



Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2025. Т. 25, вып. 2. С. 231–245  
*Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2025, vol. 25, iss. 2, pp. 231–245  
<https://mmi.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-2-231-245>, EDN: QLRACF

Научная статья

УДК 531/534:[57+61]

## К вопросу об изучении структурных и механических характеристик губчатой костной ткани крупного рогатого скота

И. Ф. Паршина<sup>1</sup>, Д. В. Иванов<sup>1</sup>, А. В. Доль<sup>1</sup>, И. В. Виндокуров<sup>2</sup>,  
Л. В. Бессонов<sup>1</sup>, М. А. Ташкинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

<sup>2</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Россия, 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, д. 29

**Паршина Ирина Феритовна**, старший преподаватель кафедры математической теории упругости и биомеханики, abitovaif@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0735-6934>, SPIN: 2267-9136, AuthorID: 906494

**Иванов Дмитрий Валерьевич**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической теории упругости и биомеханики, ivanovdv.84@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1640-6091>, SPIN: 4459-1094, AuthorID: 201794

**Доль Александр Викторович**, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник учебной лаборатории цифровых медицинских технологий, dolav86@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5842-1615>, SPIN: 3881-2302, AuthorID: 601135

**Виндокуров Илья Владимирович**, младший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории механики биосовместимых материалов и устройств, ivv@pstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1885-0404>, SPIN: 7586-3546, AuthorID: 966067

**Бессонов Леонид Валентинович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической теории упругости и биомеханики, bessonov@sgu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5636-1644>, SPIN: 9022-8177, AuthorID: 774968

**Ташкинов Михаил Анатольевич**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин», m.tashkinov@pstu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4660-0020>, SPIN: 7694-2129, AuthorID: 614886

**Аннотация.** Натурные эксперименты с человеческими костями затруднены, поэтому многие авторы исследуют механические параметры губчатой кости крупного рогатого скота, которая по своим свойствам близка к кости человека. Известны исследования по оценке эффективного модуля упругости губчатой кости позвонков и других костей коров. Однако ее механические свойства в зависимости от направления нагружения и структурных свойств не изучены. Цель работы состояла в комплексном исследовании механических свойств губчатой кости крупного рогатого скота в зависимости от направления нагружения, объемной минеральной плотности и пористости. Задачами данной работы являлись: разработка требований к размерам образцов при их одноосном сжатии для оценки эффективного модуля упругости в рамках стержневой теории; проведение одноосных механических экспериментов по сжатию образцов костей в трех направлениях; измерение объемной минеральной плотности и пористости образцов; построение регрессионных зависимостей, связывающих механические и структурные свойства губчатой кости. В результате исследования выявлены зависимости, связывающие эффективный модуль упругости с минеральной плотностью, а также пористостью губчатой кости. Была разработана и представлена авторская методика определения пористости губчатой кости. В работе также представлены требования к относительной высоте (отношение высоты к наибольшему размеру поперечного сечения) образцов губчатой кости. Выявлено, что при проведении одноосных

экспериментов по сжатию и дальнейшем расчете эффективного модуля упругости по стержневой теории относительная высота образцов должна составлять не менее 5 единиц.

**Ключевые слова:** губчатая кость, позвонки, коленный сустав, эффективный модуль упругости, коэффициент Пуассона, одноосное сжатие

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке Государственного задания (проекты № FSR-2023-0009 и № FSNM-2025-0001). Эксперименты по сжатию образцов выполнены при поддержке Фондом Потанина (проект № ПР23-000397).

**Для цитирования:** Паршина И. Ф., Иванов Д. В., Долъ А. В., Виндокуров И. В., Бессонов Л. В., Ташкинов М. А. К вопросу об изучении структурных и механических характеристик губчатой костной ткани крупного рогатого скота // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2025. Т. 25, вып. 2. С. 231–245. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-2-231-245>, EDN: QLRACF

Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

## On the issue of studying the structural and mechanical characteristics of bovine cancellous bone

I. F. Parshina<sup>1</sup>, D. V. Ivanov<sup>1</sup>, A. V. Dol<sup>1</sup>, I. V. Vindokurov<sup>2</sup>,  
L. V. Bessonov<sup>1</sup>✉, M. A. Tashkinov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, 83 Astrakhanskaya St., Saratov 410012, Russia

<sup>2</sup>Perm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolsky Ave., Perm 614990, Russia

Irina F. Parshina, abitovaif@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0735-6934>, SPIN: 2267-9136, AuthorID: 906494

Dmitry V. Ivanov, ivanovdv.84@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1640-6091>, SPIN: 4459-1094, AuthorID: 201794

Alexander V. Dol, dolav86@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5842-1615>, SPIN: 3881-2302, AuthorID: 601135

Iliya V. Vindokurov, ivv@pstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1885-0404>, SPIN: 7586-3546, AuthorID: 966067

Leonid V. Bessonov, bessonov@sgu.ru, <https://orcid.org/0002-5636-1644>, SPIN: 9022-8177, AuthorID: 774968

Mikhail A. Tashkinov, m.tashkinov@pstu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4660-0020>, SPIN: 7694-2129, AuthorID: 614886

**Abstract.** Mechanical experiments with human bones are difficult, so many authors study mechanical parameters of bovine cancellous bone, which is close to human bone in its properties. Studies on estimation of the effective modulus of elasticity of cancellous bone of vertebrae and other bovine bones are known. However, its mechanical properties depending on the direction of loading and structural properties have not been studied yet. The aim of this work was to comprehensively study the mechanical properties of bovine cancellous bone depending on the loading direction, volumetric mineral density and porosity. The objectives of this work were: to develop requirements for the size of samples in uniaxial compression to estimate the effective modulus of elasticity within the framework of the rod theory; to conduct uniaxial mechanical experiments on compression of bone specimens in three directions; to measure the volumetric bone mineral density and porosity; to construct regression relationships linking mechanical and structural properties of cancellous bone. As a result of the study, the dependences linking the effective modulus of elasticity with mineral density, as well as porosity of cancellous bone were revealed. The author's method of determining the porosity of cancellous bone was developed and presented. As a result of the study, the dependences linking the effective modulus of elasticity with mineral density and porosity of cancellous bone were revealed. The author's method of determining the porosity of cancellous bone was developed and presented. The paper also presents the requirements for the relative height (ratio of height to the largest cross-sectional dimension) of cancellous bone specimens. It was revealed that when conducting uniaxial compression experiments and further calculation of the effective modulus of elasticity according to the rod theory, the relative height of the specimens should be at least 5 units.



**Keywords:** cancellous bone, vertebrae, knee joint, effective modulus of elasticity, Poisson's ratio, uniaxial compression

**Acknowledgements:** This work was supported by the State Assignment (projects No. FSRR-2023-0009, and No. FSNM-2025-0001). The experiments on sample compression were carried out with the support of the Potanin Foundation (project No. PR23-000397).

**For citation:** Parshina I. F., Ivanov D. V., Dol A. V., Vindokurov I. V., Bessonov L. V., Tashkinov M. A. On the issue of studying the structural and mechanical characteristics of bovine cancellous bone. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2025, vol. 25, iss. 2, pp. 231–245 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-2-231-245>, EDN: QLRACF

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

## Введение

Минеральная плотность кости (МПК) применяется для оценки ее качества и диагностики остеопороза [1, 2]. Известно, что МПК сильно коррелирует с прочностью и эффективным модулем упругости костной ткани [3, 4]. При предоперационном планировании лечения травм и дегенеративных заболеваний позвоночника [5] по данным компьютерной томографии вычисляются единицы Хаунсфилда губчатой кости [6], которые определяют ее МПК. Однако разные компьютерные томографы (КТ), конволюционные ядра [7] оказывают существенное влияние на единицы Хаунсфилда, что может приводить к неадекватной оценке МПК и, соответственно, механических свойств кости [7–9].

В то же время объемную МПК образцов губчатой костной ткани можно измерить прямым методом посредством оценки их исходного объема и массы каркаса (золы) после сжигания. При этом для каждого такого образца с помощью экспериментов на одноосное сжатие можно измерить его механические характеристики. Требования к таким экспериментам, в том числе к параметрам стальных и полимерных образцов, участвующих в испытании на сжатие, описаны в стандартах (например, ASTM E9, ASTM D3410/D341 OM-03, ISO 604:2002), но для биологических материалов таких стандартов не существует. Следует отметить, что расчет эффективного модуля упругости по стержневой теории (при одноосном сжатии) может быть выполнен только для «длинных» образцов, отношение высоты которых к размерам их поперечного сечения должно быть не менее 5 к 1 для стали и выше для полимерных материалов. Далее будем это отношение называть относительной высотой.

Так как натурные эксперименты с человеческими костями (трупными или извлеченными во время операций) затруднены, многие авторы исследуют механические свойства губчатой кости крупного рогатого скота [10], которая по своим свойствам близка к кости человека. Известны исследования по оценке эффективного модуля упругости губчатой кости позвонков и других костей коров [11, 12]. Однако ее механические свойства в зависимости от направления нагружения и от ее объемной МПК не изучены. Так как губчатая кость — это ткань ячеистого вида, сформированная рыхло лежащими костными трабекулами, то при ее исследовании авторы оценивают такой параметр, как пористость (или отношение BV/TV, т. е. отношение объема костного каркаса к объему образца кости). Более того, известны работы [11, 13], в которых строят регрессионные зависимости, связывающие прочностные характеристики и BV/TV. При этом, так же как и МПК, BV/TV оценивают по данным КТ.

Построенные зависимости [14–16] между эффективным модулем упругости и объемной МПК могут быть использованы при дальнейшем изучении напряженно-деформированного состояния пациент-ориентированных биомеханических моделей элементов опорно-двигательного аппарата человека. Такие зависимости позволяют для каждого конкретного пациента рассчитывать индивидуальные механические свойства костной ткани. Исследование эффективного модуля упругости и коэффициента Пуассона в разных направлениях (например, вдоль и поперек оси позвонков) позволит учитывать анизотропию костной ткани при биомеханическом моделировании.

Таким образом, цель данной работы состояла в комплексном исследовании механических свойств губчатой кости в зависимости от направления нагружения, объемной МПК и пористости. Соответственно, задачами исследования являлись:

- разработка требований к относительной высоте образцов;
- проведение механических одноосных экспериментов на сжатие образцов костей в трех направлениях (продольном и двух поперечных);
- измерение объемной МПК и пористости образцов;
- построение регрессионных зависимостей, связывающих механические свойства и объемную МПК губчатой кости;
- построение регрессионных зависимостей, связывающих механические свойства и пористость губчатой кости.

## 1. Материалы и методы

Образцы губчатой кости изготавливались из костей крупного рогатого скота (коровы), испытывались кости поясничных позвонков и коленного сустава. Возраст животных на момент забоя составлял 18–20 месяцев. Срок от забоя до проведения экспериментов составлял не более суток. При исследовании позвонков образцы готовились из костей пяти животных, коленного сустава — семи животных. Кости приобретались на мясном рынке после разделки туши животного.

Высота образцов варьировалась от 10 до 45 мм, ширина (длина) — от 3 до 10 мм. Проводились эксперименты по одноосному сжатию образцов, скорость нагружения равнялась 2 мм/мин. Эксперименты осуществлялись на универсальных испытательных машинах Instron. Регистрация неоднородных полей деформаций на лицевой поверхности образцов осуществлялась с использованием метода корреляции цифровых изображений (DIC) на базе бесконтактной трехмерной цифровой оптической системы Vic-3D (Correlated Solutions). Съемка производилась с помощью камер FLIR, скорость съемки составляла 5 кадров/сек. Системы синхронизировались с использованием блока АЦП (DAQ-STD-8D-2M). Подготовка образцов осуществлялась с помощью ручной ножовки по металлу, измерения размеров выполнялись с помощью цифрового штангенциркуля Mitutoyo (точность измерений 0.01 мм).

Далее приведем поэтапное распределение экспериментов в рамках данного исследования. Первый, третий и четвертый этапы осуществлялись в Саратовском национальном исследовательском государственном университете имени Н. Г. Чернышевского (СГУ), второй этап — в Пермском национальном исследовательском политехническом университете (ПНИПУ) и СГУ.

### 1.1. Первый этап. Разработка требований к относительной высоте образца

На первом этапе испытывали образцы губчатой кости коленного сустава (рис. 1, а). Образцы готовились вдоль оси  $Oz$  сустава (рис. 1, б). В экспериментах применялась машина Instron 3342 с нагрузочной ячейкой 500 Н. Исследовалось влияние относительной высоты образца (отношение высоты образца к среднему размеру поперечного сечения, далее — AR) на вычисляемый по стержневой теории эффективный модуль упругости. Относительная высота образцов варьировалась от 1 до 7 единиц. В рамках данной теории эффективный модуль упругости вычислялся по формуле

$$E = \frac{P \cdot l_0}{S \cdot \Delta l},$$

где  $E$  — эффективный модуль упругости (Па),  $P$  — сжимающая нагрузка (Н),  $l_0$  — высота образца до нагружения (м),  $S$  — площадь поперечного нагружения образца ( $\text{м}^2$ ),  $\Delta l$  — перемещение подвижной траверсы испытательной машины (м).

Эффективный модуль упругости определяли на линейном участке диаграммы сжатия, соответствующем упругому поведению материала. Результаты экспериментов первого этапа обрабатывали в Microsoft Excel.



## 1.2. Второй этап. Оценка эффективных модулей упругости, коэффициентов Пуассона губчатой кости позвонков и коленного сустава в трех направлениях

На втором этапе для экспериментов по одноосному сжатию образцы губчатой кости вышлиливались из коленного сустава и поясничных позвонков в трех направлениях. AR составляла не менее 5 единиц. Образцы из коленного сустава готовились вдоль оси вращения в суставе и в двух взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 1, б), а из позвонков — вдоль оси тела позвонка и двух других взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 1, в). В экспериментах применялась машина Instron 68SC-5 с нагрузочной ячейкой 5000 Н. Эффективный модуль упругости также рассчитывался по стержневой теории (на основе данных испытательной машины).

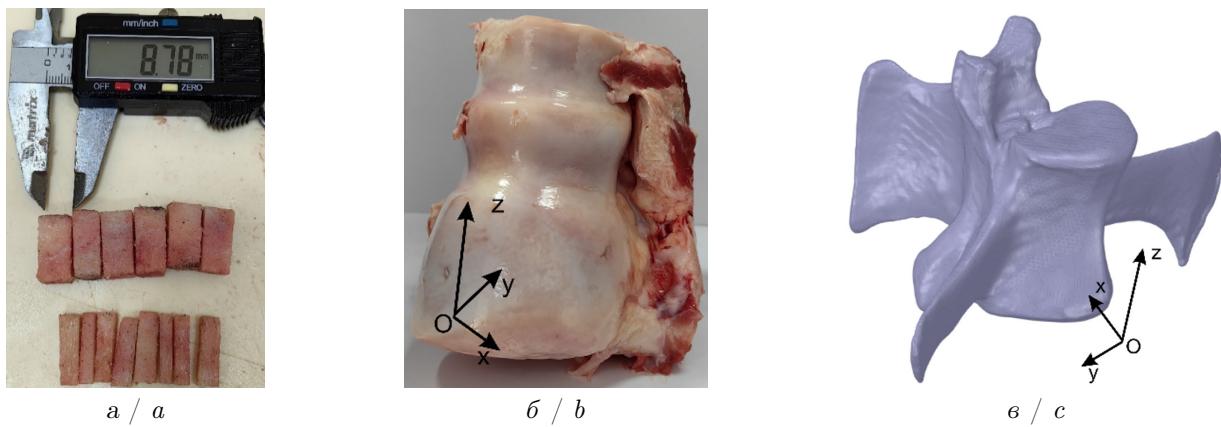


Рис. 1. Образцы из коленного сустава перед экспериментом (а). Направления вышлиливания образцов из коленного сустава (б) и тел позвонков (в) (цвет онлайн)

Fig. 1. Knee joint samples before the experiment (a). Directions of sawing from knee joint (b) and vertebral bodies (c) (color online)

Для расчета коэффициента Пуассона продольные и поперечные деформации каждого образца фиксировались с помощью видеосистемы Vic 3D Micro-DIC digital image correlation system (рис. 2, а). Для этого в день эксперимента образцы покрывались белым акриловым грунтом (рис. 2, б), далее с помощью краскопульта на одну из плоских граней каждого образца наносили специальные метки черной эмалью (рис. 2, в).

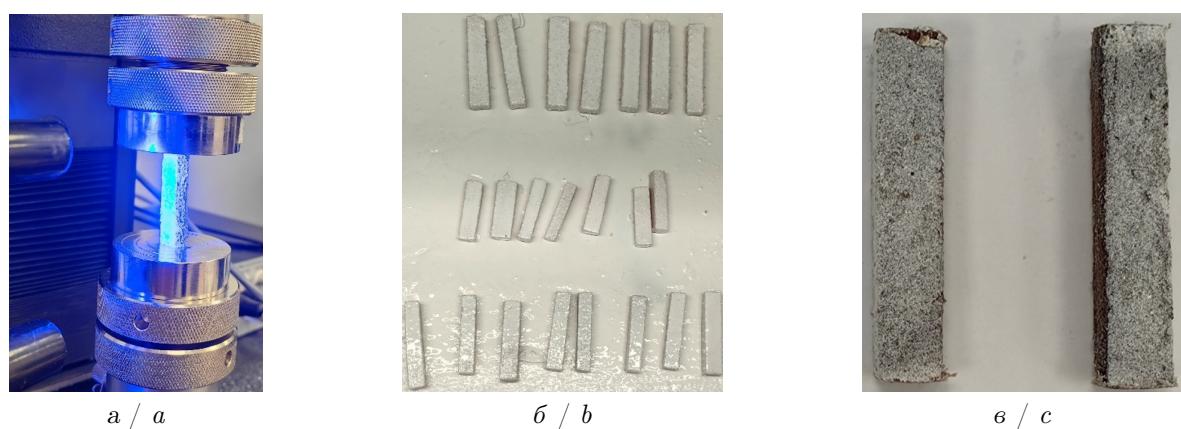


Рис. 2. Образцы до и во время эксперимента: а — образец в испытательной машине; б — грунтованные образцы; в — образцы с нанесенными черными метками (нанесение черной краской равномерно по всей грани) (цвет онлайн)

Fig. 2. Specimens before and during the experiment: a — specimen in the testing machine; b — primed specimens; c — specimens with black marks applied (spraying with black paint evenly over the entire face) (color online)

Коэффициент Пуассона вычислялся по формуле

$$\nu = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l},$$

где  $\varepsilon_t$  — поперечная деформация,  $\varepsilon_l$  — продольная деформация, вычисляемые на основе исходных данных видеосистемы. Синхронизация испытательной машины и видеосистемы позволила вычислять коэффициент Пуассона в интервале упругого деформирования образцов.

### 1.3. Третий этап. Вычисление минеральной плотности и пористости костной ткани

Отметим, что перед экспериментами на сжатие измерялись высота, длина и ширина, а также масса каждого образца. Для измерения массы использовались весы Ohaus ax5202 (точность измерений 0.01 г).

После выполнения экспериментов по сжатию каждый образец сжигался в муфельной печи. Предварительно на установке для термогравиметрического анализа TGA Q500 был проведен эксперимент по сжиганию малого объема кости для определения параметров сжигания образцов. Необходимо было определить время и температуру сжигания, которые бы позволили достичь полного выгорания органических соединений.

Объем пор измерялся на сожженных образцах посредством измерения объема вытесняемого ими этилового спирта из мерного цилиндра. Для этого этиловый спирт наливали в мерный цилиндр (объем 5 мл, 1 класса точности, цена деления 0.1 мл) и замеряли его объем.

Затем в цилиндр помещали сожженный образец и снова замеряли объем спирта в мерном цилиндре (рис. 3, а). Таким образом, с точностью до 0.1 мл получали объем каркаса образца. Затем из общего объема образца вычитали объем его каркаса и получали объем пор.

На рис. 3, б представлен график зависимости массы образца (в мг) от температуры в камере сгорания. Из графика видно, что при температуре 600°C и выше наблюдается полное выгорание органики, образец перестает терять массу: остается только минеральный каркас.

Выход на постоянное значение

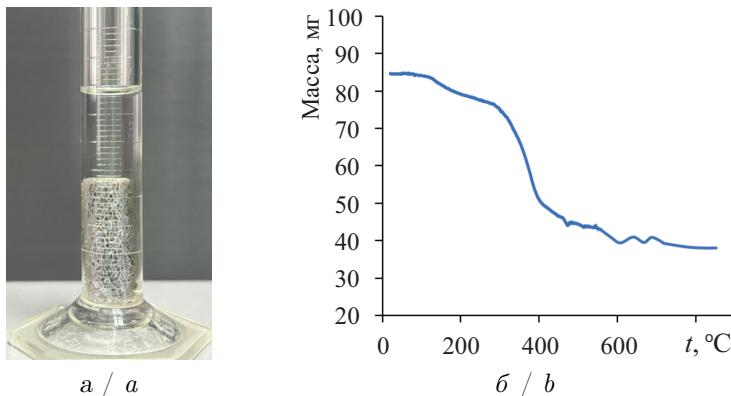


Рис. 3. Образец в мерном цилиндре со спиртом при измерении его пористости (а) и график зависимости массы образца от температуры сжигания (б)

Fig. 3. The specimen in a measuring cylinder with ethanol when measuring its porosity (a), and the dependence between mass of the specimen and combustion temperature (b)

массы происходил после 1 часа 25 минут эксперимента. Таким образом, в экспериментах было принято решение обжигать образцы не менее 2 часов (с запасом по времени) при температуре 600°C до появления признаков белого каления. После сжигания каждый образец повторно взвешивался на весах, а затем вычислялась его минеральная плотность по формуле

$$\text{МПК} = \frac{m_{ash}}{V_{wet}},$$

где  $m_{ash}$  — масса образца после сжигания (г),  $V_{wet}$  — объем образца до эксперимента (см<sup>3</sup>).

Пористость костной ткани вычислялась как отношение объема пор к общему объему образца:

$$\eta = \frac{V_p}{V_{wet}},$$

где  $V_p$  — объем пор (см<sup>3</sup>),  $V_{wet}$  — объем образца (см<sup>3</sup>).



#### 1.4. Четвертый этап. Оценка зависимостей эффективного модуля упругости от МПК и пористости. Обработка результатов экспериментов

Работы в рамках четвертого этапа были направлены на оценку влияния МПК и пористости на механические свойства губчатой кости в продольном и поперечном направлениях.

Статистическая обработка результатов экспериментов осуществлялась в следующем порядке: проверка выборок на нормальность распределения, вычисление описательных статистик, оценка различий между выборками с помощью ANOVA, построение регрессионных зависимостей, связывающих эффективный модуль упругости с МПК и пористостью. Статистическая обработка результатов осуществлялась в Microsoft Excel. Для оценки различий между регрессионными кривыми, связывающими эффективный модуль упругости и МПК (а также пористость), использовали инструмент косинусного сходства, позволяющий оценить «похожесть» этих кривых на основе оценки углов наклона между векторами в выборках. Для этого строили зависимости между нормированными значениями эффективных модулей упругости и МПК, определяли попарные косинусы между векторами из каждой выборки, которые затем представляли в виде таблиц с описательными статистиками.

## 2. Результаты

На рис. 4 представлена диаграмма, демонстрирующая зависимость вычисляемого по стержневой теории эффективного модуля упругости от AR губчатой кости коленного сустава коров (все образцы выпилены вдоль оси сустава) для образцов, изготовленных из костей семи животных. Она показывает, что с увеличением AR вычисляемый эффективный модуль упругости увеличивается и выходит на «стационарное» значение при AR от 5 единиц и выше. Пиковые значения эффективного модуля упругости достигают порядка 750 МПа. Точки на диаграмме аппроксимированы кубической зависимостью.

Приведем результаты экспериментов по одноосному сжатию губчатой кости коленного сустава, позвонков, а также значения минеральной плотности для исследованных костей (табл. 1). Нормальность распределения значений эффективного модуля упругости, коэффициента Пуассона и минеральной плотности была проверена с помощью теста Шапиро – Уилка, поэтому в табл. 1 данные приведены в виде средних значений и стандартных отклонений.

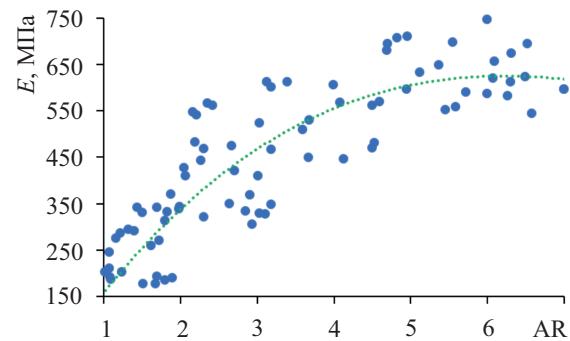


Рис. 4. Диаграмма зависимости вычисляемого по стержневой теории эффективного модуля упругости от относительной высоты образца  $R^2 = 0.8$

Fig. 4. The dependence of the effective elasticity modulus calculated according to the rod theory on the specimen relative height  $R^2 = 0.8$

Таблица 1 / Table 1

Значения эффективного модуля упругости, минеральной плотности и коэффициента Пуассона губчатой кости

Values of the effective modulus of elasticity, mineral density, and Poisson's ratio of cancellous bone

Тип кости	Направление выпиливания образца	Число образцов	$E$ , МПа	МПК, г/см <sup>3</sup>	Коэффициент Пуассона
Позвонок	Вдоль $Oz$	12	$815.8 \pm 162.6$	$0.24 \pm 0.03$	$0.29 \pm 0.03$
	Вдоль $Ox$	13	$220.6 \pm 91.7$	$0.22 \pm 0.03$	$0.28 \pm 0.04$
	Вдоль $Oy$	13	$240.1 \pm 92.3$	$0.26 \pm 0.03$	$0.28 \pm 0.04$
Коленный сустав	Вдоль $Oz$	7	$602.9 \pm 162.7$	$0.43 \pm 0.08$	$0.28 \pm 0.02$
	Вдоль $Ox$	6	$553.3 \pm 177.6$	$0.41 \pm 0.06$	$0.30 \pm 0.01$
	Вдоль $Oy$	6	$580.4 \pm 103.0$	$0.41 \pm 0.10$	$0.28 \pm 0.04$

Значения из табл. 1 далее представим в виде диаграмм «ящики с усами» на рис. 5.

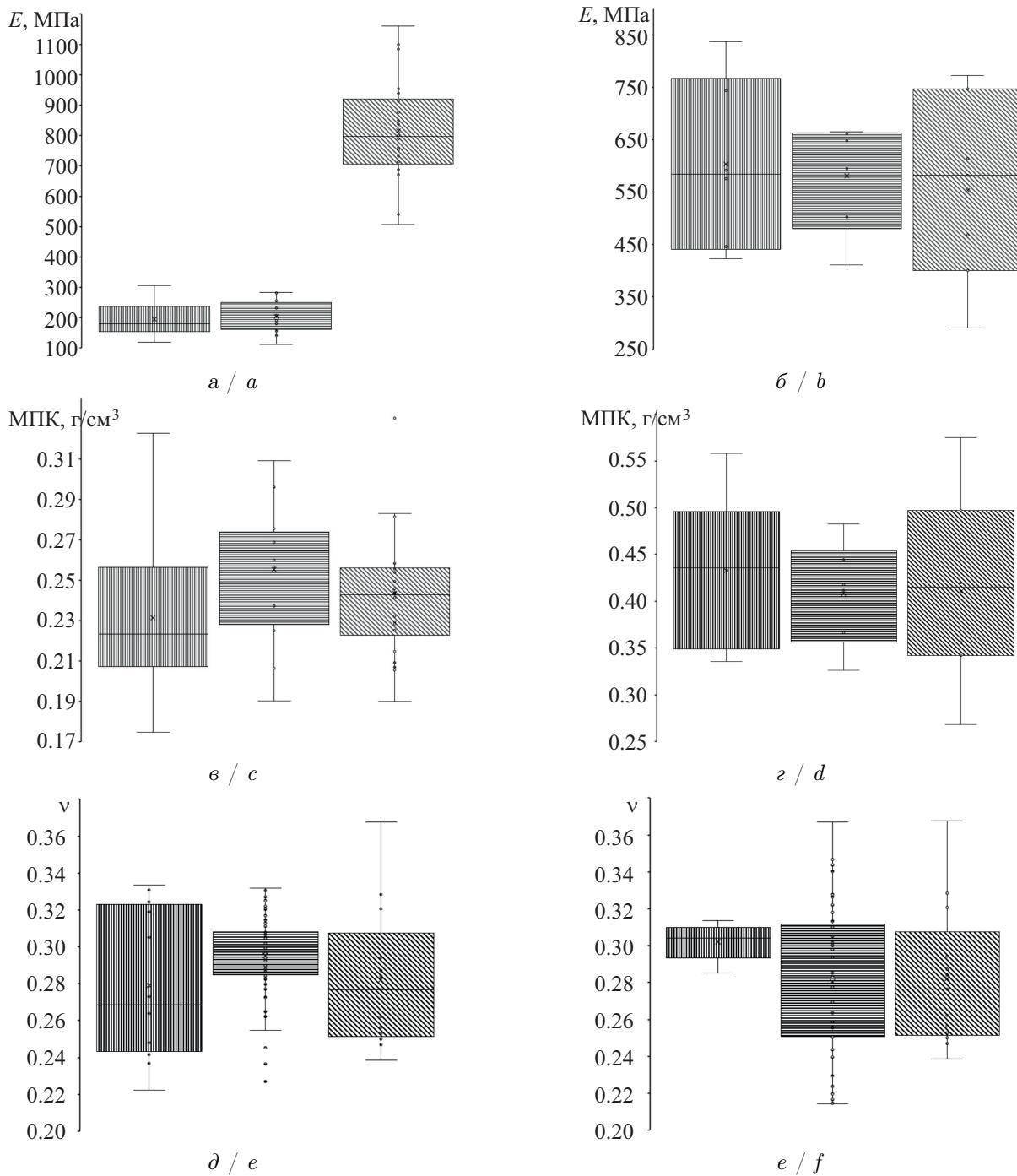


Рис. 5. Диаграммы распределения:  $a, b$  – эффективных модулей упругости ( $E$ , МПа);  $c, g$  – минеральной плотности ( $\text{МПК}$ ,  $\text{г}/\text{см}^3$ );  $d, e$  – коэффициентов Пуассона ( $\nu$ );  $a, b, d$  – для позвонков;  $b, g, e$  – для коленного сустава. Вертикальная штриховка – вдоль оси  $Ox$ , горизонтальная штриховка – вдоль оси  $Oy$ , наклонная штриховка – вдоль оси  $Oz$

Fig. 5. Distribution diagrams:  $a, b$  – effective elastic moduli ( $E$ , MPa);  $c, g$  – mineral density (MDC,  $\text{g}/\text{cm}^3$ );  $d, e$  – Poisson's ratios ( $\nu$ );  $a, c, d$  – for vertebrae;  $b, g, e$  – for knee joint. Vertical shading – along  $Ox$ -axis, horizontal shading – along  $Oy$ -axis, oblique shading – along  $Oz$ -axis

Попарное сравнение выборок с помощью дисперсионного анализа показало статистически значимое отличие эффективных модулей упругости позвонков в направлении оси  $Oz$  от модулей упругости в двух других направлениях. Для модулей упругости коленного су-



ства таких различий выявлено не было. Коэффициенты Пуассона, а также минеральная плотность кости также не зависели от направления выпиливания образцов.

В табл. 2 приведены зависимости нормализованного эффективного модуля упругости губчатой кости позвонков и коленного сустава от нормализованной МПК.

Таблица 2 / Table 2

Регрессионные зависимости, связывающие нормализованный эффективный модуль упругости ( $y$ ) и нормализованную минеральную плотность кости ( $x$ )

Regression relationships linking the normalized effective modulus of elasticity ( $y$ ) and the normalized bone mineral density ( $x$ )

Направление	Позвонки		Коленный сустав	
	Уравнение	Коэффициент детерминации $R^2$	Уравнение	Коэффициент детерминации $R^2$
Вдоль оси $Ox$	$y = 0.19x - 0.009$	0.7	$y = 1.10x - 0.018$	0.9
Вдоль оси $Oy$	$y = 0.18x + 0.014$	0.8	$y = 0.95x + 0.098$	0.8
Вдоль оси $Oz$	$y = 0.68x + 0.371$	0.8	$y = 0.92x + 0.053$	0.9

Сравнение зависимостей из табл. 2 осуществлено с помощью косинусной меры [17]. Результаты его в виде описательных статистик представлены в табл. 3. Еще один параметр, который был оценен для губчатой кости в данной работе, это пористость (табл. 4).

Таблица 3 / Table 3

Описательные статистики косинусных мер при сравнительном анализе зависимостей из табл. 2 (здесь Q1 — первый quartиль, Q3 — третий quartиль, Median — медиана)

Descriptive statistics of cosine similarity in a comparative analysis of dependencies from Table 2 (here Q1 is the first quartile, Q3 is the third quartile, Median is the median)

Направление	Позвонки			Коленный сустав		
	Q1	Median	Q3	Q1	Median	Q3
Вдоль $Ox$ VS вдоль $Oy$	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
Вдоль $Ox$ VS вдоль $Oz$	0.45	0.52	0.58	0.99	0.99	0.99
Вдоль $Oy$ VS вдоль $Oz$	0.52	0.62	0.68	0.99	0.99	0.99

Таблица 4 / Table 4

Пористость образцов губчатой кости  
Porosity of cancellous bone specimens

Тип кости	Пористость (Mean $\pm$ SD)
Позвонки (вдоль оси)	$0.79 \pm 0.07$
Позвонки (поперек оси)	$0.86 \pm 0.02$
Коленный сустав	$0.77 \pm 0.07$

Таким образом, были получены регрессионные зависимости эффективного модуля упругости от МПК: две зависимости (рис. 6, а) для губчатой кости позвонков (в направлении вдоль оси тела позвонка и поперек оси тела позвонка) и единая зависимость для губчатой кости коленного сустава (рис. 6, б). Также построены зависимости эффективного модуля упругости от пористости, которые представлены на рис. 6, в.

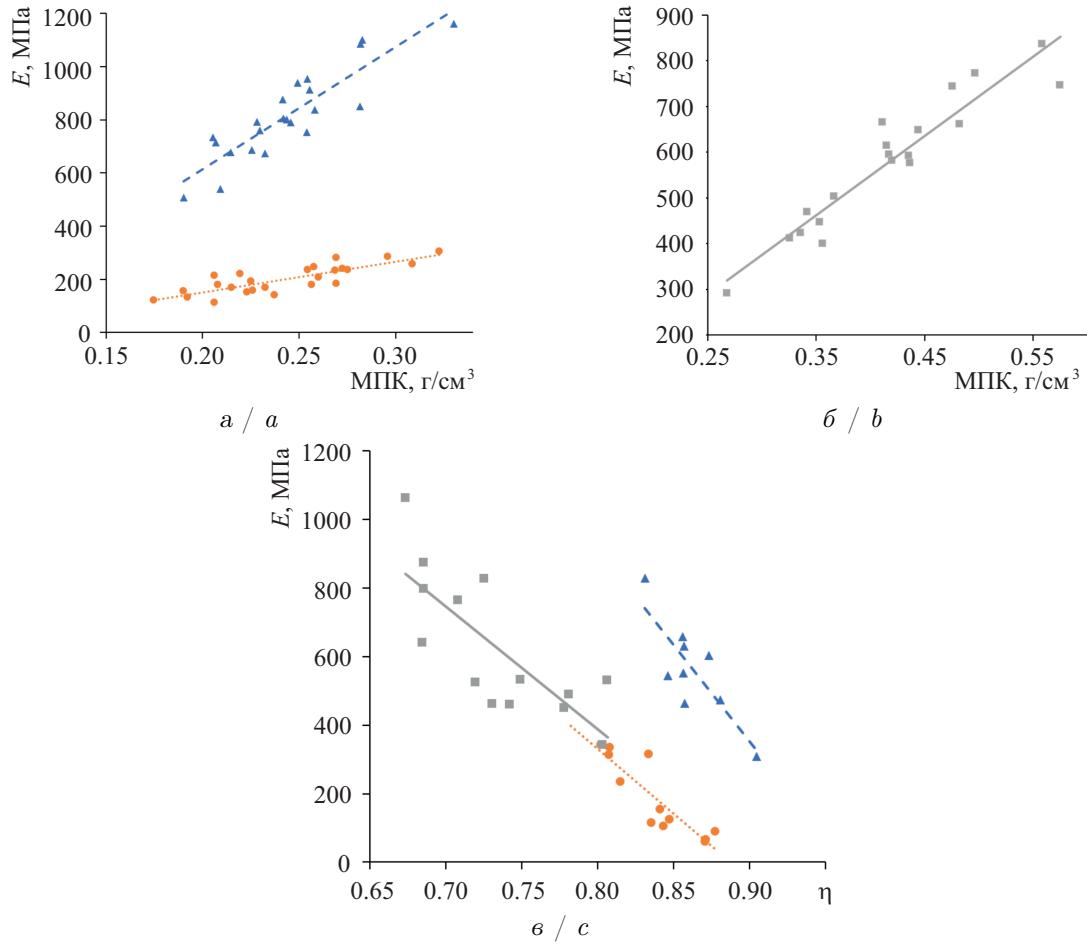


Рис. 6. Регрессионные зависимости эффективного модуля упругости:  $a$  — от минеральной плотности позвонков (треугольники — позвонки вдоль оси  $Oz$ ,  $E = 4613.9 \cdot \text{МПК} - 308.84$ ,  $R^2 = 0.8$ ; круги — позвонки поперек оси  $Oz$ ,  $E = 1147.3 \cdot \text{МПК} - 78.614$ ,  $R^2 = 0.7$ );  $b$  — от минеральной плотности коленного сустава ( $E = 1737.3 \cdot \text{МПК} - 146.3$ ,  $R^2 = 0.9$ );  $c$  — от пористости (треугольники — позвонки вдоль оси  $Oz$ ,  $E = -5652.4 \cdot \eta + 5438.8$ ,  $R^2 = 0.7$ ; круги — позвонки поперек оси  $Oz$ ,  $E = -3802.6\eta + 3373.5$ ,  $R^2 = 0.8$ ; квадраты — коленный сустав,  $E = -3802.6 \cdot \eta + 3373.5$ ,  $R^2 = 0.8$ )

Fig. 6. Regression dependences of the effective modulus of elasticity:  $a$  — on the mineral density of the vertebrae (triangles — vertebrae along the  $Oz$  axis,  $E = 4613.9 \cdot \text{MPC} - 308.84$ ,  $R^2 = 0.8$ ; circles — vertebrae across the  $Oz$  axis,  $E = 1147.3 \cdot \text{MPC} - 78.614$ ,  $R^2 = 0.7$ );  $b$  — from the mineral density of the knee joint ( $E = 1737.3 \cdot \text{MPC} - 146.3$ ,  $R^2 = 0.9$ );  $c$  — from porosity (triangles — vertebrae along the  $Oz$  axis,  $E = -5652.4 \cdot \eta + 5438.8$ ,  $R^2 = 0.7$ ; circles — vertebrae across the  $Oz$  axis,  $E = -3802.6\eta + 3373.5$ ,  $R^2 = 0.8$ ; squares — knee joint,  $E = -3802.6 \cdot \eta + 3373.5$ ,  $R^2 = 0.8$ )

### 3. Обсуждение результатов

Стандарты по проведению экспериментов на сжатие и определение эффективного модуля упругости по результатам таких экспериментов требуют, чтобы относительная высота образца была не менее 5 единиц. В то же время для биологических тканей таких стандартов не существует, а исследователи проводят эксперименты с «короткими» образцами [11], которые при одноосном сжатии находятся не в одноосном напряженном состоянии, что приводит к тому, что вычисляемые по стержневой теории модули упругости могут не соответствовать действительности. Единственная современная работа, в которой авторы сделали попытку стандартизировать механические эксперименты на сжатие губчатой кости, — это обзорная статья [18]. В ее разделе, касающемся подготовки образцов и их размеров, есть ссылки на довольно давние работы 90-х гг. прошлого века [19], в которых предлагается готовить образцы с относительной высотой 2 единицы, что идет вразрез со стандартами и требованиями стержневой теории.



В этой связи в данной работе была исследована связь между вычисляемым эффективным модулем упругости губчатой кости крупного рогатого скота и относительной высотой образца (AR). Было показано (см. рис. 4), что на самом деле при выполнении одноосного сжатия с целью вычисления эффективного модуля упругости требуется изготавливать образцы с AR не менее 5 единиц. Иначе вычисляемый эффективный модуль упругости может быть существенно занижен. Если рассуждать на эту тему, то теоретически полученные регрессионные зависимости (см. рис. 4), связывающие вычисляемый эффективный модуль упругости и AR образца, можно использовать для корректировки результатов. Другими словами, при невозможности провести эксперимент с длинными образцами проводится эксперимент с «короткими», а рассчитанный эффективный модуль упругости корректируется с помощью зависимостей, указанных на рис. 4. Однако этот вопрос требует дальнейшего изучения, так как, строго говоря, стержневую теорию нельзя применять для объектов, не являющихся стержнями.

Продолжая обсуждение результатов, следует заметить, что коэффициент Пуассона, являющийся важнейшим механическим параметром, необходимым для моделирования и характеризации механических свойств материала, во многих статьях берется из литературы. Вообще говоря, мы не нашли современных работ, в которых бы эта характеристика губчатой кости исследовалась в рамках экспериментов, поэтому в данном исследовании решили задействовать современную систему для его определения. В итоге были получены значения, близкие к литературным. Важно еще и то, что от направления (для позвонков и коленного сустава) этот параметр не зависит, в отличие от эффективного модуля упругости. Последний для позвонков существенно зависит от направления, что объясняется тем, что позвонки коровы работают в основном на растяжение вдоль оси. Поэтому в направлении  $Oz$  эффективный модуль упругости в разы превышает (см. табл. 1, рис. 5) модуль в поперечном направлении  $Ox$  ( $Oy$ ).

Для коленного сустава выявлено, что для всех трех направлений можно использовать одну зависимость (см. рис. 6, б) для расчета эффективного модуля упругости от минеральной плотности кости (МПК). В то же время для позвонков таких зависимостей было получено две: вдоль оси тела позвонка и поперек (см. рис. 6, а). Эти выводы сделаны исходя из оценки косинусного сходства зависимостей для нормализованных модулей и МПК (см. табл. 3). Отметим, что наибольший коэффициент детерминации (0.9) в этих зависимостях был получен для коленного сустава: МПК объясняет 90% вариации эффективного модуля упругости его губчатой кости. Полагаем, что это объясняется более однородной структурой кости в суставе, нежели в позвонках. Для позвонков соответствующие коэффициенты детерминации равняются 0.8 и 0.7 для продольного и поперечного направлений соответственно. Аналогичная картина прослеживается и для зависимостей эффективного модуля упругости от пористости: для коленного сустава коэффициент детерминации получился равным 0.8 против 0.7 для позвонков.

Связь между пористостью компактной кости человека и ее эффективным модулем упругости изучалась еще в конце 80-х гг. прошлого века [20]. Для губчатой кости крупного рогатого скота такие исследования были проведены относительно недавно [11]. Однако в этих работах авторы оценивали влияние не пористости, а объемной доли каркаса (величина, равная единице минус пористость). В данной работе исследовалась пористость по авторской методике, причем были получены соотношения, связывающие эффективный модуль упругости кости и ее пористость для разных типов костей, а также в различных направлениях сжатия кости. Стоит отметить, что авторская методика дает значения пористости, сравнимые с числами, полученными по КТ [21]. Скорее всего, данный метод является более точным для оценки объемной доли кости. Так, в настоящей работе пористость губчатой кости варьировалась в пределах от 0.70 до 0.86 (табл. 4), а в работе [11] — от 0.48 до 0.95. Разброс значений объясняется тем, что в данной работе исследовались позвонки и коленный сустав, а в [11] — бедренная кость.

Если говорить об ограничениях нашего исследования, то стоит отметить относительно малое число образцов кости, подвергшихся испытаниям, однако число образцов соответствует количеству в других исследованиях. Отметим также, что в статье проведены испытания на губчатой кости коров, хотя более интересными были бы исследования человеческих костей. Тем не менее, Hodgskinson и Currey [22] показали, что зависимости между эффективным модулем упругости губчатой кости и ее плотностью для человеческих и коровьих костей достаточно близки, что доказывает актуальность исследования прочностных свойств губчатой кости на образцах крупного рогатого скота. Можно предположить, что характер зависимостей, полученных в нашем исследовании, может быть аналогичным и для человеческих костей.

## Выводы

В данной работе исследованы механические и структурные свойства губчатой кости позвонков и коленного сустава крупного рогатого скота. Выявлены зависимости, связывающие эффективный модуль упругости с минеральной плотностью, а также пористостью губчатой кости. Была разработана и представлена авторская методика определения пористости губчатой кости. Также представлены требования к относительной высоте (отношение высоты к наибольшему размеру поперечного сечения) образцов губчатой кости. Выявлено, что при проведении одноосных экспериментов по сжатию и дальнейшем расчете эффективного модуля упругости по стержневой теории относительная высота образцов должна составлять не менее 5 единиц.

## Список литературы

1. Haseltine K. N., Chukir T., Smith P. J., Jacob J. T., Bilezikian J. P., Farooki A. Bone mineral density: Clinical relevance and quantitative assessment // Journal of Nuclear Medicine. 2021. Vol. 62, iss. 4. P. 446–454. <https://doi.org/10.2967/jnumed.120.256180>
2. Park C. S., Kang S. R., Kim J. E., Huh K. H., Lee S. S., Heo M. S., Han J. J., Yi W. J. Validation of bone mineral density measurement using quantitative CBCT image based on deep learning // Scientific Reports. 2023. Vol. 13, iss. 1. Art. 11921. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-38943-8>
3. Toyras J., Nieminen M. T., Kroger H., Jurvelin J. S. Bone mineral density, ultrasound velocity, and broadband attenuation predict mechanical properties of trabecular bone differently // Bone. 2002. Vol. 31, iss. 4. P. 503–507. [https://doi.org/10.1016/s8756-3282\(02\)00843-8](https://doi.org/10.1016/s8756-3282(02)00843-8)
4. Haba Y., Lindner T., Fritzsche A., Schiebenhofer A. K., Souffrant R., Kluess D., Skripitz R., Mittelmeier W., Bader R. Relationship between mechanical properties and bone mineral density of human femoral bone retrieved from patients with osteoarthritis // The Open Orthopaedics Journal. 2012. Vol. 6. P. 458–463. <https://doi.org/10.2174/1874325001206010458>
5. Бессонов Л. В., Кириллова И. В., Фалькович А. С., Иванов Д. В., Доль А. В., Коссович Л. Ю. Методология «Планирование – Моделирование – Прогнозирование» для предоперационного планирования в травматологии-ортопедии // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2024. Т. 24, вып. 3. С. 359–380. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2024-24-3-359-380>, EDN: IQBZWJ
6. Rho J. Y., Hobatho M. C., Ashman R. B. Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone // Medical Engineering & Physics. 1995. Vol. 17, iss. 5. P. 47–55. [https://doi.org/10.1016/1350-4533\(95\)97314-f](https://doi.org/10.1016/1350-4533(95)97314-f)
7. Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu., Bessonov L. V., Petraikin A. V., Dol A. V., Ahmad E. S., Morozov S. P., Vladzimyrskyy A. V., Sergunova K. A., Kharlamov A. V. Influence of convolution kernel and beam-hardening effect on the assessment of trabecular bone mineral density using quantitative computed tomography // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2020. Т. 20, вып. 2. С. 205–219. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-2-205-219>, EDN: BFUICL
8. Lu Y., Engelke K., Puschel K., Morlock M. M., Huber G. Influence of 3D QCT scan protocol on the QCT-based finite element models of human vertebral cancellous bone // Medical Engineering



- & Physics. 2014. Vol. 36, iss. 8. P. 1069–1073. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2014.05.001>
9. Giambini H., Dragomir-Daescu D., Nassr A., Yaszemski M. J., Zhao C. Quantitative computed tomography protocols affect material mapping and quantitative computed tomography-based finite-element analysis predicted stiffness // Journal of Biomechanical Engineering. 2016. Vol. 138, iss. 9. Art. 0910031. <https://doi.org/10.1115/1.4034172>
  10. Zhang A., Zhang S., Bian C. Mechanical properties of bovine cortical bone based on the automated ball indentation technique and graphics processing method // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. 2018. Vol. 78. P. 321–328. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.11.039>
  11. Endo K., Yamada S., Todoh M., Takahata M., Iwasaki N., Tadano S. Structural strength of cancellous specimens from bovine femur under cyclic compression // PeerJ. 2016. Vol. 25, iss. 4. Art. e1562. <https://doi.org/10.7717/peerj.1562>
  12. Yu B., Zhao G. F., Lim J. I., Lee Y. K. Compressive mechanical properties of bovine cortical bone under varied loading rates // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H. 2011. Vol. 225, iss. 10. P. 941–947. <https://doi.org/10.1177/0954411911415470>
  13. Arnold E. L., Clement J., Rogers K. D., Garcia-Castro F., Greenwood C. The use of CT and fractal dimension for fracture prediction in osteoporotic individuals // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. 2020. Vol. 103. Art. 103585. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2019.103585>
  14. Öhman-Mägi C., Holub O., Wu D., Hall R. M., Persson C. Density and mechanical properties of vertebral trabecular bone-A review // JOR Spine. 2021. Vol. 4, iss. 4. Art. e1176. <https://doi.org/10.1002/jsp2.1176>
  15. Mosekilde L., Bentzen S. M., Ortoft G., Jørgensen J. The predictive value of quantitative computed tomography for vertebral body compressive strength and ash density // Bone. 1989. Vol. 10, iss. 6. P. 465–470. [https://doi.org/10.1016/8756-3282\(89\)90080-x](https://doi.org/10.1016/8756-3282(89)90080-x)
  16. Bessonov L. V., Golyadkina A. A., Dmitriev P. O., Dol A. V., Zolotov V. S., Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Y., Titova Yu. I., Ulyanov V. Yu., Kharlamov A. V. Constructing the dependence between the Young's modulus value and the Hounsfield units of spongy tissue of human femoral heads // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2021. Т. 21, вып. 2. С. 182–193. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-2-182-193>, EDN: SNBJNB
  17. Islam M., Zunair H., Mohammed N. CosSIF: Cosine similarity-based image filtering to overcome low inter-class variation in synthetic medical image datasets // Computers in Biology and Medicine. 2024. Vol. 172. Art. 108317. <https://doi.org/10.1016/j.combiomed.2024.108317>
  18. Zhao S., Arnold M., Ma S., Abel R. L., Cobb J. P., Hansen U., Boughton O. Standardizing compression testing for measuring the stiffness of human bone // Bone & Joint Research. 2018. Vol. 7, iss. 8. P. 524–538. <https://doi.org/10.1302/2046-3758.78.BJR-2018-0025.R1>
  19. Keaveny T. M., Borchers R. E., Gibson L. J., Hayes W. C. Theoretical analysis of the experimental artifact in trabecular bone compressive modulus // Journal of Biomechanics. 1993. Vol. 26, iss. 4–5. P. 599–607. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(93\)90021-6](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90021-6)
  20. Currey J. D. The effect of porosity and mineral content on the Young's modulus of elasticity of compact bone // Journal of Biomechanics. 1988. Vol. 21, iss. 2. P. 131–139. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(88\)90006-1](https://doi.org/10.1016/0021-9290(88)90006-1)
  21. Nazarian A., von Stechow D., Zurakowski D., Müller R., Snyder B. D. Bone volume fraction explains the variation in strength and stiffness of cancellous bone affected by metastatic cancer and osteoporosis // Calcified Tissue International. 2008. Vol. 83, iss. 6. P. 368–379. <https://doi.org/10.1007/s00223-008-9174-x>
  22. Hodgkinson R., Currey J. D. The effect of variation in structure on the Young's modulus of cancellous bone: A comparison of human and non-human material // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H. 1990. Vol. 204, iss. 2. P. 115–121. [https://doi.org/10.1243/PIME\\_PROC\\_1990\\_204\\_240\\_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1990_204_240_02)

### References

1. Haseltine K. N., Chukir T., Smith P. J., Jacob J. T., Bilezikian J. P., Farooki A. Bone mineral density: Clinical relevance and quantitative assessment. *Journal of Nuclear Medicine*, 2021, vol. 62, iss. 4, pp. 446–454. <https://doi.org/10.2967/jnumed.120.256180>
2. Park C. S., Kang S. R., Kim J. E., Huh K. H., Lee S. S., Heo M. S., Han J. J., Yi W. J. Validation



- of bone mineral density measurement using quantitative CBCT image based on deep learning. *Scientific Reports*, 2023, vol. 13, iss. 1, art. 11921. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-38943-8>
- 3. Toyras J., Nieminen M. T., Kroger H., Jurvelin J. S. Bone mineral density, ultrasound velocity, and broadband attenuation predict mechanical properties of trabecular bone differently. *Bone*, 2002, vol. 31, iss. 4, pp. 503–507. [https://doi.org/10.1016/s8756-3282\(02\)00843-8](https://doi.org/10.1016/s8756-3282(02)00843-8)
  - 4. Haba Y., Lindner T., Fritzsche A., Schiebenhofer A. K., Souffrant R., Kluess D., Skripitz R., Mittelmeier W., Bader R. Relationship between mechanical properties and bone mineral density of human femoral bone retrieved from patients with osteoarthritis. *The Open Orthopaedics Journal*, 2012, vol. 6, pp. 458–463. <https://doi.org/10.2174/1874325001206010458>
  - 5. Bessonov L. V., Kirillova I. V., Falkovich A. S., Ivanov D. V., Dol A. V., Kossovich L. Yu. The “Planning – Modelling – Prediction” methodology for preoperative planning in trauma orthopaedics. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2024, vol. 24, iss. 3, pp. 359–380 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2024-24-3-359-380>, EDN: IQBZWJ
  - 6. Rho J. Y., Hobatho M. C., Ashman R. B. Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone. *Medical Engineering & Physics*, 1995, vol. 17, iss. 5, pp. 47–55. [https://doi.org/10.1016/1350-4533\(95\)97314-f](https://doi.org/10.1016/1350-4533(95)97314-f)
  - 7. Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu., Bessonov L. V., Petraikin A. V., Dol A. V., Ahmad E. S., Morozov S. P., Vladzymyrskyy A. V., Sergunova K. A., Kharlamov A. V. Influence of convolution kernel and beam-hardening effect on the assessment of trabecular bone mineral density using quantitative computed tomography. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2020, vol. 20, iss. 2, pp. 205–219. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2020-20-2-205-219>, EDN: BFUICL
  - 8. Lu Y., Engelke K., Puschel K., Morlock M. M., Huber G. Influence of 3D QCT scan protocol on the QCT-based finite element models of human vertebral cancellous bone. *Medical Engineering & Physics*, 2014, vol. 36, iss. 8, pp. 1069–1073. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2014.05.001>
  - 9. Giambini H., Dragomir-Daescu D., Nassr A., Yaszemski M. J., Zhao C. Quantitative computed tomography protocols affect material mapping and quantitative computed tomography-based finite-element analysis predicted stiffness. *Journal of Biomechanical Engineering*, 2016, vol. 138, iss. 9, art. 0910031. <https://doi.org/10.1115/1.4034172>
  - 10. Zhang A., Zhang S., Bian C. Mechanical properties of bovine cortical bone based on the automated ball indentation technique and graphics processing method. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2018, vol. 78, pp. 321–328. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.11.039>
  - 11. Endo K., Yamada S., Todoh M., Takahata M., Iwasaki N., Tadano S. Structural strength of cancellous specimens from bovine femur under cyclic compression. *PeerJ*, 2016, vol. 25, iss. 4, art. e1562. <https://doi.org/10.7717/peerj.1562>
  - 12. Yu B., Zhao G. F., Lim J. I., Lee Y. K. Compressive mechanical properties of bovine cortical bone under varied loading rates. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H*, 2011, vol. 225, iss. 10, pp. 941–947. <https://doi.org/10.1177/0954411911415470>
  - 13. Arnold E. L., Clement J., Rogers K. D., Garcia-Castro F., Greenwood C. The use of CT and fractal dimension for fracture prediction in osteoporotic individuals. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2020, vol. 103, art. 103585. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2019.103585>
  - 14. Öhman-Mägi C., Holub O., Wu D., Hall R. M., Persson C. Density and mechanical properties of vertebral trabecular bone-A review. *JOR Spine*, 2021, vol. 4, iss. 4, art. e1176. <https://doi.org/10.1002/jsp2.1176>
  - 15. Mosekilde L., Bentzen S. M., Ortoft G., Jørgensen J. The predictive value of quantitative computed tomography for vertebral body compressive strength and ash density. *Bone*, 1989, vol. 10, iss. 6, pp. 465–470. [https://doi.org/10.1016/8756-3282\(89\)90080-x](https://doi.org/10.1016/8756-3282(89)90080-x)
  - 16. Bessonov L. V., Golyadkina A. A., Dmitriev P. O., Dol A. V., Zolotov V. S., Ivanov D. V., Kirillova I. V., Kossovich L. Yu., Titova Yu. I., Ulyanov V. Yu., Kharlamov A. V. Constructing the dependence between the Young's modulus value and the Hounsfield units of spongy tissue of human femoral heads. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2021, vol. 21, iss. 2, pp. 182–193. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-2-182-193>, EDN: SNBJNB
  - 17. Islam M., Zunair H., Mohammed N. CosSIF: Cosine similarity-based image filtering to overcome



- low inter-class variation in synthetic medical image datasets. *Computers in Biology and Medicine*, 2024, vol. 172, art. 108317. <https://doi.org/10.1016/j.combiomed.2024.108317>
- 18. Zhao S., Arnold M., Ma S., Abel R. L., Cobb J. P., Hansen U., Boughton O. Standardizing compression testing for measuring the stiffness of human bone. *Bone & Joint Research*, 2018, vol. 7, iss. 8, pp. 524–538. <https://doi.org/10.1302/2046-3758.78.BJR-2018-0025.R1>
  - 19. Keaveny T. M., Borchers R. E., Gibson L. J., Hayes W. C. Theoretical analysis of the experimental artifact in trabecular bone compressive modulus. *Journal of Biomechanics*, 1993, vol. 26, iss. 4–5, pp. 599–607. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(93\)90021-6](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90021-6)
  - 20. Currey J. D. The effect of porosity and mineral content on the Young's modulus of elasticity of compact bone. *Journal of Biomechanics*, 1988, vol. 21, iss. 2, pp. 131–139. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(88\)90006-1](https://doi.org/10.1016/0021-9290(88)90006-1)
  - 21. Nazarian A., von Stechow D., Zurakowski D., Müller R., Snyder B. D. Bone volume fraction explains the variation in strength and stiffness of cancellous bone affected by metastatic cancer and osteoporosis. *Calcified Tissue International*, 2008, vol. 83, iss. 6, pp. 368–379. <https://doi.org/10.1007/s00223-008-9174-x>
  - 22. Hodgkinson R., Currey J. D. The effect of variation in structure on the Young's modulus of cancellous bone: A comparison of human and non-human material. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H*, 1990, vol. 204, iss. 2, pp. 115–121. [https://doi.org/10.1243/PIME\\_PROC\\_1990\\_204\\_240\\_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1990_204_240_02)

Поступила в редакцию / Received 20.12.2024

Принята к публикации / Accepted 19.02.2025

Опубликована онлайн / Published online 30.05.2025