

## ПОДХОД К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАДАЧ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА СРЕДИ НЕОДНОРОДНЫХ УЧАСТНИКОВ КРТС С УЧЕТОМ ИХ СОСТОЯНИЯ<sup>1</sup>

Галин Р. Р.<sup>2</sup>, Мамченко М. В.<sup>3</sup>, Галина С. Б.<sup>4</sup>,  
Зорин В. А.<sup>5</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Описываются результаты серии экспериментов для задач формирования оптимального состава исполнителей и минимизации времени выполнения задач технологического процесса (по три случая для каждой задачи, отражающие три реализованных механизма решения). Представлены показатели эффективности распределения задач между участниками и оценки эффективности экспериментов других авторов, посвященных распределению задач в много-агентных и коллаборативных робототехнических системах (КРТС). Представлен качественный сравнительный анализ полученных результатов экспериментов, проведена оценка условий и результатов экспериментов на основе сформированных показателей оценки эффективности взаимодействия людей и коботов и эффективности распределения задач между участниками. Анализ показывает сопоставимые результаты по минимизации времени выполнения задач с использованием авторских решений по сравнению с рассмотренными работами. Следует отметить, что авторская постановка задач распределения работ в КРТС по сравнению со другими работами обладает комплексностью. В частности, во всех моделируемых задачах (подбор оптимального состава исполнителей, все варианты минимизации времени выполнения задач технологического процесса и затрат) обязательно проверяется требование коллаборации людей и коботов (совместное выполнение любой задачи хотя бы одним коботом и хотя бы одним человеком), при этом отслеживается степень задействования каждого участника. Кроме того, в случае подбора оптимального количества людей и коботов из состава КРТС осуществляется проверка выполнимости технологического процесса расчетным составом участников.*

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-29-00690, <https://rscf.ru/project/23-29-00690>.

<sup>2</sup> Ринат Романович Галин, к.т.н., с.н.с. ([grr@ipu.ru](mailto:grr@ipu.ru)).

<sup>3</sup> Марк Владиславович Мамченко, н.с. ([markmamcha@gmail.com](mailto:markmamcha@gmail.com)).

<sup>4</sup> Саня Болаткызы Галина, н.с. ([kameshevasaniya@gmail.com](mailto:kameshevasaniya@gmail.com)).

<sup>5</sup> Василий Александрович Зорин, соискатель, ИПУ РАН ([v.a.zorin@mail.ru](mailto:v.a.zorin@mail.ru)).

Ключевые слова: коллаборативная робототехническая система, взаимодействие человека и робота, распределение задач, технологический процесс, оптимизация.

## **1. Введение**

В настоящее время на производстве для совместного выполнения технологических операций (задач) с человеком активно применяются коллаборативные роботы (коботы). Подобная совместная деятельность людей и коллаборативных роботов называется коллаборацией, а организационно-техническую систему, состоящую из людей и коботов, объединенных общей задачей (целью), выполняемой в едином рабочем пространстве, принято обозначать коллаборативной робототехнической системой (КРТС) [13].

Одной из ключевых задач повышения эффективности функционирования КРТС является создание системы принятия решений, обеспечивающей способность динамически распределять задачи среди участников. Настоящая работа является заключительной статьей цикла работ (ряд результатов представлен в [1, 2, 11–14, 24]), посвященных распределению технологических задач в смешанных неоднородных командах КРТС.

В представленной статье предлагаются показатели оценки эффективности взаимодействия человека и кобота и распределения работ среди участников КРТС, а также сравнение полученных результатов численных экспериментов в моделирующем комплексе с аналогичными данными, полученными другими авторами (в научных публикациях).

## **2. Предложенные подход, методика и моделирующий комплекс**

В предыдущих работах предложены и описаны сформулированы функциональные требования, предъявляемые к разрабатываемому решению (методика и подход) и соответствующему математическому и алгоритмическому обеспечению, разработаны подход и реализующий его алгоритм распределения задачи

в КРТС, а также методика назначения исполнителей на задачи технологического процесса [1, 2, 11–14, 24].

В рамках цикла работ предполагается решение трех основных задач:

1. Минимизация количества задействуемых участников КРТС: формирование оптимального состава исполнителей для задаваемого технологического процесса (с учетом или без учета ограничений на превышение изначального времени технологического процесса).

2. Минимизация времени на выполнение всех задач технологического процесса. Представляет собой решение оптимизационной задачи (отдельно для каждой задачи технологического процесса). В качестве минимизируемой функции (значения) может выступать как общее время выполнения технологического процесса, так и набор значений времени технологического процесса и каждой задачи в его составе.

3. Минимизация затрат для выполнения задач технологического процесса. Предполагается минимизация энергетических или финансовых затрат, требуемых для выполнения технологического процесса (с учетом задаваемых значений эффективности участников КРТС).

Требования к разрабатываемому моделирующему комплексу, в том числе стек разработки, необходимый перечень функциональных возможностей, а также требования к его графическому интерфейсу представлены в авторской работе [24]. На основании выявленных требований авторами был разработан моделирующий комплекс для апробации метода и реализующего его алгоритма распределения задач среди участников в КРТС, который обладает функциональными возможностями, представленными в работе [24], основными из которых являются: задание исходных данных и проведение моделирования для всех основных сценариев (минимизация времени, состава исполнителей и затрат), задание и учет пространственной модели рабочих мест, возможность переназначения и доназначения исполнителей в ходе выполнения работ, учет использования материалов, деталей и других объектов, учет времени перемещения людей между рабочими местами, возможность внесения изме-

нений в параметры коботов, людей и задач непосредственно в ходе выполнения технологического процесса и др.

## 2.1. ЗАДАЧА 1. МИНИМИЗАЦИЯ КОЛИЧЕСТВА ЗАДЕЙСТВУЕМЫХ УЧАСТНИКОВ КРТС

Исходные данные. Пусть дана смешанная неоднородная команда, состоящая из двух множеств:  $n$  людей  $H = \{h_i\}_{i=1}^n$  и  $m$  коботов  $B = \{b_j\}_{j=1}^m$ . В качестве смешанной неоднородной команды может рассматриваться как сама КРТС в целом, так и одна или несколько ее подмножеств (команд КРТС), отвечающих требованиям коллаборативности (наличие не менее одного человека и не менее одного кобота). В предельном случае – один человек и один кобот – подобная смешанная команда называется коллаборативной робототехнической ячейкой (или коллаборативной ячейкой).

У каждого участника КРТС задано значение эффективности, влияющее на время выполнения задачи. Это значение может быть одинаковым для всех задач или задаваться отдельно для каждой  $p$  задачи. Пусть эффективность  $k$  человека и  $s$  кобота в команде задаются как  $r_{h_k}$  и  $r_{b_s}$  соответственно, при этом данные значения будут одинаковы для всех задач и задаваться в диапазоне дискретных значений  $[0, \dots, 1]$ . Если участник команды имеет нулевую эффективность, он не может выполнять задачу (задачи); в случае единичной эффективности полагается, что эффективность такого участника максимальная для задачи (задач).

Пусть также дан технологический процесс, в котором в каждый дискретный момент времени  $t = 0, \dots, t_{TP}$  начинается  $p_t \in \mathbb{N}$ ,  $p_t \geq 1$  новых задач (одновременно завершаются задачи, время завершения которых вычислено как  $t$ ). Любая  $p$  задача имеет две временные характеристики:

–  $t_{op.st_p}$  – время выполнения  $p$  задачи минимальным составом (коллаборативной ячейкой) с максимальной эффективностью человека и кобота; данное значение полагается изначально заданным (известным);

–  $t_{op,real_p}$  – время выполнения  $p$  задачи вычисленным (расчетным) количеством из  $n_p$  людей и  $m_p$  роботов; расчет данного значения показан в формулах (5) и (8).

Кроме того, в момент времени  $t$  при принятии решении о назначении состава исполнителя для каждой  $p$  задачи из множества задач  $p_t$  учитываются также следующие величины:

– минимальное количество людей  $n_{p_{min}}$  и роботов  $m_{p_{min}}$ , требуемых для выполнения задачи;

– доступное к моменту времени  $t$  количество людей  $n_{p_{av}}$  и роботов  $m_{p_{av}}$ , которые не заняты выполнением каких-либо других задач в этот момент времени;

– максимальное (предельное) количество людей  $n_{p_{max}}$  и роботов  $m_{p_{max}}$ , которых возможно назначить на выполнение  $p$  задачи.

$$\text{В общем случае } \begin{cases} n_{p_{min}} \leq n_p \leq \min(n_{p_{max}}, n_{p_{av}}), \\ m_{p_{min}} \leq m_p \leq \min(m_{p_{max}}, m_{p_{av}}). \end{cases}$$

Постановка задачи. Требуется найти минимальный состав исполнителей для всех задач технологического процесса. Решение задачи минимизации числа задействуемых участников КРТС рассматривается для следующих случаев [4–5, 7]:

Случай 1. Не учитывается время выполнения задачи. Для всех дискретных значений времени  $t = 0, \dots, t_{TP}$  найти количество людей и роботов по следующей формуле:

$$(1) \quad \max \min \left( \sum_{p=1}^{p_t} n_p \right), \quad \max \min \left( \sum_{p=1}^{p_t} m_p \right),$$

где  $t_{TP}$  – время окончания технологического процесса,  $p_t$  – количество задач, начавшихся в момент времени  $t$ . При этом соблюдается ограничение

$$(2) \quad \begin{cases} n_{p_{min}} \leq n_p, \\ m_{p_{min}} \leq m_p. \end{cases}$$

Случай 2. Учитывается время выполнения задачи [9, 12, 14]. Для каждой  $p$  задачи найти такие значения  $n_p$  и  $m_p$ , удовлетворяющие следующему условию:

$$(3) \quad \begin{cases} \min(n_p + m_p + n_p \times m_p), \\ \min \left( t_{op.real_p} = \frac{t_{op.st_p} (n_{p_{min}} + m_{p_{min}})}{\sum_{k=1}^{n_p} r_{h_k} + \sum_{s=1}^{m_p} r_{b_s}} \right), \end{cases}$$

учитывая ограничения

$$(4) \quad \begin{cases} n_{p_{min}} \leq n_p, \\ m_{p_{min}} \leq m_p, \\ \max \min \left( \sum_{p=1}^{p_t} n_p \right), \max \min \left( \sum_{p=1}^{p_t} m_p \right). \end{cases}$$

## 2.2. ЗАДАЧА 2. МИНИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕНИ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ВСЕХ ЗАДАЧ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Исходные данные соответствуют задаче 1.

Постановка задачи. Требуется найти минимальное время выполнения всех задач технологического процесса. Рассмотрим три случая (варианта) назначения исполнителей на работы.

Случай 1. Для каждой  $p$  задачи найти такие значения  $n_p$  и  $m_p$ , что выполняется условие [15, 17]

$$(5) \quad \min \left( t_{op.real_p} = \frac{t_{op.st_p} (n_{p_{min}} + m_{p_{min}})}{\sum_{k=1}^{n_p} r_{h_k} + \sum_{s=1}^{m_p} r_{b_s}} \right),$$

учитывая ограничения

$$(6) \quad \begin{cases} n_{p_{min}} \leq n_p \leq \min(n_{p_{av}}, n_{p_{max}}), \\ m_{p_{min}} \leq m_p \leq \min(m_{p_{av}}, m_{p_{max}}), \end{cases}$$

при этом значения  $n_p$  и  $m_p$  выбираются случайным образом с учетом ограничений (6).

Случай 2. Для каждой  $p$  задачи найти такие значения  $n_p$  и  $m_p$ , что выполняется условие

$$(7) \quad \begin{cases} \min \left( \left| \sum_{i=1}^{n_p} r_{h_i} - \sum_{i=n_p+1}^{\min(n_{p_{av}}, n_{p_{max}})} r_{h_i} \right| \right), \\ \min \left( \left| \sum_{j=1}^{m_p} r_{b_j} - \sum_{j=m_p+1}^{\min(m_{p_{av}}, m_{p_{max}})} r_{b_j} \right| \right), \end{cases}$$

учитывая ограничения (6).

Случай 3. Для каждой  $p$  задачи найти такие значения  $n_p$  и  $m_p$ , что выполняется условие [22]

$$(8) \quad \min \left( t_{op.real_p} = \frac{t_{op.st_p} (n_{p_{min}} + m_{p_{min}})}{\sum_{k=1}^{n_p} r_{h_k} + \sum_{s=1}^{m_p} r_{b_s}} \right),$$

учитывая ограничения

$$(9) \quad \begin{cases} n_p \leq n_{p_{av}}, \\ n_p \geq n_{p_{min}}, \\ n_p \leq n_{p_{max}}, \\ m_p \leq m_{p_{av}}, \\ m_p \geq m_{p_{min}}, \\ m_p \leq m_{p_{max}}, \\ t_{op.real_p} \geq 0. \end{cases}$$

### 2.3. ЗАДАЧА 3. МИНИМИЗАЦИЯ ЗАТРАТ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Заключительной рассматриваемой задачей являлась минимизация энергетических или финансовых затрат, требуемых для выполнения задач технологического процесса. В работе [2] представлены постановка задачи (в трех случаях) для вычисления оптимальных значений объемов работ для участников сме-

шанных неоднородных команд (с разными видами функций затрат), а также результаты численных экспериментов для пяти сценариев.

Следует отметить, что при проведении имитационного моделирования в статье [2] не предполагалась возможность выполнения человеком большего функционала (объема работ), чем у робота. Это обусловлено тем, что функция производственных затрат для роботов задавалась в линейном виде, а для людей – в виде квадратичной производственной функции. Таким образом, назначение большего объема работ роботу является предпочтительным, так как эффективность его работы не снижается со временем. Несмотря на то, что случай назначения большего объема работ человеку является неоптимальным, имитационное моделирование данного случая и случая необходимости изменения объема работ человека в ходе выполнения задач может быть рассмотрено в последующих работах.

### **3. Результаты экспериментов**

В проведенной серии экспериментов рассматривается смешанная неоднородная команда КРТС, членами которой являются множество людей  $H = \{h_i\}_{i=1}^n$  ( $n$  – количество людей в команде) и множество роботов  $B = \{b_j\}_{j=1}^m$  ( $m$  – количество роботов). Задание и описание переменных, используемых в моделирующем комплексе, изложено в работе [11].

В среде MATLAB было проведено моделирование субоптимального распределения задач между участниками КРТС. Изначальный технологический процесс представлен в виде взвешенного ориентированного графа (см. рис. 1), вершины которого обозначают моменты окончания предыдущих и начало новых задач, а ребра – длительность соответствующих задач.

Оптимизационная задача (8) с учетом ограничений (9) решается с помощью методов оптимизации (например, генетического алгоритма) отдельно для каждой задачи [25–31].

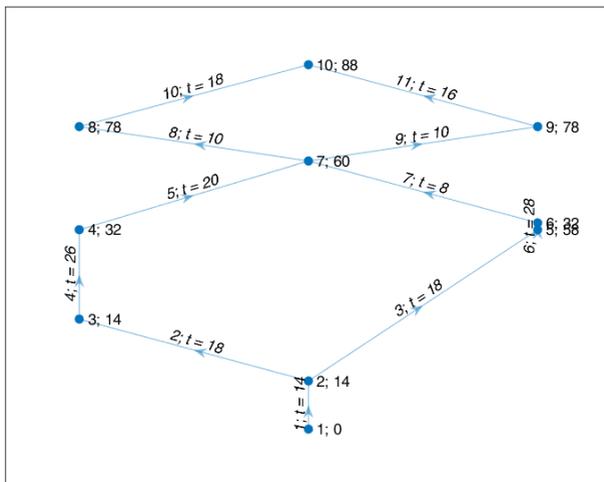


Рис. 1. Технологический процесс в виде ориентированного графа с исходными параметрами

Результаты численного моделирования случаев для Задач 1 и 2 представлены в таблице 1. Используемые в таблице обозначения для КРТС и ее участников и задач технологического процесса соответствуют обозначениям, представленным в исходных данных для задачи 1.

Таблица 1. Результаты численного моделирования случаев для Задач 1 и 2

Значения	Задача 1. Случай 1			Задача 1. Случай 2			Задача 2. Случай 1			Задача 2. Случай 2			Задача 2. Случай 3		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
<p><u>Исходные данные:</u> количество людей <math>n = 25</math>, количество роботов <math>m = 20</math>, минимальный состав на выполнение задачи <math>n_{p_{min}} = m_{p_{min}} = 1</math>, максимальный <math>n_{p_{max}} = m_{p_{max}} = 10</math> для каждой задачи.</p> <p><u>Обозначения:</u> <math>r_h</math> – диапазон значений (значения) эффективности для людей, <math>r_b</math> – диапазон значений (значения) эффективности для роботов, <math>t_{before}</math> – время выполнения технологического процесса до оптимизации (в секундах), <math>t_{after}</math> – время выполнения технологического процесса после оптимизации (в секундах), <math>t_{elapsed}</math> – общее время работы вычисления в моделирующем комплексе (в секундах).</p>															
$r_h$	0–1	0,3	0,1	0–1	0,3	0,1	0–1	0,3	0,1	0–1	0,3	0,1	0–1	0,3	0,1
$r_b$	0–1	0,8	0,8	0–1	0,8	0,8	0–1	0,8	0,8	0–1	0,8	0,8	0–1	0,8	0,8
$t_{before}$	106	106	106	106	106	106	106	106	106	106	106	106	106	106	106
$t_{after}$	283	192	235	115	192	235	67	39	63	38	42	53	79	69	83
$t_{elapsed}$	1,82	1,27	1,44	47,2	39,4	39,9	0,25	0,26	0,23	0,27	0,28	0,27	39,7	40,5	42,8

#### **4. Оценка эффективности взаимодействия человека и робота и распределения задач**

Анализируя постановку и решение задач 1–3, возможно сформировать следующие показатели оценки эффективности функционирования КРТС, учитывая взаимодействие людей и роботов в едином рабочем пространстве и эффективность распределения задач между участниками [1, 12]:

1. При минимизации времени выполнения задач:

- время выполнения отдельных задач и всего технологического процесса расчетным составом людей и роботов;
- разность исходного и расчетного (полученного) времени выполнения отдельных задач и всего технологического процесса (сэкономленное времени);
- выигрыш по времени (снижение времени выполнения задачи/технологического процесса в процентном соотношении).

2. При минимизации состава исполнителей:

- расчетный состав исполнителей;
- выигрыш по составу (снижение количества людей и роботов для выполнения задачи/технологического процесса, в процентном соотношении);
- наличие коллаборации людей и роботов (обязательно для КРТС как для отдельной задачи, так и для всего технологического процесса).
- выполнимость технологического процесса расчетным составом исполнителей (количеством людей и роботов), учитывая количество рабочих мест, задач технологического процесса и его модель в виде ориентированного взвешенного графа;
- степень задействования каждого участника КРТС – отношение количества операций, выполненных участником, к их общему количеству (не может быть нулевой, в идеальном случае примерно одинакова отдельно для людей и роботов).

3. При минимизации затрат:

- финансовые затраты на выполнение задачи/всего технологического процесса;

- энергетические затраты на выполнение задачи/всего технологического процесса;
- другие задаваемые затраты;
- выигрыш по затратам (снижение затрат, требуемых для выполнения задачи/технологического процесса, в процентном соотношении, отдельно для каждого типа затрат).

Кроме того, в предложенных подходе и методике подбор состава исполнителей на выполнение задачи осуществляется на основе одного из следующих критериев [1, 12]:

- доступность участников КРТС (количество незанятых людей и коботов к моменту начала задачи), с учетом минимального и максимального возможного состава исполнителей для конкретной задачи;
- эффективность участников КРТС, доступных к моменту начала конкретной задачи (с учетом минимального и максимального возможного состава исполнителей).

В разработанных подходе и методике предполагается, что по умолчанию для каждой задачи существует ее стандартное время выполнения задаваемым минимально возможным составом исполнителей (не менее одного человека и не менее одного кобота), при этом каждый исполнитель имеет максимальную эффективность. Способ расчета стандартного времени выполнения задачи отражает ее оценочное или априорно заданное время выполнения и может быть задан произвольным образом.

## **5. Сравнительный анализ полученных результатов моделирования**

Для сравнения полученных результатов моделирования с аналогичными данными, полученными другими авторами, приведем краткий обзор некоторых численных результатов моделирования распределения задач в коллаборативных и многоагентных робототехнических системах (РТС).

В работе [21] предложен алгоритм планирования и распределения работ в КРТС с учетом ограничений ресурсов с минимизацией времени выполнения за счет минимизации функции затрат участников (решение оптимизационной задачи). Учиты-

вается время на передачу деталей (объектов воздействия) между человеком и коботом. Численный эксперимент проведен на базе коллаборативной ячейки (один кобот и один человек).

Эксперимент 1. Начальные условия. Задача: поиск оптимальной последовательности действий участников команды при разборке деталей (моделирование), 14 задач. Начальное общее время выполнения задач: 71 с. Результат: общее время выполнения задач после применения предложенного алгоритма – 51 с, 120 итераций. Время выполнения вычислений составило 383 с.

Эксперимент 2. Начальные условия соответствуют эксперименту 1. Начальное общее время выполнения задач: 69 с. Результат: общее время выполнения задач после применения предложенного алгоритма: менее 49 с, 127 итераций. Время выполнения вычислений составило 275 с.

Эксперимент 3. Реальная производственная задача по разборке жесткого диска. Начальное общее время выполнения задач: 203 с, после применения предложенного алгоритма – 151 с, 189 итераций. Время выполнения вычислений составило 1349 с.

В работе [23] предложен алгоритм распределения задач участникам КРТС на основе смешанно-целочисленного линейного программирования для минимизации функции затрат (оптимизационная задача).

Эксперимент проведен для технологического процесса по сборке изделия (14 сборочных задач и 4 задачи контроля выполнения работы коботом(ами) со стороны человека). Исходные данные: 1 человек и 2 кобота. Начальное общее время выполнения задач: 668,37 с, после применения предложенного алгоритма – 497,97 с.

В работе [19] предложен авторский метод динамического разбиения задач на последовательности подзадач и их назначения исполнителям многоагентной системы (в том числе в КРТС) с учетом приоритизации задач. Четыре эксперимента проведены на базе коллаборативной ячейки.

Эксперимент 1. Перепланировка распределения задач при поступлении новой задачи в процессе выполнения технологического процесса. Начальное общее время выполнения задач: 140 с, после применения предложенного метода – 135 с.

Эксперимент 2. Перераспределение задач при увеличении срока выполняемой задачи. Начальное общее время выполнения задач: 205 с, после применения предложенного метода – 190 с.

Эксперимент 3. Перераспределение задач при принудительном изменении порядка их выполнения. Начальное общее время выполнения задач: 125 с, после применения предложенного метода – 140 с.

Эксперимент 4. Параллельное выполнение нескольких задач. Начальное общее время выполнения задач: 140 с, после применения предложенного метода – 135 с.

В работе [6] предложен алгоритм распределения задач в многоагентных РТС на основе дискретно-событийной модели и минимизации функций затрат участников. Эксперимент проведен на базе малой КРТС (один человек и два кобота) для технологического процесса из 18 задач. Начальное общее время выполнения задач: 135 с, после применения предложенного алгоритма – 114 с. В постановке задачи отсутствует необходимость обязательной коллаборации человека и робота (задачи могут выполняться исполнителями независимо друг от друга).

В работе [8] предложена метод принятия решений при распределении задач в КРТС на основе модифицированной архитектуры FlexHRC (flexible human-robot-collaboration) и минимизации функции затрат участников для формирования последовательности задач. Эксперимент проведен на базе коллаборативной ячейки, технологический процесс включал в себя 32 задачи. Общее время выполнения задачи (с применением метода) составило 348,08 с, время выполнения вычислений – 6,29 с.

В работе [10] предложен метод распределения задач в РТС на основе деревьев поведения с временными и логическими ограничениями. Эксперимент проведен на базе малой РТС (четыре агента) для выполнения технологического процесса, состоящего из 12 задач. Начальное общее время выполнения задач: около 125 с, после применения предложенного метода – менее 120 с.

В статье [16] описан подход к формированию расписания работ в многоагентных РТС на основе методов смешанного целочисленного линейного программирования и программирова-

ния в ограничениях. Проведена серия численных экспериментов, в том числе на базе больших РТС. В частности, время выполнения вычислений при построении оптимального расписания для 100 агентов и технологического процесса, состоящего из 1080 задач, составило около 183 с.

В [18] предложен метод распределения задач в КРТС с использованием многоагентного подхода и алгоритм поиска в графе  $A^*$ . Вычислительный эксперимент проведен на базе коллаборативной ячейки для простейшего технологического процесса, состоящего из 6 задач. Общее время выполнения задач с применением предложенного метода составило 3,5 с, вычисления проведены за 40 мс.

В работе [20] предложен подход ConcHRC для распределения задач между агентами РТС с возможностью их распараллеливания, в том числе в сценариях коллаборативного взаимодействия. Проведено два эксперимента на базе коллаборативной ячейки для технологического процесса, состоящего из 12 задач (для двух разных роботов).

Эксперимент 1. Общее время выполнения задач с применением предложенного подхода составило 242 с, время вычислений – 4,23 с.

Эксперимент 2. Общее время выполнения задач с применением предложенного подхода составило 307 с, время вычислений – 3,19 с.

Наконец, в статье [3] предложен алгоритм распределения задач в децентрализованных роевых робототехнических системах в условиях неполноты информации (на основе методов системного анализа и аналитической геометрии). В работе представлена серия из 100 вычислительных экспериментов по распределению 100 задач, проведенных для РТС из 50 агентов. Среднее начальное общее время выполнения задач: 80,1 с, после применения алгоритма – 51,9 с. Следует отметить, что в постановке задачи коллаборация человека и робота присутствует только на этапе начального распределения задач, в дальнейших этапах – только в процессе управления группировкой роботов и контроля хода выполнения задач.

### **5.1. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

В таблице 2 представлен сравнительный анализ результатов вычислительных экспериментов, полученных в рамках цикла работ [1, 2, 11–14, 24] по сравнению с аналогичными данными, полученные другими авторами [3, 6, 8, 10, 16, 18–21, 23]. Следует отметить, что при наличии больших серий экспериментов средние представлялись значения.

Из таблицы 2 видно, что авторская постановка задач распределения работ в КРТС по сравнению со сравниваемыми работами обладает комплексностью. В частности, во всех моделируемых задачах (подбор оптимального состава исполнителей, все варианты минимизации времени выполнения задач, технологического процесса и затрат) обязательно проверяется требование коллаборации людей и коботов (совместное выполнение любой задачи хотя бы одним коботом и человеком), ведется учет степени задействования каждого участника. Кроме того, осуществляется верификация выполнимости технологического процесса расчетным составом участников при подборе оптимального количества людей и коботов из состава КРТС.

Следует отметить, что минимизация состава исполнителей, финансовых затрат и времени выполнения каждой задачи возможна в любых конфигурациях задаваемого технологического процесса, предельной численности людей и коботов в КРТС и их параметров.

Таблица 2. Сравнительный анализ результатов вычислительных экспериментов

Показатель, величина измерения (при наличии)	Значения										
	[21]	[23]	[19]	[6]	[8]	[10]	[16]	[18]	[20]	[3]	Авторские решения [1, 2, 11–14, 24]
Результаты вычислительного эксперимента (серии экспериментов)											
Количество экспериментов	3	1	4	1	1	1	80	1	2	100	15; 5
Количество людей в эксперименте	1	1	1	1	1	4	max 100	1	1	50	25; 2–4
Количество коботов (роботов) в эксперименте	1	2	1	2	1			1	1		20; 2–4
Количество задач (в том числе в рамках технологического процесса)	14	18	4; 5; 5; 6	18	32	12	1080	6	12	100	11
Общее время выполнения задач (без применения предложенных решений), с	71; 69; 203	668,37	140; 205; 125; 140	135	–	~125	–	–	–	80,1 (ср.)	106
Общее время выполнения задач (с применением предложенных решений), с	51; 49; 151	497,97	135; 190; 140; 135	114	348,08	<120	~183	3,5	242; 307	51,9 (ср.)	89,5 (ср.)
Время вычислений (при наличии), с	383; 275; 1349	–	–	–	6,29	–	–	0,04	4,23; 3,19	–	17,04 (ср.)

Таблица 2 (продолжение)

Показатели оценки эффективности взаимодействия людей и роботов											
Учет выполнимости технологического процесса оптимальным (расчетным) составом участников (0 – не учитывается, 1 – учитывается)	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
Учет степени задействования участников (0 – не учитывается, 1 – учитывается)	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
Степень коллаборации (0 – отсутствует, 1 – возможна для отдельных задач, 2 – обязательна для всего технологического процесса)	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2
Показатели эффективности распределения задач между участниками											
Учет (минимизация) количества людей и роботов, назначаемых на выполнение задач(и) (+/-)	+	+	+	-	-	-	+	-	-	-	+
Учет (минимизация) финансовых затрат на выполнение отдельной задачи/всего технологического процесса (+/-)	-	-	-	+	-	-	-	+	+	-	+
Учет (минимизация) времени выполнения отдельной задачи (+/-)	+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	+

## **6. Заключение**

В работе представлено краткое описание основных результатов, полученных в рамках цикла работ. Предложенные подход, методика и моделирующий комплекс позволяют решать три основные задачи при распределении работ в КРТС (формирование оптимального состава исполнителей, минимизация времени на выполнение всех задач и затрат для задаваемого технологического процесса), описание которых кратко представлено в настоящей работе.

Описаны результаты серии экспериментов для задач формирования оптимального состава исполнителей и минимизации времени выполнения задач технологического процесса (по три случая для каждой задачи, отражающие три реализованных механизма решения).

Представлены показатели эффективности распределения задач между участниками и оценки эффективности взаимодействия людей и коботов. Показан обзор вычислительных экспериментов других авторов, посвященных распределению задач в многоагентных и коллаборативных робототехнических системах. Представлен качественный сравнительный анализ результатов экспериментов (количество людей и роботов, задач, общее время выполнения задач), проведена оценка условий и результатов экспериментов на основе сформированных показателей эффективности взаимодействия людей и коботов и эффективности распределения задач между участниками.

Анализ показывает сопоставимые результаты по минимизации времени выполнения задач с использованием авторских решений по сравнению с рассмотренными работами. Следует отметить, что авторская постановка задач распределения работ в КРТС по сравнению с другими работами обладает комплексностью. В частности, во всех моделируемых задачах (подбор оптимального состава исполнителей, все варианты минимизации времени выполнения задач технологического процесса и затрат) обязательно проверяется требование коллаборации людей и коботов (совместное выполнение любой задачи хотя бы одним коботом и хотя бы одним человеком), ведется учет сте-

пени задействования каждого участника. Осуществляется проверка выполнимости технологического процесса расчетным (оптимальным) составом участников КРТС (в случае минимизации количества исполнителей). Кроме того, минимизация состава исполнителей, финансовых затрат и времени выполнения каждой задачи возможна в любых конфигурациях задаваемого технологического процесса, предельной численности людей и роботов в КРТС и их параметров.

### Литература

1. ГАЛИН Р.Р., ГАЛИНА С.Б., МАМЧЕНКО М.В. *Подход к распределению работ в коллаборативной робототехнической системе с учетом модели рабочего пространства и динамического переназначения исполнителей* // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. – 2023. – Т. 6, №116. – С. 21–32.
2. ГАЛИН Р.Р., ШИРОКИЙ А.А., МАГИД Е.А. и др. *Эффективное функционирование смешанной неоднородной команды в коллаборативной робототехнической системе* // Информатика и автоматизация. – 2021. – Т. 20, №6. – С. 1224–1253.
3. ПЕТРЕНКО В.И., ТЕБУЕВА Ф.Б., ГУРЧИНСКИЙ М.М. и др. *Алгоритм планирования последовательности выполнения задач агентами роевых робототехнических систем в условиях неполноты информации* // Сборник материалов V Международной научно-практической конференции «Развитие современной науки и технологий в условиях трансформационных процессов». – 2022. – С. 160–169.
4. ALI A., AZEVEDO-SA H., TILBURY D.M. et al. *Heterogeneous human–robot task allocation based on artificial trust* // Scientific Reports. – 2022. – Vol. 12, No. 1. – P. 1–15.
5. ALI A., AZEVEDO-SA H., TILBURY D.M. et al. *Using Trust for Heterogeneous Human-Robot Team Task Allocation* // AAAI Fall Symposium on AI for HRI. – 2021. – P. 1–4.
6. CHEN F., SEKIYAMA K., CANNELLA F. et al. *Optimal sub-task allocation for human and robot collaboration within hybrid*

- assembly system* // IEEE Trans. on Automation Science and Engineering. – 2013. – Vol. 11, No. 4. – P. 1065–1075.
7. CHOWDHURY M., MAIER M. *Local and nonlocal human-to-robot task allocation in fiber-wireless multi-robot networks* // IEEE Systems Journal. – 2017. – Vol. 12, No. 3. – P. 2250–2260.
  8. DARVISH K., BRUNO B., SIMETTI E. et al. *Interleaved online task planning, simulation, task allocation and motion control for flexible human-robot cooperation* // 27th IEEE Int. Symposium on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN-2018). – 2018. – P. 58–65.
  9. DJEZAIRI S., AKLI I., ZAMOUM R.B. et al. *Mission allocation and execution for human and robot agents in industrial environment* // 27th IEEE Int. Symposium on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN-2018). – 2018. – P. 796–801.
  10. FUSARO F., LAMON E., DE MOMI E. et al. *An integrated dynamic method for allocating roles and planning tasks for mixed human-robot teams* // 30th IEEE Int. Conf. on Robot & Human Interactive Communication (RO-MAN-2021). – 2021. – P. 534–539.
  11. GALIN R.R., GALINA S.B. *Numerical Modeling Results of Work Allocation Algorithm in Collaborative Robotic System* // Int. Russian Automation Conference (RusAutoCon-2024). – 2024. – P. 843–848.
  12. GALIN R.R., MAMCHENKO M.V., GALINA S.B. *Task Allocation Methodology in Collaborative Robotic Systems* // Int. Russian Automation Conference (RusAutoCon-2023). – 2023. – P. 1004–1009.
  13. GALIN R., SHIROKY A., MAGID E. et al. *Effective Functioning of a Mixed Heterogeneous Team in a Collaborative Robotic System* // Informatics and Automation. – 2021. – Vol. 20, No. 6. – P. 1224–1253.
  14. GALINA S.B., GALIN R.R. *Approach to Efficient Task Allocation and Cost Minimization in Collaborative Robotic Systems* // International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon-2023). – 2023. – P. 574–579.
  15. HABIBIAN S., LOSEY D.P. *Encouraging human interaction with robot teams: Legible and fair subtask allocations* // IEEE

- Robotics and Automation Letters. – 2022. – Vol. 7, No. 3. – P. 6685–6692.
16. HAM A., PARK M.J. *Human-robot task allocation and scheduling: Boeing 777 case study* // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2021. – Vol. 6, No. 2. – P. 1256–1263.
  17. HOWARD A.M. *Role allocation in human-robot interaction schemes for mission scenario execution* // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA-2006). – 2006. – P. 3588–3594.
  18. JOHANNSMEIER L., HADDADIN S. *A hierarchical human-robot interaction-planning framework for task allocation in collaborative industrial assembly processes* // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2016. – Vol. 2, No. 1. – P. 41–48.
  19. JUNG Y., KIM H., SUH K.D. et al. *Human-Centered Dynamic Service Scheduling Approach in Multi-Agent Environments* // Applied Sciences. – 2022. – Vol. 12, No. 21, 10850. – P. 1–18.
  20. KARAMI H., DARVISH K., MASTROGIOVANNI F. *A task allocation approach for human-robot collaboration in product defects inspection scenarios* // 29th IEEE Int. Conf. on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN-2020). – 2020. – P. 1127–1134.
  21. LEE M.L., BEHDAD S., LIANG X. et al. *Task allocation and planning for product disassembly with human–robot collaboration* // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. – 2022. – Vol. 76, No. 102306. – P. 1–15.
  22. LI X., ZHANG Z., WU D.D. et al. *A multi-robot allocation model for multi-object based on Global Optimal Evaluation of Revenue* // Int. Journal of Advanced Robotic Systems. – 2021. – Vol. 18, No. 6. – P. 1–18.
  23. LIPPI M., MARINO A. *A mixed-integer linear programming formulation for human multi-robot task allocation* // 30th IEEE Int. Conf. on Robot & Human Interactive Communication (RO-MAN-2021). – 2021. – P. 1017–1023.
  24. MAMCHENKO M.V., GALINA S.B. *Modified Algorithm and Simulation Tool for Task Allocation and Work Distribution in Collaborative Robotic Systems for Technological Processes* //

- Int. Russian Automation Conference (RusAutoCon-2024). – 2024. – P. 691–696.
25. MINA T., KANNAN S.S., JO W. et al. *Adaptive workload allocation for multi-human multi-robot teams for independent and homogeneous tasks* // IEEE Access. – 2020. – Vol. 8. – P. 152697–152712.
  26. NOORMOHAMMADI-ASL A., AYUB A., SMITH S.L., DAUTENHAHN K. *Task Selection and Planning in Human-Robot Collaborative Processes: To be a Leader or a Follower?* // 31st IEEE Int. Conf. on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN-2022). – 2022. – P. 1244–1251.
  27. RAHMAN S.M.M., WANG Y. *Mutual trust-based subtask allocation for human–robot collaboration in flexible lightweight assembly in manufacturing* // Mechatronics. – 2018. – Vol. 54. – P. 94–109.
  28. RIEDELBAUCH D., HENRICH D. *Coordinating flexible human-robot teams by local world state observation* // 26th IEEE Int. symposium on Robot and Human Interactive Communication (RO-MAN-2017). – 2017. – P. 1000–1005.
  29. RIEDELBAUCH D., HENRICH D. *Exploiting a human-aware world model for dynamic task allocation in flexible human-robot teams* // Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA-2019). – 2019. – P. 6511–6517.
  30. TRAM A.V.N., RAWEEWAN M. *Optimal Task Allocation in Human-Robotic Assembly Processes* // 5th Int. Conf. on Robotics and Automation Engineering (ICRAE-2020). – 2020. – P. 158–162.
  31. ZHANG F., ZHANG Y., XU S. *Collaboration effectiveness-based complex operations allocation strategy towards to human–robot interaction* // Autonomous Intelligent Systems. – 2022. – Vol. 2, No. 20. – P. 1–12.

**APPROACH TO ALLOCATION OF TASK  
OF TECHNOLOGICAL PROCESSES AMONG CRS  
HETEROGENEOUS PARTICIPANTS TAKING INTO  
ACCOUNT THEIR STATE**

**Rinat Galin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., Senior Researcher (grr@ipu.ru).

**Mark Mamchenko**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Researcher (markmamcha@gmail.com).

**Saniya Galina**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Researcher (kameshevasaniya@gmail.com).

**Vasiliy Zorin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Applicant (v.a.zorin@mail.ru)

*Abstract: The paper describes the results of a series of experiments for the problems of forming an optimal composition of performers, and minimizing the execution time of the tasks in the technological process (three cases for each problem). Criteria of the efficiency of task allocation and work distribution among the participants and human-robot collaboration are presented. An overview of computational experiments of other authors on task allocation and work distribution in multi-agent and collaborative robotic systems (CRS) is shown. Qualitative comparative analysis of the results obtained from the experiments, and their evaluation based on the established criteria are given. The analysis shows comparable results of the authors' solutions compared to the reviewed works. The authors' statement of the problem of task allocation and work distribution in CRS compared to other sources has complexity. In particular, when selecting optimal composition of the performers, minimizing tasks/technological process execution time or costs, the results are verified to ensure that people and robots always collaborate. The degree of engagement of each participant is monitored. In addition, when optimal number of people and cobots from the CRS is chosen, the feasibility of the technological process for the calculated composition is also checked.*

**Keywords:** collaborative robotic system, human-robot interaction, task allocation, technological process, optimization.

УДК 004.896+519.85

ББК 30.606

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Л.Б. Рапопортом.*

*Поступила в редакцию 07.11.2024.*

*Опубликована 30.11.2024.*