

ИССЛЕДОВАНИЕ АУКЦИОННОЙ СХЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКАЗА ВНУТРИ АССОЦИАЦИИ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ

Гасанов И. И.¹
(ФИЦ ИУ РАН, Москва)

Продолжается описание проекта, представленного в статье "Проект системы распределения заказа внутри ассоциации производителей посредством множественных аукционов" // Управление большими системами. – 2024. – Вып. 112. Исследуется схема сетевого взаимодействия внутри ассоциации предприятий, занимающейся сборочным производством фиксированного набора изделий. Рассматривается производство, представленное в виде направленного ациклического графа, вершинам которого сопоставлены производимые участниками ассоциации комплектующие, причём для сборки деталей более низкого ранга используются детали, имеющие более высокий ранг. Взаимодействие базируется на системе множественных локальных аукционов, посредством которых производится распределение производства очередного заказа между предприятиями – членами ассоциации. Если в предыдущей работе дан краткий обзор проекта и очерчены проблемы, связанные с его реализацией, то в настоящей статье делается детальный разбор рассматриваемой схемы, предлагаются правила, которых рекомендуется придерживаться участникам схемы при выборе решений. Исследуется проблема рационального выбора участниками цен производимых изделий. В заключении указываются риски, связанные с реализацией проекта, и намечается план исследования эффективности схемы в режиме компьютерной имитации.

Ключевые слова: аукцион, сетевое взаимодействие, планирование производства.

1. Введение

В статье рассматривается ассоциация предприятий, которая осуществляет сборочное производство некоторого набора изделий. Модель ассоциации и общее описание аукционной схемы даны в статье [3]. Ниже для удобства чтения даётся лишь краткое описание изучаемой конструкции, повторяются некоторые основные обозначения и определения.

Участники производят как сами изделия, так и комплектующие для их монтажа. Производство может быть пред-

¹ Игорь Искендерович Гасанов, с.н.с. (gasanov48@yandex.ru).

ставлено как ациклический граф, вершинам которого соответствуют производимые продукты. Первому уровню графа сопоставлены конечные продукты. Изделия каждого уровня монтируются из комплектующих, находящихся на более высоких уровнях графа. Данный граф будем называть технологическим.

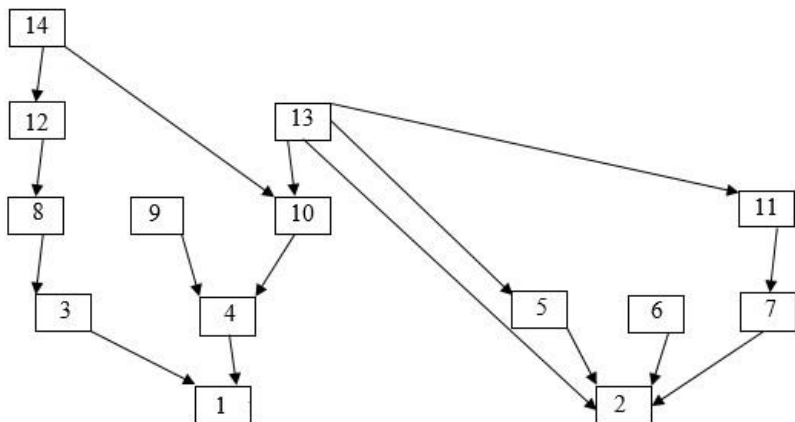


Рис. 1. Иллюстративный пример технологического графа

Условимся обозначать векторы прописными буквами с верхней крышкой, а их компоненты – строчными буквами с индексами, т.е. по шаблону $\bar{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)$.

Множество участников ассоциации обозначим $\hat{L} = \{l\}_{l=0}^L$, множество изделий, производимых участниками ассоциации, обозначим $\hat{M} = \{m\}_{m=1}^M$.

Помимо производителей в ассоциации есть выделенный участник – Центр, который принимает заказы на производство изделий из набора $M^1 \subset \hat{M}$ и координирует их сборку. Присвоим ему номер 0.

Обозначим $\bar{W}$ вектор продукции, в котором компоненты w_m соответствуют количеству (объёму) изделий $m \in \hat{M}$. Запись $\bar{w}_m$ будет означать вектор $\bar{W}$ с единственной ненулевой компо-

нентой t , равной w_m . Вектор $\bar{w}_m$, у которого компонента $w_m = 1$, будем обозначать $\bar{e}_m$.

Обозначим через $G(m) \subset \hat{M}$ множество тех деталей $\mu \in \hat{M}$, из которых собирается изделие t , а через $\bar{G}(\bar{w}_m)$ – вектор объёмов комплектующих $G(m)$, требующихся для производства изделия t в объёме w_m . В $G(m)$ входят только детали финальной сборки изделия t : если деталь $\mu \in G(m)$ сама является сборной, то объёмы комплектующих $G(\mu)$, необходимые для производства вектора $\bar{G}(\bar{\mu}_m)$ в компоненты вектора $\bar{G}(\bar{w}_m)$ не входят.

Назовём проекцией вектора $\bar{W} = (w_1, w_2, \dots, w_M)$ и обозначим $\bar{G}(\bar{W})$ сумму $\sum_{m \in M} G(\bar{w}_m)$.

Будем называть комплектующие из множества $G(m)$ предшественниками t , а изделие t – их потомком. На рис. 1 вершинам графа соответствуют изделия $t \in \hat{M}$, а дуги ведут от предшественников к потомкам.

Обозначим через $\bar{H}(\bar{W})$ и назовём полной проекцией вектора $\bar{W}$ вектор деталей $t \in \hat{M}$ всех уровней, необходимых для сборки $\bar{W}$. Вектор $\bar{H}(\bar{W})$ – это сумма последовательных проекций $\bar{G}(\bar{W}) + \bar{G}(\bar{G}(\bar{W})) + \bar{G}(\bar{G}(\bar{G}(\bar{W}))) + \dots$

Назовём рангом изделия $t \in \hat{M}$ и обозначим $R(t)$ максимальное число дуг на технологическом графе от вершины t до его корня плюс 1.

2. Подробное описание схемы аукционов

Обзор аукционной схемы был сделан в работе [3]. Её эффективность следует оценивать по тому, насколько надёжно она генерирует план исполнения заказов и как сильно себестоимость продукции, произведённой по такому плану, отличается от оптимума исходной задачи (1)–(3) [3], поиск которого сложно реализовать на практике.

Рассматриваемая схема – это способ декомпозировать исходную задачу, в которой векторы производства всех участни-

ков и матрица поставок определяются Центром. Аукционная схема предоставляет участникам возможность самостоятельного выбора решений. Следуя традиции исследований в области теории игр [2, 4, 5], полагаем, что цель каждого участника – это максимизация прибыли от участия в выполнении заказа. При этом, формируя аукционные предложения, он вынужден учитывать несколько противоположных факторов. Участнику выгодно увеличение объёмов своего участия в заказе и стоимости производимых в рамках заказа изделий. Но его предложения по поставкам не должны входить в противоречие с его ресурсными возможностями по их выполнению, а цена его продукции должна быть конкурентной относительно цен других участников. Он должен учитывать, что от его предложений зависит, будет ли вообще сформирован допустимый план, без которого его прибыль окажется нулевой. Пример 2 из работы [3] демонстрирует, что существование допустимого плана производства в исходной задаче не гарантирует его создания посредством аукционной схемы.

Проблема в том, что в рамках схемы производитель вынужден делать выбор в условиях очень существенной, многоступенчатой неопределённости. Формируя свои предложения для текущего аукциона, он не знает, какими будут решения других участников на этом и последующих аукционах. А значит, не знает ни того, каковы будут задания по сформированному по результатам всех аукционов плану, ни того, как эти задания зависят от его собственных предложений. С точки зрения теории игр рассматриваемая схема представляет собой сложную многошаговую игру многих лиц с неполной информацией [7, 8, 10]. Шаги, на которых участник принимает решение, это: первоначальный выбор желаемого вектора производства; затем по мере завершения аукционов разных рангов выбор скорректированного объёма производства для каждого из планируемых им к производству изделий, а также выбор объёмов предложений по поставкам этих изделий на последующих аукционах; наконец, распределение заданий поставщикам комплектующих после того как к нему поступает окончательный заказ на производство изделий. Обобщённо данную игру можно описать следующим образом.

Пусть $1, \dots, \Lambda$ – последовательность шагов, на которых участники принимают решения. Обозначим $U_l = (u_{1,l}, u_{2,l}, \dots, u_{\Lambda,l})$ стратегию участника l . (Не обязательно, что участник принимает решения на всех шагах.) Совокупность стратегий всех участников обозначим $U = (U_1, U_2, \dots, U_\Lambda)$. Отрезок стратегии участника l до шага r обозначим $\tilde{U}_l^r = (u_{1,l}, u_{2,l}, \dots, u_{r,l})$, а совокупность таких отрезков всех участников – через $\tilde{U}^r$. Организация аукционной схемы такова, что управление участника l на шаге r – это функция от отрезка стратегий $\tilde{U}^{r-1}$: $u_{r,l} = \Phi_l(\tilde{U}^{r-1}, \eta_l)$, где η_l – параметры, состояния внутренних ресурсов участника.

Цель каждого участника – максимизация своей прибыли. Её величина зависит от решений всех участников на всех шагах схемы, т.е. прибыль $I_l = I_l(\bar{U})$. В то же время при выборе решения на шаге r участник l не знает выбор других участников на шагах больше $r - 1$. Для поиска оптимального решения в вероятностных категориях участнику потребовалась бы гипотеза о распределении вероятностей выборов у остальных игроков, и это было бы вероятностное распределение очень большой размерности. Если искать решение с позиций гарантированного результата, то участнику при любой его стратегии гарантирован только 0 – ничто не мешает остальным участникам проигнорировать заказ и тогда он не будет исполнен. Если искать для участников какое-то равновесное решение, то получим задачу едва ли менее сложную, чем задача (1)–(3) в работе [3], т.е. то, от чего мы пытались уйти посредством аукционной схемы. Сложность задачи не даёт шансов на поиск оптимальных стратегий. Тем не менее представляется, что аукционный выбор участников можно разумным образом регламентировать, предложив для этого некоторый набор правил. Далее в процессе описания схемы формулируются такие правила.

Ниже по тексту используются величины с множественными индексами по образцу $X_{\alpha,\beta}^{n,\gamma,\delta}$. Условимся, что индекс α указывает на поставляемую или изготавливаемую комплектующую; индекс β – на изделие, для которого предназначена эта комплектующая; индекс n – на этап процедуры принятия решений; индекс γ – на поставщика изделия; индекс δ – на его получателя. Переменные в рамках модели полагаем непрерывными.

Пусть Центру поступил заказ на производство изделия $m \in M^1$ в объёме w_m^* . Обозначим его $\bar{W}^*$. Формирование плана производства разбивается на несколько этапов.

Этап 1. Центр рассчитывает и объявляет участникам вектор всех необходимых для исполнения заказа деталей $\bar{H}(\bar{W}^*) = (h_1(\bar{W}^*), \dots, h_M(\bar{W}^*))$.

Этап 2. Участники выбирают векторы изделий $\bar{W}^{2,l} = (w_1^{2,l}, w_2^{2,l}, \dots, w_M^{2,l})$, которые они хотели бы произвести в рамках данного заказа. Для этого участник l выбирает точку на подмножестве пространства $\mathbb{R}^M$, заданном ресурсными ограничениями

$$(1) \quad \forall l: \bar{\Psi}^l(\bar{W}^{2,l}) \leq \bar{S}^l,$$

и требованиями заказа, т.е. неравенствами

$$(2) \quad w_n^{2,l} \leq h_n(\bar{W}^*) \quad \forall n \in \hat{M}.$$

Здесь $\bar{\Psi}^l(\bar{W}): \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}^p$ – вектор-функция, отражающая расход ресурсов каждого вида p участником l при производстве вектора продукции $\bar{W}$, $\bar{S}^l$ – текущие объёмы ресурсов участника.

Исходим из того, что каждый производитель в первую очередь заинтересован в том, чтобы заказ был выполнен. Понятно, что недоминируемый вектор $\bar{W}^{2,l}$ предоставляет большие возможности при формировании плана производства, чем доминируемый им. Поэтому формулируем следующее требование.

Правило 1. Каждый участник $l \in \hat{L}$ выбирает вектор $\bar{W}^{2,l}$ среди недоминируемых векторов, удовлетворяющих неравенствам 1, 2.

Выбрав вектор $\bar{W}^{2,l}$ участник l объявляет аукционы A_k^l на поставки комплектующих, нужных для производства этого вектора продукции, т.е. объёмы $g_k(\bar{W}^{2,l})$, $k \in \hat{M}$.

Этап 3. Это этап собственно аукционов. Они проводятся последовательно от изделий более высоких рангов к более низким. Аукцион A_k^l представляет собой сбор участником l предложений по объёмам и ценам поставок от производителей изделия k . Присвоим такому аукциону ранг комплектующей k , т.е. $R(k)$. Все предложения от поставщиков на аукционе A_k^l образуют пул комплектующих Π_k^l . Объём пула будем обозначать $v(\Pi_k^l)$.

Используя объёмы пулов $v(\Pi_k^l)$, предприятие l определяет объёмы поставок своей продукции, которые он планирует предложить на последующих аукционах. Обозначим эти объёмы как $y_n^{3,j,l}$. Рассмотрим процедуру выбора значений $y_n^{3,j,l}$ подробнее.

Предприятию l следует скорректировать объёмы производства $w_n^{2,l}$ и определить новые объёмы $w_n^{3,l}$, достижимые с пулами комплектующих, собранных на объявленных им аукционах. Пусть $\alpha^l = \{n \in \hat{M} \mid w_n^{2,l} > 0, g_k(\bar{w}_n^{2,l}) > 0\}$, иначе говоря, это множество изделий, которые l запланировал для производства на этапе 2 и для которых требуются комплектующие. Изделия $n \in \alpha^l$ могут иметь разный ранг. По мере проведения аукционов по изделиям $k \in G(n)$, $n \in \alpha^l$, участник l выделяет объёмы комплектующих из пулов Π_k^l для обеспечения производства изделий n . Остаток от пула $v(\Pi_k^l)$ к периоду проведения аукционов ранга r обозначим как $v_r(\Pi_k^l)$.

При проведении аукционов ранга $R(n)$, $n \in \alpha^l$, участник l может рассчитать максимальный объём изделия n , который он может изготовить, используя пулы $v_{R(n)}(\Pi_k^l)$, $k \in G(n)$. Это величина

$$\chi(n) = \max(w_n \mid \bar{g}_k(w_n) \leq v_r(\Pi_k^l) \forall k \in g(n)).$$

Участник l имеет возможность запланировать любой объём $w_n^{3,l}$ производства изделия n , не превышающий значение $\min(\chi(n); w_n^{2,l})$, но он должен учитывать, что комплектующие из

множества $G(n)$ могут использоваться в других изделиях из множества α^l с рангами $R(n)$ или ниже. При этом показатель $\chi(n')$ при $R(n') < R(n)$ определится только к началу аукционов ранга $R(n')$. Характер неопределённости таков, что среди разных вариантов распределения пулов комплектующих между изделиями вряд ли можно указать оптимальный. Предлагается следующая процедура.

Пусть $\alpha^l(r) \subset \alpha^l$ множество изделий, имеющих ранг r , $\bar{W}(r)$ – некоторый вектор объёмов таких изделий. Следующие неравенства определяют допустимую область O_r^l для векторов $\bar{W}(r)$, которые предприятие l может изготовить, используя пулы комплектующих $v_r(\Pi_k^l)$ и не превышая объёмы $\bar{W}^{2,l}$:

$$w_n \leq w_n^{2,l}, \forall n \in \bar{M},$$

$$g_k(\bar{W}(r)) \leq v_r(\Pi_k^l).$$

Здесь, как и выше, $g_k(\bar{W}(r))$ обозначает объём комплектующих k , используемых при производстве вектора продукции $\bar{W}(r)$.

Правило 2. Участник l выбирает в качестве целевого вектора производства $\bar{W}(r)$ один из недоминируемых векторов выпуклого многогранника O_r^l .

Выбрав такой вектор производства, который обозначим $\bar{W}_r^{j^0}$, участник l формирует свои аукционные предложения $y_n^{3,l,j}$, $n \in \alpha^l$, согласно следующему правилу.

Правило 3. Участник l , определяя свои предложения $y_n^{3,l,j}$ по аукционам ранга r , действует следующим образом:

$$A) \text{ если } w_{nr}^{j^0} = h_n(\bar{W}^*) = w_n^{2,l}, \text{ то } y_n^{3,l,j} = g_n(\bar{W}^{2,j}) \quad \forall j \in \bar{L},$$

т.е. если объём $w_{nr}^{j^0}$ достаточен для удовлетворения всей потребности в изделии n по заказу $\bar{W}^*$, то l предлагает каждому производителю j тот объём комплектующих n , который j объявил на этапе 2 (в силу неравенств, определяющих множество O_r^l , $w_{nr}^{j^0}$ не может быть больше $h_n(\bar{W}^*)$);

Б) если $w_{nr}^{j0} < h_n(\bar{W}^*)$, то l выбирает значения $y_n^{3,l,j}$, решая следующую задачу:

$$\sum_{j \in L} y_n^{3,l,j} \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in L} y_n^{3,l,j} \leq w_{nr}^{j0},$$

$$y_n^{3,l,j} \leq g_n(\bar{W}^{2,j}) \forall j \in \hat{L}.$$

Обоснование. Предложения $y_n^{3,l,j}$ носят характер обязательств: после того, как на этапе 4 план заказа будет сформирован, участник l обязан осуществить любую плановую поставку $y_n^{4,l,j} \leq y_n^{3,l,j}$. Но на этапе 3 объёмы заказов $y_n^{4,l,j}$ участнику l ещё не известны. Однако процедура формирования плана такова, что $\sum_{l \in L} y_n^{4,l,j}$ не может превысить $\min[w_{nr}^{j0}; h_n(\bar{W}^*)]$. Поэтому если $w_{nr}^{j0} = h_n(\bar{W}^*)$, то l знает, что он сможет произвести любой объём изделия n , который будет заказан в ответ на его предложения.

Если $w_{nr}^{j0} < h_n(\bar{W}^*)$, то предложения участника l по поставкам изделия n не могут превышать объём w_{nr}^{j0} без риска не выполнить обязательства из-за недостатка комплектующих, и он распределяет по аукционам A_n^j именно этот объём.

В предложении о поставке $y_n^{3,l,j}$ указывается стоимость за единицу продукции $c_n^{l,j}$. Цены поставок участника l образуют матрицу $C^l = (c_n^{l,j})$. Расчёт цен обсуждается в следующем разделе.

Весь корпус предложений о поставках от всех участников вместе со стоимостями обозначим как пару $(\hat{Y}^3, \hat{C})$:

$$\hat{Y}^3 = \bigcup_{l \in L} \left(\bigcup_{j \in L} y_n^{3,l,j} \right), \quad \hat{C} = \bigcup_{l \in L} C^l.$$

Этап 4. На этом завершающем этапе по совокупности предложений $\hat{Y}^3$, верстается план производства, т.е. распределение поставок между участниками, матрица $\hat{Y}^4(\hat{Y}^3, \hat{C}) = (y_n^{4,l,j})$, $n \in \hat{M}$, $l, j \in \hat{L}$. План будет сформирован, если сумма предло-

жений Центру от производителей изделия m не меньше чем объём заказа, т.е. если $\sum_{l \in L(m)} y_m^{3,l,0} \geq w_m^*$.

Для сформированного плана поставок должны выполняться неравенства

$$y_n^{4,l,j} \leq y_n^{3,l,j} \quad \forall l, j \in \widehat{L}, \forall n \in \widehat{M},$$

т.е. задания участнику l на этапе 4 не могут превышать его предложения на этапе 3.

Процедура выбора значений $y_n^{4,l,j}$ организована в виде координируемой Центром волны, восходящей по рангам узлов технологического графа. Производитель l дожидается получения заданий на поставки изделий $\sum_{j \in L} y_n^{4,j,l}$ от всех участников j , которым он посылал предложения $y_n^{3,l,j}$. После этого участнику l известен весь объём изделий n , который ему необходимо изготовить, $w_n^{4,l} = \sum_{j \in L} y_n^{4,j,l}$. Под этот объём участник l определяет вектор комплектующих $\bar{G}(\bar{w}_n^{4,l})$. Для каждой из ненулевых компонент $g_k(\bar{w}_n^{4,l})$ этого вектора на аукционах третьего этапа A_k^l был создан пул комплектующих объёмом $v(\Pi_k^l)$. Правила формирования предложений на предыдущих этапах гарантируют, что эти пулы достаточны для производства объёма $w_n^{4,l}$.

Участник l выбирает из пула $v(\Pi_k^l)$ предложения, начиная с наиболее дешёвых. Он упорядочивает предложения $y_k^{3,j,l}$ по возрастанию цен за единицу продукции т.е. по величинам $c_k^{j,l}$, формируя пул $\tilde{\Pi}_k^l$ с объёмом $g_k(\bar{w}_n^{4,l})$. Затем l распределяет задания производителям i , чьи предложения $y_k^{3,j,l}$ попали в пул $\tilde{\Pi}_k^l$, т.е. определяет компоненты $y_k^{4,j,l}$. Для всех производителей изделия k из пула $\tilde{\Pi}_k^l$ задания $y_k^{4,j,l} = y_k^{3,j,l}$, кроме последнего по порядку j^* , для которого $y_k^{4,j^*,l} = g_k(\bar{w}_n^{4,l}) - \sum_{i < j^*} y_k^{3,i,l}$.

План производства полностью сгенерирован тогда, когда волна заданий доходит до конечных узлов.

РАСЧЁТ ЦЕН ПОСТАВОК

Если участник l поставил участнику j комплектующие n в объёме $y_n^{4,l,j}$, то после исполнения заказа ему от j перечисляется сумма $c_n^{l,j} \cdot y_n^{4,l,j}$. Общая сумма перечислений участнику l по всем его поставкам составит величину $\sum_{j \in L} \sum_{n \in M} c_n^{l,j} \cdot y_n^{4,l,j}$. Из этих денег l делает дальнейшие выплаты транспортным компаниям и своим поставщикам комплектующих, после чего его выручка от произведённой продукции составляет величину

$$(3) \quad \Phi^l = \sum_{j \in L} \sum_{n \in M} c_n^{l,j} \cdot y_n^{4,l,j} - d^l(\bar{W}^{4,l}) - \delta^l(\bar{W}^{4,l}) - \sum_{j \in L} \sum_{n \in M} t_n^{l,j} \cdot y_n^{4,l,j}.$$

Здесь $d^l(\bar{W}^{4,l})$ – аукционная стоимость комплектующих $\bar{G}(\bar{W}^{4,l})$, $\delta^l(\bar{W}^{4,l})$ – стоимость материалов, необходимых для производства вектора продукции $\bar{W}^{4,l}$ и приобретаемых вне ассоциации, $t_n^{l,j}$ – удельные транспортные расходы.

Прибыль θ^l участника l по данному заказу определяется наценкой, установленной участником l на свою продукцию и включённой в цены $c_n^{l,j}$. Она равна разности между выручкой Φ^l и $\psi_1^l(\bar{W}^{4,l})$ – собственными финансовыми затратами на сборку произведённых изделий (зарплата, операционные расходы и т.п.):

$$\theta^l = \Phi^l - \psi_1^l(\bar{W}^{4,l}).$$

Чем выше назначенные участником l цены продукции C^l , тем выше его прибыль при одинаковом объёме плановых поставок. Но и тем больше риск проиграть в конкуренции за эти поставки. В условиях тотальной неопределённости сложно дать участникам однозначные рекомендации по эффективному выбору значений C^l . Для участника l представляется разумным выбирать цены так, чтобы стоимость производимой им продукции гарантировала его от убытков. Добавив к ценам бонус, участник обеспечит себе положительную прибыль, если только будет привлечён к исполнению заказа.

Производителю l требуется выбрать такие величины $c_n^{l,j}$, чтобы для любых $n \in \hat{M}$, $l, j \in \hat{L}$, для любого вектора $\bar{W}^{4,l} \leq \bar{W}^{3,l}$ выполнялось неравенство

$$(4) \quad \psi_1^l(\bar{W}^{4,l}) + d^l(\bar{W}^{4,l}) + \delta^l(\bar{W}^{4,l}) + \sum_{j \in L} \sum_{n \in M} t_n^{l,j} \cdot y_n^{4,l,j} \leq \sum_{j \in L} \sum_{n \in M} c_n^{l,j} \cdot y_n^{4,l,j}$$

Однако цены $c_n^{l,j}$, гарантирующие выполнение неравенства (4), нужно рассчитать на третьем этапе аукционной процедуры, т.е. ещё до формирования плана производства, а это непростая задача. Себестоимость производства $\psi_1^l(\bar{W}^{4,l})$ – сложная, многомерная функция. Стоимость ресурсов, необходимых для производства объёма $w_n^{4,l}$, зависит не только от величины $w_n^{4,l}$, но и от объёмов производства участником l других его изделий, вошедших в свёрстаный план, а также от лимита его ресурсов. Сделаем следующее достаточно естественное допущение.

Условие 1. $\psi_1^l(\bar{W})$ – дифференцируемые функции, такие что если вектор производства $\bar{W}' \geq \bar{W}$, то

$$\frac{\partial \psi_1^l(\bar{W}')}{\partial w_n} \geq \frac{\partial \psi_1^l(\bar{W})}{\partial w_n} \quad \forall n \in \hat{M}.$$

При выполнении условия 1 можно предложить следующее решение. Оценим затраты участника l на производство единичного объёма e_n^l изделия n величиной

$$\rho_n^l = \frac{\psi_1^l(\bar{W}^{3,l}) - \psi_1^l(\bar{W}_{-n}^{3,l})}{w_n^{3,l}},$$

где $\bar{W}_{-n}^{3,l} = \bar{W}^{3,l} - \bar{w}_n^{3,l}$. Иначе говоря, $\bar{W}_{-n}^{3,l}$ – это вектор $\bar{W}^{3,l}$ с обнулённой n -й компонентой.

Из условия 1 нетрудно вывести неравенство

$$\psi_1^l(\bar{W}) \leq \sum_{n \in M} \rho_n^l \cdot w_n = \sum_{n \in M} \rho_n^l \cdot \sum_{j \in L} y_n^{4,l,j} \quad \forall l \quad \forall \bar{W} \leq \bar{W}^{3,l}.$$

Отсюда следует, что

$$(5) \quad \psi_1^l(\bar{W}^{4,l}) \leq \sum_{n \in M} \rho_n^l \cdot w_n^4 = \sum_{n \in M} \rho_n^l \cdot \sum_{j \in L} y_n^{4,l,j}$$

Стоимость комплектующих для производства участником l произвольного вектора продукции $\bar{W}$ равна стоимости всех деталей $g_k(\bar{W})$ по ценам аукционных предложений $c_k^{l,j}$, т.е. $d^l(\bar{W}) = \sum_{k \in M} d^l(\bar{g}_k(\bar{W}))$.

Участник l заинтересован в снижении стоимости используемых комплектующих и стремится минимизировать величины

$d^l(\bar{g}_k(\bar{W}))$, $k \in \bar{M}$. Поэтому на этапе 4 он формирует пулы $\tilde{\Pi}_k^l$ так, как описано выше, т.е. делая выбор от более дешёвых предложений к более дорогим. Вследствие этого $d^l(\bar{g}_k(\bar{W}))$ будут кусочно-линейными выпуклыми функциями. Оценим стоимость комплектующих для производства участником l единицы товара $n \in \bar{M}$ величиной $d^l(\bar{e}_n) = \sum_{k \in \bar{M}} s_k^l \cdot g_k(\bar{e}_n)$, где $s_k^l = d^l(g_k(\bar{W}^{3,l})) / g_k(\bar{W}^{3,l})$.

Тогда для любого вектора $\bar{W} \leq \bar{W}^{3,l}$ для каждого n выполняется неравенство $d^l(\bar{w}_n) \leq d^l(\bar{e}_n) \cdot w_n$ и следовательно

$$(6) \quad d^l(\bar{W}^{4,l}) \leq \sum_{n \in \bar{M}} d^l(\bar{e}_n) \cdot w_n.$$

Положим стоимость материалов, закупаемых участником l для изделий n вне ассоциации, пропорциональной их объёму и обозначим их удельную стоимость через η_n^l .

Тогда если производитель l на этапе 3 аукционной схемы выберет для поставок $y_n^{3,l,j}$ цены

$$c_n^{l,j} = \rho_n^l + s_n^l + \eta_n^l + t_n^{l,j},$$

то, в силу, соотношений (3), (5), будет выполнено неравенство (6). При этом в случаях $\bar{W}^{4,l} = 0$ и $\bar{W}^{4,l} = \bar{W}^{3,l}$ формула (6) трансформируется в равенство.

3. Заключение

Предложенный выше набор аукционных правил базируется на интуитивном представлении о том, что чем больше ресурсы производителей будут задействованы в схеме, тем больше шансов на то, что план производства удастся сформировать. В самом деле, замена любого решения отдельного участника на доминирующее его лишь расширяет множество вариантов формирования общего плана. Если все участники откажутся участвовать в заказе, то он исполнен не будет, но если снять в модели ресурсные ограничения на производство, то легко указать для участников такие совместные решения, при которых план заведомо будет сформирован. Однако можно построить примеры, когда замена участником доминируемого решения доминирующим так повлияет на выборы остальных участников, что в пер-

вом случае план будет сформирован, а во втором – нет. Можно ожидать, что схема окажется эффективной, когда число участников велико, а их ресурсы значительно превосходят те, что необходимы для исполнения заказа. Но зависимость эффективности схемы от параметров её участников слишком сложна для аналитического исследования. Поэтому предложенные правила следует расценивать как эвристические.

Реализация рассмотренного проекта на практике потребовала бы серьёзных затрат по организации взаимодействия участников ассоциации, обучению персонала технологиям такого взаимодействия, информационной поддержки аукционов. Приступать к этому без предварительного исследования было бы нерациональным и рискованным. Представленная работа находится в русле других работ по системному анализу и исследованию операций, в которых предпринимаются попытки решить принципиальные затруднения, возникающие при формализации целевых установок участников конфликтных процессов. Это затруднения, связанные с большой неопределённостью в намерениях участников и многокритериальностью их устремлений. Один из интересных подходов состоит в том, чтобы привлечь непосредственных участников конфликтной ситуации к принятию решений в режиме компьютерной имитации. В этом случае участники принимают решения самостоятельно, а последствия их выборов моделируются в компьютере. Этот подход сродни имитационным играм, но акцент делается не на обучении участников, а на исследовании самой конфликтной ситуации, возможных исходов от совместных действий участников. В качестве примера можно привести работы [1, 6, 8]. Для аукционной схемы представляется интересным и перспективным её исследование в режиме чистой компьютерной имитации, когда решения за участников принимает также компьютер. Это позволило бы провести большую серию экспериментов при разных параметрах технологического графа и предприятий участников производства.

На компьютере моделируется сеть, узлы которой соответствуют участникам ассоциации. Для каждого узла создаётся своя модель производства, конкретизирующая описание, данное в разделе Участники работы [3]. Выбирается множество изделий

$\hat{M}$ и для них строятся производственные графы. Моделируются аукционы и выборы участников согласно правилам (1)–(3). Там, где эти правила предполагают выбор из множества возможных решений, он может быть рандомизирован.

Для каждого узла задаётся начальное состояние ресурсов, и системе предлагается последовательность заказов на производство изделий из набора $\hat{M}^1$. Откликом системы на заказ будет сформированный по аукционной схеме план сборки заказа, если такой удаётся построить. Желательно также реализовать решение общей задачи (1)–(3) [3]. В рамках модели это представляется более реальным, чем на практике: в модели легче варьировать число участников и их структуру. Это позволило бы сравнивать решения исходной задачи с решениями, полученными по аукционной схеме.

Исследование схемы в режиме имитации может представлять и теоретический интерес. Как один из примеров конструкции с сетевым принципом управления. В эксперименте можно было бы наблюдать, какова эффективность этого принципа для подобной конструкции: при каких параметрах схема уверенно доставляет допустимое решение, насколько такое решение далеко от оптимального и т.п.

Литература

1. БЕЛОТЕЛОВ Н.В., БРОДСКИЙ Ю.И., ОЛЕНЕВ Н.Н. и др. *Опыт имитационного моделирования при анализе социально-экономических явлений*. – М.: МЗ Пресс, 2005. – 137 с.
2. ВАТЕЛЬ И.А., ЕРЕШКО Ф.И. *Игры с иерархической структурой. Математическая энциклопедия. Т. 2*. – М.: Сов. энциклопедия, 1979. – С. 478–482.
3. ГАСАНОВ И.И. *Проект системы распределения заказа внутри ассоциации производителей посредством множественных аукционов* // Управление большими системами. – 2024. – Вып. 112. – С. 95–108.
4. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Игры с непротивоположными интересами*. – М.: Наука, 1976. – 328 с.

5. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б., ВАТЕЛЬ И.А. *Игры с иерархическим вектором интересов* // Техническая кибернетика. – 1974. – №3. – С. 54–69.
6. ЕРЕШКО Ф.И., БЕЛОТЕЛОВ Н.В., БРОДСКИЙ Ю.И. и др. *Имитационные игры как инструмент исследования геополитических проблем* // MLSD'2023. – М. ИПУ РАН – С. 489–494.
7. КАРЛИН С. *Математические методы в теории игр, программировании и экономике.* – М.: Мир, 1964. – 838 с.
8. ОУЭН Г. *Теория игр.* – М.: Мир, 1971. – 229 с.
9. ПАВЛОВСКИЙ Ю.Н. *Имитационные системы и модели.* – М.: Знание, 1990. – 46 с.
10. ПЕТРОСЯН Л.А., ЗЕНКЕВИЧ Н.А., СЁМИНА Е.А. *Теория игр.* – М.: Высшая школа, 1998. – 300 с.

THE PROJECT OF AN ORDER DISTRIBUTION SYSTEM WITHIN THE ASSOCIATION OF MANUFACTURERS THROUGH MULTIPLE AUCTIONS

Igor Gasanov, FRC CSC RAS, Moscow, SRS
(gasanov48@yandex.ru).

Abstract: The description of the project, presented in the article " The project of the order distribution system within the association of manufacturers through multiple auctions " // Upravlenie bol'shimi sistemami. – 2024. – Iss. 112, is ongoing. It explores the network interaction scheme within an association of companies engaged in the assembly production of a fixed set of products. The production process is represented as a directed acyclic graph, with the vertices corresponding to the components produced by the association's members. To assemble lower-rank parts, higher-rank parts are used. Interaction is based on a system of multiple local auctions through which the distribution of production for each new order is carried out among the association's member companies. If the previous work provides a brief overview of the project and outlines the issues related to its implementation, the current paper offers a detailed analysis of the proposed scheme, suggesting rules that participants should follow when making decisions. The paper examines the problem of rational price selection by the participants for the products they manufacture. In conclusion, the risks associated with the project's implementation are highlighted, and it is suggested that the effectiveness of the scheme be studied through computer simulation. The paper also discusses how an appropriate computer model can be built.

Keywords: auction, networking, production planning.

УДК 519.83
ББК 22.18

*Статья представлена к публикации
членом редакционной коллегии Ф.И. Ерешко.*

*Поступила в редакцию 24.01.2025.
Опубликована 31.05.2025.*