

БИОФИЗИКА И МЕДИЦИНСКАЯ ФИЗИКА

Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 348–360
Izvestiya of Saratov University. Physics, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 348–360
<https://fizika.sgu.ru> <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-348-360>, EDN: BHNYS

Научная статья
УДК 004.94:616.1

Математическое моделирование термографического изображения вен при варикозной болезни нижних конечностей

Л. В. Жорина[✉], Е. А. Толстой

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет) (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Россия, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Жорина Лариса Валерьевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики, larisaval@bmstu.ru, <https://orcid.org/0009-0003-5898-8808>, AuthorID: 504700

Толстой Егор Александрович, бакалавр, tolstoy.ea@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-3641-0840>, AuthorID: 1247326

Аннотация. Выполнено математическое моделирование термограммы задней поверхности голени человека при наличии варикозной болезни. Для моделирования процессов теплового переноса с учётом кровотока в биологических тканях использовалось дифференциальное уравнение теплопроводности. Биологические ткани за исключением сосудов при этом задавались слоями, границы которых были определены по результатам рентгеновской компьютерной томографии. В качестве венозных сосудов рассмотрены включения, по форме отображающие анатомическое строение поверхностных и магистральных вен, которые расположены непосредственно в основных тканевых слоях. Полученное распределение теплоты качественно похоже на реальные ИК термограммы, что позволяет считать выполненное моделирование успешным. Проведено численное моделирование процесса распространения теплоты в голени с целью исследования вопроса о зависимости вызываемого варикозной болезнью вен нижних конечностей изменения температуры на задней поверхности голени от максимальной глубины залегания поверхностных и магистральных варикозных вен, их диаметров, температуры их поверхности, скорости перфузии, температуры окружающей среды. Сделан анализ возможности регистрации таких изменений температуры современным ИК термографом. Сравнение с экспериментальными результатами, имеющимися в литературе, показало, что выполненное математическое моделирование имитирует начальные стадии варикозной болезни вен нижних конечностей.

Ключевые слова: математическое моделирование, варикозная болезнь вен нижних конечностей, медицинская инфракрасная термография, термодиагностика

Для цитирования: Жорина Л. В., Толстой Е. А. Математическое моделирование термографического изображения вен при варикозной болезни нижних конечностей // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 348–360. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-348-360>, EDN: BHNYS

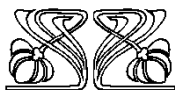
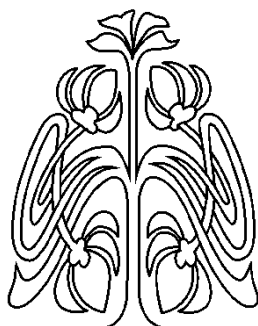
Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

Article

Mathematical modeling of the lower limbs varicose veins thermographic image

L. V. Zhorina[✉], E. A. Tolstoy

© Жорина Л. В., Толстой Е. А., 2024



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ

Bauman Moscow State Technical University (Bauman MSTU), 5/1 2nd Bauman St., Moscow 105005, Russia

Larisa V. Zhorina, larisaval@bmstu.ru, <https://orcid.org/0009-0003-5898-8808>, AuthorID: 504700

Egor A. Tolstoy, tolstoy.ea@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-3641-0840>, AuthorID: 1247326

Abstract. Background and Objectives: The high prevalence of varicose veins of the lower limbs (VLL) emphasizes the importance of accurate and timely diagnosis of this pathology. Methods for diagnosing VLL include, among others, infrared thermography (IRT), which is the safest method. It allows surface temperature mapping with a high spatial resolution. *The purpose* of this work is to mathematically model the distribution of heat along the back surface of the human shin in the presence of VLL, compare the obtained distribution with the results of IRT, as well as study the effect of model parameters on the simulation results and assess the possibility of detecting varicose veins using IRT. **Methods:** A differential equation of thermal conductivity was used to simulate heat transfer processes taking into account blood flow in biological tissues. Biological tissues were defined in layers, the boundaries of which were determined based on the results of X-ray computed tomography. Inclusions reflecting the anatomical structure of the superficial and main veins, which are located directly in the main tissue layers, are considered as venous vessels. Numerical modeling of the process of heat propagation in the shin was carried out in order to investigate the dependence of the temperature change caused by VLL on the posterior surface of the shin on the maximum depth of varicose veins, their diameters, their surface temperature, perfusion rate, and ambient temperature. The analysis of the possibility of recording such temperature changes with a modern IR thermograph is made. **Results:** Computational experiments to assess the influence of model parameters on the thermal picture of the surface of the back of the shin have shown that the created mathematical model provides sufficient agreement with the results of real thermographic studies. Most of the temperature dependences obtained in the calculations are consistent or do not contradict real studies. **Conclusion:** A comparison with experimental results available in the literature has shown that the performed mathematical modeling simulates the initial stages of VLL.

Keywords: mathematical modeling, varicose veins of the lower limbs, medical infrared thermography, thermal diagnostics

For citation: Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical modeling of the lower limbs varicose veins thermographic image. *Izvestiya of Saratov University. Physics*, 2024, vol. 24, iss. 4, pp. 348–360 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-4-348-360>, EDN: BHHYOS

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

Введение

Хронические заболевания вен (ХЗВ) обнаружены у 83.6% обследованных людей из 20 стран мира. Высокая распространенность ХЗВ в нашей стране (около 70%) подчеркивает важность точной и своевременной диагностики этой патологии. Патогенез ХЗВ, в основном изученный в отношении варикозной болезни вен нижних конечностей (ВБВНК), является комплексным и многофакторным процессом. К настоящему времени сложились следующие представления о механизмах развития ВБВНК. Развивающиеся в венах нижних конечностей нарушения характера кровотока вызывают в конечном счёте особый воспалительный процесс, приводящий к перестройке стенки вен и венозных клапанов и заканчивающийся их трансформацией одновременно с изменениями на уровне макроциркуляции [1–5]. Указанные события сопровождаются необратимыми изменениями в окружающих тканях и системах организма, повышением температуры в месте воспаления.

К инструментальным методам диагностики ХЗВ относятся ультразвуковое ангиосканирование (дуплексное сканирование), которое в значительной степени является «операторозависимым» методом, дополнительные методы: ультразвуковая доплерография, плетизмография, рентгеноконтрастная и радионуклидная флебография, МРТ-венография, КТ-венография, а так-

же инфракрасная термография (ИКТ), являющаяся самым безопасным методом. ИКТ позволяет проводить температурное картирование поверхности с высоким пространственным разрешением. Локальные изменения температуры на поверхности биологической ткани, фиксируемые на термограммах, дают представление о патологическом нарушении в данной области в текущий момент времени. ИКТ может быть использована как дополнительный вид диагностики ХЗВ и ее осложнений при наблюдении за динамикой воспалительного процесса в тканях, а также в оценке эффективности лечебных мероприятий. Оптимальной ролью для этого метода диагностики может быть скрининг, поскольку он прост, не требует знания деталей анатомии, неинвазивен [3, 6–8].

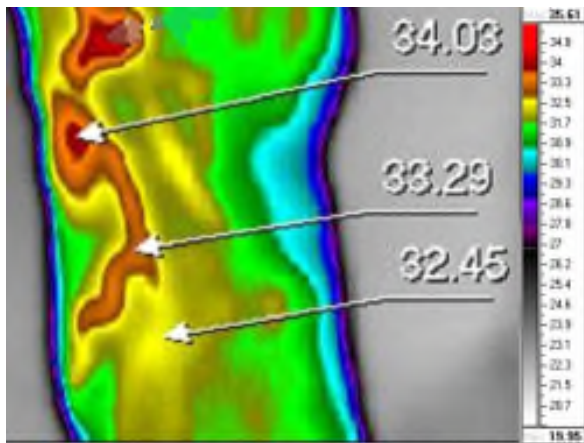
Последнее время получает распространение моделирование, описывающее температурные изменения внутри тканей, регистрируемые при патологиях, в основном опухолях [9–12]. Математическое моделирование позволяет уточнить физические процессы переноса теплоты, происходящие в организме, в том числе определить физические связи параметров кровоснабжения и температуры конечности человека [13].

Целью данной работы является математическое моделирование распределения теплоты по задней поверхности голени человека при наличии ВБВНК (термограммы), сопоставление

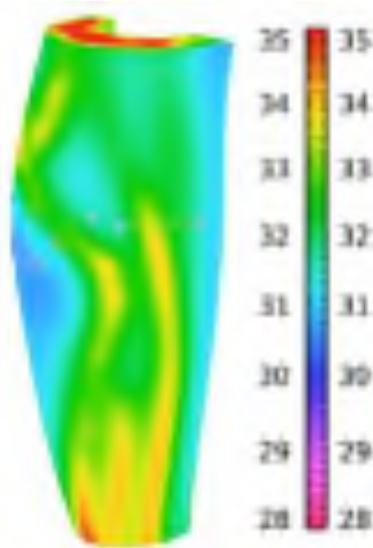
полученного распределения с результатами ИКТ, а также исследование влияния параметров модели на результаты моделирования и оценка возможности обнаружения варикозной болезни при использовании ИКТ.

Современное состояние исследований пациентов с ВБВНК

Термограммы пациентов с ВБВНК показывают увеличение температурных значений на $3\text{--}4^\circ\text{C}$ в области поражённых участков [14–17]. Область гипертермии при этом отчётливо повторяет сосудистые контуры (рис. 1, а). При помощи ИКТ также возможно осуществлять визуализацию глубоких магистральных деформированных вен, которые явно не выделяются при визуальном обследовании пациентов с ВБВНК. Сравнительные



а/а



б/б

Рис. 1. Термографические изображения ВБВНК [15] (а), результат моделирования (б) (цвет онлайн)

Fig. 1. Thermographic images of varicose veins [15] (а), simulation result (b) (color online)

термографические и ультразвуковые исследования подтверждают возможность визуализировать варикозные участки вен нижних конечностей на глубине $2.0\text{--}2.5$ см от поверхности тела [5]. Частота совпадения диагнозов ультразвукового и термографического обследования с клиническим заключением врача в одной и той же группе пациентов составила около 75%. В то же время даже считающееся на сегодня лучшим из доступных методов ультразвуковое ангиосканирование обладает высокой чувствительностью и низкой специфичностью, т. е. венозная патология может быть «выявлена» у здоровых лиц. К тому же ультразвуковое исследование не позволяет в полной мере оценить состояние мягких тканей нижней конечности, поскольку в основном оценивает движение крови по магистральным сосудам. Вместе с тем ИКТ как метод динамического наблюдения за состоянием мягких тканей после лечения во многом уникален и даёт интегральную оценку состояния кровенаполнения сосудов кожи, мышц и подкожной клетчатки, а это является основной зоной максимальных нарушений венозного оттока у больных ВБВНК [6].

Разнонаправленность указанных во введении процессов при варикозной болезни приводит к значительному снижению скорости перфузии периферического кровотока, в окружающих сосуды мягких тканях накапливается кровь, температура которой ниже нормальных значений, а в сосудистой стенке возникает сильный воспалительный процесс, который идентифицируется на термографических изображениях как локальное повышение температуры.

Материалы и методы

Для моделирования термодинамических процессов при развитии ВБВНК рассмотрим трехмерную задачу теплопроводности. Распределение температуры по задней поверхности голени человека будем моделировать в норме и при варикозной патологии. Разрабатываемая модель должна отражать морфологическое строение задней поверхности голени человека. Для построения модели использованы сканы голени человека, полученные по результатам рентгеновской компьютерной томографии (РКТ) в формате DICOM. С помощью инструментов постобработки РКТ сканов Materialise Mimics (Materialise, Бельгия) удалось определить границы тканевых слоёв голени за исключением сосудов и получить их твердотельные объемные модели, которые

были рассмотрены нами как геометрические области математического моделирования. Было выделено три слоя: кожный, жировой и мышечный слой.

Геометрические параметры разработанной модели таковы: высота 300 мм, максимальная ширина 130 мм, максимальная толщина 90 мм. Для упрощения математического моделирования биологические ткани задней поверхности голени представим в виде набора слоёв [4, 5]: кожный, жировой и мышечный слой. Каждому слою модели припишем такие же теплофизические свойства (плотность, удельная теплоёмкость, теплопроводность), как и у биологических тканей, для которых они определялись. В качестве венозных сосудов рассмотрим включения, по форме отображающие анатомическое строение поверхностных вен диаметром 4 мм и магистральных вен диаметром 8 мм, которые расположены непосредственно в тканевых слоях и соответствуют промежуточному типу расположения венозных сосудов.

Основные теплофизические процессы и источники теплоты, включённые в математическую модель: 1) тепловое распределение во внутренних тканях нижних конечностей смоделируем, задав в качестве источника теплоты температуру и тепловой поток от задней поверхности мышечного слоя; 2) теплоту от периферического кровотока в тканях, поверхностных и магистральных вен зададим с помощью управляющих параметров уравнения теплопроводности (скорость перфузии, плотность крови, температура крови, теплоёмкость крови); 3) энергию, выделяющуюся в результате клеточного метаболизма, учтём в виде параметра Q_{met} (Вт/м³) в уравнении теплопроводности. Также при моделировании учтём основные причины возникновения градиента температур при варикозной болезни вен:

- воспалительные процессы, происходящие в стенках поражённых сосудов, учтём в виде повышенной температуры на поверхности варикозной вены;
- венозный застой крови учтём, понизив температуру тканей.

Учёт кровеносной системы в континуальной модели теплопереноса происходит путем осреднения эффекта большого числа кровеносных сосудов в рассматриваемой области биологических тканей и введением скорости перфузии ω_b (1/с).

Для описания процессов теплового переноса с учётом кровотока в биологических тканях

используем дифференциальное уравнение теплопроводности (биотепловое уравнение Пеннесса):

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \nabla^2 T = \rho_b \omega_b C_b (T_b - T) + Q_{met}, \quad (1)$$

где ρ – плотность материала, кг/м³; C – удельная теплоёмкость материала, Дж/(кг·К); λ – коэффициент теплопроводности; Вт/(м·К); ρ_b – плотность крови, кг/м³; C_b – удельная теплоёмкость крови, Дж/(кг·К); T_b – температура крови, К; T – локальная температура ткани, К.

Для полного математического описания модели зададим начальные и граничные условия ($\Omega(x, y, z)$ – соответствующая область задания условий).

1. Начальное условие, задающее температуру модели в момент времени $t = 0$, которую будем считать температурой окружающей среды:

$$T|_{t=0} = T_0 = 21^\circ\text{C}. \quad (2)$$

2. Граничные условия для задней поверхности мышечного слоя (температура тела увеличивается от поверхности к ядру [18]):

$$T|_{\Omega} = 33^\circ\text{C}. \quad (3)$$

Поверхностная плотность теплового потока на задней поверхности мышечного слоя

$$q|_{\Omega} = -\lambda \left. \frac{\partial}{\partial n} \right|_{\Omega} = 700 \text{ Вт/м}^2. \quad (4)$$

3. Граничные условия на поверхности кожного слоя. Закон Стефана–Больцмана (Вт/м²):

$$q|_{\Omega} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4), \quad (5)$$

где $\varepsilon = 0.9$ – коэффициент излучения, σ – постоянная Стефана–Больцмана

Уравнение Ньютона – Рихмана (Вт/м²):

$$q|_{\Omega} = \alpha (T - T_0), \quad (6)$$

где $\alpha = 0.6 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ – коэффициент теплоотдачи.

4. Граничное условие на поверхности вен учитывает воспалительные процессы в сосудистой стенке варикозного сосуда.

Температура на поверхности здоровой вены $T|_{\Omega} = 36.6^\circ\text{C}$.

Температура на поверхности варикозной вены $T|_{\Omega} = 37.5^\circ\text{C}$.

Описанные параметры были заданы в среде численного моделирования «COMSOL Multiphysics» (COMSOL, Швеция), в результате чего была решена система дифференциальных уравнений методом конечных элементов. Данный программный пакет предоставляет большие

возможности для моделирования. Использованы следующие два интерфейса, предназначенные для моделирования теплопередачи: интерфейс bioheat transfer, который решает уравнение (1) для биологических тканей, используя приближение Пеннесса; интерфейс heat transfer in solids and fluids, который позволяет рассчитать поле температуры в случае, когда в расчетной области осуществляется перенос теплоты за счет теплопроводности и конвекции. Результаты моделирования, приведённые ниже, представлены для модельной системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия (при $t \rightarrow \infty$). Теплофизические параметры модели [4, 5, 10, 18–20] представлены в таблице.

Результаты и их обсуждение

Для моделирования термограммы на поверхности биологической ткани в норме и при патологии сосудов нижних конечностей рассмотрим четыре модели (рис. 2, а): первая модель соответствует отсутствию патологических изменений сосудов нижних конечностей (1); вторая – патологии поверхностной вены (2); третья – патологии магистральной (глубокой) вены (3); четвёртая – патологии поверхностных и магистральных сосудов (4). По заданным математическим параметрам для всех четырёх моделей были получены распределения температуры по поверхности (рис. 2, б), они качественно совпадают с наблюдаемыми термографическими изображениями ВБВНК (см. рис. 1).

Следующая часть работы посвящена численному моделированию процесса распространения теплоты в голени с целью исследования вопроса о зависимости вызываемого ВБВНК изменения температуры на задней поверхности голени, которое может быть зарегистрировано ИК термографом, от максимальной глубины залегания

варикозных вен, их диаметров, температуры их поверхности, скорости перфузии, температуры окружающей среды.

Для исследования влияния глубины залегания варикозных вен рассмотрим модель варикозного расширения двух вен. На поверхности модели отметим $j = 30$ точек для магистральной вены и $i = 30$ точек для поверхностной вены, находящихся в проекционной связи с магистральным и поверхностным варикозными сосудами соответственно, а также точку C (рис. 3, а, б). Точку C выберем так, чтобы она не находилась в проекционной связи ни с одной веной (рис. 3, в). Значение температуры в данной точке будет являться референсным, т. е. относительно данного значения будет рассматриваться изменение температуры ΔT в точках поверхности, лежащих над точками i и j .

Для каждой из точек j были определены расстояния h_1 от поверхности до центра магистральной вены и величина изменения температуры $\Delta T_{M,j}$:

$$\Delta T_{M,j} = T_j - T_C, \quad (7)$$

где T_j – текущее значение температуры в точках поверхности вдоль проекции магистральной варикозной вены; $T_C = 31.25^\circ\text{C}$ – значение температуры в референсной точке C . Для точек i были определены расстояния h_2 от поверхности до центра поверхностной варикозной вены и величина изменения температуры $\Delta T_{s,i}$:

$$\Delta T_{s,i} = T_i - T_C, \quad (8)$$

где T_i – текущее значение температуры в точках поверхности вдоль проекции поверхностной варикозной вены. Полученные массивы точек были аппроксимированы полиномом четвёртой степени (рис. 4).

Теплофизические параметры модели
Thermophysical parameters of the model

Параметр / Parameter	Мышцы / Muscle	Жир / Adipose	Кожа / Skin	Норма / No pathology	Патология / Pathology
ρ , kg/m ³	1040	938	1100	1059	1059
C , J/(kg·K)	3543	2430	3390	3850	3850
λ , W/(m·K)	0.464	0.200	0.235	0.492	0.492
ρ_b , kg/m ³	1059	1059	1059	1059	1059
C_b , J/(kg·K)	3850	3850	3850	3850	3850
T_b , °C	33.0	32.0	31.0	36.6	36.6
Q_{met} , W/m ³	684.2	368.3	368.1	1190	1190
ω_b , 1/s	0.0005	0.000425	0.0018	0.01	0.00001

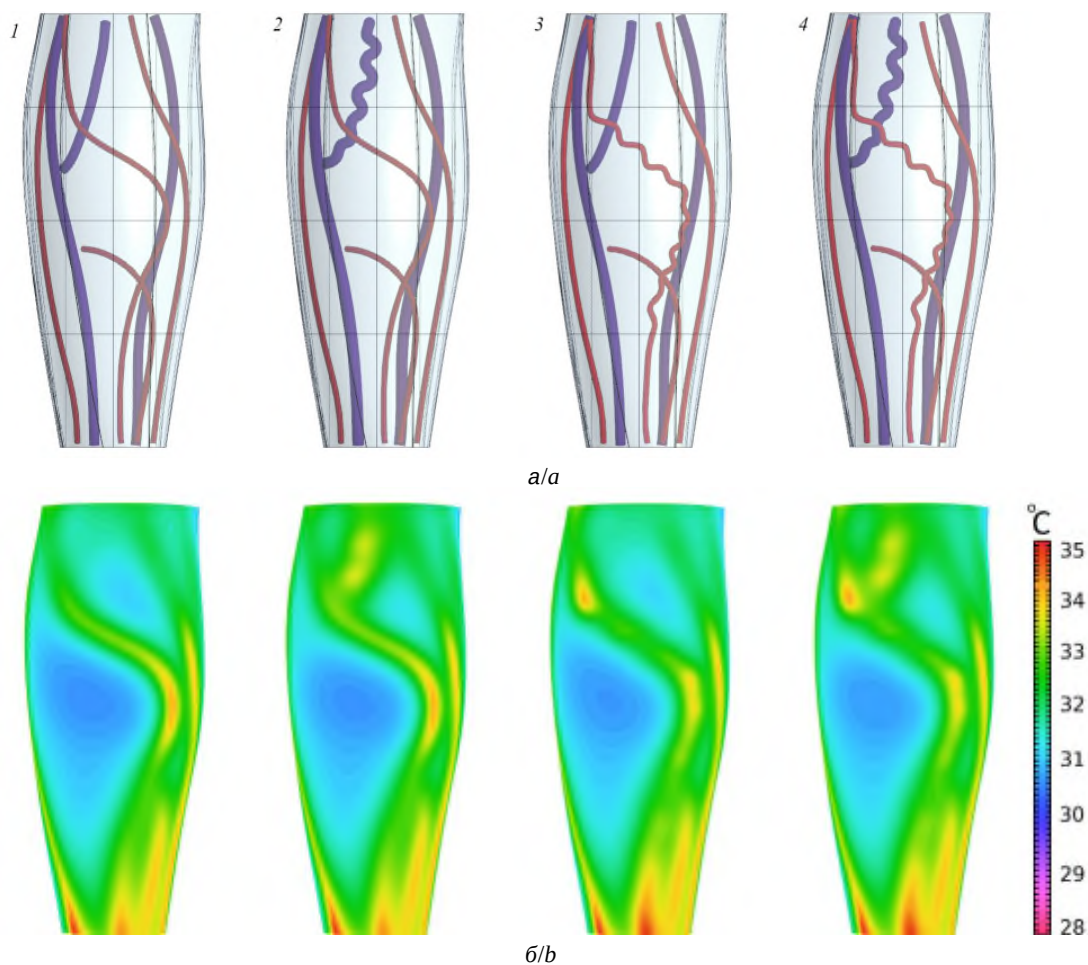


Рис. 2. Модели сосудов нижних конечностей (а): 1 – нормальные венозные сосуды, 2 – патология поверхностной вены, 3 – патология магистральной вены, 4 – патология поверхностной и магистральной вен; соответствующие смоделированные термографические изображения (б) (цвет онлайн)

Fig. 2. Models of the lower limbs vessels (a): 1 – normal venous vessels, 2 – pathology of the superficial vein, 3 – pathology of the main vein, 4 – pathology of the superficial and main veins; corresponding simulated thermographic images (b) (color online)

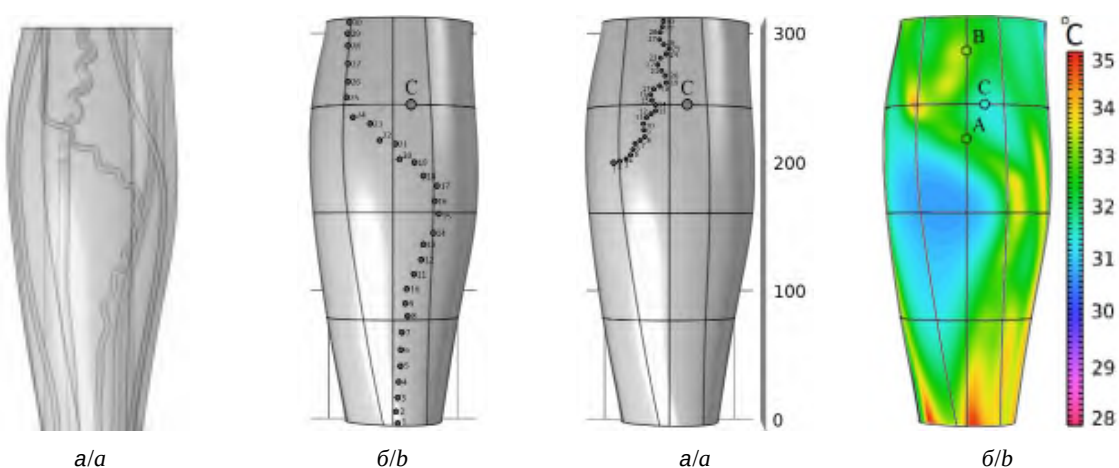


Рис. 3. Модель для исследования влияния параметров: а – расположение точек i на поверхности над варикозной поверхностной веной; б – расположение точек j над варикозной магистральной веной; в – термограмма модели и расположение точек А, В и С на поверхности (цвет онлайн)

Fig. 3. Model for studying the influence of parameters: а – the location of points i on the surface above the varicose superficial vein; б – the location of points j above the varicose main vein; в – thermogram of the model and the location of points А, В and С on the surface (color online)

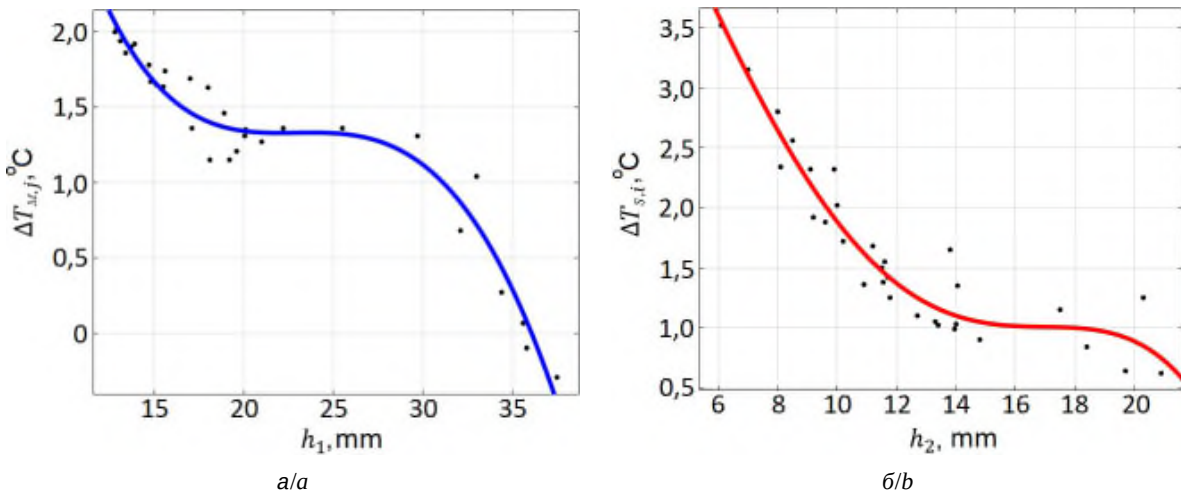


Рис. 4. Зависимость $\Delta T_{M,j}$ от глубины залегания h_1 варикозной магистральной вены (а), зависимость $\Delta T_{s,i}$ от глубины залегания h_2 варикозной поверхностной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 4. Dependence of $\Delta T_{M,j}$ on the varicose main vein depths h_1 (a), dependence of $\Delta T_{s,i}$ on the varicose superficial vein depths h_2 (b) (color online)

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 4, показывает общее снижение температуры на поверхности модели при увеличении глубины залегания варикозного сосуда. Полиномиальная аппроксимация имеет плато на обеих температурных зависимостях, причём значения глубины залегания варикозных сосудов, соответствующие данным плато, отличаются в 2 раза, как и диаметры варикозных сосудов. Во всех 30 точках, выбранных вдоль проекции поверхностной вены, температура оказалась выше референсного значения, следовательно, исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о том, что при рассмотренных значениях глубины залегания поверхностная варикозная вена может быть обнаружена на термографических изображениях современных термографов, температурное разрешение которых составляет 0.1 К и менее. В 28 из 30 точек температура вдоль проекции магистральной варикозной вены оказалась выше референсной, а в 2 точках – ниже. Последнее указывает на то, что согласно данной модели глуболежащие вены могут не отображаться на термограммах.

Далее на поверхности модели отметим три точки A , B , C (см. рис. 3, в) так, чтобы точка A располагалась на поверхности в проекционной связи с поверхностной варикозной веной, точка B располагалась на поверхности в проекционной связи с магистральной варикозной веной. Точку C оставим без изменений как референсное значение, т. е. относительно данного значения бу-

дет рассматриваться изменение температуры ΔT в точках A и B при изменении параметров.

Для исследования температурного градиента в области проекции варикозных вен на поверхность будем проводить варьирование параметров модели и анализировать последующее изменение температуры ΔT в точках A и B . Для поверхностной варикозной вены величина разности температур задаётся уравнением

$$\Delta T_s = T_A - T_C, \quad (9)$$

где T_A – текущее значение температуры в точке A . Для магистральной варикозной вены величину разности температур рассчитываем по формуле

$$\Delta T_M = T_B - T_C, \quad (10)$$

где T_B – текущее значение температуры в точке B .

Результаты полиномиальной аппроксимации расчётов влияния величины диаметров варикозных вен на разность температур ΔT_M и ΔT_s отображены на рис. 5, а и 5, б соответственно. Анализ зависимостей, приведенных на рис. 5, позволяет сделать вывод о почти линейном увеличении температурных значений на поверхности модели при увеличении диаметров варикозных вен. Отклонение от линейной зависимости может быть вызвано изменением положения варикозных вен относительно тепловых источников в модели. Дополнительно отметим, что для обоих графиков температурные значения в точках A и B выше референсного значения температуры в точке C при рассмотренных диаметрах варикозных вен.

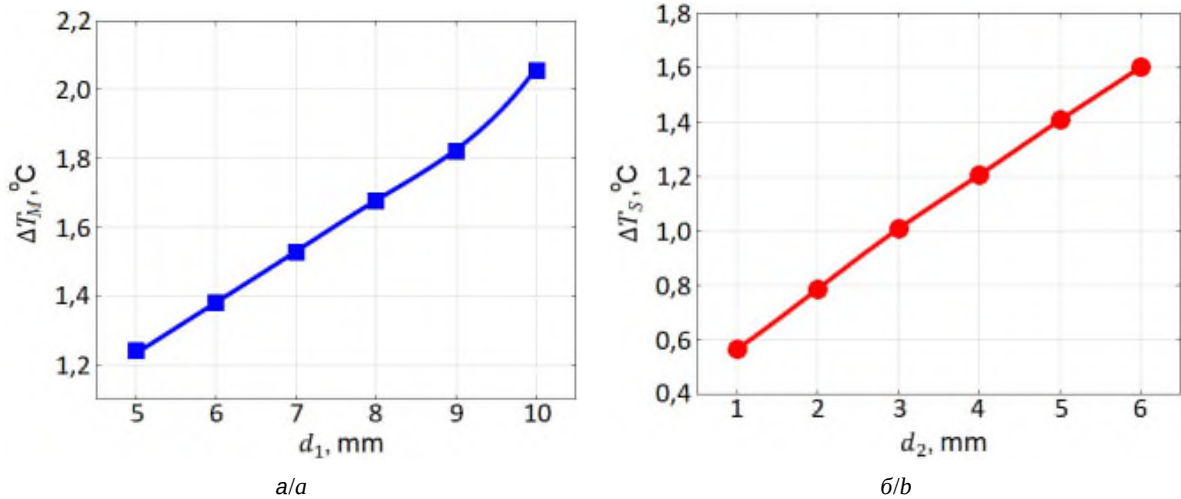


Рис. 5. Зависимость ΔT_M от диаметра d_1 варикозной магистральной вены (а), зависимость ΔT_S от диаметра d_2 варикозной поверхностной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 5. Dependence of ΔT_M on the varicose main vein diameter d_1 (a), the dependence of ΔT_S on the varicose superficial vein diameter d_2 (b) (color online)

Это говорит о том, что в области варикозных вен с заданными параметрами на термографических изображениях можно увидеть отчётливые участки гипертермии при условии, что термограф имеет температурное разрешение 0.1 К и менее.

Воспалительный процесс моделировался температурными граничными условиями на поверхности варикозных вен, которые и изменялись для исследования их влияния на тепловые процессы (рис. 6). Видно, что температурные значения на поверхности модели линейно растут при увеличении температуры на поверхности

варикозных вен. На обоих графиках температурные значения в точках А и В получились выше референсного значения температуры в точке С. Значит, согласно данной модели в области варикозных вен на термографических изображениях, полученных с помощью современных термографов, можно увидеть отчётливые участки гипертермии.

Уравнение (1) включает в себя параметры кровотока для учёта теплового потока, приносимого кровью. Для корректного исследования влияния параметров кровотока моделирование

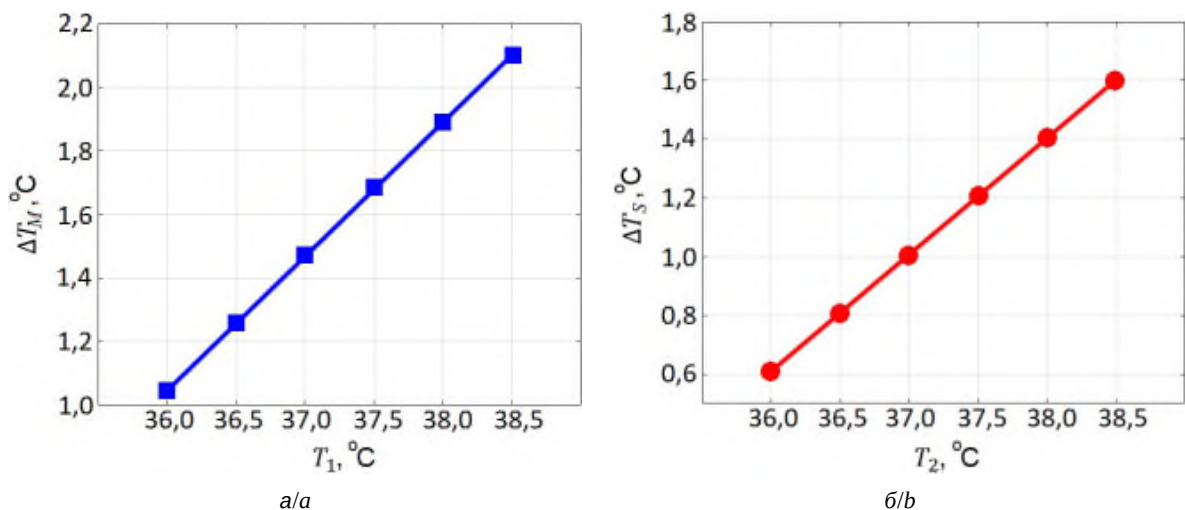


Рис. 6. Зависимость ΔT_M от температуры на поверхности T_1 варикозной магистральной вены (а), зависимость ΔT_S от температуры на поверхности T_2 поверхностной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 6. Dependence of ΔT_M on the surface temperature T_1 of the varicose vein (a), dependence of ΔT_S on the surface temperature T_2 of the superficial vein (b) (color online)

проводилось без учёта температурных граничных условий на поверхности варикозных вен.

Скорость перфузии характеризует объёмный расход крови, проходящий через ткани организма, а также сосуды. При его варьировании величины ΔT_s и ΔT_M рассчитывались по формулам (9) и (10). Полученные числовые массивы значений отображены на графиках в логарифмическом масштабе с использованием полиномиальной аппроксимации (рис. 7). Рассчитанные зависимости характеризуются схожим возрастанием изменения температуры при увеличении коэффициента перфузии от 10^{-4} до 10^{-1} 1/с. За пределами данного диапазона наблюдается сходимость зависимостей к конкретным температурным значениям с выходом на плато. Следовательно, на тепловые процессы исследуемой модели оказывает наибольшее влияние изменение скорости перфузии в диапазоне от 10^{-4} до 10^{-1} 1/с. Также нужно заметить, что в обоих случаях на поверхности модели в точках *A* и *B* при уменьшении значения скорости перфузии до некоторого значения градиент температуры отсутствует (ΔT_M и ΔT_s равны нулю). Из этого следует, что при таких значениях скорости перфузии обсуждаемой модели варикозные вены могут не визуализироваться на термографических изображениях. Ниже обозначенных значений скорости перфузии температура на проекциях вен на поверхность становится менее референсного значения в точке *C*, что говорит о возможном возникновении гипотермии в областях вдоль контура варикозных вен на термограммах. В этом случае варикозные вены

на термограммах должны быть видны в «негативном» изображении.

В качестве параметра внешней среды определим температуру окружающей среды T_a . Для исследования её влияния рассмотрим модель варикозного расширения двух вен и модель нормы. На поверхности моделей отметим те же три точки *A*, *B*, *C* (см. рис. 3, в). Заметим, что при изменении температуры окружающей среды T_a температура в точке *C* также будет меняться, поэтому в формулы (9) и (10) будем подставлять её значение, соответствующее текущей температуре T_a . На одном графике построим две зависимости разности температур ΔT_M от температуры окружающей среды T_a (рис. 8, а), на другом – две зависимости разности температур ΔT_s (рис. 8, б): квадратными маркерами показаны зависимости для модели с варикозным расширением двух вен, круглыми – для модели с нормальными венами.

Из рис. 8 видно, что с ростом температуры окружающей среды наблюдается уменьшение разности температур ΔT_M и ΔT_s как для варикозных, так и для нормальных вен. Данные результаты могут свидетельствовать о том, что видимость вен при проведении термографических исследований нижних конечностей прямо зависит от температуры окружающей среды, другими словами при низких значениях температуры окружающей среды вены на термограммах будут видны лучше, чем при более высоких значениях. Необходимость проведения медицинской диагностики при низких комнатных температурах указана в инструкциях к медицинским

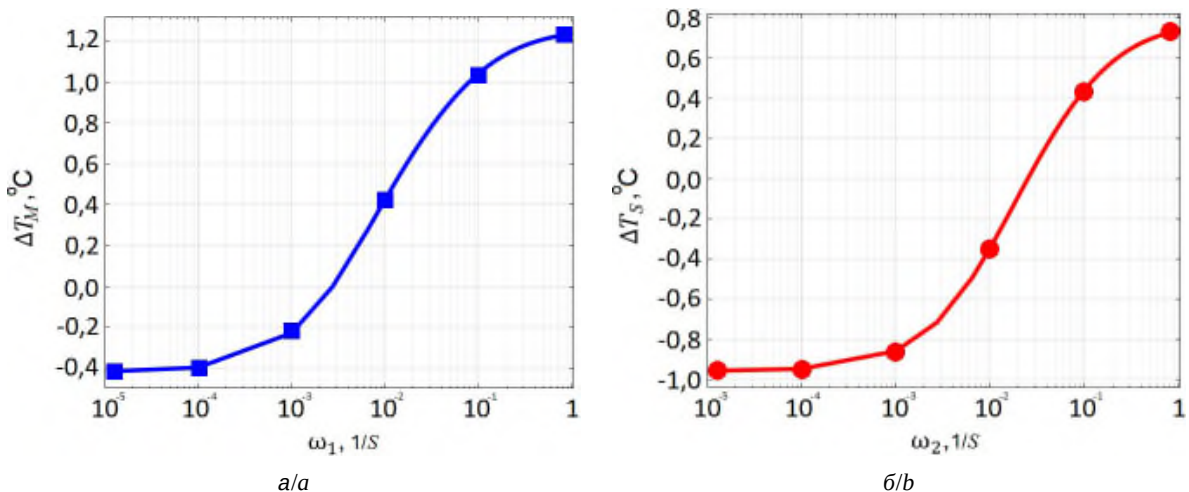


Рис. 7. Зависимость ΔT_M от скорости перфузии ω_1 для магистральной варикозной вены (а), зависимость ΔT_s от скорости перфузии ω_2 для поверхностной варикозной вены (б) (цвет онлайн)

Fig. 7. Dependence of ΔT_M on the perfusion coefficient ω_1 for the main varicose vein (a), dependence of ΔT_s on the perfusion coefficient ω_2 for the superficial varicose vein (b) (color online)

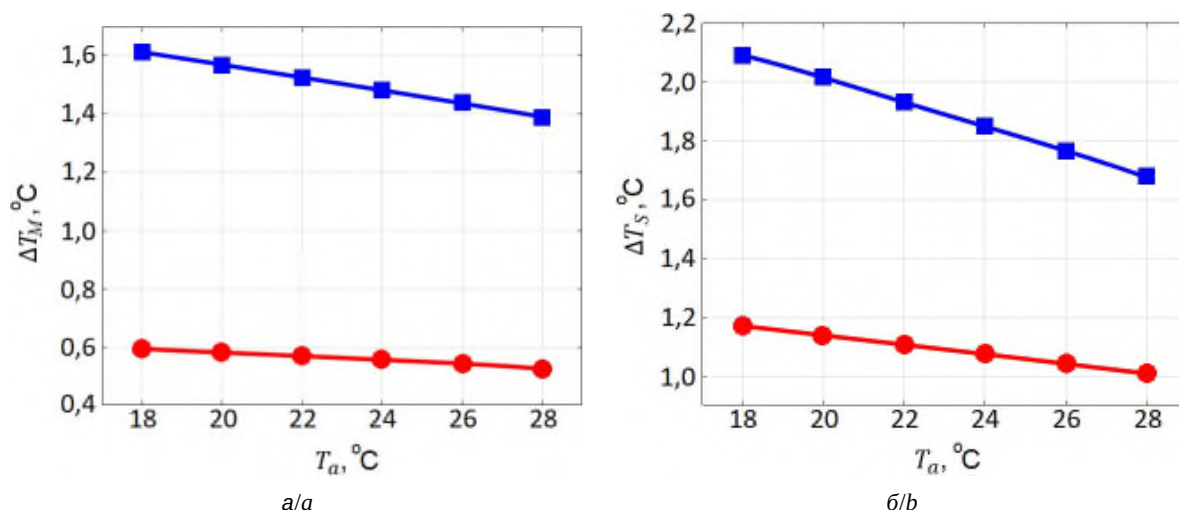


Рис. 8. Зависимость ΔT_M от температуры окружающей среды T_a для магистральных варикозной (■) и нормальной (●) вен (а), зависимость ΔT_S от T_a для поверхностных варикозной (■) и нормальной (●) вен (б) (color online)

Fig. 8. Dependence of ΔT_M on the ambient temperature T_a for main varicose (■) and normal (●) veins (a), dependence of ΔT_S on T_a for superficial varicose (■) and normal (●) veins (b) (color online)

термограмм и проверена экспериментально [21]. Показано [17] снижение качества диагностики при росте T_a : у здоровых лиц увеличение температуры внешней среды приводило к прямо пропорциональному линейному изменению температуры на термограммах (коэффициент корреляции от 0.6 до 0.48). При ВБВНК клинических классов С1-3 коэффициент корреляции повышался существенно (от 0.86 до 0.74), у больных с ВБВНК С4-6 коэффициент корреляции между температурой на термограммах и температурой внешней среды несколько снижался и составил от 0.78 до 0.54 в зависимости от зоны измерения.

На наш взгляд разность температур ΔT_S на рис. 8 для поверхностных варикозной и нормальной вен при увеличении температуры окружающей среды уменьшается сильнее, чем разность температур ΔT_M для магистральных варикозной и нормальной вен, из-за того, что поверхностная вена под точкой А находится ближе к поверхности (12.25 мм), чем магистральная вена под точкой В (16.25 мм).

По данным медицинских исследований [13], у пациентов со стадиями ВБВНК, не сопровождающимися выраженной хронической венозной недостаточностью, не отмечается повышения температуры в глубоких тканях, но имеется достоверное увеличение температуры на термограммах по медиальной поверхности голени в проекции варикозно-расширенных вен. Из этих данных следует, что проведенное моделирование имитирует начальные стадии ВБВНК. Таким образом имеется возможность обнаружения

ВБВНК методами ИК термографии, начиная с её начальной стадии.

Заключение

Выполнено математическое моделирование тепловых процессов, имеющих место при варикозной болезни нижних конечностей. Новизна исследования состоит в создании имитационной пространственной модельной системы, отражающей патологические процессы сосудистой системы в аспекте термографии. Разработанная модель задней поверхности голени позволяет описать развитие ВБВНК с точки зрения тепловых процессов методами математического моделирования исходя из учёта физических процессов в биологических системах. Смоделированные термограммы качественно совпадают с результатами реальных термографических исследований пациентов с ВБВНК.

Вычислительные эксперименты по оценке влияния параметров модели (максимальной глубины залегания варикозных вен, их диаметров, температуры их поверхности, скорости перфузии, температуры окружающей среды) на термограмму поверхности задней части голени показали, что полученные при расчётах температурные зависимости согласуются или не противоречат реальным исследованиям.

Разработанная модель предоставляет возможность сопоставлять и верифицировать изображения, полученные при термографических исследованиях пациентов, что может позволить

расширить возможности математической постобработки термограмм.

Список литературы

1. Студенникова В. В., Севергина Л. О., Коровин И. А., Рапопорт Л. М., Крупинов Г. Е., Новиков И. А. Ультроструктурная характеристика механизмов варикозной трансформации вен различной локализации // Архив патологии. 2020. Т. 82, № 6. С. 16–23. <https://doi.org/10.17116/patol20208206116>
2. Черняго Т. Ю., Фомина В. С., Федык О. В., Яшкин М. Н. Методы оценки функционального состояния эндотелия у пациентов с варикозной болезнью вен нижних конечностей: перспективы лечебной тактики // Вестник Национального медико-хирургического Центра им. Н. И. Пирогова. 2021. Т. 16, № 1. С. 145–150. <https://doi.org/10.25881/BPNMSC.2021.17.48.028>
3. Vodovotz L., Zamora R., Barclay D. A., Vodovotz Y., Yin J., Bitner J., Florida J., Avgerinos E. D., Sachdev U. Inflammatory signals and network connections implicate cell-mediated immunity in chronic venous insufficiency // Ann. Transl. Med. 2021. Vol. 9, № 22. P. 1643. <https://doi.org/10.21037/atm-21-688>
4. Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical Modeling of the Thermographic Image of the Lower Limbs Varicose Disease in Humans // 2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings. 2023. P. 1150–1154. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347608>
5. Zhorina L. V., Tolstoy E. A., Shishkin Yu. V. Thermography of Lower Limbs Varicose Veins: Mathematical Modeling // 2023 IEEE Ural-Siberian Conference on Computational Technologies in Cognitive Science, Genomics and Biomedicine, CSGB Proceedings. 2023. P. 79–84. <https://doi.org/10.1109/CSGB60362.2023.10329626>
6. Замечник Т. В., Овчаренко Н. С., Ларин С. И., Лосев А. Г. Изучение надёжности комбинированной термографии как метода диагностики состояния вен нижних конечностей // Флебология. 2010. Т. 4, № 3. С. 23–26.
7. Сергеев А. Н., Морозов А. М., Чарыев Ю. О., Беляк М. А. О возможности применения медицинской термографии в клинической практике // Профилактическая медицина. 2022. Т. 25, № 4. С. 82–88. <https://doi.org/10.17116/profmed2022504182>
8. Dahlmanns S., Reich-Schupke S., Schollemann F., Stücker M., Leonhardt S., Teichmann D. Classification of chronic venous diseases based on skin temperature patterns // Physiol. Meas. 2021. Vol. 42, № 4. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/abf020>
9. Bosque J. J., Calvo G. F., Pérez-García V. M., Navarro M. C. The interplay of blood flow and temperature in regional hyperthermia: A mathematical approach // R. Soc. Open Sci. 2021. Vol. 8. Article number 201234. <https://doi.org/10.1098/rsos.201234>
10. Hristov J. Bio-heat models revisited: Concepts, derivations, nondimensionalization and fractionalization approaches // Front. Phys. Sec. Statistical and Computational Physics. 2019. Vol. 7. Article number 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
11. Sedankin M. K., Leushin V. Y., Gudkov A. G., Vesnin S. G., Sidorov I. A., Agasieva S. V., Markin A. V. Mathematical Simulation of Heat Transfer Processes in a Breast with a Malignant Tumor // Biomed. Eng. 2018. Vol. 52. P. 190–194. <https://doi.org/10.1007/s10527-018-9811-2>
12. Zhorina L. V., Manucharyan F. V., Tolstoy E. A., Plokhikh A. I., Shishkin Y. V. Development of a Breast Mock-up for Thermographic Diagnostics // 2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings. 2023. P. 1260–1264. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347819>
13. Жеребцова А. И. Аналитический обзор математических моделей взаимосвязи параметров кровоснабжения и кожной температуры // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2015. № 5. С. 104–113.
14. Иваницкий Г. Р., Деев А. А., Крестьева И. Б., Хижняк Е. П., Хижняк Л. Н. Разработка методов определения стадий облитерирующего атеросклероза сосудов и ранней диагностики варикозной болезни с применением современных матричных инфракрасных систем // Материалы конференции «Фундаментальные науки – медицине» (Москва, 2007) / РАН. М. : Слово, 2007. С. 69–70.
15. Компания ООО «ИРТИС» : [сайт]. URL: <http://m.irtis.ru/oblasti-primeneniya/> (дата обращения: 29.04.2024).
16. Воловик М. Г., Долгов И. М., Муравина Н. Л. Тепловизионная скрининг-диагностика. Болезни системы кровообращения. Варикозное расширение вен нижних конечностей. Флебит. Тромбофлебит: атлас термограмм. М. : ИНФРА-М, 2020. 91 с. <https://doi.org/10.12737/1159602>
17. Замечник Т. В., Ларин С. И., Стерн Н. А., Овчаренко Н. С., Андриянов А. Ю. Результаты термографии тканей голени у больных варикозной болезнью в зависимости от температуры окружающей среды // Флебология. 2008. Т. 2, № 1. С. 10–13.
18. Лучаков Ю. И., Камышев Н. Г., Шабанов П. Д. Перенос тепла кровью: сопоставление расчетных и экспериментальных данных // Обзоры по клинической фармакологии и лекарственной терапии. 2009. Т. 7, № 4. С. 3–20.
19. Dixon A. K., Bowden D. J., Ellis H., Logan B. M. Human Sectional Anatomy: Atlas of body sections, CT and MRI images. 4th ed. Boca Raton: CRC Press, 2015. 288 p.
20. Xu F., Lu T. J., Seffen K. A. Biothermomechanical behavior of skin tissue // Acta Mech. Sinica. 2008. Vol. 24. P. 1–23.
21. Ivanitsky G. R., Khizhnyak E. P., Deev A. A., Khizhnyak L. N. Thermal imaging in medicine: A comparative study of infrared systems operating in wavelength ranges of 3–5 and 8–12 μm as applied to diagnosis // Dokl. Biochem. Biophys. 2006. Vol. 407, March–April. P. 59–63. <https://doi.org/10.1134/S1607672906020049>

References

1. Studennikova V. V., Severgina L. O., Korovin I. A., Rapoport L. M., Krupinov G. E., Novikov I. A. Ultrastructural characteristics of the mechanisms of varicose transformation of veins of different localization. *Arkhiv patologii* [Russian Journal of Archive of Patology], 2020, vol. 82, no. 6, pp. 16–23 (in Russian). <https://doi.org/10.17116/patol20208206116>
2. Chernyago T. Yu., Fomina V. S., Fedyk O. V., Yashkin M. N. Assessment methods of the functional state of the endothelium in patients with varicose veins of the lower extremities: Perspectives of treatment. *Vestnik Natsional'nogo mediko-khirurgicheskogo Tsentra im. N. I. Pirogova* [Bulletin of Pirogov National Medical & Surgical Center], 2021, vol. 16, no. 1, pp. 145–150 (in Russian). <https://doi.org/10.25881/BPNMSC.2021.17.48.028>
3. Vodovotz L., Zamora R., Barclay D. A., Vodovotz Y., Yin J., Bitner J., Florida J., Avgerinos E. D., Sachdev U. Inflammatory signals and network connections implicate cell-mediated immunity in chronic venous insufficiency. *Ann. Transl. Med.*, 2021, vol. 9, no. 22, pp. 1643. <https://doi.org/10.21037/atm-21-688>
4. Zhorina L. V., Tolstoy E. A. Mathematical Modeling of the Thermographic Image of the Lower Limbs Varicose Disease in Humans. *2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings*, 2023, pp. 1150–1154. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347608>
5. Zhorina L. V., Tolstoy E. A., Shishkin Yu. V. Thermography of Lower Limbs Varicose Veins: Mathematical Modeling. *2023 IEEE Ural-Siberian Conference on Computational Technologies in Cognitive Science, Genomics and Biomedicine, CSGB Proceedings*, 2023, pp. 79–84. <https://doi.org/10.1109/CSGB60362.2023.10329626>
6. Zamechnik T. V., Ovcharenko N. S., Larin S. I., Losev A. G. Reliability assessment of combined thermography as a method for the characteristic of the lower limb venous system. *Flebologiya* [Journal of Venous Disorders], 2010, vol. 4, no. 3, pp. 23–26 (in Russian).
7. Sergeev A. N., Morozov A. M., Charyev Yu. O., Belyak M. A. On the possibility of using medical thermography in clinical practice. *Profilakticheskaya meditsina* [Russian Journal of Preventive Medicine], 2022, vol. 25, no. 4, pp. 82–88 (in Russian). <https://doi.org/10.17116/profmed20222504182>
8. Dahlmanns S., Reich-Schupke S., Schollemann F., Stücker M., Leonhardt S., Teichmann D. Classification of chronic venous diseases based on skin temperature patterns. *Physiol. Meas.*, 2021, vol. 42, no. 4. <https://doi.org/10.1088/1361-6579/abf020>
9. Bosque J. J., Calvo G. F., Pérez-García V. M., Navarro M. C. The interplay of blood flow and temperature in regional hyperthermia: A mathematical approach. *R. Soc. Open Sci.*, 2021, vol. 8, article no. 201234. <https://doi.org/10.1098/rsos.201234>
10. Hristov J. Bio-Heat Models Revisited: Concepts, Derivations, Nondimensionalization and Fractionalization Approaches. *Front. Phys., Sec. Statistical and Computational Physics*, 2019, vol. 7, article no. 189. <https://doi.org/10.3389/fphy.2019.00189>
11. Sedankin M. K., Leushin V. Y., Gudkov A. G., Vesnin S. G., Sidorov I. A., Agasieva S. V., Markin A. V. Mathematical Simulation of Heat Transfer Processes in a Breast with a Malignant Tumor. *Biomed. Eng.*, 2018, vol. 52, pp.190–194. <https://doi.org/10.1007/s10527-018-9811-2>
12. Zhorina L. V., Manucharyan F. V., Tolstoy E. A., Plokhikh A. I., Shishkin Y. V. Development of a Breast Mock-up for Thermographic Diagnostics. *2023 IEEE 16th International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE Proceedings*, 2023, pp. 1260–1264. <https://doi.org/10.1109/APEIE59731.2023.10347819>
13. Zhrebtsova A. I. An analytical review of mathematical models of relationship between blood perfusion and skin temperature parameters. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and Applied Problems of Technics and Technology], 2015, no. 5, pp. 104–113 (in Russian).
14. Ivanitsky G. R., Deev A. A., Kreteva I. B., Khizhnyak E. P., Khizhnyak L. N. Development of methods for determining the stages of obliterating vascular atherosclerosis and early diagnosis of varicose veins using modern matrix infrared systems. *Materialy konferentsii "Fundamental'nye nauki – meditsina"*. RAN [Proceedings of the Conference “Basic Sciences – Medicine”. RAS]. Moscow, Slovo, 2007, pp. 69–70 (in Russian).
15. Company LLC “IRTIS”. Website. Available at: <http://m.irtis.ru/oblasti-primeneniya/> (accessed April 29, 2024).
16. Volovik M. G., Dolgov I. M., Muravina N. L. *Teplovizionnaya skringing-dagnostika. Bolezni sistemy krovoobrashcheniya. Varikoznoe rasshirenie ven nizhnikh konechnostey. Flebit. Tromboflebit: atlas termogramm* [Thermal imaging screening diagnostics. Diseases of the circulatory system. Varicose veins of lower extremities. Phlebitis. Thrombophlebitis. Atlas of thermograms]. Moscow, INFRA-M, 2020. 91 p. (in Russian). <https://doi.org/10.12737/1159602>
17. Zamechnik T. V., Larin S. I., Stern N. A., Ovcharenko N. S., Andriianov A. Iu. Results of lower leg thermography in patients with primary varicosis depending on ambient temperature. *Flebologiya* [Journal of Venous Disorders], 2008, vol. 2, no. 1, pp. 10–13 (in Russian).
18. Luchakov Yu. I., Kamyshev N. G., Shabanov P. D. Heat transfer in blood vessels: Comparison experimental and mathematical data. *Obzory po klinicheskoy farmakologii i lekarstvennoy terapii* [Reviews on clinical pharmacology and drug therapy], 2009, vol. 7, no. 4, pp. 3–20 (in Russian).

19. Dixon A. K., Bowden D. J., Ellis H., Logan B. M. *Human Sectional Anatomy: Atlas of body sections, CT and MRI images*. 4th ed. Boca Raton, CRC Press, 2015. 288 p.
20. Xu F., Lu T. J., Seffen K. A. Biothermomechanical behavior of skin tissue. *Acta Mech. Sinica*, 2008, vol. 24, pp. 1–23.
21. Ivanitsky G. R., Khizhnyak E. P., Deev A. A., Khizhnyak L. N. Thermal imaging in medicine: A comparative study of infrared systems operating in wavelength ranges of 3–5 and 8–12 μm as applied to diagnosis. *Doklady Biochemistry and Biophysics*, 2006, vol. 407, March–April, pp. 59–63. <https://doi.org/10.1134/S1607672906020049>

Поступила в редакцию 07.06.2024; одобрена после рецензирования 13.07.2024; принята к публикации 30.07.2024
The article was submitted 07.06.2024; approved after reviewing 13.07.2024; accepted for publication 30.07.2024