) в 4-х из 7 рассматриваемых периодов, а прогноз на один месяц аналогичен модели AR(1) и немного уступает в качестве только при прогнозах на 9 и 12 месяцев. Авторы приходят к выводу, что для достижения наилучшего качества прогнозов региональной инфляции возможно комбинировать прогнозы на основе моделей машинного обучения и эконометрических моделей.

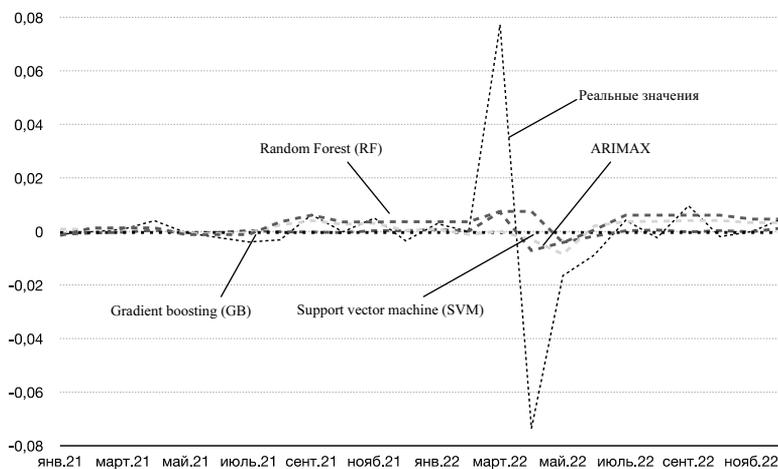
Следует отметить, что рассматриваемый прогнозный период, 2021–2022 гг., является относительно нетипичным для российской и мировой экономики, инфляция в 2021 г. характеризуется эффектом низкой денежной базы 2020 г., и повышением мировых цен на продовольственные товары, и дефицитом предложения из-за логистических проблем и проблем с производством на фоне остающихся коронавирусных ограничений, так и в целом ростом инфляции в мире. Экономические санкции, введенные в адрес России в 2022 г., усложнили экономическую ситуацию, и чтобы поддержать экономику и не допустить от-

ток капитала из страны, были приняты новые, ранее не принимаемые меры: остановка торгов на ММВБ, обязательная продажа валютной выручки экспортерами, ограничение переводов валюты за границу физическим лицам и ограничение продажи и снятия валюты. Подобные экономические условия и политические шоки трудно прогнозировать, они не нашли прямого отражения и в исследуемом наборе макроэкономических показателей из-за невозможности прогнозирования таких шоков и их влияния на экономику. Модели машинного обучения, которые использованы в работе, не так хорошо справлялись со всплеском инфляции в марте 2022 г. и ростом инфляции в 2021 г., тем не менее в более стабильных экономических условиях модели способны предоставлять достаточно качественные прогнозы.

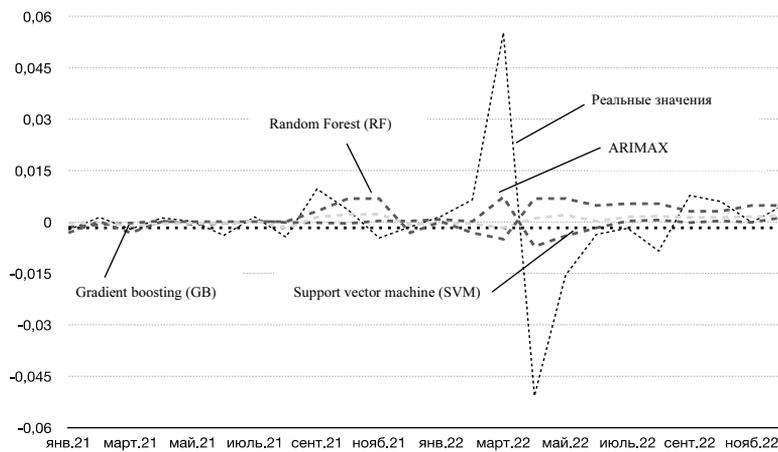
В исследовании присутствуют некоторые ограничения. Во-первых, доступный набор макроэкономических показателей может быть расширен в дальнейших исследованиях. Помесячные данные на региональном уровне представлены более скромно в открытом доступе, чем национальные, поэтому в работе использовались преимущественно доступные данные, и некоторые показатели дополнялись интерполяцией. Во-вторых, качество данных может вызывать вопросы как из-за пересмотра расчета показателей в разные временные промежутки, обновления ранее представленных данных в конце года, так и специфики отдельно взятого региона. В-третьих, ограничение в вычислительной мощности, подбор гиперпараметров в моделях машинного обучения может был выполнен с различными значениями самих гиперпараметров. Однако добавление каждого нового значения существенно увеличивает время для вычисления оптимального набора параметров, поэтому подбор оптимальных значений происходил из достаточно ограниченного набора значений, что могло повлиять на спецификацию модели и качество прогнозов. Наконец, специфика каждого отдельного региона влияет как на данные, так и на необходимые факторы для прогноза. Как показал анализ самых значимых факторов в моделях машинного обучения, только один фактор (ИПЦ в прошлом месяце) входит в тройку наиболее важных для всех регионов в моделях случайного леса и градиентного бустинга. Остальные факторы либо являются общими только для четырех регионов (например, номер месяца), либо являются индивидуальными и важны в моделировании инфляции только у конкретных регионов.

Возможным развитием исследования может послужить использование дополнительных моделей машинного обучения, как, например, нейронных сетей, так и комбинирование прогнозов по нескольким моделям в один прогноз. Важным представляется тестирование устойчивости результатов прогнозов к разным тестовым выборкам и методам кросс-валидации временных рядов (например, методам скользящего или расширяющегося окна). Кроме того, перспективным представляется использование экспертной корректировки прогнозов, что может дополнительно повысить качество прогнозов, скорректировать работу моделей. Важным направлением развития работы может стать исследование рассмотренных моделей на других регионах России при решении задачи прогнозирования региональной инфляции.

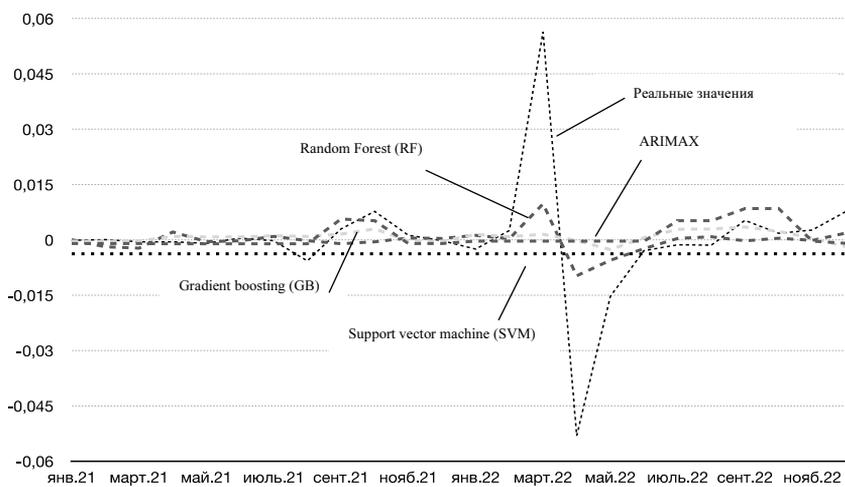
## Приложение



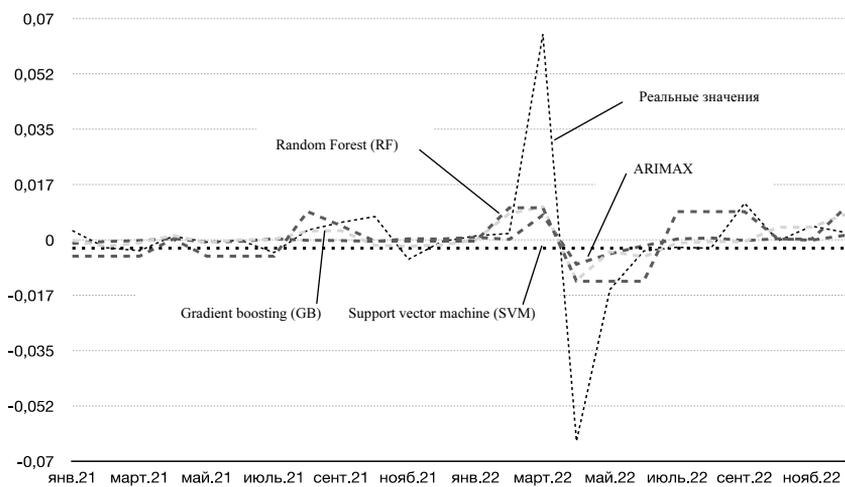
**Рис. П1.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Республики Башкортостан



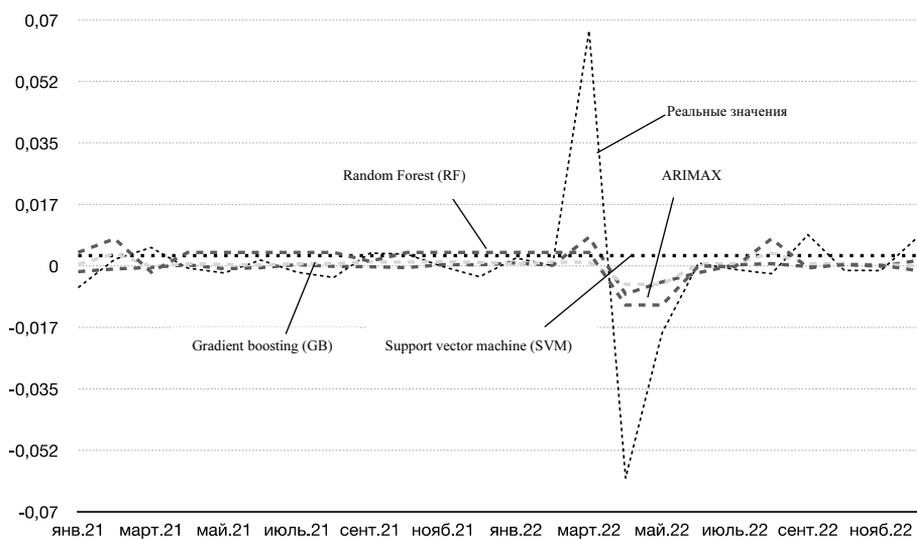
**Рис. П2.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Республики Марий Эл



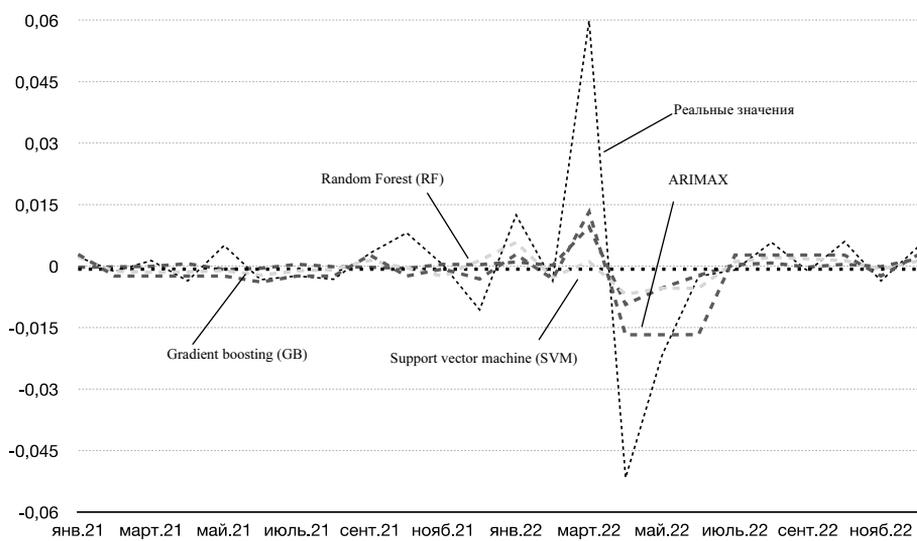
**Рис. ПЗ.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Республики Мордовия



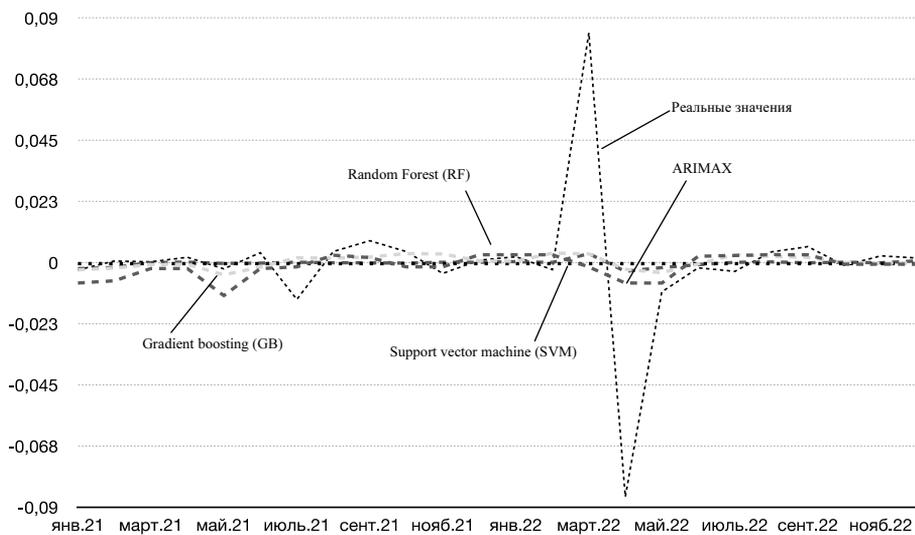
**Рис. П4.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Республики Чувашия



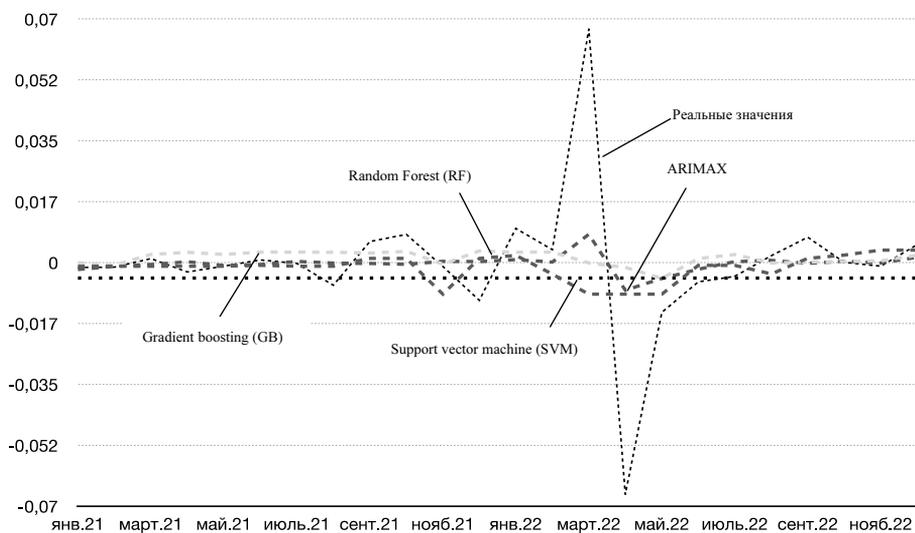
**Рис. П5.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Кировской области



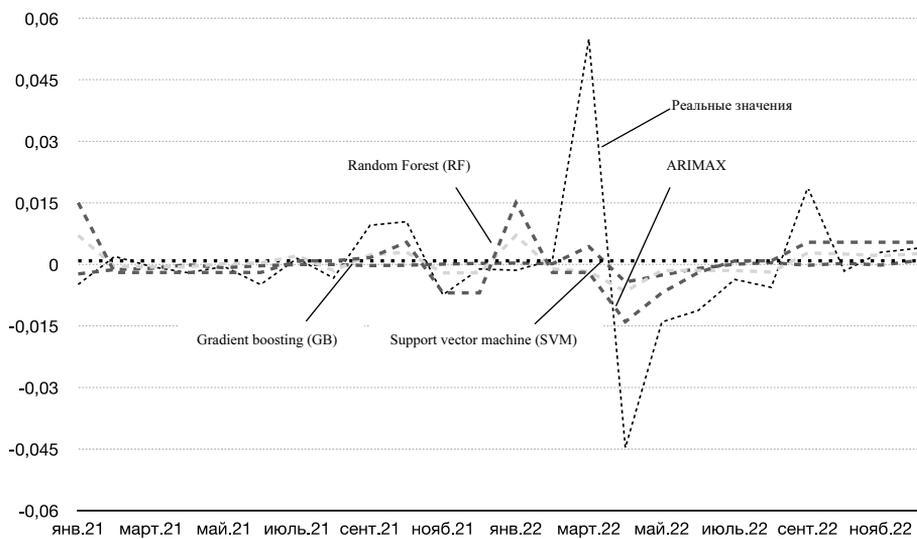
**Рис. П6.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Нижегородской области



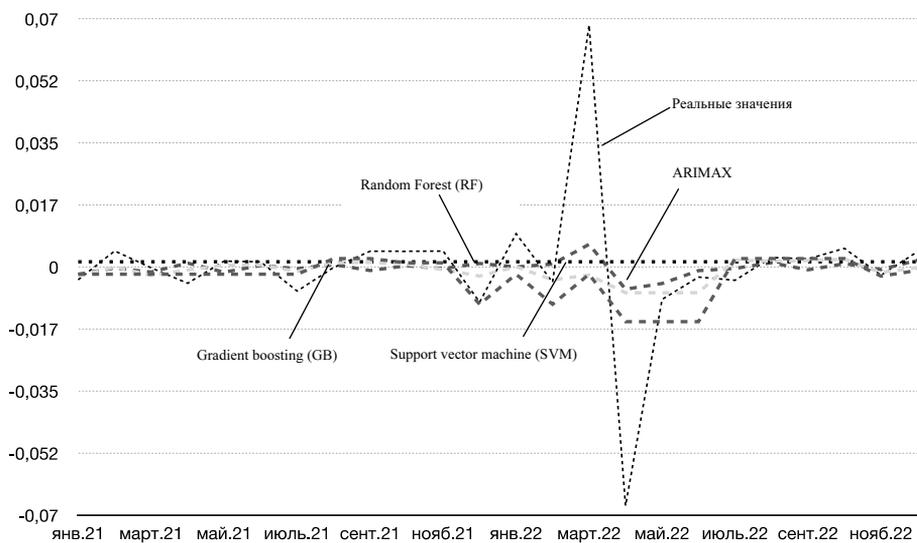
**Рис. П7.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Оренбургской области



**Рис. П8.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Пензенской области



**Рис. П9.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Саратовской области



**Рис. П10.** Реальная инфляция и прогнозы инфляции для Ульяновской области

Таблица П1.

Отношение  $RMSE_{RF}/RMSE_{AR}$  по регионам ПФО

Регион	Горизонт прогноза (месяц)						
	1	3	6	9	12	21	24
Республика Башкортостан	0,474	0,616	0,534	0,048	2,211	0,147	0,006
Республика Марий Эл	0,368	0,533	1,839	1,634	0,454	0,267	0,001
Республика Мордовия	6,061	1,527	2,999	1,228	0,260	0,182	0,527
Республика Татарстан	0,265	4,130	0,603	1,736	3,136	0,253	0,012
Удмуртская Республика	0,202	0,016	0,896	1,468	3,647	0,182	0,432
Чувашская Республика	3,284	0,638	2,464	0,353	0,037	0,130	0,404
Пермский край	2,496	1,270	0,186	1,418	0,354	0,013	0,173
Кировская область	1,715	1,506	0,624	0,710	2,184	0,465	0,495
Нижегородская область	0,359	2,660	0,192	0,160	1,612	0,211	0,108
Оренбургская область	1,812	1,566	2,618	1,080	0,384	0,112	0,089
Пензенская область	0,263	1,725	1,016	1,504	2,509	0,283	0,078
Самарская область	8,679	4,515	6,114	0,538	2,455	0,131	0,406
Саратовская область	4,458	0,518	0,994	1,890	1,123	0,785	0,093
Ульяновская область	0,468	0,566	1,137	0,559	0,124	0,005	0,264
Среднее значение	2,207	1,556	1,587	1,023	1,464	0,226	0,220

Таблица П2.

Отношение  $RMSE_{GB}/RMSE_{AR}$  по регионам ПФО

Регион	Горизонт прогноза (месяц)						
	1	3	6	9	12	21	24
Республика Башкортостан	1,889	0,526	0,682	0,693	1,196	0,231	0,067
Республика Марий Эл	0,814	0,471	1,616	2,061	0,168	0,371	0,185
Республика Мордовия	1,692	0,865	0,647	0,649	0,041	0,104	0,583
Республика Татарстан	0,914	1,533	0,151	1,633	1,627	0,253	0,016
Удмуртская Республика	0,604	0,073	0,475	0,524	2,092	0,023	0,210
Чувашская Республика	1,239	0,889	0,090	0,866	0,276	0,593	0,299
Пермский край	1,544	1,214	0,339	1,049	0,055	0,153	0,157

Окончание табл. П2.

Регион	Горизонт прогноза (месяц)						
	1	3	6	9	12	21	24
Кировская область	1,134	1,161	0,411	0,749	1,292	0,407	0,421
Нижегородская область	0,007	2,002	0,362	0,583	2,580	0,160	0,192
Оренбургская область	0,004	0,619	2,361	1,048	0,041	0,147	0,075
Пензенская область	1,009	0,914	1,458	1,027	2,952	0,333	0,152
Самарская область	0,147	0,190	1,094	1,496	0,408	0,120	0,456
Саратовская область	2,670	0,034	1,782	1,734	0,182	0,939	0,083
Ульяновская область	0,320	0,672	0,272	0,855	1,578	0,020	0,225
Среднее значение	0,999	0,797	0,838	1,069	1,035	0,275	0,223

Таблица П3.

Отношение  $RMSE_{SVM}/RMSE_{AR}$  по регионам ПФО

Регион	Горизонт прогноза (месяц)						
	1	3	6	9	12	21	24
Республика Башкортостан	0,648	1,587	0,932	2,126	0,967	0,418	0,230
Республика Марий Эл	0,256	0,201	1,006	2,848	0,077	0,547	0,405
Республика Мордовия	25,522	10,584	8,259	3,087	1,202	0,520	0,700
Республика Татарстан	0,922	0,698	1,171	1,999	1,037	0,301	0,047
Удмуртская Республика	1,277	1,068	0,706	1,973	0,991	0,172	0,054
Чувашская Республика	2,243	0,286	1,208	2,703	0,548	0,692	0,258
Пермский край	0,133	0,251	1,017	2,097	1,354	0,303	0,015
Кировская область	1,559	0,500	0,361	0,223	1,896	0,293	0,273
Нижегородская область	1,772	1,488	0,838	1,306	2,124	0,025	0,306
Оренбургская область	0,858	0,435	1,817	1,475	0,245	0,235	0,083
Пензенская область	2,234	4,371	3,427	3,270	1,329	0,548	0,479
Самарская область	0,914	1,020	0,469	2,857	0,046	0,305	0,610
Саратовская область	1,286	0,495	1,959	2,080	0,384	1,053	0,193
Ульяновская область	1,537	0,529	0,007	0,803	2,443	0,037	0,142
Среднее значение	2,940	1,680	1,656	2,060	1,046	0,389	0,271

\* \*  
\*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аверина Д.С., Горшкова Т.Г., Синельникова-Мурылева Е.В.* Построение кривой Филлипса на региональных данных // Экономический журнал ВШЭ. 2018. Т. 22. № 4. С. 609–630.
- Андреев А.* Прогнозирование инфляции методом комбинирования прогнозов в Банке России // Банк России: серия докладов об экономических исследованиях. 2016. № 14. С. 2–11.
- Байбуза И.* Прогнозирование инфляции с помощью методов машинного обучения // Деньги и кредит. 2018. № 4. С. 42–59.
- Банк России.* Методика сезонной корректировки индекса потребительских цен Банка России, 2020.
- Павлов Е.* Прогнозирование инфляции в России с помощью нейронных сетей // Деньги и кредит. 2020. № 1. С. 57–73.
- Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Станкевич И.П.* Об использовании фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия // Экономический журнал ВШЭ. 2015. Т. 19. № 2. С. 249–270.
- Семитуркин О., Шевелев А.* Прогнозирование региональной инфляции с помощью методов машинного обучения на примере макрорегиона Сибирь // Банк России: серия докладов об экономических исследованиях. 2020. № 91. С. 2–18.
- Atkeson A., Ohanian L.* Are Phillips Curves Useful for Forecasting Inflation? // Federal Reserve Bank of Minnesota Quarterly Review. 2001. Vol. 25. № 1. P. 2–11.
- Barkan O., Benchimol J., Caspi I., Cohen E., Hammer A., Koenigstein N.* Forecasting CPI Inflation Components with Hierarchical Recurrent Neural Networks // International Journal of Forecasting. 2023. Vol. 39. № 3. P. 1145–1162.
- Bermingham C., D'Agostino A.* Understanding and Forecasting Aggregate and Disaggregate Price Dynamics // European Central Bank Working Paper. 2011. № 1365.
- Chakraborty C., Joseph A.* Machine Learning at Central Banks // Bank of England Working Papers. 2017. № 674.
- Chodorow-Reich G.* Regional Data in Macroeconomics: Some Advice for Practitioners // Journal of Economic Dynamics and Control. 2020. Vol. 115. № 643386.
- Dickey D.A., Fuller W.A.* Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root // Journal of the American Statistical Association. 1979. № 74. P. 427–431.
- Faust J., Wright J.H.* Forecasting Inflation // Handbook of Economic Forecasting. 2013. № 2. P. 2–56.
- Hubrich K.* Forecasting Euro Area Inflation: Does Aggregating Forecasts by HICP Component Improve Forecast Accuracy? // International Journal of Forecasting. 2005. Vol. 21. № 1. P. 119–136.
- Jung J., Patnam M., Ter-Martirosyan A.* An Algorithmic Crystal Ball: Forecast-Based on Machine Learning // IMF Working Paper. 2018. № 18/230.
- Medeiros M.C., Vasconcelos G.F., Veiga A., Zilberman E.* Forecasting Inflation in a Data-Rich Environment: the Benefits of Machine Learning Methods // Journal of Business & Economic Statistics. 2021. Vol. 39. № 1. P. 98–119.
- Mehrotra A.N., Peltonen T.A., Rivera A.S.* Modelling Inflation in China – A Regional Perspective // ECB Working Paper. 2007. № 829.
- Ozgur O., Akkoç U.* Inflation Forecasting in an Emerging Economy: Selecting Variables with Machine Learning Algorithms // International Journal of Emerging Markets. 2021. Vol. 17. № 8. P. 1889–1908.
- Phillips A.* The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861–1957 // *Economica*. 1958. № 100. P. 283–299.
- Samuelson P.A., Solow R.M.* Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy // American Economic Review Papers and Proceedings. 1960. Vol. 50. № 2. P. 177–194.

Stock J.H., Watson M.W. Forecasting Inflation // Journal of Monetary Economics. 1999. № 44. P. 293–335.

Stock J.H., Watson M.W. Phillips Curve Inflation Forecasts // NBER Working Paper. 2008. № 14322.

Tena J.D., Espasa A., Pino G. Forecasting Spanish Inflation Using the Maximum Disaggregation Level by Sectors and Geographical Areas // International Regional Science Review. 2010. № 33. P. 181–204.

## Regional Inflation Forecasting: Econometric Models Versus Machine Learning Methods?

Tatyana Bukina<sup>1</sup>, Dmitriy Kashin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Research University Higher School of Economics,  
37, Boulevard Gagarina str., Perm, 614070, Russian Federation.  
E-mail: tbukina@hse.ru

<sup>2</sup> National Research University Higher School of Economics,  
37, Boulevard Gagarina str., Perm, 614070, Russian Federation.  
E-mail: dvkashin@hse.ru

The paper reveals the forecasts for regional inflation based on the regions of the Privolzhskiy Federal District (PFD). The purpose of the study is to determine the model that most accurately predicts regional inflation. The paper compares the tools of machine learning – support vector machines, gradient boosting, and random forest – with econometric models of time series, autoregression and integrated autoregression-moving average – models that are often used to predict national inflation in Russia. The results of the study help to identify the key macroeconomic indicators that most significantly affect regional inflation. The top three of them for each region include the value of inflation within last month, the average inflation, and the count number of analyzed month. We show that machine learning models are not as bad at predicting regional inflation over long time periods (21 months and 24 months), while econometric models predict quite accurately on short time horizons.

**Key words:** forecasting; regional inflation; machine learning; gradient boosting; random forest; econometric modeling.

**JEL Classification:** E31, E37.

\* \*  
\*

### References

Andreev A. (2016) Forecasting Inflation Using the Method of Combining Forecasts in the Bank of Russia. *Bank of Russia: Series of Reports on Economic Research*, 14, pp. 2–11. (In Russ.)

- Averina D.S., Gorshkova T.G., Sinelnikova-Muryleva E.V. (2018) Construction of the Phillips Curve Using Regional Data. *HSE Economic Journal*, 22, 4, pp. 609–630. (In Russ.)
- Atkeson A., Ohanian L. (2001) Are Phillips Curves Useful for Forecasting Inflation? *Federal Reserve Bank of Minnesota Quarterly Review*, 25, 1, pp. 2–11.
- Bank of Russia (2020) *Methodology for Seasonal Adjustment of the Consumer Price Index of the Bank of Russia*. (In Russ.)
- Barkan O., Benchimol J., Caspi I., Cohen E., Hammer A., Koenigstein N. (2023) Forecasting CPI Inflation Components with Hierarchical Recurrent Neural Networks. *International Journal of Forecasting*, 39, 3, pp. 1145–1162.
- Baybuza I. (2018) Forecasting Inflation Using Machine Learning Methods. *Russian Journal of Money & Finance*, 4, pp. 42–59. (In Russ.)
- Birmingham C., D'Agostino A. (2011) *Understanding and Forecasting Aggregate and Disaggregate Price Dynamics*. European Central Bank Working Paper, 1365.
- Chakraborty C., Joseph A. (2017) *Machine Learning at Central Banks*. Bank of England Working Papers, 674.
- Chodorow-Reich G. (2020) Regional Data in Macroeconomics: Some Advice for Practitioners. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 115, 643386.
- Dickey D.A., Fuller W.A. (1979) Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427–431.
- Faust J., Wright J.H. (2013) Forecasting Inflation. *Handbook of Economic Forecasting*, 2, pp. 2–56.
- Hubrich K. (2005) Forecasting Euro Area Inflation: Does Aggregating Forecasts by HICP Component Improve Forecast Accuracy? *International Journal of Forecasting*, 21, 1, pp. 119–136.
- Jung J., Patnam M., Ter-Martirosyan A. (2018) *An Algorithmic Crystal Ball: Forecast-Based on Machine Learning*. IMF Working Paper, 18/230.
- Medeiros M.C., Vasconcelos G.F., Veiga A., Zilberman E. (2021) Forecasting Inflation in a Data-Rich Environment: the Benefits of Machine Learning Methods. *Journal of Business & Economic Statistics*, 39, 1, pp. 98–119.
- Mehrotra A.N., Peltonen T.A., Rivera A.S. (2007) *Modelling Inflation in China – A Regional Perspective*. ECB Working Paper, 829.
- Ozgun O., Akkoç U. (2021) Inflation Forecasting in an Emerging Economy: Selecting Variables with Machine Learning Algorithms. *International Journal of Emerging Markets*, 17, 8, pp. 1889–1908.
- Pavlov E. (2020) Forecasting Inflation in Russia Using Neural Networks. *Russian Journal of Money & Finance*, 1, pp. 57–73. (In Russ.)
- Phillips A. (1958) The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861–1957. *Economica*, 100, pp. 283–299.
- Pilnik N.P., Pospelov I.G., Stankevich I.P. (2015) On the Use of Dummy Variables to Address Seasonality in General Economic Equilibrium Models. *HSE Economic Journal*, 19, 2, pp. 249–270. (In Russ.)
- Samuelson P.A., Solow R.M. (1960) Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy. *American Economic Review Papers and Proceedings*, 50, 2, pp. 177–194.
- Semiturkin O., Shevelev A. (2022) Forecasting Regional Inflation Using Machine Learning Methods Using the Example of the Siberia Macroregion. *Bank of Russia: series of economic research reports*, 91, pp. 2–18. (In Russ.)
- Stock J.H., Watson M.W. (1999) Forecasting Inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44, pp. 293–335.
- Stock J.H., Watson M.W. (2008) *Phillips Curve Inflation Forecasts*. NBER Working Paper, 14322.
- Tena J.D., Espasa A., Pino G. (2010) Forecasting Spanish Inflation Using the Maximum Disaggregation Level by Sectors and Geographical Areas. *International Regional Science Review*, 33, pp. 181–204.

УДК 336.762.1

## Временной риск-профиль опционов

Потапов А.И.

Оценка риска опционов в целях маржирования определяется на биржах с использованием коэффициентов чувствительности или фиксированных сценариев изменения риск-параметров. Подобные методы не могут точно оценить риск, так как не учитывают зависимость риска опционов от времени до исполнения. Эту зависимость необходимо принимать в расчет при моделировании ввиду изменчивости коэффициентов чувствительности с течением времени до исполнения и временной структуры риск-факторов. В работе осуществлена оценка влияния на риск опционов времени до исполнения и риск-параметров, обладающих зависимостью от времени: подразумеваемая волатильность, структура подразумеваемой волатильности и риск-премия за волатильность. Было доказано существование значимого тренда на возрастание оценки риска по мере приближения опциона к дате исполнения. При том возрастает не только средняя оценка риска, но и ее дисперсия. Для опционов со страйком, отличным от стоимости базового актива, тренд становится менее выраженным и точность оценки снижается по мере отдаления от центрального страйка. Но при равенстве страйка и стоимости базового актива тренд описывает динамику риска почти полностью. Было выявлено, что существует зависимость риска опциона от структуры подразумеваемой волатильности: относительное смещение волатильности значимо снижает уровень риска на центральном страйке, а расстояние смещения – повышает уровень риска. Важно отметить, что подразумеваемая волатильность хоть и фактически описывает волатильность стоимости опционов, но не влияет на уровень риска опционов. Риск-премия за волатильность является значимым фактором для описания риска опционов, но только для случаев парной регрессии.

**Ключевые слова:** производные финансовые инструменты; Value-at-Risk; прогнозирование рисков; риск-премия; время до исполнения; оценка тренда.

DOI: 10.17323/1813-8691-2024-28-1-108-132

**Потапов Артём Игоревич** – магистр, аспирант. Факультет экономических наук. Базовая кафедра инфраструктуры финансовых рынков. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». E-mail: aipotapov@hse.ru

Статья поступила: 28.11.2023/Статья принята: 08.02.2024.

**Для цитирования:** Потапов А.И. Временной риск-профиль опционов. *Экономический журнал ВШЭ*. 2024; 28(1): 108–132.

**For citation:** Potapov A.I. Options Time Risk-Profile. *HSE Economic Journal*. 2024; 28(1): 108–132. (In Russ.)

## 1. Введение

Современные биржевые системы оценки риска производных финансовых инструментов строятся на двух основных методах: Монте-Карло с использованием коэффициентов чувствительности и квази-Монте-Карло с использованием фиксированных сценариев изменения риск-параметров. Первый предполагает оценку чувствительности инструментов к изменению стоимости базового актива (дельта) и подразумеваемой волатильности (вега). Помимо этого, он может учитывать структуру волатильности, корреляцию между ценами и волатильностью различных базовых активов, риск концентрации и риск дефолта [ISDA, 2023]. Второй метод, используемый на Чикагской и Московской биржах, подразумевает моделирование динамики основных риск-факторов: стоимость базового актива и подразумеваемая волатильность [CME Group, 2019; CCP NCC, 2020]. Предсказанные значения риск-факторов используются в модели ценообразования инструмента. Таким образом получается разница между рыночной и смоделированной ценами, являющаяся оценкой риска изменения стоимости инструмента.

Оба подхода учитывают текущие значения коэффициентов чувствительности или риск-параметров и историю изменений риск-параметров, при этом не учитывают тренды в риск-параметрах и существующие рыночные ожидания. Это значит, что при оценке риска рассматриваются в основном симметричные изменения риск-параметров: рост или снижение стоимости базового актива и/или подразумеваемой волатильности на одну величину. При этом, как будет показано далее, в риск-параметрах может существовать определенный тренд, например, подразумеваемая волатильность, в среднем, возрастает по мере приближения времени к дате исполнения опциона, следовательно, более точная оценка риска будет получена с учетом использования несимметричных сценариев изменения подразумеваемой волатильности. Как результат, в моменты повышенной волатильности или по мере приближения времени к дате исполнения опционов точность оценки риска снижается. Как было показано во многих исследованиях [Carr, Wu, 2016; Andersen et al., 2015; Yun, 2011], риск опционов значимо растет при уменьшении срока до исполнения вне зависимости от соотношения между стоимостью базового актива и страйком. Так, при разделении периода торгов опциона на два: более 30 дней до исполнения и менее 30 дней до исполнения, было доказано существование статистически значимой разницы в уровне риска для торгуемых на Московской бирже опционов [Потапов, Курбангалеев, 2023]. Под риском опционов здесь и далее подразумевается оценка потенциальных потерь стоимости контракта на 99-процентном доверительном интервале на горизонте в один день.

Для моделирования оценки риска вне зависимости от использованного метода вычисление тренда имеет существенное значение, так как усредненная структура риска опциона по времени может быть использована в качестве опорной кривой или с целью детерминирования ряда, что позволит сделать данные стационарными и более точно оценить риск. Этот подход является более точным, так как теоретический анализ через коэффициенты чувствительности опционов не может дать однозначный результат ввиду:

1) разнонаправленности коэффициентов чувствительности при уменьшении сроков до исполнения инструмента. Например, вега опциона снижается на всем сроке до исполнения при фиксированных параметрах, а дельта может как расти, так и падать в зависимости от соотношения страйка и цены базового актива;

2) немонотонности коэффициентов чувствительности – «временной распад» стоимости опциона (тета) имеет переломы во времени при фиксировании других параметров;

3) наличия временной структуры самих риск-факторов – дисперсия изменений подразумеваемой волатильности возрастает по мере приближения к дате исполнения опциона и имеет тренд. То есть, если взять весь набор опционов и для каждого момента времени до исполнения при каждом соотношении страйка и стоимости базового актива посчитать приращения подразумеваемой волатильности и для этих приращений вычислить дисперсию, то эта дисперсия будет иметь тренд на возрастание по всему множеству соотношений страйка к стоимости базового актива по мере приближения опциона к дате исполнения. Таким образом, возрастает не только значение риск-факторов, но и их изменчивость.

Целью работы является исследование изменения риска опционов по времени до исполнения, а именно оценивается влияние не только самого времени до исполнения, но и факторов, обладающих временной структурой: подразумеваемая волатильность и премия за волатильность. В работе используются теоретические цены опционов на покупку на различных страйках, торгующихся на Московской бирже.

В качестве используемых методов для исследования влияния различных факторов на риск опционов предлагается использовать метод максимального правдоподобия и регрессионный анализ. Для обоих методов зависимой переменной выступает фактическая оценка риска опционов.

При этом проверяются следующие гипотезы:

1) риск опциона зависит от срока до исполнения – существует монотонный тренд на возрастание риска при уменьшении срока до исполнения;

2) риск опциона зависит от структуры волатильности – наличие смещений минимального уровня волатильности с центрального страйка на более отдаленные и сила этих смещений повышают риск опционов;

3) риск опциона зависит от премии за волатильность – чем больше разница между риск-нейтральной волатильностью и фактической волатильностью базового актива, тем выше риск опциона.

Далее рассмотрены актуальные исследования, определяющие свойства опционов и подразумеваемой волатильности.

## 2. Обзор литературы

Основной целью использования опционов является снижение риска инвестиционного портфеля. Положительный эффект диверсификации портфеля классических инструментов имеет свои пределы по причине того, что его системный риск практически не поддается контролю. Для снижения системного риска необходимым и достаточным является использование в портфеле опционов. Помимо этого, использование опционов может также повысить эффективность соотношения доходности и риска. При этом остается проблема наличия у опционов собственного риска. Корнем этой проблемы является не-

линейная зависимость стоимости опциона от стоимости базового актива, которая переносит часть системного риска с активов на опционы [Pang et al., 2023].

Стоимость базового актива в значительной мере определяется двумя факторами: доходностью и волатильностью доходности. Также эти факторы определяют ценообразование опционов [Pan, 2002]. При этом цена опциона будет зависеть не только от них, но и от рыночных ожиданий относительно стоимости базового актива, которые, согласно методологии Московской биржи, определяют структуру волатильности [ССР НСС, 2019]. Согласно методологии Московской биржи, определение подразумеваемой волатильности происходит только на страйках, на которых были совершены сделки или существуют заявки на покупку и/или продажу. Для таких страйков происходит оптимизация функции подразумеваемой волатильности, т.е. определение таких ее значений, чтобы они максимально соответствовали ценам сделок или ценам заявок. Следовательно, например, если рынок ожидает рост цены базового актива (приобретаются опционы на покупку со страйком больше текущей цены базового актива), то на этих страйках будут проходить торги и существовать заявки, следовательно, кривая подразумеваемой волатильности будет вычислена исходя из этой информации и, вероятно, будет иметь минимальное значение в этой области страйков. Таким образом рыночные ожидания, отраженные в сделках, формируют структуру подразумеваемой волатильности, а следовательно, цены опционов. В случае, если заявок нет ни на одном страйке, параметры кривой подразумеваемой волатильности используются с последнего момента торгов и корректируются на время между этим моментом и текущим.

Распространенными методами оценки риска опционов являются дельта и дельта-гамма аппроксимация. Вместе с симуляцией динамики цены базового актива они позволяют предсказать распределение потерь по позиции [Britten-Jones, Schaefer, 1999]. Но использование методов, опирающихся на коэффициенты чувствительности, имеет несколько недостатков: во-первых, многие меры риска не учитывают риск в хвостах распределения, так как линейная аппроксимация имеет большую ошибку. Во-вторых, коэффициенты чувствительности опциона сами меняются во времени, что приводит к снижению качества оценки риска по мере приближения опциона к дате исполнения [Andersen et al., 2015]. В-третьих, ввиду срочности производных финансовых инструментов сложно получить достаточный набор наблюдений для точной оценки коэффициентов модели. В-четвертых, использование малого числа коэффициентов чувствительности, например, только дельты и гаммы, приводит к нарушению паритета между опционами на покупку и продажу, следовательно, допускает арбитраж и делает полученную оценку неэффективной [Mitiga, 2017].

Одним из методов улучшения качества оценки, полученной с помощью коэффициентов чувствительности, является учет структуры подразумеваемой волатильности (implied volatility). Профиль подразумеваемой волатильности зависит от текущих значений, параметров опциона, существующего тренда и волатильности базового актива, которые формируют рыночные ожидания. Учет этих факторов позволяет сделать оценку согласованной, т.е. отражающей рыночную структуру в каждый момент времени. Результаты исследований говорят о том, что изменения в поверхности подразумеваемой волатильности происходят скачкообразно на коротких сроках, а на длительных сроках плавнее и на меньшую величину [Carr, Wu, 2016]. Подобные явления приводят к «ухмылкам» волатильности – смещение минимальной подразумеваемой волатильности с центрально-

го страйка. Центральным страйком называется страйк, максимально близкий к цене базового актива. Наличие «ухмылок» волатильности сигнализирует о наличии ожиданий больших скачков цен. Премия за риск опционов фактически оценивается с помощью их цен, при этом премия может существовать для опционов с любым соотношением страйка и цены базового актива [Bates, 2000]. Риск-премия, как относительная разница между рыночной и модельной ценой, увеличивается по мере отклонения от центрального страйка, приближения к дате исполнения, а также при расширении bid-ask спреда [Bianconi et al., 2015].

Так, опционы могут содержать риск-премию за волатильность – разницу между волатильностью по риск-нейтральной мере и волатильностью по физической мере. Ненулевая премия за волатильность позволяет предсказывать доходность опционов [Bernaes et al., 2017]. При ненулевой премии за волатильность зависимость доходности опциона от срока до исполнения объясняется динамикой премии за волатильность [Jacobs, Li, 2022]. При этом динамика премии за волатильность оказывает влияние на опционную позицию вне зависимости от наличия хеджирования и не оказывает влияния на будущую доходность базового актива [Bliss, Panigirtzoglou, 2004].

Модели так или иначе склонны систематически недооценивать (переоценивать) опционы с большой срочностью в дни высокой (низкой) волатильности, так как значимым фактором моделей является тренд или возвращение к среднему, которые отражают риск-нейтральную динамику. В период низкой волатильности роль риск-премии за скачки волатильности становится менее выраженной. Но если динамически переоценивать вероятность скачков, то это приводит к улучшению качества моделей как в периоды высокой, так и низкой волатильности [Yun, 2011].

Все полученные ранее результаты, при условии их подтверждения на российском биржевом рынке, могут быть экстраполированы на будущие опционы. Это возможно ввиду того, что опционы на один базовый актив в равные временные интервалы до исполнения обладают схожей динамикой риска. Следовательно, появляется возможность исследовать усредненную динамику среди множества опционов в разные моменты времени [Kiesel, Rahe, 2017]. Как результат, данные о взаимозависимости подразумеваемой волатильности, премии за волатильность, срока до исполнения и риска опциона могут быть использованы для построения временного риск-профиля опциона.

### 3. Данные

Для анализа динамики риска опционов используются данные торгов опционов Московской биржи и их базовых активов в период с 27.02.2009 г. по 29.12.2021 г. Начало указанного периода относится к дате, с которой началось маржирование опционов [МОЕХ, 2008]. То есть для таких опционов биржа проводит оценку риска и выставляет требования по обязательному покрытию потенциальных убытков по позиции. В случае недостаточности покрытия биржа закрывает сделку. Все опционы на Московской бирже до сих пор являются таковыми. Сказанное выше также относится и к премиальным опционам, которые начали торговаться на Московской бирже с 2022 г.: биржа выставляет требования по гарантийному обеспечению и поддерживающему обеспечению для всех инструментов срочного рынка вне зависимости от типа контракта. Более того, по таким инструментам также возможен дефолт участника торгов с последующей ликвидацией позиции ввиду отказа от

пополнения маржинального счета. В случае маржируемых инструментов это может произойти при снижении стоимости инструмента, при котором отчисления вариационной маржи снизят размер маржинального счета ниже поддерживающего обеспечения, для премиальных инструментов это может произойти при росте стоимости инструмента: так как требования выражены в долях от стоимости инструмента, новое значение требуемого поддерживаемого обеспечения может превысить изначальное значение гарантийного обеспечения, в таких случаях участник также будет должен пополнить маржинальный счет. В исследуемый период менялись только методы оценки размера маржинальных требований или методика расчета риск-параметров, но не применяемая модель оценки стоимости маржируемых опционов на фьючерсы (модель Блэка [ССР NCC, 2022]). Так как премиальные опционы и опционы с базовыми активами, отличными от акций и индексов, не рассматриваются, модели Блэка – Шоулза – Мертона и Башелье также не рассматриваются при анализе и построении риск-параметров.

Выборка включает в себя опционы на фьючерсные контракты и сами фьючерсные контракты на 27 базовых активов (перечень базовых активов см. в Приложении, табл. П1). Из данной выборки исключены все опционы на фьючерсы, базовыми активами которых являются валюты и товары. Это сделано ввиду того, что для определения их стоимости может использоваться модель оценки Башелье, но при этом для вычисления подразумеваемой волатильности используется модель Блэка [ССР NCC, 2022], что может приводить к некорректным результатам.

Итого массив данных состоит из 73000 наблюдений (с учетом ограничения в 90 календарных дней) на конец торгового дня по 3018 опционам на покупку и продажу на 588 фьючерсов. Ограничение в 90 дней сделано ввиду того, что, во-первых, опционы торгуются одновременными сериями с длительностью, кратной 90 дням (три месяца, полгода, девять месяцев и т.д.). Во-вторых, при одновременных торгах опционами различной срочности на один базовый актив торги фактически будут проходить только на ближайшем к исполнению.

Каждое наблюдение по опционам состоит из:

1) цен bid и ask опционов  $call_{i,T}$  и  $put_{i,T}$  по множеству страйков – лучшие цены по совершенным сделкам на покупку или продажу опционов, необходимые для вычисления подразумеваемой волатильности. Момент времени обозначим  $t$ ,  $T$  – срок до исполнения опциона в долях от года;

2) фактической цены базового актива на конец торгового дня ( $F_{t,\tau}$ ). Индекс  $\tau$  для фьючерса также означает срок до исполнения в долях от года, но отличается от  $T$  опциона, так как на один фьючерс может торговаться несколько опционов разной срочности;

3) безрисковой ставки на срок до исполнения опциона ( $rf_{t,T}$ ) – ставка Mosprime в момент времени  $t$ , интерполированная на срок до исполнения опциона  $T$ ;

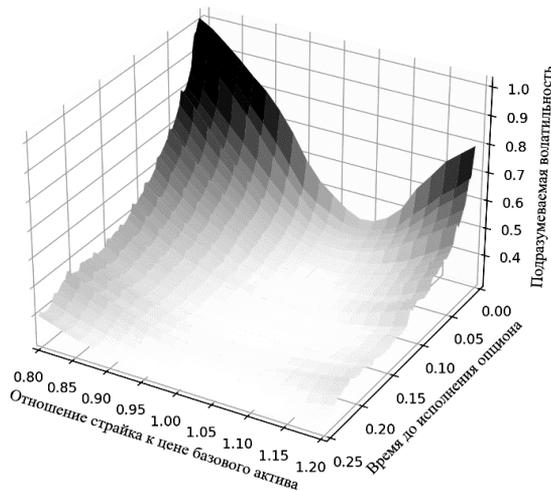
4) подразумеваемой волатильности ( $IV$ ), полученной из оптимизационной задачи Московской биржи. Оптимизационная задача включает в себя минимизацию суммы отклонений ( $resid$ ) теоретической цены опциона от рыночной (с индексом  $market$ ) по всему множеству страйков, где для опционов на покупку используются страйки ( $K_i$ ) больше цены фьючерса, а для опционов на продажу – меньше цены фьючерса. В качестве

рыночной цены используется среднее значение между bid и ask опционов. Решением задачи являются значения параметров  $(s, a, b, c, d, e)$ , из которых можно вычислить значения подразумеваемой волатильности [ССР NCC, 2022].

$$(1) \quad y = \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \ln\left(\frac{K}{F_{t;\tau}}\right) - \frac{s}{\sqrt{T}},$$

$$(2) \quad IV = a + b\left(1 - \exp^{-c \cdot y^2}\right) + \frac{d \cdot \arctg(e \cdot y)}{e},$$

$$(3) \quad \begin{aligned} resid = & \sum_{i=1}^n \left( (call_{t;T}(IV;K_i) - call_{market;t;T})^2 \cdot \frac{F_{i;\tau}}{K_i} \right) + \\ & + \sum_{j=1}^m \left( (put_{t;T}(IV;K_j) - put_{market;t;T})^2 \cdot \frac{K_j}{F_{j;\tau}} \right). \end{aligned}$$



**Рис. 1.** Средние значения подразумеваемой волатильности в зависимости от времени до исполнения

На рис. 1 отражена динамика подразумеваемой волатильности на различных уровнях moneyness (отношения страйка к цене базового актива) при изменении времени до исполнения (указано в долях от года) опциона. Как видно даже на усредненных данных, минимальное значение подразумеваемой волатильности смещено от центрального страйка, т.е., «ухмылка» волатильности является частым рыночным явлением и является своего рода предиктором растущего тренда цены базового актива, который подтверждается на исследуемом периоде наблюдений. Более того, если построить такой же график для дисперсии подразумеваемой волатильности, т.е. для каждой пары значений «время до исполнения опциона» и «отношение страйка к цене базового актива» вычислить диспер-

сию подразумеваемой волатильности по всем опционам на все базовые активы, то полученная фигура также будет иметь тренд на возрастание по мере приближения опционов к дате исполнения и смещение минимального значения с центрального страйка.

5) Рассчитанной из параметров оптимизации стоимости опционов. Теоретическая оценка Московской биржи не используется, так как она обладает большей дискретностью чем цены bid и ask, отражающие фактическую стоимость ликвидации позиции, дискретными не являются. Имеется ввиду, что к теоретическим ценам помимо шага цены и лотности в целях маржирования применяются дополнительные ограничения, делающие значения теоретических цен менее изменчивыми, например, для опционов на покупку со страйком сильно выше стоимости базового актива и опционов на продажу со страйков сильно ниже стоимости базового актива, когда теоретическая стоимость опциона близка к нулю, Московская биржа вводит минимальный порог цены, чтобы оценка риска и маржинальные требования не были равны нулю;

$$(4) \quad call_{t,T} = \exp^{-rf_{t,T} \cdot T} (F_{t;\tau} \cdot N(d_1) - K \cdot N(d_2)),$$

$$(5) \quad put_{t,T} = \exp^{-rf_{t,T} \cdot T} (K \cdot N(-d_2) - F_{t;\tau} \cdot N(-d_1)),$$

где  $N(x)$  - кумулятивная вероятность нормального стандартного распределения;

$$(6) \quad d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_{t;\tau}}{K}\right) + T \cdot \frac{IV^2}{2}}{IV \cdot \sqrt{T}},$$

$$(7) \quad d_2 = d_1 - IV \cdot \sqrt{T};$$

6) риск-премии за волатильность - разницы между физической дисперсией ( $E_t^P [Var_{t \rightarrow T}]$ ), т.е. дисперсией доходности базового актива опциона, наблюдаемой в период от  $t$  до  $T$ , и риск-нейтральной дисперсией ( $E_t^Q [Var_{t \rightarrow T}]$ ). Риск-нейтральная дисперсия в данном случае представляет собой ожидания рынка, заложенные в цены опционов [Jacobs, Li, 2020];

$$(8) \quad VRP_{t,T} = E_t^P [Var_{t \rightarrow T}] - E_t^Q [Var_{t \rightarrow T}],$$

$$(9) \quad E_t^Q [Var_{t \rightarrow T}] = \exp^{rf_{t,T} \cdot T} \left( \int_{F_{t;\tau}}^{+\infty} \frac{2 \cdot \left(1 - \ln\left(\frac{K}{F_{t;\tau}}\right)\right)}{K^2} \cdot call_{t,T}(K) \cdot dK + \int_0^{F_{t;\tau}} \frac{2 \cdot \left(1 + \ln\left(\frac{F_{t;\tau}}{K}\right)\right)}{K^2} \cdot put_{t,T}(K) \cdot dK \right),$$

$$(10) \quad E_t^P [Var_{t \rightarrow T}] = \frac{\sum_{n=1}^T \left( \ln\left(\frac{F_{T-n+1;T}}{F_{T-n;T}}\right) - u_{t;T} \right)^2}{n},$$

где  $u_{t;T}$  - средняя логарифмическая доходность базового актива в период от  $t$  до  $T$ ;

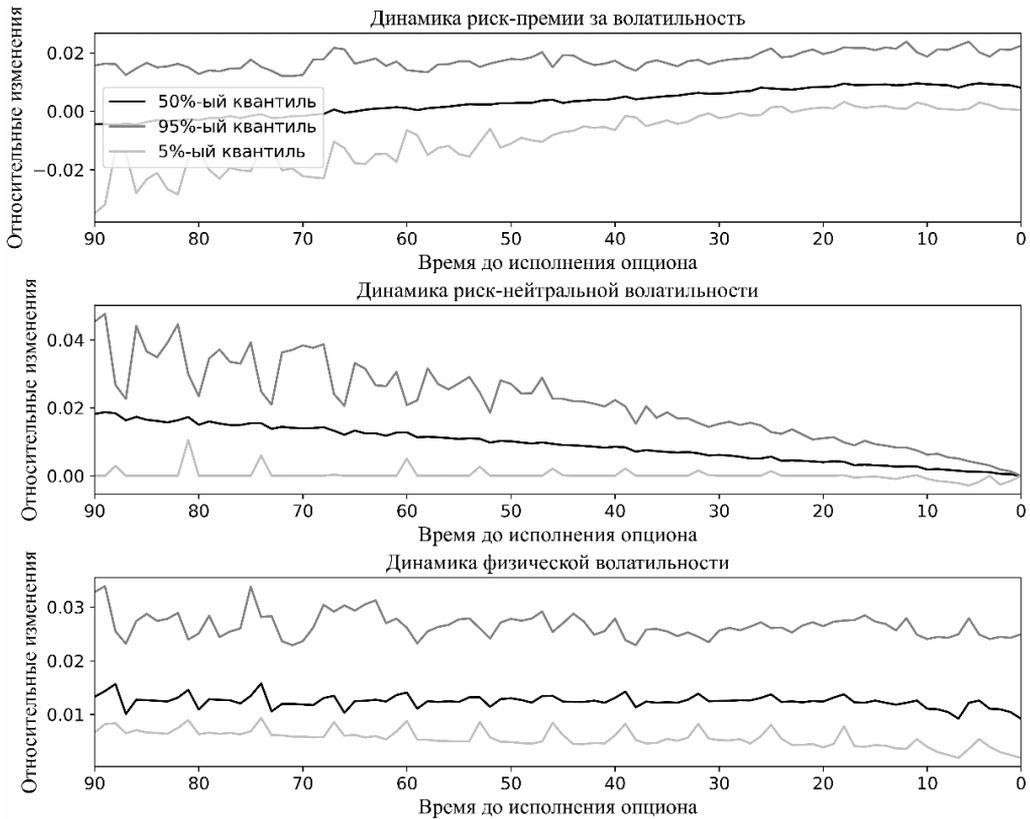


Рис. 2. Риск-премия за волатильность и ее компоненты

На рис. 2 отражена динамика риск-премии за волатильность, риск-нейтральной волатильности и физической волатильности с течением времени до исполнения опциона. Стоит отметить, что риск-премия за волатильность не является постоянной во времени за счет риск-нейтральной волатильности, а не волатильности базового актива. Так риск-нейтральная волатильность сходится к нулю с уменьшением срока до исполнения, а физическая волатильность является константой. Ввиду этого риск-премия становится положительной на малых сроках до исполнения, т.е., волатильность опциона в модели Блэка не соответствует фактической.

На рис. 3 представлена динамика риска фьючерса в зависимости от срока до исполнения опциона. Этот рисунок подтверждает факт того, что риск фьючерса не зависит от времени до исполнения. Следовательно, динамика физической волатильности может рассматриваться как константа по времени до исполнения опциона, а динамика риск-премии за волатильность может быть оценена с помощью риск-нейтральной волатильности опциона, что позволяет упростить предложенную в работе [Jacobs, Li, 2020] методологию.

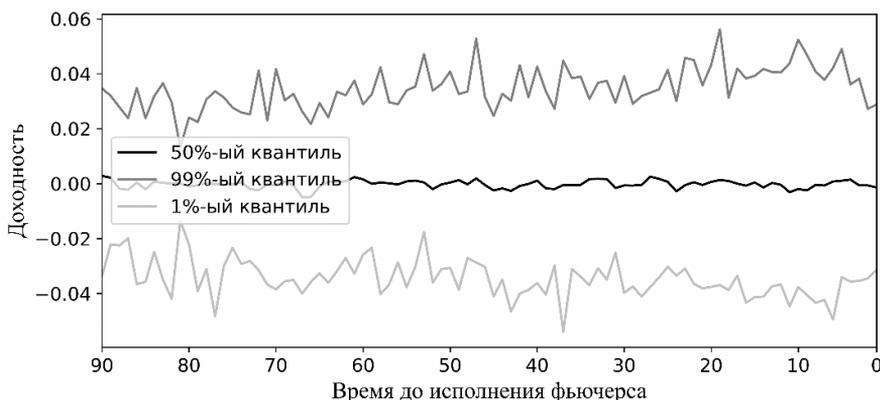


Рис. 3. Динамика риска фьючерсов по времени до исполнения опциона

#### 4. Методология исследования

Так как риск и риск-параметры опциона могут зависеть от срока до исполнения, в данной работе предлагается сначала исследовать риск опциона отдельно как самостоятельную величину. Величина риска, с которым сталкивается центральный контрагент согласно международной методологии [CPSS – IOSCO, 2012], соответствует эмпирическому квантилю потерь на горизонте как минимум в один торговый день:

$$(11) \quad VaR_{99\%}(P \& L) = -\inf \{ M \in R : \Pr(P \& L \leq M) \leq 1\% \},$$

где  $P \& L$  – прибыль или убыток по позиции;  $M$  – уровень маржинальных требований, соответствующих оценке риска.

Для расчета  $VaR$  используются наблюдения по всем опционам в момент времени до исполнения  $t$ . В каждый момент  $t$  множество опционов при фиксированном отношении страйка к стоимости базового актива за всю историю наблюдений образует распределение доходностей. Из полученного распределения рассчитывается эмпирический квантиль, что соответствует уровню риска опционов при определенном отношении страйка к стоимости базового актива в момент времени  $t$ . Повторяя вычисления для каждого  $t$ , формируется динамика риска стоимости опциона.

При наличии статистически значимой зависимости риска опциона от срока до исполнения должен существовать тренд, описывающий эту зависимость. В данном случае трендом является функция, описывающая динамику среднего значения риска. Помимо среднего значения риск имеет дисперсию, в которой также может существовать тренд на возрастание. Так как в работе фактически оптимизируется множество распределений, порожденных функциями, описывающими динамику среднего уровня риска и его дисперсии, для определения их параметров используется оценка максимального правдоподобия.

Далее для оценки влияния экзогенных факторов на риск опциона предлагается построение регрессионной модели с различными спецификациями. Сравнение моделей,

например, с использованием структуры волатильности или риск-премии за волатильность и без них, позволит оценить влияние различных факторов на уровень риска.

#### 4.1. Анализ тренда в уровне риска опционов

Сначала предлагается изучить риск опционов как самостоятельную величину, зависящую только от времени. Представленные на рис. 4 значения риска опционов во времени при различных отношениях страйка и базового актива могут быть описаны через тренд, отражающий зависимость риска от времени до исполнения, без использования дополнительных факторов. Можно отметить, что эта зависимость не одинакова для всех страйков опционов: для опционов на покупку со страйком сильно меньше цены базового актива график стремится к константе и повторяет динамику риска фьючерса (рис. 3). Для опционов на покупку со страйком около или сильно больше цены базового актива риск имеет тренд на возрастание по мере приближения опциона к исполнению. Помимо роста среднего уровня риска при отдалении цены базового актива от страйка в меньшую сторону так же растет и волатильность оценки риска.

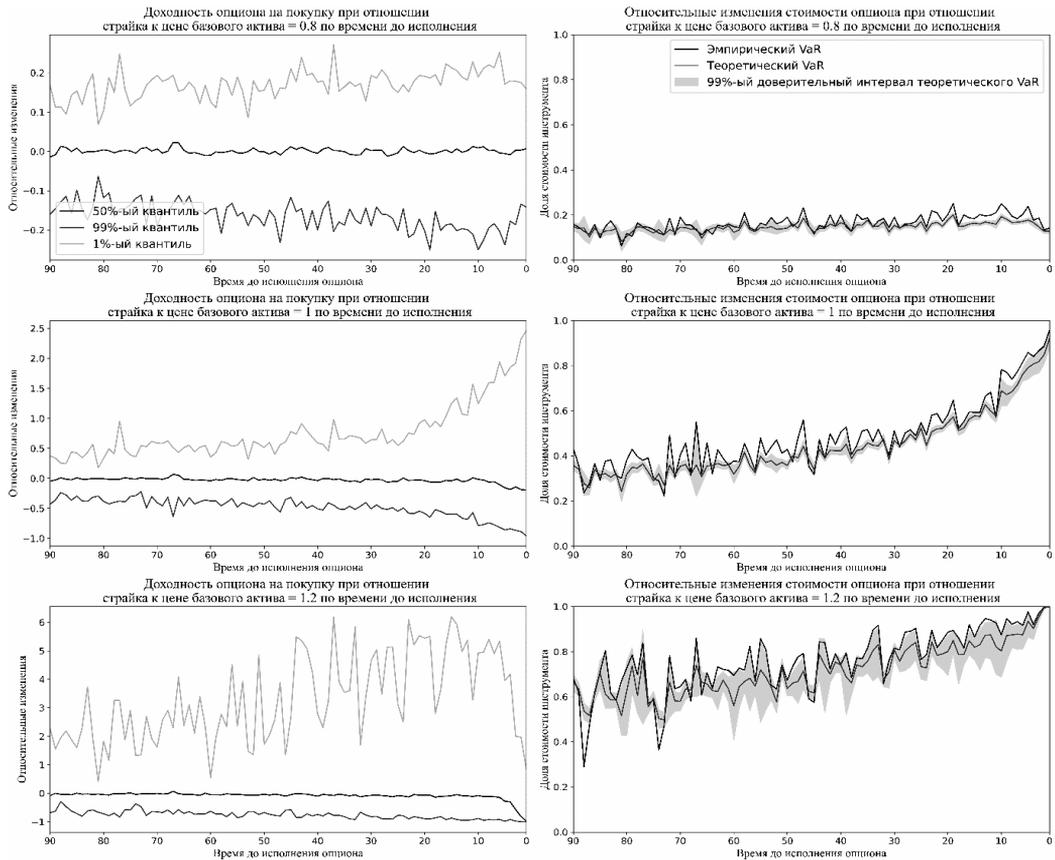


Рис. 4. Динамика доходности и риска опционов по времени до исполнения

Оценка риска в каждый момент времени до исполнения имеет следующее распределение:

$$(12) \quad VaR_{99\%}(P \& L) \sim N \left( \mu = x_p, \sigma^2 = \frac{99\% \cdot (100\% - 99\%)}{N \cdot f_h(x_p)^2} \right),$$

где  $N$  – количество наблюдений прибылей и убытков опциона;  $x_p$  – теоретическая оценка квантиля распределения доходности.

$$(13) \quad x_p = F_x^{-1}(99\%),$$

где  $F_x^{-1}$  – обратная функция нормального распределения  $x$ ;  $f_h(x_p)$  – гауссовская ядерная оценка квантиля распределения доходности.

$$(14) \quad f_h(x_p) = \exp^{-\ln \left( \frac{1}{N \cdot h} \sum_{i=1}^N k \left( \frac{x_p - x_i}{h} \right) \right)},$$

где  $k(x)$  – функция плотности стандартного нормального распределения;  $h$  – параметр сглаживания ядерной оценки.

Полученные из распределения оценки риска (12) среднее значение и стандартное отклонение позволяют сформировать распределение оценки риска в каждый момент времени, изображенное на рис. 4. Так, в каждый момент времени помимо самой оценки риска существует распределение оценок риска с определенными параметрами  $\mu_t$  и  $\sigma_t$ . Эти параметры могут быть оценены в каждый момент времени до исполнения. Формула тренда для среднего значения и стандартного отклонения соответственно:

$$(15) \quad \mu_t = a_\mu \cdot \exp^{b_\mu \cdot t} + \varepsilon_t,$$

$$(16) \quad \sigma_t = a_\sigma \cdot \exp^{b_\sigma \cdot t} + \varepsilon_t.$$

В формулах (15)–(16) не вводится константа, так как это частный случай, где  $const = a$  и  $b = 0$ . Подобное следствие из формы оптимизационной задачи может привести к неэффективности полученных оценок.

Исходя из полученного распределения в каждый момент времени методом максимального правдоподобия можно оценить параметры распределения риска опционов:

$$(17) \quad \theta = (a_\mu, b_\mu, a_\sigma, b_\sigma) = \max f(\theta) = \max \sum_{i=1}^T \left( \frac{(VaR_{99\%;i}(P \& L) - \mu_i)^2}{\sigma_i} + \ln(\sigma_i) \right),$$

где  $\theta$  – вектор оптимизируемых параметров.

При ограничении:

$$(18) \quad \forall t: \sigma_t > 0.$$

Значимость полученного результата оценивается через t-тест для коэффициентов оптимизации  $(a_\mu, b_\mu, a_\sigma, b_\sigma)$ . В таком случае дисперсией оценки параметров является главная диагональ обратной матрицы Гессе:

$$(19) \quad H(f)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial a_\mu^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial a_\mu \partial b_\sigma} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial b_\sigma \partial a_\mu} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial b_\sigma^2} \end{bmatrix}^{-1}.$$

Таким образом, статистическая значимость параметров  $(a_\mu, b_\mu, a_\sigma, b_\sigma)$  означает зависимость оценки уровня риска опционов от времени. Если подобный тренд является значимым, а остатки – случайными, то оценка риска на основе только лишь остаточного срока до исполнения допустима.

#### 4.2. Оценка влияния риск-параметров на уровень риска

Далее проверяются дополнительные гипотезы: зависимость риска опционов от премии за волатильность и от структуры подразумеваемой волатильности. Для этого предлагается построение регрессионной модели с различными спецификациями.

К каждой экзогенной переменной  $X$  в каждый момент времени до исполнения ( $t$ ) опциона применяется усреднение значений по опционам. Дополнительные корректировки (например, взвешивания) не встроены в расчет, поскольку набор данных покрывает период высокой ликвидности опционов, в силу чего при оценке риска опционов их ликвидность не принимается во внимание.

$$(20) \quad X_t = \frac{\sum_{i=1}^u X_t^i}{u},$$

где  $u$  – количество опционных контрактов, торгуемых в момент времени до исполнения  $t$ .

Для оценки влияния структуры волатильности на риск опционов дополнительно вводятся два параметра: расстояние смещения минимального уровня подразумеваемой волатильности с центрального страйка в страйках и отношение между подразумеваемой волатильностью на центральном страйке и минимальным значением подразумеваемой волатильности. Оба этих фактора отражают, насколько структура кривой подразумеваемой волатильности отлична от ожидаемой формы. Под ожидаемой формой понимается

нахождение минимального значения подразумеваемой волатильности на центральном страйке.

Расстояние смещения в страйках вычисляется как

$$(21) \quad h_t = \frac{K(\min IV)_t - K(\text{central})_t}{K_{dist}},$$

где  $K(\min IV)_t$  – страйк, на котором находится минимальное значение подразумеваемой волатильности;  $K(\text{central})_t$  – центральный страйк;  $K_{dist}$  – шаг между двумя соседними страйками – параметр, устанавливаемый биржей в ходе торгов.

Относительный размер смещения равен

$$(22) \quad d_t = \frac{\text{central}IV_t - \min IV_t}{\min IV_t},$$

где  $\text{central}IV_t$  – подразумеваемая волатильность на центральном страйке;  $\min IV_t$  – минимальное значение подразумеваемой волатильности.

На рис. 5 изображены вероятностные распределения  $h_t$  и  $d_t$  по времени до исполнения опционов. Заметно, что при большом сроке до исполнения распределение смещения в страйках очень широкое, что говорит о существенном отклонении фактических цен от рыночных ожиданий и совпадает с высокой риск-нейтральной волатильностью на рис. 2. При этом распределение относительного размера смещения волатильности, наоборот, становится более толстохвостым по мере приближения опционов к исполнению, что говорит о существенной разнице в подразумеваемой волатильности между рыночной ценой опциона и рыночными ожиданиями.

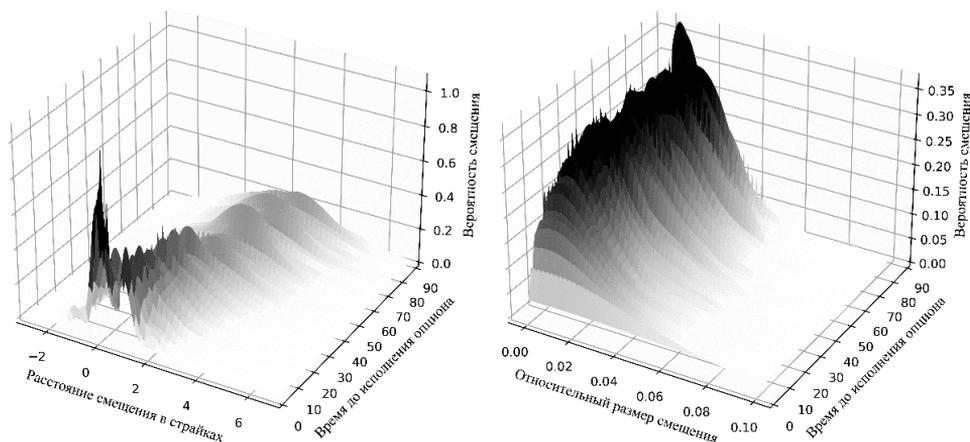


Рис. 5. Динамика смещений подразумеваемой волатильности по времени до исполнения

Далее рассмотрим корреляционную матрицу для приращений уровня риска и риск-параметров опциона при разных соотношениях страйка и цены базового актива. Уровень риска ( $Var$ ) здесь вычислен для логарифмической доходности стоимости опционов, потому что такая трансформация упрощает интерпретацию результатов: при использовании обычной доходности полученная в регрессии оценка может выходить за реально допустимые границы риска ( $-1$  и  $0$ ).

Как было сказано ранее, все факторы имеют ту или иную форму зависимости от времени до исполнения опционов, следовательно, исследование в натуральных значениях может привести к ошибочному результату. Для всех переменных (за исключением  $VRP$  и  $d$ ) используются первые разности ввиду нестационарности, что подтверждается тестами ADF, KPSS, Phillips – Perron – на выборках до 100 наблюдений нет разницы между тестами на стационарность [Arltova, Fedorova, 2016]. Поэтому регрессии проводятся в первых разностях, которые являются стационарными, как для исследуемой переменной, так и для регрессоров.

Было выявлено, что приращения уровня риска почти не коррелируют с приращениями подразумеваемой волатильности и смещений в страйках, что не в полной мере соответствует динамике риска, представленной на рис. 4 (чем выше волатильность, тем выше риск). При этом относительное смещение подразумеваемой волатильности ведет к снижению уровня риска, так как это означает позитивные рыночные ожидания, которые ведут к росту стоимости опционов на покупку. Также стоит отметить, что для оценки риска опционов, несмотря на взятие разностей, существует сильная автокорреляция.

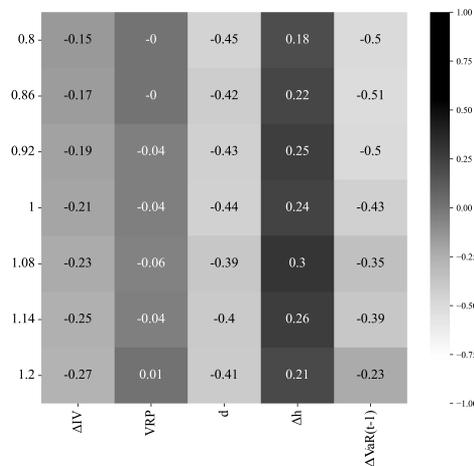
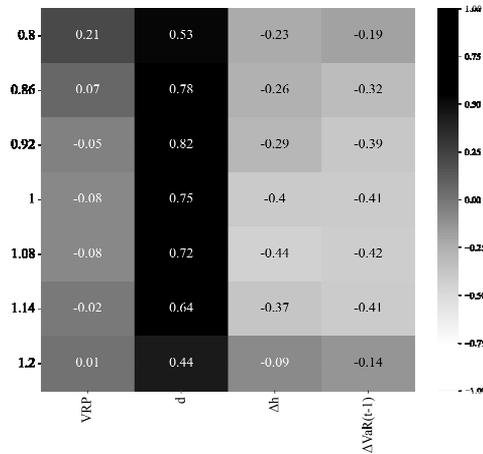


Рис. 6. Корреляционная матрица для приращений  $Var$  и риск-параметров при различных соотношениях страйка и стоимости базового актива

Ниже представлена корреляционная матрица для приращений подразумеваемой волатильности и риск-параметров опциона при разных соотношениях страйка и цены базового актива. Основным выводом является невозможность использовать в таком виде подразумеваемую волатильность и относительные смещения волатильности вместе ввиду высокой корреляции. При этом корреляция приращений подразумеваемой волатиль-

ности с приращениями смещений в страйках является не столь сильной, а с риск-премией за волатильность – почти отсутствует.

При этом значения корреляции между общими для всех страйков факторами являются невысокими:  $\rho = 0,06$  для  $\Delta VRP$  и  $d$ ;  $\rho = 0,04$  для  $\Delta VRP$  и  $\Delta h$ ;  $\rho = 0,04$  для  $d$  и  $\Delta h$ .



**Рис. 7.** Корреляционная матрица для приращений подразумеваемой волатильности и риск-параметров при различных соотношениях страйка и стоимости базового актива

В модели, представленные ниже, не включается время до исполнения опционов ( $t$ ), так как, во-первых, его влияние на риск опционов исследуется отдельно, во-вторых, его объясняющая сила для приращений оценок риска незначительна ( $R^2$  меньше 0,1%). Для проверки гипотез рассматриваются следующие спецификации модели оценки влияния подразумеваемой волатильности ( $IV_t$ ), риск-премии за волатильность ( $VRP_t$ ) и структуры волатильности ( $d_t$  и  $h_t$ ) на оценки риска логарифмической доходности ( $VaR_t$ ):

$$(23) \quad \Delta VaR_t = \alpha + \beta_1 \cdot \Delta IV_t + \beta_2 \cdot \Delta VaR_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$(24) \quad \Delta VaR_t = \alpha + \beta_1 \cdot \Delta IV_t + \beta_2 \cdot VRP_t + \beta_3 \cdot \Delta VaR_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$(25) \quad \Delta VaR_t = \alpha + \beta_1 \cdot d_t + \beta_2 \cdot \Delta h_t + \beta_3 \cdot \Delta VaR_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$(26) \quad \Delta VaR_t = \alpha + \beta_1 \cdot VRP_t + \beta_2 \cdot \Delta VaR_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$(27) \quad \Delta VaR_t = \alpha + \beta_1 \cdot VRP_t + \beta_2 \cdot d_t + \beta_3 \cdot \Delta h_t + \beta_4 \cdot \Delta VaR_{t-1} + \varepsilon_t.$$

## 5. Результаты моделирования

Далее представлены результаты исследования: использование оценки максимального правдоподобия для вычисления тренда риска опционов и построение регрессионных моделей для установления зависимости риска опционов от риск-премии за волатильность, подразумеваемой волатильности и структуры волатильности.

На рис. 8 представлены оценки максимального правдоподобия (формула (17)) для четырех параметров, определяющих динамику риска опционов. Оценка риска здесь представлена для обычной доходности опционов и взята по модулю для удобства сравнения (рис. 9). Например, при отношении страйка к цене базового актива, равном 0,8, параметры  $a_\mu$  и  $b_\mu$  равны 0,2 и  $-2$ , следовательно, при  $t$  равном 1 дню до исполнения, среднее значение уровня риска будет составлять примерно 20% от стоимости инструмента (формула (15)). Так параметр  $a_\mu$  выражает максимальное значение оценки риска, в то время как  $b_\mu$  – это скорость схождения к ней.

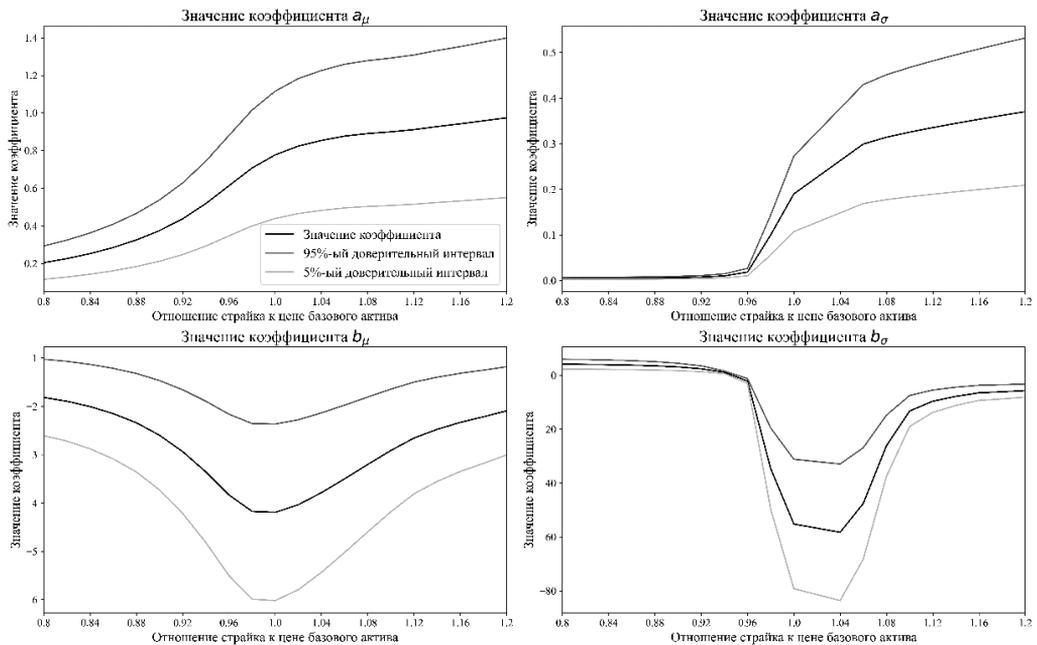


Рис. 8. Результаты определения тренда риска опционов

Из полученных результатов оптимизации можно извлечь несколько важных особенностей того, как риск опциона меняется во времени.

1. При любом соотношении страйка и стоимости базового актива существует значимый тренд на возрастание средней оценки риска по мере приближения опционов к дате исполнения.

2. Скорость возрастания риска по мере увеличения стоимости базового актива немонотонна. Наибольшая разница в риске между 90-м и 1-м днями до исполнения составляет 55% (35% и 90% соответственно) для опционов, у которых страйк равен стоимости базового актива. Для опционов, где страйк в 1,2 раза больше стоимости базового актива – 39% (58% и 97%), где страйк в 0,8 раз меньше стоимости базового актива – 7% (13% и 20%).

3. В крайних случаях, когда цена базового актива сильно выше/ниже страйка, динамика риска приближается к константе.

4. Волатильность оценки риска так же, как и средняя оценка риска, имеет тренд на возрастание по мере приближения опциона к дате исполнения. При этом динамика волатильности схожа с динамикой среднего, т.е. волатильность также возрастает сильнее всего при страйке, равном стоимости базового актива.

5. Разница между реальной динамикой риска опционов и ее трендом при всех соотношениях страйка и стоимости базового актива является случайной величиной.

На рис. 9 приведено сравнение динамики фактической оценки риска опционов и тренда риска опционов. При страйке, равном стоимости базового актива,  $R^2$  составляет 87%, но снижается в обе стороны: при росте цены базового актива до 36% и при ее снижении до 62%. Подобное снижение качества описательной модели связано с тем, что уровни риска обладают менее выраженными трендами по мере отдаления от центрального страйка, но сохраняют высокую волатильность (рис. 4).

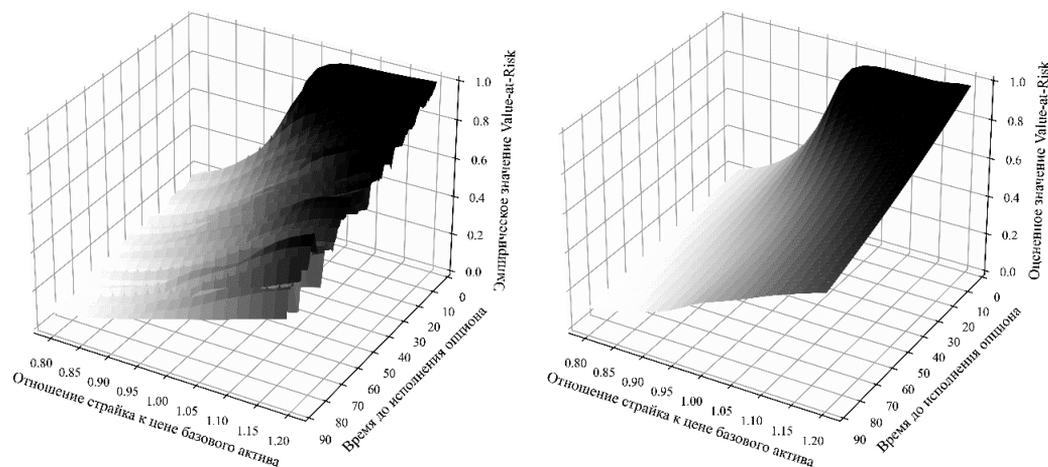


Рис. 9. Оценка тренда риска опциона

Далее рассмотрим результаты регрессионных моделей (формулы (23)–(27)) для оценки влияния риск-параметров на уровень риска опционов. Оценка риска здесь представлена для логарифмической доходности опционов.

Регрессионный анализ дает следующие результаты.

1. Риск-премия за волатильность не оказывает значимого влияния на риск опционов при использовании структуры волатильности (добавочный эффект к  $R^2$  составляет

порядка 1%). При этом риск-премия является более сильным фактором, чем приращения подразумеваемой волатильности.

2. Структура волатильности является самым сильным фактором при описании риска ( $R^2 = 49\%$ ), а подразумеваемая волатильность – самым слабым ( $R^2 = 27,7\%$ ).

3. Несмотря на то, что подразумеваемая волатильность отражает волатильность стоимости опционов, она не является значимым фактором и ее включение в модель не приводит к существенному росту объясняющей силы регрессии.

4. Рост смещения волатильности в страйках ведет к росту уровня риска, а рост относительного смещения волатильности – к снижению риска. Это означает, что при снижении минимального уровня подразумеваемой волатильности в сторону большего страйка относительно центрального риск опциона растет, при этом чем больше подразумеваемая волатильность на центральном страйке, тем ниже риск опционов.

5. Во всех случаях зависимость уровня риска от своего предыдущего значения отрицательная, т.е. снижение уровня риска в среднем приводит к его дальнейшему росту.

**Таблица 1.**

**Результаты регрессий для оценки уровня риска опционов при страйке, равном стоимости базового актива**

Форма модели	$R^2$ , %	F-тест	Тест Шапиро – Уилка	Критерий Дарбина – Уотсона	$\alpha$	$VRP$	$d$	$\Delta h$	$\Delta IV$	$\Delta VaR_{t-1}$
$IV$	27,68	0,0***	0,0***	2,03	0,06 (0,02)***				-3,25 (1,78)*	-0,52 (0,1)***
$IV + VRP$	36,98	0,0***	0,0***	2,36	0,18 (0,05)***	32,79 (9,31)***			-1,41 (0,85)*	-0,56 (0,1)***
$d + h$	48,79	0,0***	0,01***	2,31	0,23 (0,04)***		-11,74 (2,04)***	0,16 (0,06)***		-0,53 (0,09)***
$VRP$	36,50	0,0***	0,0***	2,26	0,19 (0,05)***	35,02 (8,87)***				-0,56 (0,1)***
$VRP + d + h$	49,09	0,0***	0,01***	2,29	0,22 (0,05)***	-8,94 (12,24)	-13,48 (3,25)***	0,17 (0,06)***		-0,53 (0,09)***

Примечания. Уровни значимости t-теста: «\*\*\*» –  $p < 0,01$ ; «\*\*» –  $p < 0,05$ ; «\*» –  $p < 0,1$ ; « » –  $p \geq 0,1$ .

Источник: расчеты авторов на основании данных Московской биржи.

При рассмотрении модели, использующей структуру волатильности, на различных соотношениях страйка и стоимости базового актива стоит отметить, что влияние относительного смещения подразумеваемой волатильности является немонотонным. Так, коэффициент сначала растет до страйка, близкого к центральному, и потом снижается. Но в то же время коэффициент при смещении волатильности в страйках возрастает со снижением стоимости базового актива. Влияние предыдущего значения уровня риска при любой стоимости базового актива остается одинаковым.

Таблица 2.

**Результаты регрессий для модели 25  
при различных соотношениях страйка стоимости базового актива**

Отношение страйка к стои- мости базового актива	$R^2$ , %	F-тест	Тест Шапиро – Уилка	Критерий Дарбина – Уотсона	$\alpha$	$d$	$\Delta h$	$\Delta VaR_{t-1}$
0,8	32,96	0,0***	0,0***	2,32	-0,05 (0,01)***	0,52 (0,19)***	0,04 (0,01)***	-0,55 (0,09)***
0,84	34,09	0,0***	0,0***	2,34	-0,04 (0,01)***	0,62 (0,22)***	0,05 (0,02)***	-0,56 (0,09)***
0,88	36,48	0,0***	0,0***	2,36	-0,03 (0,01)***	0,79 (0,27)***	0,07 (0,02)***	-0,56 (0,09)***
0,92	34,61	0,0***	0,0***	2,38	-0,03 (0,01)***	0,7 (0,25)***	0,09 (0,03)***	-0,53 (0,09)***
0,96	30,9	0,0***	0,0***	2,36	0,07 (0,02)***	1,17 (0,35)***	0,1 (0,04)**	-0,51 (0,09)***
1	48,79	0,0***	0,01***	2,31	0,23 (0,04)***	-11,74 (2,04)***	0,16 (0,06)***	-0,53 (0,09)***
1,04	47,8	0,0***	0,0***	2,31	0,34 (0,07)***	-20,92 (4,59)***	0,21 (0,08)***	-0,51 (0,09)***
1,08	37,7	0,0***	0,0***	2,23	0,35 (0,09)***	-17,22 (6,04)***	0,27 (0,11)**	-0,48 (0,1)***
1,12	35,78	0,0***	0,0***	2,26	0,32 (0,11)***	-14,36 (5,56)***	0,26 (0,10)***	-0,55 (0,09)***
1,16	39,39	0,0***	0,0***	2,18	0,42 (0,11)***	-25,85 (7,79)***	0,43 (0,14)***	-0,55 (0,09)***
1,2	44,35	0,0***	0,0***	2,15	0,68 (0,13)***	-39,74 (8,9)***	0,56 (0,16)***	-0,53 (0,09)***

*Примечания.* Уровни значимости t-теста: «\*\*\*» –  $p < 0,01$ ; «\*\*» –  $p < 0,05$ ; «\*» –  $p < 0,1$ ; «>» –  $p \geq 0,1$ .

*Источник:* расчеты авторов на основании данных Московской биржи.

## 6. Заключение

В работе была проведена проверка трех гипотез, описывающих зависимость риска опционов от их риск-параметров и рыночной ситуации, а именно: от срока до исполнения, структуры волатильности, премии за волатильность. В качестве базы для исследования были использованы данные срочной секции Московской биржи по опционам на 27 различных базовых активах за 2009–2021 гг. На их основе были вычислены оценки риска опционов, как исследуемая величина, и факторы ее описывающие: риск-премия за волатильность, подразумеваемая волатильность, относительное смещение волатильности и размер смещения волатильности в страйках. Для проверки вышеуказанных гипотез использовались метод максимального правдоподобия (для оценки тренда) и метод наименьших квадратов (для оценки влияния риск-параметров).

Для риска опционов было установлено, что при любом соотношении страйка и стоимости базового актива существует статистически значимый тренд на возрастание риска по мере приближения опциона к дате исполнения. И средняя оценка риска, и волатильность этой оценки имеют выраженный тренд на возрастание. Скорость возрастания риска по мере увеличения стоимости базового актива не монотонна: на исследуемом временном интервале опционов самая большая разница составляет 55% (от 35% до 90%). Таким образом, риск опциона значимо зависит от срока до исполнения. Эта зависимость является неоднородной при изменении стоимости базового актива, но описание трендом уровня риска составляет 62–87% для случаев, когда стоимость базового актива меньше страйка.

Также было выявлено, что существует зависимость риска опциона от структуры волатильности. Несмотря на то, что подразумеваемая волатильность и ее структура схожи по своей природе, они имеют разную динамику и их совместное использование невозможно ввиду высокой корреляции. Важно отметить, что несмотря на то, что подразумеваемая волатильность фактически описывает волатильность стоимости опционов, она не является значимым фактором. Риск-премия за волатильность является значимым фактором для описания риска опционов, но только при ее отдельном использовании.

Во всех случаях относительное смещение волатильности значимо снижает уровень риска на центральном страйке, расстояние смещения значимо повышает уровень риска. Структура волатильности вместе с этим оказывает значимое влияние на уровень риска, но относительное смещение и смещение в страйках противоположны по своему влиянию для опционов со стоимостью базового актива меньше страйка.

Помимо учета этих аспектов имеется потенциал для повышения чувствительности модели оценки риск-параметров в части опционов со страйком ниже стоимости базового актива, так как там при значимых коэффициентах регрессионных моделей и значимом тренде точность оказалась ниже, чем в других случаях.

Было выявлено существование тренда, описывающего уровень риска опционов по мере их приближения к исполнению, и структуры волатильности, имеющей объясняющую силу в оценке риска опционов. Данные эмпирически выявленные факторы, не учитываемые Московской биржей при назначении маржинальных требований, могут значимо повысить точность оценки риска имеющейся модели. Также существует возможность использования предложенных методов при анализе портфелей или опционных стратегий, что позволит уточнить полученный результат и расширить его на более сложные позиции. В дальнейшем представляет интерес модифицировать существующую модель оценки маржинальных требований с использованием предложенных методов.

## Приложение

Таблица П1.

### Расшифровка тикеров используемых опционов

Тикер опциона	Наименование базового актива фьючерса
AFLT	Обыкновенные акции ПАО «Аэрофлот»
ALRS	Обыкновенные акции ПАО «Алроса»
CHMF	Обыкновенные акции ПАО «Северсталь»
FEES	Обыкновенные акции ПАО «ФСК ЕЭС»
GAZR	Обыкновенные акции ПАО «Газпром»
GMKN	Обыкновенные акции ПАО «ГМК „Норильский никель“»
HYDR	Обыкновенные акции ПАО «РусГидро»
LKOH	Обыкновенные акции ПАО «ЛУКОЙЛ»
MAGN	Обыкновенные акции ПАО «Магнитогорский металлургический комбинат»
MGNT	Обыкновенные акции ПАО «Магнит»
MIX	Индекс Московской биржи
MOEX	Обыкновенные акции ПАО «Московская биржа»
MTSI	Обыкновенные акции ПАО «МТС»
MXI	Индекс Московской биржи (мини)
NLMK	Обыкновенные акции ПАО «Группа НЛМК»
NOTK	Обыкновенные акции ПАО «НОВАТЭК»
PLZL	Обыкновенные акции ПАО «Полюс»
ROSN	Обыкновенные акции ПАО «Нефтяная компания „Роснефть“»
RTKM	Обыкновенные акции ПАО «Ростелеком»
RTS	Индекс РТС
SBPR	Привилегированные акции ПАО «Сбербанк»
SBRF	Обыкновенные акции ПАО «Сбербанк»
SNGP	Обыкновенные акции ПАО «Сургутнефтегаз»
TATN	Обыкновенные акции ПАО «Татнефть»
TRNF	Привилегированные акции ПАО «Транснефть»
URKA	Обыкновенные акции ПАО «Уралкалий»
VTBR	Обыкновенные акции ПАО «ВТБ»

\* \*

\*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Потанов А.И., Курбангалеев М.З.* Сравнение подходов к оценке риска со стороны центрального контрагента // Экономический журнал ВШЭ. 2023. Т. 27. № 2. С. 196–219.
- Andersen T.G., Fusari N., Todorov V.* The Risk Premia Embedded in Index Options // Journal of Financial Economics. 2015. 117 (3). P. 558–584.
- Arltova M., Fedorova D.* Selection of Unit Root Test on the Basis of Length of the Time Series and Value of AR(1) Parameter // Statistica. 2016. 96(3). P. 47–64.
- Bank for International Settlements and International Organization of Securities Commissions.* Committee on Payment and Settlement Systems. Technical Committee of the International Organization of Securities Commissions. Principles for Financial Market Infrastructures. 2012.
- Bates D.* Post-'87 Crash Fears in S&P 500 Futures Options // Journal of Econometrics. 2000. 94. P. 181–238.
- Bernales A., Chen L., Valenzuela M.* Learning and Forecasts about Option Returns through the Volatility Risk Premium // Journal of Economic Dynamics and Control. 2017. 82. P. 312–330.
- Bianconi M., MacLachlan S., Sammon M.* Implied Volatility and the Risk-Free Rate of Return in Options Markets // The North American Journal of Economics and Finance. 2015. 31. P. 1–26.
- Bliss R.R., Panigirtzoglou N.* Option-Implied Risk Aversion Estimates // The Journal of Finance. 2004. 59 (1). P. 407–446.
- Britten-Jones M., Schaefer S.* Non-linear Value-at-Risk // Review of Finance. 1999. 2 (2). P. 161–187.
- Carr P., Wu L.* Analyzing Volatility Risk and Risk Premium in Option Contracts: A New Theory // Journal of Financial Economics. 2016. 120 (1). P. 1–20.
- CCP NCC Management Board.* CCP NCC Margin Calculation Principles for Derivatives. 2020.
- CCP NCC Management Board.* CCP NCC Methodology for Risk Parameters of Moscow Exchange Derivatives Market. 2019.
- CCP NCC Management Board.* Methodology for Calculating the Theoretical Price of the Option and the “delta” Coefficient. 2022.
- CCP NCC Management Board.* Procedure for Calculating Volatility Curves. CCP NCC Management Board. 2022.
- CME Group.* Chicago Mercantile Exchange. Standard Portfolio Analysis of Risk. 2019.
- International Swaps and Derivatives Association, Inc.* Standard Initial Margin Model. 2023.
- Jacobs K., Li B.* Option Returns, Risk Premiums, and Demand Pressure in Energy Markets // Journal of Banking & Finance. 2022. 146 (2). P. 1–58.
- Kiesel R., Rahe F.* Option Pricing under Time-Varying Risk-Aversion with Applications to Risk Forecasting // Journal of Banking & Finance. 2017. 76. P. 120–138.
- Mitra S.* Efficient Option Risk Measurement with Reduced Model Risk // Insurance: Mathematics and Economics. 2017. 72. P. 163–174.
- MOEX.* Specification of Margin Option on RTS Index Futures Contract. 2008.
- Pan J.* The Jump-Risk Premia Implicit in Options: Evidence from An Integrated Time-Series Study // Journal of Financial Economics. 2002. 63. P. 3–50.
- Pang X., Zhu S., Cui X., Ma J.* Systemic Risk of Optioned Portfolios: Controllability and Optimization // Journal of Economic Dynamics and Control. 2023. 153. P. 1–47.
- Yun J.* The Role of Time-Varying Jump Risk Premia in Pricing Stock Index Options // Journal of Empirical Finance. 2011. 18. P. 833–846.

## Options Time Risk-Profile

**Artyom Potapov**

National Research University Higher School of Economics,  
11, Pokrovsky Blvd., Moscow, 109028, Russian Federation.  
E-mail: aipotapov@hse.ru

The risk assessment of options for margining purposes is determined on exchanges using sensitivity coefficients or fixed scenarios of changes in risk parameters. Such methods cannot accurately estimate risk because they do not consider the dependence of option risk on the time to exercise. This dependence should be taken into account in modeling due to the variability of sensitivity coefficients over time to maturity and the time-structure of risk factors. This paper evaluates the effect of time to maturity and time-dependent risk parameters on option risk: implied volatility, implied volatility structure, and volatility risk premium. It was proved that there is a significant trend for the increase of risk assessment as the option approaches the exercise date. Moreover, not only the average risk estimate increases, but also its variance. For options with a strike different from the value of the underlying asset, the trend becomes less explicit, and the accuracy of the estimate decreases with distance from the central strike. But when the strike and the value of the underlying asset are equal, the trend describes the risk dynamics almost completely. It was found that there is a dependence of option risk on the structure of implied volatility: relative volatility bias significantly reduces the level of risk at the central strike, while the distance of bias increases the level of risk. It is important to note that implied volatility, although describing the volatility of option value, does not affect the level of option risk. The volatility risk premium is a relevant factor in describing option risk, but only for the paired regression cases.

**Key words:** derivatives; Value-at-Risk; risk forecasting; risk-premia; time to expiration; trend estimate.

**JEL Classification:** G17, G32.

\* \*  
\*

### *References*

Andersen T.G., Fusari N., Todorov V. (2015) The Risk Premia Embedded in Index Options. *Journal of Financial Economics*, 117, 3, pp. 558–584.

- Arltova M., Fedorova D. (2016) Selection of Unit Root Test on the Basis of Length of the Time Series and Value of AR(1) Parameter. *Statistica*, 96, 3, pp. 47–64.
- Bank for International Settlements and International Organization of Securities Commissions. Committee on Payment and Settlement Systems. Technical Committee of the International Organization of Securities Commissions (2012) *Principles for Financial Market Infrastructures*.
- Bates D. (2000) Post-'87 Crash Fears in S&P 500 Futures Options. *Journal of Econometrics*, 94, pp. 181–238.
- Bernales A., Chen L., Valenzuela M. (2017) Learning and Forecasts about Option Returns through the Volatility Risk Premium. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 82, pp. 312–330.
- Bianconi M., MacLachlan S., Sammon M. (2015) Implied Volatility and the Risk-Free Rate of Return in Options Markets. *The North American Journal of Economics and Finance*, 31, pp. 1–26.
- Bliss R.R., Panigirtzoglou N. (2004) Option-Implied Risk Aversion Estimates. *The Journal of Finance*, 59, 1, pp. 407–446.
- Britten-Jones M., Schaefer S. (1999) Non-linear Value-at-Risk. *Review of Finance*, 2, 2, pp. 161–187.
- Carr P., Wu L. (2016) Analyzing Volatility Risk and Risk Premium in Option Contracts: A New Theory. *Journal of Financial Economics*, 120, 1, pp. 1–20.
- CCP NCC Management Board (2020) *CCP NCC Margin Calculation Principles for Derivatives*.
- CCP NCC Management Board (2019) *CCP NCC Methodology for Risk Parameters of Moscow Exchange Derivatives Market*.
- CCP NCC Management Board (2022) *Methodology for Calculating the Theoretical Price of the Option and the "delta" Coefficient*.
- CCP NCC Management Board (2022) *Procedure for Calculating Volatility Curves*. CCP NCC Management Board.
- CME Group (2019) *Chicago Mercantile Exchange. Standard Portfolio Analysis of Risk*.
- International Swaps and Derivatives Association (2023) *Standard Initial Margin Model*.
- Jacobs K., Li B. (2022) Option Returns, Risk Premiums, and Demand Pressure in Energy Markets. *Journal of Banking & Finance*, 146, 2, pp. 1–58.
- Kiesel R., Rahe F. (2017) Option Pricing under Time-Varying Risk-Aversion with Applications to Risk Forecasting. *Journal of Banking & Finance*, 76, pp. 120–138.
- Mitra S. (2017) Efficient Option Risk Measurement with Reduced Model Risk. *Insurance: Mathematics and Economics*, 72, pp. 163–174.
- MOEX (2008) *Specification of Margin Option on RTS Index Futures Contract*.
- Pan J. (2002) The Jump-Risk Premia Implicit in Options: Evidence from An Integrated Time-Series Study. *Journal of Financial Economics*, 63, pp. 3–50.
- Pang X., Zhu S., Cui X., Ma J. (2023) Systemic Risk of Optioned Portfolios: Controllability and Optimization. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 153, pp. 1–47.
- Potapov A.I., Kurbangaleev M.Z. (2023) Comparison of Central Counterparty Risk Assessment Approaches. *HSE Economic Journal*, 27, 2, pp. 196–219.
- Yun J. (2011) The Role of Time-Varying Jump Risk Premia in Pricing Stock Index Options. *Journal of Empirical Finance*, 18, pp. 833–846.

УДК 336.74

## Comparative Analysis of Machine Learning Models for Money Demand Forecasting in the Indian Economy<sup>1</sup>

Shweta Sikhwal<sup>1</sup>, Sreenjay Sen<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Research University Higher School of Economics,  
18, Myasnitckaya Str., Moscow, 101000, Russian Federation.  
E-mail: shsikkhval@hse.ru

<sup>2</sup> Upthink Edutech Private Limited,  
Office No. 401, A Wing Lohia Jain IT Park, Paud Road, 411038 Pune, India.  
E-mail: sreenjay07@gmail.com

The study investigates the predictive efficacy of various machine learning methodologies, encompassing Random Forest (RF) regression, Gradient Boosting (GB), Xtreme Gradient Boosting (XGBoost), Support Vector Regression (SVR), Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO) regression, and a deep learning technique, specifically Long Short-Term Memory (LSTM). The benchmark method employed is the autoregressive (AR) model of order 1. With a focus on forecasting money demand for the Indian economy, a crucial component for achieving the Central Bank of India's inflation targeting objective, a comprehensive monthly dataset from 1997 to 2021 is utilized.

The obtained results underline the robust predictive capabilities of the employed models concerning both narrow and broad money demand forecasts. By employing a range of evaluation metrics, the study rigorously compares the predictive performance of these models. Using the expanding window cross validation with time series split, the models are cross-validated to ensure accurate forecasts

---

<sup>1</sup> Funding. This work was supported within the framework of the Basic Research Program at the National Research University Higher School of Economics (HSE).

Availability of data and material. Data used in this article is available upon request.

Acknowledgements. We are grateful to Ivan Stankevich for his valuable comments on the paper. We are also thankful to Marek Dabrowski and Svetlana Avdasheva for guiding us through the research. All mistakes and errors are entirely our own.

**Shweta Sikhwal** – Research Assistant at International Centre for the Study of Institutions and Development, HSE University.

**Sreenjay Sen** – Data Analyst at Upthink Edutech Private Limited.

The article was received: 29.08.2023/The article is accepted for publication: 08.02.2024.

of monetary aggregates. Moreover, the Diebold – Mariano test is utilized to evaluate and compare the quality of forecasts.

In particular, the research finds the superiority of LSTM and LASSO in predictive capabilities for narrow and broad money demand, respectively. These findings collectively contribute to enhancing the understanding of money demand prediction, thus facilitating informed decision-making within the realm of monetary policy.

**Key words:** narrow money demand; broad money demand; machine learning models; Random Forest regression; Gradient Boosting; Xtreme Gradient Boosting; Support Vector Regression; LASSO; long short-term memory.

**JEL Classification:** C53; E41; E47.

**DOI:** 10.17323/1813-8691-2024-28-1-133-158

**For citation:** Sikhwal S., Sen S. Comparative Analysis of Machine Learning Models for Money Demand Forecasting in the Indian Economy. *HSE Economic Journal*. 2024; 28(1): 133–158.

## 1. Introduction

In recent years, the rapid advancements in Machine Learning (ML) techniques have generated considerable interest in their application for accurate forecasting of key macroeconomic variables. These models offer promising opportunities for enhancing monetary policy decisions. When examining the stability of money demand, the Money Demand Function (MDF) serves as a vital tool, establishing a connection between money stocks and crucial macroeconomic indicators such as aggregate income and interest rates. A stable MDF plays a pivotal role in steering an economy towards its ultimate objective of price stability. According to [Laidler, 1982], the concept of a "stable demand for money function" implies the ability to explain variations in money holdings through functional relationships involving a concise set of variables. These relationships should produce statistically significant results within commonly accepted thresholds. With this objective in mind, our research focuses on exploring ML approaches to forecast the money demand of the Indian economy.

The demand for money function has garnered considerable empirical attention due to its profound implications for the effectiveness of monetary policy, seigniorage, inflation dynamics, and other crucial macroeconomic considerations. The new-monetarist economists emphasize the importance of money in the monetary policy framework. Thornton (2014) asserts that money plays a crucial role in monetary policy, primarily for its role in regulating the price level. Additionally, he argues that the perceived influence of the monetary authority in managing interest rates is overstated. Bordo, Jonung (2003) contend that economists and central bankers tend to view the money supply as directly proportional to the rate of inflation. Consequently, predictions of future inflation often hinge on a retrospective examination of money demand factors. King (2001) and Nelson (2003) caution against neglecting the importance of money, especially in the pursuit of maintaining price stability through monetary policy operations.

In the specific context of the Central Bank of India's current monetary policy framework, the accurate prediction of money demand assumes paramount importance for the successful im-

plementation of policy measures. Since the formal adoption of inflation targeting in India in 2016, with a focus on maintaining price stability within a Consumer Price Index (CPI) band of 4% +/- 2%, the stability of money demand has emerged as a pivotal factor in achieving efficient price stability objectives. According to the quantity theory of money, the rate of inflation can be influenced by the growth rate of the money supply, assuming a stable money demand. Consequently, a comprehensive examination of the MDF and its precise forecasting becomes imperative. Understanding the factors that drive money demand and accurately predicting its behavior are essential for formulating effective monetary policy strategies. Therefore, our study aims to provide a thorough analysis of the MDF and employ advanced forecasting techniques to enhance the precision of money demand predictions.

Accurate estimation of the MDF is of importance for the effective implementation of monetary policy. The stability of the MDF refers to the degree to which the relationship between money demand and its determinants remains consistent over time. The MDF captures the influence of various factors, such as income, interest rates, and inflation, on the demand for money. Earlier studies have found a stable MDF after factoring in financial development [Arrau et al., 1995; Dekle, Pradhan, 1999; James, 2005; Adil et al., 2020]. If the MDF exhibits stability, it implies that the same set of determinants that currently affect money demand will continue to do so in the future. This stability enhances policymakers' ability to anticipate how changes in monetary policy or economic conditions will impact money demand and, consequently, the overall economy. By understanding and accurately estimating the stability of the MDF, policymakers can make informed decisions and formulate effective strategies to achieve desired monetary policy outcomes. In contrast, when the MDF exhibits instability, predicting the impact of economic changes on money demand becomes challenging, contributing to financial market volatility and broader economic instability. Policymakers are then faced with the task of revising policies more frequently and exercising greater caution in their decision-making processes to maintain economic stability.

The application of ML models in MDF forecasting provides valuable insights to policymakers, enabling a deeper understanding of these intricate dynamics. Predictions stemming from ML techniques may be more accurate than those derived from conventional approaches [Bajari et al., 2015]. By leveraging the predictive power of ML, our aim is to enhance the accuracy of MDF forecasts. Thus, the purpose of the study is to provide a better forecast of money demand for both narrow and broad monetary aggregates in India using ML and deep learning models and compare their efficacy.

Various methods have been proposed to understand money demand dynamics, including the Autoregressive Distributed Lag Model (ARDL), Error Correction Model (ECM), and Vector Autoregression (VAR). However, a deep learning approach, such as Long Short-Term Memory (LSTM), offers a more effective alternative due to its ability to capture non-linear relationships in time-series analysis. These models outperform traditional approaches and require less prior understanding of the complex relationships between variables. This highlights the potential of ML in enhancing money demand forecasting by uncovering hidden patterns and dynamics that traditional methods may overlook. In this paper, we employ an LSTM-based deep learning approach to forecast the MDF in the context of India. We also compare the performance of this approach with other models, including Random Forest (RF) regression, Gradient Boosting (GB), Xtreme Gradient Boosting (XGBoost), Support Vector Regression (SVR), Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO) regression, and Autoregression (AR) of order 1.

The study is structured into six sections. Section 2 provides an extensive review of previous studies focusing on the stability of money demand. In Section 3, we describe the dataset and the methodology employed for our analysis. Section 4 describes model validation. The empirical analysis of the results is presented in Section 5. Finally, Section 6 concludes the study by summarizing the key findings.

## 2. Literature Review

The understanding of money demand behavior and its interaction with macroeconomic variables such as output and inflation has been a popular topic of research because of its importance in price stability. In this section, we will briefly discuss the empirical research done in this area.

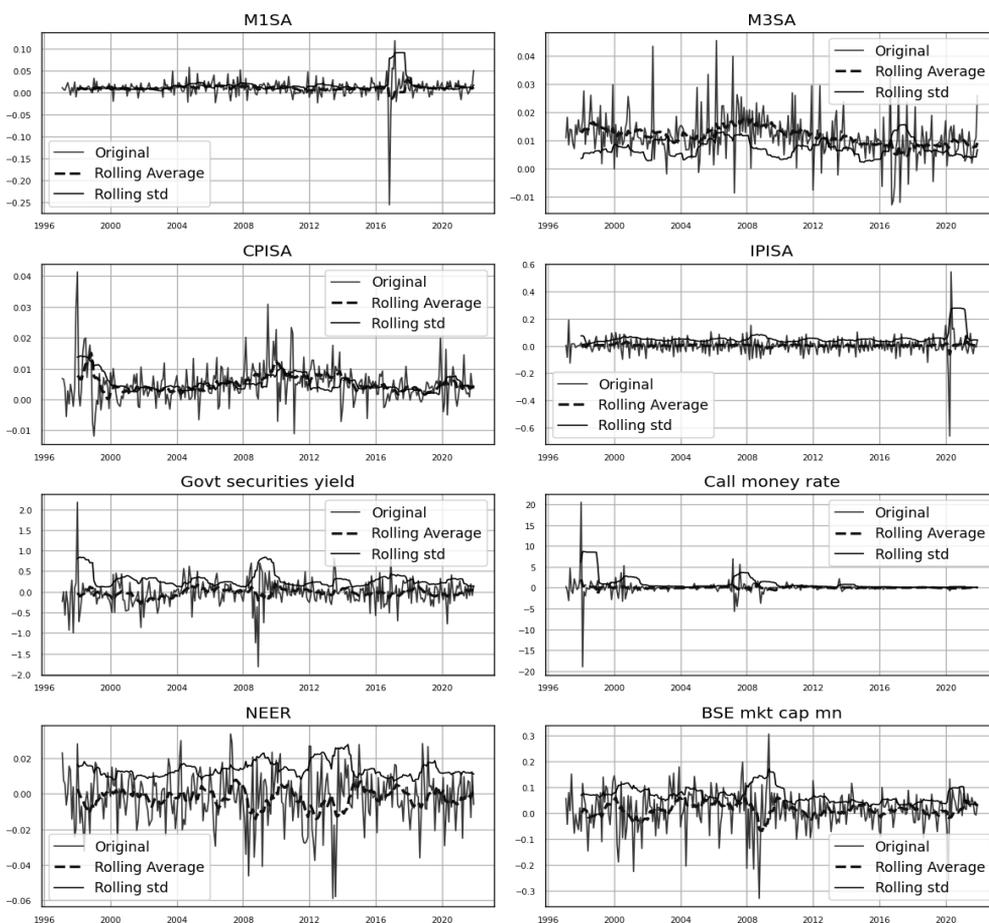
Adil et al. (2020) examined money demand in India during the post-reform period using quarterly data from 1996 to 2016. Their findings, based on the co-integration approach and stability tests, indicated stable dynamics in the real money balances (M1 and M3) when incorporating financial innovation. Bahmani-Oskooee (1996) examined the stable long-run relationship between money demand and its determinants in the Japanese economy. Using quarterly data from 1975 to 1992, the study found a significant negative error correction term, indicating the Japanese economy's adjustment to short-run money market imbalances. The findings highlight the importance of considering income and interest rate fluctuations in monetary policy decision-making in Japan. Akinlo (2006) employed the ARDL approach in conjunction with the CUSUM and CUSUMSQ tests. They concluded a relatively stable relationship between M2 and key variables such as income, interest rate, and exchange rate.

Aggarwal (2016) analyzed India's MDF and observed temporary shocks in interest rates and M1, indicating the absence of a long-term equilibrium relationship. Bahmani-Oskooee et al. (2015) find evidence of a stable relationship between money demand and its covariates, indicating a stable long-run MDF. Barnett et al. (2022) examine the stability of money demand using Divisia measures. They find that Divisia monetary aggregates consistently outperform simple-sum measures, challenging the notion of money demand instability. The study emphasizes the importance of using accurate measures of money in economic analysis and has implications for monetary policy and understanding the money-economy relationship. Ball (2012) investigates the short-term dynamics of money demand, with a focus on the impact of interest rates, income, and inflation. The research examines the behavior of M1 in the U.S. from 1960 to 1993. The author points out the importance of understanding money demand, especially in the context of reversing the quantitative easing policy.

Goulet Coulombe et al. (2022) highlight the useful features of ML approaches over standard econometric models and study features such as non-linearity, regularization, and cross-validation used in ML. The authors conclude that ML is powerful in understanding the nonlinearity present in macroeconomic data, which is mostly present in periods of uncertainty, and incorporating this important feature would result in a better forecast. Gogas et al. (2019) use the SVR approach to investigate whether monetary aggregates can affect real economic activity in order to understand money neutrality. By employing a feed-forward artificial neural network (ANN), Pham et al. (2022) forecast the monthly inflation in Vietnam. They assert the proposed model to be reliable because of the narrow gap between actual and predicted inflation values. Nguyen et al. (2022) proposed the LSTM approach for macroeconomic forecasting on a total of 215 macroeconomic variables. The authors argue that the LSTM-based approach outperforms models such as

VAR in predicting a large number of macroeconomic variables simultaneously. Uyen et al. (2022) point out that even when OLS works well, LASSO regression can still be advantageous in variable selection and prediction.

Our research is closely aligned with the study conducted by [Ghose et al., 2021] as we delve into the realm of money demand forecasting and its predictive potential using ML models. In their work, they explore the effectiveness of ML models in comparison to traditional econometric approaches. While they found RF regression to be effective, we aim to further enhance the ML framework by employing deep learning approaches. Deep learning models, such as LSTM, offer the ability to learn complex patterns in the data through multiple processing layers.



**Fig. 1.** Data series after first level differencing (Stationary dataset)

### 3. Dataset, Model Specification and Methodology

#### 3.1. Dataset

The dataset used in our research comprises a monthly time series covering the period from 1997 to 2021, focusing on the Indian economy. The objective of our study is to forecast both the narrow monetary aggregate (M1) and the broad monetary aggregate (M3). To ensure accuracy in capturing the characteristics of these aggregates, we have to select an appropriate interest rate variable. Following the approach outlined by [Ball, 2012], we use the call money rate as the interest rate variable for the M1 model, while the government securities yield is employed for the M3 model. Income is approximated using the Index of Industrial Production (IIP), and the nominal effective exchange rate is incorporated to capture exchange rate dynamics. To gauge the financial stability of the Indian economy, we adopt the market capitalization of the Bombay Stock Exchange (BSE) as a proxy. The dataset is sourced from CEIC, and we apply seasonal adjustments to IIP, CPI, M1, and M3 using the X13 ARIMA seasonal adjustment approach.

#### 3.2. Model Specification and Preliminary Analysis

The log linearized MDF is defined in the following:

$$(1) \quad \ln \left( \frac{M_{tj}}{P_t} \right) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Y_t + \alpha_2 R_{tj} + \alpha_3 \ln E_t + \alpha_4 \ln C_t + u_t.$$

In equation 1,  $\ln$  represents the natural logarithm operator.  $M_{tj}$  denotes the nominal stock of money balances for time period  $t$ , where  $j$  represents either the narrow money balances (M1) or the broad money balances (M3). To calculate real money balances, we divide the nominal stock of money balances by the prevailing price level, represented by the CPI denoted as  $P_t$ . The variables in the equation include  $Y_t$ , which represents the IIP,  $R_t$  as the interest rate variable (call money rate for M1 and government securities rate for M3),  $E_t$  as the nominal effective exchange rate, and  $C_t$  as the market capitalization measured by the BSE stock valuation. We have taken a natural log of all the variables except for the interest rate variables, which are in percentage form.

Before proceeding with the analysis, it is crucial to assess the stationarity of the time series. To determine stationarity, we conduct the Augmented Dickey – Fuller (ADF) and Phillips – Perron (PP) tests, considering a maximum lag length of 15. The results of the unit root test, presented in Section 5, indicate that all the data series are non-stationary at the level.

In our analysis, we employed the log difference transformation to address the non-stationarity of time series data and to model the continuous growth rates of economic variables. This approach involves taking the natural logarithm of each variable and then calculating the difference between consecutive logarithmic values. Figure 1 illustrates the transformed data.

### 3.3. Methodology

#### 3.3.1. Autoregression of Order 1

The Autoregressive (AR) model of order 1, denoted as AR (1), models the next time step in a series as a linear function of the observation at the previous time step, plus a noise term. The AR (1) model is a single-variable (univariate) model that relies on the assumption that past values have a linear influence on future values. The AR (1) model can be formally expressed by the following equation:

$$(2) \quad Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Where  $Y_t$  is the value of the time series at time  $t$ ;  $c$  is a constant term;  $\phi_1$  is the coefficient for the first lag of the series. It quantifies the influence of the previous time step's value ( $Y_{t-1}$ ) on the current value  $Y_t$ . ( $Y_{t-1}$ ) is the value of the time series at time  $t - 1$ , the previous time step;  $\varepsilon_t$  is white noise error at time  $t$ , which is assumed to be a normally distributed random variable with mean zero and constant variance. This term accounts for randomness or unpredictability in the time series that is not explained by the lagged values. The parameter  $\phi$  measures how changes in the previous time step affect the current value. A value close to 1 indicates a strong positive relationship with the previous step, a value close to  $-1$  indicates a strong negative relationship, and a value close to 0 indicates a weak relationship.

#### 3.3.2. Random Forest Regression

The Random Forest (RF) method is an extension of the decision tree technique, which employs a flowchart-like tree structure. The flowchart-like structure of decision trees aids in decision-making by visualizing the paths taken to reach a conclusion based on input features. At each internal node, a decision is made by evaluating an attribute against a threshold. Branches from these nodes lead to new questions or decisions, culminating in leaf nodes that represent the final outcomes or predictions. This structure simplifies complex decision processes, enabling both straightforward interpretation of how decisions are made and easy identification of the most influential factors in the decision-making process. The learning process of a decision tree involves dividing the source set into subsets based on attribute value tests, recursively partitioning the derived subsets. This recursion continues until all nodes within a subset have the same target variable value, or when further splitting does not contribute significantly to predictions.

It builds multiple decision trees and merges them together to get a more accurate and stable prediction. Each decision tree in a random forest is trained on a bootstrapped sample of the data, meaning that for each tree, a random sample of the training dataset is selected with replacement. This process introduces diversity among the trees, which helps in reducing the variance of the model. When growing each tree, at each split, Random Forest randomly selects a subset of features rather than using all features. This randomness helps in making the model more robust and less prone to overfitting on the training data. The base learners in Random Forest are decision trees. Each tree is grown to its maximum length without pruning, allowing it to capture complex patterns in the data. However, individual trees may overfit to their bootstrapped sample. The ensemble approach mitigates this overfitting.

The following step includes aggregating the predictions. Here, for regression tasks, Random Forest predicts the output based on the average predictions of all the individual trees. Mathematically, if there are  $N$  trees, the final prediction  $\hat{y}$  is calculated as:

$$(3) \quad \hat{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i(X).$$

In equation 3,  $T_i(X)$  represents the prediction made by the  $i^{\text{th}}$  decision tree for an input  $X$ . The ensemble's final prediction,  $\hat{y}$ , is the average of all individual tree predictions, effectively combining their insights to improve accuracy and stability. This averaging process helps in reducing the variance of the predictions, making the model more stable and accurate on unseen data. During training,  $N$  decision trees are constructed using different bootstrap samples of the training data. Each tree is built considering a random subset of features at each split.  $N$  controls the number of trees in the forest. More trees can increase accuracy but also computational cost. For a new input, each of the  $N$  trees gives a prediction. In regression, the final output is the average of these  $N$  predictions.

The model operates by creating an ensemble of diverse trees, each trained on a random subset of the data with replacement (bootstrap sample), and using a random subset of features for splitting nodes. The final prediction is typically the average of all tree predictions. The RF algorithm generates numerous decision trees from randomly sampled databases. For each subset of the randomly sampled data, a decision tree is constructed following the process described above. However, a key distinction lies in the selection of input variables for each tree, which is done randomly. This random selection reduces the correlation between trees in the forest, mitigating the risk of overfitting. The RF algorithm combines the predictions from multiple decision trees trained on bootstrapped and randomly selected subsets of the training data, leading to improved robustness and generalization compared to a single decision tree regression.

### 3.3.3. Gradient Boosting

Gradient Boosting (GB) is an ensemble learning method that combines multiple individual models to create a robust and accurate predictor. The core idea of GB revolves around iteratively building an ensemble of simple models, often referred to as weak learners or base models, and intelligently combining them to minimize overall prediction error.

It employs the process of assembling multiple weak learners to create powerful models. The method operates through iterative steps, where each new model is trained to reduce the loss function of the previous ensemble, such as mean squared error or cross-entropy, by utilizing gradient descent. In each iteration, the algorithm computes the gradient of the loss function with respect to the current ensemble's predictions and constructs a new weak model to minimize this gradient. The predictions of the new model are then integrated into the ensemble, and this process continues until a specified stopping criterion is met.

The GB model starts with a base model,  $F_0$ , which could be the mean of the target values for regression tasks. It provides a starting point for the iterative process. For each iteration  $m$ , a new decision tree is added to the ensemble. It calculates the gradient of the loss function

$L(y, F)$  with respect to the predictions from the current model,  $F_{m-1}$ , for each observation in the dataset. This gradient indicates the direction in which the model's predictions need to be adjusted to reduce the loss. A weak learner (usually a decision tree) is then fitted to these gradients. Specifically, for regression, the tree is fitted to the negative gradients (pseudo-residuals) of the loss function with respect to the predictions. Weak Learner Fitting in GB involves training simple models on the residuals or errors of the ensemble's predictions from the previous step. These weak learners are usually decision trees with a limited depth, allowing them to capture only a portion of the data's variance. It is done to sequentially improve the ensemble by adding models that address the most significant current errors, making the overall prediction more accurate with each addition. After fitting, the predictions from the new tree are combined with the predictions from the existing ensemble to update the model. This process is controlled by a learning rate parameter to prevent overfitting. The framework of GB can be explained as the following.

The initial model  $F_0$  is typically a constant value:

$$(4) \quad F_0(x) = \arg \min \sum_{i=1}^n L(y_i, \gamma).$$

For regression,  $\gamma$  can be the mean of the target values  $y$ .

Then, at each step  $t$ , the residuals  $r_{it}$  for each observation  $i$  are calculated as the negative gradient of the loss function  $L$  with respect to the prediction:

$$(5) \quad r_{it} = - \left[ \frac{\partial L(y_i, F(x_i))}{\partial F(x_i)} \right]_{F(x)=F_{t-1}(x)}.$$

A decision tree  $h_t(x)$  is then fitted to the residuals  $r_{it}$  from the previous step. This tree attempts to correct the errors made by the ensemble so far. The next step is to find the optimal step size  $\gamma_t$  for each leaf of the tree  $h_t$ , which minimizes the loss when added to the current model:

$$(6) \quad \gamma_t = \arg \min_{\gamma} \sum_{i \in I_j} L(y_i, F_{t-1}(x_i) + \gamma h_t(x_i)),$$

where  $I_j$  is the set of indices of samples ending up in leaf  $j$ .

Now, the output of the weak learner is then scaled by a factor,  $\eta$ , called the learning rate, and added to the current model's prediction to update it:

$$(7) \quad F_t(x) = F_{t-1}(x) + \eta \sum_j \gamma_{tj} h_t(x).$$

Here,  $\gamma_{tj}$  is the optimal step size for leaf  $j$  and  $h_t(x)$  is the prediction of the  $t^{\text{th}}$  tree.

These steps are repeated for a specified number of iterations or until additional trees do not significantly reduce the loss function.

### 3.3.4. Xtreme Gradient Boosting

Extreme Gradient Boosting (XGBoost) is based on the gradient boosting framework, which iteratively combines multiple weak learners (typically decision trees) to create a strong ensemble model. Each new tree is added to correct the residuals or errors made by the previous ensemble of trees. XGBoost improves upon the traditional gradient boosting method by incorporating regularization terms in its objective function and optimizing both the model's performance and computational efficiency.

XGBoost constructs a new weak learner, a decision tree, specifically to predict the residuals. This new model focuses on learning from the mistakes made by the initial model, aiming to improve its predictive capabilities. It uses a gradient descent optimization technique to minimize the loss function, such as mean squared error or cross-entropy, by finding the best splits for the decision tree nodes. The iterative process continues, with XGBoost adding new weak learners to the ensemble in each iteration. At each step, the algorithm computes the gradients of the loss function with respect to the current ensemble's predictions. It then constructs a new weak model to minimize these gradients, effectively addressing the errors or residuals from the previous model.

As the iterations progress, the ensemble of weak learners gradually improves its predictive performance, capturing complex relationships and patterns in the data. The predictions of the new models are combined with those of the existing ensemble using a carefully chosen learning rate. This learning rate controls the contribution of each model to the final prediction, ensuring a balanced and well-optimized ensemble.

The XGBoost process can be defined as follows. By incorporating the regularization terms in its objective function and optimizing both the model's performance and computational efficiency. The objective function in XGBoost combines a loss function  $L$  and a regularization term  $\Omega$ , which is applied to each tree in the ensemble. The overall objective to be minimized at each step (for each tree added) can be written as:

$$(8) \quad obj = \sum_{i=1}^n L(y_i, \hat{y}_i) + \sum_{k=1}^K \Omega(f)_k,$$

where  $n$  is the number of training samples;  $y_i$  is the actual value of the  $i^{th}$  sample;  $\hat{y}_i$  is the predicted value for the  $i^{th}$  sample, which is the sum of the predictions from all  $K$  trees up to the current tree.  $f_k$  represents an individual tree in the ensemble.  $L$  is the loss function that measures the difference between the actual and predicted values.  $\Omega$  is the regularization term for the trees, which is defined as:

$$(9) \quad \Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^T w_j^2.$$

Here,  $T$  is the number of leaves in the tree;  $w_j$  is the weight assigned to the  $j^{th}$  leaf;  $\gamma$  and  $\lambda$  are parameters that control the complexity of the model, with  $\gamma$  penalizing the number of leaves and  $\lambda$  penalizing the magnitude of the leaf weights.

XGBoost uses a second-order approximation to optimize the objective function. For each tree, it calculates the gradient ( $g_i$ ) and the Hessian ( $h_i$ ) of the loss function with respect to the prediction for each training instance. These are used to find the optimal structure of the tree and the best leaf weights. The gradient and Hessian for a given instance are:

$$(10) \quad \begin{aligned} g_i &= \partial_{\hat{y}_i} L(y_i, \hat{y}_i), \\ h_i &= \partial_{\hat{y}_i}^2 L(y_i, \hat{y}_i). \end{aligned}$$

When building each tree, XGBoost selects splits that maximize the gain in the objective, which is derived from the gradient and Hessian information. The gain of a split is given by:

$$(11) \quad Gain = \frac{1}{2} \left( \frac{\left( \sum_{i \in I_L} g_i \right)^2}{\left( \sum_{i \in I_L} h_i + \lambda \right)} + \frac{\left( \sum_{i \in I_R} g_i \right)^2}{\left( \sum_{i \in I_R} h_i + \lambda \right)} - \frac{\left( \sum_{i \in I} g_i \right)^2}{\left( \sum_{i \in I} h_i + \lambda \right)} \right) - \gamma.$$

Where  $I_L$  and  $I_R$  are the sets of instance indices in the left and right child regions of the split, respectively;  $I$  is the set of instance indices for the parent region. The sums of gradients ( $\sum g_i$ ) and Hessians ( $\sum h_i$ ) are calculated over the instances in the respective sets. This formula takes into account the reduction in loss due to the split (first three terms) and subtracts the regularization penalty for adding a new leaf ( $\gamma$ ).

After determining the structure of a tree, XGBoost calculates the optimal weight for each leaf to minimize the objective function. The optimal weight for a given leaf is:

$$(12) \quad w_j^* = - \frac{\sum_{i \in I_j} g_i}{\sum_{i \in I_j} h_i + \lambda},$$

where  $I_j$  is the set of instance indices in the  $j^{\text{th}}$  leaf.

### 3.3.5. Support Vector Regression

Support Vector Regression (SVR) is a type of Support Vector Machine (SVM) used for regression tasks. SVR applies the principles of machine learning to predict continuous values. SVR finds a function that has at most  $\epsilon$  deviation from the actual target values for all the training data, and at the same time, is as flat as possible. Here flatness means seeking a function that does not oscillate too much, which typically translates into finding a model with a small coefficient in a high-dimensional space.

SVR is considered a nonparametric technique because it does not rely on a fixed functional form or assume any specific underlying distribution. Instead, SVR uses kernel functions to map the data into a higher-dimensional feature space, where it can find linear relationships and patterns that might not be evident in the original input space.

It finds a function  $f(x)$  that approximates the true relationship between the predictor variables (denoted as  $x$ ) and the observed response values (denoted as  $y_n$ ) from the training data. The goal is to ensure that the difference between the predicted values and the true values (the residuals) is no greater than a specified margin or tolerance called  $\epsilon$ . This margin is an important parameter in SVR as it determines the trade-off between model complexity and accuracy. SVR aims to minimize the empirical risk, which is the sum of the  $\epsilon$ -insensitive loss function and a regularization term. The  $\epsilon$ -insensitive loss function penalizes the model for large deviations between the predicted and actual response values while allowing small deviations within the margin ( $\epsilon$ ). The loss function can be written as:

$$(13) \quad \begin{cases} 0 & \text{if } |y - f(x)| \leq \epsilon \\ |y - f(x)| - \epsilon & \text{otherwise} \end{cases}.$$

Where  $y$  is the actual value,  $f(x)$  is the predicted value, and  $\epsilon$  is the margin of tolerance.

It uses kernel function to transform the original feature space into a higher-dimensional space where a linear separator is sought. It minimizes the following objective function, which represents a trade-off between the flatness of  $f(x)$  and the amount by which predictions fall outside the  $\epsilon$ -insensitive zone:

$$(14) \quad \min_{w, b, \xi, \xi^*} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i + \xi_i^*),$$

$$y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \epsilon + \xi_i,$$

subject to the constraints  $\langle w, x_i \rangle + b - y_i \leq \epsilon + \xi_i^*$ ,

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, \forall i.$$

Here,  $w$  is the weight vector,  $b$  is the bias term,  $C$  is the regularization parameter,  $\xi_i$  and  $\xi_i^*$  are slack variables that measure the degree of misfit for data points outside the  $\epsilon$  margin. The optimization problem is often solved in its dual form to facilitate the use of kernel functions, allowing the algorithm to operate in the high-dimensional feature space without explicitly computing the coordinates of the data in that space. The dual problem involves Lagrange multipliers and maximizes a Lagrangian function derived from the primal problem. Once the optimal  $w$  and  $b$  are found, the regression function can be used for prediction:

$$(15) \quad f(x) = \langle w, x \rangle + b.$$

### 3.3.6. Least Absolute Shrinkage and Selection Operator

LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) regression is a type of linear regression that includes a regularization term. The regularization term is the  $L1$  norm of the

coefficients, which encourages sparsity in the coefficients. In other words, it can reduce the coefficients of less important features to zero, effectively performing feature selection as part of the regression. This characteristic makes LASSO particularly useful for models with a large number of features, some of which might be irrelevant to the prediction.

LASSO seeks to find the best-fitting model while simultaneously imposing a constraint on the sum of the absolute values of the coefficients. This constraint acts as a regularization term and encourages the coefficients of less relevant variables to be set to exactly zero. As a result, LASSO performs variable selection by effectively shrinking less important predictors to eliminate their contribution to the model. The regulation parameter,  $\lambda$ , controls the trade-off between fitting the data well and keeping the model coefficients sparse.  $\lambda = 0$  corresponds to ordinary least squares regression, while very large values of  $\lambda$  can lead to all coefficients being shrunk to zero. The mathematical formulation of LASSO involves minimizing the residual sum of squares, similar to the ordinary least squares method, subject to a constraint on the  $L1$ -norm (sum of absolute values) of the coefficient vector. This constraint controls the amount of regularization applied to the model. This can be formulated as the following optimization problem:

$$(16) \quad \min_{\beta} \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right\}.$$

Where,  $y_i$  is the observed response for the  $i^{th}$  observation;  $X_{ij}$  is the value of the  $j^{th}$  predictor for the  $i^{th}$  observation;  $\beta_j$  are the coefficients to be estimated;  $\beta_0$  is the intercept term;  $n$  is the number of observations;  $p$  is the number of predictors.  $\lambda$  is the regularization parameter that controls the degree of shrinkage applied to the coefficients. LASSO can set some coefficients to zero, effectively selecting a simpler model that relies on fewer features. This is particularly beneficial in scenarios with high-dimensional data or when the goal is to identify a subset of relevant predictors. As  $\lambda$  varies, the solution path of the LASSO coefficients can be plotted, showing how each coefficient enters or leaves the model as  $\lambda$  changes. This path provides insights into the relative importance of the features. The higher the value of  $\lambda$ , the greater the amount of shrinkage, leading to more coefficients being set to zero.

### 3.3.7. Long Short-Term Memory

The Long Short-Term Memory (LSTM) model is well-suited for capturing both short-term and long-term dependencies within the data due to its ability to incorporate recurrent connections. These connections enable the model to retain information across different time steps, facilitating the understanding of complex patterns and features in the sequential data. LSTM networks process input data sequentially, one time stamp at a time. During each time stamp, the network takes into account the current input, combines it with the previous memory state, and performs various computations using the gates and activation functions. This iterative process allows LSTMs to learn and update their internal state, effectively capturing both short-term and long-term dependencies within the data.

Figure 2 illustrates the architecture of an LSTM cell, which is the building block of the LSTM model. At each time stamp  $t$ , the LSTM cell takes an input vector  $x_t$  and produces an output vector

$h_t$ . Additionally, it receives the previous output value ( $h_{t-1}$ ) and cell state value ( $C_{t-1}$ ) from the previous time step. The LSTM cell consists of three gates that regulate the flow of information: the input gate ( $i_t$ ), the forget gate ( $f_t$ ), and the output gate ( $o_t$ ). Each gate utilizes a sigmoid activation function, producing a vector of values ranging from 0 to 1 that determines the amount of information to retain or forget.

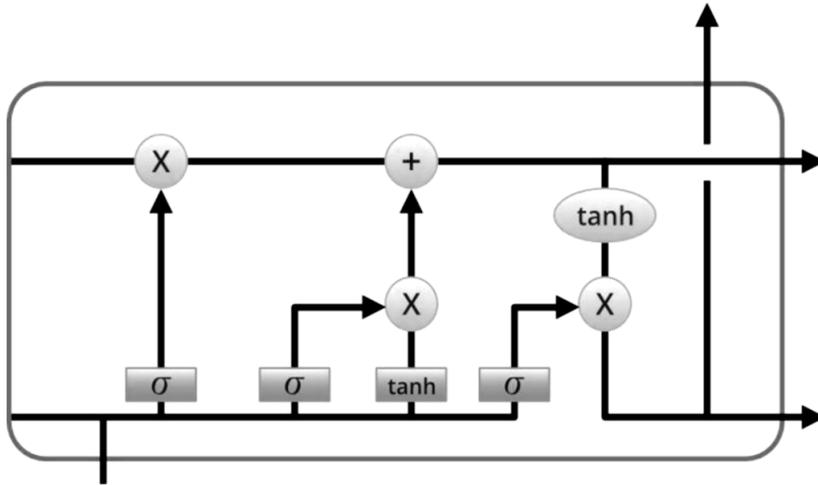


Fig. 2. Structure of an LSTM cell (Sourced from Picture from Christopher Olah's blog)

The input gate ( $i_t$ ) controls the information to be stored in the memory cell ( $c_t$ ). It takes the previous hidden state ( $h_{t-1}$ ) and the current input ( $x_t$ ) as inputs. The forget gate ( $f_t$ ) determines the extent to which the previous memory cell content is retained or forgotten. It also takes the previous hidden state and current input as inputs. The output gate ( $o_t$ ) determines the portion of the memory cell content that should be exposed as the output.

Mathematically, LSTM can be described as:

$$(17) \quad i_t = \sigma(W_i[h_{t-1}, x_t] + b_i),$$

where  $i_t$  is the input gate vector,  $\sigma(\cdot)$  represents the sigmoid function,  $W_i$  is the weight matrix and  $b_i$  is the bias vector for the input gate.

$$(18) \quad f_t = \sigma(W_f[h_{t-1}, x_t] + b_f),$$

where  $f_t$  is the forget gate vector,  $\sigma(\cdot)$  represents the sigmoid function,  $W_f$  is the weight matrix and  $b_f$  is the bias vector for the forget gate.

Additionally, a memory cell stores the information over time by selectively adding or removing information through the input and forget gates. It uses a hyperbolic tangent activation function to regulate the values that flow through it.

$$(19) \quad \tilde{c}_t = \tanh(W_c [h_{t-1}, x_t] + b_c),$$

where  $\tilde{c}_t$  is the candidate memory cell content which represents the new information that can be stored in the memory cell,  $\tanh(\cdot)$  is a hyperbolic tangent activation function to regulate the values that flow through it,  $W_c$  and  $b_c$  are the weight and bias parameters.

$$(20) \quad c_t = f_t \cdot c_{t-1} + i_t \cdot \tilde{c}_t,$$

where  $c_t$  is the memory cell content which is updated based on the input gate ( $i_t$ ), forget gate ( $f_t$ ), and candidate memory cell content ( $\tilde{c}_t$ ). The forget gate controls how much of the previous memory cell content ( $c_{t-1}$ ) is retained, while the input gate determines how much of the candidate memory cell content ( $\tilde{c}_t$ ) is stored.

$$(21) \quad o_t = \sigma(W_o [h_{t-1}, x_t] + b_o),$$

where  $o_t$  is output gate vector,  $\sigma(\cdot)$  represents the sigmoid function,  $W_o$  is the weight matrix and  $b_o$  is the bias vector for the output gate. It calculates a new hidden state  $h_t$  as following:

$$(22) \quad h_t = o_t \cdot \tanh(c_t).$$

By iteratively updating the cell state and hidden state based on the input, forget, and output gates, the LSTM model effectively captures the complex dynamics and dependencies within the time series data. This enables the model to generate accurate forecasts by learning from the sequential patterns present in the dataset.

## 4. Model Validation

### 4.1. Expanding Window Cross-validation with Time-Series Split

To ensure our model evaluations are both accurate and robust, we've structured our dataset into training and testing segments. Our method combines time-series splitting with expanding window cross-validation, specifically designed for the sequential nature of time-series data. This strategy mimics real-world conditions where models learn from an ever-increasing dataset, validating on future data points to guarantee temporal integrity.

This integrated methodological framework begins by dividing the dataset into an initial training segment, constituting 80% of the data, and a testing segment, making up the remaining 20%. The expanding window cross-validation works in an iterative process, where the training

dataset starts with a small subset and is incrementally expanded by including subsequent data points in each fold. In our study, these folds are represented by  $K$ , where  $K$  takes a value from 2 to 7. This ensures our model progressively learns from a growing historical dataset, reflecting a natural accumulation of data over time. Unlike traditional cross-validation techniques, which may disregard the temporal order by randomly partitioning data, our method maintains the sequential progression of time by ensuring that the model is always trained on data preceding the test set. This is crucial for time series forecasting, where the validity of predictions heavily relies on the historical context and temporal dynamics of the dataset.

Moreover, by combining time-series split with the expanding window technique, we enhance the robustness of our model evaluation. This combination not only facilitates a thorough assessment of the model's performance over various stages of the dataset but also allows for a more nuanced understanding of how the model adapts to and predicts based on an expanding body of data over time. The expanding training set mimics a realistic setting where forecasts are based on an ever-growing historical context, offering insights into the model's scalability and adaptability to new data. This comprehensive evaluation framework thereby ensures a rigorous validation process, which is indispensable for developing reliable and accurate forecasting models in the realm of time series analysis.



*Fig. 3.* Cross validation

## 4.2. Hyperparameter Tuning

To further optimize the performance of the models, we employ hyperparameter tuning. Hyperparameters are parameters that are not learned from the data but are set by the user before training the model. They significantly impact the model's performance and generalization ability.

For RF, GB, XGBoost, SVR, and LASSO, we have used the default hyperparameters that come with the "sklearn" library.

For LSTM, we have "pytorch" library and have selected from a range of hyperparameters (hidden size, number of layers, dropout rate, and learning rate). In an exhaustive grid search method<sup>2</sup>, we explore all possible combinations of hyperparameter values, enabling us to find the best set of hyperparameters that yield the highest model performance. We use nested loops to iterate over different values of hyperparameters. The hyperparameters being tuned are the hidden size, number of layers, dropout rate, and learning rate. These hyperparameters control the architecture and training of the LSTM model. Inside the nested loops, the LSTM model is trained on the training data using the specified hyperparameters. The best combination of hyperparameters for each split is determined by the lowest validation loss using the MSE criterion. Note that we have run the LSTM for 300 epochs for both the M1 and M3.

<sup>2</sup> The table containing the list of the best hyperparameters for each fold (represented by  $K$ ) is provided in the appendix section.

### 4.3. Evaluation Metrics

To evaluate the models, we employ several metrics, namely Mean Squared Error (MSE), Root Mean Squared Error (RMSE), Mean Absolute Percent Error (MAPE), Symmetric Mean Absolute Percentage Error (SMAPE), and Theil inequality coefficient (TIC). These metrics provide valuable insights into the performance of our forecasting models. The employed metrics are calculated as follows:

The Mean Squared Error (MSE) measures the average of the squared differences between the original and predicted values in the dataset. It quantifies the variance of the residuals. The formula for MSE is:

$$(23) \quad MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2.$$

The Root Mean Squared Error (RMSE) is the square root of the Mean Squared Error. It represents the standard deviation of the residuals. The formula for RMSE is:

$$(24) \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2}.$$

The Mean Absolute Percent Error (MAPE) measures the average absolute percentage difference between the actual and predicted values. It provides a percentage measure of the average forecasting error. The formula for MAPE is:

$$(25) \quad MAPE = 100 \cdot \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|.$$

The Symmetric Mean Absolute Percentage Error (SMAPE) is a variation of MAPE that addresses the issue of asymmetric errors. It calculates the average absolute percentage difference between the actual and predicted values, taking into account the magnitudes of both. The formula for SMAPE is:

$$(26) \quad SMAPE = 100 \cdot \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{|y_t| + |\hat{y}_t|}.$$

The Theil inequality coefficient (TIC) evaluates the forecasting performance by comparing the forecasted and actual values relative to the average size of the variables. It considers both the forecasted and actual values in relation to their magnitudes. The formula for TIC is:

$$(27) \quad TIC = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t^2 + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{y}_t^2}}.$$

In these formulas,  $y_t$  represents the actual value at time period  $t$ , and  $\hat{y}_t$  represents the predicted value at time period  $t$ .  $N$  denotes the total number of observations, which in our case is 48.

#### 4.4. Forecasting Accuracy

We use the Diebold-Mariano (DM) test to check the forecasting accuracy of the employed models. The DM test is a statistical hypothesis test used to compare the forecasting accuracy of two or more forecasting models. It helps determine whether one forecasting model is significantly better than another in terms of predictive performance. Earlier, we used several metrics that signify the forecast accuracy based on the error term, where a forecast is considered better with a low error measure. However, we also need to understand if the difference in these error terms is significant enough to consider one forecasted result better than the other. The test assesses whether one model's forecasts are significantly better than the others, based on the Mean Squared Error (MSE) criterion.

We employ the DM test by incorporating the Harvey adjustment. It accounts for potential autocorrelation and heteroskedasticity in the forecast errors. The original DM test assumes that the forecast errors are independent and identically distributed (i.i.d.), which might not be the case in some real-world scenarios. The Harvey adjustment addresses this issue by estimating and accounting for the correlation among the forecast errors over time. It adds a correction factor to the DM test statistic to make it more robust to autocorrelation and heteroskedasticity. The adjustment considers the lagged covariance of the forecast errors and adjusts the standard errors of the test statistic accordingly. This adjustment provides more accurate results when comparing the predictive performance of different models.

### 5. Empirical Analysis

To ensure an accurate prediction of money demand, it is crucial to confirm the stationarity of the variables. We employ two commonly used unit root tests, namely the Augmented Dickey-Fuller (ADF) test and the Phillips – Perron (PP) test, to examine the presence of unit roots, which indicates if the variable is non-stationary. The null hypothesis for both tests is that the variable has a unit root, implying non-stationarity. In Table 1, we observe that the unit root null hypothesis cannot be rejected for the series at the level, indicating non-stationarity. To address this, we take the first difference of all the variables, transforming them into a first-order integrated I (1) series. Subsequent unit root tests confirm that the differenced series are stationary at the 1% level of significance.

With stationary variables, we proceed to compare the forecasting accuracy of different models, including AR (1), RFR, GB, XGBoost, SVR, LASSO, and LSTM. The dataset is divided into training and testing sets, and to avoid overfitting on the testing set, we employ expanding window cross-validation with  $k$ -fold iterations ( $K = 2$  to 7). This approach partitions the training set into different folds, allowing us to train the model on one part and validate it on the remaining part. This helps improve the accuracy of the model when applied to the testing set.

**Table 1.****Unit root test: ADF statistic and Phillip – Perron statistic**

Variable	ADF statistic				PP Statistic			
	Level	P value	First difference	P value	Level	P value	First difference	P value
M1	-0.533	0.885	-8.102	0.000	-0.358	0.917	-17.163	0.000
M3	-2.115	0.2385	-2.154	0.223	-3.643	0.005	-20.414	0.000
CPI	0.285	0.977	-4.431	0.000	-0.323	0.922	-13.758	0.000
IPI	-1.811	0.375	-14.149	0.000	-2.067	0.258	-35.215	0.000
Govt securities yield	-2.476	0.121	-8.124	0.000	-2.829	0.054	-18.120	0.000
Call money rate	-5.559	1.559	-9.929	0.000	-9.675	0.000	-39.363	0.000
NEER	-0.629	0.864	-14.365	0.000	-0.373	0.914	-14.161	0.000
BSE mkt cap	-0.482	0.895	-15.66	0.000	-0.516	0.889	-15.612	0.000

**Table 2.****Prediction of M1**

	K = 6				
	MSE	RMSE	MAPE	SMAPE	TIC
AR (1)	0.00406	0.06373	0.43964	0.44097	0.00260
RF	0.00707	0.08409	0.58642	0.58874	0.00343
GB	0.00963	0.09813	0.68041	0.68357	0.00401
XGBoost	0.00720	0.08488	0.59384	0.59618	0.00346
SVR	0.00285	0.05338	0.36694	0.36601	0.00217
LASSO	0.04045	0.20113	1.41856	1.43188	0.00824
LSTM	0.00617	0.07854	0.518799	0.51681	0.00318

To evaluate the forecasting accuracy of the models, we analyze the errors, which are the differences between the true values and the predicted values. Several criteria, including MSE, RMSE, MAPE, SMAPE, and TIC, are used to assess the performance of the models. Table 2 and 3 present the forecasted results for M1 and M3 over  $K$  folds, where  $k$  takes the value  $6^3$ . The AR (1) model

<sup>3</sup> The table containing the results for  $K = 2$  to 7 folds is presented in the appendix section.

serves as a benchmark. Considering the low values of the evaluation metrics in the evaluated results, it suggests that all models have a certain level of efficacy in forecasting the employed models. However, it can be important to understand the accuracy of each model by comparing their predictive performance. The analysis of prediction models for M1 money supply reveals distinct performance levels across various methodologies. SVR demonstrates the lowest error metrics (MSE, RMSE, MAPE, SMAPE), suggesting its superior ability to forecast with precision. On the other hand, LASSO and GB models exhibit relatively higher error rates, indicating potential overfitting or underfitting issues, thus proving less effective for this dataset. LSTM's balanced error metrics suggest its capability in handling complex temporal patterns, making it a viable option for time series forecasting.

The performance metrics for forecasting M3 money supply, evaluated across different models, showcase varied efficacy and accuracy. The LSTM model stands out with the lowest MSE, RMSE, MAPE, SMAPE, and TIC values, indicating it is the most accurate and efficient model for this dataset. This suggests LSTM's superior ability in capturing the complex temporal dependencies inherent in the M3 money supply data. GB and RF models also exhibit strong performance, with very competitive error metrics, signifying their effectiveness in handling time series forecasting for M3, albeit slightly less accurately than LSTM. These insights highlight the importance of model selection based on the specific characteristics of the financial time series being forecasted, with LSTM accurately modeling the M3 money supply.

**Table 3.****Prediction of M3**

	K = 6				
	MSE	RMSE	MAPE	SMAPE	TIC
AR (1)	0.00428	0.06541	0.38088	0.37976	0.00238
RF	0.00334	0.05775	0.32549	0.32462	0.00210
GB	0.00329	0.05738	0.32292	0.32206	0.00208
XGBoost	0.00560	0.07482	0.45037	0.44891	0.00272
SVR	0.00480	0.06929	0.40566	0.40440	0.00252
LASSO	0.01778	0.13333	0.86918	0.87388	0.00487
LSTM	0.00254	0.05042	0.28840	0.28774	0.00183

To provide a more conclusive assessment of forecasting accuracy, we employ the DM test. This test allows us to compare the quality of forecasts and determine the forecasting accuracy of the models. The results of the DM test are presented in Tables 4 and 5 for M1 and M3, respectively. The matrix format of the results compares the forecasts of two models in each cell. The DM test is employed for  $K = 6$ . According to the DM test, for the M1 forecast, the LSTM model's forecasts are statistically significantly different from the other models, indicating the better forecasting performance of LSTM. When comparing the forecasts made by LSTM, the difference is statistically significant at the 1% level for all of the models. Whereas, for M3, LASSO is performing better than other employed models.

**Table 4.****Diebold – Mariano test for M1**

K = 6	AR (1)	RF	GB	XGBoost	SVR	LASSO	LSTM
AR (1)	-	-8.504***	-4.063***	-1.206	2.665**	-7.616***	-7.724***
RF	8.504***	-	7.503***	6.670***	-11.996***	-7.436***	-7.608***
GB	4.063***	-7.503***	-	4.872***	4.882***	-7.476***	-7.632***
XGBoost	1.206	-6.670***	-4.872***	-	3.529***	-7.467***	-7.672***
SVR	-2.665**	11.996***	-4.882***	-3.529***	-	-7.472***	-7.788***
LASSO	7.616***	7.436***	7.476***	7.467***	7.472***	-	-7.133***
LSTM	<b>7.724***</b>	<b>7.608***</b>	<b>7.632***</b>	<b>7.672***</b>	<b>7.788***</b>	<b>7.133***</b>	-

Note: \*, \*\* and \*\*\* are 10%, 5%, and 1% level of significance.

**Table 5.****Diebold – Mariano test for M3**

K = 6	AR (1)	RF	GB	XGBoost	SVR	LASSO	LSTM
AR (1)	-	6.257***	6.409***	-6.783***	-6.636***	-9.215***	8.331***
RF	-6.257***	-	-2.544**	-6.887***	-6.548***	-9.164***	2.924***
GB	-6.409***	2.544**	-	-7.532***	-7.882***	-9.417***	4.881***
XGBoost	6.783***	6.887***	7.532***	-	6.746***	-9.749***	7.265***
SVR	6.636***	6.548***	7.882***	-6.746***	-	-9.323***	7.746***
LASSO	<b>9.215***</b>	<b>9.164***</b>	<b>9.417***</b>	<b>9.749***</b>	<b>9.323***</b>	-	<b>9.245***</b>
LSTM	-8.331***	-2.924***	-4.881***	-7.265***	-7.746***	-9.245***	-

Note: \*, \*\* and \*\*\* are 10%, 5%, and 1% level of significance.

## 6. Conclusion

The stability of the Money Demand Function (MDF) plays a pivotal role in the effective modeling and analytical examination of how monetary and fiscal policies influence economic outcomes. This aspect gains heightened importance in the backdrop of India's central bank adopting an inflation-targeting framework. Within this framework, the precise forecasting of a stable MDF is indispensable for the successful implementation of policies aimed at controlling inflation. The Quantity Theory of Money emphasizes the significance of a stable MDF in guiding inflation-targeting efforts. This theory posits that the growth of the money supply determines the long-term inflation rate, and a stable MDF is a key component in this relationship.

The field of Machine Learning (ML) has seen significant advancements, opening up novel opportunities for the forecasting of economic indicators with enhanced precision. Notably, the Long Short-term Memory (LSTM) model, which is rooted in deep learning techniques, has demonstrated remarkable proficiency in learning from complex and nonlinear data patterns to make accurate predictions. Our research attempts to explore the capabilities of LSTM models extensively, assessing their performance in forecasting money demand compared to other ML models, including Random Forest (RF), Gradient Boosting (GB), XGBoost, Support Vector Regression (SVR), LASSO, and Autoregressive (AR) models.

To assess the forecasting accuracy of these diverse models, we employ a comprehensive set of evaluation criteria, including Mean Squared Error (MSE), Root Mean Squared Error (RMSE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE), Symmetric Mean Absolute Percentage Error (SMAPE), and Total Information Criterion (TIC). Lower values across these metrics are indicative of superior model performance and a closer fit to the actual dataset. Our empirical findings reveal uniformly lower metric values for the models under consideration, suggesting enhanced forecasting accuracy. To further substantiate these findings and draw more definitive conclusions regarding forecasting precision, we utilize the Diebold-Mariano (DM) test. This test serves as an objective framework for comparing the predictive performances of two competing forecasting models by evaluating the statistical significance of the differences in their forecasting errors. For this purpose, we adopt MSE as the primary loss function to quantify prediction accuracy.

The outcomes of the DM test affirm the superiority of LSTM models in forecasting narrow money demand (M1), with the test results being statistically significant at a 1% level of significance when contrasted with almost all other models examined. Conversely, when forecasting the broader money demand (M3), the LASSO model is the most accurate, surpassing the forecasting performance of other models.

In conclusion, our study highlights the fundamental importance of maintaining a stable MDF for effective monetary policy and the potential of ML models, particularly LSTM and LASSO, in achieving precise forecasts of money demand. These ML models prove to provide an accurate prediction by unraveling the intricate patterns and dynamics essential for accurate money demand forecasting.

## Appendix

**Table 6.**

Description of the variables		
Variable	Variables description	Source
M1	Narrow monetary aggregate	CEIC
M3	Broad monetary aggregate	CEIC
CPI	Consumer Price Index	CEIC
IPI	Index of Industrial Production	CEIC
Govt securities yield	Government Securities Yield	CEIC
Call money rate	Call money rate	CEIC
NEER	Nominal effective exchange rate	CEIC
BSE mkt cap	Bombay Stock Exchange market capitalization	CEIC

Table 7.

## Prediction of M1

	MSE	RMSE	MAPE	SMAPE	TIC
K = 2					
AR (1)	0.00163	0.04039	0.27357	0.27410	0.00164
RF	0.00407	0.06378	0.43521	0.43654	0.00260
GB	0.00561	0.07489	0.51580	0.51763	0.00305
XGBoost	0.00478	0.06916	0.50488	0.50644	0.00282
SVR	0.00285	0.05338	0.36694	0.36601	0.00217
LASSO	0.04045	0.20113	1.41856	1.43188	0.00824
LSTM	0.00067	0.02587	0.18430	0.18408	0.00105
K = 3					
AR (1)	0.00422	0.06495	0.44968	0.45106	0.00265
RF	0.00759	0.08711	0.61506	0.61755	0.00355
GB	0.00814	0.09024	0.63670	0.63934	0.00368
XGBoost	0.00210	0.04584	0.30681	0.30740	0.00187
SVR	0.00285	0.05338	0.36694	0.36601	0.00217
LASSO	0.04045	0.20113	1.41856	1.43188	0.00824
LSTM	0.01786	0.13365	0.96713	0.96133	0.00540
K = 4					
AR (1)	0.00490	0.07002	0.48359	0.48520	0.00285
RF	0.00781	0.08837	0.61852	0.62107	0.00360
GB	0.01006	0.10028	0.70007	0.70336	0.00409
XGBoost	0.00588	0.07666	0.53900	0.54091	0.00312
SVR	0.00285	0.05338	0.36694	0.36601	0.00217
LASSO	0.04045	0.20113	1.41856	1.43188	0.00824
LSTM	0.38360	0.61935	4.36226	4.24103	0.02463
K = 5					
AR (1)	0.00481	0.06932	0.48069	0.48226	0.00282
RF	0.00798	0.08933	0.62454	0.62716	0.00364
GB	0.00846	0.09200	0.65147	0.65425	0.00375
XGBoost	0.00492	0.07012	0.49278	0.49438	0.00286
SVR	0.00285	0.05338	0.36694	0.36601	0.00217
LASSO	0.04045	0.20113	1.41856	1.43188	0.00824
LSTM	1.16807	1.08077	7.58210	7.22144	0.04230
K = 7					
AR (1)	0.00439	0.06625	0.45983	0.46127	0.00270
RF	0.00838	0.09154	0.64145	0.64420	0.00373
GB	0.00675	0.08218	0.57166	0.57387	0.00335
XGBoost	0.00464	0.06813	0.48441	0.48592	0.00278
SVR	0.00285	0.05338	0.36694	0.36601	0.00217
LASSO	0.04045	0.20113	1.41856	1.43188	0.00824
LSTM	0.07542	0.27463	1.94317	1.91890	0.01106

**Table 8.**

<b>Prediction of M3</b>					
	MSE	RMSE	MAPE	SMAPE	TIC
K = 2					
AR (1)	0.00764	0.08740	0.51865	0.51666	0.00317
RF	0.00572	0.07562	0.44030	0.43880	0.00275
GB	0.00583	0.07635	0.46145	0.45993	0.00277
XGBoost	0.00801	0.08950	0.51842	0.51632	0.00325
SVR	0.00480	0.06929	0.40566	0.40440	0.00252
LASSO	0.01778	0.13333	0.86918	0.87388	0.00487
LSTM	0.00687	0.08286	0.49565	0.49385	0.00301
K = 3					
AR (1)	0.00582	0.07631	0.45038	0.44886	0.00277
RF	0.00381	0.06174	0.34802	0.34702	0.00224
GB	0.00532	0.07294	0.42409	0.42270	0.00265
XGBoost	0.00791	0.08891	0.08891	0.56428	0.00323
SVR	0.00480	0.06929	0.40566	0.40440	0.00252
LASSO	0.01778	0.13333	0.86918	0.87388	0.00487
LSTM	0.00370	0.06085	0.35110	0.35016	0.00221
K = 4					
AR (1)	0.00462	0.06794	0.39716	0.39596	0.00247
RF	0.00481	0.06933	0.39223	0.39097	0.00252
GB	0.00398	0.06308	0.34811	0.34708	0.00229
XGBoost	0.00742	0.08617	0.51045	0.50851	0.00313
SVR	0.00480	0.06929	0.40566	0.40440	0.00252
LASSO	0.01778	0.13333	0.86918	0.87388	0.00487
LSTM	0.01052	0.10256	0.67720	0.67444	0.00372
K = 5					
AR (1)	0.00432	0.06574	0.38390	0.38277	0.00239
RF	0.00325	0.05701	0.31400	0.31315	0.00207
GB	0.00308	0.05549	0.30813	0.30733	0.00202
XGBoost	0.00594	0.07708	0.47436	0.47281	0.00280
SVR	0.00480	0.06929	0.40566	0.40440	0.00252
LASSO	0.01778	0.13333	0.86918	0.87388	0.00487
LSTM	0.00212	0.04599	0.27226	0.27176	0.00167
K = 7					
AR (1)	0.00413	0.06423	0.37380	0.37272	0.00233
RF	0.00334	0.05778	0.32976	0.32889	0.00210
GB	0.00361	0.06010	0.33609	0.33515	0.00218
XGBoost	0.00737	0.08587	0.52506	0.52313	0.00312
SVR	0.00480	0.06929	0.40566	0.40440	0.00252
LASSO	0.01778	0.13333	0.86918	0.87388	0.00487
LSTM	0.00312	0.05587	0.31937	0.31857	0.00203

**Table 9.****LSTM Hyperparameters Grid for M1**

K	Hidden Size	Number of Layers	Dropout Rate	Learning Rate
2	64	2	0.2	0.0005
3	64	1	0.2	0.0005
4	128	1	0.1	0.0001
5	64	3	0.1	0.0005
6	128	1	0.1	0.0005
7	32	1	0.1	0.003

**Table 10.****LSTM Hyperparameters Grid for M3**

K	Hidden Size	Number of Layers	Dropout Rate	Learning Rate
2	64	3	0.1	0.0008
3	64	2	0.2	0.0005
4	64	2	0.1	0.003
5	32	3	0.2	0.003
6	32	3	0.1	0.0008
7	32	3	0.1	0.0008

\* \*

\*

**References**

Adil M.H., Haider S., Hatekar N.R. (2018) Revisiting Money Demand Stability in India: Some Post-Reform Evidence (1996–2016). *The Indian Economic Journal*, 66, 3–4, pp. 326–346.

Adil M.H., Hatekar N., Sahoo P. (2020) The Impact of Financial Innovation on the Money Demand Function: An Empirical Verification in India. Margin. *The Journal of Applied Economic Research*, 14, 1, pp. 28–61.

Aggarwal S. (2016) Determinants of Money Demand for India in Presence of Structural Break: An Empirical Analysis. *Business and Economic Horizons*, 12, 4, pp. 173–177.

Akinlo A.E. (2006) The Stability of Money Demand in Nigeria: An Autoregressive Distributed Lag Approach. *Journal of Policy Modeling*, 28, 4, pp. 445–452.

- Arrau P., De Gregorio J., Reinhart C.M., Wickham P. (1995) The Demand for Money in Developing Countries: Assessing the Role of Financial Innovation. *Journal of Development Economics*, 46, 2, pp. 317–340.
- Ball L. (2012) Short-Run Money Demand. *Journal of Monetary Economics*, 59, 7, pp. 622–633.
- Bahmani-Oskooee M., Shabsigh G. (1996) The Demand for Money in Japan: Evidence from Cointegration Analysis. *Japan and the World Economy*, 8, 1, pp. 1–10.
- Bahmani-Oskooee M., Bahmani S., Kones A., Kutun A.M. (2015) Policy Uncertainty and the Demand for Money in the United Kingdom. *Applied Economics*, 47, 11, pp. 1151–1157.
- Bajari P., Nekipelov D., Ryan S.P., Yang M. (2015) Machine Learning Methods for Demand Estimation. *The American Economic Review*, 105, 5, pp. 481–485.
- Barnett W.A., Ghosh T., Adil M.H. (2022) Is Money Demand Really Unstable? Evidence from Divisia Monetary Aggregates. *Economic Analysis and Policy*, 74, pp. 606–622.
- Bordo M.D., Jonung L. (2003) Demand for Money: An Analysis of the Long-Run Behavior of the Velocity of Circulation. *New Brunswick and London: Transaction Publishing*.
- Dekle R., Pradhan M. (1999) Financial Liberalization and Money Demand in the ASEAN Countries. *International Journal of Finance and Economics*, 4, 3, pp. 205–215.
- Goulet Coulombe P., Leroux M., Stevanovic D., Surprenant S. (2022) How Is Machine Learning Useful for Macroeconomic Forecasting? *Journal of Applied Econometrics*, 37, 5, pp. 920–964.
- Ghosh T., Agarwal S. (2021) Do Machine Learning Models Hold the Key to Better Money Demand Forecasting? *Environmental, Social, and Governance Perspectives on Economic Development in Asia*. Emerald Publishing Limited, pp. 21–36.
- Gogas P., Papadimitriou T., Sofianos E. (2019) Money Neutrality, Monetary Aggregates and Machine Learning. *Algorithms*, 12, 7, p. 137.
- James G.A. (2005) Money Demand and Financial Liberalization in Indonesia. *Journal of Asian Economics*, 16, 5, pp. 817–829.
- King M. (2001) No Money, No Inflation The Role of Money in the Economy. *Économie Internationale*, 4, 4, pp. 111–131.
- Laidler D.E. (1982) *Monetarist Perspectives*. Harvard University Press.
- Nelson E. (2003) The Future of Monetary Aggregates in Monetary Policy Analysis. *Journal of Monetary Economics*, 50, 5, pp. 1029–1059.
- Nguyen H.T., Nguyen D.T., Nguyen N.T., Nguyen H.M., Nguyen V.H., Tan N.N., ... Linh N.T.X. (2022) Macroeconomic Forecasting Based on LSTM-Conditioned Normalizing Flows. *Prediction and Causality in Econometrics and Related Topics*, pp. 658–669.
- Pham T.T.X., Le T.D., Nguyen T.N. (2022) Neural Network Models for Inflation Forecasting: A Revisit. *Prediction and Causality in Econometrics and Related Topics*, pp. 152–168.
- Thornton D.L. (2014) Monetary Policy: Why Money Matters (and Interest Rates Don't). *Journal of Macroeconomics*, 40, pp. 202–213.
- Uyen P.H., Uyen V.T.L., Hoa L.T., Trung T.Q. (2022) LASSO Regression and its Application in Forecasting Macro Economic Indicators: A Study on Vietnam's Exports. *Prediction and Causality in Econometrics and Related Topics*, pp. 575–585.

# Сравнительный анализ моделей машинного обучения для прогнозирования спроса на деньги в экономике Индии

Швета Сикхвал <sup>1</sup>, Шринджай Сен <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Научный сотрудник Международного центра изучения институтов и развития, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 18, Мясницкая ул., Москва, 101000, Россия.  
E-mail: shsikkhval@hse.ru

<sup>2</sup> Аналитик данных в Upthink Edutech Private Limited, Office No. 401, A Wing Lohia Jain IT Park, Paud Road, 411038 Pune, India.  
E-mail: sreenjay07@gmail.com

В исследовании изучается прогностическая эффективность различных методологий машинного обучения, включая регрессию случайного леса (RF), градиентное усиление (GB), экстремальное градиентное усиление (XGBoost), регрессию опорных векторов (SVR), регрессию наименьшего абсолютного сокращения и оператора выбора (LASSO) и метод глубокого обучения, в частности, долгосрочную краткосрочную память (LSTM). В качестве эталонного метода используется модель авторегрессии (AR) первого порядка. С акцентом на прогнозирование спроса на деньги для экономики Индии, важнейшего компонента для достижения цели таргетирования инфляции Центральным банком Индии, используется полный ежемесячный набор данных с 1997 по 2021 год.

Полученные результаты подчеркивают надежные прогностические возможности используемых моделей в отношении как узких, так и широких прогнозов спроса на деньги. Используя ряд оценочных показателей, исследование строго сравнивает прогностическую эффективность этих моделей. Используя перекрестную проверку расширяющегося окна с разделением временных рядов, модели подвергаются перекрестной проверке для обеспечения точных прогнозов денежных агрегатов. Кроме того, тест Диболда – Мариано используется для оценки и сравнения качества прогнозов.

В частности, исследование обнаруживает превосходство LSTM и LASSO в прогностических возможностях для узкого и широкого спроса на деньги соответственно. Эти результаты в совокупности способствуют улучшению понимания прогнозирования спроса на деньги, тем самым облегчая принятие обоснованных решений в сфере денежно-кредитной политики.

**Ключевые слова:** узкий спрос на деньги; широкий спрос на деньги; модели машинного обучения; регрессия случайного леса; градиентный бустинг; экстремальный градиентный бустинг; регрессия опорных векторов; LASSO; долгосрочная краткосрочная память.

**JEL Classification:** C53; E41; E47.

УДК 330.332.5

## **Unlocking the Secrets: Private Investments and the Remarkable Evolution of Vietnam's Economy**

**Dinh Trong An**

Thai Nguyen University of Economics and Business Administration (TUEBA),  
Thai Nguyen, Viet Nam.

E-mail: dinhtrongan@gmail.com

In recent years, the Vietnamese economy has achieved significant accomplishments, with private investment playing a crucial role in these contributions. As the country entered the 21st century, the private sector's significance in Vietnam's economic development has been increasingly evident through the rising levels of investment, increased employment, greater contributions to the state budget, and overall GDP growth. This article aims to provide robust evidence of the short-term and long-term contributions of private investment to the remarkable economic growth of Vietnam from 2000 to 2022. The study collected data from all 63 provinces and municipalities of Vietnam during the period from 2000 to 2022. Using the collected data, the study employed the results of the Panel Mean Group (PMG) model, selected among three models (PMG, MG, DFE) through Hausman testing. Through the Dynamic Panel Threshold Model, the study accurately identified a maximum threshold ratio of Private investment/GDP at 32.2754%. Surpassing this ratio would lead to a situation of high inflation, an overheated economy, and exceeding production limits. Finally, causal inference from the panel data was utilized to analyze the relationship between private investment and other variables in the model. The study expanded the perspective on private investment's impact on economic growth. In the initial period, private investment activities encountered difficulties leading to inefficient investments and a negative impact on economic growth. However, with flexibility and good adaptability to the market, and efficient utilization of input factors, private investment made positive contributions to economic development over time. Furthermore, through causal inference testing, the study demonstrated a causal relationship between private investment and infrastructure investment, human capital, employment, government expenditure, and trade openness. Finally, the study proposed policy implications for the Vietnamese government to enhance the effectiveness of private investment and further contribute to economic growth.

---

**Dinh Trong An** – lecturer at Thai Nguyen University of Economics and Business Administration.

The article was received: 25.05.2023/The article is accepted for publication: 08.02.2024.

**Key words:** economic growth; private investment; PMG, MG and DFE model; economic growth theory; dynamic panel threshold model.

**JEL Classification:** B30, B40, M20, G10, O10, O02.

**DOI:** 10.17323/1813-8691-2024-28-1-159-183

**For citation:** Dinh Trong An. Unlocking the Secrets: Private Investments and the Remarkable Evolution of Vietnam's Economy. *HSE Economic Journal*. 2024; 28(1): 159–183.

## 1. Introduction

Private investment is a crucial element for sustainable economic development, especially in developing countries like Vietnam. Private investment stimulates economic growth, generates employment opportunities, and reduces poverty disparities in many regions. Achieving sustainable economic growth requires countries to efficiently utilize resources and maximize their potential, accurately determining the quantity and quality of investment to achieve the highest outcomes. According to Kumo's (2006) study, private enterprise investment refers to activities aimed at generating profits. Bonga et al. (2017) defines private investment capital as tangible or financial assets owned by individuals, with decisions regarding its utilization made for the benefit of individuals. In this research, private investment refers to the utilization of investment capital owned by individuals in a market economy under the general oversight of the state, with the aim of generating profits.

Private investment increasingly plays a significant role in the development of each country [Attefah, Enning, 2016]. The contribution of the private sector to economic growth is greater than that of the public sector because the private sector tends to use capital effectively [Nwakoby, Alajekwu-Udoka, 2016; Omojolaibi et al., 2016]. Public investment activities primarily focus on political purposes such as infrastructure development and improving the material well-being of the population, with less emphasis on profit considerations in investment [Kaputo, 2012].

Private investment depends heavily on the investment environment, including administrative procedures, trade policies, local labor force, regional finances, etc. If the investment environment is unstable, with high corruption rates and economic instability, it becomes a barrier to the development of private economic components, leading to long-term ineffective investment and negative impacts on economic growth [Isaac et al., 2012; Nguyen et al., 2020; Popoola et al., 2022]. Consequently, many governments have utilized public investment to build infrastructure and improve the investment environment. This is considered an important input "fuel" that reduces production costs and strengthens the power of private sector economic growth in each country [Kahuthu, 1999]. To increase attractiveness for private investors, many governments have implemented various measures to enhance competitiveness in the region, such as increasing regular expenditures, improving income for state employees, and streamlining administrative procedures to reduce corruption rates [Modebe et al., 2012]. Furthermore, localities actively expand both domestic and international trade through trade agreements, establishing global supply chains, and proactively integrating into the global economy. This helps private enterprises expand their market opportunities and engage in international cooperation in production and business [Mohsen et al., 2013]. Currently, with the rapid development of science and technology,

businesses are adopting new techniques in production, requiring a large number of high-quality labor. Localities have proactively developed plans for human capital, ensuring an adequate and high-quality labor supply [Nguyen, Trinh, 2018; Pham, 2023]. Moreover, private enterprises face challenges in accessing financial resources, particularly affordable financing. Many countries have called for domestic and foreign financial resources to meet capital needs at a low cost, enabling businesses to increase profitability and continue expanding investment [Canh, Phong, 2018; Dang et al., 2020].

The focal point of this study is to ascertain the role and transformations brought about by private investments in the economic growth of Vietnam. Drawing upon data from the General Statistics Office, an evaluation of the contribution of private economy to the overall economy is derived. In order to establish clear evidence of the impacts of private investments on economic growth, the research employs the PMG model, which is selected from the three PMG, MG, and DFE models and utilizing data collected from 63 provinces and municipalities of Vietnam spanning the period from 2000 to 2022. Furthermore, through the Dynamic Panel Threshold Model, the study precisely determined the maximum threshold ratio of Private Investment/GDP at 32.2754%. The author further employs causal inference tests to firmly establish the causal relationship between infrastructure investment, human capital, labor, recurrent expenditure, trade openness, and private sector financials with private investments. Based on the findings of this research, the author puts forth policy recommendations aimed at fostering private investments, thereby making an increasingly substantial contribution to the economic growth of Vietnam.

## **2. Literature Review**

### **2.1. Theories on Private Investment Impact on Economic Growth**

#### ***2.1.1. Neoclassical Growth Model***

The classical growth models represent the initial studies highlighting the role of investment, including private investment, in economic growth. Notable examples are the works of Robert Solow and Trevor Swan (1956). These models are developed based on the Cobb – Douglas production function, which addresses certain limitations by explaining long-term economic growth through technological progress, resulting in increased labor productivity, higher levels of human capital, and capital accumulation. During this period, researchers did not differentiate between private and public investment, each having different roles in the economy. Public investment often focuses on infrastructure and social welfare, thus enhancing the effectiveness of private investment and mostly exerting indirect effects on economic growth [Canh, Phong, 2018]. On the other hand, private investment involves investments in high-profit sectors and measures aimed at improving the efficiency of production inputs [Dang et al., 2020]. Therefore, the classical growth models are considered fundamental research that explores the impact of private investment on economic growth. Additionally, private investment serves as a crucial factor driving technological progress, explaining why poor countries with high capital accumulation rates gradually catch up in terms of output and economic development with developed nations, and their economic growth rates surpass those of wealthier countries [Barro, 1997]. Despite their significant academic contributions, these studies still have limitations, such as the inability to fully capture the complex relationship between the factors generating returns on private investment. The

contributions of technological progress and economic growth are not adequately represented and are only determined through investment capital, leading to distorted assessments of capital efficiency, especially through indicators like the Incremental Capital-Output Ratio (ICOR): countries with low technology but high investment capital can have similar ICOR values to those of high-technology countries with low investment capital [Favara, 2003]. With these identified shortcomings, they serve as a foundation for future research that aims to elucidate the intricate relationship between private investment and economic growth [Mankiw et al., 1995].

### ***2.1.2. Endogenous Growth Model***

Romer's growth model (1986) explains the long-term economic growth based on the stock of human capital, which is significantly contributed by private investment. Private enterprises, aiming to increase productivity and reduce production costs, heavily invest in technology. This strategy helps extend the product life cycle, avoid obsolescence compared to competitors, and generate long-term profits [Nguyen, Trinh, 2018]. On a macro level, strong investment in technology creates income disparities per capita among countries, while the growth rate tends to decrease. This phenomenon drives the strong investment in science and technology, with private investment being at the forefront [Mohsen et al., 2013; McCulloch et al., 2013]. Currently, a significant proportion of start-up businesses are privately owned enterprises, which pioneer the application of new technologies in daily life, leading to rapid profit growth and market dominance [Tung, 2019]. Therefore, these private enterprises contribute greatly to a nation's growth, particularly allowing slower-developing countries to catch up with others.

Lucas's endogenous growth model (1988) is one of the significant models explaining long-term economic growth based on the rate of human capital accumulation. Additionally, the model clarifies the allocation of time for acquiring skills and the level of worker skills based on human capital. This research further elucidates the role of technology in general and human capital in particular in economic growth, with private investment serving as a solid support for human capital [Anwar et al., 2021]. Private investment aims to generate returns for investors, thereby motivating investors to efficiently combine production inputs to achieve optimal results [Attefah, Enning, 2016]. Private enterprises are willing to implement favorable policies to attract workers, which is an essential strategy for competition. Workers' initiatives and inventions reduce production costs, enhance product quality, and meet market demands, making them valuable assets for private enterprises [Anh et al., 2021; An, 2023]. During work processes, businesses invest in machinery, scientific research, and enhance workers' skills, thereby increasing labor productivity and contributing to the development of individual enterprises and overall economic growth. To reinforce these assertions, Rebelo's study (1991) argues that capital is the key input in the production function. Through optimal combination of input factors, private investment overcomes production constraints such as labor shortage and material scarcity to create high-quality products that meet market demand. In the macroeconomic context, private investment serves as a robust bridge for establishing reasonable input parameters and supports the development of science and technology. This helps different countries achieve exceptional and sustainable growth rates at various stages of development [Ortigueira, Santos, 1997].

## 2.2. Previous Empirical Studies

Economists worldwide have long engaged in extensive debates regarding the impact of private investments on economic growth. However, it was not until the early 1990s that systematic studies on the effects of private investments on economic growth emerged, facilitated by relatively comprehensive and reliable statistical data on economies of various countries and territories. In this study, the author aims to provide specific evidence concerning the outcomes and research methodologies employed in previous studies. The following are some notable exemplars of such studies:

In Mohsin et al.'s study (1990), the impact of private investment and economic growth in 26 developing countries was evaluated using variables such as private investment, public investment, labor, exports, and imports. The research findings indicated that private investment had a greater direct impact on economic growth compared to public investment, primarily due to its higher efficiency and productivity. Nevertheless, these results do not diminish the role of public investment, as it serves as the foundation for more effective utilization of private investment capital, including improving infrastructure, enhancing the quality of education, and fostering a conducive investment environment.

In the study conducted by Greene et al. (1991) on the factors influencing private investment across 23 developing countries during the period from 1975 to 1981, it was found that private investment is influenced by economic growth, external debt, public investment, and inflation rate. Specifically, inflation and external debt had a negative impact on private investment, while the remaining variables had positive effects. However, for periods when external debt became more prevalent and its ratio increased, it had a positive impact on private investment.

In the research by Khan & Kumar (1997), an assessment was made regarding the impact of private investment on economic growth in developing countries. Data collected from 1970 to 1990 for 95 developing countries in four regions, namely Africa, Asia, Europe and the Middle East, and Latin America, were analyzed. The results of the study indicated that private investment had a positive impact on economic growth. Additionally, the study examined other variables such as human capital, implied rate of convergence, population and technical change, human capital enrollment ratio, average years of schooling, and fiscal balance. With the obtained evidence, the research supported policy measures aimed at promoting integration, enhancing competitiveness, and facilitating technology transfer among nations.

Kaputo (2012) assessed the impact of macroeconomic policies on private investment in Zambia. The study employed an error correction model (ECM) to examine the short-term and long-term positive relationship between private investment and economic development from 1980 to 2008. Macroeconomic policies such as bank credit for the private sector, exchange rates, and real interest rates were identified as crucial factors influencing private investment decisions. The results also indicated that public investment had a greater impact than private investment in both the short and long term. This demonstrates the significant role of domestic resources in sustainable economic development, laying the foundation for infrastructure development to attract domestic and foreign private capital.

Numerous studies have demonstrated the positive impact of foreign private investment on economic growth. In a study conducted by Herzer (2012), data was collected from 44 developing countries over the period from 1970 to 2005. By utilizing heterogeneous panel cointegration techniques that account for omitted variables and endogenous regressors, the study re-

vealed that foreign private investment had a counterproductive effect on economic growth in certain countries. This phenomenon can be attributed to the relatively unstable economic conditions in these countries, where foreign private investors face significant risks that lead to inefficient investments. Conversely, domestic private investment continues to have a positive impact on economic growth. Therefore, it is essential for governments to establish a stable investment environment that allows different forms of investment to effectively fulfill their roles.

Anwar et al. (2021) assessed the impact of private investment on the economic growth of Pakistan using time series data from 1980 to 2017. The study employed the ARDL approach, with real GDP as the dependent variable and the independent variables including domestic credit to the private sector, foreign direct investment (FDI) inflows, GDP inflation rate, and bank interest rates. The study revealed a negative impact of private investment on economic growth in both the short and long term. This can be explained by Pakistan's dependence on foreign loans and aid, which do not incentivize private investment. Additionally, private investment lacks the application of science and technology, and the low level of labor skills leads to inefficient investment. Furthermore, political instability, institutional factors, and an unfavorable business environment are important factors contributing to the negative relationship between private investment and economic growth.

Popoola et al. (2022) utilized a two-stage least squares model to assess the impact of the exchange rate regime and private investment on the economic growth of Nigeria during the period of 1960–2020. The authors employed GDP as the dependent variable and the independent variables included private investment capital, total labor force, expenditure on health and education, inflation rate, trade openness, and a simulated exchange rate variable. The research findings revealed an inverse relationship between the inflation rate and economic growth, while the remaining variables had a positive impact. Furthermore, the study also highlighted the significance of private sector credit, as it stimulates the development of the private sector economy and enables businesses to utilize capital more effectively. However, if not tightly controlled, it can lead to high inflation rates and have negative consequences on the economy. Sulaiman et al. (2021) employed the panel regression method using data collected from several ASEAN countries, highlighting the significant role of labor resources in economic development, particularly skilled labor. Skilled labor contributes to innovation, the application of advanced technology in production, increased labor productivity, and modern economic development.

### **3. Research Methods**

#### **3.1. Research Model**

Investment in infrastructure will facilitate the attraction of private investment. Infrastructure investment is measured relative to the local GDP.

Through these investments, private investment becomes more efficient, reducing transaction costs. Typically, these investments are substantial and carried out by the government. Therefore, if these investments are not utilized effectively, it will have a negative impact on economic growth. Additionally, to address difficulties in administrative procedures and improve the investment environment, local authorities allocate regular funding to reduce the cost and time of administrative procedures and enhance the accountability of government officials in carrying out these tasks. Furthermore, the government acts as a bridge between domestic businesses and the

international market through trade agreements and the creation of global supply chains. This not only expands trade openness but also provides opportunities for private enterprises to seek new markets [Mohsin, Carmen, 1990; Kumo, 2006; Kaputo, 2012; Attefah, Enning, 2016; Shabbir et al., 2020; Anwar et al., 2021; Pham, 2023].

Numerous studies have demonstrated that the labor force, human capital, and private sector credit are not only inputs to the economy but also crucial inputs to private investment activities. Regions with favorable input conditions are attractive to private investors because businesses can reduce production costs and generate new products that effectively meet local demands, thus easily creating spillover effects in other areas within the region [Ade, 2016; Omojolaibi et al., 2016; Nwakoby, Alajekwu, 2016; Luat, Trung, 2019; Popoola et al., 2022; An, 2023]. Description of variables employed in the model is presented in Table 1.

**Table 1.****Description of variables**

Variables	Notation	Calculation	Sources
<i>Dependent variable</i>			
Economic growth	GDP	Annual growth rate of local real GDP (%)	Khan, Kumar (1997); Mohsin, Carmen (1990)
<i>Independent variables</i>			
Infrastructure investment	II	Infrastructure investment /GDP (%)	Mohsen et al. (2013); Nguyen, Trinh (2018) ; Pham (2023)
Private investment	PI	Private investment/GDP (%)	Nwakoby et al. (2016); Shabbir et al. (2020); Tung (2019)
Human capital	HC	Percentage of high school graduates enrolling in vocational schools/Total number of high school graduates (%)	Sulaiman et al. (2021); Nguyen, Nguyen (2021)
Labor	LA	Percentage of local labor force aged over 15/Total population (%)	Luat, Trung (2019); Nguyen, Nguyen (2021)
Recurrent expenses	RE	Recurrent expenses /GDP (%)	Nguyen, Nguyen (2021); Pham (2023)
Trade openness	TO	Import & Export/GDP (%)	Popoola et al. (2022); Tung (2019)
Credit to the private sector	CP	Credit to the private sector/GDP (%)	Kaputo (2012); Anwar et al. (2021)

**3.2. Static Models**

To investigate the short-run and long-run impacts of private investment on economic growth in Vietnam, the author utilizes the ARDL panel data research model. Following Pesaran and Shin's (1996) study, the ARDL (p, q) model is defined as follows (equation 1):

$$(1) \quad Y_{i,t} = \sum_{j=1}^p \varphi_{i,j} Y_{i,t-j} + \sum_{j=0}^q \mu_{i,j} X_{(i,t-j)} + v_i + \varepsilon_{i,t}.$$

Where:  $i$  represents the number of provinces in Vietnam;  $t$  is the time period (measured in years);  $j$  is the number of lags;  $X_{i,t}$  denotes the vector of independent variables, and  $v_i$  is the specific fixed effect. To consider the adjustment coefficient and the long run dynamics, equation (2) is reparametrized as follows:

$$(2) \quad \Delta Y_{i,t} = \alpha_i (Y_{(i,t-1)} - \rho_i X_{i,t}) + \sum_{j=1}^{p-1} \varphi'_{i,j} \Delta Y_{i,t-j} + \sum_{j=0}^{q-1} \mu'_{i,j} \Delta X_{i,t-j} + v_i + \varepsilon_{i,t}.$$

Where:  $\alpha_i$  represents the speed of long-run adjustment;  $\rho_i$  denotes the long-run equilibrium coefficient;  $X$  represents the independent variables in the model;  $\varphi'$  and  $\mu'$  are the coefficients of the short-run relationship between the dependent variable and corresponding lagged independent variables. The indices  $i$  and  $t$  correspondingly represent the country (region) and time. To estimate equation (2), three estimation methods are employed: the Mean Group (MG) estimator developed by Pesaran and Smith (1995), the Panel Mean Group (PMG) estimator developed by Pesaran et al. (1999), and the Dynamic Fixed Effects (DFE) estimator.

*PMG Model.* An essential characteristic of the PMG model is the consideration of short-run coefficients, including the intercept, the speed of adjustment to long-run equilibrium values, and country-specific heteroscedasticity. Meanwhile, the long-run coefficients are constrained by country-specific homogeneity. This allows studies to assess the long-run relationships between variables that are the same across different countries (regions). Additionally, the model takes into account country-specific short-run coefficients with rapid changes that impact the economy, such as financial crises, external shocks, and monetary policies [Blackburne, Frank, 2007].

*Mean Group (MG) Model.* The Mean Group (MG) estimation method was introduced by Pesaran and Smith (1995). This method allows for estimating separate regressions for each country (region) and computing the coefficients as the unweighted means of the estimated coefficients for each country (region). Therefore, there are no constraints involved. This method allows for changing and heterogeneous regression coefficients both in the short run and the long run. To achieve this, the model requires a sufficiently large time series and a large enough sample size of countries (regions) to ensure the consistency and effectiveness of the method [Favara, 2003].

*Dynamic Fixed Effect (DFE) Model.* The estimation of the DFE model is similar to that of the PMG model, and it restricts the coefficients of the cointegrating vectors to be the same across all panels in the long run. Additionally, the DFE model is also limited by the speed of adjustment coefficients and the equality or similarity of short-run coefficients. The DFE model has a cluster option to estimate the correlation between groups with standard errors [Blackburne, Frank, 2007]. However, Baltagi, Gri, and Xiong (2000) have pointed out that for small sample cases, there may be simultaneous equation bias due to the endogeneity between error terms and lagged dependent variables. The Hausman test helps assess the endogeneity level in the model.

*Model Selection.* The estimation method using the PMG model is more efficient than using the MG and DFE models because this study assumes homogeneous slopes in the long run. Fur-

thermore, to choose between the three models (PMG, MG, DFE), the Hausman test is employed to examine the differences. One limitation of using the Hausman test is the lack of significant differences between PMG and MG or between PMG and DFE. In the case where the test's null hypothesis is supported (not rejected), indicating no significant difference between PMG and MG, the PMG model is chosen based on its efficiency. In the case where the test's null hypothesis is rejected, indicating a significant difference between PMG and MG or between PMG and DFE, the appropriate model choice will be either MG or DFE. In the presence of outliers, the method of estimating the mean can have a large variance, and the use of the Hausman test may be less effective. The selected estimation result is the PMG if the is insignificant at the 5% level. Conversely, if it has a significant value, then the estimation result of the MG or DFE model would be more appropriate.

*Dynamic Panel Threshold Model.* Hansen (1999) proposed a static threshold model to address non-linear issues. However, this method still faces two unresolved issues: First, in numerous instances, economic variables are defined by their behavior in the past. Therefore, it is imperative to incorporate the lag term of the dependent variable into the regression equation, thereby transforming the static panel data model into a dynamic one. Second, the static threshold approach requires a wholly exogenous selection of the threshold variable, potentially leading to biased estimations. To address this issue, Seo & Shin (2016) proposed a dynamic threshold model based on an endogenous threshold variable, thereby resolving the limitations associated with static threshold models.

In this study, the authors employ a dynamic threshold model to assess the impact of private investment on economic growth. The dynamic threshold model is presented by the following equation (3):

$$(3) \quad Y_{i,t} = (1, X'_{i,t})\theta_1 1\{q_{i,t} \leq \zeta\} + (1, X'_{i,t})\theta_2 1\{q_{i,t} > \zeta\} + \varepsilon_{i,t}, i = 1, 2, \dots, N; t = 1, \dots, T.$$

Where:  $Y_{i,t}$  is dependent variable;  $X_{i,t}$  are time-varying explanatory independent variables which also consider the presence of a lagged dependent variable.  $1\{\cdot\}$  represents an indicator function, and  $q_{i,t}$  stands for transition or threshold variable.  $\zeta$  stands as a threshold parameter.  $\varepsilon_{i,t}$  is the error term.  $\theta_1$  and  $\theta_2$  are the slope parameters of various regimes.

Furthermore, this method can address the phenomenon of correlation between explanatory variables and individual effects. Therefore, the author has employed the first-difference transformation method as suggested by Arellano & Bond (1991), presented in the following equation (4).

$$(4) \quad \Delta Y_{i,t} = \beta' \Delta X_{i,t} + \phi' X_{i,t} 1_{i,t}(\zeta) + \Delta \varepsilon_{i,t}.$$

Following the first difference specifications, the unknown parameters  $\gamma = (\beta', \phi', \zeta')$  are estimated through the Generalized Method of Moments (GMM) model.

The dynamic threshold model allows the threshold variable to be an endogenous variable  $E(q_{i,t}, \Delta \varepsilon_{i,t}) \neq 0$ . According to the study by Seo and Shin (2016), the generalised method of moments (first difference) uses to estimate the unknown parameters. Thus, conditions of sample moment are following equation (5):

$$(5) \quad \bar{g}_n(\mathbf{v}) = \frac{1}{n} \sum_1^n g_i(\mathbf{v}).$$

Where

$$(6) \quad g_i(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} Z_{i,t_0} (\Delta Y_{i,t_0} - \beta' \Delta X_{i,t_0} - \phi' X'_{i,t_0} 1_{i,t_0}(\zeta)) \\ \dots \\ Z_{i,t_0} (\Delta Y_{i,T} - \beta' \Delta X_{i,T} - \phi' X'_{i,T} 1_{i,T}(\zeta)) \end{pmatrix}.$$

Assume that  $E(g_i(\mathbf{v})) = 0$  for  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$ ,  $g_i(\mathbf{v}_0) = (Z'_{i,t_0} \Delta \varepsilon_{i,t_0}, \dots, Z'_{i,t_T} \Delta \varepsilon_{i,t_T})'$  and  $\Omega = (g_i, g_i)$ . Let  $W_n$  represent the positive definite matrix that satisfies  $W_n \xrightarrow{p} p\Omega^{-1}$ ,  $\bar{J}_n(\mathbf{v}) = \bar{g}_n(\mathbf{v})' W_n \bar{g}_n(\mathbf{v})$ . It is possible to achieve the GMM estimator of  $\mathbf{v}$  by equation (7):

$$(7) \quad \hat{\mathbf{v}} = \arg \min \hat{J}_n(\mathbf{v}).$$

Next, the two-stage GMM estimation formula is as follows: In the first stage, we obtain  $\Delta \hat{\varepsilon}_{i,t}$  by minimising  $\hat{J}_n(\mathbf{v})$  with  $W_n$  and second stage estimate  $\mathbf{v}$  by minimizing  $\hat{J}_n(\mathbf{v})$  with: (equation 8).

$$(8) \quad W_n = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{g}_i \hat{g}_i' - \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \hat{g}_i \sum_{i=1}^n \hat{g}_i' \right)^{-1}.$$

Where

$$(9) \quad \hat{g}_i' = (Z'_{i,t_0} \Delta \hat{\varepsilon}_{i,t_0}, \dots, Z'_{i,t_T} \Delta \hat{\varepsilon}_{i,t_T})'.$$

According to the model proposed by Seo and Shin (2016) and expressed by the following equation (10):

$$(10) \quad Y_{i,t} = \beta_0 (1, PI'_{i,t}) \phi_1 1\{PI_{i,t} \leq \zeta\} + (1, PI'_{i,t}) \phi_2 1\{PI_{i,t} > \zeta\} + (1, X'_{i,t}) \varepsilon_1 \{PI_{i,t} \leq \zeta\} + (1, X'_{i,t}) \varepsilon_2 \{PI_{i,t} > \zeta\} + \varepsilon_{i,t}, i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T.$$

Where:  $Y_{i,t}$  is the dependent variable;  $X_{i,t}$  represents the time-varying independent variables which also consider the lag term of  $Y_{i,t}$ . The function  $1\{\cdot\}$  denotes an indicator function.  $\phi_1, \phi_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  are the slope parameters.  $\varepsilon_{i,t}$  is the error term.  $PI_{i,t}$  (private investment) is the threshold variable. The instrumental variables include the lagged dependent variable, exogenous variables, and other covariates.

*Panel Causality Test.* In this study, the author employs the panel causality test with panel data introduced by Dumitrescu and Hurlin (2012). The equation for the Dumitrescu – Hurlin (D-H) causality test is as follows (equation 11):

$$(11) \quad Y_{i,t} = \alpha_i + \sum_{k=1}^k \phi_i^k Y_{i,t-k} + \sum_{k=1}^k \mu_i^k X_{i,t-k}.$$

Where:  $Y$  and  $X$  show observables;  $\phi_i^k$  indicate the autoregressive parameters and  $\mu_i^k$  show the regression coefficients. According to the null hypothesis, there is no causality in the panel. Alternative hypotheses show causality in the smallest cross-section element. We can test hypothesis based on an average Wald statistic as presented in the following equation (equation 12):

$$(12) \quad W_{n,t}^{Hnc} = \frac{1}{N} \sum_i^N W_{i,t}.$$

Hypothesis is defined as: the average statistic  $W_{n,t}^{Hnc}$  associated with the null Homogeneous Non Causality (Hnc). Where  $W_{i,t}$  denotes the individual Wald statistics for the  $i$ th cross-section unit corresponding to the individual test  $H_0 : \mu_i = 0$ .

### 3.3. Data

The research data was collected in panel data format, covering the period from 2000 to 2022 for all 63 provinces and municipalities in Vietnam. The data was obtained from the General Statistics Office of Vietnam. The GDP figures represent current prices. To mitigate the impact of inflation, variables such as infrastructure investment, private investment, regular expenditures, trade openness, and private sector financials are expressed as percentages (%). The labor variable is calculated as the ratio of the local workforce over 15 years old to the total local population. Human capital is measured as the ratio of graduates enrolling in vocational schools to the total number of graduates in the locality.

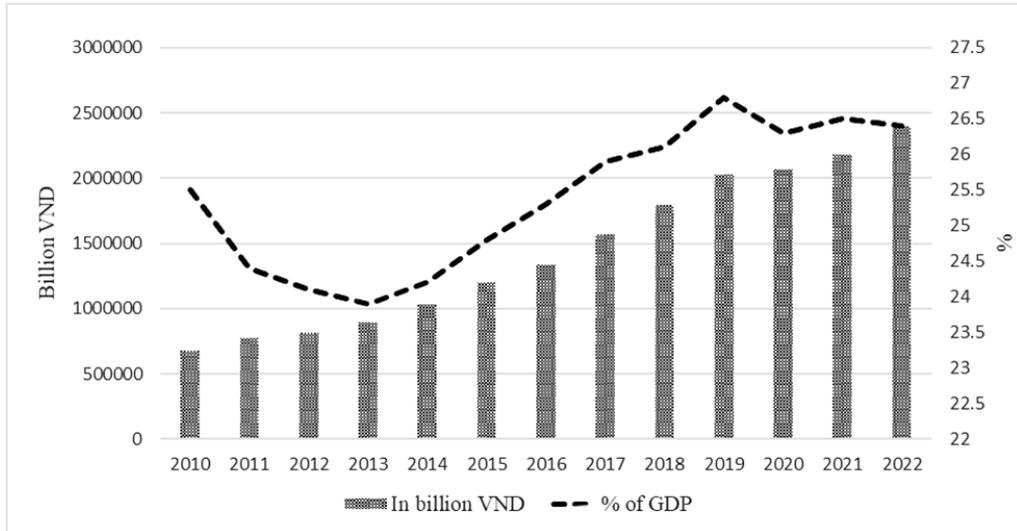
## 4. Results and Discussion

### 4.1. Private Investment in Vietnam

Entering the 21<sup>st</sup> century, private investment (domestic and foreign) in Vietnam has increasingly become a crucial resource for economic development. According to data from the General Statistics Office of Vietnam, private investment accounted for over 25% of the country's GDP during the period from 2000 to 2017, and the trend continued to increase and stabilize from 2017 to 2022 (see Fig. 1). To achieve these results, various policies encouraging private investment have been implemented and proven effective in practice, such as.

The 5<sup>th</sup> Central Committee of the 9<sup>th</sup> term issued Resolution No. 14-NQ/TW on March 18, 2002, "Continuing to innovate mechanisms, policies, incentives, and conditions for private

economic development," which included several important measures to promote private economic and investment development. Furthermore, the 5<sup>th</sup> Central Committee of the 12<sup>th</sup> term issued Resolution No. 10-NQ/TW on June 3, 2017, "Developing the private economy as a vital driving force of the socialist-oriented market economy." These resolutions serve as the basis for enhancing incentives and support for the development of private investment projects in Vietnam.



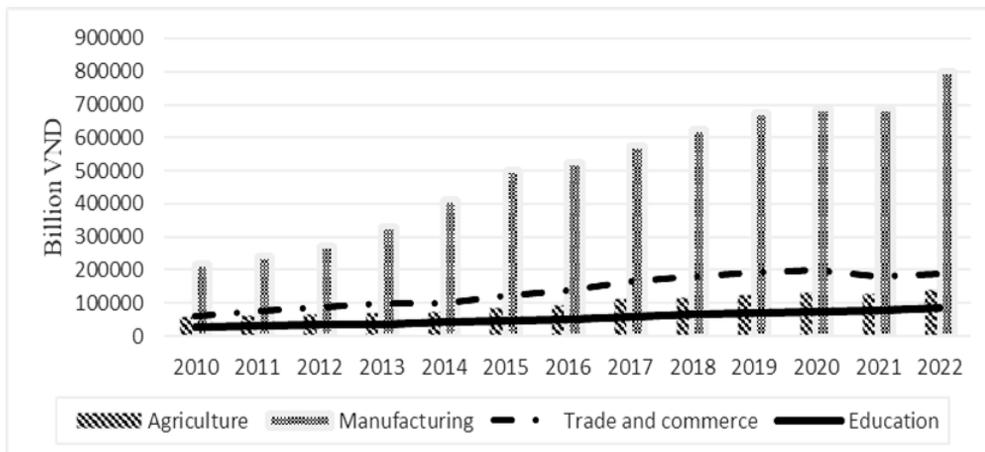
**Fig. 1.** Private investment in Vietnam, 2010–2022

Source: General Statistics Office of Vietnam (2022).

The mechanisms and policies for the development of the private economy have been continuously improved through the issuance of a system of laws, such as the Law on Private Enterprises and the Law on Companies (1990), the Enterprise Law (1999, 2004, 2014, 2020), the Investment Law (2004, 2014, 2020), and the Competition Law. Moreover, the legal framework has been increasingly perfected, without differentiation based on ownership form, and has become more aligned with international standards. Property rights and the freedom to conduct business for individuals and organizations are institutionalized to protect investors. Private investors enjoy freedom in conducting business activities and are treated equally under the law compared to state-owned enterprises. Vietnam has increasingly created favorable conditions for private investment development by improving tax policies, technology, and administrative procedures.

The Fig. 2 shows, the processing and manufacturing industry has consistently held the highest proportion of private investment in Vietnam in recent years. This sector's contribution typically exceeds 20% of the country's GDP and represents over 70% of the total import-export turnover during the period from 2018 to 2022. It encompasses various products such as crude oil, coal, and gemstones. Particularly noteworthy are high-value economic items like computers, electronic products, and components, which have seen a steady increase in export value, reaching \$45.75 billion in 2022. These achievements are a result of improvements in the investment environment and intensified trade promotion, attracting major global technology companies such

as Samsung, Apple, and Google to invest in Vietnam. Furthermore, there is an expanding wave of investment relocation, creating opportunities for Vietnam to attract an increasing number of large international investors.



*Fig. 2.* Private investment in some industries

Source: General Statistics Office of Vietnam (2022).

Vietnam is increasingly demonstrating the diversification of supply sources for multinational corporations by diversifying investment locations and repositioning production facilities in the aftermath of the Covid-19 pandemic. The second-ranking sector in terms of investment is trade and commerce, and its positive outcomes can be attributed to Vietnam's deepening integration, the expansion of transportation and logistics systems, and close connectivity with the international transportation network. Currently, Vietnam is a participant in 15 free trade agreements (FTA), among which the Vietnam-European Union Free Trade Agreement (EVFTA) has made significant contributions to the country's economic development since its implementation on August 1, 2020. Despite the economic difficulties faced due to the impact of the Covid-19 pandemic from 2021 to 2022, the EVFTA has helped Vietnam's export turnover to the EU reach \$45.8 billion in 2021 and \$46.7 billion in 2022. These notable achievements reflect the substantial efforts of the Vietnamese government in promoting private investment and the development of the private sector's economy. Therefore, the private sector has made significant contributions to Vietnam's economic growth in recent years. These contributions include:

The private economy has experienced robust growth. On average, during the period from 2010 to 2021, over 100,000 new enterprises were established annually. Particularly, in the period from 2018 to 2022, over 130,000 new enterprises were established each year. Correspondingly, the registered capital reached over 500 trillion VND annually. In the period from 2018 to 2022, the annual registered capital exceeded 150 trillion VND. Additionally, the private economic sector plays a significant role not only in the economy but also in society, particularly in terms of labor and employment. Although the proportion of the labor force aged 15 and above in the private economic sector decreased from 86.3% in 2010 to 82.6% in 2021, this sector still provides employment for over 90% of the labor force in the national economy. The average an-

nual growth rate of the labor force in the private economic sector during the period from 2010 to 2022 exceeded 3.5%, with the private enterprise sector reaching nearly 5.4%. Consequently, the private sector's contribution to the economy consistently accounts for a high proportion, consistently over 70% of the national GDP during the period from 2010 to 2022. The private economy's contribution to the state budget has also increased significantly, from 11.7% in 2010 to 18.5% in 2022. These are remarkable results of policy improvements and investment environment enhancements aimed at encouraging domestic and foreign private investors to seek investment opportunities in Vietnam.

#### 4.2. Results from the Research Model

*Unit Root Test.* In this study, the author employs three-unit root tests, namely: (1) Im, Pesaran, and Shin (2003), (2) Breitung (2001), and (3) Levin, Lin, Chu (2002), to determine the stationarity of the dataset. However, for the application of the ARDL model, testing the stationarity of the data is not crucial as long as the research data are stationary at levels 0 and 1 [Pesaran, Smith, 1995; Pesaran, 1997; Pesaran et al., 1999]. Therefore, we will conduct tests to ensure that no series in the data are stationary beyond order 1.

**Table 2.**

<b>Unit root test</b>					
	LLC	Breitung	IPS	ADF- Fisher	PP-Fisher
<i>The level</i>					
GDP	-18.831***	-3.834***	-17.829***	513.491***	593.220***
II	-18.723***	-7.693***	-14.136***	551.727***	606.677***
PI	-6.743***	2.150	-7.691***	318.309***	330.499***
HC	-21.145***	-12.3293***	-21.122***	606.093***	757.309***
LA	-23.7331***	-13.215***	-20.292***	600.920***	771.121***
RE	-22.237***	12.483***	-20.426***	594.934***	942.837***
TO	-16.774***	-7.243***	-16.676***	492.282***	610.353***
CP	-24.829***	-12.495***	-23.531***	671.409***	1118.96***
<i>The First Difference</i>					
GDP	21.424***	-12.243***	-30.014***	860.120***	40008.33***
II	-29.978***	-12.804***	-33.658***	963.536***	4637.97***
PI	-16.840***	-12.595***	-20.170***	611.550***	3361.46***
HC	-24.629***	-14.050***	-31.445***	924.141***	7855.95***
LA	-27.622***	-10.379***	-33.932***	986.852***	8205.83***
RE	-25.168***	-12.890***	-33.607***	978.585***	8156.44***
TO	-26.397***	-9.515***	-32.107***	917.839***	5117.21***
CP	-22.103***	-11.243***	-32.377***	939.494***	9322.73***

Note: \*\*\*, \*\*, and \* denote a significance of 1%, 5%, and 10%, respectively.

The results of the unit root tests are presented in Table 2 and were selected based on the Schwarz information criterion (SC). At a significance level of 5%, variable PI according to the Breitung test is not stationary at level I(0) but stationary at the first difference level I(1). On the other hand, the remaining variables are all stationary at level I(0). Therefore, following Pesaran & Shin (1996), when the variables in the study do not have the same level of stationarity at I(0) or I(1), applying the ARDL model is appropriate.

*Correlation test among variables in the model.* Before proceeding with the next steps, the author examines the correlation among the variables through a correlation matrix.

**Table 3.****The Correlation between Variables in the Research Model**

	GDP	II	PI	HC	LA	RE	TO	CP
GDP	1.0000							
II	0.0956	1.0000						
PI	0.0600	-0.0414	1.0000					
HC	0.0337	0.0381	0.0072	1.0000				
LA	0.0893	0.0366	0.0056	0.00653	1.0000			
RE	0.3468	0.0223	0.0430	0.0324	0.0484	1.0000		
TO	-0.0278	0.0240	-0.0552	-0.0744	0.0078	-0.0665	1.0000	
CP	0.1123	-0.0117	0.020	-0.0079	0.2599	0.0477	0.0249	1.0000

The results of the correlation matrix are shown in Table 3. From the data, it can be observed that the correlation among the variables in the study with regard to private investment is moderate. The correlation coefficients between variable pairs do not exceed the standard threshold of 0.5 (as proposed by [Gujarati, 2003]). Therefore, there is no issue of multicollinearity in the research model. This condition allows us to proceed with the next steps.

*The selection of the optimal lag order.* Another important issue in the ARDL panel data model is determining the optimal lag order based on certain criteria of information consistency.

**Table 4.****The selection of the optimal lag order**

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-35025.38	NA	1.95e+14	55.60855	55.64117	55.62081
1	-33646.73	2737.604	2.42e+13	53.52180	53.81545*	53.63215
2	-33442.64	402.6858	1.94e+13	53.29942	53.85410	53.50786*
3	-33337.21	206.6676*	1.82e+13*	53.23367*	54.04936	53.54020

*Note:* \* indicates lag order selected by the criterion; LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level); FPE: Final prediction error, AIC: Akaike information criterion; SC: Schwarz information criterion; HQ: Hannan – Quinn information criterion.

Based on the results of determining the optimal lag order for the ARDL panel data model, the author uses the SC criterion (Schwarz information criterion). Therefore, the selected optimal lag order for variables such as economic growth, infrastructure investment, private investment, human capital, labor, recurrent expenditure, trade openness, and private sector finance is (1,1,1,1,1,1,1,1) (Table 4).

*Cointegration test.* To examine the existence of long-term relationships among the independent and dependent variables, the study employs the Kao (2000) cointegration test for panel data.

Table 5 presents the results of the cointegration test, indicating that all statistical values are below 5%. Thus, there exists a cointegration relationship, providing the basis for estimating the three methods: PMG, MG, and DFE.

**Table 5.**

**Cointegration test**

Test stats	Statistic	p-value
Modified Dickey-Fuller $t$	-7.3512	0.0000
Dickey-Fuller $t$	-12.1210	0.0000
Augmented Dickey-Fuller $t$	-3.3497	0.0004
Unadjusted modified Dickey-Fuller $t$	-36.8707	0.0000
Unadjusted Dickey-Fuller $t$	-22.9965	0.0000

*Results of PMG, MG, and DFE.* Table 6 presents the estimation results obtained using the PMG, MG, and DFE methods, along with the Hausman test to measure the efficiency and consistency of the model. The Hausman test was used to justify the long-term heterogeneity restrictions among provinces in Vietnam. The test results indicate that PMG is a more efficient estimation tool compared to MG and DFE.

The result shows that private investment has an impact on Vietnam's economic growth in the short and long term. Interestingly, in the short term, private investment ( $\beta = -0.0448$ ) has an opposite effect on economic growth. This said that in the short term, private investment is ineffective because private investment in Vietnam is mainly small and medium-sized enterprises, business owners have little experience in operating enterprises, in addition to the ever-fluctuating market and many costs incurred. But in the long run, the disadvantages are gradually overcome, these businesses are sharp and willing to make changes so that they can adapt to the market so that they have the same impact as economic growth ( $\beta = 0.0505$ ). Infrastructure investment both in the short term ( $\beta = 0.1537$ ) and in the long term ( $\beta = 0.1655$ ) impacts the same way as economic growth. This is a huge loss of the Vietnamese government in improving the investment environment such as: building many highways, connecting industrial centers together and creating a network of close links, convenient for travel in import and export of goods. Power systems, communications, ICO industrial parks also regularly invest, renovate and repair, which helps domestic and foreign investors reassure investment with the guarantee of the legal system.

A rather special point is that private sector finance in the short term ( $\beta = -0.0431$ ) has an opposite effect on economic growth but in the long term the opposite ( $\beta = 0.0828$ ). This is explained also in part due to ineffective short-term private investment, short-term corporate loans that have not yet had time to repay the debt leading to overdue debt and bad debt. With

long-term loans, after the private enterprise has been operating effectively should be ready to repay the bank when it is due and continue to implement new loans. Credit has always been a solid platform for private investment, so the Government of Vietnam always strictly manages this field to control the economy and actively urges foreign banks to invest in Vietnam, support domestic capital. A very important point in the results of the study is that the short-term labor variable ( $\beta = -0.2029$ ) has an opposite effect and in the long-term ( $\beta = 0.2475$ ) has the same effect. This reflects the fact that the integration into the working environment of Vietnamese workers is often difficult due to low level, not high job consciousness, especially many workers after recruitment have to retrain. After a while, workers have gradually promoted such strengths as creativity in work, hard work, productivity increases, contributing to economic growth.

**Table 6.****MG, PMG and DFE estimators: empirical results**

Dependent Variable	Model					
	PMG		MG		DFE	
	Coef	Std. Err	Coef	Std. Err	Coef	Std. Err
<i>Long-Run Coefficients</i>						
II	0.1655***	0.0386	0.0982	0.2783	0.1012**	0.0475
PI	0.0505***	0.0126	0.1618**	0.0709	0.0667***	0.0188
HC	0.0199***	0.0050	0.0008	0.0264	0.0112	0.0070
LA	0.2475***	0.0161	0.2747**	0.1369	0.2456***	0.0218
RE	0.1170***	0.0282	0.2521	0.1639	0.1750***	0.0363
TO	0.0057***	0.0018	0.0007	0.0084	0.0004	0.0023
CP	0.0828***	0.0105	0.0934**	0.0376	0.1021***	0.0140
<i>Short-Run Coefficients</i>						
Error Correction	-0.7651***	0.0379	-0.9678***	0.0448	-0.8421***	0.0247
$\Delta$ II	0.1537*	0.0865	0.1427	0.1440	0.0531	0.0343
$\Delta$ PI	-0.0448**	0.0201	-0.1069***	0.0380	-0.0460***	0.0154
$\Delta$ HC	-0.0054	0.0035	-0.0102	0.0087	-0.0031	0.0043
$\Delta$ LA	-0.2029***	0.0339	-0.1126	0.1186	-0.1881***	0.0127
$\Delta$ RE	0.0899***	0.0233	0.0013	0.0490	0.0756***	0.0230
$\Delta$ TO	0.0042	0.0027	0.0053	0.0049	0.0001	0.0016
$\Delta$ CP	-0.0431***	0.0077	-0.0650***	0.0183	-0.0678***	0.0083
Const	-15.592***	0.8129	-20.125**	8.0490	-18.958***	1.5473

Hausman Test: PMG is more efficient estimation than MG under null hypothesis. Chi2(7)= 2.95 (0.854)

Hausman Test : PMG is more efficient estimation than DFE under null hypothesis Chi 2(7) = 2.75 (0.907)

Note: \*\*\*, \*\*, and \* denote a significance of 1%, 5%, and 10%, respectively.

It is precisely for these reasons that the long-term human capital variable ( $\beta = 0.0199$ ) positively impacts economic growth. A surprising point is that regular short-term variables ( $\beta = 0.0899$ ) and long-term variables ( $\beta = 0.1170$ ) have the same impact as economic growth. Because, Vietnam has introduced a lot of wage reforms for workers in the government apparatus, but control work very closely, limit embezzlement, making it difficult for people and businesses. In addition, in government agencies, there are communication channels for people and businesses that reflect difficulties and difficulties to the authorities. At the agencies always encourage creativity, reform administrative procedures to reduce time and costs for society.

In recent years, the Vietnamese economy has experienced remarkable growth, particularly during the Covid pandemic. The purpose of this article is to provide a comprehensive perspective on the role of private investment in driving economic growth in Vietnam. By examining the subject holistically, the study aims to elucidate the impact of private investment on economic growth.

The proportion of private investment has been increasing in relation to GDP, which is the result of the government's reform efforts in Vietnam. The government has issued various regulations to address difficulties in private investment and streamline administrative procedures, particularly by establishing a list of investment-promoted sectors. These measures have facilitated the expansion of investment scale [Tung, 2019]. Moreover, there have been changes in the structure of private investment, with a growing emphasis on capital-intensive and technology-oriented sectors, reducing reliance on natural conditions and taking advantage of the availability of cheap labor [Anh et al., 2021].

The study has identified both long-term and short-term relationships between private investment and economic growth in Vietnam, as well as their interactions with other economic factors such as infrastructure investment, human capital, labor, recurrent expenditure, trade openness, and private sector finance. Based on the estimation results of the model, the following findings are derived:

In the short term, private investment has a negative impact on economic growth due to inefficient investment, underutilized equipment, market instability, and the inadequate response of new market products to customer preferences. The results of this study partially support the studies of Kumo (2006), Isaac & Samwel (2012) Anwar et al. (2021), who have not clearly identified the short-term impact of private investment and inefficiencies in the beginning when making an investment. Similarly, credit loans also have a negative short-term impact on economic growth. However, over time, private enterprises have become more efficient in their investments and have increasingly contributed to economic development, this is also shown in the studies of Attefah & Enning (2016), Popoola et al. (2022), Ade (2016), Omojolaibi et al. (2016). Recurrent expenditure has a positive impact on economic growth by improving the investment environment and reducing time and costs for private investment procedures, which has an immediate effect in the short term [Dang et al., 2020]. Infrastructure investment has a positive short-term and long-term impact on economic growth, indicating that infrastructure projects have an immediate effect on the economy, stimulating economic components, especially private sector activity even in economically disadvantaged regions [Luat, Trung, 2019]. Additionally, in the short term, an increase in the labor force may create pressure on the economy, but in the long term, it becomes an important input for businesses to select high-skilled labor at a low cost [Canh, Phong, 2018; Luat, Trung, 2019; Tung, 2019; Dang et al., 2020; Anh et al., 2021; An, 2023].

*Dynamic panel threshold results.* To study the non-linear impact of private investment on economic growth, the authors in this study employ the dynamic panel threshold model proposed by Seo & Shin (2016).

Before estimating the dynamic panel threshold model, we conducted test for the threshold and linearity effect. As suggested by Seo & Shin (2016), the robust bootstrap approach is employed to assess these issues. For the linearity test, through the bootstrap p-value in Table 7, it is observed that there is no linear relationship between private investment and economic growth. Furthermore, we can reject the hypothesis of no threshold effect at the 1% significance level, with the threshold value is 32.2754.

**Table 7.**

**The results of the private investment ratio threshold  
and its impact on economic growth**

Dynamic panel threshold	Lower regime	Higher regime
Lag of GDP	-0.2718**	0.3368
II	1.7776***	-0.9526**
HC	-0.1353	-0.0275
LA	-0.1632	0.2184
RE	-0.3732	1.4378***
TO	-0.0263*	0.0351***
CP	-0.0568	0.1119
PI	2.6347***	-1.8888**
Constant		-6.8021
Threshold	32.2754***	
Bootstrap linearity test	0	

*Note:* \*\*\*p < 0.01, \*\*p < 0.05, and \* p < 0.1. The stata command “xthenreg” is used to estimate the results. The value of grid point, trim rate and bootstrapping are set as 100, 0.3, and 100, respectively.

Results from the table 7 indicate that the coefficient of private investment is 2.6347 below the threshold which is at the 1% significance level. This mean that one standard deviation increase in private investment will lead to increase 2.6347 standard deviations in economic growth. However, above the threshold point, the coefficient of private investment is -1.8888, indicating that an increase in private investment by one standard deviation results in a decrease of 1.8888 standard deviations in economic growth. Through this, it can be inferred that the ratio of private investment/GDP should not exceed 32.2754%. Crossing this limit may lead to phenomena such as high inflation, an overheated economy, and exceeding production limits [Csanádi, 2015]. This robust evidence provides a basis for the Vietnamese Government to formulate economic policies that align with the country's situation, ensuring economic development without surpassing limits and maintaining equilibrium in the market.

*Test the causal relationship between private investment and other variables.* To examine the relationship between private investment and infrastructure investment, human capital, labor,

recurrent expenditure, trade openness, and private sector finance, the Dumitrescu-Hurlin causality test was employed by the author. The results in Table 8 indicate the presence of a causal relationship between private investment and the aforementioned variables.

**Table 8.****Results of Dumitrescu & Hurlin causality test**

Null hypothesis	W-bar	Z-bar	p-value
II does not Granger-cause PI	3.6327	6.4794	0.0000
HC does not Granger-cause PI	3.0841	4.3025	0.0000
LA does not Granger-cause PI	3.1646	4.620	0.0000
RE does not Granger-cause PI	2.5931	2.3537	0.0186
TO does not Granger-cause PI	2.8489	3.3692	0.0008
CP does not Granger-cause PI	2.8543	3.3904	0.0007

*Note:* The Dumitrescu Hurlin test is estimated with 2 lag and Zbar-statistics.

Private investment plays a significant role in Vietnam's economic growth. Therefore, it is necessary to implement measures to promote private investment activities. The Vietnamese Government has been utilizing state budget funds to develop infrastructure such as electricity systems, roads, airports, bridges, and ports, particularly in remote and disadvantaged areas. This condition facilitates the development of the private sector economy and reduces income disparities among regions nationwide. Additionally, the government encourages graduates to participate in vocational training institutions by providing support for tuition fees, investing in the construction of vocational schools, and enhancing the qualifications of teachers. Furthermore, private enterprises increasingly invest in scientific and technical fields, requiring a highly skilled workforce. These enterprises are willing to invest in areas with a high level of education. Administrative procedures often pose challenges for private enterprises, so the government allocates resources to regularly reform administrative procedures, reducing negative impacts within the government system that affect private investment attraction, such as corruption, legal circumvention, and lax controls. Moreover, the Vietnamese government calls on domestic and foreign banks to allocate more funds to the private sector to reduce loan interest rates and stabilize the monetary market, particularly exchange rates. Vietnam has also been actively engaged in international trade negotiations to expand trade. After 15 years of WTO membership (2007–2022), Vietnam has signed 15 Free Trade Agreements (FTAs), with negotiations underway for an additional 4 agreements (Center for WTO and Integration, 2023). To expand exports, the government encourages high-value economic goods for export and reduces the proportion of raw and unprocessed exports. This presents an opportunity for private enterprises to export their products to international markets, explore new customers, and develop products that better meet demand and preferences.

## 5. Conclusions

This study evaluates the contributions of private investment to Vietnam's economy. To clarify the hypothesis regarding the relationship between private investment and economic growth,

in conjunction with other factors such as infrastructure, human capital, labor, recurrent expenditure, trade openness, and public sector finance, the study uses data from 63 provinces in Vietnam from 2000 to 2022 and the study used regression results from PMG model, which was selected from 3 models: PMG, MG, DFE as the estimation tool. Additionally, the study examines the causal relationship between infrastructure investment, human capital, labor, recurrent expenditure, trade openness, and private sector finance with private investment. The following conclusions are drawn.

In the long term, infrastructure investment, private investment, human capital, labor, recurrent expenditure, trade openness, and public sector finance have a positive impact on economic growth. In contrast, in the short term, private investment, labor, recurrent expenditure, and private sector finance have a negative impact on economic growth, while infrastructure investment has a positive impact on economic growth. Moreover, all variables in the research model have a causal relationship with private investment, providing a basis for proposing measures to attract private investment to Vietnam in the coming years.

**Enhancing Infrastructure Investment:** Infrastructure has always been a concern for private investors before making investment decisions. Currently, infrastructure investment still faces several challenges that need to be addressed, such as insufficient industrial zones, delayed projects, and failure to deliver on commitments to private enterprises. The main reason behind these phenomena is the slow land clearance process. Local authorities have encountered difficulties in land clearance due to low compensation prices compared to market prices, resulting in people not handing over land for infrastructure construction, such as roads and industrial zones. To overcome these obstacles, the urgent task is to amend the Land Law and land compensation price framework by collecting market real estate prices six months prior to compensation for individuals. This collection process should be transparent to avoid group interests and personal benefits.

**Expanding Credit for Private Sector Investment:** Private enterprises currently face significant challenges in accessing low-interest bank credit. Due to high capital demand, banks have mobilized funds at high interest rates, leading to high-interest lending. To lower interest rates and facilitate private enterprises' access to affordable capital, local authorities need to promptly implement measures such as setting interest rate ceilings for lending and mobilization rates of banks. Any bank that violates these regulations should be strictly penalized, and state budget support should be used to assist enterprise capital investment in priority areas. Additionally, the government should act as a bridge to help banks mobilize low-interest funds from non-governmental organizations and non-profit organizations, which would enable banks to lower lending rates.

**Increasing Regular Expenditure on Administrative Procedure Reform:** Currently, private enterprises in Vietnam encounter numerous difficulties in resolving administrative procedures. According to VCCI (2022), 35% of enterprises surveyed reported hassles in taxation and fees, 29% in land clearance, 20% in social insurance, and 13% in construction. Regarding taxation and fees, businesses face challenges in tax settlement and subsequent tax exemption, reduction, and refund procedures. Therefore, it is necessary to implement a coherent set of administrative procedure reform solutions, especially in the tax and fee sector. Urgent measures include enhancing information technology in tax management, expanding services such as electronic tax declaration, electronic tax payment, and electronic tax invoices. Furthermore, it is crucial to promote e-government, digital transformation, and provide online public services and online payments to reduce time and costs for businesses.

Enhancing labor quality and human capital through training. A major drawback for Vietnam is that graduates from vocational training schools often fail to meet the demands of businesses. The primary reasons behind this situation are the mismatch between training content and the practical needs of enterprises, outdated workshop facilities, and outdated knowledge. Consequently, businesses are compelled to retrain their employees upon recruitment. Therefore, the initial solution is to revamp the training content based on the needs of businesses and establish partnerships between training centers and enterprises. Additionally, it is necessary to establish links between domestic training centers and international training centers to adequately meet the demand for high-quality labor in foreign businesses investing in Vietnam.

Expanding trade openness through strengthened free trade agreement signings. In recent years, participating in free trade agreements has significantly contributed to private enterprises expanding their markets, yet it still falls short of meeting development needs. Therefore, Vietnam continues to negotiate and sign additional free trade agreements. To achieve this, several tasks need to be accomplished, including improving development mechanisms, investment responsiveness, and alignment with the integration context. It is crucial to refine trade policies to align with Vietnam's conditions and avoid conflicts with existing or future free trade agreements. Proactive adjustments to the export-import market structure and the domestic market based on Vietnam's import-export orientation and strategy are also necessary in the coming period.

Although the significant role of private investment in Vietnam's economic growth has been demonstrated in recent years, there are still certain limitations in research. These limitations include the failure to consider changes in the structure of private investment, the effectiveness of private investment, and the contribution of policies encouraging private investment. For future research, the author strongly desires comprehensive evaluations of private investment from both a macro perspective and a micro perspective regarding Vietnam's economic growth.

\* \*  
\*

## References

- An D.T. (2023) The Role of Local Government in Private Investment Intentions: A Case Study in Vietnam. *International Journal of Sustainable Development and Planning*, 18, 2, pp. 439–446. <https://doi.org/10.18280/ijjdp.180212>
- Anh D.D., Song Y., Li M. (2021) The Relationships between Foreign Direct Investment, State-Owned Investment, Private Investment, Import, Export and Economic Growth in Vietnam. *The Singapore Economic Review*, 66, 2, pp. 1–31. <https://doi.org/10.1142/S0217590821500314>
- Anwar U., Nawaz A.R., Raza M.A., Nasar A., Ahmad I. (2021) Role of Private Investment in Economic Growth in Pakistan: A Time Series Analysis (1980–2017). *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 11, 4, pp. 378–391. <http://dx.doi.org/10.6007/IJARBS/v11-i4/9185>
- Arellano M., Bond S. (1991) Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations. *The Review of Economic Studies*, 58, 2, pp. 277–297. <https://doi.org/10.2307/2297968>
- Attefah E.K., Enning D.K. (2016) An OLS Approach to Modeling the Determinants of Private Investment in Ghana. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 6, 4, pp. 201–226. <http://dx.doi.org/10.6007/IJARBS/v6-i4/2090>

- Baltagi B.H., Griffin J.M., Xiong W. (2000) To Pool or Not to Pool: Homogeneous versus Heterogeneous Estimators Applied to Cigarette Demand. *Review of Economics and Statistics*, 82, 1, pp. 117–126. <http://dx.doi.org/10.1162/003465300558551>
- Barro R., Sala-I-Martin X. (1995) *Economic Growth*. N.Y.: McGraw Hill.
- Blackburne III E.F., Frank M.W. (2007) Estimation of Nonstationary Heterogeneous Panels. *The Stata Journal*, 7, 2, pp. 197–208. <https://doi.org/10.1177/1536867X0700700204>
- Bonga W.G., Nyoni T. (2017) An Empirical Analysis of the Determinants of Private Investment in Zimbabwe. *Dynamic Research Journals' Journal of Economics & Finance (DRJ-JEF)*, 2, 4, pp. 38–54. Retrieved from [https://papers.ssrn.com/Sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2960558](https://papers.ssrn.com/Sol3/papers.cfm?abstract_id=2960558)
- Breitung J. (2000) The Local Power of Some Unit Root Tests for Panel Data. *Advances in Econometrics*, 15, pp. 161–178. [https://doi.org/10.1016/S0731-9053\(00\)15006-6](https://doi.org/10.1016/S0731-9053(00)15006-6)
- Canh N.T., Phong N.A. (2018) Effect of Public Investment on Private Investment and Economic Growth: Evidence From Vietnam by Economic Industries. *Applied Economics and Finance*, 5, pp. 95–110. <https://doi.org/10.11114/AEF.V5I2.2998>
- Center for WTO and Integration (2023) *Summary of Vietnam's FTAs as of May 2023*. Retrieved from <https://trungtamwto.vn/thong-ke/12065-tong-hop-cac-fta-cua-viet-nam-tinh-den-thang-112018>
- Csanádi M. (2015). Systemic Background of Local Indebtedness and Investment Overheating During the Global Crisis in China. *Journal of Chinese Economic and Business Studies*, 13, 2, pp. 147–174. <https://doi.org/10.1080/14765284.2015.1021114>
- Dang T.T., Pham A.D., Tran D.N. (2020) Impact of Monetary Policy on Private Investment: Evidence from Vietnam's Provincial Data. *Economies*, 8, 3, pp. 70–85. <https://doi.org/10.3390/economies8030070>
- Dumitrescu E.-I.; Hurlin C. (2012) Testing for Granger Non-Causality in Heterogeneous Panels. *Econ Model*, 29, pp. 1450–1460. <https://doi.org/10.1016/J.ECONMOD.2012.02.014>
- Favara G. (2003) *An Empirical Reassessment of the Relationship between Finance and Growth*. IMF Working Paper no 03/123.
- Greene J., Villanueva D. (1991) Private Investment in Developing Countries: An Empirical Analysis. *Staff Papers*, 38, 1, pp. 33–58. <https://doi.org/10.2307/3867034>
- Gujarati D.N. (2003) *Basic Econometrics*, 4<sup>th</sup> ed. N.Y.: McGraw Hill.
- Hansen B.E. (1999) Threshold Effects in Non-Dynamic Panels: Estimation, Testing, and Inference. *Journal of Econometrics*, 93, 2, pp. 345–368. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(99\)00025-1](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(99)00025-1)
- Herzer D. (2012) How does Foreign Direct Investment Really Affect Developing Countries' Growth? *Review of International Economics*, 20, 2, pp. 396–414. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9396.2012.01029.x>
- Im K.S., Pesaran M.H., Shin Y. (2003) Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels. *Journal of Econometrics*, 115, 1, pp. 53–74. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(03\)00092-7](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(03)00092-7)
- Isaac M.K., Samwel K.C. (2012) Effects of Fiscal Policy on Private Investment and Economic Growth in Kenya. *Journal of Economics and Sustainable Development*, 3, 7, pp. 8-16. Retrieved from <https://www.iiste.org/Journals/index.php/JEDS/article/view/2040>
- Kahuthu C. (1999) *Private Sector Development in Kenya: Prospects and Challenges*. Nairobi: UNDP.
- Kao C., Chiang M.-H. (2000) On the Estimation and Inference of a Cointegrated Regression in Panel Data. *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, 1<sup>st</sup> ed. (eds. Baltagi B.H., Fomby T.B., Carter R.) Emerald Group Publishing Limited: Boston, MA, USA, 15, pp. 179–222, ISBN 978-0-76230-688-6, eISBN 978-1-84950-065-4.
- Kaputo C.C. (2012) *Macroeconomic Policy and Domestic Private Investment: The Case of Zambia, 1980–2008*. Doctoral dissertation: University of Zambia. Retrieved from: <http://dspace.unza.zm/handle/123456789/1060>
- Khan S.M., Kumar S.M. (1997) Public and Private Investment and the Growth Process in Developing Countries. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 59, 1, pp. 69–88. <https://doi.org/10.1111/1468-0084.00050>
- Kumo W.L. (2006) Macroeconomic Uncertainty and Aggregate Private Investment in South Africa. *South African Journal of Economics*, 74, 2, pp. 190–204. <https://doi.org/10.1111/j.1813-6982.2006.00071.x>

- Levin A., Lin C.-F., Chu C.S.J. (2002) Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties. *Journal of Econometrics*, 108, pp. 1–24. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(01\)00098-7](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(01)00098-7)
- Likhitrungsilp V., Do S.T., Onishi M., Tran T.T.D. (2018) Analyzing Problems Affecting the Performances of Public-Private Partnership Transportation Projects-Case Studies in Vietnam. *Songklanakarini Journal of Science & Technology*, 40, 6, pp. 1405–1419.
- Luat D.G., Trung B.T. (2019) A Provincial Analysis of Formal Economic Institutions and Private Investment in Vietnam. *Journal of Asian Business and Economic Studies*, 26, pp. 29–44. <https://doi.org/10.24311/jabes/2019.26.S01.2>
- Lucas Jr.R.E. (1988) On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, 22, 1, pp. 3–42. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(88\)90168-7](https://doi.org/10.1016/0304-3932(88)90168-7)
- Mankiw N.G., Phelps E.S., Romer P.M. (1995) The Growth of Nations. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 275–326. <https://doi.org/10.2307/2534576>
- McCulloch N., Malesky E.J., Duc N.N. (2013) *Does Better Provincial Governance Boost Private Investment in Vietnam*. IDS Working Paper, 414. <https://doi.org/10.1111/j.2040-0209.2013.00414.x>
- Modebe N.J., Regina G.O., Onwumere J.U.J., Imo G.I. (2012) Impact of Recurrent and Capital Expenditure on Nigeria's Economic Growth. *European Journal of Business and Management*, 4, 19, pp. 67–74. Retrieved from: <https://www.iiste.org/Journals/index.php/EJBM/article/view/3586/3635>
- Mohsen M., Hamid A., Mostafa B., Mahan A. (2013) Government Expenditure and Economic Growth in Iran. *International Letters of Social and Humanistic Sciences*, 11, pp. 76–83. <https://doi.org/10.18052/www.scipress.com/ILSHS.11.76>
- Mohsin S. Khan, Carmen M. Reinhart (1990) Private Investment and Economic Growth in Developing Countries. *World Development*, 18, 1, pp. 19–27. [https://doi.org/10.1016/0305-750X\(90\)90100-C](https://doi.org/10.1016/0305-750X(90)90100-C)
- Nguyen C.T., Trinh L.T. (2018) The Impacts Of Public Investment on Private Investment and Economic Growth. *Journal of Asian Business and Economic Studies*, 25, 1, pp. 15–32. <https://doi.org/10.1108/jabes-04-2018-0003>
- Nguyen H.T., Vo T.H.N., Le D.D.M., Nguyen V.T. (2020) Fiscal Decentralization, Corruption, and Income Inequality: Evidence from Vietnam. *The Journal of Asian Finance. Economics and Business (JAFEB)*, 7, 11, pp. 529–540.
- Nguyen K.T., Nguyen H.T. (2021) The Impact of Investments on Economic Growth: Evidence from Vietnam. *Journal of Asian Finance. Economics and Business*, 8, 8, pp. 345–353. <https://doi.org/10.13106/jafeb.2021.vol8.no8.0345>
- Nwakoby C., Alajekwu-Udoka B. (2016) Effect of Private Sector Investment on Economic Growth in Nigeria. *NG-Journal of Social Development*, 5, 4, pp. 150–167. <https://doi.org/10.12816/0033095>
- Omojolaibi J.A., Okenesi T.P., Mesagan E.P. (2016) Fiscal Policy and Private Investment in Selected West African Economies. *CBN Journal of Applied Statistics*, 7, 1, pp. 277–309. Retrieved from <http://hdl.handle.net/10419/191684>
- Ortigueira S., Santos M.S. (1997) On the Speed of Convergence in Endogenous Growth Models. *The American Economic Review*, 87, pp. 383–399. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/2951351>
- Pesaran M.H., Shin Y., Smith R.P. (1995) Estimating Longrun Relationships from Dynamic Heterogeneous Panels. *Journal of Econometrics*, 68, 1, pp. 79–113. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)01644-F](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)01644-F)
- Pesaran M.H., Shin Y. (1996) Cointegration and Speed of Convergence to Equilibrium. *Journal of Econometrics*, 71, 1–2, pp. 117–143. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)01697-6](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)01697-6)
- Pesaran M.H., Shin Y., Smith R.P. (1997) *Pooled Estimation of Long-Run Relationships in Dynamic Heterogeneous Panels*. Department of Applied Economics University of Cambridge.
- Pesaran M.H., Shin Y. and Smith, R.P. (1999). Pooled Mean Group Estimation of Dynamic Heterogeneous Panels. *Journal of the American Statistical Association*, 94, 446, pp. 621–634. <https://doi.org/10.2307/2670182>
- Pham M.H. (2023) Does Public Investment Stimulate Economic Growth in Vietnam? An ARDL approach to Test Keynes's Theories. *Journal of Eastern European and Central Asian Research (JEECAR)*, 10, 2, pp. 301–310. <https://doi.org/10.15549/jeecar.v10i2.1155>

Popoola M.A., Ajayi J.O., Abiodun T.S. (2022) Exchange Rate Policy Regimes, Private Investment Behaviour and Economic Growth in Nigeria (1960–2020). *Financial Markets, Institutions and Risks (FMIR)*, 6, pp. 105–115. [https://doi.org/10.21272/fmir.6\(3\).105-115.2022](https://doi.org/10.21272/fmir.6(3).105-115.2022)

Rebelo S. (1991) Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 99, 3, pp. 500–521. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/2937740>

Romer P.M. (1986) Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 94, 5, pp. 1002–1037. Retrieved from <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-3808%28198610%2994%3A5%3C1002%3AIRALG%3E2.0.CO%3B2-C>

Seo M.H., Shin Y. (2016) Dynamic Panels with Threshold Effect and Endogeneity. *Journal of Econometrics*, 195, 2, pp. 169–186. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2016.03.005>

Shabbir M.S., Bashir M., Abbasi H.M., Yahya G., Abbasi B.A. (2020) Effect of Domestic and Foreign Private Investment on Economic Growth of Pakistan. *Transnational Corporations Review*, 13, pp. 437–449. <https://doi.org/10.1080/19186444.2020.1858676>

Solow R.M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70, 1, pp. 65–94. <https://doi.org/10.2307/1884513>

Sulaiman N.F.C., Saputra J., Muhamad S. (2021) Effects of Human Capital and Innovation on Economic Growth in Selected ASEAN Countries: Evidence from Panel Regression Approach. *The Journal of Asian Finance, Economics and Business (JAFEB)*, 8, 7, pp. 43–54. <https://doi.org/10.13106/jafeb.2021.vol8.no7.0043>

Tung L.T. (2019) Does Foreign Direct Investment Really Support Private Investment in an Emerging Economy? An Empirical Evidence in Vietnam. *Montenegrin Journal of Economics*, 15, 1, pp. 7–20. <https://doi.org/10.14254/1800-5845/2019.15-1.1>

Vietnam Chamber of Commerce and Industry (VCCI) (2023) *Provincial Competitiveness Index 2022*. Retrieved from: <https://pcvietnam.vn/uploads//VN-Bao-cao-dai-PCI/Bao-cao-PCI-2022.pdf>

## Раскрывая секреты: частные инвестиции и значительная эволюция экономики Вьетнама

Ан Дин Тронг

Лектор, Университет экономики и делового администрирования (TUEBA),  
Тхай Нгуен, Вьетнам.  
E-mail: dinhtrongan@gmail.com

В последние годы экономика Вьетнама достигла значительных успехов, причем частные инвестиции сыграли решающую роль в этом вкладе. По мере того, как страна вступила в XXI век, значимость частного сектора в экономическом развитии Вьетнама становилась все более очевидной благодаря росту уровня инвестиций, росту занятости, увеличению взносов в государственный бюджет и общему росту ВВП. Целью данной статьи является предоставление надежных доказательств краткосрочного и долгосрочного вклада частных инвестиций в значительный экономический рост Вьетнама с 2000 по 2022 год. В исследовании собраны данные из всех 63 провинций и муниципалитетов Вьетнама за период с 2000 по 2022 годы. На основе собранных данных исследование использовало результаты модели средней группы панели (PMG), выбранной из трех моделей (PMG, MG, DFE) с помощью тестирования Хаусмана. С помощью динамической пороговой модели панели исследование точно определило максимальное пороговое отношение частных инвестиций к ВВП на уровне 32,2754%. Превышение этого отношения привело бы к ситуации высокой инфляции, перегрева экономики и превышения пределов производства. Наконец, причинно-следственный вывод из данных панели использовался для анализа связи между частными инвестициями и другими переменными в модели. Исследование расширило перспективу влияния частных инвестиций на экономический рост. В начальный период частная инвестиционная деятельность столкнулась с трудностями, что привело к неэффективным инвестициям и отрицательному влиянию на экономический рост. Однако, благодаря гибкости и хорошей адаптации к рынку, а также эффективному использованию факторов ввода, частные инвестиции со временем внесли положительный вклад в экономическое развитие. Кроме того, посредством проверки причинно-следственных связей исследование продемонстрировало причинно-следственную связь между частными инвестициями и инвестициями в инфраструктуру, человеческим капиталом, занятостью, государственными расходами и открытостью торговли. Наконец, исследование предложило политические последствия для правительства Вьетнама для повышения эффективности частных инвестиций и дальнейшего содействия экономическому росту.

**Ключевые слова:** экономический рост; частные инвестиции; модель PMG, MG и DFE; теория экономического роста; динамическая панельная пороговая модель.

**JEL Classification:** B30, B40, M20, G10, O10, O02.

## Технические требования к оформлению текста для авторов

1. Представляемый материал (статьи, монографии, рецензии) должен являться оригинальным неопубликованным ранее в других печатных изданиях.
2. Рукопись может представляться на русском и английском (для иностранных авторов) языках.
3. Объем текста, как правило, должен быть не более 1–1,5 авт. л. (40–60 тыс. знаков, включая пробелы).
4. Первая страница статьи должна содержать следующую информацию:
  - *название статьи* (на русском и английском языках; не более восьми слов);
  - *УДК статьи*;
  - *сведения об авторах* (фамилия, имя, отчество всех авторов полностью; место работы каждого автора с указанием полного названия и почтового адреса организации; должность, звание, ученая степень каждого автора, адрес электронной почты и контактный телефон каждого автора);
  - *аннотацию*, которая должна отражать основное содержание статьи – предмет, цель, методологию (метод), результаты исследования и область их применения, выводы (объем не менее **200 – 250** слов, на русском и английском языках)
  - *ключевые слова* (6 – 10 слов на русском и английском языках), *классификацию по JEL*.
5. Рукопись должна быть представлена в электронном виде, обязательно в «Office Word». После рецензирования и рассмотрения статьи на заседании Редакколлегии (проводятся ежеквартально) решение о публикации сообщается автору в течение недели после заседания. При наличии замечаний рукопись возвращается автору на доработку. В редакцию представляется в электронном виде готовый исправленный материал.
6. Текст необходимо оформлять с межстрочным расстоянием «одинарное». Поля текста следующие: верхнее – 4,3 см, нижнее – 6,4 см, левое – 2,7 см, правое – 4,3 см. Страницы должны быть целиком заполнены текстом и пронумерованы. При наборе текста необходимо использовать шрифт «Times New Roman». Размер шрифта для заголовков статей – 14, Ф.И.О. авторов – 12, текста – 10, для сносок – 9.
7. Для выделения отдельных пунктов в тексте или графическом материале необходимо использовать только арабскую нумерацию.
8. Графический материал должен быть представлен в «Excel» в черно-белом изображении, без цветного фона, рамок; оси диаграмм черного цвета, для диаграмм применять различную штриховку. **Сканированные рисунки не использовать.**
9. Математические формулы оформляются через редактор формул «MathType», а их нумерация проставляется с левой стороны.
10. В конце статьи приводится список литературы, использованный при ее написании, составленный в алфавитном порядке (сначала русскоязычные авторы, затем англоязычные; оформлять по ГОСТ 7.0.5-2008) на русском и английском языках, при оформлении которого рекомендуется употреблять следующие англоязычные названия российских журналов:
  - Вопросы статистики – *Voprosy Statistiki*;
  - Вопросы экономики – *Voprosy Ekonomiki*;
  - Журнал Новой экономической ассоциации – *Journal of the New Economic Association*;
  - Прикладная эконометрика – *Applied Econometrics*;
  - Проблемы прогнозирования – *Studies on Russian Economic Development*;
  - Форсайт – *Foresight-Russia*;
  - ЭКО – *ECO Journal*;
  - Экономика и математические методы – *Economics and Mathematical Methods*;
  - Экономическая наука современной России – *Economics of Contemporary Russia*;
  - Экономическая политика – *Economic Policy*;
  - Экономический журнал ВШЭ – *HSE Economic Journal*.
11. Ссылки в тексте на литературу необходимо оформлять в квадратных скобках, указывать фамилии авторов и год издания произведения.

**Статьи, оформленные без соблюдения данных требований, Редакцией не рассматриваются.**

## Requirements to the manuscript design

1. The submitted manuscript (article, monograph, review) must be original unpublished earlier in other publications.
2. The manuscript can be submitted in Russian and English languages.
3. The manuscript should not normally be more than 40–60 thousand characters, including spaces.
4. The first page of the manuscript should contain:
  - *title* (in Russian and English languages; not more than eight words);
  - *information about the authors* (surname and first name of the author(s), affiliation, position, mail address, email, phone number) in Russian and English languages;
  - *abstract* (not less than 200 words) in Russian and English languages;
  - *key words* (6–10 words in Russian and English);
  - *JEL classification*.
5. Text requirements: MS Word, Times New Roman, 10 font size. Font size for the article titles – 14, authors – 12, footnotes – 9. The text should be justified width way; indents should be done without hangings; zero interval between paragraphs; line-to-line spacing equals to one; top margin – 4.3 cm, bottom margin – 6.4 cm, left margin – 2.7 cm, right margin – 4.3 cm.
6. Only Arabic numbering should be used to highlight specific items in the text or illustrations.
7. Illustrations should be submitted in MS Excel in black and white, without a colored background and without frames. The use of scanned drawings are not allowed.
8. MathType equation editor should be used for formulas. Numbering equations affixed on the left side.
9. References go at the end of the text with the full bibliographic description of all the used sources. Only those sources are listed which were used in the text. The list goes in the alphabetical order, Russian literature (if used) should be placed first. The papers of one author should be given in the chronological order.
10. References cited in the text should be formalized in square brackets, indicating the author's name and year of publication.