

Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

# УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

*Выпуск 109*  
*Май 2024*

**СБОРНИК  
ТРУДОВ**

ISSN 1819-2467

Регистрационный номер Эл. №ФС77-44158 от 09 марта 2011 г.

Москва – 2024

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
*Институт проблем управления*  
*им. В.А. Трапезникова*

**УПРАВЛЕНИЕ  
БОЛЬШИМИ  
СИСТЕМАМИ**

**СБОРНИК ТРУДОВ**

*Выпуск 109*

**Москва – 2024**

### КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Академики: Васильев С.Н., Желтов С.Ю., Каляев И.А., Куржанский А.Б., Новиков Д.А., Попков Ю.С., Черноусько Ф.Л.; члены-корреспонденты РАН: Галяев А.А., Савватеев А.В.; д-ра техн. наук: Кузнецов О.П. (ИПУ РАН), Кульба В.В. (ИПУ РАН), Павлов Б.В. (ИПУ РАН), Рутковский В.Ю. (ИПУ РАН).

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор:** академик Новиков Д.А. **Зам. главного редактора:** д-р физ.-мат. наук Губко М.В. **Отв. секретарь:** канд. техн. наук Калимулина Э.Ю. **Редактор:** канд. техн. наук Квинто Я.И.

Д-ра техн. наук: проф. Алескеров Ф.Т. (ГУ ВШЭ), проф. Алчинов А.И. (ИПУ РАН), проф. Андриевский Б.Р. (ИТМО), проф. Афанасьев В.Н. (МИЭМ, ГУ ВШЭ), проф. Бахтадзе Н.Н. (ИПУ РАН), проф. Бурков В.Н. (ИПУ РАН), проф. Вишневский В.М. (ИПУ РАН), д-р физ.-мат. наук проф. Ерешко Ф.И. (ВЦ РАН), д-ра техн. наук: проф. Калянов Г.Н. (ИПУ РАН), проф. Каравай М.Ф. (ИПУ РАН); д-р экон. наук, проф. Клочков В.В. (ИПУ РАН); д-р техн. наук доцент Коргин Н.А. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Кушнер А.Г., проф. Лазарев А.А. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Лебедев В.Г. (ИПУ РАН), проф. Мандель А.С. (ИПУ РАН); д-р биол. наук проф. Михальский А.И. (ИПУ РАН); д-р экон. наук, проф. Нижегородцев Р.М. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Райгородский А.М. (МФТИ), проф. Рапопорт Л.Б. (ИПУ РАН); д-ра техн. наук: проф. Самуйлов К.Е. (РУДН), проф. Сидельников Ю.В. (МАИ), проф. Совлуков А.С. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Соловьев С.Ю. (МГУ), проф. Угольницкий Г.А. (ЮФУ); д-ра техн. наук: проф. Уткин В.А. (ИПУ РАН), проф. Хоботов Е.Н. (ИПУ РАН); д-ра физ.-мат. наук: проф. Чхартишвили А.Г. (ИПУ РАН), проф. Щербаков П.С. (ИПУ РАН).

### РЕГИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ СОВЕТЫ

**Арзамас** – д-р физ.-мат. наук проф. Пакшин П.В. (АПИ НГТУ); **Волгоград** – д-ра физ.-мат. наук: проф. Воронин А.А., проф. Лосев А.Г. (ВолГУ); **Воронеж** – д-р техн. наук, проф. Баркалов С.А., д-р физ.-мат. наук, проф. Головинский П.А. (ВГУ), д-р техн. наук, проф. Подвальный С.Л. (ВГТУ); **Иркутск** – д-р техн. наук проф. Зоркальцев В.И. (ЛИН СО РАН), д-р физ.-мат. наук, проф. Лакеев А.В. (ИДСТУ СО РАН); **Казань** – д-р физ.-мат. наук, проф. Маликов А.И., д-р техн. наук, проф. Сиразетдинов Р.Т. (КГТУ-КАИ); **Липецк** – д-ра техн. наук: проф. Погодаев А.К., проф. Сараяв П.В. (ЛГТУ); **Самара** – д-ра экон. наук: проф. Богатырев В.Д., проф. Гераськин М.И.; **Петрозаводск** – д-р физ.-мат. наук, проф. Мазалов В.В., д-р техн. наук, доц. Печников А.А. (ИПМИ КарНЦ РАН); **Санкт-Петербург** – д-р физ.-мат. наук: проф. Петросян Л.А. (СПбГУ), д-р техн. наук проф. Фургат И.Б. (ИПМ РАН).

**Адрес редакции:** 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

**Адрес в интернете:** [ubs.mtas.ru](http://ubs.mtas.ru).

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Системный анализ*

---

<b>Федянин Д.Н., Чхартишвили А.Г.</b> <i>Обобщенная множественная структура информированности</i> .....	6
--	---

<b>Шумов В.В.</b> <i>Закон поражения целей и функция победы в бою (сражении, операции)</i> .....	21
---	----

### *Анализ и синтез систем управления*

---

<b>Селезнева А.Е., Неретин Е.С.</b> <i>Функционально-адаптивная система автоматического управления мультисредним объектом</i> .....	41
--	----

### *Информационные технологии в управлении*

---

<b>Мозайдзе Е.С., Зуев С.В.</b> <i>Машинный мониторинг текстовых чатов и предсказание аномалий</i> .....	67
---	----

### *Сетевые модели в управлении*

---

<b>Маркович Н.М., Рыжов М.С., Кулик М.Р.</b> <i>Исследование зависимостей и распределений в случайных сетях для смешанных моделей эволюции и при удалении узлов</i> .....	89
--	----

### *Управление в социально-экономических системах*

---

<b>Бабииков В.Г., Бабииков О.В.</b> <i>Управление процентными ставками в розничном банке</i> .....	122
---	-----

<b>Романенко В.А.</b> <i>Нечёткая оптимизация системы обеспечения запасными частями производственных подразделений аэропортовой сети хабообразующей авиакомпании</i> .....	136
---	-----

<b>Чернов И.В.</b> <i>Национальная безопасность: сценарный анализ влияния глобальных процессов внешней среды .....</i>	170
<hr/> <b><i>Управление подвижными объектами и навигация</i></b> <hr/>	
<b>Кондрашкин Г.В., Болотнов А.С., Шкатов М.Ю.</b> <i>Исследование погрешностей астроинерциальной навигационной системы в задаче определения истинного курса по данным солнечного датчика .....</i>	198
<b>Павлов Б.В., Каршаков Е.В., Гольдин Д.А.</b> <i>Определение параметров магнитного поля объекта по результатам дистанционных магнитоградиентных измерений .....</i>	220
<b>Чиркин М.В., Иваненко Ю.Р., Серебряков А.Е., Мишин В.Ю., Молчанов А.В.</b> <i>Чувствительность метода цифровой обработки первичных сигналов лазерного гироскопа к возмущениям входной информации .....</i>	243
<hr/> <b><i>Технические и программные средства управления</i></b> <hr/>	
<b>Тутов А.В., Фархадов М.П., Таратухин А.В., Керимов С.С.</b> <i>Программно-аппаратный комплекс распределенного планировщика ресурсов инфокоммуникационной системы облачного центра обработки данных .....</i>	268
<hr/> <b><i>Надежность и диагностика средств и систем управления</i></b> <hr/>	
<b>Тихменев Н.В., Назаров С.И., Ушанов А.А., Синельников А.О.</b> <i>Исследование функционирования кольцевого лазерного гироскопа при вибрационных воздействиях .....</i>	293

## ОБОБЩЕННАЯ МНОЖЕСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ИНФОРМИРОВАННОСТИ<sup>1</sup>

**Федянин Д. Н.<sup>2</sup>**

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва,  
ФГАОУВО НИУ Высшая школа экономики, Москва)

**Чхартишвили А. Г.<sup>3</sup>**

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Предложена новая модель описания информированности агентов, обобщающая известные модели рефлексии в следующем смысле: предлагаемая модель обобщенных множественных структур информированности (ОМСИ) допускает различное количество участников в представлениях агентов о ситуации. С помощью ОМСИ как обобщения множественных структур информированности (обобщающих в свою очередь точечные структуры информированности) можно описывать ситуации, когда агенты не знают точного состояния системы и вынуждены принимать решения в условиях неопределенности. Такого рода структуры используются для построения информационного управления и могут быть использованы для управления динамикой мнений в социальных сетях и повышения безопасности в транспортных системах даже в тех случаях, когда агентам неизвестно общее количество агентов в системе, что очень распространено в реальной жизни, но редко учитывается в теории игр и эпистемической логике. В статье дано формальное описание вероятностной и интервальной ОМСИ, рассмотрены случаи их трансформации в результате наблюдения выбора действий агентами и в результате получения ими сообщения. Предложены формальные определения информационного равновесия для обоих типов ОМСИ, причем информационное равновесие для вероятностной ОМСИ сформулировано таким образом, что позволяет находить равновесия Байеса – Нэша.*

**Ключевые слова:** принятие решений в условиях неопределенности, сложная взаимная информированность, рефлексия, информационное равновесие, информационные процессы.

---

<sup>1</sup> Часть статьи подготовлена при поддержке РФФ «Логико-когнитивные модели рассуждений: принципы демаркации нормативного и дескриптивно-го» No 23-18-00695.

<sup>2</sup> Денис Николаевич Федянин, н.с. (ИПУ РАН), стажер-исследователь (ВШЭ) (dfedyanin@inbox.ru).

<sup>3</sup> Александр Гедеванович Чхартишвили, д.ф.-м.н., г.н.с. (sandro\_ch@mail.ru).

## **1. Введение**

Научные направления, в которых строятся модели поведения рациональных субъектов (людей, организаций, программных агентов и т.п.), существенное внимание уделяют моделированию их информированности. Одним из таких направлений является теория игр, в частности – теория игр с неполной информированностью [4, 7–10, 12, 13], теория эпистемических игр [11, 14], теория рефлексивных игр [1–6]. В этих моделях, как правило, предполагается, что множество участников игры (далее будем называть их агентами) заранее им всем известно, однако их информированность о параметрах ситуации принятия решения (о «состоянии природы») и о представлениях оппонентов может быть разной.

В данной статье в качестве модели информированности агентов предлагается обобщенная множественная структура информированности (ОМСИ). Она является обобщением множественной структуры информированности (введенной в [4], см. также [6, 9, 10]) на случай, когда состав участников ситуации является предметом неопределенности.

Во втором разделе статьи приводится определение ОМСИ в двух вариантах – интервальной и вероятностной. В третьем разделе дается определение информационного равновесия для этих случаев. В четвертом разделе описана трансформация структуры информированности как в результате наблюдения выбора действий агентами, так и в результате получения ими сообщения. В пятом разделе приведен иллюстративный пример построения и трансформации структуры информированности.

## **2. Определение обобщенной множественной структуры информированности**

Мы рассматриваем ситуацию интерактивного принятия решений, в которой присутствует неопределенность. Это означает, что агенты не обладают полной информацией о ней. Поэтому каждый агент может считать возможными, вообще говоря, несколько различных вариантов ситуации. Каждый из вариантов,

которые далее будем называть *возможными мирами* (иногда просто *мирами*), характеризуется *состоянием природы* и составом агентов. Ровно один из возможных миров является *реальным миром*. Что касается агентов, то среди них есть как *реальные* – входящие в реальный мир, так и *фантомные* – существующие только в сознании других агентов.

Опишем эту модель формально для двух случаев: интервальной и вероятностной (см., например, [4]) информированности. Для этого введем следующие множества и отображения:

$\Theta$  – множество возможных состояний природы;

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$  – множество агентов;

$\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  – множество возможных миров;

$\omega^* \in \Omega$  – реальный мир;

$\theta(\omega)$  – функция, ставящая в соответствие возможному миру характеризующее его состояние природы:  $\omega \in \Omega$ ,  $\theta(\omega) \in \Theta$ ;

$\xi(\omega)$  – функция, ставящая в соответствие возможному миру множество присутствующих в нем агентов:  $\omega \in \Omega$ ,  $\xi(\omega) \subseteq A$ ;

$\mu(a)$  – функция, ставящая в соответствие каждому агенту множество миров, которые он считает возможными:  $a \in A$ ,  $\mu(a) \subseteq \Omega$ .

Агент  $a \in A$  является реальным, если  $a \in \xi(\omega^*)$ ; в противном случае он является фантомным.

Будем считать, по аналогии с [6], что выполнены следующие условия.

**Условие 1 (идентичности агента).**  $\forall a \in A, \forall \omega \in \eta(a)$  имеет место  $a \in \xi(\omega)$  т.е. каждый агент входит во все миры, которые он считает возможными.

Далее, для каждого мира  $\omega$  следующим образом определим множество миров и агентов  $J(\omega)$ , связанных с миром  $\omega$ .

Мир  $\omega'$  связан с миром  $\omega^j$ , т.е.  $\omega' \in J(\omega^j)$ , если существуют конечные последовательности миров  $\omega^2, \dots, \omega^k$  и агентов  $a^1, \dots, a^k$  такие, что

$$a^i \in \xi(\omega^i), i = 1, \dots, k; \omega^j \in \eta(a^{j-1}), j = 2, \dots, k; \omega' \in \eta(a^k).$$

Агент  $a \in A$  связан с миром  $\omega'$ , если он входит в мир, связанный с миром  $\omega$ , т.е.  $a \in \xi(\omega)$ ,  $\omega \in J(\omega')$ . Понятие миров и агентов, связанных с данным миром, позволяет определить второе условие.

**Условие 2 (связности миров).**  $a \in J(\omega^*)$ ,  $\omega \in J(\omega^*)$ , для любого мира  $\omega \in \Omega$  и любого агента  $a \in A$ , т.е. каждый мир и каждый агент связан с реальным миром.

Рассмотрим пример. Пусть есть всего два возможных мира: в одном из них идет дождь, в другом – нет. Также есть два агента, которые точно знают, идет дождь или нет (если дождь идет, то они знают, что он идет, а если нет, то знают, что не идет). Тогда условие связности не выполняется, так как нет такой цепочки из агентов и миров, которая связывала бы возможный мир, где идет дождь, с возможным миром, где дождь не идет.

На практике это приводит к тому, что если дождь идет, то ни один из агентов не будет считать возможным мир, где дождь не идет. Также если дождь не идет, агенты не будут рассматривать вариант, что дождь идет.

Рассмотрим теперь другой пример. Пусть также есть всего два возможных мира: в одном из них идет дождь, в другом – нет. Однако теперь только один агент знает, идет дождь или нет, а второй не знает (например, находится в помещении). В этом случае условие связности выполняется, так как есть второй агент, который считает возможными оба мира.

С практической точки зрения это означает, что теперь если не идет дождь, то первый агент в общем случае не может игнорировать возможный мир, где дождь идет. Причина этого в том, что второй агент принимает решения в ситуации неопределенности и первому агенту может быть важно, как будет реагировать второй агент на то, что дождь идет, даже тогда, когда первый агент точно знает, что дождь не идет. Так, например, второй агент может взять с собой зонтик, хотя дождя нет, а первый хотел бы это предсказать.

*Определение 1.* Назовем интервальной обобщенной множественной структурой информированности (интервальной ОМ-СИ) кортеж

$$(1) I_{\text{int}} = \{ \Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a) \},$$

для которого выполнены условия идентичности агента и связности миров.

**Замечание.** Отметим, что интервальная ОМСИ является обобщением введенной в [6] множественной структуры информированности (МСИ). В МСИ множество агентов  $A$  разбито на  $n_0 = |\xi(\omega^*)|$  непересекающихся подмножеств  $A_1, \dots, A_{n_0}$ , (т.е.  $n_0$  – количество реальных агентов). При этом в каждом мире имеется ровно  $n_0$  агентов – по одному представителю каждого из этих подмножеств.

Интервальность в наименовании интервальной ОМСИ означает, что каждый агент  $a \in A$  считает возможными миры из множества  $\eta(a)$ , но не обладает никакой информацией о том, какой из этих миров является более или менее вероятным по сравнению с прочими. Возможен случай, когда наряду с каждым множеством  $\eta(a)$  заданы вероятности миров этого множества. Иными словами, для каждого мира  $\omega$  и агента  $a$  задана вероятность  $p^\omega(a)$  того, что мир  $\omega$  возможен с точки зрения агента  $a$ . Ясно, что для любого  $a \in A$  выполнено условие

$$\sum_{\omega \in \eta(a)} p^\omega(a) = 1.$$

*Определение 2.* Назовем вероятностной обобщенной множественной структурой информированности (вероятностной ОМСИ) кортеж

$$I_{pr} = \{ \Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a), p^\omega(a) \}, ,$$

для которого выполнены условия идентичности агента и связности миров.

В дальнейшем под ОМСИ (без уточнения) будем иметь в виду и интервальные и вероятностные, используя единое обозначение  $I$ .

Назовем ОМСИ *правильной*, если для любого агента существует хотя бы один мир, который агент считает возможным:  $\forall a \in A \ \eta(a) \neq \emptyset$ .

Будем называть ОМСИ *регулярной*, если агент считает возможными все миры, в которые входит:  $\forall \omega \in \Omega, \forall a \in \xi(\omega)$  выполняется  $\omega \in \eta(a)$ .

Иначе говоря, правильность означает следующее: нет агента, который находится в полностью неопределенной ситуации. Регулярность же означает следующее: нет агента, который заблуждается настолько, что в его сознании вообще нет мира, в который он входит.

Нетрудно показать, что каждая регулярная ОМСИ является правильной. Действительно, возьмем произвольного агента. Из условия связности миров следует существование мира, в который входит данный агент; из условия регулярности следует, что этот мир является для агента возможным. В силу произвольности агента это доказывает правильность регулярной ОМСИ.

### 3. Информационное равновесие

Если наряду со структурой информированности (характеризующей информированность агентов) заданы целевые функции (характеризующие интересы агентов) и их возможные действия (характеризующие возможности агентов), то можно задать традиционным для теории игр вопросом: какие действия выберут агенты? В данном разделе предлагается ответ на этот вопрос, основанный на концепции *информационного равновесия* в рефлексивных играх (см. [4, 6] и др.). Эта концепция является обобщением равновесия Нэша – наиболее общепринятой концепции решения некооперативных игр. Она предполагает, что каждый агент (как реальный, так и фантомный) в некооперативных играх максимизирует свой выигрыш в предположении, что все прочие агенты поступают так же.

Для описания ситуация принятия решений будем считать, что у каждого агента  $a_i, i \in \{1, \dots, n\}$ , имеется множество допустимых действий  $X_i$ . Свои действия агенты принимают одновременно и независимо (т.е. рассматривается игра в нормальной форме). У агента  $a_i$  имеется целевая функция в каждом мире  $\omega$ , который он считает возможным:  $f_i^\omega(\theta, x_i, x_{-i}^\omega)$ , где  $\omega \in \eta(a_i)$ ,

$x_i \in X_i$ , а через  $x_{-i}^\omega$  обозначен набор действий агентов из множества  $\xi(\omega) \setminus \{i\}$ .

Назовем информационным равновесием набор  $\chi_i \in X_i$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ , для которого выполнены следующие условия:

$$(2) \quad \chi_i \in \max_{x_i \in X_i} \min_{\omega \in \eta(a_i)} f_i^\omega(\xi(\omega), x_i, \chi_{-i}^\omega)$$

– для интервальной ОМСИ и

$$(3) \quad \chi_i \in \max_{x_i \in X_i} \sum_{\omega \in \eta(a_i)} p^\omega(a_i) f_i^\omega(\xi(\omega), x_i, \chi_{-i}^\omega)$$

– для вероятностной ОМСИ (в обоих случаях через  $\chi_{-i}^\omega$  обозначен набор равновесных действий агентов из множества  $\xi(\omega) \setminus \{i\}$ ).

Различие равновесий проистекает из различия общепринятых (см., например, [2, с. 69] правил устранения интервальной и вероятностной неопределенности: для интервальной неопределенности агент максимизирует наихудшее значение целевой функции, для вероятностной – максимизирует ее математическое ожидание.

#### 4. Трансформация структур информированности

ОМСИ представляет собой описание взаимной информированности агентов в фиксированный момент. В данном разделе мы опишем ее трансформацию, происходящую в результате одной из двух причин: наблюдение агентами результата выбора ими действий либо поступление агентом публичного вызывающего доверия сообщения. Мы считаем, что сохраняется вся имеющаяся у агентов информированность, не противоречащая новым наблюдениям. Напомним, что мы рассматриваем игру в нормальной форме, т.е. ходы выбираются агентами одновременно и независимо. При этом если в результате игры информированность агентов меняется, то каждую следующую игру (если она состоится) агенты разыграют с новой информированностью независимо от предыдущих и последующих.

#### 4.1. ТРАНСФОРМАЦИЯ В РЕЗУЛЬТАТЕ НАБЛЮДЕНИЯ ВЫБОРА ДЕЙСТВИЙ

Пусть у агента  $a_i \in A$  имеется функция наблюдения  $w_i^\omega(\theta, x_i, x_{-i}^\omega)$  в каждом мире, в который он входит. Смысл ее следующий: если в мире, в который входит агент  $a_i$ , имеет место состояние природы  $\theta$  и агенты выбрали действия  $(x_i, x_{-i}^\omega)$ , то агент  $a_i$  наблюдает значение  $w_i \in W_i$ , где  $W_i$  – множество возможных наблюдений агента  $a_i$ .

Трансформация ОМСИ, говоря неформально, состоит в следующем: для каждого агента  $a \in A$  модифицируется множество миров  $\eta(a)$ , которые он считает возможными. Модификация состоит в том, что исключаются те миры, для которых значение функции наблюдения принимает значение, отличное от наблюдаемого агентом. При этом может оказаться, что агенты поступают разные «сигналы» (разные значения функции наблюдения) из разных миров, в которые он входит. В этом случае агент «исчезает» и вместо него «возникает» несколько агентов, каждый со своей информированностью.

Теперь опишем правило трансформации ОМСИ подробнее: в предположении, что существует единственное информационное равновесие, в результате реализации которого функция наблюдения каждого агента принимает определенное значение в каждом мире, в который он входит.

Опишем процедуру трансформации информированности произвольного агента  $a_i \in A$ . Будем использовать обозначение

$$H(a_i) = \{\omega \in \Omega \mid a_i \in \xi(\omega)\}$$

для множества миров, в которые входит агент  $a_i$  (заметим, что в силу условия идентичности агента выполняется условие  $\eta(a_i) \subseteq H(a_i)$ ). Далее, обозначим через  $M_i = M(a_i)$  количество попарно-различных значений функции наблюдения  $w_i$  на мирах из множества  $H(a_i)$ , а сами эти значения обозначим  $w_{j_1}, w_{j_2}, \dots, w_{j_{M_i}} w_{i1}, w_{i1}, \dots, w_{iM_i}$ .

Тогда на первом шаге трансформации вместо агента  $a_i$  образуется (т.е. добавляется во множество  $A$ )  $M$  агентов, обозна-

чим их  $a_j^1, a_j^2, \dots, a_j^{M_j}$ , связи этих агентов с мирами задаются следующими двумя соотношениями для каждого  $k \in \{1, \dots, M_i\}$ :

$$H(a_i^k) = \{\omega \in H(a_i) \mid w_i^\omega = w_{ik}\}$$

$$\eta(a_i^k) = \{\omega \in \eta(a_i) \mid w_i^\omega = w_{ik}\}$$

Для случая вероятностной ОМСИ требуется также пересчет вероятностей по формуле Байеса: новая вероятность мира  $\omega$  для нового агента  $a_i^k$  получается в результате нормировки вероятностей и составляет  $p^\omega(a_i) / \sum_{w \in \eta(a_i^k)} p^w(a_i)$ .

Агент  $a_i$  при этом удаляется из множества  $A$ .

После того как вышеописанный первый шаг проведен для всех агентов  $a \in A$ , следует второй шаг: из множеств  $\Omega$  и  $A$  удаляются все миры и агенты, не связанные с реальным миром.

Отметим, что для регулярных структур информированности множества  $H(a_i)$  и  $\eta(a_i)$  совпадают, поэтому совпадают и множества  $H(a_i^k)$  и  $\eta(a_i^k)$ . Отсюда вытекает, что при трансформации свойство регулярности структуры информированности сохраняется, т.е. регулярная ОМСИ трансформируется в регулярную ОМСИ.

Отметим также следующее обстоятельство: хотя количество агентов в результате трансформации ОМСИ может увеличиться, количество миров остается таким же либо уменьшается. Таким образом, количество миров можно считать характеристикой сложности ОМСИ, которая в результате взаимодействия агентов не увеличивается.

#### 4.2. ТРАНСФОРМАЦИЯ В РЕЗУЛЬТАТЕ СООБЩЕНИЯ

Трансформация структуры информированности может происходить через сообщения о свойствах реального мира. Мы рассмотрим самый простой случай: публичное сообщение всем агентам о свойствах реального мира в виде утверждения, что значение некоторой функции  $\varphi$  в реальном мире  $\omega^*$  равно  $\varphi_0$ . В этом случае, так же как и в случае с функцией наблюдения, трансформация состоит из двух шагов.

На первом шаге для каждого агента модифицируется множество миров, которые он считает возможными – в множестве  $\eta(a_i)$  остаются только те миры  $\omega$ , которые соответствуют сообщению, т.е. для которых выполняется равенство  $\varphi(\omega) = \varphi$ , получая вероятностной ОМСИ требуется также пересчет вероятностей по формуле Байеса: новая вероятность мира  $\omega$  для агента  $a_i$  получается в результате нормировки вероятностей и составляет  $p^\omega(a_i) / \sum_{w \in \eta(a_i^k)} p^w(a_i)$ .

На втором шаге из множеств  $\Omega$  и  $A$  удаляются все миры и агенты, не связанные с реальным миром. Нетрудно видеть, что и в этом случае свойство регулярности структуры информированности сохраняется, т.е. регулярная ОМСИ трансформируется в регулярную ОМСИ. Также нетрудно видеть, что количество агентов и количество миров остается таким же либо уменьшается.

## 5. Пример

В данном разделе в качестве иллюстративного примера описана ОМСИ для распространенной ситуации взаимодействия ребенка, переходящего дорогу, и автобуса. В нашем случае реальных агентов два: Водитель автобуса и Ребенок. Водитель хочет повернуть направо, а Ребенок – перейти дорогу (см. рис. 1), при этом они не могут видеть друг друга (например, из-за экстремально сильного тумана или дождя). Водитель автобуса хочет повернуть и при этом не знает, есть ли Ребенок.

С точки зрения Водителя возможны два варианта: Ребенка нет на перекрестке либо Ребенок хочет перейти дорогу и при этом не знает, есть ли автобус. С точки же зрения Ребенка также возможны другие два варианта: Автобуса нет на перекрестке либо он есть. Соответствующие этой ситуации ОМСИ схематично показаны на рис. 1.

Опишем теперь сценарий трансформации описанной ОМСИ в результате публичного сообщения – подачи Водителем звукового сигнала. Это сообщение не изменяет количество возможных миров самого Водителя (их по-прежнему два), однако изменяет структуру информированности: теперь мир, в котором

находится только Ребенок, не является возможным для Ребенка (поскольку услышавший звуковой сигнал Ребенок понимает, что на перекрестке есть кто-то еще, кроме него).

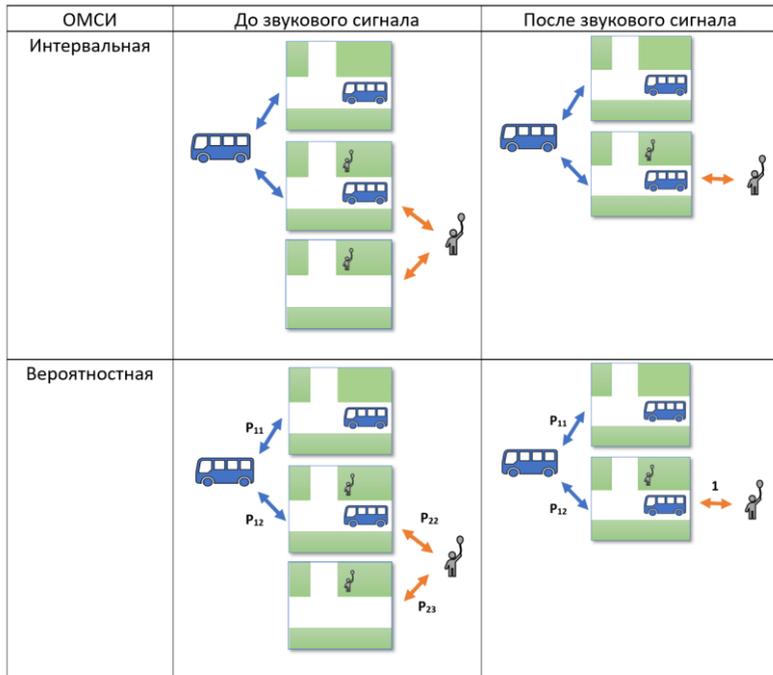


Рис. 1. Динамика ОМСИ

Опишем ОМСИ формально при помощи введенных выше множеств и функций. Интервальная ОМСИ имеет вид (1), где

$\Theta = \{\text{Автобус, Ребенок, Автобус\_и\_Ребенок}\}$  – возможные состояния природы;

$A = \{\text{Ребенок, Водитель}\}$  – множество агентов;

$\Omega = \{\omega_A, \omega_P, \omega_{\text{АИР}}\}$  – множество возможных миров;

$\omega^* \in \omega_{\text{АИР}} \in \Omega$  – реальный мир;

Функции  $\theta(\omega)$  и  $\xi(\omega)$  показаны в таблице 1.

Значения функции  $\eta(a)$  показаны в таблице 2.

Таблица 1. Функции  $\theta(\omega)$  и  $\xi(\omega)$  ОМСИ до звукового сигнала

	$\omega$		
	$\omega_A$	$\omega_R$	$\omega_{AP}$
$\theta(\omega)$	Автобус	Ребенок	Автобус и Ребенок
$\xi(\omega)$	{Автобус}	{Ребенок}	{Автобус, Ребенок}

Таблица 2. Функция  $\eta(a)$  ОМСИ до звукового сигнала

	$a$	
	Ребенок	Водитель
$\eta(a)$	{ $\omega_R, \omega_{AP}$ }	$\Omega = \{\omega_A, \omega_{AP}\}$

Если считать, что у Ребенка и Водителя есть определенные вероятности миров, которые они считают возможными, то мы получаем вероятностную ОМСИ, имеющую вид (2), где функция  $p^\omega(a)$  задана при помощи таблицы 3.

Таблица 3. Функция  $p^\omega(a)$  ОМСИ до звукового сигнала

	$\omega$		
	$\omega_A$	$\omega_R$	$\omega_{AP}$
$p^\omega(a)$			
Ребенок	-	$p_{22}$	$p_{22}$
Водитель	$p_{11}$	-	$p_{12}$

После трансформации интервальная ОМСИ будет иметь вид

$$I_{\text{int}} = \{\Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a)\},$$

где

$\Theta = \{\text{Автобус, Автобус\_и\_Ребенок}\}$  – возможные состояния природы;

$A = \{\text{Ребенок, Водитель}\}$  – множество агентов;

$\Omega = \{\text{Автобус, Автобус\_и\_Ребенок}\}$  – множество возможных миров;

$\omega^* = \omega_{AP} \in \Omega$  – реальный мир;

Функции  $\theta(\omega)$  и  $\xi(\omega)$  показаны в таблице 4.

Значения функции  $\eta(a)$  показаны в таблице 5.

Таблица 4. Функции  $\theta(\omega)$  и  $\xi(\omega)$  ОМСИ после звукового сигнала

	$\omega$	
	Автобус	Автобус и Ребенок
$\theta(\omega)$	Автобус	Автобус_и_Ребенок
$\xi(\omega)$	{Автобус}	{Автобус, Ребенок}

Таблица 5. Функция  $\eta(a)$  ОМСИ после звукового сигнала

	$a$	
	Автобус	Ребенок
$\eta(a)$	Автобус, Автобус и Ребенок	Автобус и Ребенок

Вероятностная ОМСИ в данном случае отличается от интервальной ОМСИ функцией  $p^\omega(a)$ , заданной при помощи таблицы 6.

Таблица 6. Функция  $p^\omega(a)$  ОМСИ после звукового сигнала

	$\omega$	
$p^\omega(a)$	Автобус	Автобус_и_Ребенок
Автобус	$p_{11}$	$p_{12}$
Ребенок	–	1

Отметим, что в данном случае конкретные значения вероятностей (в вероятностной ОМСИ) не играют существенной роли.

## 6. Заключение

В работе предложена новая модель описания сложной взаимной информированности агентов – ОМСИ, позволяющая учитывать различные представления агентов относительно состава участников игры. Эта структура может изменяться под воздействием различных факторов, два из которых рассмотрены в работе: наблюдение агентами выбора действий и получения ими гласного (среди всех участников игры) сообщения.

Перспективным направлением дальнейших исследований является изучение свойств ОМСИ и возможных видов ее трансформации под воздействием иных факторов (например, частных сообщений агентам).

## Литература

1. АЛГАЗИН Г.И., АЛГАЗИНА Д.Г. *Моделирование динамики коллективного поведения в рефлексивной игре с произвольным числом лидеров* // Информатика и автоматизация. – 2022. – №21(2). – С. 339–375.
2. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: ЛЕНАНД, 2022. – 500 с.
3. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры*. – М.: Синтег, 2003. – 160 с.
4. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексия и управление: математические модели*. – М.: Изд-во физю-мат. лит-ры, 2013. – 412 с.
5. ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Об одной рефлексивной игре поиска* // Управление большими системами: сборник трудов. – 2003. Вып. 5. – С. 123–128.
6. ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры: трансформация структур информированности* // Проблемы управления. – 2008. – №5. – С. 43–48.
7. AGHASSI M., BERTSIMAS D. *Robust game theory* // Mathematical programming. – 2006. – Vol. 107(1–2). – P. 231–273.
8. AUMANN R.J., HEIFETZ A. *Incomplete information* // Handbook of game theory with economic applications. – 2002. – P. 1665–1686.
9. FEDYANIN D.N. *Threshold and Network generalizations of Muddy Faces Puzzle* // Proc. of the 11th IEEE Int. Conf. on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017, Moscow). – М.: IEEE, 2017. – Vol. 1. – P. 256–260.
10. FEDYANIN D.N. *Logic for Chkhartishvili-Novikov Structures of Beliefs* // Int. Journal of Unconventional Computing. – 2020. – Vol. 15, Iss. 4. – P. 259–273.
11. GALEAZZI P., LORINI E. *Epistemic logic meets epistemic game theory: A comparison between multi-agent Kripke models and type spaces* // Synthese. – 2016. – Vol. 193. – P. 2097–2127.
12. HARSANYI J.C. *Games with incomplete information* // The American Economic Review. – 1995. – Vol. 85(3). – P. 291–303.

13. JACKSON M.O., SIMON L.K., SWINKELS J.M., ZAME W.R. *Communication and equilibrium in discontinuous games of incomplete information* // *Econometrica*. – 2002. – Vol. 70(5). – P. 1711–1740.
14. PEREA A. *Epistemic Game Theory: Reasoning and Choice*. Universiteit Maastricht, 2012. – 580 p.

## GENERALIZED MULTIPLE INFORMATION STRUCTURE

**Denis Fedyanin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Research Associate (dfedyanin@inbox.ru).

**Alexander Chkhartishvili**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Chief Research Scientist (sandro\_ch@mail.ru).

*Abstract: A new model for describing agents' awareness is proposed that generalizes the known reflexion models in the following sense: the proposed model of generalized multiple awareness structures (GMAS) allows for different numbers of participants in agents' perceptions of the situation. Such structures are used to construct information control and can be used to control the dynamics of opinions in social networks and to improve safety in transportation systems even when agents do not know the total number of agents in the system, which is very common in real life but rarely considered in game theory and epistemic logic. In the article, a formal description of probabilistic and interval GMAS is given, and cases of their transformation as a result of observing the choice of actions by agents and as a result of receiving a message by them are considered. Formal definitions of information equilibrium for both types of GMAS are proposed, and the information equilibrium for probabilistic GMAS is formulated in such a way that it allows us to find Bayes – Nash equilibria.*

**Keywords:** decision-making under uncertainty, complex mutual awareness, reflexion, information equilibrium, information processes.

УДК 519.7

ББК 32.813.5

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.1

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Н.А. Коргиным.*

*Поступила в редакцию 03.03.2024.*

*Опубликована 31.05.2024.*

# ЗАКОН ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ И ФУНКЦИЯ ПОБЕДЫ В БОЮ (СРАЖЕНИИ, ОПЕРАЦИИ)

Шумов В. В.<sup>1</sup>

(Международный научно-исследовательский институт  
проблем управления, Москва)

*Приняв на основу закон поражения целей А.Н. Колмогорова и с использованием методов теории вероятностей выполнен переход от моделей применения отдельных и групповых образцов вооружения к агрегированной модели боя (сражения, операции). Функция победы является одной из разновидностей функций конфликта, удовлетворяет аксиомам С. Скапердаса и относится к классу моделей на основе отношения потенциалов сторон. По данным военной статистики и содержательно оценен параметр масштаба функции победы. Показано, что неопределенности исхода боевых действий существенно снижаются при переходе с тактического уровня на оперативный, а с оперативного – на стратегический. Уточнено базовое в теории боевых потенциалов понятие боевой единицы. Обоснованная функция победы позволяет с единых позиций анализировать разномасштабные боевые действия и предназначена для решения следующих задач: во-первых, оценка боевых возможностей сторон при подготовке боевых действий, во-вторых, обоснование основных элементов замысла командующего (командира) на боевые действия (определение направлений главного удара и сосредоточения основных сил в результате решения теоретико-игровых задач), в-третьих, обоснование состава и облика перспективных боевых формирований.*

Ключевые слова: бой, боевой потенциал, поражение целей, закон Колмогорова, соотношение сил, функция победы, модель.

## 1. Введение

Актуальной научной проблемой является оценка соотношения сил сторон в общевойсковом бою (сражении, операции). Нахождение потребного состава сил и средств для победы в бою считается и важной практической задачей, решением которой занимаются командиры, штабы и органы управления на всех уровнях, начиная от подразделений и заканчивая Генеральными штабами и научными центрами (обоснование оптимальных составов и структур боевых подразделений, частей и соединений).

---

<sup>1</sup> Владислав Вячеславович Шумов, д.т.н., профессор (v.v.shumov@yandex.ru).

Обзор результатов в области оценки соотношения сил сторон и моделей боевых действий можно найти в опубликованных работах (см., например, [3, 11, 19]). В военной науке модели боевых действий классифицируются по фазам управления: модели подготовки и модели ведения военных и боевых действий [8]. В первом случае обычно используются теоретико-игровые модели с простейшей целевой функцией (см. [5, 7]), во втором – модели динамики боя Осипова – Ланчестера [12].

Целью настоящей статьи является обоснование функции победы в бою (сражении, операции). Работа организована так.

Во втором разделе рассмотрен закон поражения целей А.Н. Колмогорова. В третьем получена функция победы, позволяющая сделать переход от частной модели (оценка эффективности стрельбы) к показателю эффективности общевойскового боя (сражения, операции). В четвертом разделе обсуждаются содержательные предложения по использованию функции победы в задачах анализа и моделирования боевых действий.

## **2. Закон поражения целей А.Н. Колмогорова**

В 1945 году А.Н. Колмогоров предложил критерий эффективности стрельбы, основанный на законе поражения целей – зависимости вероятности поражения одиночной или групповой цели (математического ожидания числа пораженных целей) от количества выстрелов по ней [6].

Вероятность поражения цели (событие  $A$ ) при  $r$  попаданиях по ней вычисляется по формуле [6]

$$(1) \quad P(A | r) = 1 - e^{-\alpha r},$$

где  $\alpha > 0$  – параметр.

А.Н. Колмогоров отметил, что допущение (1) «не менее (но и не более!) произвольно», чем выражение

$$(2) \quad P(A | r) = \begin{cases} 0, & r < k, \\ 1, & r \geq k, \end{cases}$$

где  $k$  – число попаданий по цели, «но приводит к значительно более простым результатам» [6, с. 24].

Нормы расхода снарядов зависят от типа цели и степени ее защищенности, используемых средств поражения, дальности

до цели, способа подготовки к стрельбе и др. условий. В таблице 1 приведены нормы расхода снарядов для поражения некоторых неподвижных ненаблюдаемых целей [13].

Отдельно рассчитаны нормы для поражения других неподвижных целей, колонн и высокоманевренных целей, для задымления и дистанционного минирования и т.д.

Таблица 1. Нормы расхода снарядов для поражения неподвижных ненаблюдаемых целей

Калибр, мм	Батарея (взвод) укрытых буксируемых орудий (минометов)	Живая сила и огневые средства, КП укрытые; танки, БМП, БТР в районе сосредоточения	Живая сила, расположенная открыто			
				Подавление		Уничтожение
				На цель	На 1 га	На 1 га
Нарезные орудия						
122	240	180	40			
152	180 (60)	120 (-)	25 (8)			
Минометы						
120	300	200	25			
240	150	50	15			
Реактивная артиллерия						
БМ-21	500	160	35			
Ураган	180 (40)	15 (-)	7 (1)			

Примечания (неполные):

1. В таблице приведен расход осколочно-фугасных снарядов, в скобках – расход касетных снарядов осколочного действия, прочерк означает, что стрельба на поражение нецелесообразна.

Нормы расхода снарядов даны для следующих условий:

– дальность стрельбы до 10 км включительно, установки для стрельбы на поражение определены способом полной подготовки или с использованием данных пристрелочного орудия, а для реактивной артиллерии – способом полной или сокращенной подготовки;

– при стрельбе на дальности более 10 км расход снарядов увеличивают на 1/10 на каждый последующий километр дальности свыше 10 км (кроме реактивной артиллерии).

2. Если небронированная цель расположена укрыто, расход снарядов увеличивают в 3 раза. Если батарея (взвод) буксируемых орудий

(минометов) располагается открыто, расход снарядов уменьшают в 3 раза.

Как видим, уже при оценке поражения разведанных целей с известной дальностью до них и назначенным нарядом средств поражения требуется учитывать большое количество факторов и условий. Неопределенности увеличиваются на порядки при моделировании общевойскового боя, особенно на этапе его подготовки, когда в лучшем случае известны: а) типовые организационные структуры противника и его вооружение (батальонная тактическая группа, танковая или мотопехотная бригада, механизированная дивизия и т.д.); б) примерная численность противника (степень укомплектованности); в) степень инженерного обеспечения; г) характер местности в районе боевых действий.

### **3. Функция победы в бою, сражении, операции**

Положим, что в бою (сражении, операции) принимают участие две стороны. Боевые действия могут вестись в виде наступления, обороны, встречного боя (сражения) и т.д.

Введем следующие ограничения и допущения.

1. Сторонам известны типовые организационные структуры противника, боевые возможности подразделений и тактика действий.

2. Стороны независимо друг от друга принимают рациональные решения по размещению своих боевых единиц и подразделений с целью нанесения максимального урона противнику и/или минимизации своих потерь.

3. Отсутствует ввод резервов и вывод частей и подразделений в резерв, возможности сторон рассчитываются на начало боя<sup>1</sup>.

Обозначим  $X$  и  $Y$  – случайные величины, – количества попаданий, необходимых для поражения целей противника первой и второй сторонами.

---

<sup>1</sup> В моделях Осипова – Ланчестера динамика боя условие «равенства сил» определяется начальными численностями сторон и их боевыми возможностями и не зависит от количества боевых единиц в любой момент боя  $t > 0$  (см. [11, с. 38]).

Исходя из закона поражения целей А.Н. Колмогорова положим, что вероятности решения сторонами поставленных задач (поражения целей противника) подчиняются экспоненциальному распределению:

$$(3) \quad F_x(x) = 1 - e^{-c_x x}, \quad c_x = (\lambda r_x)^{-m},$$

$$(4) \quad F_y(y) = 1 - e^{-c_y y}, \quad c_y = (\mu r_y)^{-m},$$

где  $x$  – количество попаданий единицами первой стороны по целям второй;  $y$  – количество попаданий единицами второй стороны по целям первой;  $r_x$  и  $r_y$  – численности боевых единиц первой и второй стороны;  $\lambda > 0$  ( $\mu > 0$ ) – параметр первой (второй) стороны;  $m > 0$  – параметр масштаба боевых действий.

В условиях принятых ограничений и допущений есть основания полагать, что случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы.

Математические ожидания случайных величин  $X$  и  $Y$  равны:

$$(5) \quad E[X] = (\lambda r_x)^m, \quad E[Y] = (\mu r_y)^m,$$

а плотности экспоненциальных распределений таковы:

$$(6) \quad f_x(x) = c_x e^{-c_x x},$$

$$(7) \quad f_y(y) = c_y e^{-c_y y}.$$

Содержательно математические ожидания  $E[X]$  и  $E[Y]$  есть ожидаемые количества пораженных целей противника и являются численными характеристиками боевых потенциалов сторон. Очевидно, что с увеличением численностей боевых единиц сторон растет их боевой потенциал – появляется возможность поражения большего количества целей противника.

Сами по себе в отдельности выражения (3) и (4) не представляют практической ценности при моделировании боя. Действительно, в них учтены возможности своих войск, а параметры  $\lambda$  и  $\mu$  должны быть рассчитаны для ожидаемых целей противника, учитывать их характер, местоположение, степень защищенности и маскировки и т.д. и т.п.

Найдем вероятность того, что случайная величина  $X$  будет принимать большие значения, чем случайная величина  $Y$  (в предположении, что величины  $X$  и  $Y$  независимы):

$$\begin{aligned}
 (8) \quad P(x > y) &= \int_0^{\infty} f_x(x) \left[ \int_0^x f_y(y) dy \right] dx, \\
 \int_0^x f_y(y) dy &= \int_0^x c_y e^{-c_y y} dy = 1 - e^{-c_y x}, \\
 P(x > y) &= \int_0^{\infty} c_x e^{-c_x x} (1 - e^{-c_y x}) dx = c_x \int_0^{\infty} e^{-c_x x} dx - c_x \int_0^{\infty} e^{-(c_x + c_y)x} dx = \\
 &= -e^{-c_x x} \Big|_0^{\infty} + \frac{c_x}{c_x + c_y} e^{-(c_x + c_y)x} \Big|_0^{\infty} = 1 - \frac{c_x}{c_x + c_y} = \frac{c_y}{c_x + c_y}, \\
 (9) \quad P(x > y) &= \frac{c_y}{c_x + c_y} = \frac{(\lambda r_x)^m}{(\lambda r_x)^m + (\mu r_y)^m} = \frac{(\beta r_x)^m}{(\beta r_x)^m + (r_y)^m}, \quad \beta = \frac{\lambda}{\mu}.
 \end{aligned}$$

Содержательно вероятность  $P(x > y)$  есть вероятность (функция) победы первой стороны над второй,  $\beta$  – параметр боевого превосходства первой стороны. Отметим, что выражение (8) справедливо для более широкого класса распределений: если экспоненциальные распределения (3) и (4) заменить на показательные (с основанием степени  $a > 1$ ), то результат не изменится.

Обозначим  $q = \beta r_x / r_y$  – отношение сил сторон, тогда

$$(10) \quad P_x = \frac{q^m}{q^m + 1} = 1 - s^{-m}, \quad s^m = q^m + 1, \quad s > 1,$$

и мы получили распределение Парето.

По данным военной и международной статистики показано, что значение параметра масштаба  $m$  принимает следующие значения: 1 – тактический уровень, 2–3 – оперативно-стратегический уровень [16].

По определению параметра боевого превосходства как отношения, его расчет выполняется по формуле [8]:

$$(11) \quad \beta = \varphi \rho = \frac{\varphi_x}{\varphi_y} \sqrt[4]{\rho_s \rho_v \rho_p \rho_m},$$

где  $\varphi$  – параметр морального превосходства первой стороны над второй;  $\rho$  – параметр технологического превосходства<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> В шкале отношений допустимым средним является среднее геометрическое.

Параметр  $\varphi$  морального превосходства оценивается процентами потерь ( $\varphi_x$  и  $\varphi_y$ ), при достижении которых стороны все еще способны вести боевые действия. Компоненты параметра  $\rho$  вытекают из определения боя (бой представляет собой совокупность согласованных по цели, месту и времени ударов, огня и маневра войск для уничтожения (разгрома) противника, отражения его ударов и выполнения других задач);  $\rho_s$  ( $\rho_v, \rho_p, \rho_m$ ) – превосходство первой стороны над второй в согласованности действий (соответственно, в разведке, огневых возможностях и маневренности, см. таблицу 2).

Таблица 2. Базовые показатели превосходства над противником

№	Показатель	Обозначение	Примечание
1	Выдерживаемые потери, при которых соединение (часть, подразделение) еще способно вести боевые действия	$\varphi_x$ и $\varphi_y$	Данные военной статистики, оценка морально-психологического состояния войск
2	Степень подготовленности командного состава	$s_{H1}$ и $s_{O1}$	Продолжительность службы в командных должностях и др.
3	Степень слаженности личного состава	$s_{H2}$ и $s_{O2}$	Продолжительность учений, тренировок и т.д.
4	Возможности АСУ (ЕСУ)	$s_{H3}$ и $s_{O3}$	Среднее время с момента обнаружения цели до ее поражения
5	Возможности войсковой разведки противника	$v_H$ и $v_O$	Доли площади района боевых действий, непрерывно обследуемых средствами разведки
6	Средневзвешенные дальности эффективного поражения целей противника	$d_H$ и $d_O$	Рассчитываются по типовым целям с учетом законов поражения
7	Средневзвешенные доли боекомплекта, необходимые для поражения целей противника	$g_H$ и $g_O$	Рассчитываются по типовым целям с учетом степени подготовленности поля боя
8	Количество боекомплектов, имеющихся в распоряжении сторон	$p_H$ и $p_O$	Рассчитываются по всей номенклатуре и характеризуют возможности логистики
9	Средние скорости боевого перемещения подразделений и резервов	$t_H$ и $t_O$	Рассчитываются с учетом свойств местности, ее минирования и т.д.

Тогда компоненты параметра технологического превосходства оцениваются по формулам

$$(12) \quad \rho_s = \sqrt[3]{\frac{s_{H1} s_{H2} s_{O3}}{s_{O1} s_{O2} s_{H3}}}, \quad \rho_v = \frac{v_H}{v_O}, \quad \rho_p = \sqrt[3]{\frac{d_H r_H p_H}{d_O r_O p_O}}, \quad \rho_m = \frac{m_H}{m_O}.$$

Уточнение параметров  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  выполняется по данным военной статистики. Аналитические оценки параметра  $\rho$  и его компонентов целесообразно уточнять по результатам опытных учений, имитационных игр и т.д.

Обсудим понятие «боевая единица» (в наших моделях их численности обозначены  $r_x$  и  $r_y$ ). В первом издании Большой советской энциклопедии дается следующее определение: «БОЕВАЯ ЕДИНИЦА – такое количество бойцов (орудий, пулеметов, бронемашин и пр.) одного рода войск, которое действует в бою по непосредственным указаниям одного командира (голосом, знаком, примером). В древности целые армии сражались в сомкнутых и глубоких построениях, занимая мало места (фаланга, клин). С возрастанием могущества огнестрельного оружия эти сплошные массы расчленились на мелкие, и значение Б. е. сначала перешло в пехоте к батальону, а затем к роте и в данное время – к группам силой в отделение (стрелковое, пулеметное). В коннице издавна (по принципу удара массой) Б. е. считается эскадрон; при действии в спешенном строю — подобно пехоте. В артиллерии, под влиянием технических усовершенствований, Б. е. может в данное время считаться боевой взвод и даже отдельное орудие. В пулеметных частях Б. е. — один пулемет» [2, с. 644].

Наряду с понятием «боевая единица» при планировании боевых действий используются термины «расчетная единица вооружения», «расчетно-снабжение единица» и др.

Представляется обоснованным под боевой единицей понимать личный состав подразделений, частей и соединений (включая отдельных бойцов, членов боевых экипажей, командиров и личный состав боевых и обеспечивающих подразделений). Такое определение боевой единицы, во-первых, отражает тот факт, что бой – это главным образом деятельность, он характеризуется такими чертами, как решительность, активность, выносливость,

творчество командиров и бойцов (всякий бой есть психологический акт, заканчивающийся отказом от него одной из сторон), во-вторых, отвечает требованиям военной науки и военной статистики (первейший и важнейший показатель сторон в бою, операции – численный состав войск), в-третьих, позволяет учесть как моральные факторы войск, так и тактико-технические характеристики вооружения и военной техники, все виды боевого и материально-технического обеспечения.

Помимо статистической оценки параметра масштаба важно рассмотреть и содержательные характеристики и обоснования. В таблице 3 показаны элементы оперативного построения советских войск к началу Московской стратегической оборонительной операции (30.09–5.12.1941) [4].

*Таблица 3. Оперативное построение советских войск к началу Московской оборонительной операции*

Объединение (кол-во армий)	Ширина полосы обороны (км)	Глубина оперативного построения (км)	Личного состава в дивизиях и бригадах (тыс. чел.)	Орудий и минометов	Танков
Западный фронт (А-6)	347	30–55	262,4 (1:1,5; 1:4,1)	4028 (1:1,4; 1:6,0)	486 (1:1,2; 1:31)
Резервный фронт (А-6)	108/258*	50–80	371,2 (1:1,1; 1:5,3)	4752 (1:1; 1:12)	301 (1:2,7; 1:12)
Брянский фронт (А-3, ОГ-1)	345	20–60	198,9 (1:1,3; 1:3,4)	1529 (1:2,2; 1:6)	257 (1:1,2; 1:1,3)

\* В числителе – ширина полосы обороны войск первого эшелона, в знаменателе – ширина полосы обороны армий, развернутых на Ржевско-Вяземском оборонительном рубеже.

По личному составу, артиллерии и танкам указано общее количество, в скобках – соотношение с противником в полосе фронта и на направлении главного удара противника.

В полосе трех фронтов использовалось 545 боевых самолетов, противником – 1390, общее соотношение – 1:2,5.

На одну дивизию ширина фронта составляла (в полосе фронта и на направлении главного удара противника, км): Западный фронт – 9,9 и 3,4, Резервный фронт – 20,9 и 2,9, Брянский фронт – 11,9 и 1,1.

В ходе Курской стратегической оборонительной операции (5-23.07.1943) Центральный фронт (в составе А – 5, ТА – 1, ВА – 1) оборонял полосу по фронту 306 км и в глубину – 44 км; Воронежский фронт (А – 5, ТА – 1, ВА – 1) – 244 км и 64 км соответственно.

По опыту Великой Отечественной войны боевой порядок советской стрелковой дивизии строился, как правило, в два эшелона, в полосе по фронту 8-12 км и в глубину 8-10 км. Основные артиллерийские средства дивизии обеспечивали маневр огнем во всей полосе обороны, второй эшелон (резерв) мог своевременно контратаковать вторгшегося в глубину обороны противника.

Полосы обороны армии и фронта имели относительно небольшую глубину и большой пространственный размах. При этом был ограничен маневр огнем и войсками по фронту (за исключением боевой авиации), см. рис. 1.

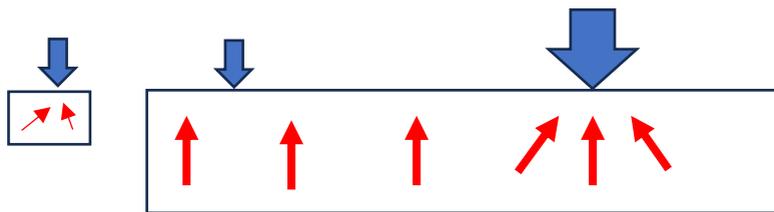


Рис. 1. Полоса обороны дивизии (слева) и армии (фронта)

На тактическом уровне (бои подразделения, части, соединения) вероятность победы наступающих равна:

$$P_x^t = \frac{q}{q+1}.$$

На оперативном (стратегическом) уровне в сражении (операции) задействованы все силы наступающих и только часть сил обороняющихся (их значительная часть находится на пассивных участках) и вероятность победы на направлении главного удара равна:

$$P_x^s = \frac{cq}{cq+1}, c > 1,$$

где  $c$  – дополнительный параметр, учитывающий пассивность отдельных полос обороны.

Тогда из условия

$$(13) \quad \frac{cq}{cq+1} = \frac{q^m}{q^m+1} \left( \text{или} \quad \frac{c\beta x}{c\beta x+y} = \frac{(\beta x)^m}{(\beta x)^m+y^m} \right)$$

можно найти значение параметра масштаба. Например, при  $q = 1,5$  и  $c = 1,5$  получим  $m = 2$ , а при  $q = 1,5$  и  $c = 2,3$  будет  $m = 3$ .

Нами выполнен переход с операционного уровня (уровня отдельных боевых единиц или частных тактических задач, см. выражения (3) и (4)) к тактическому (оперативному, оперативно-стратегическому) уровню (выражение (9)). Если оценки параметров  $\lambda$  и  $\mu$  выполняются отдельно для конкретных типов целей и средств поражения, то для оценки параметра боевого превосходства  $\beta$  достаточно знать типовые организационные структуры сторон, тактико-технические характеристики образцов вооружения и характеристики поля боя (свойства местности и т.д.).

М.П. Осипов исследовал 38 крупнейших сражений и битв за 1805–1905 гг. [12]. Относительно предсказуемым является исход сражений в зависимости от отношения сил сторон (рис. 2). Вместе с тем доли потерь сторон мало зависят от соотношения сил (рис. 3).

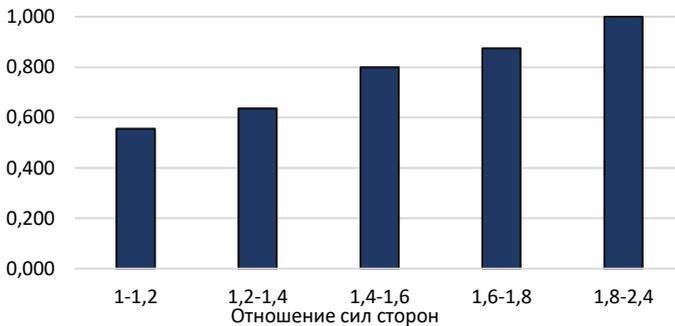


Рис. 2. Доля побед сильнейшей стороны в сражениях и битвах 1805–1905 гг.

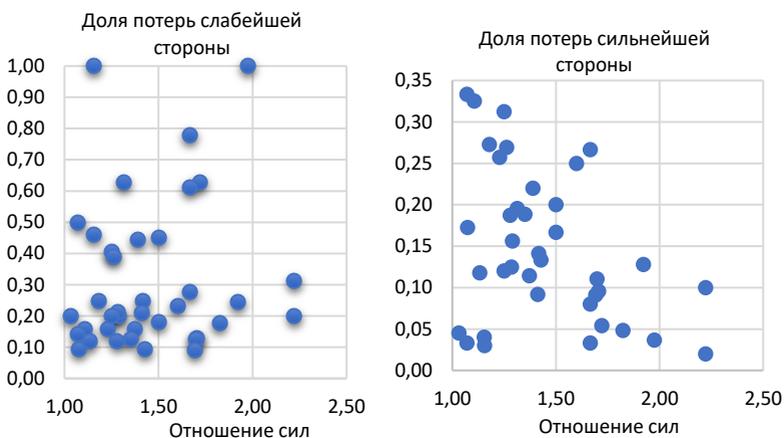


Рис. 3. Доли потерь сторон в сражениях и битвах 1805–1905 гг.

Коэффициент корреляции между отношением сил сторон и потерями сильнейшей стороны равен  $-0,39$  (отрицательная корреляция), а между потерями слабой стороны и отношением сил этот коэффициент равен  $0,13$ .

Рассмотрим результаты стратегических операций в годы Великой Отечественной войны [4] (без Харьковской, Киевской и Северо-Кавказской оборонительных операций, всего в расчетах 47 операций) Поскольку сражались две индустриально развитые державы, то параметр боевого превосходства в расчетах был принят  $\beta = 1$  (такой же подход ранее использовал М.П. Осипов).

На рис. 4 показан график безвозвратных потерь советских войск в зависимости от их превосходства над противником (данные по немецким потерям отсутствуют).

Из рисунка видно, что потери советских войск максимальны при примерно равном соотношении сил сторон. Корреляция между потерями и соотношением сил практически отсутствует.

Также отсутствует зависимость между темпом боевого перемещения (в наступательных и оборонительных операциях) и соотношением сил (рис. 5).

Для статистической оценки параметра масштаба воспользуемся методом максимального правдоподобия. Поскольку исходы

сражения принимают только два значения ( $k_i = 1$  – победа и  $k_i = 0$  – поражение), то функция правдоподобия примет вид

$$(14) L(m) = \prod_{k_i=1} \frac{q_i^m}{q_i^m + 1} \prod_{k_i=0} \frac{1}{q_i^m + 1} = \prod_{k_i} \left( \frac{q_i^m}{q_i^m + 1} \right)^{k_i} \left( \frac{1}{q_i^m + 1} \right)^{1-k_i} .$$

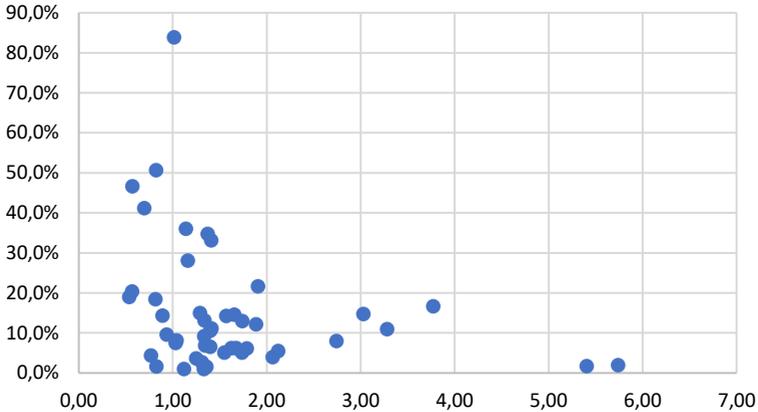


Рис. 4. Доля безвозвратных потерь советских войск в стратегических операциях

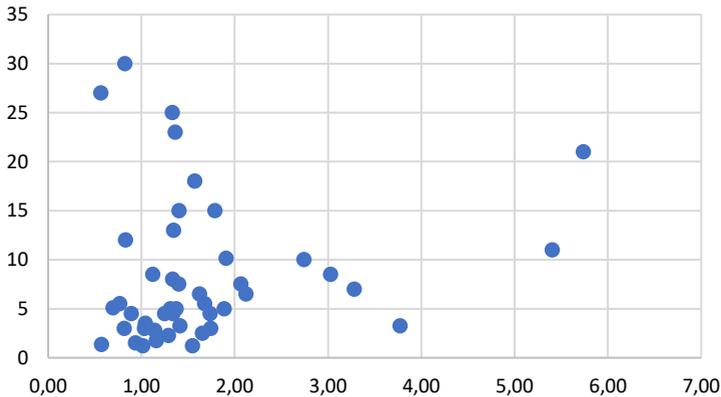


Рис. 5. Темп боевого перемещения советских войск (км/сутки) в стратегических операциях в зависимости от отношения сил

Логарифмируя, получим

$$(15) \quad l(m) = \sum_{i=1}^n k_i [m \ln q_i - \ln(q_i^m + 1)] - \sum_{i=1}^n (1 - k_i) \ln(q_i^m + 1) = \\ = m \sum_{i=1}^n k_i \ln q_i - \sum_{i=1}^n \ln(q_i^m + 1).$$

Взяв производную по  $m$  и приравняв ее к нулю, находим:

$$(16) \quad \sum_{i=1}^n k_i \ln q_i - \sum_{i=1}^n \frac{q_i^m \ln q_i}{q_i^m + 1} = 0.$$

Данное уравнение решается численно. Для сражений 1805–1905 г. находим  $m \approx 3,7$ ; для стратегических операций Великой Отечественной войны –  $m \approx 2,7$ .

В связи с массовым внедрением в войска высокоточного оружия, увеличения эффективной дальности стрельбы артиллерии за счет применения активно-реактивных снарядов и использования беспилотных систем существенно выросли возможности дивизий и бригад по поражению противника в тактической и оперативной глубине. Увеличение глубины боевых действий на оперативном и стратегическом уровнях привело к качественному изменению характера сражений и операций, что явилось вызовом для военной науки и практики.

#### **4. Функция победы и современные операции**

В последние годы и десятилетия мы стали свидетелями «сетцентрической лихорадки» (см., в частности, работы [1, 9, 10, 18], посвященные сетцентрическим войнам (от англ. Network-centric Warfare)). Как и любая новая идея, концепция сетцентрической войны приобрела как горячих сторонников, так и противников. Сторонники делали акцент на революционных изменениях, связанных с внедрением современных информационных технологий и систем в управление войсками и оружием, настаивали на пересмотре (или дополнении) принципов ведения боевых действий, внедрении в теорию управления новых понятий и утверждений («нелинейные действия», «сетевое оперативное построение», «асимметричное превосходство над системами с классической древовидной структурой» и др.). Противники новой

концепции, критикуя ее, зачастую игнорировали существенный рост боевых возможностей подразделений, частей и соединений за счет внедрения современных систем управления, навигации, разведки и связи.

В Большой российской энциклопедии дается следующее определение: «Сетецентрическая война, концепция ведения войны, при которой все участники боевых действий (командование, военная техника, живая сила) объединены в единую информационную сеть. Концепция предполагает активное использование беспилотников, высокоточного оружия, хорошо защищённых устойчивых каналов связи с высокой пропускной способностью, а также широкое использование средств радиоэлектронной борьбы. В результате общая ситуационная осведомлённость позволяет обеспечивать необходимые сотрудничество и самосинхронизацию, повышает устойчивость и скорость передачи команд, позволяет наносить удары по противнику непрерывно и с дальних расстояний. Единого информационного центра в таких системах не существует. В эти системы внедряют элементы искусственного интеллекта, которые умеют работать с большими объёмами данных, проводить оперативно-тактические и иные расчёты, выявлять важные события и обращать на них внимание соответствующих должностных лиц. Эффективность таких боевых формирований определяется не столько индивидуальными характеристиками, сколько возможностями всей группы подключённых к сети средств как единого целого» [14].

Для реализации создаваемых сетецентризмом возможностей сотрудничества (взаимодействия) и самосинхронизации подразделений и частей, и в связи с переориентацией армии США на ведение крупномасштабных боевых действий принято решение вернуться от нынешней организации на основе «модульных бригадных боевых групп» (автономных отдельных бригад с полным набором частей обеспечения и поддержки) к организации, основой которой будут дивизии постоянной организации с входящими в них бригадами строгой подчиненности и дивизионными частями обеспечения и поддержки [15].

Сетецентрические возможности повышают согласованность действий войск, а также степень поражения целей за счет сокращения цикла управления огнем и маневренные возможности –

за счет улучшения ситуационной осведомленности. Их учет возможен с помощью параметра боевого превосходства.

Полевой устав 3-0 «Основы ведения операций» [17] не содержит упоминаний о сетевых войнах и операциях, в нем изложены классические принципы ведения боевых действий и делается акцент на многодоменных (или многосферных) операциях, проводимых армией США при поддержке объединенных сил.

Данные военной статистики и содержательный анализ боев и операций показывают, что значение параметра масштаба функции победы меняется. В таблице 4 показано требуемое отношение сил сторон (превосходство первой стороны) для победы с заданной вероятностью, вычисляемое по формуле:

$$(17) \quad q = \sqrt[m]{\frac{P_x}{1 - P_x}}.$$

Таблица 4. Базовые показатели превосходства над противником

Заданная вероятность победы $P_x$	Тактический уровень	Оперативный уровень	Стратегический уровень
	Боевые действия XX века		
	$m=1$	$m=2$	$m=3$
0,7	2,3	1,5	1,3
0,75	3,0	1,7	1,4
0,8	4,0	2,0	1,6
0,9	9,0	3,0	2,1
	Современные боевые действия		
	$m=1$	$m=1-1,5$	$m=1,5-2$
	0,7	2,3	2,0
0,75	3,0	2,4	1,9
0,8	4,0	3,0	2,2
0,9	9,0	5,8	3,5

Из таблицы видно, что ранее успех на оперативно-стратегическом уровне почти гарантированно достигался при соотношении сил 1,5 – 2,0 к 1. Изменения в вооружении и способах их применения привели к тому, что значения параметра масштаба на оперативном и стратегическом уровнях уменьшились. Следо-

вательно, исходы сражений и операций становятся менее предсказуемыми, для победы в них требуется обеспечить большее превосходство, чем ранее. Более того, как и век назад, войны высокотехнологичных противников приобретают черты позиционности (за счет увеличения глубины боевых действий), вновь возникла проблема прорыва глубокоэшелонированной обороны.

## **5. Заключение**

Таким образом, опираясь на закон поражения целей А.Н. Колмогорова и с использованием теории вероятностей нами обоснована функция победы в бою (сражении, операции), которая может быть положена в основу оперативно-тактических расчетов при подготовке боевых действий (см. базовые модели боевых действий [7]), а также для обоснования боевого состава перспективных подразделений, частей и соединений, оценки боевого потенциала сторон.

Данные военной статистики и выполненные расчеты с использованием функции победы позволяют сделать следующие выводы.

1. Концепция сетецентрической войны явилась следствием внедрения в вооруженные силы современных информационных технологий и систем, которые повышают возможности боевых систем и ситуационную осведомленность на поле боя, сокращают время с момента обнаружения целей до их поражения. Эта концепция имеет технологический характер и не влияет на принципы и характер боевых действий. Комплексная оценка новых возможностей войск и оружия, органов управления возможна с помощью параметра боевого превосходства.

2. Увеличение глубины разведки, дальностей и точности поражения целей противника, а также повышение сетецентрических возможностей войск изменили парадигму современных общевойсковых (многосферных, многодоменных) операций. Эти изменения привели к результатам фундаментального характера: для достижения победы на оперативном и стратегическом уровне требуется обеспечить более высокое соотношение сил над противником; за счет увеличения глубины боевых действий темпы

наступления снизились, бои и операции приобрели черты позиционности.

Перспективными направлениями исследований являются: а) комплексирование операционных моделей (моделей исследования и применения отдельных образцов вооружения) и моделей по видам обеспечения с тактическими (оперативными, оперативно-стратегическими) моделями; б) развитие описательных моделей в целях разработки на их основе моделей управления боевыми действиями; в) разработка имитационных моделей для поиска способов и приемов прорыва эшелонированной обороны.

Автор выражает признательность Д.А. Новикову за идеи, консультирование и руководство работ в области моделирования боевых действий, А.А. Васину – за рекомендацию учета в моделях параметра масштаба боевых действий.

### Литература

1. АРЗУМАНЯН Р.В. *Теория и принципы сетецентричных войн и операций* // 21-й век. – 2008. – №2(8). – С. 66–127.
2. *Большая советская энциклопедия* / Гл. ред. О.Ю. Шмидт. Т. 6. Бессарабия – Больм. – М.: Советская энциклопедия, 1927. – 832 столбца.
3. ВАСИН А.А., КРАСНОЩЕКОВ П.С., МОРОЗОВ В.В. *Исследование операций* : учебное пособие. – М.: Академия, 2008. – 464 с.
4. *Великая Отечественная война 1941–1945 гг. Кампании и стратегические операции в цифрах*. – В 2 томах. – М.: Объединенная редакция МВД России, 2010. – Т. I. – 608 с. – Т. II. – 784 с.
5. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Введение в теорию исследования операций*. – М.: Наука, 1971. – 384 с.
6. КОЛМОГОРОВ А.Н. *Число попаданий при нескольких выстрелах и общие принципы оценки эффективности системы стрельбы* // Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. – 1945. – Т. 12. – С. 7–25.
7. КОРЕПАНОВ В.О., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г., ШУМОВ В.В. *Базовые модели боевых действий* // Управление большими системами. – 2023. – Вып. 103. – С. 40–77.

8. КОРЕПАНОВ В.О., ШУМОВ В.В. *Моделирование военных, боевых и специальных действий* // Военная мысль. – 2023. – №1. – С. 28–41.
9. МАКАРЕНКО С.И., ИВАНОВ М.С. *Сетецентрическая война – принципы, технологии, примеры и перспективы: Монография.* – СПб.: Научное издание, 2018. – 898 с.
10. МАКАРЧУК И.Л., ТРОЦЕНКО К.А. *Характер операций современных армий. Мультиразумные сетевые военные системы и тактика их действий* // Военная мысль. – 2022. – №11. – С. 13-31.
11. НОВИКОВ Д.А. *Иерархические модели военных действий* // Управление большими системами. – 2012. – Вып. 37. – С. 25–62.
12. ОСИПОВ М.П. *Влияние численности сражающихся сторон на их потери* // Военный сборник. – 1915. – №6. – С. 59–74; №7. – С. 25–36; №8. – С. 31–40; №9. – С. 25–37.
13. *Правила стрельбы и управления огнем артиллерии* (ПСиУО-96). Ч. 1. Дивизион, батарея, взвод, орудие. – М.: Воениздат, 2001. – 264 с.
14. Сетецентрическая война. Большая российская энциклопедия. Опубликовано 25 января 2023 г. – URL: <https://bigenc.ru/c/setetsentricheskaia-voina-0458a6> (дата обращения: 10.01.2024).
15. СИМАКОВ А. *Организация и вооружение перспективных дивизий сухопутных войск США* // Зарубежное военное обозрение. – 2023. – №6. – С. 35–44.
16. ШУМОВ В.В. *Исследование функции победы в бою (сражении, операции)* // Проблемы управления. – 2020. – №6. – С. 19–30.
17. *Army Field Manual No. FM 3-0: FM 3-0 Operations* (2022).
18. SEBROWSKI A.K., GARSTKA J.J. *Network-centric Warfare: Its Origin and Future* // Proceedings Magazine. – 1998. – No. 124(1). – P. 28–35.
19. REACH C., KILAMBI V., COZAD M. *Russian assessments and applications of the correlation of forces and means.* – Santa Monica, Calif.: RAND Corporation, 2020. – 171 p.

## **THE LAW OF EFFECTING TARGETS AND THE FUNCTION OF VICTORY IN FIGHT (BATTLE, OPERATIONS)**

**Vladislav Shumov**, International Research Institute for Advanced Systems, Moscow, Doctor of Sciences, Professor (v.v.shumov@yandex.ru).

*Abstract: Having taken the law of target defeat of A. N. Kolmogorov as a basis and using the methods of probability theory, the transition from the models of application of individual and group weapons to the aggregated model of combat (battle, operation) is carried out. The victory function is one of the varieties of conflict functions, satisfies the axioms of S. Skaperdas and belongs to the class of models based on the relationship between the potentials of the parties. The scale parameter of the victory function is estimated according to the data of military statistics and substantively. It is shown that the uncertainties of the outcome of combat operations are significantly reduced when moving from the tactical level to the operational level, and from the operational level to the strategic level. The concept of a combat unit, which is basic in the theory of combat potentials, has been clarified. The justified victory function allows to analyze multi-scale combat actions from a unified position and is designed to solve the following problems: firstly, the assessment of combat capabilities of the parties in the preparation of combat actions, secondly, justification of the main elements of the commander's (commander's) plan for combat actions (determination of the directions of the main strike and concentration of the main forces as a result of solving game-theoretic problems), thirdly, justification of the composition and appearance of prospective combat formations.*

**Keywords:** battle, combat potential, target destruction, Kolmogorov's law, balance of forces, victory function, model.

УДК 519.8

ББК 22.18

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.2

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.Н. Бурковым.*

*Поступила в редакцию 31.12.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*

# ФУНКЦИОНАЛЬНО-АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ МУЛЬТИСРЕДНЫМ ОБЪЕКТОМ

Селезнева А. Е.<sup>1</sup>, Неретин Е. С.<sup>2</sup>

(Московский авиационный институт, Москва)

*Представлены результаты исследования возможности использования цифровой функционально-адаптивной системы автоматического управления с эталонной моделью, синтезированной по методу покомпонентного формирования управления, для канала тангажа беспилотного аппарата, предполагающего движение в двух различных средах (вода и воздух). Динамические параметры объекта управления могут изменяться в широком диапазоне значений. Представлены результаты моделирования работы функционально-адаптивной системы автоматического управления при борьбе с влиянием внешних воздействий, таких как порыв штормового ветра, при различных управляющих воздействиях, работы цифровой функционально-адаптивной системы в сравнении с аналоговой, а также работы системы при движении объекта по заданной траектории. Ключевой особенностью применения функционально-адаптивной системы автоматического управления является ее способность адаптироваться к новым условиям без необходимости изменения настроек системы. Принцип работы контура адаптации основан на вычислении управляющего воздействия из рассогласования между сигналами, снимаемыми с датчиков и сигналами эталонной модели. Интеграция функционально-адаптивной системы автоматического управления с эталонной моделью системы позволит сократить затраты на модернизацию и внедрение новых систем управления, а также повысит точность и эффективность работы системы в целом.*

Ключевые слова: система автоматического управления, функционально-адаптивная система автоматического управления, эталонная модель, самонастраивающаяся система.

## 1. Введение

Система автоматического управления является важнейшим элементом любого современного технического устройства. Она позволяет без участия человека собирать и обрабатывать информацию о текущем состоянии устройства, а также формиро-

---

<sup>1</sup> Анна Евгеньевна Селезнева, аспирант (seleznevae@yandex.ru).

<sup>2</sup> Евгений Сергеевич Неретин, к.т.н., доцент (evgeny.neretin@gmail.com).

вать воздействия на него для решения поставленной устройству задачи. Системы автоматического управления также позволяют отслеживать поведение всех узлов устройства. Современные технические устройства отличаются большим количеством узлов, управление которыми является невозможным без помощи автоматики.

Одной из основных задач системы управления является нивелирование возможных внешних воздействий, влияющих на объект управления.

В настоящем исследовании рассматривается задача синтеза системы автоматического управления для канала угла тангажа беспилотного аппарата однократного запуска, движущегося в двух средах (вода и воздух) по заданной траектории с целью доставки груза к месту назначения с использованием принципа реактивного движения и динамические параметры которого могут изменяться в широком диапазоне. Внешними факторами, с влиянием которых должна справляться разработанная система автоматического управления, для рассматриваемого объекта управления являются: течения на подводном участке, порывы ветра на воздушном участке, волны, действующие в момент изменения среды движения.

В настоящее время для управления рассматриваемым объектом применяется ПИД-регулятор, коэффициенты которого зависят от параметров движения объекта (высоты, скорости и т.д.). Для формирования адекватного управляющего воздействия требуется точное определение изменений динамических параметров объекта. Для решения этой задачи в основном используются методы исследования объекта управления, такие как наземные испытания, летные испытания (для дальнейшего уточнения математической модели) и т.д. [2]. Однако даже при подобной предварительной подготовке велика вероятность неучета всех возможных факторов, влияющих на объект, за счет чего будет сформировано некорректное управляющее воздействие в каждый момент времени.

Целью работы является разработка системы автоматического управления, позволяющей быстро нивелировать возможные внешние воздействия, влияющие на объект управления,

и независимой от точности предварительного расчета динамических параметров объекта управления.

Для решения указанных задач предлагается использовать функционально-адаптивную систему управления с эталонной моделью [6]. Принцип работы контура адаптации основан на вычислении на основе метода покомпонентного формирования управления (МПФУ) управляющего воздействия из рассогласования между сигналами, снимаемыми с датчиков и сигналами эталонной модели.

Научная новизна исследования заключается в практическом применении МПФУ Лащева [6] для автоматической адаптации системы управления к изменениям окружающей среды и параметров рассматриваемого объекта. Ранее указанный метод для подобного объекта не применялся. Внедрение самонастраивающейся системы повысит эффективность системы автоматического управления и снизит требования к полноте математической модели объекта управления.

## **2. Понятие функционально-адаптивной системы автоматического управления**

Адаптивная система автоматического управления – это система автоматического управления, в которой приспособление к случайно изменяющимся условиям обеспечивается автоматическим изменением параметров настройки или путём автоматического поиска оптимальной настройки [9].

По классификации, предлагаемой в [1], адаптивные системы делятся на функционально-адаптивные системы автоматического управления (с прямым алгоритмом адаптации) и параметрически-адаптивные системы автоматического управления (с идентификационным алгоритмом адаптации) [10, 11]. В настоящей статье рассмотрена только функционально-адаптивная система с эталонной моделью.

Общий принцип работы функционально-адаптивной системы заключается в следующем: управляющее воздействие настраивается регулятором в зависимости от функционирования системы. То есть динамические параметры объекта управления

при данном алгоритме не идентифицируются и не вычисляются. Принцип работы функционально-адаптивной системы автоматического управления представлен на рис. 1.

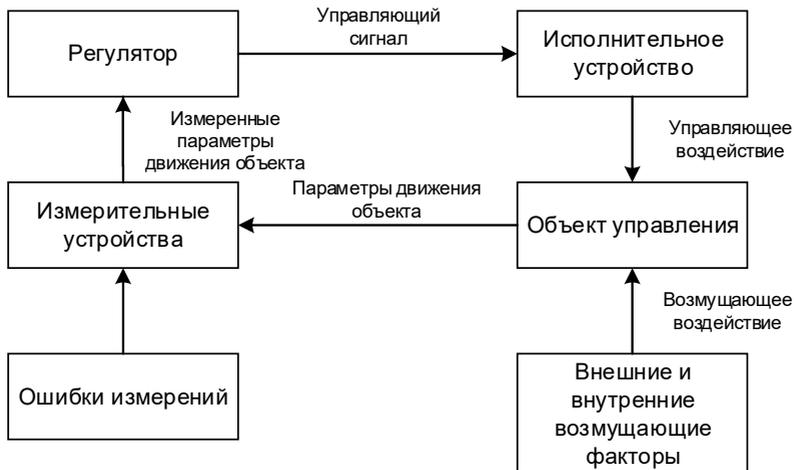


Рис. 1. Принцип работы функционально-адаптивной системы автоматического управления

Существуют различные виды функционально-адаптивных систем автоматического управления [18, 20]. Так, в [18] рассматривается адаптивный ПИД-регулятор с автоматически подстраиваемыми коэффициентами. Но в основном применяется подход к адаптации при помощи эталонной модели.

Согласно [16], первые попытки использования методов адаптивного управления с использованием эталонной модели появились в шестидесятых годах XX века. Адаптация на основе эталонной модели осуществляется при помощи корректировки управляющего воздействия исходя из рассогласования между текущими состояниями объекта управления и эталонной модели. Подробно принцип работы функционально-адаптивной системы с эталонной моделью рассмотрен в [15]. Различные методы построения контура адаптации на основе рассогласования

между текущими состояниями объекта управления и эталонной модели рассмотрены в [6, 14, 15, 17, 19, 21].

Задача, решаемая при построении адаптивного алгоритма с эталонной моделью, заключается в приведении требуемого состояния объекта управления (в рассматриваемой статье это угол тангажа) к заданному значению, причем переходный процесс должен соответствовать требованиям, предъявленным в разделе 3.

Для формирования нужного вида переходного процесса применяется эталонная модель. Алгоритмом адаптации основан на постоянном уменьшении рассогласования между сигналами, снимаемыми с датчиков и сигналами эталонной модели [6, 14, 21]. То есть рассогласование должно асимптотически стремиться к нулю. Структура функционально-адаптивной системы автоматического управления представлена на рис. 2.

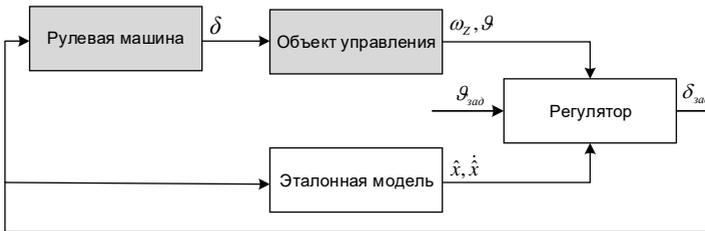


Рис. 2. Функциональная схема функционально-адаптивной системы управления

На функциональной схеме представлены следующие обозначения:  $\omega_z$  – угловая скорость по оси Z;  $\theta$  – угол тангажа;  $\hat{x}$  и  $\dot{\hat{x}}$  – выходные сигналы эталонной модели (5);  $\theta_{зад}$  – заданный угол тангажа;  $\delta_{зад}$  – управляющее воздействие по оси Z;  $\delta$  – управляющее воздействие по оси Z, приходящее от руля высоты. Блоки «Объект управления» и «Рулевая машина» рассмотрены в разделе 3, а блоки «Эталонная модель» и «Регулятор» – в разделе 4.

### 3. Математическая модель объекта

Рассматриваемый в настоящем исследовании объект управления представляет собой идеальную модель канала угла тангажа беспилотного аппарата (рис. 3.).

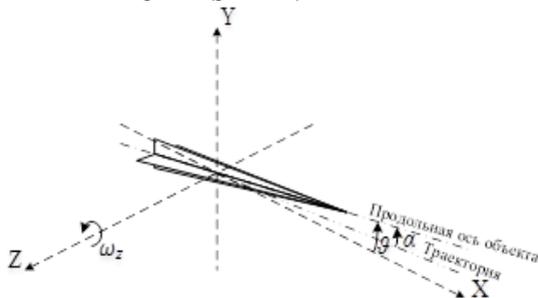


Рис. 3. Схема движения беспилотного аппарата в канале угла тангажа

Объект управления описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$(1) \begin{cases} \dot{\alpha} = -a_4 \alpha + a_6 \omega_z - a_5 \delta, \\ \dot{\omega}_z = -a_2 \alpha - a_1 \omega_z + a_3 \delta, \\ \dot{\vartheta} = \omega_z; \end{cases}$$

где  $\alpha$  – угол атаки;  $\omega_z$  – угловая скорость по оси  $Z$ ;  $\vartheta$  – угол тангажа;  $\delta$  – управляющее воздействие по оси  $Z$ , приходящее от руля высоты;  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  – динамические параметры объекта.

Наблюдаемыми являются угол тангажа ( $\vartheta$ ) и угловая скорость по оси  $Z$  ( $\omega_z$ ).

Динамические параметры объекта могут изменяться в широком диапазоне. Графики изменения параметров при движении объекта (в процентном соотношении относительно их максимального значения) представлены на рис. 4. Объект может перемещаться в различных средах (вода, воздух) по заданной траектории со скоростью в пределах 2 Махов с использованием принципа реактивного движения. На представленных графиках изображено изменение динамических параметров при движении объекта по заданной траектории в течение 35 с, на второй секунде происходит изменение среды движения и, соответствен-

но, резкое изменение динамических параметров. Рассматриваемая в настоящем исследовании траектория движения представлена на рис. 5.

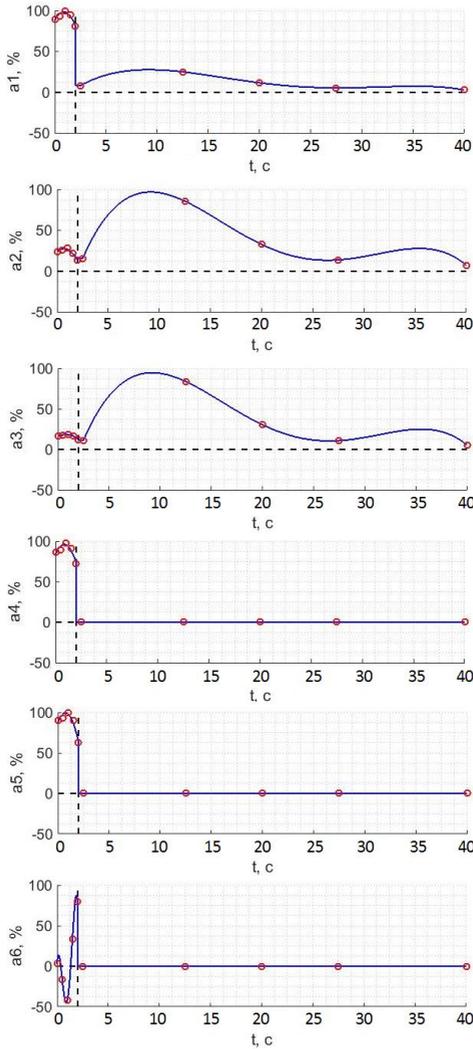


Рис. 4. Изменения значений динамических параметров объекта управления

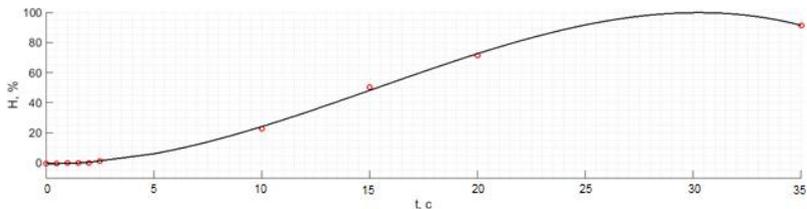


Рис. 5. Траектория движения объекта управления

Управляющее воздействие по оси  $Z \delta$  (1), приходящее от руля высоты, представляет собой управляющее воздействие по оси  $Z \delta_{\text{зад}}$  (3), пропущенное через рулевую машину. Передаточная функция рулевой машины имеет вид

$$(2) \quad W_{\text{PM}} = \frac{\delta}{\delta_{\text{зад}}} = \frac{1}{T_{\text{PM}}^2 s^2 + T_{\text{PM}} \zeta_{\text{PM}} s + 1}.$$

Значения коэффициентов передаточной функции рулевой машины представлены в таблице 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов передаточной функции рулевой машины

Параметр	$T_{\text{PM}}$	$\zeta_{\text{PM}}$
Значение	0,01	0,55

Рулевая машина имеет ограничение  $\pm 20^\circ$ .

Требования, предъявляемые к переходному процессу по углу тангажа:

- желаемое время переходного процесса:  $t_{\text{mn}} = 1$  с;
- желаемое перерегулирование: не более 20%.
- время подавления внешних возмущений: не более 1 с;
- точность отработки задающего воздействия:  $\pm 3\%$ .

#### 4. Синтез функционально-адаптивной системы автоматического управления

Требуется синтезировать регулятор, приводящий требуемое состояние объекта управления к значению аналогичного состо-

яния эталонной модели. Рассогласование между состояниями обеих моделей должно асимптотически стремиться к нулю.

Синтез функционально-адаптивной системы осуществляется на основе МПФУ, предложенного в [6]. Для реализации указанного метода зададим управляющий сигнал в виде суммы текущих состояний объекта управления и требуемого состояния (в рассматриваемой работе – требуемого угла тангажа), умноженных на некие настраиваемые коэффициенты:

$$(3) \quad \delta_{\text{зад}} = m(t)g_{\text{зад}} - k_2(t)\ddot{x} - k_1(t)\dot{x} - k_0(t)x,$$

где  $m(t)$  – это настраиваемый коэффициент усиления заданного состояния;  $k_2, k_1, k_0$  – настраиваемые коэффициенты усиления сигналов, принимаемых с датчиков.

МПФУ заключается в расчете коэффициентов усиления управляющего воздействия вида (3) исходя из требования к устойчивости системы по Ляпунову.

Для синтеза системы управления МПФУ, представим математическую модель (1) в виде дифференциального уравнения:

$$(4) \quad \ddot{x} + (a_1 + a_4)\dot{x} + (a_1a_4 + a_2a_6)x = a_3\delta + (a_2a_5 + a_3a_4)\delta,$$

где  $x = g, \dot{x} = \omega_z$ .

Слагаемым, содержащим  $\delta$ , можно пренебречь (для рассматриваемого объекта управления), так как порядок коэффициента  $a_3$  много меньше  $a_2a_5 + a_3a_4$ . Обозначим для удобства записи:  $a_1 + a_4 = a_{12}, a_1a_4 + a_2a_6 = a_{11}, a_2a_5 + a_3a_4 = b$ .

Состояния эталонной модели в каждый момент времени вычисляются в блоке «Эталонная модель». Эталонная модель должна обеспечивать переходный процесс требуемого состояния к заданному значению в соответствии с предъявляемыми к нему требованиями. Структура эталонной модели для рассматриваемого объекта [12] задается следующим дифференциальным уравнением:

$$(5) \quad \ddot{\hat{x}} + a_2^m \dot{\hat{x}} + a_1^m \hat{x} + a_0^m \hat{x} = b^m g_{\text{зад}}.$$

Параметры эталонной модели  $a_2^m, a_1^m, a_0^m, b^m$  выбираются частотным методом, описанным в [5, 8, 13], исходя из пожеланий к виду переходного процесса (время переходного процесса

должно составлять 1 с, перегулирование – 10%, статическая ошибка – 0).

Представим (5) в виде передаточной функции

$$(6) \quad W_{ЭМ}(s) = \frac{b^m}{s^3 + a_2^m s^2 + a_1^m s + a_0^m}.$$

Поскольку статическая ошибка должна быть равна 0,  $b^m = a_0^m$ .

Передаточная функция (6) соответствует замкнутой системе, для применения частотного метода требуется построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) разомкнутой системы; запишем ее передаточную функцию:

$$(7) \quad W_{ЭМ}^p(s) = \frac{a_0^m}{s^3 + a_2^m s^2 + a_1^m s} = \frac{\omega_{cp}}{s} \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \frac{\omega_2}{s + \omega_2},$$

где  $\omega_{cp}$  – частота среза;  $\omega_1$  – частота 1-го излома;  $\omega_2$  – частота 2-го излома желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы.

Из (6) и (7) следует:

$$a_0^m = \omega_{cp} \omega_1 \omega_2,$$

$$a_1^m = \omega_1 \omega_2,$$

$$a_2^m = \omega_1 + \omega_2.$$

Как видно из (7), передаточную функцию разомкнутой системы можно представить как совокупность типовых звеньев: интегрирующего и двух аperiodических.

Для выполнения требований к виду переходного процесса частоты рассчитываются следующим образом:

$$\omega_{cp} = 0,6 \frac{\pi}{t_{nn}},$$

$$\omega_1 = 10^{0,3 + \lg(\omega_{cp})},$$

$$\omega_2 = 10^{0,5 + \lg(\omega_1)}.$$

Значения динамических параметров эталонной модели представлены в таблице 2. Желаемая ЛАЧХ эталонной модели представлена на рис. 6. Переходный процесс для эталонной модели представлен на рис. 7.

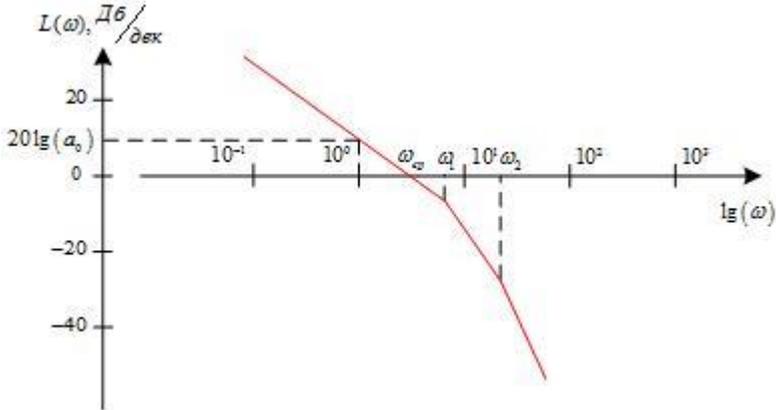


Рис. 6. Желаемая ЛАЧХ разомкнутой системы для эталонной модели

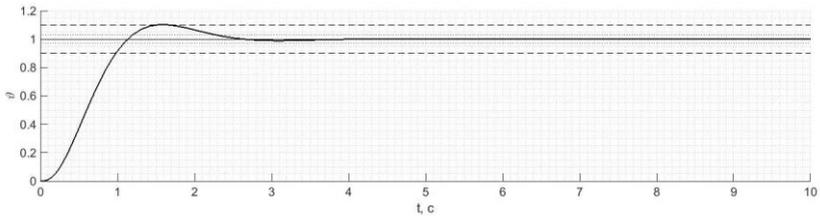


Рис. 7. Переходный процесс эталонной модели

Таблица 2. Значения параметров эталонной модели

Параметр	$a_2^m$	$a_1^m$	$a_0^m$	$b^m$
Значение	8,848	35,392	4	4

Для упрощения расчета не будем учитывать влияние рулевой машины (2) при синтезе регулятора, т.е. представим передаточную функцию рулевой машины  $W_{PM} = 1$ . В таком случае в (4)  $\delta = \delta_{зад}$ . Подставим (3) в (4) и получим следующее выражение:

$$(8) \quad \ddot{x} + (a_{12} + bk_2(t))\ddot{x} + (a_{11} + bk_1(t))\dot{x} + bk_0(t)x = bm(t)\mathcal{G}_{зад}.$$

В общем виде для дифференциального уравнения  $n$ -й степени вида можно записать

$$\sum_{i=0}^n \tilde{a}_i x^i = \tilde{b}u.$$

Каждый коэффициент  $\tilde{a}_i$  и  $\tilde{b}$  можно представить как сумму неких констант  $a_i^{const}$  и переменных  $\Delta a_i$ :

$$(9) \quad \tilde{a}_i = \tilde{a}_i^{const} + \Delta \tilde{a}_i.$$

Тогда представим коэффициенты при  $x$  и  $u$  выражения (8) через (9), где в качестве константы выступают параметры эталонной модели (при соответствующих степенях  $x$ ):

$$(10) \quad \begin{aligned} a_{12} + bk_2(t) &= a_2^m + \Delta a_{12}(t), \\ a_{11} + bk_1(t) &= a_1^m + \Delta a_{11}(t), \\ bk_0(t) &= a_0^m + \Delta a_{10}(t), \\ bm(t) &= b^m + \Delta b(t). \end{aligned}$$

Подставим (10) в (8) и из полученного выражения вычтем (5):

$$(11) \quad \begin{aligned} &\ddot{e} + a_2^m \dot{e} + a_1^m e = \\ &= (bm(t) - b^m) \mathcal{G}_{\text{зад}} - (a_{12} + bk_2(t) - a_2^m) \ddot{x} - \\ &\quad - (a_{11} + bk_1(t) - a_1^m) \dot{x} - (bk_0(t) - a_0^m) x, \end{aligned}$$

где  $e = x - \hat{x}$ .

Обозначим правую часть полученного выражения как  $\sigma_1$ . Выберем функцию Ляпунова [7]:

$$V = 0,5\sigma_1^2.$$

Для выполнения условия устойчивости производная функции Ляпунова должна быть отрицательной [7], т.е.

$$\dot{V} = \sigma_1 \dot{\sigma}_1 < 0.$$

Для выполнения указанного условия должны быть отрицательными слагаемые, содержащие производные настраиваемых коэффициентов управления из выражения (3) ( $m(t)$ ,  $k_0(t)$ ,  $k_1(t)$ ,  $k_2(t)$ ), т.е. должны выполняться следующие соотношения:

$$(12) \quad \begin{cases} \sigma_1 b \dot{m}(t) \mathcal{G}_{\text{зад}} < 0, \\ -\sigma_1 b \dot{k}_2(t) \ddot{x} < 0, \\ -\sigma_1 b \dot{k}_1(t) \dot{x} < 0, \\ -\sigma_1 b \dot{k}_0(t) x < 0. \end{cases}$$

Для рассматриваемого объекта управления  $b = a_2 a_5 + a_3 a_4 < 0$ , соответственно условия (12) будут выполняться при  $\dot{m}(t) = \sigma_1 u$ ,  $\dot{k}_2(t) = -\sigma_1 \ddot{x}$ ,  $\dot{k}_1(t) = -\sigma_1 \dot{x}$ ,  $\dot{k}_0(t) = -\sigma_1 x$ . Таким образом, можно определить формулы для вычисления настраиваемых коэффициентов управления:

$$(13) \quad \begin{cases} m(t) = \lambda \mathcal{G}_{\text{зад}} \int \sigma_1 dt + m^0, \\ k_2(t) = -\lambda \ddot{x} \int \sigma_1 dt + k_2^0, \\ k_1(t) = -\lambda \dot{x} \int \sigma_1 dt + k_1^0, \\ k_0(t) = -\lambda x \int \sigma_1 dt + k_0^0; \end{cases}$$

где  $\lambda = \text{const} > 0$  – это скорость подстройки коэффициентов, а учетом (11),

$$(14) \quad \int \sigma_1 dt = \int (\ddot{e} + a_2^m \ddot{e} + a_1^m \dot{e} + a_0^m e) dt = \ddot{e} + a_2^m \dot{e} + a_1^m e + a_0^m \int e dt.$$

Сигнал  $\ddot{e}$  примем равным 0, так как сигнал  $\ddot{x}$  не измеряется системой, а введение дифференцирующего звена внесет помехи в работу системы. Итак, выражение (14) примет вид:

$$\int \sigma_1 dt = a_2^m \dot{e} + a_1^m e + a_0^m \int e dt.$$

Подставив (12) и (13) в (3), получим закон управления:

$$(15) \quad \delta_{\text{зад}} = \lambda \left( a_2^m \dot{e} + a_1^m e + a_0^m \int e dt \right) (\mathcal{G}_{\text{зад}}^2 + \dot{x}^2 + x^2).$$

Указанный закон управления (15) реализуется в блоке «Регулятор» на рис. 2.

## 5. Цифровое исполнение синтезированных систем автоматического управления

Поскольку реализация разрабатываемых систем автоматического управления предполагается цифровой, перейдем к цифровым моделям.

Чтобы свести возникающие при оцифровке погрешности в работе системы к минимуму, необходимо выбрать период дискретизации. Для его определения можно воспользоваться теоремой Котельникова [3]: период дискретизации можно найти из следующего соотношения:

$$T_0 \leq \frac{\pi}{2\omega_{\text{гп}}},$$

где  $\omega_{\text{гп}}$  – граничная частота, определяющаяся следующим образом:  $20 \lg(\omega_{\text{гп}}) \leq -20$  Дб.

Минимально допустимый период дискретизации определим из ЛАЧХ разомкнутой системы. ЛАЧХ объекта управления, рассмотренного в разделе 3, с синтезированной в разделе 4 функционально-адаптивной системой автоматического управления представлена на рис. 8.

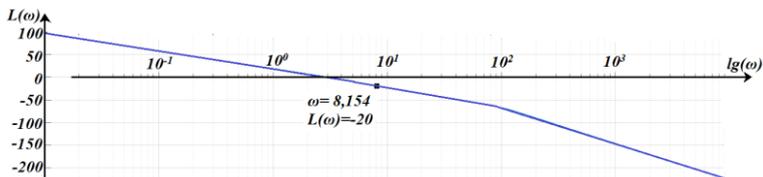


Рис. 8. ЛАЧХ системы с функционально-адаптивной системой автоматического управления

Из ЛАЧХ определим точку, соответствующую  $L(\omega_{\text{гп}}) = -20$  Дб. Итак,  $\omega_{\text{гп}} = 8,154$  рад/с, соответственно, минимально допустимый период дискретизации должен быть равен  $T_0 = 0,193$  с. При моделировании  $T_0 = 0,2$  с.

Цифровыми являются все блоки синтезированных систем автоматического управления, за исключением блоков «Объект управления».

## 6. Моделирование

Моделирование производилось в среде Simulink. Структурная схема модели представлена на рис. 9.

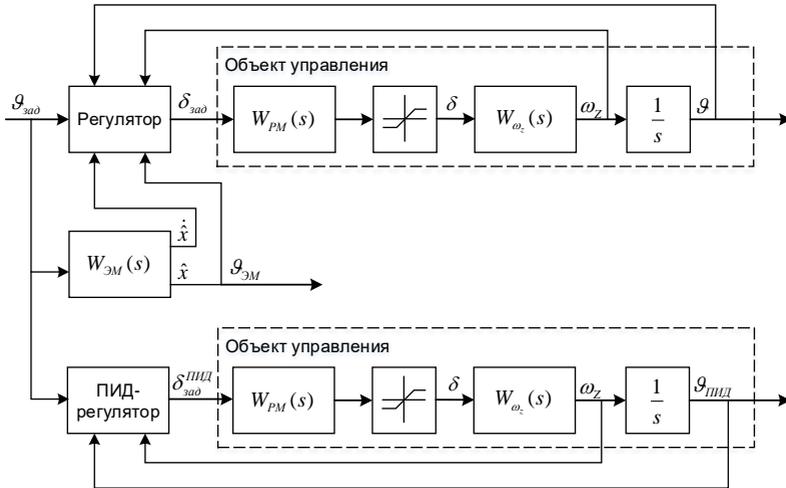


Рис. 9. Структурная схема модели функционально-адаптивной системы автоматического управления в канале угла тангажа

В модели в блоках  $W_{\omega_z}(s)$  реализована передаточная функция, полученная из системы дифференциальных уравнений (1). В блоках  $W_{PM}(s)$  реализована передаточная функция рулевой машины (2) для оценки ее влияния на динамику системы.

В блоке  $W_{ЭМ}(s)$  реализована передаточная функция эталонной модели (6). В блоке «Регулятор» производится вычисление управляющего воздействия согласно (15).

Предлагаемая функционально-адаптивная система автоматического управления в процессе моделирования сравнивалась с системой управления, построенной с использованием ПИД-регулятора, синтезированного частотным методом [5, 8, 13] и реализованного в блоке «ПИД-регулятор».

Поскольку решались задачи нивелирования возможных внешних воздействий и минимизации зависимости от точности предварительного расчета параметров, проводилось моделиро-

вание для функционально-адаптивной системы автоматического управления при заданном значении угла тангажа, равном  $1^0$  и  $10^0$  при штормовом ветре, начинающем действовать на 5 секунде. Штормовым является ветер, скорость которого  $\sim 23,5$  м/с (ветер 9 баллов). Результаты моделирования представлены на рис. 11–14.

Внешнее воздействие моделировалось в соответствии с рис. 10, на котором изображен укрупненный блок  $W\omega_z(s)$ , представленный на рис. 9

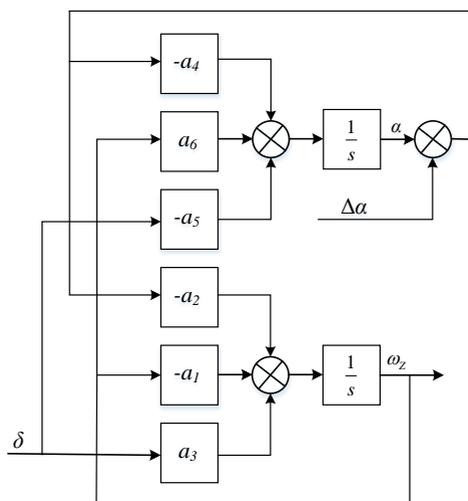


Рис. 10. Структурная схема модели воздействия ветра в канале угла тангажа

Отклонение угла атаки при ветровом возмущении вычислялось по формуле

$$(16) \Delta\alpha = \frac{V - W \cos \Theta}{\sqrt{V^2 + W^2 - 2VW \cos \Theta}},$$

где  $V = const$  – скорость движения объекта;  $W = const$  – скорость ветра;  $\Theta = const$  – угол наклона траектории.

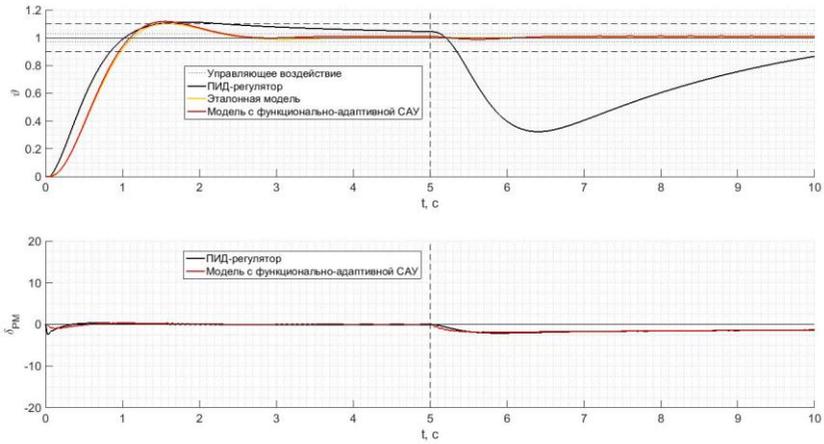


Рис. 11. Результаты моделирования работы функционально-адаптивной системы управления при порыве штормового ветра и управляющем воздействии, равном 1

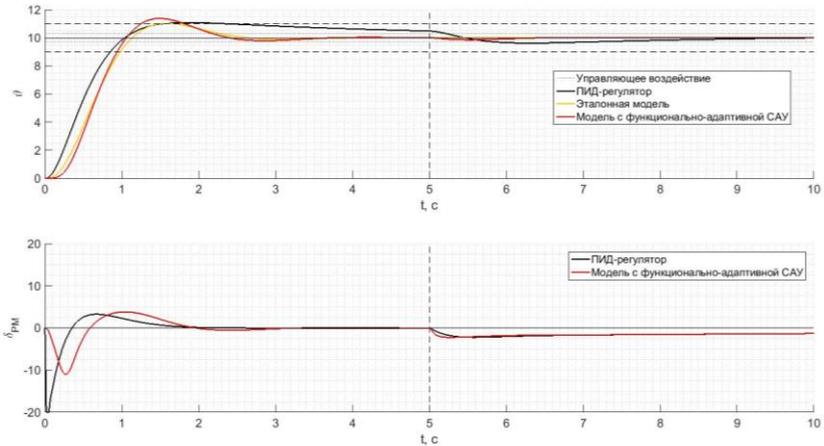


Рис. 12. Результаты моделирования работы функционально-адаптивной системы управления при порыве штормового ветра и управляющем воздействии, равном 1, при  $\lambda = 0,001$

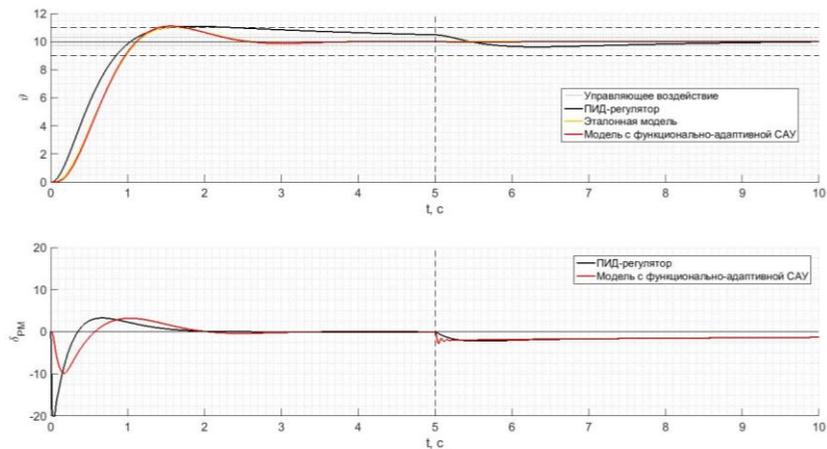


Рис. 13. Результаты моделирования работы функционально-адаптивной системы управления при порыве штормового ветра и управляющем воздействии, равном 10, при  $\lambda = 0,004$

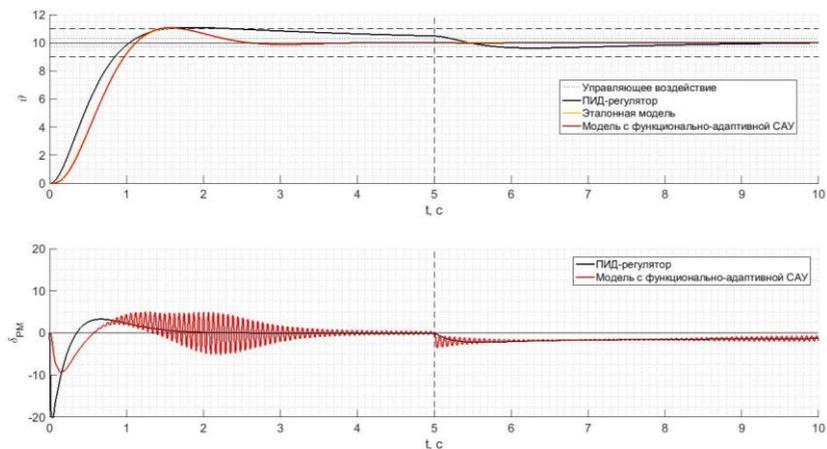


Рис. 14. Результаты моделирования работы функционально-адаптивной системы управления при порыве штормового ветра и управляющем воздействии, равном 10, при  $\lambda = 0,007$

Как видно из результатов моделирования работы функционально-адаптивной системы, представленных на рис. 11–14, переходные процессы по углу тангажа имеют характеристики, представленные в таблице 3.

Таблица 3. Результаты моделирования работы функционально-адаптивной системы управления при порыве штормового ветра

№ рисунка		11	12	13	14
Требуемый угол тангажа, °		1	10	10	10
Модель с адаптивной САУ	Скорость подстройки коэффициентов	0,02	0,001	0,004	0,007
	Время переходного процесса, с	1	1	1	1
	Перерегулирование, %	10	14	10	10
	Статическая ошибка, %	0	0	0	0
	Время подавления внешних возмущений, с	0	1	0	0
	Наличие колебаний рулей высоты	нет	нет	нет	есть
Модель с ПИД-регулятором	Время переходного процесса, с	0,8	0,8	0,8	0,8
	Перерегулирование, %	10	10	10	10
	Статическая ошибка, %	0	0	0	0
	Время подавления внешних возмущений, с	6	3	3	3
	Наличие колебаний рулей высоты	нет	нет	нет	нет

Функционально-адаптивная система позволяет справляться с внешним воздействием (порыв штормового ветра) намного лучше ПИД-регулятора: угол тангажа практически не отклоняется от установившегося значения. Однако при увеличении заданного воздействия возникает необходимость уменьшать коэффициент скорости подстройки коэффициентов  $\lambda$ , так как может возникнуть колебательность при отклонении рулей (рис. 14), что повышает нагрузку на них. Не следует и слишком сильно уменьшать коэффициент скорости подстройки коэффициентов  $\lambda$ , так как система начинает хуже справляться с внешним воздействием (рис. 12 и 13).

Проводилось моделирование для цифровой функционально-адаптивной системы автоматического управления, описанной в разделе 5. Результаты моделирования представлены на рис. 15 и 16.

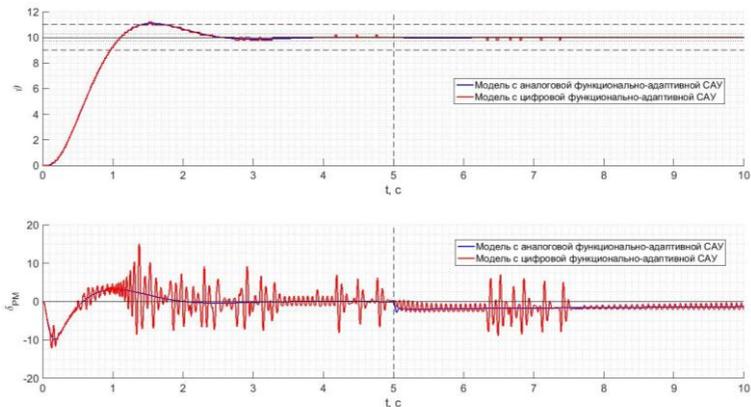


Рис. 15. Результаты моделирования работы аналоговой и цифровой функционально-адаптивной системы управления, при  $\lambda = 0,004$

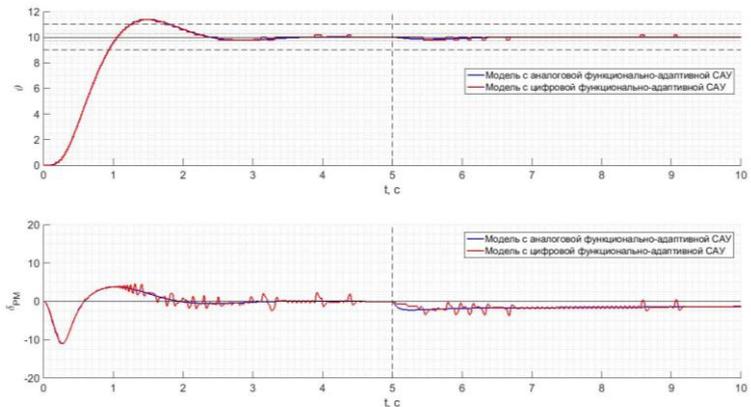


Рис. 16. Результаты моделирования работы аналоговой и цифровой функционально-адаптивной системы управления, при  $\lambda = 0,001$

Как видно из результатов моделирования работы функционально-адаптивной системы, представленных на рис. 15 и 16, переходные процессы по углу тангажа имеют характеристики, представленные в таблице 4.

По сравнению с аналоговой системой, цифровая требует меньшего коэффициента скорости подстройки коэффициентов  $\lambda$ , что приводит к незначительному увеличению перерегулирования (от 10% до 14%).

Таблица 4. Результаты моделирования работы аналоговой и цифровой функционально-адаптивной системы управления

№ рисунка		15	16
Требуемый угол тангажа, °		10	10
Модель с аналоговой САУ	Скорость подстройки коэффициентов	0,004	0,001
	Время переходного процесса, с	1	1
	Перерегулирование, %	10	14
	Статическая ошибка, %	0	0
	Время подавления внешних возмущений, с	0	1
	Наличие колебаний рулей высоты	нет	нет
Модель с цифровой САУ	Скорость подстройки коэффициентов	0,004	0,001
	Время переходного процесса, с	1	1
	Перерегулирование, %	10	14
	Статическая ошибка, %	0	0
	Время подавления внешних возмущений, с	0	0
	Наличие колебаний рулей высоты	есть	есть

Также проводилось моделирование работы функционально-адаптивной систем автоматического управления при движении по заданной траектории. В этом случае в модели рис. 9 в блоке  $W\omega_z(s)$  динамические параметры были являлись функциями  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$ ,  $a_3(t)$ ,  $a_4(t)$ ,  $a_5(t)$ ,  $a_6(t)$ , значения которых изменялись в соответствии с рис. 4. Кроме того, переменные (16) также являлись функциями от времени:  $V(t)$ ,  $W(t)$ ,  $\Theta(t)$ . Значение  $\vartheta_{зад}$  также является функцией от времени, изменяющейся таким образом, чтобы движение осуществлялось согласно рис. 5. Резуль-

таты моделирования представлены на рис. 17. При движении по заданной траектории на 2 секунде произошло изменение среды движения и на объект управления начал действовать штормовой ветер.

Как видно из результатов моделирования работы функционально-адаптивной системы, представленных на рис. 17, функционально-адаптивная система обрабатывает заданное значение точнее системы с ПИД-регулятором.

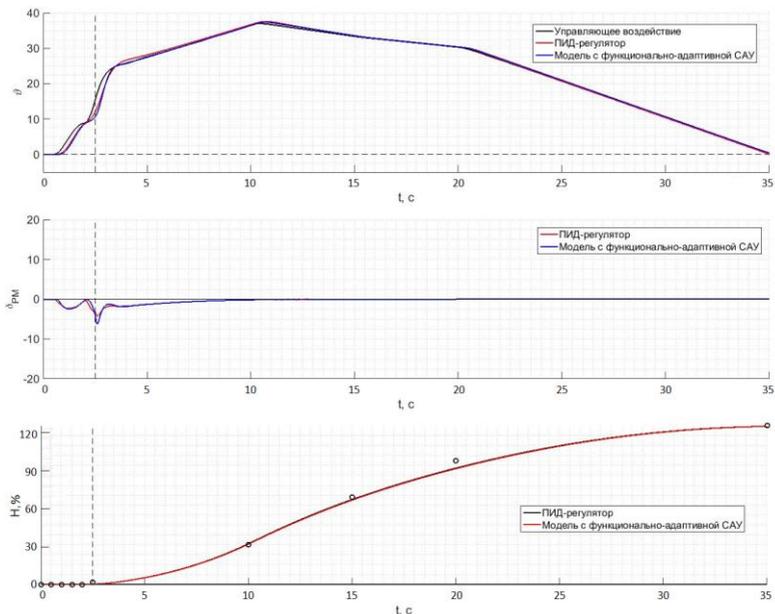


Рис. 17. Результаты моделирования работы цифровых ПИД-регулятора и функционально-адаптивной системы управления при движении объекта по заданной траектории в течении 35 с

## 7. Заключение

В статье предложена функционально-адаптивная система автоматического управления мультисредным объектом.

Существенным преимуществом разработанной системы управления является ее способность быстро адаптироваться

к внешним воздействиям и независимость от вычисления динамических параметров объекта. Недостатком является излишняя колебательность, которая проявляется при увеличении задающего воздействия и коэффициента скорости подстройки коэффициентов управления, что повышает нагрузку на привод и органы управления объектом.

Рассмотрен вариант системы в цифровом исполнении, при этом показано, что в динамическом режиме работы увеличивается перерегулирование, так как требуется меньший коэффициент скорости подстройки коэффициентов управления. Динамика функционально-адаптивной системы практически не изменяется.

Таким образом, в работе показано, что для решения задачи увеличения точности отработки объектом заданных воздействий и удержания постоянного состояния системы целесообразно, по сравнению с применяемыми ранее системами с ПИД-регулятором, использовать функционально-адаптивную систему автоматического управления. Внедрение такой системы позволит сократить затраты на модернизацию и внедрение новых систем управления за счет снижения требований к полноте математической модели объекта управления, а также повысит точность и эффективность работы системы в целом.

### **Литература**

1. АЛЕКСАНДРОВ А.Г. *Оптимальные и адаптивные системы: Учебное пособие*. – М.: Высшая школа, – 1989.
2. БЕЗЯЕВ В.С., МАКАРЫЧЕВ П.П. *Идентификация параметров моделей объектов методом регрессионного анализа* // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2020. – №1(53). – С. 19–27.
3. БИККЕНИН Р.Р., ЧЕСНОКОВ М.Н. *Теория электрической связи*. – М.: Издательский центр «Академия», 2010.
4. ДЕНИСЕНКО В.В. *ПИД-регуляторы: принцип построения и модификации* // Современные технологии автоматизации. – 2006. – №4. – С. 66–74.

5. ИГНАТЬЕВ А.А., ИГНАТЬЕВА С.А. *Основы теории автоматического управления: учеб. Пособие по курсу «Теория автоматического управления» для студентов машиностроительных специальностей.* – Саратов: СГТУ, 2009.
6. ЛАЩЁВ А.Я. *Синтез адаптивных систем управления с использованием идеи параметрических отрицательных обратных связей* // Автоматика и телемеханика. – 1994. – №3.
7. ПОПОВ Е. П. *Динамика систем автоматического регулирования.* – М: Государственное изд-во технико-теоретической лит-ры, 1954.
8. ПУПКОВ К.А. *Моделирование и испытание систем автоматического управления: выставочные материалы.* – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014.
9. РЕМЕНЬ – САФИ. *Большая советская энциклопедия: Т. 22 / Гл. ред. А.М. Прохоров.* – М.: Советская энциклопедия, 1975.
10. СЕЛЕЗНЕВА А.Е., НЕРЕТИН Е.С. *Параметрически-адаптивная система автоматического управления* // Актуальные проблемы развития авиационной техники и методов ее эксплуатации – 2022: сборник трудов XV Всероссийской научно-практической конференции студентов и аспирантов, посвященный празднованию 100-летия конструкторского бюро «Туполев», 55-летия Иркутского филиала МГТУ ГА, 74-летия Иркутского авиационного колледжа 8-9 декабря 2022 г. – Иркутск: Иркутский филиал МГТУ ГА. – 2023. – Т. 1 – С. 112–118.
11. СЕЛЕЗНЕВА А.Е., НЕРЕТИН Е.С. *Применение параметрически-адаптивной системы автоматического управления для объекта с широким диапазоном изменения аэродинамических параметров.* // XVI Всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ–2023): материалы мультиконференции. – Волгоград: ВолгГТУ, 2023. – Т. 3 – С. 123–125.
12. ФУРТАТ И.Б. *Адаптивное управление неминимально-фазовыми объектами определенного класса* // Проблемы управления. – 2013. – №1. – С. 19–25.

13. ЩЕПЕТОВ А.Г. *Об оптимальных формах переходного процесса и амплитудно-частотной характеристики линейной динамической системы* // Проблемы управления. – 2008. – №3. – С. 30–36.
14. BARKANA I. *Adaptive control? But is so Simple!* // Journal of Intelligent & Robotic Systems. – 2016 – No. 83 – С. 3-34.
15. BARKANA I. *Output feedback stabilizability and passivity in nonstationary and nonlinear systems* // Int. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 2010 – No. 7 – P. 568–591.
16. BARKANA I. *Simple adaptive control – a stable direct model reference adaptive control methodology – brief survey* // Int. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 2014. – No. 28 – P. 567–603.
17. GAO Q.Z., XIE X.J. *Robustness analysis of discrete-time indirect model reference adaptive control with normalized adaptive laws* // Int. Journal of Automation and Computing. – 2010. – No. 3. – P. 381–388.
18. IWAI Z., MIZUMOTO I. *Realization of simple adaptive control by using parallel feedforward compensator* // Int. Journal of Control. – 1994. – Vol. 59, No. 6. – P. 1543–1565.
19. KANNAN S.K., CHOWDHARY G.V., JOHNSON E.N. *Adaptive control of unmanned aerial vehicles: Theory and flight tests* // Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. – Springer, 2015. – P. 613–673.
20. KAUFMAN H., BAR-KANA I., SOBEL K. *Direct adaptive control algorithms*. – N.Y.: Springer-Verlag, 1994.
21. LAVRETSKY E. *Robust and Adaptive Control Methods for Aerial Vehicles* // Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. Springer, Dordrecht, 2015. – P. 675–710.

## **FUNCTIONAL ADAPTIVE AUTOMATIC CONTROL SYSTEM FOR A MULTI-ENVIRONMENT VEHICLE**

**Anna Selezneva**, Moscow Aviation Institute, Moscow, graduate student (seleznevae@yandex.ru).

**Evgeny Neretin**, Moscow Aviation Institute, Moscow, (evgeny.neretin@gmail.com)

*Abstract: This article presents the results of a research of the possibility of using a digital functionally adaptive automatic control system with a reference model synthesized by the method of component-by-component control formation, for the pitch channel of an unmanned vehicle, assuming movement in two environments (water and air). The objects dynamic parameters can vary over a wide range of values. Presents the results of modeling the operation of the digital and the analog functionally adaptive automatic control systems in the flight against the influence of external influences, such as a gust of stormy wind, under various control influence, as well as the results the operation of the system when the object moves along a given trajectory are present. A key feature of the application of a functionally adaptive automatic control system is its ability to adapt to new conditions without the need to change system settings. The principle of operation of the adaptation circuit is based on the calculation of the control action from the mismatch between the signals taken from the sensors and signals of the reference model. The integration of such a system will reduce the cost of modernization and implementation of new control systems.*

**Keywords:** automatic control system, functionally adaptive automatic control system, reference model, self-adjusting control system.

УДК 62.50

ББК 30

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.3

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Я.И. Квинто.*

*Поступила в редакцию 22.12.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*

## МАШИННЫЙ МОНИТОРИНГ ТЕКСТОВЫХ ЧАТОВ И ПРЕДСКАЗАНИЕ АНОМАЛИЙ

Мозаидзе Е. С.<sup>1</sup>

(ФГБОУ ВО Белгородский государственный  
технологический университет им. В.Г. Шухова, Белгород)

Зуев С. В.<sup>2</sup>

(ФГАОУ ВО Крымский федеральный университет  
им. В.И. Вернадского, Симферополь)

*Целью работы является разработка нового метода предсказания аномалий в текстовых чатах, не использующего корпусы текстов. Поставленные задачи: краткое представление статистического описания повторяемости аномалий, развитого в прошлых работах авторов, введение метода парных (обобщенных) N-грамм на коллекциях «существительное – глагол», синтез указанных методов в новый метод предсказания аномалий в системах обмена короткими сообщениями, тестирование метода. Предложен новый метод предсказания аномалий в потоке текстовых сообщений, не использующий корпус текстов для обучения, и, кроме того, допускающий онлайн-обучение. Материалом для работы были чаты, группы и каналы в Telegram, на которые подписан один из авторов работы, с большим объемом текстового материала. Метод использует статистическое распределение повторения аномалий, а также метод тематического моделирования на основе статистики пар «существительное – глагол». Оба метода предложены ранее в работах авторов. Проведенный эксперимент показал соответствие результатов, предсказанных с помощью предлагаемого метода, фактически зарегистрированным аномалиям. Применение предложенного метода может быть полезно в исследованиях и анализе появления аномалий в сложных социальных системах, взаимодействии в которых отражается в коммуникациях через социальные сети и мессенджеры. Подобного рода задачи являются актуальными как для государственных структур, так и для бизнеса, и могут позволить сгладить острые социальные и производственные проблемы. Особенно полезен предложенный метод для журналистов – он позволяет определить время наиболее вероятного появления значимых социальных явлений.*

Ключевые слова: предсказание аномалий, тематическое моделирование, вероятности редких событий, повторяемость редких событий, аномалии в текстовых чатах.

---

<sup>1</sup> Елена Сергеевна Мозаидзе, аспирантка (mozaidze95@mail.ru).

<sup>2</sup> Сергей Валентинович Зуев, к.ф.-м.н., доцент (sergey.zuev@bk.ru).

## 1. Введение

Мониторинг текущей активности пользователей в чатах с помощью ботов широко распространен и применяется во всех мессенджерах. В основном это делается для модерации общения и решения задач, подобных следующим:

- проверка действий и активности пользователей;
- проверка длины комментариев;
- бан нарушителей;
- запрет отправлять в чат картинки, стикеры, голосовые сообщения;
- возврат исправившихся нарушителей;
- борьба со спамом;
- отправление приветственного сообщения новым участникам;
- выявление замаскированных нарушителей.

Однако, в последнее время возникла потребность в решении задачи выявления и предсказания аномального поведения пользователя в чате. Работы, посвященные этому вопросу, имеются как в российской [1, 3, 5] так и в зарубежной [8, 9] литературе.

Понимание аномального поведения варьируется в зависимости от конкретной задачи. Поэтому общая постановка вопроса о детектировании аномалии пока представляется в весьма абстрактном виде: выявление аномалий – это распознавание редких данных, событий или наблюдений, которые вызывают подозрения ввиду существенного отличия от большей части данных [7, 14]. В такой интерпретации аномалий ключевым является редкость событий, понимание которой основано на наличии информации о повторяемости таких и других событий: повторяемость редких событий должна характеризоваться большими промежутками времени. В то же время выделяемые события должны иметь существенное семантическое содержание, так как иначе можно, например, установить событием появление в тексте большой буквы «B»: это будет действительно редкое событие, но не аномалия, так как под ним не содержится какого-либо смысла.

Обычно для обнаружения аномалий используются такие алгоритмы, как K-Means, KNN, OPTICS [10, 11, 12]. Эти методы машинного обучения могут решать обозначенные выше задачи вы-

явления аномалий поведения и активно используются для различных направлений деятельности. Но в исходном виде все они не подходят для работы с непрерывными потоками данных высокой интенсивности в реальном времени. Особенно ярко это проявляется при работе с данными, имеющими значительную изменчивость. Стандартный подход для использования алгоритмов управляемого обучения (Supervised Learning) требует сначала обучить модель на заранее подготовленной обучающей выборке, затем протестировать корректность предсказаний на тестовой выборке и, наконец, интерполировать результаты на более широкое множество реальных данных [17, 18].

При работе с временными рядами такой подход можно применять с серьезными ограничениями, так как:

- данные временных рядов жестко упорядочены;
- эти данные непрерывно меняются во времени.

Поэтому использовать модели, ранее обученные на старых данных, не разумно.

Можно пытаться переучивать модель через определенные интервалы времени. Однако такое решение малоэффективно из-за того, что обрабатываемых данных, как правило, очень много и одновременно обычно развернуто сразу несколько экземпляров моделей для работы с разными временными рядами. Поэтому процесс частого изменения модели связан с высокими дополнительными затратами и необходимостью контролировать процесс очередного обучения [13]. При высокой волатильности данных можно применять только такие алгоритмы, которые переобучаются быстрее, чем поступает очередная порция данных обучающей выборки из потока. Класс подобных моделей принято относить к области онлайн-обучения (Online Learning) [6, 16, 19]. Для скоростной высокоинтенсивной работы удобно использовать фреймворки, ориентированные на распределенные вычисления при работе с большими данными. Одним из наиболее популярных фреймворков является Apache Spark, предназначенный для распределенной обработки структурированных и неструктурированных данных [4].

Общее понимание аномалии как явления в системах исследовалось, в частности, в работах Н. Талеба [14], где в основном рассматривались экономические системы.

В индустрии средств защиты информации уже несколько лет развиваются новые и более совершенные подходы выявления атак с помощью анализа поведения и аномалий сетевого трафика. Анализ аномалий выявляет существенные отклонения трафика сетевых устройств от «нормального» профиля трафика для данного устройства или группы устройств. Эти алгоритмы предполагают наличие обучения и статистического анализа для построения и обновления «нормального» профиля трафика. Примерами сетевых аномалий являются внезапное увеличение интернет-трафика рабочей станции или изменение структуры трафика (например, увеличение зашифрованного SSL-трафика) в сравнении с обычными ежедневными показателями для данной рабочей станции. Для выявления плохого поведения и аномалий в большинстве случаев достаточно анализировать основные параметры трафика (телеметрию) [2].

В 2022 году в исследовании [20] было предложено статистическое распределение для повторяемости редких событий («черных лебедей»). Позже оно было экспериментально проверено на очень большом датасете и полностью подтвердилось, но статья с этими результатами еще находится в печати.

В настоящей работе будет предложен метод оценивания аномалий в текстовых чатах, основанный на предложенном в работе [20] статистическом распределении и на разработанном авторами ранее методе обобщенных  $N$ -грамм на коллекциях «существительное – глагол».

Цель исследования: разработка нового метода предсказания аномалий в текстовых чатах, не использующего корпусы текстов.

Задачи работы: краткое представление статистического описания повторяемости аномалий, представление метода  $N$ -грамм на парах «существительное – глагол», синтез методов в новый метод обнаружения аномалий в текстовых данных, тестирование метода, описание результата.

## **2. Материалы и методы**

Для интеллектуального анализа данных в больших системах могут использоваться, в том числе, и статистические методы, ос-

нованные на распределениях, соответствующих задаче. С помощью такого распределения можно, в частности, установить априорные вероятности появления аномалии. При этом детектировать саму аномалию в большой системе в реальном времени может оказаться затруднительно: слишком большой объем данных нужно проанализировать. Если статистическое распределение покажет повышение вероятности аномалии в системе, то далее можно воспользоваться методами классификации или кластеризации, чтобы уточнить прогноз аномалии, а в малых системах (например, чатах с небольшой историей сообщений) можно воспользоваться бэггингом для создания ансамбля и далее использовать те же методы, что и для больших систем.

## 2.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ АНОМАЛИИ

Введем несколько определений.

*Серия тестов*, или *k-серия* – случайная последовательность фиксированной длины  $k$  с двумя возможными исходами (условно 0 и 1), вероятности которых определены и постоянны.

*Знаковое событие* в серии тестов – это значение 1, появившееся в  $k$ -серии. Под *событием* далее понимается произвольный элемент  $k$ -серии.

*Измерение* далее понимается как количественно выраженный результат наблюдения.

*Аномалия* – это измерение, которое по своим свойствам (числовым значениям) определенным образом отличается от других.

В [20] используется следующая модель аномалии (там она называется инцидентом): аномалии предшествует конечная серия тестов, в которых либо происходят, либо не происходят знаковые события. Длина серии  $k$ , число  $a$  зарегистрированных в ней знаковых событий, постоянная вероятность  $p$  появления события в тесте находятся в списке параметров распределения. Семантическое содержание знакового события может отсутствовать: суть события не важна для вывода распределения. Семантическое содержание аномалии является обязательным (об этом упоминалось выше).

Распределение основано на следующих предположениях:

- измерение имеет фиксированную продолжительность, включающую целое число  $k$ -серий;
- при появлении в серии тестов меньше, чем  $a$  знаковых событий аномалии не происходит, но в противном случае аномалия происходит обязательно.

В этих предположениях распределение вероятностей аномалии, как показано, определяется вероятностью в пространстве  $k$ -серий. Для измерений важен еще параметр  $s$ , который характеризует продолжительность измерения в системе, т.е. такое количество  $k$ -серий, которое приводит к получению информации о системе (на меньшем промежутке времени наблюдатель не может диагностировать аномалию). Параметр  $s$  является еще одним атрибутом распределения. Конкретно, если обозначить через  $F_{a,s,k,p}(n)$  вероятность обнаружения первой аномалии в  $n$ -м измерении после зарегистрированной аномалии, то ее зависимость от номера измерения имеет вид

$$(1) \quad F_{a,s,k,p}(n) = P_{a,s,k,p}(n-1) \cdot (1 - P_{a,s,k,p}(n)),$$

где

$$(2) \quad P_{a,s,k,p}(n) = \frac{\sum_{m=1}^{\lfloor \frac{ns}{k} \rfloor} m C_{ns-m(k-1)}^m \left( \sum_{i=0}^{a-1} C_k^i p^i (1-p)^{k-i} \right)^m}{\sum_{m=1}^{\lfloor \frac{ns}{k} \rfloor} m C_{ns-m(k-1)}^m}.$$

К сожалению, асимптотики этой формулы установить пока не удалось, и поэтому в настоящей работе для вычислений будет использоваться именно это выражение. Характер зависимости  $F_{a,s,k,p}(n)$ , как показано, таков, что вероятность, как правило, монотонно падает при увеличении  $n$ . Но при определенных значениях атрибутов  $a, s, k, p$ , может присутствовать максимум при определенном  $n_{max}$ ; этот максимум и соответствует наиболее вероятному появлению аномалии (см. рис. 1).

В частности, из распределения (1) следует, что повторение аномалии гораздо более вероятно сразу после уже случившейся аномалии или в относительно короткий период времени после нее. Это говорит о том, что редкая аномалия в чате, когда одна тема резко вырывается вперед, не приходит одна: если такое событие случилось, то в скором времени оно, скорее всего, повто-

рится. Если такого рода аномалии приводят к значимым социально-политическим последствиям (как, например, в официальных чатах административных органов) или экономическим последствиям (в чатах корпораций), то от машинного анализатора требуется как можно раньше определить тему, которая выйдет в «супер-топ», т.е. станет второй аномалией. Это можно сделать, комбинируя предсказанное время второй аномалии и обычный подсчет динамики роста популярности тем: аномальной будет наиболее популярная и быстро растущая в преддверии срока повторения аномалии тема. Определив ее, например, за 1–2 дня до попадания ее в супер-топ, можно принять меры и предотвратить нежелательные последствия.

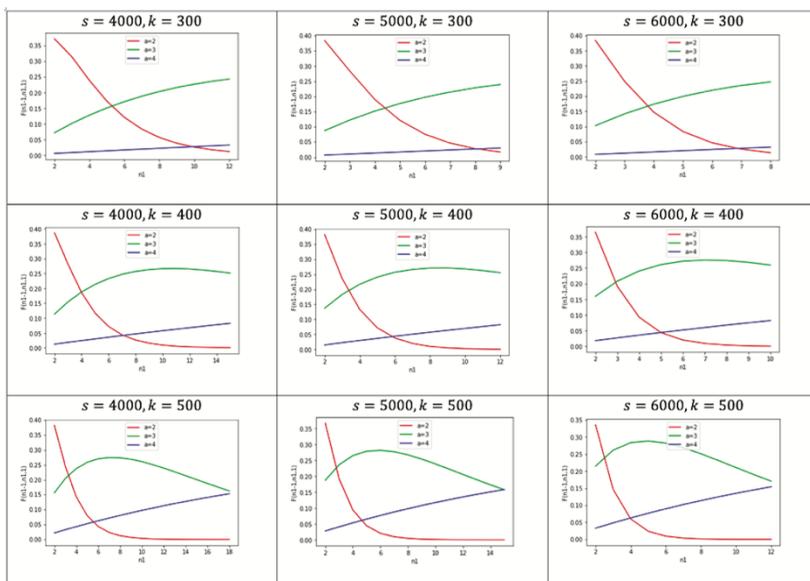


Рис. 1. Вероятность первого повторения при  $p = 0,001$  [20]

Для использования формулы (1) необходимо определить значения атрибутов для конкретной системы. Это можно сделать методом наименьших квадратов при достаточном количестве данных из рассматриваемой системы или ансамбля подобных систем. Конечно, для этого требуется много данных, и это является

слабым местом предлагаемого метода. Однако то, что метод может быть распространен на статистику в ансамбле систем, позволяет преодолеть этот недостаток, если имеется возможность оперативного обмена информацией между сходными чатами (например, между многими городскими администрациями). Альтернативой является длительное наблюдение в одной системе – это реализовано в эксперименте, который освещен в этой работе.

## 2.2. РАБОТА С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОВТОРЕНИЯ АНОМАЛИИ

Пусть имеется набор данных  $\{x_i\}$ , полученный в результате длительного наблюдения за системой, – набор измерений. Это очень простой набор: каждый экземпляр представляет собой 0 или 1, а именно: 0, если в момент времени, определенный индексом  $i$ , аномалии не было, а если было, то 1. Длительность наблюдений обеспечивает то, что индекс  $i$  пробегает большой ряд значений:  $i = 0, \dots, I - 1$ , причем  $I \gg 1$ .

Будем использовать описанную выше модель аномалии. То есть каждой аномалии предшествует последовательный набор из  $s$  серий тестов ( $k$ -серий), в котором имеется хотя бы одна серия с  $a$  или более знаковых событий. Напомним, что внутри набора из  $s$  серий тестов измерения невозможны, т.е. события внутри этого промежутка времени ненаблюдаемы, но параметры  $s, k, a$  влияют на статистику аномалий.

Упомянутое выше распределение указывает на повышенную вероятность повторения аномалии в более короткий срок, чем срок, который предсказывается статистикой аномалий. Например, если за период 10 000 наблюдений аномалии встретились 40 раз, то статистически следует ожидать следующую аномалию через 250 наблюдений после происшедшей. Но, согласно распределению, она с большой вероятностью наступит гораздо раньше, а период между несколькими (от 2) последовательными аномалиями будет значительно больше, чем 250 наблюдений. Последовательность аномалий, разделенных промежутками времени, намного меньшими, чем время, разделяющие такие последова-

тельности, будем кратко называть *аномальной серией*. Собственно, распределение, полученное в работе [20], показывает наличие таких аномальных серий.

Так как в исследовании речь идет о повторении аномалии, то в первую очередь разобьем выборку на аномальные серии (согласно распределению, они должны быть): число тестов внутри этих аномальных серий будет значительно меньше, чем между ними. Если такие серии выделить не удастся, то либо аномалии уединенные (и тогда распределение (1) не работает), либо 1 в последовательности измерений не соответствует аномалии – это измерение не такое уж редкое, т.е. не аномальное.

Алгоритм поиска всех аномальных серий в  $\{x_i\}$  приведен в Приложении.

Обозначим найденные аномальные серии через  $S_{ij} = \{x_i, \dots, x_j\}$ , где  $x_i = x_j = 1$ , так как серия должна начинаться и заканчиваться аномалией. Каждой такой серии  $S_{ij}$  поставим в соответствие число  $n_{ij}$ , определенное как средний номер отсчета, на котором аномалия повторилась:

$$n_{ij} = \left[ \frac{1}{k} (j_1 + j_2 + \dots + j_k) - i \right],$$

где  $j_1, \dots, j_k$  – индексы, для которых  $x_{j_1}, \dots, x_{j_k} = 1$  в серии  $S_{ij}$ , причем  $j_k = j$ . Чаще всего  $k = 1$  или 2, т.е. аномальная серия включает 2–3 аномалии.

Имеем набор значений  $n_{ij}$ , которые могут быть использованы для поиска параметров распределения (1), т.е. величин  $a, s, k, p$ : для этого достаточно найти максимум функции этих переменных на заданных  $n_{ij}$ . Поскольку распределение (1) показывает, что в случае одной и той же рассматриваемой природы аномалии числа  $n_{ij}$  не зависят от  $i$ , то их распределение одинаково для всех аномальных серий. Таким образом, имеем множество одинаково распределенных случайных величин, среднее значение которых, согласно центральной предельной теореме, распределено нормально.

Предсказание следующего повторения будет, собственно, максимумом функции (1) с параметрами  $a, s, k, p$ , т.е.  $n_{ij}$  для нового значения  $i$ . Если у нас несколько следующих подряд ано-

мальных серий, то, согласно сказанному выше о среднем значении  $n_{ij}$ , его можно считать предсказанием возникновения аномалии с нормально распределенным отклонением.

Иначе говоря, если для дальнейших действий не требуется знать явного вида распределения (1), а нужен лишь его максимум, то решать задачу оптимизации и определять  $a, s, k, p$  не нужно: можно обойтись статистическими данными за последнее время. Если же необходимо искать продолжительность периода, когда вероятность остается высокой, то все-таки придется находить параметры распределения, но это не является предметом настоящей работы.

### 2.3. МЕТОД ОБОБЩЕННЫХ $N$ -ГРАММ НА КОЛЛОКАЦИЯХ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ – ГЛАГОЛ

Традиционно  $N$ -граммы используются для генерации текста. При этом текст получается не очень хорошего качества и требует доработки человеком. Для тематического моделирования коротких сообщений без использования больших корпусов текста можно применять  $N$ -граммы, построенные на коллокациях, имеющих вид пар «существительное – глагол», и получать для каждого сообщения, содержащего хотя одну такую пару или ее часть, его кластер – тему. Для этого достаточно иметь текст, представляющий собой набор сообщений, каждое из которых есть последовательность предложений, и выделять в каждом предложении пары по следующему алгоритму.

1. Создать пару из двух None.
2. Просматривать предложение по словам и перейти к шагам 3 и 4 только для существительных или глаголов.
3. Если последняя пара не заполнена (содержит хотя бы одно значение None), то установить слово в пару на свое место (первое место – существительное, второе – глагол).
4. Если последняя пара заполнена, то образовать новую пару со словом на своем месте и None на другом месте.
5. По окончании просмотра текста удалить пары, содержащие None.

Далее пары группируются в списки: каждому сообщению соответствует свой список пар.

Дальнейшие действия направлены на группирование сообщений по их главным темам, т.е. на тематическое моделирование. Тематическое моделирование является задачей, родственной кластеризации: требуется найти тему (аналог – центр кластера) и сообщения (аналог – точки данных), которые наиболее близки к этой теме. Для этого построен алгоритм, основанный на следующих трех принципах:

- тема сообщения имеется либо среди существительных в парах этого сообщения, либо среди существительных в парах связанных с ним сообщений;
- сообщения связаны, если у них:
  - имеются общие пары (сильная связь);
  - имеются общие существительные (средняя связь);
  - имеются общие глаголы (слабая связь).
- общей темой является существительное с наибольшим весом в группе связанных сообщений.

По аналогии с построением  $N$ -грамм, где  $(N + 1)$ -е слово определялось частотой появления слова после данных  $N$  слов в базовом тексте, такой метод можно назвать парными  $N$ -граммами, но применять его именно для тематического моделирования, а не для генерации текста. В самом методе  $N$ -грамм (даже обобщённых) нет никакой новизны. В то же время его конкретная реализация в применении к русскоязычным текстам на коллокациях вида «существительное – глагол» является новой. Применение такого рода  $N$ -грамм для тематического моделирования в сочетании с предсказанием аномалий не встречается в литературе.

Множество тем – существительных – представляет собой множество ключей словарей, значениями в которых выступают пары «существительное – глагол» с их весом. Множество тем может быть изначально пустым, но при необходимости в него уже можно заложить некоторые образующие кластеров, т.е. задать темы и соответствующие им пары с весами. Далее для каждой пары в каждом сообщении реализуется следующий алгоритм:

1. Если существительное новой пары содержится хотя бы в одной паре темы, то новая пара включается во все такие темы, а также во вновь созданные для данного сообщения темы с весами, равными 1.

2. Если существительное новой пары не содержится ни в одной паре существующих тем, но глагол содержится хотя бы в одной паре существующих тем, то пара включается в эти темы с весами, равными  $0 < \mu < 1$  (задаваемый постоянный параметр), а также создается новая тема по существительному и новая пара включается в нее и во все вновь созданные для данного сообщения темы с весами, равными 1.

3. Если ни существительное, ни глагол новой пары не содержатся в парах существующих тем, то формируется новая тема по существительному и новая пара включается в нее, а также во все вновь созданные для данного сообщения темы с весами, равными 1.

После того как все пары всех сообщений обработаны этим алгоритмом, образуется словарь тематической модели: с ключами – темами (существительными) и значениями в виде словаря с ключами – парами «существительное – глагол», а значениями – вероятностями вхождения пары в тему. Вероятности получаются нормированием весов: вес делится на сумму всех весов пары во всех темах – так получается вероятность принадлежности пары данной теме.

Итогом тематического моделирования является свернутый по значениям вероятностей пар словарь тематической модели: в нем каждому ключу-теме соответствует числовое значение веса этой темы, равное сумме всех вероятностей входящих в нее пар. Отсортированный по убыванию значений, этот объект даст искомые кластеры с их весами.

Материалом для работы послужили чаты, группы и каналы в Telegram, на которые подписан один из авторов работы. Объем текстового материала составил около 50 Мб, что соответствует примерно 2 млн слов, собранным за 5 лет.

**Пример.** Сообщение «Надеюсь, вернулся уже из всех командировок. 14 мая, как мне сказали, будет круглый стол про личные данные и этическое регулирование. Меня спрашивают – пойду ли я. У меня вопрос к тебе – я тебе там нужен?»

Построенное множество пар (местоимения здесь отнесены к существительным, но в темы не отображаются): (командировка, вернуться), (я, сказать), (стол, быть), (я, спрашивать), (я, идти), (ты, нужен).

Остальные отфильтрованы как неполные. В этот день после подсчета весов тем темы, фигурирующие в этом сообщении, были на следующих позициях в общем рейтинге тем (в скобках – позиция в предыдущий день):

стол – 34 (36),  
командировка – 122 (145).

Так случилось, возможно потому, что командировка в этот день обсуждалась и с другими собеседниками, а до этого встречалась редко. Стандартное отклонение, посчитанное к этому дню, равно 5,78, а изменение позиции слова «командировка» равно 23, что превышает стандартное отклонение почти в 4 раза. Это наверняка аномалия (то, как точно определить аномалию, будет разъяснено ниже в алгоритме).

### **3. Результаты**

#### **3.1. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ НАИБОЛЕЕ ВЕРОЯТНОГО ВРЕМЕНИ НОВОЙ АНОМАЛИИ**

Объединяя приведенные выше методы, получаем следующий метод оценки наиболее вероятного времени появления повторной аномалии в текстовых чатах.

1. Определяем источник(и) сообщений и квант времени  $\tau$  (обычно сутки).

2. Выбираем сообщения за каждый промежуток  $\tau$  и записываем их в список  $M_j$ , где  $j$  – номер взятого промежутка времени.

3. Проходим по списку  $M_j$ , выполняя алгоритм парных  $N$ -грамм. В результате получаем обновленный, сортированный по убыванию значений словарь тем.

4. Вычисляем изменения позиций тем по отношению к промежутку времени  $j - 1$ : строим словарь  $D_j$  с ключами-темами и значениями – изменениями их позиций.

5. Определяем тему с наибольшим изменением позиции вверх. Сравниваем это изменение с  $K\sigma_j$ , где  $K$  – глобальный коэффициент, устанавливаемый в качестве параметра, а  $\sigma_j$  – стандартное отклонение в выборке значений словаря  $D_j$ . Обычно достаточно принять  $K = 2$ , но если при этом аномалии возникают слишком часто, то можно увеличить значение  $K$ . Если позиция

темы выросла более чем на  $K\sigma_j$ , то распознаем эту тему как аномальную в период  $j$ .

6. Вычисляем все такие  $j$ , для которых появлялись аномальные темы. Записываем их в список  $A$ .

7. Определяем аномальные серии элементов, как описано выше: эти серии (обычно из 2–3 элементов) будут соответствовать одному пику вероятности повторения аномалии.

8. Для каждой выделенной серии из более чем одной точки считаем, что среднее время всех точек, кроме первой, соответствует максимуму кривой  $F_{a,s,k,p}(n)$ , т.е.  $n_{max} = \langle j \rangle_1$ , где среднее берется по всем элементам группы, кроме первого.

9. Считаем, что  $n_{max} = n_{max}$  для следующей серии, которая начнется, как только будет зарегистрирована следующая аномалия. Обучение закончено: параметр  $n_{max}$  определен.

10. При дальнейшем функционировании предиктора аномалий – обнаруживать аномалии по критерию, указанному в п. 5 с тем же значением  $K$ , что было принято при обучении, и выдавать прогноз в виде  $n_{max}$  периодов  $\tau$ , основанный на нескольких последних сериях измерений (число серий измерений можно установить вручную, в эксперименте ниже оно равно 5).

Выполнение этого алгоритма производится на протяжении всей работы предиктора, и значение прогнозного максимума вероятности аномалии может регулярно изменяться, но, как следует из соображений, приведенных при выводе распределения (1) в работе [20], если причина возникновения аномалий в чате не меняется, то и величина  $n_{max}$  сильных изменений не претерпит. Причина возникновения аномалий может измениться только при изменении системных характеристик чата (значительно изменится число абонентов, изменится характер деятельности хозяина чата и т.п.).

Проведенный эксперимент имеет следующий сценарий. Период измерения – 1 день. То есть определение тем и их сортировка производятся каждый день. Скользящим образом определяется значение стандартного отклонения  $\sigma$  в дневном изменении позиций тем (исчезающие и появляющиеся темы не учитываются при расчете стандартного отклонения). Если в текущий

день какая-то тема изменила позицию больше, чем на  $K\sigma$  вверх, то этот день объявляется аномальным (аномалией). Задача состоит в том, чтобы предсказать следующий аномальный день.

В эксперименте использовалось значение  $K = 1,85$ . В истории записей по всем чатам, группам и каналам было 1712 дней и было зафиксировано 52 аномалии, из которых только две не имели соседей по серии (стояли уединенно). Аномалии были разделены на 5 последовательных серий:  $S_{33,36}, S_{95,99}, \dots$ , т.е. вычисление параметров производилось по итогам 5 усредненных значений сроков повторения аномалии (см. рис. 2). Результат показан на рис. 3.

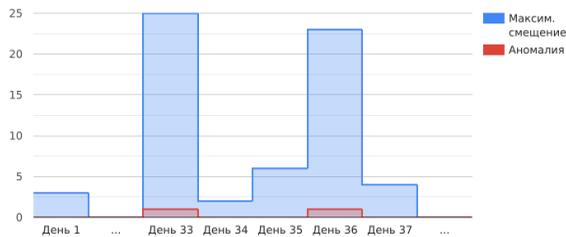


Рис. 2. Построение аномальной серии (показано одно повторение аномалии)

Аномальных серий в эксперименте зафиксировано 24 и все они включали не более 3 аномалий. Например, в первой аномальной серии случаи повышения какой-либо темой своей позиции более чем на текущее значение  $K\sigma$  регистрировались на 33 и 36 день после начала наблюдения. То есть аномальная серия содержала две аномалии и промежуток времени между ними равен 3. Как видно из графика на рис. 3, были случаи, когда этот промежуток времени был равен 1 и даже 0 (т.е. две аномалии произошли в один день). Но среднее значение ожидаемого наступления аномалии после уже зарегистрированной колебалось между 6 и 8 днями. Все 24 аномальные серии (изображены зелеными точками) расположены в первых пяти измерениях (с 0 по 4). Для измерения 5 фактических значений нет, есть только предсказание.

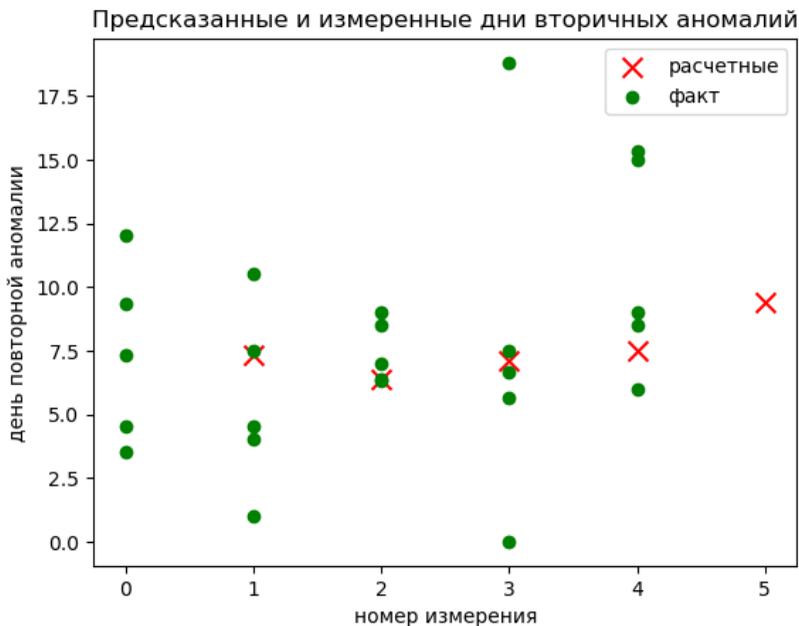


Рис. 3. Предсказанные (крест) и фактические (точка) дни повторения аномалий

На диаграмме видно, что предсказания дня повторения аномалии в целом соответствуют тенденциям появления фактически регистрируемых аномалий, хотя погрешность может быть существенной. Это объясняется тем, что максимум распределения (1) для этих аномалий не является острым.

Если аномалии наступают независимо друг от друга, а зависят от наличия каких-то наблюдаемых признаков в цепи событий, то случайный процесс появления аномалий стационарен при условии стационарности процессов появления признаков. В этом случае вероятность появления аномалии после уже случившейся будет иметь максимум через число дней, равное математическому ожиданию нормального распределения. Это математическое ожидание на всей выборке можно оценить как  $\mu = \frac{i_l - i_f}{n_a - 1}$ , где  $i_l$  – индекс последней аномалии;  $i_f$  – индекс первой аномалии;  $n_a$  – число аномалий. В нашем случае  $\mu = 32,45$ , что явно

намного выше предсказанного значения, обусловленного нахождением аномалии в аномальной серии. Иными словами,  $p$ -значение для гипотезы повторения в сериях будет значительно больше, чем для гипотезы нормального распределения без учета аномальных серий. Это говорит о том, что гипотеза аномальных серий подтверждается на этой выборке.

Оценим точность предсказания дня повторения аномалии в нашей модели и, для сравнения, в авторегрессионной модели ARIMA (с тем же критерием аномалии).

Точность метода можно оценить по успешности предсказания аномалии в определенном периоде после случившейся аномалии. Предложенный нами метод предсказывает наиболее вероятный день повторения аномалии. После первых пяти аномальных серий, которые произошли за 453 дня, наша модель показала, что следующая аномалия повторится на  $\mu = 7$  день со стандартным отклонением 1,47, т.е. с 2 по 12 день по уровню  $3\sigma$ . Из 5 следующих аномальных серий таких было 4, т.е. для них можно считать  $Acc = 80\%$ . Далее можно построить еще три показателя  $Acc$  по имеющимся данным. Общий показатель по всем измерениям равен  $Acc = 76\%$ .

Теперь посмотрим на прогноз ARIMA. После обучения на 453 днях модель ARIMA выдала последовательность аномалий, которая разделилась на аномальные серии иначе, чем последующие реальные данные. Если говорить, как и в нашей модели, только о повторении аномалии, т.е. о прогнозной длине аномальной серии, то в модели ARIMA после первого обучения получилось только 13 аномальных серий (остальные аномалии предсказаны уединенными). Поэтому разделить на измерения таким же образом, как в случае нашей модели, не получится и метрику качества нужно считать, взяв среднюю повторяемость по этим 13 сериям, а стандартные отклонения – те, которые были в реальных данных (те же, что взяты выше для нашей модели). Тогда для обученной на 453 днях модели ARIMA, получим  $\mu_{av} \approx 14$  и в интервал  $3\sigma$  попадут только 6 из 19 реальных серий, т.е.  $Acc = 32\%$ .

Если обучить модель ARIMA на данных, полученных после регистрации следующих 5 аномальных серий, то качество прогноза станет лучше (по крайней мере коэффициент детерминации значительно вырастет), но все равно из оставшихся 14 реальных аномальных серий, только 5 будут соответствовать предсказанию. То есть  $Acc = 36\%$ .

Надо сказать, что рассматриваемые аномалии не относятся к одинаковым темам; в исследовании делался упор на аномалию как таковую, а какая именно тема резко поднимает свою значимость – не имело значения. Это подчеркнуто выше, когда говорилось о процедуре использования предсказания срока повторения аномалии. То есть применительно к результату эксперимента надо сказать, что повторную аномалию следует искать в течение примерно двух недель от уже случившейся, а наиболее вероятно – на 7–9 день. С учетом того, что аномалии в этом чате возникали, в среднем, чуть реже, чем раз в месяц, можно сказать, что период между сериями примерно равен двум месяцам. То есть после двух недель увеличения риска повторения аномалии далее следует примерно полуторамесячный период «спокойствия». Но, что самое главное, в течение двух недель аномалия почти всегда возникала и, если ее вовремя выявить, то можно было принять меры.

#### **4. Заключение**

В работе предложен новый метод предсказания возникновения аномалий в потоке текстовых сообщений. Решение основано на модели аномалии, предложенной в работе [20] и учитывающей скрытые причины аномалий. В работе использовался алгоритм тематического моделирования коротких сообщений на основе коллокаций типа «существительное – глагол». Путем объединения метода динамической оценки риска повторения редких событий и метода тематического моделирования с помощью пар «существительное – глагол» построен алгоритм предсказания срока наиболее вероятного наступления следующей аномалии после уже зарегистрированной в системе.

Применение предложенного метода может быть полезно в исследованиях и анализе появления аномалий в сложных социальных системах, взаимодействие в которых отражается в коммуникациях через социальные сети и мессенджеры.

### **Приложение. Алгоритм поиска аномальных серий в выборке**

Алгоритм проще всего проиллюстрировать в виде программы на языке Python.

```
def aseries(x: list):
    """
    Определяет аномальные серии в длинной серии бинарных исходов.
    Аргумент
    -----
    x (list): серия измерений с двумя исходами (0 или 1)
    Возврат
    -----
    Список пар чисел: [индекс начала аномальной серии в списке x,
    количество измерений в серии, помимо первого]
    """
    dx = {}
    for i, xi in enumerate(x[:-1]):
        if xi:
            dx[i]=x[i+1:].index(1)+1
    vdx = list(dx.values())
    adx = sum(vdx)/len(vdx)
    aseries_points = []
    for k in dx:
        if dx[k]<adx:
            aseries_points.append([k,dx[k]])
    return aseries_points
```

### **Литература**

1. КУЗОВЛЕВ В.И., ОРЛОВ А.О. *Выявление аномалий при прогнозном анализе данных* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2016. – № 5. – С. 75–85.

2. МИКОВА С.Ю., ОЛАДЬКО В.С. *Сетевые аномалии и причины их возникновения в экономических информационных системах // Издательский центр «ИУСЭР. – Экономика и социум. – 2015. – №3 (16) – С. 76–81.*
3. САВЕНКОВ П.А., ИВУТИН А.Н. *Методы анализа естественного языка в задачах детектирования поведенческих аномалий // Известия ТулГУ. – Технические науки. – 2022. – №3. – С. 358–366.*
4. САВИЦКИЙ Д.Е., ДУНАЕВ М.Е., ЗАЙЦЕВ К.С. *Выявление аномалий при обработке потоковых данных в реальном времени // Int. Journal of Open Information Technologies. – 2022. – №6. – С. 70–76.*
5. ЧАСТИКОВА В.А., КОЗАЧЁК К.В., ГУЛЯЙ В.Г. *Методы обработки естественного языка в решении задач обнаружения атак социальной инженерии // Вестник Адыгейского государственного университета. – Сер. 4: Естественно-математические и технические науки. – 2021. – №4 (291). – С. 95–108.*
6. <https://hadoop.apache.org/> (дата обращения: 01.10.2021).
7. BENMAHDI D., RASOLOFONDRAIBE L., CHIEMENTIN X. et al. *RT-OPTICS: real-time classification based on OPTICS method to monitor bearings faults // Journal of Intelligent Manufacturing. – June 2019. – Vol. 30, Iss. 5. – P. 2157–2170.*
8. BORJ P.R., RAJA K., BOURS P. *Online grooming detection: A comprehensive survey of child exploitation in chat logs // Knowledge-Based Systems. – 2023. Vol. 259. 110039. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2022.110039> (accessed 1 July 2023).*
9. GUPTA A., MATTA P., PANT B. *Identification of Cybercriminals in Social Media using Machine Learning // Int. Conf. on Smart Generation Computing, Communication and Networking (SMART GENCON). – Bangalore, India. – 2022. – P. 1–6. – DOI:10.1109/SMARTGENCON56628.2022.10084119.*
10. LEMAIRE V., ALAOUI ISMAILI O., CORNU'EJOLS A. et al. *Predictive k-means with local models // In: Workshop LDRC–2020 (Workshop on Learning Data Representation for Clus-*

- tering) in PAKDD–2020 (The 24th Pacific-Asia Conf. On Knowledge Discovery and DataMining). – May 2020. – Singapore. – P. 11–16.
11. MD TAHMID RAHMAN LASKAR, JIMMY XIANGJI HUANG, SMETANA V. et al. *Extending Isolation Forest for Anomaly Detection in Big Data via K-Means* // ACM Trans. – Cyber-Phys. Syst. 5, 4, Article 41. – 2021. – 26 p. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3460976>.
  12. SARVANI A., VENUGOPAL B., DEVARAKONDA N. *Anomaly Detection Using K-means Approach and Outliers DetectionTechnique* // In: Soft Computing: Theories and Applications. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Singapore. – 2019 – P. 742.
  13. SHERIFF M.Z., NOUNOU M.N. *Improved Fault De-tection and Process Safety Using Multiscale Shewhart Charts* // Chem. Eng. Process Technol. – 2017. – Vol. 8(2). – P. 1–16. – DOI: 10.4172/2157-7048.100032.
  14. TALEB N.N. *Black Swan and Domains of Statistics* // The American Statistician. – 2007. – Vol. 61, No. 3.
  15. TSIGKRITIS T., GROUMAS G., SCHNEIDER M. *On the Use of k-NN in Anomaly Detection* // Journal of Information Security. – 2018. – Vol. 9. – P. 70–84.
  16. <https://spark.apache.org/> (дата обращения: 01.10.2021).
  17. VANNEL Z., DONGHYUN K., DAEHEE S., *Ahyoung Leea An unsupervised anomaly detection frame-work for detecting anomalies in real time through network system's log files analysis* // High-Confidence Computing. – 2021. – Vol. 1, Iss. 2.
  18. WANG Z., ZHOU Y.H., LI G.M. *Anomaly Detection by Using Streaming K-Means and Batch K-Means* // 5th IEEE Int. Conf. on Big Data Analytics (IEEE ICBDA 2020). – Xiamen, China, 8–11 May 2020. – P. 11–17.
  19. ZIMEK A., SCHUBERT E. *Outlier Detection* // *Encyclopedia of Database Systems*. – Springer New York, 2017. – DOI: 10.1007/978-1-4899-7993-3\_80719-1.
  20. ZUEV S., KABALYANTS P. *On the black swan risk dynamical evaluation* // Int. Journal of Risk Assessment and Management. – 2022. – Vol. 25, No. 1/2. – P. 56–66.

## MACHINE MONITORING OF TEXT CHATS AND DETECTION OF ANOMALIES

**Elena Mozaidze**, Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, graduate student (mozaidze95@mail.ru).  
**Sergei Zuev**, V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Cand.Sc., associate professor (sergey.zuev@bk.ru).

*Abstract: The aim of the work is to develop a new method for detecting anomalies in text chats that does not use text corpora. Tasks: a brief presentation of the statistical description of the recurrence of anomalies developed in the authors' previous works, the introduction of the method of paired (generalized) N-grams, the synthesis of these methods into a new method for detecting anomalies in short message exchange systems, the method testing. A new method for detecting anomalies in the flow of text messages is proposed, which does not use a corpus of texts for learning, and, in addition, allows online learning. The material for the work was chats, groups and channels in Telegram, to which one of the authors of the work is subscribed. The volume of text material was about 50 MB, which corresponds to about 2 million words collected over 5 years. The method uses a statistical distribution of the repetition of anomalous events, as well as a method of thematic modeling based on the statistics of noun-verb pairs. Both methods were proposed earlier in the authors' works. The experiment showed that the results predicted by the proposed method correspond to the actually registered anomalies. The application of the proposed method can be useful in research and analysis of the appearance of anomalies in complex social systems, the interaction in which is reflected in communications through social networks and messengers. Such tasks are relevant both for government agencies and for business, and can help to smooth out acute social and industrial problems. The proposed method is seemed especially useful for the journalism because it allows you to determine the time of the most likely appearance of significant social phenomena.*

**Keywords:** anomaly detection, topic modeling, probabilities of rare events, repeatability of rare events, anomalies in text chats.

УДК 004.8

ББК 22.17

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.4

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Н.Н. Бахтадзе.*

*Поступила в редакцию 19.10.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ И РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В СЛУЧАЙНЫХ СЕТЯХ ДЛЯ СМЕШАННЫХ МОДЕЛЕЙ ЭВОЛЮЦИИ И ПРИ УДАЛЕНИИ УЗЛОВ <sup>1</sup>

Маркович Н. М.<sup>2</sup>, Рыжов М. С.<sup>3</sup>, Кулик М. Р.<sup>4</sup>.

( ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Изучается эволюция случайной сети моделями предпочтительного (preferential attachment), кластерного (clustering attachment) и смешанного присоединений для формирования связей вновь присоединенных узлов с существующими узлами. Рассматриваются стратегии удаления узла на каждом шаге эволюции сети: 1) без удаления узлов и связей; 2) удаление наименее влиятельного узла среди наиболее «старых», где в качестве меры влиятельности узла используется его пейджранг; 3) удаление узла с вероятностью, обратно пропорциональной числу его связей. Для этих стратегий удаления моделированием сравниваются зависимости двух характеристик случайных сетей: числа связей узлов и числа их треугольников (т.е. троек связанных узлов, в которые узел вовлечен) и поведение кластерных коэффициентов узлов. Оценивается тяжесть хвоста распределения для числа связей и треугольников. Смешанное кластерно-предпочтительное присоединение предлагается впервые.*

Ключевые слова: эволюция сети, предпочтительное и кластерное присоединения, смешанное присоединение, число связей узла, число треугольников узла, удаление узла, кластерный коэффициент.

## 1. Введение

Рассматривается эволюция ненаправленных случайных сетей и описывающих их графов в предположении разных стратегий удаления узлов с их связями. Случайные графы – статистические модели, имеющие множество приложений от нейронных и транспортных сетей до анализа социально-информационных

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №24-21-00183.

Авторы признательны анонимному рецензенту за ценные замечания.

<sup>2</sup> Наталья Михайловна Маркович, д.ф.-м.н., г.н.с. (nat.markovich@gmail.com).

<sup>3</sup> Максим Сергеевич Рыжов, н.с. (maksim.ryzhov@frtk.ru).

<sup>4</sup> Михаил Ростиславович Кулик, студент, техник (mishakulik2002@yandex.ru).

сетей. Обозначим граф на шаге эволюции  $t$  как  $G_t = (V_t, E_t)$ ,  $V_t$  – множество вершин,  $E_t$  – множество ребер,  $\|\cdot\|$  – мощность множества (число элементов). Эволюция, т.е. присоединение новых узлов новыми связями к существующим узлам, начинается с начального графа  $G_0$ . Рост числа узлов и связей в реальных сетях происходит по различным моделям эволюции таким, как предпочтительное присоединение (ПП, preferential attachment) различных типов [3, 6, 11, 12, 28], кластерное присоединение (КП, clustering attachment) [7, 25, 26] и их смеси [4]. Смена модели присоединения происходит из-за внешних факторов, например, появления новой области знаний в сети цитирования. Параметры модели могут меняться во времени [4].

Важными характеристиками эволюции сети во времени  $t$  являются распределение числа связей узлов (node degree) и кластерный коэффициент (clustering coefficient) узла, зависящий как от числа связей, так и от числа треугольников, к которым данный узел принадлежит. Под треугольником понимаются три узла, связанные между собой. Число треугольников определяет локальную связанность узлов в сети. Хвостовой индекс (ХИ) или его обратная величина – индекс экстремальной величины (ИЭВ), показывающие тяжесть хвоста распределения числа связей, могут сменой своего знака отражать и смену модели эволюции. В работе смена модели эволюции предполагается случайной, происходящей с заданной вероятностью.

Известно, что ПП ведет к степенному закону (power-law) распределения числа связей (так называемому свойству scale-free) [11] и к свойству «маленького мира» (small-world) [17], с. 238. В моделях ПП кластерный коэффициент сильно отличается для разных графов. Геометрическим моделям ПП свойственна высокая кластерность [1, 20, 21]. Случайная величина (сл.в.) имеет степенное распределение, если

$$(1) \quad P(X = k) \sim Ck^{-(1+\iota)}, \iota > 0, \quad k \rightarrow \infty,$$

для некоторых положительных констант  $C$  и  $\iota$ .<sup>1</sup> Дискретное распределение (1) относится к классу распределений с тяжелым хвостом, а именно, с регулярно меняющейся хвостовой функцией  $\bar{F}(x) := 1 - F(x)$  ( $F(x)$  – функция распределения):

$$(2) \quad \bar{F}(x) = \ell(x)x^{-\iota} \text{ для любого } x > 0,$$

где  $\ell(x)$  медленно меняющаяся функция, т.е. такая, что  $\lim_{x \rightarrow \infty} \ell(tx)/\ell(x) = 1 \forall t > 0$  [24]. Чем меньше ХИ  $\iota$ , тем тяжелее хвост.

Некоторые сети, например транспортные, имеют распределения числа связей с легкими хвостами [22]. Легкие хвосты стремятся к нулю при  $x \rightarrow \infty$  медленнее, чем хвост экспоненциального распределения. Их ИЭВ  $\gamma = 1/\iota < 0$  или  $\gamma = 0$ . Примерами распределений с легкими хвостами с  $\gamma = 0$  служат экспоненциальное и нормальное распределения, а с  $\gamma < 0$  – равномерное и бета-распределения. Определение ИЭВ приводится в [15].

В случайных сетях, например сетях цитирования, многие старые узлы теряют свою значимость, присоединение к ним новых узлов (цитирование новыми статьями) не происходит, и они оказываются «забытыми», изолированными, фактически удаляются из сети.

Цель работы – изучение влияния смены моделей присоединения, естественного для динамики реальных сетей, и стратегий удаления узлов на тяжесть хвоста распределений числа связей и треугольников, на их зависимость и на поведение средних кластерных коэффициентов узлов. Влияние начальных графов, с которых начинается эволюция, на указанные характеристики, а также детекция сохранения геометрии сети в ходе эволюции требуют исследования.

В работе [19] получены ХИ степенных распределений для числа связей узлов ненаправленных графов при равномерном, т.е. с равными вероятностями, удалении узла или(и) связи на каждом

<sup>1</sup>  $a_n \sim b_n$  означает, что последовательности  $a_n$  и  $b_n$  асимптотически равны, т.е.,  $a_n/b_n \rightarrow 1, n \rightarrow \infty$ .

шаге эволюции ПП. В нашей работе рассматривается неравномерное удаление узлов.

Тестирование степени зависимости (полная, сильная, слабая зависимость и независимость) между двумя случайными векторами, например, числом входящих и выходящих связей узлов графов, полученных с помощью ПП, предложено в работе [36]. Полная зависимость соответствует концентрации двумерных наблюдений на луче с положительным наклоном; сильная зависимость – концентрации наблюдений в правильном конусе в квадранте положительной полуоси  $R_+^2$ ; слабая зависимость – рассеянию во всем квадранте  $R_+^2$ ; независимость – концентрации вдоль осей  $X$  и  $Y$ . Строгие тесты построены в [36] в предположении, что наблюдения каждого вектора независимы, одинаково распределены и имеют распределение с тяжелым хвостом, что не всегда отвечает контексту случайных сетей. В рассматриваемой нами зависимости числа треугольников и числа связей, распределения этих сл.в. могут иметь как тяжелый, так и легкий хвост в зависимости от моделей эволюции и стратегий удаления узлов с их связями. Эти зависимости сравниваются средствами моделирования для трех моделей эволюции: ПП, КП и смешанном кластерно-предпочтительном (КПП) присоединениях. КПП предлагается впервые.

В работе изучаются три стратегии удаления на каждом шаге эволюции: 1) без удаления существующих узлов или связей; 2) удаление наименее влиятельного узла среди наиболее «старых», где в качестве меры влиятельности узла используется пейджранг узла; 3) удаление узла с вероятностью, обратно пропорциональной числу его связей.

Статья имеет следующее содержание. В разделе 2 приводится краткий обзор моделей эволюции сетей. В разделе 3 описываются стратегии удаления маловлиятельных узлов. Раздел 4 содержит применяемые подходы и методы статистического анализа. Разделы 5 и 6 содержат описание эксперимента и результаты моделирования для сравнения ИЭВ и зависимости числа треугольников и числа связей узлов, поведения среднего кластерного ко-

эффицента для ПП, КП и КПП. В разделе 7 приводится анализ реальных сетей. Раздел 8 содержит выводы.

## 2. Обзор моделей эволюции случайных графов

ПП моделирует присоединение новых узлов с большей вероятностью к наиболее влиятельным узлам, так как вероятность присоединения пропорциональна числу связей узла. Новый узел присоединяется к существующему узлу  $i$  ненаправленного графа с вероятностью

$$(3) \quad P_{PA}(i, t) = d_{i,t} / \sum_{s \in V_t} d_{s,t},$$

где  $d_{i,t}$  – число связей узла  $i \in V_t$ . ПП был предложен для обоснования тяжелых хвостов распределений характеристик влиятельности узлов таких, как число их связей и пейджранги,<sup>1</sup> что характерно для веб-графов. Поэтому ПП интенсивно изучается в литературе, см. обзор [24]. Для направленных графов предложены три схемы ПП с учетом направления присоединяемых ребер и возможности создания новых ребер между существующими узлами, что позволяет строить несколько ребер между узлами и петли узлов [34]. ПП выражается в стремительном росте связей небольшого числа узлов.

КП предложен в [7] для моделирования локальных сетей, когда присоединение нового узла происходит лишь к узлам, вовлеченным в треугольники. Например, в социальных сетях индивиды могут иметь друзей не среди популярных людей, а в сво-

<sup>1</sup> Определение вектора пейджранга  $R = (R_1, \dots, R_n)^T \in (0, \infty)^n$  предложено в [9] как единственное решение системы линейных уравнений

$$(4) \quad R_i = c \sum_{j: (j,i) \in E} \frac{R_j}{D_j} + (1-c)q_i, \quad i \in \{1, \dots, n\},$$

где сумма берется по числу страниц  $j$ , имеющих входящие связи в страницу  $i$  (число входящих связей узла  $i$ ),  $D_j$  – число выходящих связей страницы  $j$ ,  $c \in (0, 1)$  – коэффициент демпфирования, обычно равный 0,85 в Гугле,  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$  – вектор персонализации такой, что  $0 \leq q_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^n q_i = 1$ . В несколько иной форме система линейных уравнений приводится в [5].

ем окружении, формируя тесные сообщества. Вместо гигантских узлов с большими числом связей, как для ПП, КП ведет к тесно связанным сообществам. В [7] показано без доказательства, что КП порождает легкие хвосты распределений числа связей узлов. КП моделирует эволюцию социальных сетей и сетей, где новые узлы присоединяются не к узлам с большим числом связей, а к сильно связанным сообществам. Вероятность присоединения нового узла к узлу  $i \in V_t$  определяется как

$$(5) \quad P_{CA}(i, t) = \left( c_{i,t}^\alpha + \epsilon \right) / \left( \sum_{s \in V_t} c_{s,t}^\alpha + \epsilon \|V_t\| \right), \quad \alpha > 0,$$

$$(6) \quad P_{CA}(i, t) = \frac{\mathbb{I}\{c_{i,t} > 0\} + \epsilon}{\sum_{j \in V_t} \mathbb{I}\{c_{j,t} > 0\} + \|V_t\| \epsilon}, \quad \alpha = 0,$$

где

$$c_{i,t} = \begin{cases} 0, & d_{i,t} = 0 \text{ или } d_{i,t} = 1, \\ 2\Delta_{i,t} / (d_{i,t}(d_{i,t} - 1)), & d_{i,t} \geq 2, \end{cases}$$

– кластерный коэффициент,  $0 \leq c_{i,t} \leq 1$ ,  $\Delta_{i,t}$  – число треугольников, в которые вовлечен узел  $i$  на шаге эволюции  $t$ ,  $\alpha, \epsilon \geq 0$  – параметры модели, [24]. Модель КП не позволяет моделировать параллельные связи между парами узлов и петли узлов.

Предложим модель КПП, где новый узел присоединяется к существующим узлам с вероятностями, соответствующими моделям ПП или КП, что больше соответствует реальности. Примером может служить просмотр сайтов своих коллег или каких-то ученых с большим индексом цитирования. На шаге эволюции  $t$  вероятность присоединения нового узла к узлу  $i \in V_t$  следующая:

$$P_{CPA}(i, t) = \begin{cases} P_{PA}(i, t) & \text{с вероятностью } p, \\ P_{CA}(i, t) & \text{с вероятностью } 1 - p. \end{cases}$$

$p \in (0, 1)$  – параметр модели КПП.

Изучим поведение среднего кластерного коэффициента узлов сети:

$$(7) \quad \bar{c}_t = \frac{1}{\|V_t\|} \sum_{i \in V_t} c_{i,t}$$

для моделей ПП, КП и КПП.  $\bar{C}_t$  показывает тенденцию узлов к формированию треугольников и наличие геометрии сетей. В геометрической сети узел не только имеет вес, но и некоторую позицию в  $d$ -мерном метрическом пространстве (геолокацию). Вероятность соединения двух узлов в геометрическом графе является возрастающей функцией от весов узлов и убывающей функцией от расстояния между ними [27]. Если  $\bar{C}_t$  не убывает с возрастанием числа узлов  $\|V_t\|$ , то есть геометрия в сети [27].

### 3. Стратегии удаления маловлиятельных узлов

Если на каждом шаге эволюции добавляется и удаляется по одному узлу, то общее число узлов в сети остается неизменным. В нашем моделировании предполагается присоединение нового узла к существующим двумя связями. Так как узел  $i$  удаляется вместе с его связями, а их случайное число  $d_{i,t}$ , то число связей в сети на каждом таком шаге эволюции меняется на величину  $2 - d_{i,t}$ .

#### 3.1. УДАЛЕНИЕ МАЛОВЛИЯТЕЛЬНЫХ УЗЛОВ С БОЛЬШИМ «ВРЕМЕНЕМ ЖИЗНИ» В СЕТИ

Опишем алгоритм выбора наименее влиятельного узла среди наиболее «старых» узлов сети. В качестве меры влиятельности узла используем его пейджеранг. Для вычисления пейджеранга  $R_i$  случайно выбранной страницы  $i \in V$  веб-графа  $G = (V, E)$  используем итерационный метод

$$(8) \quad \widehat{R}_i^{(n,0)} = 1, \quad \widehat{R}_i^{(n,k)} = \sum_{j:(j,i) \in E} \frac{c}{D_j} \widehat{R}_j^{(n,k-1)} + (1 - c), \quad k \in N,$$

предложенный в [13] для заданного равномерного вектора  $q_i = 1/n$ ,  $1 \leq i \leq n = \|V\|$ . Итерация (8) продолжается, пока разность между двумя последовательными итерациями  $|\widehat{R}_i^{(n,k)} - \widehat{R}_i^{(n,k-1)}|$  не становится достаточно малой, что достигается вследствие быстрой сходимости метода после небольшого числа итераций  $k$ .

Узлы сети на шаге эволюции  $t$  располагаются в порядке убывания «времени жизни»  $\{T_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, t$ , измеряемом в числе шагов, прошедших с момента присоединения  $i$ -го узла  $t_{0,i}$  до  $t$ , т.е.  $T_i = t - t_{0,i}$ .

Поскольку «молодые» узлы могут еще не набрать большой пейджеранг, то кандидаты на удаление могут быть рассмотрены среди узлов с «временами жизни»  $T_i > t - \epsilon_0$ ,  $0 < \epsilon_0 < t$ . Среди узлов-кандидатов выбирается узел с наименьшим пейджерангом и удаляется. Константа  $\epsilon_0$  – параметр метода удаления «старого» узла и определения «молодых» узлов, не подлежащих удалению.

### 3.2. УДАЛЕНИЕ МАЛОВЛИЯТЕЛЬНЫХ УЗЛОВ НЕЗАВИСИМО ОТ «ВОЗРАСТА»

Рассмотрим удаление узла  $i$  с вероятностью, обратно пропорциональной числу его связей:

$$(9) \quad P_d(i, t) = \left( 1 + \sum_{s \in V_t, s \neq i} \frac{d_{i,t} + \eta}{d_{s,t} + \eta} \right)^{-1}, \quad \eta > 0,$$

величина которой тем больше, чем меньше  $d_{i,t}$ . В случае, если все узлы изолированные и  $d_{s,t} = 0$ ,  $\forall s \in V_t$ , они будут убираться с равными вероятностями  $1/\|V_t\|$ .

Подход позволяет удалить узел вне зависимости от его времени пребывания в сети. Число связей  $\{d_{i,t}\}$  в (9) можно заменить на пейджеранги.

## 4. Применяемые методы статистического анализа

### 4.1. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ИНДЕКСА ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Для распределений  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{\Delta_{i,t}\}$  оцениваются ИЭВ  $\gamma$  состоятельными непараметрическими оценками моментов (moment, M) [16], УН [8, 23] и смешанных моментов (mixed moment, MM) [18].  $\iota = 1/\gamma$  определяет ХИ. Выбранные оценки предназначены для  $\gamma \in R$ .  $\gamma \leq 0$  указывает на легкий хвост распределения, а  $\gamma > 0$  на тяжелый по теореме Фишера – Типпета – Гнеденко [8, 23].

Для последовательности сл.в.  $\{X_n\}_{n \geq 1}$  обозначим соответствующие порядковые статистики, расположенные в порядке возрастания, как  $X_{i,n}$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Используем статистику

$$\hat{\varphi}_n(k) = \frac{M_n^{(1)}(k) - L_n^{(1)}(k)}{\left(L_n^{(1)}(k)\right)^2},$$

$$L_n^{(1)}(k) = 1 - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{X_{n-k,n}}{X_{n-i+1,n}}, \quad M_n^{(1)}(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \frac{X_{n-i+1,n}}{X_{n-k,n}}.$$

Оценка  $MM$  определяется как

$$\hat{\gamma}^{MM}(n, k) = \frac{\hat{\varphi}_n(k) - 1}{1 + 2 \min(\hat{\varphi}_n(k) - 1, 0)}.$$

Оценка  $UH$  определяется как

$$\hat{\gamma}^{UH}(n, k) = (1/k) \sum_{i=1}^k \ln UH_i - \ln UH_{k+1},$$

где  $UH_i = X_{(n-i)} M_n^{(1)}(i)$ .

Оценка моментов определяется как

$$\hat{\gamma}^M(n, k) = M_n^{(1)}(k) + 1 - 0.5 \left(1 - (M_n^{(1)}(k))^2 / S_{n,k}\right)^{-1},$$

где  $S_{n,k} = (1/k) \sum_{i=1}^k (\ln X_{(n-i+1)} - \ln X_{(n-k)})^2$  [16].

Число наибольших порядковых статистик  $k$  в этих оценках будем выбирать методом бутстреп [23], где число бутстреп-подвыборок, т.е. выборки с возвращением,  $B = 100$ .

Слабая сходимость оценки Хилла  $M_n^{(1)}(k)$  доказана для ненаправленных графов в работе [35].

Оцениванию  $\gamma$  в случайных графах мешает повтор наблюдений, так как число связей и треугольников дискретные сл.в. Это сокращает число различающихся наблюдений и делает их зависимыми. Указанные оценки  $\gamma$  требуют достаточно больших

объемов выборок для большей точности и построены в предположении, что наблюдаемые сл.в. независимы и одинаково распределены. Корреляции и небольшой объем выборки увеличивают дисперсию оценок. Бутстреп-подвыборки с одинаковыми наблюдениями исключены из рассмотрения.

#### 4.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ РАССТОЯНИЙ

Корреляция расстояний (distance correlation,  $dCor$ ), в отличие от коэффициента корреляции Спирмена, показывает степень линейной или нелинейной зависимости двух случайных величин или векторов  $(X, Y)$ , где  $(X_i, Y_i), i = 1, 2, \dots, n$ , – пары их наблюдений с вещественными значениями.

Напомним определение. Пусть  $a_{ij} = \|X_i - X_j\|$  и  $b_{ij} = \|Y_i - Y_j\|$ , где  $\|\cdot\|$  обозначает евклидову норму. Соответствующие матрицы определяются как  $(A_{i,j})_{i,j=1}^n$  и  $(B_{i,j})_{i,j=1}^n$ ,

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= a_{i,j} - \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n a_{il} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_{kj} + \frac{1}{n^2} \sum_{k,l=1}^n a_{kl}, \\ B_{i,j} &= b_{i,j} - \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n b_{il} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n b_{kj} + \frac{1}{n^2} \sum_{k,l=1}^n b_{kl}. \end{aligned}$$

Тогда оценка квадрата выборочной ковариации расстояний определяется как  $\mathcal{V}_n^2(X, Y) = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j=1}^n A_{i,j} B_{i,j}$ . Выборочная корреляция расстояний определена как

(10)

$$\mathcal{D}_n^2(X, Y) = \begin{cases} \frac{\mathcal{V}_n^2(X, Y)}{\sqrt{\mathcal{V}_n^2(X, X) \mathcal{V}_n^2(Y, Y)}} & \text{при } \mathcal{V}_n^2(X, X) \mathcal{V}_n^2(Y, Y) > 0, \\ 0 & \text{при } \mathcal{V}_n^2(X, X) \mathcal{V}_n^2(Y, Y) = 0. \end{cases}$$

Ее свойства следующие:  $\mathcal{D}_n(X, Y) \in [0, 1]$ ;  $\mathcal{D}_n(X, Y) = 0$  тогда и только тогда, когда  $X$  and  $Y$  независимы;  $\mathcal{D}_n(X, Y) = 1$  указывает на их зависимость  $Y = A + bCX$  для некоторого вектора  $A$ , скаляра  $b$ , ортонормальной матрицы  $C$ . Для вычислений используем оценку из пакета 'dcor' [31].

## 5. Описание экспериментальных данных и применяемых методов

### 5.1. ЭВОЛЮЦИЯ БЕЗ УДАЛЕНИЯ УЗЛОВ И СВЯЗЕЙ

В качестве начального графа, с которого начинается эволюция ПП, КП и КПП, выберем треугольник связанных узлов, минимально возможный граф, позволяющий строить эволюцию по КП и КПП. Предполагаем, что на каждом шаге эволюции  $t$  новый узел соединяется двумя связями с узлами из  $V_t$ , которые выбираются с вероятностью соответствующей модели. Для КПП возможно, что один из существующих узлов выбирается по ПП, второй по КП или оба узла – одной моделью.

КП берется с параметрами  $(\alpha, \epsilon) = \{(0, 0), (1, 0), (1, 1)\}$ . ПП не содержит параметров, см. (3). КПП использует параметры КП. Моделируются по 20 графов, эволюционирующих по КП, ПП, КПП, для усреднения по этим графам среднего кластерного коэффициента  $\bar{C}_t$  (7), общего числа связей  $\|E_t\|$  и треугольников:

$$(11) \quad \tilde{C}_t = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} \bar{C}_t^{(j)}, \quad \|\tilde{E}_t\| = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} \|E_t^{(j)}\|, \quad \tilde{\Delta}_t = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} \Delta_t^{(j)}$$

для каждого шага эволюции  $t$ ,  $t \in \{0, 10^4\}$ .

Общее число треугольников на шаге  $t$  вычисляется как

$$\Delta_t = \frac{1}{3} \sum_{i \in \tilde{V}_t} \Delta_{i,t},$$

где  $\tilde{V}_t$  число узлов, вовлеченных в треугольники, т.е. для которых  $c_{i,t} > 0$ . По  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$  узел каждого из 20 графов оценивается ИЭВ  $\gamma$ . Вычисляется средняя оценка

$$(12) \quad \tilde{\gamma}_t = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} \hat{\gamma}_t^{(j)}(n, k_j),$$

где  $\hat{\gamma}_t^{(j)}(n, k_j)$  любая оценка  $\gamma$  из раздела 4.1.

### 5.2. ЭВОЛЮЦИЯ С УДАЛЕНИЕМ УЗЛОВ С ИХ СВЯЗЯМИ

При удалении узла выбор треугольника в качестве начального графа может привести к невозможности развития графа. КП

делает возможным присоединение только к узлам, входящим хотя бы в один треугольник. При удалении одной из вершин треугольника, присоединение к оставшимся двум какого-то нового узла невозможно. ПП позволяет новому узлу присоединиться к двум вершинам и образовать новый треугольник, но убирание вершины треугольника приводит к закичиванию и невозможности роста графа.

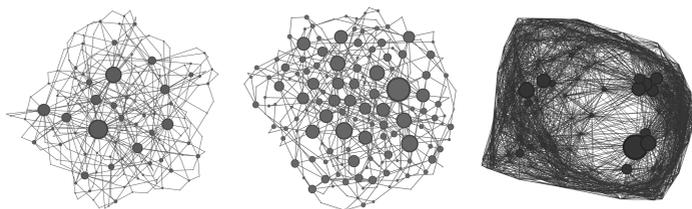


Рис. 1. Начальные графы с  $n = 200$  узлами, полученные по ПП (рис. 1а), по КП  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$  (рис. 1б) и методом построения геометрических графов с  $r = 0,25$  (рис. 1в), где размер изображенных узлов пропорционален числу связей

Для стратегий удаления узлов рассмотрим три типа графов в качестве начальных: 1) геометрический граф; 2) граф, порождаемый ПП; 3) граф, порождаемый КП с параметрами  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$ , см. рис. 1. Напомним, что геометрический граф ненаправленный, в котором  $n$  узлов расположены равномерно в квадрате с ребром единица, где ребро соединяет два узла только если расстояние между ними меньше чем  $r$  [29].

## 6. Основные результаты

### 6.1. СЕТЬ БЕЗ УДАЛЕНИЯ УЗЛОВ И СВЯЗЕЙ

На рис. 2 (левый столбец) показана степенная зависимость числа треугольников  $\{\Delta_{i,t}\}$  от числа связей  $\{d_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ , в графах, эволюционирующих по ПП, КП и КПП, для фиксированного

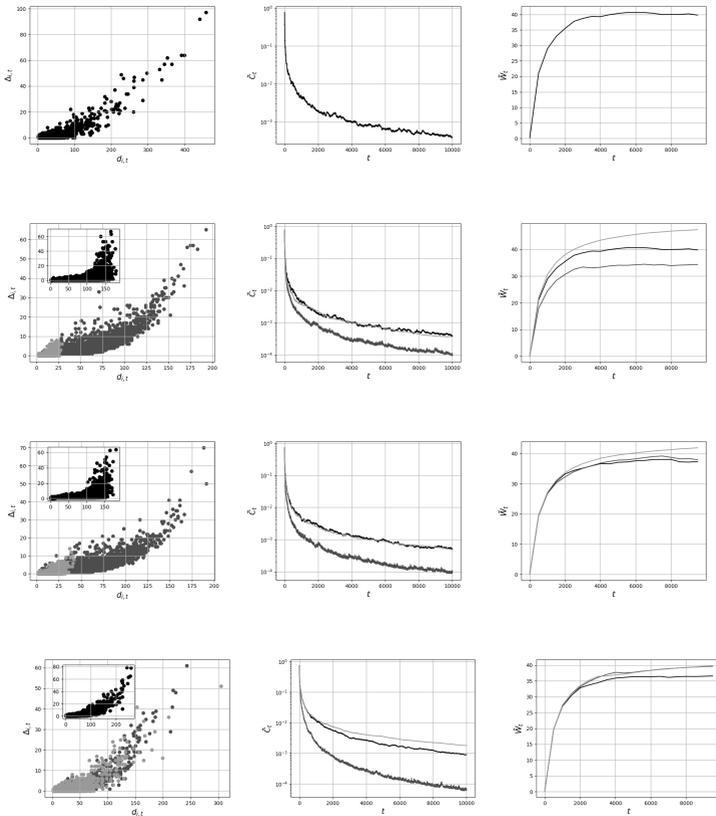


Рис. 2.  $\{\Delta_{i,t}\}$  против  $\{d_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ , для узлов графов, полученных после  $t = 10^4$  шагов эволюции по ПП, КП, КПП с  $p = 0,2$  и КПП с  $p = 0,8$ , с первого по четвёртый столбец соответственно; для КП и КПП взяты параметры  $(\alpha, \epsilon) \in \{(0, 0), (1, 0), (1, 1)\}$  (чёрные, тёмно-серые, серые точки). Усреднённый по 20 графам средний кластерный коэффициент  $\bar{C}_t$  (средний столбец) и взвешенное число треугольников  $\bar{W}_t$  (правый столбец), см. (11) и (16), для соответствующих моделей присоединения (чёрные, тёмно-серые, серые линии). Эволюция проводится без удаления узлов и связей из начального графа треугольника

момента времени  $t$ , т.е.

$$(13) \quad \Delta_{i,t} = d_{i,t}^\beta, \quad \beta < 1.$$

Из неравенства  $\Delta_{i,t} < d_{i,t}$  очевидно следует, что хвост распределения  $\Delta_{i,t}$  более легкий, чем у  $d_{i,t}$ . Действительно, для ПП известно (см., например, [34]), что  $d_{i,t}$  имеет степенное распределение (2) с некоторым ХИ  $\iota$  и ИЭВ  $\gamma = 1/\iota$ . Тогда имеем

$$P\{\Delta_{i,t} > x\} = P\{d_{i,t}^\beta > x\} = \ell(x)x^{-\iota/\beta} = \ell(x)x^{-1/(\beta\gamma)}, \forall x > 0.$$

Отсюда  $\gamma_\Delta = \beta\gamma < \gamma$ , а  $\iota_\Delta > \iota$ . По свойству распределений с регулярно меняющимися хвостами  $d_{i,t}$  имеет более тяжелый хвост, чем  $\Delta_{i,t}$ .

Для КП, напротив, в [7] показано с помощью эвристик и моделирования, что  $d_{i,t}$  имеет распределение с легким (экспоненциальным) хвостом. В силу (13) имеем

$$(14) \quad P\{\Delta_{i,t} > x\} = P\{d_{i,t} > x^{1/\beta}\} < \exp(-\lambda x), \quad \beta < 1,$$

для некоторого  $\lambda > 0$ , т.е.  $\Delta_{i,t}$  также имеет более легкий хвост, чем  $d_{i,t}$ . На рис. 2 (средний столбец) показаны убывающие по времени последовательности усредненных кластерных коэффициентов  $\tilde{C}_t$ ,  $t \geq 0$ . Для КПП и КП параметры  $(\alpha, \epsilon) = \{(0, 0), (1, 1)\}$  приводят к  $\tilde{C}_t$ , близкому к случаю ПП, поскольку присоединение к новым узлам происходит фактически равновероятно согласно (5), (6), независимо от наличия треугольников. Для  $(\alpha, \epsilon) = (1, 0)$   $\tilde{C}_t$  убывает быстрее остальных случаев. Убывание  $\tilde{C}_t$  может указывать на отсутствие геолокации узлов и слабой тенденции узлов к кластеризации. Однако, как отмечено в [27], убывание  $\tilde{C}_t$  может быть медленным, порядка  $t^{\iota-2} \ln t$ , если хвостовой индекс  $\iota$  характеристики узла близок к 2. Для геометрических неоднородных случайных графов  $\tilde{C}_t$  не убывает с возрастом  $t$  [10]. Для КП с ростом  $\alpha$  хвост распределения временных интервалов между формированием новых треугольников становится все более тяжелым [7]. Поскольку новый узел

присоединяется к узлам с  $c_{i,t} > 0$ , т.е. с треугольниками, а треугольники возникают у малой части узлов, то появление гигантских узлов, как в случае ПП, маловероятно, что влияет на тяжесть хвоста распределения  $\{d_{i,t}\}$ . Для ПП вероятность присоединения пропорциональна числу связей, которое растет со временем для небольшого числа узлов.

В таблице 1 для проверки тяжести хвоста распределений приводятся оценки ИЭВ  $\hat{\gamma}$  для числа связей  $\{d_{i,t}\}$  и взвешенного числа треугольников  $\{W_{i,t}\}$  узла  $i \in V_t$  вместо  $\{\Delta_{i,t}\}$ . Здесь и далее для оценивания  $\gamma$  использовались выборки размера  $10^4$  узлов, полученные для 20 графов.

Выборка  $\{\Delta_{i,t}\}$  содержит небольшое число уникальных значений, так как много узлов имеют одинаковое число треугольников. Это не позволяет качественно оценить  $\gamma$  для  $\{\Delta_{i,t}\}$ . Число уникальных значений  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$  для моделей ПП, КП, КПП и соответствующих графов на рис. 2 показано в таблице 2. В силу свойств эволюционирующих сетей, в отношении  $\{\Delta_{i,t}\}$  наблюдаются вырожденные распределения. Преодолеть это можно, заменив число треугольников узла  $i$  на взвешенное число треугольников

$$W_{i,t} = \sum_{j,k \in V_t} 1_{\{(i,j,k)=\Delta\}} / (d_{i,t}d_{j,t}d_{k,t}),$$

где  $1_{\{(i,j,k)=\Delta\}}$  – индикаторная функция события, что узлы  $i, j, k$  образуют треугольник;  $d_{i,t}, d_{j,t}, d_{k,t}$  – число связей его вершин, суммирование проводится по всем возможным парам связанных соседей узла  $i$ . В [27] подобное взвешивание вводится для распознавания геометрических графов по значениям статистики

$$(15) \quad W_t = \sum_{i,j,k \in V_t} 1_{\{(i,j,k)=\Delta\}} / (d_{i,t}d_{j,t}d_{k,t}).$$

Отмечается, что в негеометрических моделях ПП треугольник обычно формируется между узлами с большим числом связей. В геометрических графах большое число треугольников формируется у близких по геолокации узлов с небольшим числом свя-

зей. Поэтому для негеометрических графов  $W_n$  ограничено, а для геометрических растёт вместе с числом узлов  $n = \|V\|$ .

Для ПП  $\hat{\gamma} > 0$ , что соответствует тяжёлым хвостам распределений для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{W_{i,t}\}$ . Для КПП и КП  $\hat{\gamma}$  могут быть отрицательными или близкими к 0 для  $\{d_{i,t}\}$ , что означает лёгкие хвосты распределений. Однако с ростом  $p$  (доли ПП в КПП) для  $\{d_{i,t}\}$  оценки  $\hat{\gamma}$  становятся положительными, что говорит о тяжёлых хвостах и доминировании ПП над КП. Для  $\{W_{i,t}\}$  всегда  $\gamma > 0$ , и для КПП хвост распределения  $\{W_{i,t}\}$  наиболее тяжёлый, независимо от пропорций КП и ПП в смеси и величин параметров  $(\alpha, \epsilon)$ .

Таблица 1. Средние по выборкам 20 графов оценки  $\tilde{\gamma}_t$  (12) для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{W_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ ; значения  $dCor$  для  $\{d_{i,t}\}$ ,  $\{\Delta_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$  со среднеквадратическими отклонениями в скобках при эволюции без удаления узлов из начального графа треугольника до  $t = 10^4$

Модель эволюции	$(\alpha, \epsilon)$	Оценка MM		Оценка M		Оценка УН		dCor
		$\{d_{i,t}\}$	$\{W_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{W_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{W_{i,t}\}$	
ПП		0,48 (0,058)	0,62 (0,161)	0,493 (0,031)	0,283 (0,103)	0,458 (0,031)	0,378 (0,142)	0,402 (<0,001)
КП	(0, 0)	-0,204 (0,145)	0,895 (0,189)	-0,685 (0,125)	0,265 (0,117)	-0,404 (0,113)	0,354 (0,197)	0,896 (<0,001)
	(1, 0)	-0,002 (0,012)	0,631 (0,161)	0,038 (0,072)	0,222 (0,125)	0,027 (0,064)	0,29 (0,102)	0,922 (<0,001)
	(1, 1)	0,03 (0,065)	0,688 (0,172)	-0,159 (0,091)	0,323 (0,086)	-0,058 (0,061)	0,475 (0,162)	0,192 (<0,001)
КПП	(0, 0)	-0,237 (0,074)	1,359 (0,058)	-0,427 (0,102)	0,441 (0,002)	-0,336 (0,118)	0,719 (0,043)	0,898 (<0,001)
	(1, 0)	0,003 (0,071)	1,349 (0,053)	0,043 (0,078)	0,442 (0,0031)	0,031 (0,088)	0,737 (0,013)	0,923 (<0,001)
	$p = 0,2$ (1, 1)	0,032 (0,057)	1,362 (0,067)	0,014 (0,068)	0,443 (0,003)	0,02 (0,052)	0,731 (0,015)	0,222 (<0,001)
КПП	(0, 0)	0,222 (0,087)	1,357 (0,012)	0,288 (0,04)	0,44 (0,002)	0,317 (0,044)	0,732 (0,027)	0,72 (<0,001)
	(1, 0)	0,253 (0,087)	1,367 (0,019)	0,12 (0,088)	0,443 (0,001)	0,162 (0,048)	0,729 (0,02)	0,779 (<0,001)
	$p = 0,8$ (1, 1)	0,353 (0,068)	1,364 (0,057)	0,369 (0,054)	0,443 (0,003)	0,352 (0,043)	0,722 (0,003)	0,351 (<0,001)

Таблица 2. Число различных значений  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ , для графов, эволюционирующих по ПП, КП, КПП без удалений узлов (стратегия 1), с удалением наименее влиятельных «старых» узлов (стратегия 2), с удалением узлов с вероятностью (9) (стратегия 3) на шаге эволюции  $t = 10^4$

Модель эволюции	$(\alpha, \epsilon)$	Стратегия 1		Стратегия 2		Стратегия 3	
		$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$
ПП		182	47	67	974	26	6
КП	(0,0)	173	50	67	1022	28	18
	(1,0)	156	46	70	1071	23	14
	(1,1)	27	7	67	980	9	3
КПП, $p = 0,2$	(0,0)	168	48	72	1082	29	14
	(1,0)	160	42	71	1042	23	12
	(1,1)	41	13	68	989	12	3
КП, $p = 0,8$	(0,0)	194	48	67	982	32	12
	(1,0)	157	41	68	992	24	10
	(1,1)	129	31	70	1059	18	3

Положительная корреляция между числом связей узла и числом треугольников очевидна из рис. 2 (см. левый столбец). Оценим меру зависимости  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$  для моделей эволюции с помощью  $dCor$  (10).

В таблице 1 показано, что имеется зависимость в данных для моделей КП и всех видов моделей КПП с  $(\alpha, \epsilon) \in \{(0, 0), (1, 0)\}$ , максимальное значение  $dCor$  наблюдается для КПП с  $p = 0,2$  и  $(\alpha, \epsilon) = (1, 0)$ , где  $dCor$  оказался равен 0,923, что показывает сильную зависимость в данных. Обратный эффект наблюдается у оставшихся моделей. Видна тенденция: при переходе от КП к КПП и от КПП с  $p = 0,2$  к КПП с  $p = 0,8$   $dCor$  для  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$  растет, однако каждое значение заметно меньше, чем любое из описанных выше, что говорит о малой зависимости в данных. Действительно, модель КП с  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$  соответствует фактически равновероятному выбору существующего узла новым узлом по (5).

Рассмотрим усреднённое взвешенное число треугольников

$$(16) \quad \tilde{W}_t = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} W_t^{(j)},$$

где  $W_t^{(j)}$  – взвешенное число треугольников графа  $j$ , см. (15). Рис. 2 (правый столбец) показывает ограниченность (невозрастание)  $W_t$  с ростом  $t$ , что вместе с убыванием  $\tilde{C}_t$  означает отсутствие геометрии в графе [27].

### 6.2. СЕТЬ С УДАЛЕНИЕМ НАИМЕНЕЕ ВЛИЯТЕЛЬНЫХ «СТАРЫХ» УЗЛОВ

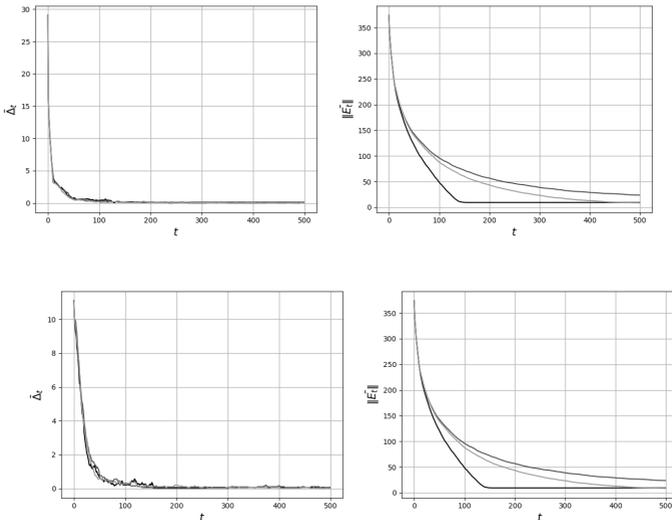


Рис. 3. Динамика во времени усреднённого по 20 графам общего числа треугольников  $\bar{\Delta}_t$  и числа связей графа  $\|E_t\|$  (11) для ПП (чёрные линии), КП  $((\alpha, \epsilon) = (1, 1))$  (тёмно-серые линии) и КПП  $(p = 0,2, (\alpha, \epsilon) = (1, 1))$  (серые линии) при начальных графах ПП (верхняя строка) и КП (нижняя строка), см. раздел 5.2. Эволюция с удалением маловлиятельных «старых» узлов

Проведем аналогичный анализ, что и в разделе 6.1, но с удалением одного из «старых» узлов с наименьшим пейджрангом на каждом шаге эволюции при присоединении нового узла. Перед эволюцией каждому узлу начального графа в произвольном порядке присваивается «возраст» – натуральное число от 200 до 1 – который будет возрастать с каждым шагом эволюции на единицу.

Выбран «пограничный возраст» узла – параметр  $\epsilon_0 = 100$ , больше которого узел считается «старым» и может быть удален, см. раздел 3.1. В качестве начальных можно выбрать графы, описанные в секции 5.2.

Таблица 3. Средние по выборкам 20 графов оценки  $\tilde{\gamma}_t$  (12) и значения  $dCor$  для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{\Delta_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$  со среднеквадратическими отклонениями в скобках при эволюции из геометрического начального графа (с числом узлов  $10^4$  и  $r = 0,25$ ) с удалением «старых» узлов с наименьшими пейджрангами до  $t = 10^4$

Модель эволюции	$(\alpha, \epsilon)$	Оценка ММ		Оценка М		Оценка УН		dCor
		$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	
ПП		-0,478 (0,182)	-0,416 (0,214)	-0,566 (0,252)	-0,854 (0,266)	-0,431 (0,144)	-0,458 (0,187)	0,979 (<0,001)
	(0, 0)	-0,568 (0,169)	-0,394 (0,12)	-0,928 (0,356)	-0,713 (0,242)	-0,489 (0,16)	-0,509 (0,146)	0,981 (<0,001)
	(1, 0)	-0,553 (0,121)	-0,316 (0,166)	-0,771 (0,241)	-0,65 (0,233)	-0,498 (0,166)	-0,491 (0,144)	0,979 (<0,001)
КП	(1, 1)	-0,502 (0,214)	-0,354 (0,176)	-0,736 (0,353)	-0,666 (0,372)	-0,431 (0,161)	-0,384 (0,176)	0,984 (<0,001)
	(0, 0)	-0,374 (0,19)	-0,349 (0,157)	-0,476 (0,233)	-0,601 (0,352)	-0,344 (0,139)	-0,411 (0,153)	0,979 (<0,001)
	(1, 0)	-0,425 (0,196)	-0,336 (0,171)	-0,415 (0,212)	-0,642 (0,297)	-0,37 (0,136)	-0,469 (0,224)	0,980 (<0,001)
КПП $p = 0,2$	(1, 1)	-0,398 (0,193)	-0,352 (0,13)	-0,554 (0,243)	-0,668 (0,255)	-0,415 (0,158)	-0,44 (0,221)	0,983 (<0,001)
	(0, 0)	-0,498 (0,191)	-0,323 (0,16)	-0,545 (0,248)	-0,648 (0,248)	-0,388 (0,168)	-0,423 (0,239)	0,980 (<0,001)
	(1, 0)	-0,441 (0,164)	-0,312 (0,119)	-0,519 (0,102)	-0,538 (0,231)	-0,435 (0,164)	-0,427 (0,176)	0,979 (<0,001)
КПП $p = 0,8$	(1, 1)	-0,481 (0,122)	-0,382 (0,129)	-0,644 (0,133)	-0,526 (0,237)	-0,405 (0,171)	-0,458 (0,148)	0,982 (<0,001)

Однако стратегия, описанная в разделе 3.1, ведет к быстрой деградации сети, если начальный граф выбран по ПП или КП, см. рис. 3. А именно, «старые» влиятельные узлы, сильно связанные со «старыми» невлиятельными узлами, теряют связи с ними вследствие их удаления. В результате быстро растет число изолированных узлов. Сеть деградирует. Ввиду отсутствия числа связей и треугольников у изолированных узлов, их распределе-

ния становятся вырожденными.

При использовании геометрического графа в качестве начального изолированные узлы не появляются. Поэтому в дальнейшем будем использовать геометрические начальные графы.

На рис. 4 (левый столбец) зависимость числа треугольников и числа связей узлов степенная (13), но с  $\beta > 1$ , и мало отличается при различных моделях эволюции. Ввиду отсутствия теоретических результатов для распределения числа узлов и треугольников для ПП и КП для рассматриваемой стратегии удаления узла, сравнение ИЭВ  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$  проведем средствами моделирования.

На рис. 4 (средний столбец) средний кластерный коэффициент  $\tilde{C}_t$ , увеличиваясь в начале эволюции, затем стабилизируется около некоторого ненулевого значения с течением времени. Это, согласно [27], означает сохранение геометрической структуры графа даже при последовательных удалениях узлов. При большей доле ПП в смешанной эволюции,  $\tilde{C}_t$  увеличивается и стабилизируется около значений, близких для разных значений параметров КП ( $\alpha, \epsilon$ ), рис. 4 нижняя строка, центр. Для ПП (рис. 4, первая строка, центр)  $\tilde{C}_t$  имеет тенденцию к некоторому снижению после увеличения, что означает снижение влияния изначальной геолокации узлов. При КП или его доминировании в КПП (рис. 4, вторая и третья строки, центр) наблюдается меньшее стабильное значение  $\tilde{C}_t$  при  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$ . Поскольку  $0 \leq c_{i,t} \leq 1 \forall i, t$ , то  $\epsilon = 1$  доминирует в значении вероятности присоединения (5), что означает выбор новым узлом какого-то узла среди существующих, близкий к равномерному.

При присоединении и удалении узла на каждом шаге эволюции общее число узлов не меняется. Для имитации возрастания числа узлов в графе так, как это происходит в сети без удаления, рассматривается последовательность начальных графов с возрастающим числом узлов  $n$ . Рис. 4 (правый столбец) показывает убывание с ростом числа узлов начального графа  $n$  усредненного по 20 графам взвешенного числа треугольников  $\bar{W}_n$  для всех моделей эволюции. Вместе с убыванием среднего кластер-

ного коэффициента  $\tilde{C}_t$  это означает исчезновение изначальной геолокации узлов.

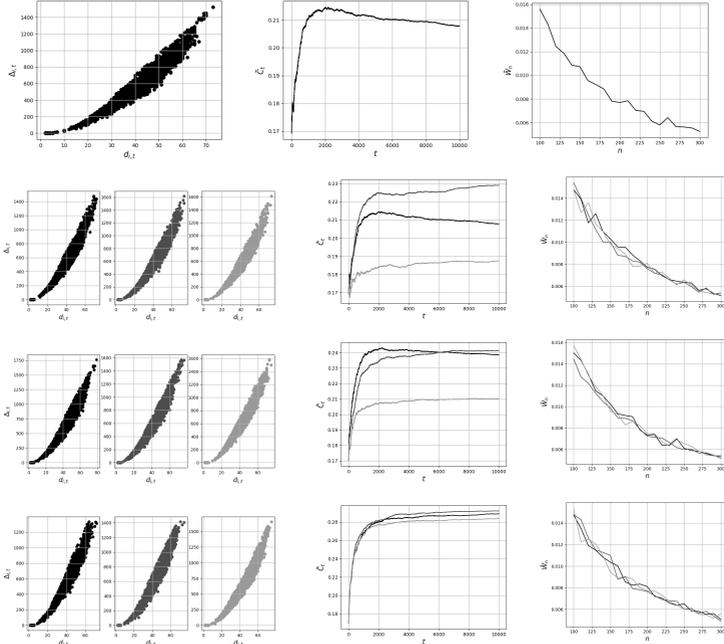


Рис. 4.  $\{\Delta_{i,t}\}$  против  $\{d_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$  для узлов графов после  $t = 10^4$  шагов эволюции по ПП, КП, КПП с  $p = 0,2$  и КПП с  $p = 0,8$ , с первой по четвёртую строки соответственно; для КП и КПП взяты параметры  $(\alpha, \epsilon) \in \{(0, 0), (1, 0), (1, 1)\}$  (чёрные, тёмно-серые, серые точки). Усреднённые по 20 графам средний кластерный коэффициент  $\tilde{C}_t$  (см. (11)) против  $t$  и взвешенное число треугольников  $\tilde{W}_n$  (см. (16)) против числа узлов в начальном графе  $n$  для соответствующих методов присоединения (чёрные, тёмно-серые, серые линии, соответственно, в среднем и в правом столбцах). Эволюция происходит с удалением «старых» узлов с наименьшими пейджерангами и геометрическим графом с  $r = 0,25$  в качестве начального

В таблице 3 приведены оценки  $\gamma$  для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{\Delta_{i,t}\}$ . Для всех моделей эволюции  $\hat{\gamma} < 0$ , что соответствует распределениям с лёгкими хвостами. Лёгкие хвосты вызваны удалением «старых» маловлиятельных узлов, из-за чего «старые» влиятельные узлы теряют связи. Из теоретических результатов в [19], с. 5, лёгкие хвосты распределения числа связей могут возникнуть в ненаправленных графах при равномерном удалении узлов с их связями. Чем больше значения ИЭВ  $\gamma < 0$ , тем легче хвост распределения. Действительно, из теоремы Фишера – Типпета – Гнеденко следует, что отрицательные  $\gamma$  соответствуют классу Вейбулла  $\Psi_\gamma(x) = \exp(-(-x)^{-1/\gamma})$  области притяжения максимума последовательности случайных величин с общей функцией распределения  $F(x)$ , [8, 23]. Для  $\gamma_1 < \gamma_2$  легко можно получить, что  $\Psi_{\gamma_2}(x) < \Psi_{\gamma_1}(x)$ . Из таблицы 3 следует, что  $\{\Delta_{i,t}\}$  имеют более легкие хвосты, чем  $\{d_{i,t}\}$ . Число неповторяющихся наблюдений для  $\{\Delta_{i,t}\}$  больше, чем для  $\{d_{i,t}\}$ , см. таблицу 2, что составляет достаточную статистику для оценивания.

$dCor$  в таблице 3 указывает на сильную зависимость между  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$ , так как все значения близки к единице. Максимальное значение достигается при реализации модели эволюции КП с параметрами  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$ . Все значения  $dCor$  не ниже показателя 0,979. Напомним, что  $dCor = 1$  соответствует совпадению двух линейных подпространств рассматриваемых случайных векторов, что показывает взаимосвязь между векторами.

### 6.3. СЕТЬ С УДАЛЕНИЕМ УЗЛОВ ПО ВЕРОЯТНОСТИ

Рассмотрим эволюцию с удалением одного узла с вероятностью (9), где  $\eta = 1$ , на каждом шаге эволюции. В качестве начального графа используем геометрический граф, см. раздел 5.2. Начальные графы, построенные по КП и ПП, ведут к аналогичным результатам и не рассматриваются. Данные  $\{\Delta_{i,t}\}$  содержат небольшое число различных значений, см. таблицу 2, что затрудняет оценивание распределения. Поэтому вместо  $\{\Delta_{i,t}\}$  рассмотрим  $\{W_{i,t}\}$ .

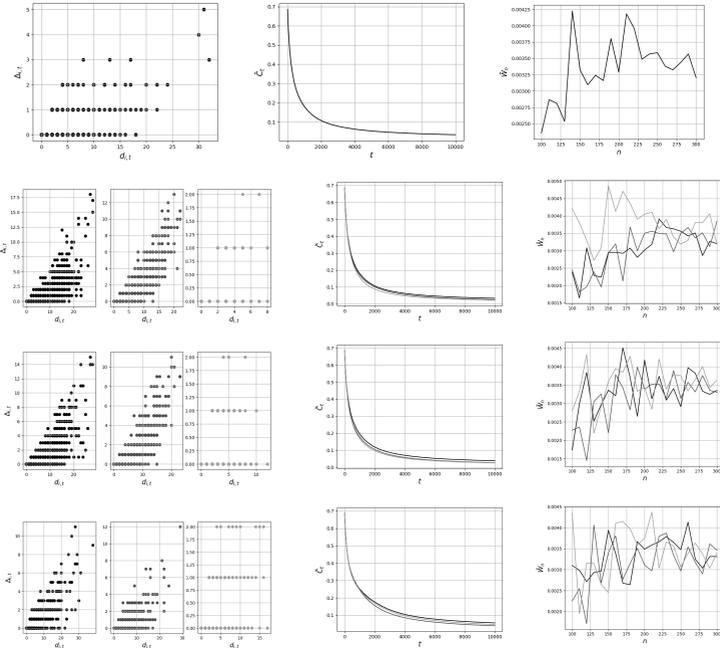


Рис. 5.  $\{\Delta_{i,t}\}$  против  $\{d_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$  для узлов графов после  $t = 10^4$  шагов эволюции по ПП, КП, КПП с  $p = 0,2$  и КПП с  $p = 0,8$ , с первой по четвёртую строки соответственно; для КП и КПП взяты параметры  $(\alpha, \epsilon) \in \{(0, 0), (1, 0), (1, 1)\}$  (чёрные, тёмно-серые, серые точки). Усреднённый по 20 графам средний кластерный коэффициент  $\tilde{C}_t$ , см. (11) против  $t$ , и взвешенное число треугольников  $\tilde{W}_t$ , см. (16) против числа узлов в начальном графе  $n$ , для соответствующих методов присоединения (чёрные, тёмно-серые, серые линии, соответственно, в среднем и правом столбцах). Эволюция происходит с удалением узлов с вероятностью (9) из начального геометрического графа

Рис. 5 (левый столбец) показывает положительную корреляцию между  $\Delta_{i,t}$  и  $d_{i,t}$  для КП и КПП с параметрами  $(\alpha, \epsilon) = \{(0, 0), (1, 0)\}$ . Удаление узлов по вероятности, в отличие

от удаления по «времени жизни» (см. раздел 3.1), приводит к существенно меньшему числу узлов, входящих в треугольники. КП и КПП с  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$  приводят к наименьшему числу треугольников, приходящихся на каждый узел, т.е. к меньшей связности узлов. Это отражается и в наименьших значениях  $dCor$ .

Рис. 5 (средний столбец) показывает спадание  $\tilde{C}_t$  к нулю, более медленное, чем при неудаении узлов. Параметры моделей мало влияют на скорость убывания  $\tilde{C}_t$ .

Рис. 5 (правый столбец) демонстрирует стабилизацию  $\tilde{W}_n$  около значения, близкого к нулю, с ростом числа узлов выбранного начального графа  $n$  для всех моделей эволюции. Из этого следует отсутствие в графах геолокации узлов в результате эволюции.

Таблица 4 показывает, что  $d_{i,t}$  имеет легкие хвосты распределений при КП и КПП с  $(\alpha, \epsilon) = \{(0, 0), (1, 0)\}$ , и тяжелые при ПП и КПП с  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$ . Оценивать распределения  $\{\Delta_{i,t}\}$  невозможно из-за недостаточности статистики и можно предположить, что их хвосты легче, чем у  $d_{i,t}$ , так как треугольников меньше, чем числа связей.  $\{W_{i,t}\}$  имеют тяжелые хвосты, кроме случая КП с  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$ , когда хвосты легкие.

$dCor$  в таблице 4 указывает на зависимость в данных. Для всех моделей КП и КПП минимальное значение  $dCor$  достигается при значениях параметров  $(\alpha, \epsilon) = (1, 1)$ . Для модели ПП значение  $dCor$  говорит о слабой зависимости в данных. Напомним, что значение  $dCor = 0$  означает независимость между векторами.

## 7. Анализ реальных ненаправленных сетей

Рассмотрим реальные сети из регистров [30, 32]. В сети полётов (Flight) [30] узлами можно считать 13169 наиболее крупных аэропортов, принявших 3573482 рейсов за 121 день 2019 года. Тройки аэропортов, между которыми есть рейсы за день, принимаются за треугольники узлов. Число полётов между аэропортами – это число связей узлов. В [30] пренебрегается направлением связей (полётов). Более полная выборка по полётам представлена

Таблица 4. Средние по выборкам 20 графов оценки  $\tilde{\gamma}_t$  (12) для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{W_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ ; значения dCor для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{\Delta_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ , со среднеквадратическими отклонениями в скобках для начального геометрического графа (с числом узлов  $10^4$  и  $r = 0,25$ ), эволюционирующего с удалением узлов с вероятностью (9) до  $t = 10^4$

Модель	$(\alpha, \epsilon)$	Оценка MM		Оценка M		Оценка УН		dCor
		$\{d_{i,t}\}$	$\{W_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{W_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{W_{i,t}\}$	
ПП		0,153 (0,043)	0,16 (0,066)	0,148 (0,052)	0,121 (0,031)	0,123 (0,026)	0,179 (0,029)	0,324 (0,006)
КП	(0, 0)	-0,102 (0,042)	0,133 (0,019)	-0,092 (0,021)	0,11 (0,013)	-0,178 (0,083)	0,086 (0,026)	0,847 (0,003)
	(1, 0)	-0,204 (0,048)	0,532 (0,019)	-0,186 (0,012)	0,262 (0,003)	-0,159 (0,028)	0,303 (0,028)	0,894 (0,001)
	(1, 1)	-0,141 (0,091)	-0,395 (0,121)	-0,315 (0,003)	-0,365 (0,008)	-0,303 (0,114)	-0,104 (0,009)	0,131 (0,009)
КПП $p = 0,2$	(0, 0)	-0,059 (0,012)	0,059 (0,046)	-0,021 (0,015)	0,059 (0,019)	-0,064 (0,02)	0,047 (0,023)	0,845 (0,002)
	(1, 0)	-0,181 (0,012)	0,375 (0,021)	-0,288 (0,021)	0,21 (0,048)	-0,201 (0,051)	0,259 (0,044)	0,891 (0,001)
	(1, 1)	0,203 (0,002)	0,303 (<0,001)	0,342 (0,002)	0,494 (0,007)	0,279 (0,012)	0,696 (0,028)	0,158 (0,012)
КПП $p = 0,8$	(0, 0)	0,1 (0,055)	0,19 (0,067)	0,054 (0,037)	0,366 (0,035)	0,058 (0,038)	0,335 (0,079)	0,658 (0,028)
	(1, 0)	0,115 (0,097)	0,170 (0,083)	0,202 (0,033)	0,314 (0,025)	0,061 (0,078)	0,125 (0,023)	0,606 (0,049)
	(1, 1)	0,125 (0,09)	0,721 (<0,001)	0,183 (0,057)	0,488 (0,001)	0,103 (0,061)	0,772 (0,007)	0,227 (0,013)

в [33]. Поскольку полетов за день может быть несколько, они могут считаться параллельными связями, которые засчитываются за одну связь при подсчете числа треугольников. Закрытие аэропорта (его терминала) с прекращением полетов интерпретируется, как удаление узла с его связями.

В сети обмена e-мейлами (ia-enron-email-dynamic) приведено общение 87273 сотрудников энергетической компании Enron [32]. Игнорируя направление передачи, e-мейлы (всего 1148072) фиксировались раз в 6,4 секунд в течение полумесяца. Более полная выборка e-мейлов представлена в [14]. Обмен e-мейлами между тремя индивидуумами в течение 6,4 секунд интерпретируется

как треугольник узлов; число e-мейлов – как число связей узлов; несколько сообщений между двумя адресатами – как параллельные связи, также рассматриваемые за одну связь при подсчете числа треугольников. Число связей  $\{d_{i,t}\}$  и треугольников  $\{\Delta_{i,t}\}$  с течением времени не уменьшается. Увольнение сотрудника, когда он прекращает общение, рассматривается как удаление узла с его связями.

Транспортные сети могут иметь лёгкие хвосты распределений [37], а социальные сети – тяжёлые для числа связей [2].

Рис. 6 (левый столбец) показывает положительную корреляцию между  $\{\Delta_{i,t}\}$  и  $\{d_{i,t}\}$  и присутствие аномально больших наблюдений (outliers), что свойственно распределениям с тяжелыми хвостами. Проверим это предположение оцениванием  $\gamma$ .

Как видно из таблицы 5, для сети Flight  $\{d_{i,t}\}$  имеют тяжелые хвосты, а  $\{\Delta_{i,t}\}$  – легкие. Для сети Enron обе характеристики имеют тяжелые хвосты распределений. Тяжелые хвосты распределений для  $\{d_{i,t}\}$ , причем более тяжелый для Enron, могут указывать на возможную модель эволюции ПП для Enron и КПП с преобладанием КП для Flight.

Таблица 5. Оценки ИЭВ  $\gamma$  и значения  $dCor$  для  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{\Delta_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$ , для реальных сетей

Сеть	Оценка MM		Оценка M		Оценка UN		dCor
	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	$\{d_{i,t}\}$	$\{\Delta_{i,t}\}$	
Flight	0,211	-0,189	0,243	-0,228	0,263	-0,186	0,818
Enron	0,461	0,205	0,491	0,205	0,47	0,21	0,846

Имеется сильная зависимость между  $\{d_{i,t}\}$  и  $\{\Delta_{i,t}\}$  ввиду  $dCor$ , близкого к 1, в таблице 5. Средний кластерный коэффициент  $\tilde{C}_t$  сетей стабилизируется с эволюцией, см. рис. 6, средний столбец, что говорит о наличии геолокации узлов.

Исследуем поведение последовательности взвешенного числа треугольников  $\{W_n\}$  от числа узлов  $n$ ,  $n \geq 1$ , подграфов сети. Каждый подграф содержит  $n$  узлов с наибольшими числами связей. Рис. 6, правый столбец, показывают рост  $W_n$ , что подтверждает наличие геометрии обеих сетей согласно [27].

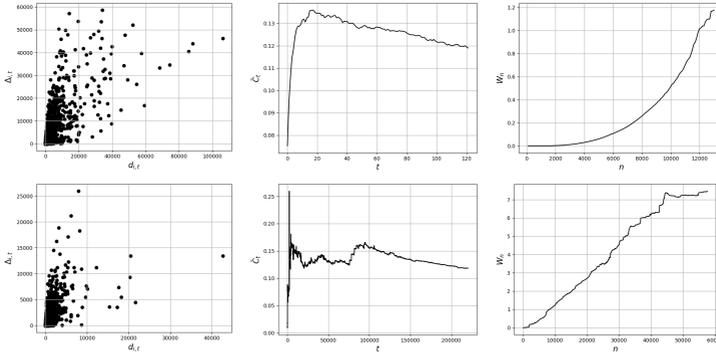


Рис. 6.  $\{\Delta_{i,t}\}$  против  $\{d_{i,t}\}$ ,  $i \in V_t$  для узлов сетей полётов (Flight) за  $t = 121$  день (верхний слева) и сети обмена e-мейлами (Enron) за  $t = 220500$  слотов по 6,4 сек (нижний слева); изменение среднего кластерного коэффициента  $\bar{C}_t$ , см. (7), от времени  $t$  (средний столбец) и взвешенного числа треугольников  $W_n$ , см. (15), от числа узлов в подграфе сети  $n$  (правый столбец) для соответствующих сетей

## 8. Заключение

Исследованы распределения и зависимости числа связей и треугольников узлов в графах, развивающихся по моделям эволюции ПП, КП, КПП при различных стратегиях удаления узлов. Рассмотрена детекция геометрии случайного графа по величинам суммарного по всем узлам графа взвешенного числа треугольников, к которым узлы принадлежат.

В предложенной смешанной модели КПП новый узел присоединяется к существующим узлам с вероятностью, определяемой моделью КП или ПП в заданной пропорции.

Рассмотрены стратегии без удаления узлов и связей, с удалением одного «старого» узла с наименьшим пейджрангом и с удалением одного узла с вероятностью, обратно пропорциональной числу его связей, на каждом шаге эволюции. Узел удаляется со всеми его связями. При этих стратегиях удаления узлов определяется тяжесть хвоста распределения числа связей и треугольников

ков узлов, для чего оценивается ИЭВ (величина, обратная к ХИ). Изучена динамика среднего кластерного коэффициента и взвешенного числа треугольников во времени и зависимости числа связей узлов и числа треугольников, к которым узлы принадлежат, при разных стратегиях удаления узлов.

Главные выводы: а) удаление узлов снижает тяжесть хвоста распределений числа связей и треугольников; б) при удалении маловлиятельного узла с вероятностью (9) и эволюции без удаления узлов зависимости между числом связей и треугольников мало отличаются, в отличие от удаления маловлиятельных «старых» узлов, когда зависимость сильная при любой модели эволюции; в) смешанная модель КПП определяется доминирующей компонентой смеси; г) геометрия сети исчезает в ходе эволюции, если начальный граф геометрический, и происходит удаление узлов.

Детальные выводы:

– Без удалений узлов модель КПП приводит к потере тяжелых хвостов распределений, свойственных ПП, для числа связей, если в смешанной модели преобладает доля КП. Число взвешенных треугольников имеет тяжелый хвост при всех моделях эволюции, причем КПП усиливает тяжесть хвоста вплоть до отсутствия первого момента распределения. Индекс корреляции расстояний числа связей узлов и числа треугольников близок к единице для моделей эволюции КП и КПП с параметрами  $(\alpha, \epsilon) \in \{(0, 0), (1, 0)\}$ , что означает сильную зависимость этих сл.в.. Индекс понижен для ПП и КП (КПП) с параметрами  $(1, 1)$  из-за слабой зависимости. Средний кластерный коэффициент убывает во времени для всех моделей, т.е. тенденция к созданию кластеров, тесно связанных групп узлов с относительно высокой плотностью связей, уменьшается.

– Удаление самых «старых» узлов с наименьшими пейджрангами ведет к легким хвостам распределений для числа связей и треугольников для всех моделей, включая ПП, ввиду роста числа изолированных узлов. Имеется сильная зависимость числа связей и числа треугольников для всех моделей эволюции. Гео-

метрия начального графа в ходе эволюции не сохраняется.

– С удалением узлов с вероятностью, обратно пропорциональной числу их связей, зависимость числа треугольников от числа связей ослабевает по сравнению с двумя предыдущими случаями. Геометрия начального графа не сохраняется. Распределение числа связей имеет легкие хвосты при КП и КПП с доминированием КП, и тяжелые – при ПП и КПП с доминированием ПП. Хвост распределения числа взвешенных треугольников тяжелый, кроме случаев КП с параметрами  $(\alpha, \epsilon) = \{(0, 0), (1, 1)\}$  и КПП с преобладанием КП и с  $(\alpha, \epsilon) = (0, 0)$ , когда ИЭВ принимает отрицательные или близкие к нулю значения, и хвосты легкие.

Анализ реальных сетей Flight и Enron показал, что распределения числа связей узлов и треугольников в социальной сети Enron имеют тяжелые хвосты; в сети полетов Flight число связей имеет тяжелый хвост, а число треугольников – легкий. Зависимость между числом связей и треугольников сильная. Способность образовывать треугольники (средний кластерный коэффициент) несколько выше для Enron, чем для Flight. Поведение числа взвешенных треугольников и средних кластерных коэффициентов подтверждает геометрию сети, вызванную геолокацией узлов.

### Литература

1. AIELLO W., BONATO A., COOPER C., JANSSEN J., PRALAT P. *A spatial web graph model with local influence regions* // Internet Mathematics. – 2009. – No. 5. – P. 175–196.
2. ALBERT R., BARABÁSI A.-L. *Statistical mechanics of complex networks* // Rev. Mod. Phys.. – 2002. – Vol. 74. – P. 47–97.
3. ALBERT R., BARABÁSI A.-L. *Emergence of scaling in random networks* // Science. – 2002. – No. 286. – P. 509–512.
4. ARNOLD N.A., MONDRAGON R.J., CLEGG R.G. *Likelihood-based approach to discriminate mixtures of network models that vary in time* // Sci. Rep. – 2021. – No. 11. – P. 5205.

5. AVRACHENKOV K., LEBEDEV D. *PageRank of scale-free growing networks* // Internet Mathematics. – 2006. – Vol. 3, No. 2. – P. 207–231.
6. BARABÁSI A.-L., ALBERT R. *Statistical mechanics of complex networks* // Rev. Modern Phys. – 1999. – No. 74. – P. 47–97.
7. BAGROW J., BROCKMANN D. *Natural Emergence of Clusters and Bursts in Network Evolution* // Physical Review X. – 2012. – Vol. 3., No. 2. – P. 021016.
8. BEIRLANT J., GOEGEBEUR Y., TEUGELS J., SEGERS J. *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. – Chichester, West Sussex: Wiley, 2004. –504 p.
9. BRIN S., PAGE L. *The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine* // Computer Networks and ISDN Systems. – 1998. – Vol. 30, No. 1–7. – P. 107–117.
10. BRINGMANN K., KEUSCH R., LENGLER J. *Geometric inhomogeneous random graphs* // Theoretical Computer Science. – 2019. – No. 760. – P. 35–54.
11. BOLLOBÁS B., RIORDAN O.M. *Mathematical Results on Scale-Free Random Graphs*. – Weinheim: Wiley-WCH, 2002.
12. CIRKOVIC D., TIANDONG WANG, RESNICK S.I. *Preferential attachment with reciprocity: properties and estimation* // Journal of Complex Networks. – 2023. – No. 11, – Issue. 5. – P. cnad031.
13. CHEN N., LITVAK N., OLVERA-CRAVIOTO M. *PageRank in Scale-Free Random Graphs* // WAW 2014, LNCS 8882, ed. A. Bonato et al. Switzerland: Springer. – 2014. – P. 120–131.
14. COHEN W.W. // <http://www.cs.cmu.edu/~enron/> (дата обращения: 17.04.2024).
15. DE HAAN L., FERREIRA A. *Extreme Value Theory: An Introduction*. – Springer Science and Business Media, 2006. – 417 p.
16. DEKKERS A.L.M., EINMAHL J.H.J., DE HAAN L. *A Moment Estimator for the Index of an Extreme-Value Distribution* // Ann. Statist. – 1989. – No. 17. – P. 1833–1855.

17. ESTRADA E. *The Structure of Complex Networks: Theory and Applications*. – Oxford, 2011; online edn, Oxford Academic, 2013.
18. FRAGA ALVES M.I., GOMES M.I., DE HAAN L. *Mixed moment estimator and location invariant alternatives // Extremes*. – 2009. – No. 12. – P. 149–185.
19. GHOSHAL G., CHI L., BARABASI A.L. *Uncovering the role of elementary processes in network evolution // Sci. Rep.* – 2013. – No. 3. – P. 2920.
20. ISKHAKOV L., KAMINSKI B., MIRONOV M. et al. *Clustering Properties of Spatial Preferential Attachment Model // In: Bonato, A., Pralat, P., Raigorodskii, A. (eds.) Algorithms and Models for the Web Graph. WAW 2018. Lecture Notes in Computer Science*. – 2018. – Vol. 10836. – P. 30–43.
21. JACOB E., MORTERS P. *A Spatial Preferential Attachment Model with Local Clustering // In: Bonato, A., Mitzenmacher, M., Pralat, P. (eds) Algorithms and Models for the Web Graph. WAW 2013. Lecture Notes in Computer Science*. – 2013. – Vol. 8305. – P. 14–25.
22. LAI Z., XIAO W., LI M., ZHANG Z. *An Exponential Distribution Complex Network Model Constructed by Degree Sequence Length Iteration // IEEE Int. Conf. on Computational Science and Engineering (CSE) and IEEE Int. Conf. on Embedded and Ubiquitous Computing (EUC) – 2017*. – P. 267–271.
23. MARKOVICH N.M. *Nonparametric Analysis of Univariate Heavy-Tailed Data: Research and Practice*. – Chichester, West Sussex: Wiley, 2007. – 343 p.
24. MARKOVICH N.M., VAIČIULIS M. *Extreme Value Statistics for Evolving Random Networks // Mathematics*. – 2023. – Vol. 11, No. 9. – P. 2171.
25. MARKOVICH N.M., VAIČIULIS M. *Investigation of triangle counts in graphs evolved by uniform clustering attachment // arXiv: 2401.11548v1*. – 2024. – P. 1–16.
26. MARKOVICH N.M., RYZHOV M.S., VAIČIULIS M.

- Inferences for Random Graphs Evolved by Clustering Attachment* // arXiv: 2403.00551v1. – 2024. – P. 1–25.
27. MICHELAN R., LITVAK N., STEGEHUIS C. *Detecting hyperbolic geometry in networks: why triangles are not enough* // Phys. Rev. E. – 2022. – Vol. 106, No. 5. – P. 054303.
  28. NORROS I., REITTU H. *On a conditionally poissonian graph process* // Advances in Applied Probability. – 2006. – No. 38. – P. 59–75.
  29. PENROSE M. *Random Geometric Graphs*. – Oxford Studies in Probability: Oxford Academic, 2003.
  30. POURSAFAEI F., HUANG S., PELRINE K. et al. *Towards better evaluation for dynamic link prediction* // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2022. – Vol. 35. – P. 32928–32941.
  31. RAMOS-CARRENO C., TORRECILLA J.L. *dcor: Distance correlation and energy statistics in Python* // SoftwareX. – 2023. – Vol. 22. – P. 101326.
  32. ROSSI R.A., AHMED N.K. *The Network Data Repository with Interactive Graph Analytics and Visualization* // Proc. of the AAAI Conf. on Artificial Intelligence. – 2015. – Vol. 29, No. 1. – P. 4292–4293.
  33. STROHMEIER M., OLIVE X., LUBBE J. et al. *Crowdsourced air traffic data from the OpenSky network 2019–20* // Earth System Science Data Discussions. – 2020. – No. 2020. – P. 1–15.
  34. WAN P., WANG T., DAVIS R. A., RESNICK S.I. *Are extreme value estimation methods useful for network data?* // Extremes. – 2020. – No. 23. – P. 171–195.
  35. WANG T., RESNICK S.I. *Consistency of Hill estimators in a linear preferential attachment model* // Extremes. – 2019. – No. 22. – P. 1–28.
  36. WANG T., RESNICK S.I. *2RV+HRV and Testing for Strong VS Full Dependence* // arXiv:2312.16332v1 [math.ST]. – 2023. – P. 1–46.
  37. WEI-BING D., GUO L., LI W. et al. *Worldwide*

*Marine Transportation Network: Efficiency and Container Throughput // Chinese Physics Letters. – 2009. – No. 26. – P. 118901.*

## **INVESTIGATION OF DEPENDENCIES AND DISTRIBUTIONS IN RANDOM NETWORKS EVOLVED BY MIXED MODELS OF THE EVOLUTION AND NODE DELETION**

**Natalia Markovich**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science (nat.markovich@gmail.com).

**Maksim Ryzhov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, researcher (maksim.ryzhov@frtk.ru)

**Michail Kulik**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, student (mishakulik2002@yandex.ru).

*Abstract: The evolution of a random network by models of preferential, clustering and mixed attachments to form links between newly appending nodes and existing nodes is studied. Strategies of node deletion at each step of network evolution are considered: 1) without node and edge deletion; 2) deletion the least influential node among the most 'old', where the node's PageRank is used as a measure of the node's influence; 3) deletion a node with a probability inversely proportional to the node degree. For these deletion strategies the dependence of two characteristics of random networks, namely, the node degrees and node triangle counts (that is, the triples of interconnected nodes in which the node is involved), and the behavior of clustering coefficients of nodes are compared by simulation. The heaviness of the distribution tails for the node degrees and the node triangle counts is estimated. The mixed clustering-preferential attachment is proposed here for the first time.*

Keywords: network evolution, preferential and clustering attachment, mixed clustering-preferential attachment, node degree, triangle counts, node deletion, clustering coefficient.

УДК 519.24; 519.25

ББК 22.172

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.5

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.А. Галяевым.*

*Поступила в редакцию 06.02.2024.*

*Дата опубликования 31.05.2024.*

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕНТНЫМИ СТАВКАМИ В РОЗНИЧНОМ БАНКЕ

**Бабилов В. Г.**<sup>1</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

**Бабилов О. В.**<sup>2</sup>

(Московский физико-технический институт, Москва)

*Исследование поведения клиентов розничного банка позволяет получить некоторые закономерности, необходимые для построения модели сбалансированного распределения процентных ставок по пассивным финансовым инструментам. Решение этой задачи позволяет существенно повысить эффективность финансовой организации. В целях изучения поведения розничных клиентов банка и проработки методики построения модели сбалансированного распределения были исследованы два типа финансовых инструментов: текущие счета, срочные депозиты. Основным результатом настоящей работы является установление оптимального соотношения процентных ставок по остаткам на расчётных счетах при заданных процентных ставках по депозитам и при условии сформированных ожиданий изменения будущих рыночных процентных ставок. Вследствие чего банки получают удобный, универсальный, простой в интерпретации подход для выработки оптимальной стратегии по управлению финансовыми инструментами. Входными параметрами для принятия управленческих решений при установлении процентных ставок являются поведенческие характеристики клиентов и ожидания руководства банка относительно поведения процентных ставок в будущие периоды. На практике описанный в статье подход даёт существенную экономию издержек банка, которая может составлять до 10–15 % от текущей стоимости фондирования.*

Ключевые слова: процентные ставки, депозиты, текущие счета.

### **1. Введение**

В научных статьях в области экономики и финансов рассматривается широкий спектр задач, связанных с поиском оптимальных процентных ставок. Эти задачи взаимосвязаны с исследованием социальных процессов, с оптимизацией затрат на привлечение денежных ресурсов, с оценкой рыночных рисков, риска

<sup>1</sup> Владимир Георгиевич Бабилов, к.ф.-м.н. (babikov@ipu.ru).

<sup>2</sup> Олег Владимирович Бабилов, МФТИ, студент (babikov.ov@phystech.edu).

ликвидности, с трансфертным ценообразованием.

Так, в статье [16] устанавливается связь между рыночными ставками, кредитными и депозитными ставками. Теоретическая основа представлена теорией наценки Руссеаса [13], которая утверждает, что банковские ставки (ставки по кредитам и по депозитам) определяются постоянной надбавкой к предельной стоимости средств банка. Предполагается, что предельные издержки аппроксимируются либо ставкой денежного рынка, либо другой рыночной процентной ставкой, которая соответствует сроку погашения банковской ставки или имеет максимальную корреляцию с банковской ставкой среди множества различных рыночных ставок [4]. Последний подход, таким образом, является чисто статистическим. Отправной точкой является то, что банки сталкиваются с задачей оценки предельной стоимости депозитов в контексте трансфертного ценообразования. С этой целью банки используют различные модели для определения предельной стоимости средств [11]. Среди наиболее часто используемых внутренних моделей подход статического репликационного портфеля, по-видимому, является одним из самых простых подходов к определению цены основных депозитов [12]. Теоретическая модель основана на динамической версии модели Салопа [14] и теории роста капитала [7]. В этой модели вкладчики требуют страхования ликвидности [5] и не могут заменить транзакционные счета альтернативами рынка капитала.

По мере расширения спредов домохозяйства изымают ликвидность, а банки сокращают кредитование. Во время финансовых кризисов стоимость банковского фондирования, определяющая кредитные ставки, была определена как один из факторов, который объясняет гетерогенный перенос процентных ставок от рыночных ставок на кредитные ставки [9].

Подход промышленных организаций рассматривает нечувствительность ставок по основным депозитам (депозитам овернайт или сберегательным счетам) от рыночных ставок как результат несовершенства рынка [8]. Взаимосвязь между рыночными ставками и ставками по депозитам устанавливается при опреде-

ленных предположениях относительно конкуренции между банками и доступа вкладчиков и банков к рынкам капитала [6].

В научной литературе также встречается интересное предположение о том, что индивиды демонстрируют изоэластичные предпочтения риска в форме логарифмической полезности [7]. Вклады также могут считаться безрисковыми благодаря существованию системы гарантирования вкладов.

В статье [15] предпринята попытка теоретически решить проблему определения оптимальной процентной ставки банком. Оптимизационная модель учитывает политику банка, ориентированную на заемщиков, а также чисто коммерческий (ориентированный на прибыль) подход. Полученные результаты свидетельствуют о том, что оптимальные ставки по кредитам и депозитам в банке зависят, главным образом, от рыночных процентных ставок, а также от баланса банка, отчета о прибылях и убытках. Эта работа способствует лучшему пониманию поведения банка как организации социальной экономики и дополняет модели установления оптимальных процентных ставок в финансовых учреждениях. Здесь представлена модель депозитного рынка, в которой владельцы банков, не склонные к риску, стремятся сгладить распределяемую прибыль с течением времени. Рынок характеризуется неликвидными банковскими активами с фиксированными процентными ставками, бессрочными обязательствами по депозитам и вкладчиками, которые нечувствительны к краткосрочным колебаниям ставок по депозитам. В этих условиях ставка по депозитам будет следовать точно определенному пути, который зависит от доходности кредитного портфеля. Эта взаимосвязь согласуется с подходом, основанным на воспроизведении портфеля, который многие банки применяют для трансфертного ценообразования, и который можно использовать в качестве ориентира для моделей переноса процентных ставок.

Заемщики предпочитают сниженные процентные ставки по кредитам, а вкладчики – более высокие ставки по депозитам. Дилемма, таким образом, заключается в том, как справиться с реальным или потенциальным конфликтом между ними по поводу рас-

пределения выгод. Успешное управление процентными ставками со стороны ЦБ требует балансирования ожиданий обеих групп. В то время как эффективность коммерческого банка определяется адекватным управлением соотношением риска и прибыльности [10], деятельность ЦБ должна руководствоваться адекватным управлением взаимоотношениями между социальными и бизнес-целями.

Для розничного банка в условиях финансово-экономического кризиса, когда ЦБ резко поднимает ключевую ставку, решение задачи оптимального управления процентными ставками становится особенно важным. В этой работе мы сконцентрировались главным образом на проблеме управления процентными ставками по текущим и накопительным счетам в условиях известной ставки по коротким депозитам. Так, банк, осуществляя мониторинг рыночных процентных ставок, определяет свои ставки по срочным депозитам так, чтобы они были в рынке, но при этом ставки по текущим и накопительным счетам различных банков могут сильно отличаться друг от друга.

В целях решения задачи оптимального управления в статье была сформулирована и доказана лемма об оптимальной стратегии банка. Фактические данные подтвердили предположения относительно характера поведения заемщиков при выборе между текущими счетами и депозитами. Полученные эмпирические результаты статистически значимы.

Предлагаемая к ознакомлению работа носит как научный, так и прикладной характер, полученные результаты позволяют банку выработать эффективную стратегию по привлечению денежных средств. Статья дополняет классическую литературу по оптимизации процентных ставок банка, представляя процедуру распределения процентных ставок по основным финансовым инструментам внутри конкретной финансовой организации.

## **2. Постановка задачи**

Рассматривается розничный банк. Клиентами такого банка являются физические лица. Банк привлекает денежные средства

населения посредством следующих финансовых инструментов: текущие счета и депозиты. В условиях резких скачков процентных ставок банк вынужден следовать рынку и поднимать ставки по депозитам. Банк одновременно преследует две цели: удовлетворение потребностей клиентов и минимизация собственных издержек. Вследствие этого, дабы избежать фиксации высоких процентных ставок на длительный срок, банк повышает ставки по самым коротким депозитам, при этом ставки по депозитам на длительный срок банк также поднимает, но значительно слабее, чем по коротким депозитам. Кривая процентных ставок становится инверсной. В результате значительная часть клиентов перекладывается в короткие депозиты.

Клиенты частично или полностью переводят свои денежные средства с расчётных счетов на депозитные счета.

Задача. Требуется определить оптимальную стратегию банка по установлению процентных ставок по текущим счетам в зависимости от установленной процентной ставки по депозитам в условиях определенных ожиданий банка относительно изменения будущих процентных ставок.

### **3. Решение задачи. Модель сбалансированного распределения**

Пусть  $X_{ij}$  — доля денежных средств  $i$ -го индивида ( $i \in I$ ), вложенных в  $j$ -й финансовый инструмент ( $j \in J$ ). Далее предположим, что  $\gamma_j$  ставка по  $j$ -у финансовому инструменту, а  $t_j$  — срок  $j$ -го финансового инструмента. Тогда относительная ценность вложений в  $j$ -й финансовый инструмент для  $i$ -го индивида равна  $X_{ij}\gamma_j$  из расчёта для срока планирования в 1 год.

Далее предположим, что для работы с  $j$ -м финансовым инструментом в течение года  $i$ -у индивиду требуются издержки, пропорциональные получаемой выгоде ( $\omega_{ij}$  — соответствующий коэффициент пропорциональности), тогда функция полезности для  $i$ -го индивида принимает следующий вид:

$S_i = \sum_j X_{ij} \gamma_j (1 - \omega_{ij})$ . Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \max_{X_{ij}} \{ \sum_j X_{ij} \gamma_j (1 - \omega_{ij}) \}, \\ \sum_j X_{ij} = 1. \end{cases}$$

Допустим у нас есть два финансовых инструмента: текущие счета с начислением процентов на остаток и депозиты. Тогда можно записать следующее:

$$S_i = X_{i0} \gamma_0 (1 - \omega_{i0}) + (1 - X_{i0}) \gamma (1 - \omega_{i1}),$$

где  $X_{i0}$  – вложения на текущем счёте  $i$ -го индивида, а  $1 - X_{i0}$  – соответственно вложения в депозиты.

$S_i$  представляет собой линейное выражение относительно  $X_{i0}$ , следовательно  $S_i$  достигает максимума либо когда  $X_{i0} = 0$ , либо когда  $X_{i0} = 1$ , и тогда доля всех (из множества всех клиентов банка  $I$ ,  $i \in I$ ), кто выбирает первый или второй финансовый инструмент, будет зависеть от доли положительных или отрицательных знаков выражений  $\gamma_0(1 - \omega_{i0}) - \gamma(1 - \omega_{i1})$ . Запишем ряд определений:

- $\gamma_0$  – ставка по остаткам на текущем счёте;
- $\gamma$  – ставка по депозитам (на минимальный срок);
- $\delta\gamma = \gamma - \gamma_0$ ;
- $\omega_0 = 0$  – издержки клиентов на работу со счётом (доля от процентного дохода);
- $\omega$  – издержки клиентов на работу с депозитами (случайная величина с экспоненциальной плотностью распределения  $f(\omega) = \frac{1}{\lambda} \exp(-\frac{\omega}{\lambda}) [1]$ , доля от процентного дохода);
- $\delta_d = \frac{\text{депозиты}}{\text{депозиты} + \text{текущие счета}} - \text{доля депозитов в структуре пассивов: депозиты, текущие счета}$ .

Предположение. Издержки розничных клиентов на работу с депозитами есть случайная величина с экспоненциальной плотностью распределения<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Порог степень приближения истинной плотности формулой экспоненциального распределения оказывается недостаточной. Тогда прибегают к ее различ-

Сделаем дополнительные предположения. Клиент выбирает между ставками  $\gamma$  и  $\gamma - \delta\gamma$ . Кроме того, у клиентов имеются предпочтения и издержки связанные с трудозатратами клиента на работу с депозитами (дополнительные усилия, планирование, временное сокращение ликвидности и т.д.). Положим, что усилия на пользование текущим счётом близки к нулю, а трудозатраты на пользование депозитом равны  $\omega$  (случайная величина [2, 3]), тогда

$$(\gamma - \delta\gamma) - \gamma(1 - \omega) = -\delta\gamma + \gamma\omega.$$

В связи с переходом к вероятностным распределениям индекс  $i$  опускаем. Отсюда получаем, что доля депозитов определяется следующим выражением:

$$\delta_d = 1 - \exp\left(-\frac{\delta\gamma}{\lambda\gamma}\right).$$

Решая оптимизационную задачу банка:

$$\min_{\delta\gamma} \{\delta_d\gamma + (1 - \delta_d)\gamma_0\},$$

получаем, что банку надо придерживаться следующей стратегии:

$$\delta\gamma = \begin{cases} \lambda\gamma, & \text{при: } \lambda < 1, \\ \gamma, & \text{при: } \lambda \geq 1. \end{cases}$$

На рис. 1 представлены зависимости среднемесячных долей депозитов в структуре клиентских средств (депозиты, текущие счета) в зависимости от соотношения процентных ставок (сравниваются среднемесячные ставки по депозитам и среднемесячные ставки по текущим счетам). На графике показано, что

*ным усложнениям, содержащим уже большее число параметров. Например, используют формулу Вейбулла:*

$$p(x) = \begin{cases} Kx^\alpha \exp\left(-\frac{x^\beta}{\lambda}\right) & \text{для } x \geq 0, \\ 0 & \text{для } x < 0. \end{cases}$$

*Параметры  $\lambda, \beta > 0$ ,  $\alpha \geq 0$ . Постоянная  $K$  подбирается из условия  $\int_0^\infty p(x)dx = 1$ . При  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$  формула Вейбулла переходит в показательный закон распределения.*

поведение клиентов (их предпочтения относительно финансовых инструментов) подчиняется экспоненциальному распределению:  $f(\omega) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{\omega}{\lambda}\right)$ , где  $\omega$  – издержки клиентов на работу с депозитами. Издержки возникают в следствие множества причин: для управления депозитами требуются дополнительные трудозатраты, замораживаются средства на длительный срок – сокращается ликвидность и т.д. На графике точками представлены фактические значения (Actual) среднемесячных долей депозитов в общей структуре финансовых инструментов: текущие счета и депозиты, в зависимости от соотношения среднемесячных процентных ставок по счетам и по депозитам. В соответствии с фактическими данными была получена оценка относительно закона плотности распределения издержек клиентов по работе с депозитами:  $\lambda = 0,86 \pm 0,06$  ( $\sigma = 0,06$  – стандартное отклонение). Стоит сказать, что  $(0,74 < \lambda < 0,98)$  есть доверительный интервал для оценки математического ожидания параметра экспоненциального распределения  $\lambda$  с надежностью 0,95.

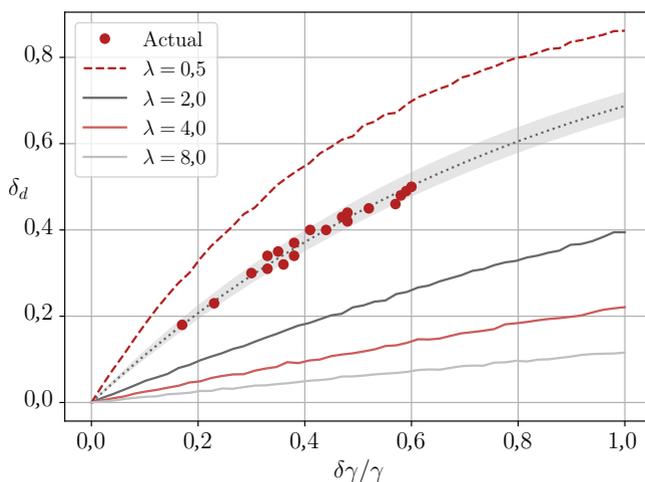


Рис. 1. Зависимость доли депозитов в зависимости от соотношения процентных ставок

#### 4. Сценарные стратегии

Пусть банк в каждый момент придерживается некоторой стратегии  $\psi$ :

$$(1) \quad \delta\gamma = \psi\gamma,$$

требуется определить оптимальное значение  $\psi$ . Условия таковы, что помимо оценки стратегии клиента у менеджмента банка также имеются ожидания относительно будущих рыночных процентных ставок. Рассматриваем ситуацию, когда минимальный срок депозита в банке –  $n$  месяцев. Так, текущая ставка по депозитам на срок  $n$  месяцев равна  $\gamma$ , в следующем месяце ожидается, что ставка будет  $\gamma_2$ , и т.д. Банку требуется минимизировать следующее выражение:

$$\min_{\psi} \{ \delta_d(n \cdot \gamma) + (1 - \delta_d)(1 - \psi)(\gamma + \gamma_2 + \dots + \gamma_n) \},$$

где  $\delta_d = 1 - \exp(-\frac{\psi}{\lambda})$ .

Далее берем производную по  $\psi$ ,

$$[\delta_d(n \cdot \gamma) + (1 - \delta_d)(1 - \psi)(\gamma + \gamma_2 + \dots + \gamma_n)]_{\psi} = 0,$$

получаем уравнение:

$$\frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) - \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) z - \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) (1 - \psi)z = 0,$$

где  $z = \frac{\bar{\gamma}}{\gamma}$ ,  $\bar{\gamma} = \frac{1}{n}(\gamma + \gamma_2 + \dots + \gamma_n)$ .

Отсюда получаем, что

$$\psi = 1 + \lambda - \frac{1}{z} = \lambda + \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma}} = \lambda + \bar{\theta},$$

где  $\bar{\theta} = \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma}}$ .

Следовательно в случае, когда минимальный срок размещения депозитов  $n$  мес. и имеются ожидания, что относительное

изменение ставки (на срок  $n$  мес.) в среднем за период, равный сроку депозиту, равно  $\bar{\theta} = \frac{\bar{\gamma} - \gamma}{\bar{\gamma}}$ , оценка  $\delta\gamma$  принимает следующий вид:

$$(2) \quad \delta\gamma = \begin{cases} \lambda\gamma + \bar{\theta}\gamma & \text{при: } \lambda + \bar{\theta} < 1, \\ \gamma & \text{при: } \lambda + \bar{\theta} \geq 1. \end{cases}$$

Таким образом, доказана следующая лемма.

**Лемма.** Выражение (2) определяет оптимальное (минимизируются расходы на привлечение денежных средств) для банка соотношение ставок по текущим счетам и по депозитам (в условиях ожидания изменений будущих рыночных процентных ставок).

На рис. 2 показаны ожидаемые изменения ставки по депозитам на срок 3 месяца (средние изменения за период 3 месяца) после сильного скачка ставок (ставки росли в 1,5–2 раза). Анализ проведен на основании поведения ставок по трехмесячным депозитам за последние 20 лет. Согласно нашей оценке  $\bar{\theta} \approx -0,1$  в течении примерно 5 месяцев после сильного скачка процентных ставок. В условиях неопределенности  $\bar{\theta} = 0$ .

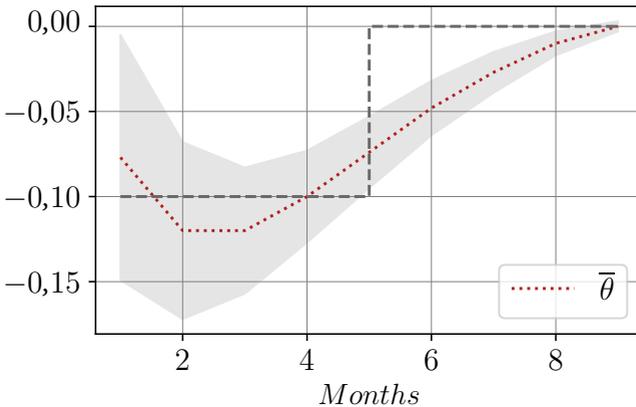


Рис. 2. Ожидаемые относительные изменения ставки (на срок 3 мес.) в среднем за период, равный сроку 3 мес., в зависимости от количества месяцев с момента скачка ставок

Оценка относительного экономического эффекта  $W$  при выборе стратегии определяется следующей формулой (при условии

$\bar{\theta} = 0$ ):

$$W = \frac{1 - \psi_1 \exp(-\frac{\psi_1}{\lambda})}{1 - \psi_2 \exp(-\frac{\psi_2}{\lambda})},$$

где  $\psi_1, \psi_2$  – две разные стратегии (1).

На рис. 3 показаны зона (Optimal) оптимальных стратегий и фактические стратегии банка (Actual). Линиями показаны зависимости общих издержек (стоимости фондирования) от стратегии банка  $\psi$  для различных значений параметра экспоненциального распределения  $\lambda$ . Напомним, что под стратегией  $\psi$  понимается алгоритм установления процентной ставки по текущим счетам в зависимости от заданной процентной ставки по (коротким) депозитам, которая определяется следующим выражением:  $\delta\lambda = \psi\lambda$ . Стратегия  $\psi = 0$  означает, что ставки по накопительным и текущим счетам устанавливаются равными ставкам по коротким депозитам, а стратегия  $\psi = 1$  означает, что процентные ставки по накопительным и текущим счетам устанавливаются равным нулю.

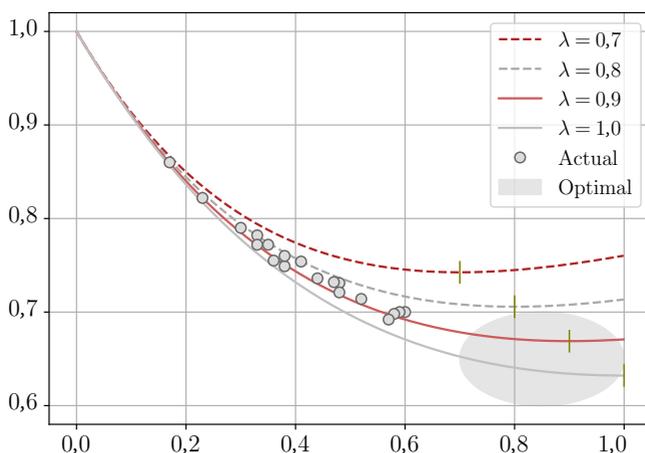


Рис. 3. Сравнительная оценка экономической эффективности в зависимости от стратегии  $\psi$  при разных значениях  $\lambda$

## 5. Выводы и перспективы

Основной результат настоящей работы заключается в определении оптимальной стратегии розничного банка, которая заключается в установке оптимального соотношения между ставками по депозитам и по текущим счетам, что, в свою очередь, позволяет банкам существенно снизить стоимость фондирования. В результате исследования данных о поведении клиентов конкретного розничного банка была решена оптимизационная задача, что, в свою очередь, привело к сокращению издержек банка по привлечению денежных средств на 10–20%.

### Литература

1. КЕНДАЛЛ М.ДЖ., СТЬЮАРТ А. *Теория распределений*. – М.: Изд-во «Наука», 1966.
2. ТЮРИН Ю.Н. *Непараметрические методы статистики*. – М.: Изд-во «Знание», 1978.
3. ХАСТИНГС Н., ПИКОК ДЖ. *Справочник по статистическим распределениям*. – М.: Изд-во «Статистика», 1980.
4. DE BONDT G. *Interest rate pass-through. Empirical results for the euro area* // German Economic Review. – 2005. – Vol. 6(1). – P. 37–78.
5. DIAMOND D.W., DYBVIK P.H. *Bank runs, deposit insurance, and liquidity* // Journal of Political Economy. – 1983. – Vol. 91(3). – P. 401–419.
6. FECHT F., MARTIN A. *Banks, markets, and efficiency* // Annals of Finance. – 2009. – Vol. 5(2). – P. 131–160.
7. HAKANSSON G., ZIEMBA W.T. *Capital growth theory* // In: Jarrow R.A., Maksimovic V., Ziemba W.T. (eds.): Finance Handbook. – North-Holland, Amsterdam, 1995.
8. HANNAN T.H., BERGER A.N. *The rigidity of prices. Evidence from the banking industry* // The American Economic Review. – 1991. – Vol. 81(4). – P. 938–945.

9. ILLES A., LOMBARDI M. *Interest rate pass-through since the financial crises* // BIS Quarterly Review. – 2013. – P. 57–66.
10. KUTAN A.M., OZSOZ E., RENGIFO E.W. *Cross-Sectional Determinants of Bank Performance under Deposit Dollarization in Emerging Markets* // Emerging Markets Review. – 2012. – Vol. 13(4). – P. 478–492.
11. *Oesterreichische Nationalbank and Finanzmarktaufsicht Osterreich 2008. Leitfaden zum Management des Zinsrisikos im Bankbuch.*
12. ROLFES B., BANNERT T. *Die Kalkulation variabel verzinslicher Bankgeschafte: Handbuch Bankcontrolling* / Eds.: Schierenbeck H., Rolfes B. – 2001. – P. 281–299.
13. ROUSSEAS S. *A Markup Theory of Bank Loan Rates* // Journal of Post Keynesian Economics. – 1985. – Vol. 8, Iss. 1. – P. 135–144.
14. SALOP S. *Monopolistic competition with outside goods* // Journal of Economics. – 1979. – Vol. 10(1). – P. 141–156.
15. SIUDEK T., ZAWOJSKA A. *Optimal Deposit and Loan Interest Rates Setting in Co-Operative Banks* // Acta Scientiarum Polonorum. Oeconomia. – 2015. – Vol. 14(3). – Vol. 117–134.
16. SOPP H. *Interest rate pass-through to the rates of core deposits a new perspective. Discussion Paper* // Deutsche Bundesbank. – 2018. – Vol. 25.

## **RETAIL BANK INTEREST RATE INTERNAL REGULATION**

**Vladimir Babikov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc. (babikov@ipu.ru).

**Oleg Babikov**, Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, student (babikov@mipt.ru).

*Abstract: Retail bank client's behavior investigation allows us to obtain some necessary patterns for the balanced interest rates distribution model development. In order to study the behavior of retail bank clients and for the balanced interest rates distribution model developing, two types of financial instruments were studied: current accounts, deposits. The main result of this paper is the optimal ratio of current account interest rates establishing at given interest rates on deposits (in conditions of exact future market interest rates expectations). The approach outlined in the article offers banks a convenient, versatile, and easily understandable method for elaborating an optimal strategy to manage financial instruments. Key input parameters for decision-making in interest rate setting encompass the behavioral attributes of clients and the anticipations of bank management concerning future interest rate trends. In practical application, this approach leads to substantial cost reductions for banks, potentially yielding savings of up to 10–15 % of their current funding expenses.*

Keywords: percent rates, deposits, current accounts.

УДК 336.7

ББК 65.054

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.6

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.В. Горбуновой.*

*Поступила в редакцию 09.01.2024.*

*Дата опубликования 31.05.2024.*

# НЕЧЁТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАПАСНЫМИ ЧАСТЯМИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ АЭРОПОРТОВОЙ СЕТИ ХАБООБРАЗУЮЩЕЙ АВИАКОМПАНИИ

Романенко В. А.<sup>1</sup>

*(Самарский национальный исследовательский  
университет имени академика С.П. Королёва, Самара)*

*Решена задача оптимального проектирования системы обеспечения аэропортов запасными частями для систем обработки багажа. Рассматривается группа аэропортов, оснащенная багажными системами одного производителя, планирующего снабжать их запасными частями на стадии эксплуатации. Один из аэропортов группы должен выполнять функции пассажирского пересадочного узла (хаба) для хабообразующей авиакомпании, планирующей организацию массовых трансферных перевозок между аэропортами группы. Предлагается создание эшелонированной системы обеспечения запасными частями, предусматривающей наличие складов на уровнях производителя, узлового аэропорта и остальных (периферийных) аэропортов, и использование комбинированной стратегии поставок запасных частей, предполагающей периодические поставки со склада производителя на склады аэропортов, оперативные поставки со склада узлового на склады периферийных аэропортов и, при возникновении дефицита, экстренные поставки на склад узлового аэропорта. Целью является определение объемов периодических поставок запчастей, оптимальных по критерию минимума затрат на их выпуск, хранение и пополнение запаса. Часть исходных данных принята не полностью определённой, что соответствует этапу проектирования системы, и задается в виде нечётких чисел. Результаты модельных примеров свидетельствуют о правомерности рассмотренной постановки задачи и эффективности предложенной системы обеспечения запчастями.*

Ключевые слова: система обеспечения запасными частями, оптимизация, нечёткое число, узловой аэропорт, система обработки багажа.

## **1. Введение**

Решается задача параметрической оптимизации системы обеспечения запасными частями (ЗЧ) производственных подразделений аэропортов, занимающихся эксплуатацией, техниче-

---

<sup>1</sup> Владимир Алексеевич Романенко, к.т.н., доцент (vla\_rom@mail.ru).

ским обслуживанием и ремонтом (ТОиР) систем обработки багажа (СОБ) – одного из наиболее сложных и высокотехнологичных классов аэропортового оборудования. В роли основного поставщика ЗЧ выступает предприятие, являющееся производителем и системным интегратором оборудования СОБ. Потребителями ЗЧ являются специализированные службы аэропортов, располагающие складами для хранения запаса ЗЧ и ремонтными подразделениями, способными произвести любой ремонт отказавшего агрегата СОБ. Рассматривается группа аэропортов, один из которых предполагается узловым, т.е. выполняющим функции пересадочного узла (хаба) для пассажиров, перевозимых между другими («периферийными») аэропортами группы. Перевозки между аэропортами группы через хаб выполняет хабообразующая авиакомпания, которая координирует своё расписание таким образом, чтобы обеспечить пассажирам удобную пересадку в хабе. Отказы в работе СОБ, приводящие к сбоям в расписании движения воздушных судов (ВС), угрожают разрушить скоординированную систему стыковочных рейсов, став источником значительных убытков для хабообразующей авиакомпании. Жизненная важность поддержания работоспособного состояния всех СОБ в рамках системы «хаб – периферийные аэропорты» требует, чтобы производством и снабжением ЗЧ обеспечивалась возможность выполнения ремонта либо немедленно после отказа, либо с незначительной задержкой.

Формированию авиакомпанией системы перевозок «хаб – периферийные аэропорты» обычно предшествуют значительные и затратные преобразования в предполагаемом хабе, включающие, в частности, модернизацию имеющейся или развёртывание новой, более высокопроизводительной, багажной системы. Для принятия обоснованного решения о целесообразности формирования системы «хаб – периферийные аэропорты» ее участникам необходимо располагать оценками издержек, связанных с указанными преобразованиями. При определении таких оценок правомерно полагать, что в качестве подрядчика на разработку (доработку), производство, монтаж, ввод в эксплуатацию и обеспечение ТОиР СОБ будет выбрана среди конкурентов та фирма-производитель, которая предложит вариант

СОБ, в определённом смысле наилучший на всех этапах жизненного цикла изделия. Логично считать, что если в тех или иных аэропортах, выбранных хабообразующей авиакомпанией на роль «периферийных», на момент принятия решения о построении системы «хаб – периферийные аэропорты» уже будут действовать СОБ рассматриваемого производителя, то его стратегия обеспечения ЗЧ СОБ этих аэропортов будет оптимизирована с учетом преимуществ системы «хаб – периферийные аэропорты». Таким образом, на этапе предварительного проектирования хабовой системы перевозок необходимо располагать сравнительно простыми расчётными моделями, позволяющими решать задачи оптимизации структуры и параметров как самих СОБ, так и систем обеспечения их ЗЧ. В частности, необходимы модели для предварительных «быстрых» оценок оптимальных объёмов производства ЗЧ и выбора схем снабжения ими потребителей с учётом влияния различного рода неопределённостей, возникающих при проектировании, создании и эксплуатации СОБ.

Одним из факторов неопределённого характера является стохастичность потока отказов компонентов СОБ. Будем считать, что существует некоторая плановая численность единиц ЗЧ определённого типа, которая должна выпускаться производителем и с установленной периодичностью доставляться потребителям. Случайный характер потока отказов с той или иной вероятностью может привести к возникновению ситуаций, когда планового числа ЗЧ окажется недостаточно. В таких ситуациях для исключения длительного простоя оборудования потребуется либо оперативный выпуск и доставка «сверхплановых» ЗЧ, либо экстренная закупка аналогичной продукции у конкурентов. Учитывая регулярный и, как правило, частотный характер авиасвязей между хабом и периферийными аэропортами, правомерно полагать, что хабообразующая авиакомпания, заинтересованная в поддержании в работоспособном состоянии СОБ не только в хабе, но и в периферийных аэропортах, может взять на себя функции оперативной доставки ЗЧ в периферийные аэропорты. В этом случае в хабе может быть создан склад, играющий роль депо [11] ЗЧ для всех остальных аэропортов.

Габарито-весовые характеристики большинства деталей и узлов СОБ обеспечивают возможность их перевозки пассажирскими ВС в порядке дозагрузки. В этом случае стоимость их перевозки может оказаться приемлемой для производителя. Тем не менее стоимость воздушной перевозки останется весьма высокой, что не позволит полностью отказаться от перевозки наземными видами транспорта. Следует полагать, что достаточно большие «плановые» партии ЗЧ будут периодически доставляться со склада производителя на склады аэропортов, в том числе хаба, средствами наземного транспорта. При появлении угрозы дефицита ЗЧ в периферийном аэропорту оперативная доставка из хаба будет выполняться в краткие сроки регулярным рейсом ВС. Как будет показано ниже, такая стратегия даст возможность сократить затраты на обеспечение аэропортов ЗЧ при приемлемом времени восстановления, поскольку централизованное оперативное снабжение позволит уменьшить как запасы ЗЧ в каждом аэропорту, так и суммарное потребное их количество за счёт возможности их перераспределения между потребителями.

Описанные условия, в соответствии с которыми фирма – производитель аэропортовой техники организует оперативное снабжение ряда аэропортов ЗЧ для своей продукции посредством авиaperевозок из узлового аэропорта, не противоречат практике. Ситуации, когда сильная авиакомпания, доминирующая по объему перевозок в своем базовом аэропорту, берет на себя инициативу (и значительную долю затрат) по формированию и поддержанию системы «хаб – периферийные аэропорты», достаточно широко распространены в практике мировой авиатранспортной отрасли [9] и представляют интерес для авиапредприятий РФ. Российскими авиакомпаниями неоднократно предпринимались попытки преобразования своих базовых аэропортов в полноценные пересадочные центры [9]. Необходимость формирования системы хабов на базе крупнейших аэропортов нашей страны была признана на уровне Правительства РФ [3]. Ситуация, когда целый ряд аэропортов оснащается багажным оборудованием одного производителя, также вполне реальна. Согласно данным 2023 г. [15], в 80% аэропортов России, работающих с международными направлениями, исполь-

зуются багажные системы одного из ведущих мировых производителей оборудования данного класса. Нельзя не отметить тенденции последних лет, имеющие непосредственное отношение к теме статьи. Во-первых, вызванная пандемией вынужденная трансформация отечественной отрасли воздушных перевозок заметно усилила интерес авиаперевозчиков к формированию хабов на базе региональных аэропортов [16]. Во-вторых, влияние международных ограничений привело к миграции от иностранных к отечественным решениям при проектировании, производстве, монтаже, эксплуатации и послепродажном сопровождении багажных систем. Так, по данным Росавиации [10], в России возобновлен собственный выпуск СОБ и оснащение ими аэропортов единственным отечественным производителем таких систем. Таким образом, актуальность и обоснованность проблемы оптимизации обеспечения отечественных аэропортов ЗЧ для высокотехнологичного оборудования силами отечественных производителей с использованием достоинств системы «хаб – периферийные аэропорты» возрастают в условиях вызовов последних лет.

Постановкой и подходом к решению задачи оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ аэропортовой сети должен учитываться тот факт, что часть исходных данных может характеризоваться нестохастической неопределённостью. Дело в том, что на этапе предварительного проектирования как самих СОБ, так и системы обеспечения их ЗЧ, в условиях неполноты, неопределенности исходной информации одним из источников её получения станут экспертные оценки, которые проблематично выразить в терминах теории вероятностей, и для формализации которых используются другие подходы, например, методы теории нечётких множеств [6]. Таким образом, моделью оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ аэропортовой сети должна предусматриваться возможность оперирования величинами, заданными в нечёткой форме.

Обзор работ по теории снабжения ЗЧ, актуальный на начало XXI века, приводится в [10]. В этой работе делается акцент на применении методологии теории массового обслуживания при построении стохастических моделей систем снабжения ЗЧ.

Подробно рассмотрены методики расчёта многоуровневых (в основном двухуровневых) систем управления запасами восстанавливаемых ЗЧ, в том числе с экстренными поставками. Среди таких методик так называемая «METRIC» – методика эшелонированного управления восстанавливаемыми запчастями в двухуровневой системе [24, 25], на нижнем уровне которой («базе») предполагается поддержание нормативного запаса  $S$  в соответствии со стратегией восполнения «запрос – заказ»  $(S - 1, S)$ , ограниченные ремонтные возможности и составной пуассоновский входной спрос. Горизонтальный обмен между базами отсутствует. В верхнем звене («депо») все детали ремонтируемы, спрос составной (логарифмический) пуассоновский, поддержание запаса по схеме «двух уровней»  $(s, S)$ . В дальнейшем методика METRIC была модифицирована применительно к структурированным изделиям при простом пуассоновском спросе [20, 21]. В работах [22, 25] предложена методика управления ЗЧ, состоящего в выборе в режиме реального времени базы для отправки очередного отремонтированного изделия из депо. Позже методика METRIC была распространена на двухэшелонную систему с экстренными поставками на базы из депо или извне системы, на трёхуровневую систему с полностью восстанавливаемыми изделиями, а также децентрализованную систему [11]. В [11] упомянуты также приближённые модели для двухуровневых систем со стратегиями восполнения, отличающимися от стратегий  $(S - 1, S)$  на базах и  $(s, S)$  в депо, принятых в семействе моделей METRIC [21, 22]. Обстоятельный анализ результатов зарубежных исследований в области теории управления запасами ЗЧ, достигнутых к 2020 году, с привлечением материала около 150 работ приведён в статье [26]. Среди пробелов в исследованиях указанной области авторы отмечают недостаточное внимание, уделяемое системам снабжения с возможностью экстренных поставок, и сосредоточение на системах с ограниченной номенклатурой ЗЧ. Методы нечётких вычислений пока не нашли широкого применения при построении систем обеспечения ЗЧ. Работы в этой области, например, [17, 19], немногочисленны и касаются, главным образом, вопросов использования нечёткого управления запасами. Число работ,

посвящённых системам снабжения запчастями аэропортовых предприятий, невелико. Среди работ отечественных авторов следует отметить [1, 2], где с использованием методологии теорий массового обслуживания, надёжности и имитационного моделирования решается задача минимизации затрат на доставку запчастей для специальных автомобилей, эксплуатирующихся в аэропортах. Из зарубежных работ интерес представляет [23], в которой на базе модели марковской многоканальной СМО с неограниченным ожиданием и методики METRIC разработаны стратегия снабжения авиакомпаний ЗЧ для ВС из единого центра и модель определения оптимального расположения такого центра. В ремонтных подразделениях авиакомпаний в периферийных аэропортах предполагается стратегия восполнения запаса  $(S - 1, S)$ , в центре  $-(s, S)$ .

## **2. Концептуальная модель системы обеспечения ЗЧ**

В формируемой модели системы обеспечения ЗЧ будем считать не полностью определёнными данные относительно стоимостных и массовых характеристик компонентов СОБ и их ЗЧ, а также затрат на их доставку и хранение. Причины неопределённости следующие:

1. Производитель СОБ и одновременно поставщик ЗЧ к их компонентам выступает в роли системного интегратора, активно использующего в составе СОБ комплектующие других производителей (субпоставщиков). Учитывая динамично меняющиеся цены на комплектующие, доставку, хранение, на ранних этапах проектирования как самих СОБ, так и системы обеспечения их ЗЧ характеристики компонентов как собственного производства поставщика, так и производства субпоставщиков правомерно считать достоверно не известными.

2. ЗЧ СОБ отличаются широкой номенклатурой и значительным разнообразием характеристик. С целью сокращения размерности формулируемой оптимизационной задачи произведём укрупнение типов ЗЧ, рассматривая как относящиеся к единому типу в общем разнотипные запчасти одинакового назначе-

ния со сходными значениями параметров. Такое укрупнение, допустимое на начальных этапах проектирования, приведёт к наличию разброса в значениях параметров ЗЧ в пределах одного типа.

3. Решение задачи оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ группы «хаб – периферийные аэропорты» требует наличия данных об уровне потока отказов элементов багажного оборудования всех типов. Предположим, что на этапе предварительных оценок, когда принимается принципиальное решение о необходимости замены или модернизации СОБ в потенциальном хабе, мы располагаем моделями СОБ (имитационными или аналитическими), не отличающимися высокой степенью детализации и поэтому позволяющими рассматривать в качестве элементов СОБ лишь такие её модули, которые сами имеют многоуровневую иерархическую структуру [8, 18]. Отказ такого модуля может означать необходимость как замены самого модуля, так и проведения ремонта, состоящего в замене какого-либо элемента, входящего в его состав. Невозможность учёта членения модуля на составляющие на рассматриваемом уровне детализации не позволяет достоверно определять потребности в ЗЧ. Тем не менее это не означает невозможность решения рассматриваемой оптимизационной задачи. Правомерно считать, что отказ модуля требует затрат либо равных затратам на его замену ЗЧ-аналогом, либо меньших, если удаётся ограничиться заменой его отказавшего элемента. Причём уточнить значение этих затрат, не переходя к более детализованным моделям, невозможно. Чтобы сохранить уровень детализации структурной модели СОБ, будем считать, что величины стоимости и массовых характеристик ЗЧ, необходимых для ремонта некоторого модуля, достоверно не определены, но не превышают величин аналогичных характеристик самого модуля. Воспользовавшись подходом, предполагающим укрупнение типов ЗЧ, будем включать в некоторый тип ЗЧ, необходимых для ремонта определённого модуля СОБ, все типы ЗЧ, необходимые как для замены самого модуля, так и для ремонта (замены) его элементов. Отметим, что, располагая результатами оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ и данными по надёжности отдельных

составляющих модуля, на последующих этапах проектирования возможно определение необходимой потребности в этих составляющих.

Учитывая перечисленные факторы, будем считать, что стоимостные и массовые характеристики ЗЧ определяются экспертно с учетом каталожных данных, и задавать их в форме нечётких величин. Выбор нечёткого подхода обусловлен тем, что он позволяет экспертам при отсутствии или дефиците статистических данных формализовать свои представления о возможных значениях оцениваемого параметра, причём сделать это более детально по сравнению, например, с интервальным подходом [6].

Для описания структуры системы обеспечения ЗЧ группы аэропортов введём следующие обозначения:

$N$  – число аэропортов, составляющих группу «хаб – периферийные аэропорты»;

$h$  – индекс аэропорта,  $h = 1, \dots, N$ , где  $h = 1$  – хаб,  $h = 2, \dots, N$  – периферийные аэропорты;

$i$  – индекс типа компонентов СОБ и, одновременно, укрупнённого типа ЗЧ, требующихся для восстановления указанных компонентов,  $i = 1, \dots, I$ ;

$\lambda_i$  – интенсивность потока отказов компонента  $i$ -го типа;

$n_{hi}$  – число компонентов типа  $i$  в аэропорту  $h$ ;

$\lambda_{hi} = \lambda_i n_{hi}$  – интенсивность потока отказов компонентов СОБ типа  $i$  в аэропорту  $h$  (интенсивность спроса на ЗЧ  $i$  на складе аэропорта  $h$ );

$\{\lambda_{hi}\}$  – матрица интенсивностей отказов,  $h = 1, \dots, N$ ,  $i = 1, \dots, I$ ;

$\vec{\lambda}_h = \{\lambda_{h1}, \lambda_{h2}, \dots, \lambda_{hI}\}$  – вектор-строка интенсивностей отказов в аэропорту  $h$ .

Структура рассматриваемой эшелонированной системы обеспечения ЗЧ со складами на трех уровнях отображена на рис. 1а, где использованы следующие обозначения элементов этой системы:  $a$  – производственные подразделения производителя;  $c_0$  – склад производителя («депо верхнего уровня»);  $c_1$  – склад с ремонтными возможностями аэропорта-хаба («депо

нижнего уровня»);  $c_2, \dots, c_N$  – склады с ремонтными возможностями периферийных аэропортов («базы»);  $b_1, \dots, b_N$  – специализированные службы аэропортов («потребители»).

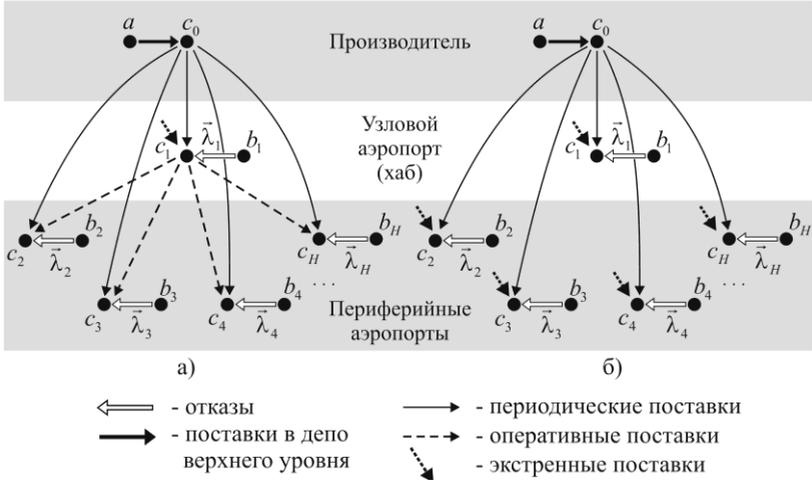


Рис. 1. Структура системы обеспечения ЗЧ группы аэропортов  
 а) при наличии депо в хабе; б) без депо в хабе

Используется комбинированная стратегия поставок ЗЧ, предполагающая следующие поставки:

1. Плановое производство и периодические поставки ЗЧ со склада поставщика  $c_0$  на склады хаба и периферийных аэропортов  $c_1, \dots, c_N$  – стратегия с постоянным объёмом заказа и выполнением через фиксированные промежутки времени  $\theta$ . Фиксированная частота заказов позволяет избежать неоправданных транспортных расходов за счёт использования экономичных наземных видов транспорта для доставки ЗЧ.

2. Оперативные поставки ЗЧ со склада хаба  $c_1$  на склады периферийных аэропортов  $c_2, \dots, c_N$ . Стратегия предусматривает доставку как минимум одной единицы ЗЧ необходимого типа на склад периферийного аэропорта при достижении там нулевого запаса со склада хаба ближайшим регулярным авиарейсом

хабообразующей авиакомпании (при наличии запаса ЗЧ необходимого типа на складе хаба).

3. Сверхплановое производство или приобретение у конкурентов и экстренная поставка ЗЧ на склад хаба при отсутствии ЗЧ необходимого типа в депо нижнего уровня. При этом вводится допущение о том, что создаваемый в хабе запас достаточен для того, чтобы исключить необходимость экстренных поставок в периферийные аэропорты. Таким образом, экстренные поставки могут осуществляться только в хаб. Такие поставки сопряжены с необходимостью производства при значительно более высокой себестоимости или приобретения по цене, значительно превышающей себестоимость при плановом производстве [11].

Вводится допущение о стационарном пуассоновском характере потока отказов, позволяющее сформировать приближенную модель системы обеспечения ЗЧ, достаточно простую для получения предварительных «быстрых» оценок оптимальных объёмов поставок в рамках предложенной стратегии.

Для оценки эффекта от использования хаба в качестве депо имеет смысл сравнить рассмотренную систему с другой, в которой хаб уже не служит депо, а наряду с другими аэропортами играет роль «рядовой» базы. В этом случае стратегия поставок следующая (рис. 1б): периодические поставки так же выполняются во все аэропорты, оперативные поставки отсутствуют, экстренные поставки при возникновении угрозы дефицита выполняются не только в хаб, но и во все периферийные аэропорты.

### **3. Однопродуктовая модель управления запасами ЗЧ**

Предварительно рассмотрим однопродуктовую модель системы управления запасами с единственным складом и стационарным пуассоновским потоком отказов интенсивностью  $\lambda$ . Периодически через фиксированный промежуток времени  $\theta$  запас ЗЧ на складе пополняется на фиксированное число элементов  $s$ . Если в результате очередного отказа запас исчерпывается, то непосредственно после отказа делается заказ на оперативную поставку одной единицы ЗЧ, который немедленно удовлетворя-

ется. Таким образом, склад всегда располагает как минимум одной единицей ЗЧ.

Обозначим  $\bar{v}$  – среднее за период  $\theta$  число ЗЧ, оперативно поставляемых на склад, и  $\bar{y}$  – средний за период  $\theta$  запас на складе, определяемый как

$$(1) \quad \bar{y} = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} \bar{y}(t) dt,$$

где  $\bar{y}(t)$  – средний запас к моменту  $t \in [0, \theta)$ . Получим формулы для  $\bar{y}(t)$  и  $\bar{v}$ . Обозначим через  $x(t)$ ,  $y(t)$  и  $v(t)$  соответственно число отказов («спрос»), запас ЗЧ на складе и число оперативно поставленных ЗЧ к моменту  $t \in [0, \theta)$ . Легко видеть, что для принятой стратегии, сочетающей периодические и оперативные поставки, связь между величинами  $y(t)$ ,  $v(t)$  и  $x(t)$  может быть представлена в формализованном виде как

$$(2) \quad y(t) = \begin{cases} s - x(t), & 0 \leq x(t) \leq s - 1, \\ 1, & s \leq x(t), \end{cases}$$

$$(3) \quad v(t) = \begin{cases} 0, & x(t) < s, \\ x(t) - s + 1, & s \leq x(t). \end{cases}$$

Учтём, что для стационарного пуассоновского потока с интенсивностью  $\lambda$  вероятность  $P_x(t)$  наступления  $x$  отказов за время  $t$  подчиняется закону Пуассона:

$$(4) \quad P_x(t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}.$$

Тогда, согласно (2), имеем:

$$(5) \quad \begin{aligned} \bar{y}(t) &= \sum_{x=0}^{s-1} (s-x) P_x(t) + \sum_{x=s}^{\infty} P_x(t) = \\ &= \sum_{x=0}^{s-1} (s-x) P_x(t) + 1 - \sum_{x=0}^{s-1} P_x(t) = 1 + \sum_{x=0}^{s-1} (s-x-1) P_x(t). \end{aligned}$$

Выражения (1), (4), (5) позволяют приближённо определять  $\bar{y}$  по заданным  $\lambda$ ,  $s$  и  $\theta$ .

Так как по определению  $\bar{v} \equiv \bar{v}(t = \theta) = \bar{v}(\theta)$ , из выражения (3) получаем:

$$(6) \quad \bar{v} = \bar{v}(\theta) = \sum_{x=s}^{\infty} (x-s+1)P_x(\theta) = \sum_{x=s}^{\infty} xP_x(\theta) + (1-s)\sum_{x=s}^{\infty} P_x(\theta).$$

Чтобы избавиться от сумм с бесконечным числом слагаемых в формуле (6), используем известные формулы сумм членов бесконечных рядов [7]:

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = e^a, \quad \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{a^x}{x!} = ae^a, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Введём для сокращения записи обозначение  $a = \lambda\theta$ , подставим (4) в (6) и, проведя необходимые преобразования, получим расчётную формулу для  $\bar{v}$ :

$$\begin{aligned} \bar{v} &= e^{-a} \sum_{x=s}^{\infty} x \frac{a^x}{x!} + e^{-a} (1-s) \sum_{x=s}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = \\ &= e^{-a} \left( \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{a^x}{x!} - \sum_{x=0}^{s-1} x \frac{a^x}{x!} \right) + (1-s) e^{-a} \left( \sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} - \sum_{x=0}^{s-1} \frac{a^x}{x!} \right) = \\ (7) \quad &= a - e^{-a} \sum_{x=0}^{s-1} x \frac{a^x}{x!} + (1-s) \left( 1 - e^{-a} \sum_{x=0}^{s-1} \frac{a^x}{x!} \right) = \\ &= a + 1 - s - e^{-a} \sum_{x=0}^{s-1} (x+1-s) \frac{a^x}{x!}. \end{aligned}$$

#### 4. Постановка задачи нечёткой оптимизации системы обеспечения ЗЧ

Напомним основные понятия и приемы нечёткой арифметики, используемые ниже. Под нечётким множеством  $\tilde{A}$  на универсальном множестве  $U$  понимается совокупность кортежей вида  $\langle \mu_{\tilde{A}}(u), u \rangle$ , где  $\mu_{\tilde{A}}(u)$  – степень принадлежности элемента  $u \in U$  нечёткому множеству  $\tilde{A}$ , которая задаётся как действительное число из интервала  $[0, 1]$ . Функция, позволяющая для произвольного элемента универсального множества вычислить степень его принадлежности нечёткому множеству, называется функцией принадлежности. Под нечёткой величиной (НВ) понимается произвольное нечёткое множество, заданное на множестве действительных чисел [6]. Одним из наиболее часто используемых,

простых и удобных для практических вычислений типов НВ является НВ с «треугольной» функцией принадлежности, или «треугольное нечёткое число» (ТНЧ), характеризующее неопределённость типа «приблизительно равно». ТНЧ  $\tilde{A}$  представим в виде кортежа  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$ , включающего координаты опорных точек функции принадлежности  $\mu_{\tilde{A}}(u)$ :

$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} \frac{u - {}^L a}{{}^M a - {}^L a}, & {}^L a \leq u \leq {}^M a, \\ \frac{{}^R a - u}{{}^R a - {}^M a}, & {}^M a \leq u \leq {}^R a, \\ 0, & u \leq {}^L a, {}^M a \leq u, \end{cases}$$

где  ${}^M a$  – наиболее возможное значение  $u$  (мода),  ${}^L a, {}^R a$  – соответственно, наименьшее и наибольшее из возможных значений  $u$ ,  ${}^L a \leq {}^M a \leq {}^R a$ .

Основываясь на принципе обобщения Заде [6] определим необходимые ниже операции с ТНЧ. Пусть даны два ТНЧ:  $\tilde{A}_1 = \langle {}^L a_1, {}^M a_1, {}^R a_1 \rangle$ ,  $\tilde{A}_2 = \langle {}^L a_2, {}^M a_2, {}^R a_2 \rangle$ . Результатами их нечёткого сложения (+), перемножения ( $\times$ ), вычитания ( $-$ ), деления ( $/$ ), взятия максимума (max) и минимума (min) будут ТНЧ, определяемые соответственно как

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 + (\times) \tilde{A}_2 &= \langle {}^L a_1 + (\times) {}^L a_2, {}^M a_1 + (\times) {}^M a_2, {}^R a_1 + (\times) {}^R a_2 \rangle, \\ (8) \quad \tilde{A}_1 - (/) \tilde{A}_2 &= \langle {}^L a_1 - (/) {}^R a_2, {}^M a_1 - (/) {}^M a_2, {}^R a_1 - (/) {}^L a_2 \rangle, \\ \max(\min)(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2) &= \langle \max(\min)({}^L a_1, {}^L a_2), \max(\min)({}^M a_1, {}^M a_2), \\ &\quad \max(\min)({}^R a_1, {}^R a_2) \rangle. \end{aligned}$$

В соответствии с принципом обобщения Заде определим, что, если  $y = f(x)$  представляет собой функцию аргумента  $x$ , заданного ТНЧ  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$ , то результатом  $f(\tilde{A})$  является нечёткое число  $\tilde{B} = f(\tilde{A}) = \langle {}^L b, {}^M b, {}^R b \rangle$ , для которого координаты опорных точек определяются согласно выражениям:

$$\begin{aligned}
 & {}^L b = \min(f({}^L a), f({}^M a), f({}^R a)), \\
 (9) \quad & {}^M b = f({}^M a), \\
 & {}^R b = \max(f({}^L a), f({}^M a), f({}^R a)).
 \end{aligned}$$

Для дефаззификации, т.е. приведения к чёткой форме, ТНЧ используем метод центроида [6], в соответствии с которым чёткое число  $\bar{a}$  – результат дефаззификации ТНЧ  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$  – определяется как

$$(10) \quad \bar{a} = \text{def}(\tilde{A}) = \frac{{}^L a + {}^M a + {}^R a}{3}.$$

Сформулируем задачу оптимизации системы обеспечения ЗЧ с аэропортом-хабом в качестве депо нижнего уровня при нечётких исходных данных. В качестве показателя эффективности системы примем нечёткие затраты на производство, хранение и пополнение запчастями служб ТОиР СОБ аэропортов:

$$(11) \quad \tilde{c}_\Sigma = \tilde{c}_\Sigma^B + \tilde{c}_\Sigma^\Pi + \tilde{c}_{\Sigma 0}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^X + \tilde{c}_{\Sigma 1}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^O + \tilde{c}_\Sigma^\exists,$$

где  $\tilde{c}_\Sigma^B$  – затраты на плановый выпуск ЗЧ;  $\tilde{c}_\Sigma^\Pi$  – затраты на периодическую поставку ЗЧ на склады аэропортов;  $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma B}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  – затраты на хранение ЗЧ на складе производителя, на складах периферийных аэропортов, на складе узлового аэропорта соответственно;  $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$ ,  $\tilde{c}_\Sigma^\exists$  – затраты на оперативную поставку ЗЧ на склады периферийных аэропортов и на экстренный выпуск и поставку ЗЧ на склад узлового аэропорта, соответственно. В формуле (11) и далее арифметические действия с ТНЧ выполняются в соответствии с правилами (8). Перечисленные слагаемые затрат определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 \tilde{c}_\Sigma^B &= \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H s_{hi} \tilde{c}_i^B, \quad \tilde{c}_\Sigma^\Pi = \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H \tilde{m}_i s_{hi} \tilde{c}_h^\Pi, \quad \tilde{c}_{\Sigma 0}^X = \frac{\theta}{2} \tilde{c}_{h=0}^X \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H \tilde{m}_i s_{hi}, \\
 (12) \quad \tilde{c}_{\Sigma B}^X &= \theta \sum_{i=1}^I \sum_{h=2}^H \tilde{m}_i \bar{y}_{hi} \tilde{c}_h^X, \quad \tilde{c}_{\Sigma 1}^X = \theta \tilde{c}_{h=1}^X \sum_{i=1}^I \tilde{m}_i \bar{y}'_{h=1,i}, \\
 \tilde{c}_{\Sigma B}^O &= \sum_{i=1}^I \sum_{h=2}^H \tilde{m}_i \bar{v}_{hi} \tilde{c}_h^O, \quad \tilde{c}_\Sigma^\exists = \sum_{i=1}^I \left( \tilde{c}_i^C \bar{v}_{h=1,i} + \tilde{m}_i \bar{v}_{h=1,i} \tilde{c}_{h=1}^O \right),
 \end{aligned}$$

где  $s_{hi}$  – число ЗЧ типа  $i$  в одной периодической поставке на склад аэропорта  $h$ ;  $\tilde{m}_i$  – масса брутто единицы ЗЧ типа  $i$ ;  $\tilde{c}_i^B$  – затраты на плановый выпуск единицы ЗЧ типа  $i$ ;  $\tilde{c}_h^\Pi$  – стоимость периодической поставки единицы массы брутто ЗЧ на склад аэропорта  $h$  наземным транспортом;  $\tilde{c}_h^X$  – стоимость хранения в течение единицы времени единицы массы брутто груза на складе производителя ( $h = 0$ ), хаба ( $h = 1$ ) или периферийного аэропорта ( $h = 2, \dots, H$ );  $\tilde{c}_h^O$  – стоимость оперативной поставки самолётом единицы массы брутто ЗЧ со склада хаба на склад  $h$ -го периферийного аэропорта ( $h = 2, \dots, H$ ) или экстренной её поставки на склад хаба ( $h = 1$ ) со склада производителя, либо его конкурента;  $\tilde{c}_i^C$  – затраты на сверхплановый выпуск единицы ЗЧ типа  $i$  или на приобретение её у другого производителя;  $\bar{y}_{hi}$  – средний запас ЗЧ типа  $i$  на складе  $h$ ;  $\bar{y}_{h=1,i}^r$  – скорректированный с учётом оперативных поставок средний запас ЗЧ типа  $i$  на складе узлового аэропорта;  $\bar{v}_{hi}$  – среднее число ЗЧ типа  $i$ , оперативно поставленных на склад периферийного аэропорта  $h$  ( $h = 2, \dots, H$ ) со склада хаба за период  $\theta$ ;  $\bar{v}_{h=1,i}$  – среднее число ЗЧ типа  $i$ , экстренно поставленных на склад хаба за период  $\theta$ .

Ограничивая, согласно [4], набор наиболее значимых факторов, влияющих на стоимость поставки, видом транспорта, дальностью перевозки и массой перевозимого груза, предположим, что зависимость стоимости поставки от перечисленных факторов может быть аппроксимирована «чёткой» функцией следующего общего вида:

$$(13) c_h^d = f^c(\bar{x}^d, l_h^d, m_h^d), \quad d \in \{\text{"П"}, \text{"О"}\},$$

где  $c_h^d$  – стоимость периодической ( $d = \text{"П"}$ ) или оперативной (либо экстренной) ( $d = \text{"О"}$ ) поставки в аэропорт  $h$ ;  $\bar{x}^d$  – вектор параметров, зависящих от того, является поставка периодической или оперативной (либо экстренной), а следовательно, – от вида транспорта;  $l_h^d$ ,  $m_h^d$  – соответственно дальность перевозки и масса перевозимого груза в аэропорт  $h$ , которые также зависят

от вида поставки. Следует отметить, что, при наличии статистики, вид функции  $f^c(\cdot)$  и вектор  $\bar{x}^d$  определяются методами «обычного» (не нечёткого) регрессионного анализа. В случае если один из аргументов функции  $f^c(\cdot)$  задан как ТНЧ  $\tilde{m}_h^d$ , то в соответствии с принципом обобщения результатом  $f^c(\bar{x}^d, l_h^d, \tilde{m}_h^d)$  явится ТНЧ  $\tilde{c}_h^d = f^c(\bar{x}^d, l_h^d, \tilde{m}_h^d)$ , определяемое согласно (9). В рамках периодической поставки со склада производителя на склад  $h$ -го аэропорта перевозятся ЗЧ различных типов общей массой  $\tilde{m}_h^\Pi = \sum_{i=1}^I s_{hi} \tilde{m}_i$ . В случае оперативной (или экстренной) поставки можно считать, что перевозятся отдельные ЗЧ.

Затраты  $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X$  на хранение ЗЧ на складе производителя определены в предположении равномерной поставки на склад выпущенных по плану ЗЧ, периодического вывоза всех выпущенных по плану ЗЧ через промежутки времени  $\theta$ , немедленного экстренного вывоза без необходимости хранения на складе всех выпущенных вне плана ЗЧ.

Используемая в расчётах затрат  $\tilde{c}_{\Sigma B}^X$  на хранение на складах периферийных аэропортов величина  $\bar{y}_{hi}$  среднего запаса ЗЧ типа  $i$  на складе периферийного аэропорта  $h$  определяется согласно выражениям (1), (4), (5), в которых величины  $\lambda$  и  $s$  заменяются на  $\lambda_{hi}$  и  $s_{hi}$  соответственно.

При определении затрат  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  на хранение на складе узлового аэропорта учитывается сокращение хранимого запаса из-за оперативных поставок на склады периферийных аэропортов. Скорректированная с учётом оперативных поставок величина  $\bar{y}'_{h=1,i}$  среднего запаса ЗЧ типа  $i$  на складе хаба приближённо определяется по формулам (1), (4), (5), в которых вместо  $s_{h=1,i}$  используется значение  $s'_{h=1,i}$ , полученное в результате следующей коррекции  $s_{h=1,i}$ :

$$s'_{h=1,i} = s_{h=1,i} - \sum_{h=2}^H \bar{v}_{hi}, \quad i = 1, \dots, I.$$

Если величина  $s'_{h=1,i}$  не является целым числом, то применяется следующий приближённый приём: подсчитываются величины скорректированного среднего запаса для  $[s'_{h=1,i}]$  и  $[s'_{h=1,i}] + 1$ , где  $[\cdot]$  – целая часть числа, и проводится линейная интерполяция.

Затраты  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\exists}$  на экстренную поставку ЗЧ на склад узлового аэропорта включают затраты на сверхплановый выпуск ЗЧ  $i$  или приобретение её у другого производителя и оперативную доставку в хаб. Предполагается, что сверхплановые ЗЧ компенсируют дефицит в хабе, поэтому  $\bar{v}_{h=1,i}$  определяется по формуле (7), в которой вместо  $s_{h=1,i}$  используется скорректированное значение  $s'_{h=1,i}$ .

Будем считать, что система обеспечения ЗЧ должна поддерживать техническую надёжность компонентов СОБ на уровне, не ниже заданного. Используем величину стационарного коэффициента готовности компонента  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту:

$$K_{hi}^{\Gamma} = \frac{\mu_{hi}}{\lambda_i + \mu_{hi}}, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $\mu_{hi} = (T_{hi}^B)^{-1}$  – интенсивность восстановления компонента  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту;  $T_{hi}^B$  – среднее время восстановления компонента. Величина  $T_{hi}^B$  определяется как следующая сумма:

$$T_{hi}^B = T_i^P + T_{hi}^D, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $T_i^P$  – среднее время ремонта компонента, не зависящее от характеристик системы обеспечения запчастями;  $T_{hi}^D$  – среднее время непроизводительного простоя компонента в ожидании ремонта, связанного с возможным дефицитом ЗЧ в момент отказа и необходимостью её доставки (а возможно, и изготовления или приобретения) для ремонта.

Потребуем, чтобы увеличение времени восстановления компонента, связанное с необходимостью доставки ЗЧ, не приводило к неприемлемому снижению его готовности:

$$(14) K_{hi}^{\Gamma min} \leq K_{hi}^{\Gamma} = \frac{1}{\lambda_i(T_i^P + T_{hi}^D) + 1}, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $K_{hi}^{\Gamma min}$  – заданный минимально допустимый уровень готовности компонента.

Среднее время  $T_{hi}^D$  непроизводительного простоя по причине отсутствия ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту будем определять как средневзвешенные затраты времени на ликвидацию дефицита путём периодических, оперативных или экстренных поставок. Примем, что периодические поставки не могут служить причиной непроизводительных потерь времени, поскольку ими обеспечивается заблаговременная доставка ЗЧ, когда при отказе компонента его ЗЧ уже находится в ремонтном органе. Из описания комбинированной стратегии и введённых допущений следует, что оперативные поставки будут связаны с потерями времени в периферийных аэропортах, а экстренные поставки – с потерями времени в хабе. Таким образом, выражения для оценки  $T_{hi}^D$  будут различаться для случаев узлового и периферийных аэропортов:

$$(15) T_{hi}^D = \left\{ \begin{array}{ll} T_{hi}^{DЭ} \delta_{hi}^{DЭ} \rho_{hi}^{DЭ}, & h=1, \\ T_{hi}^{DО} \delta_{hi}^{DО} \rho_{hi}^{DО}, & h=2, \dots, H; \end{array} \right\}, i=1, \dots, I,$$

где  $T_{hi}^{DО}$ ,  $T_{hi}^{DЭ}$  – величины среднего времени ликвидации дефицита ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -й аэропорту (в случае его возникновения) путём, соответственно, оперативных и экстренных поставок;  $\delta_{hi}^{DО}$ ,  $\delta_{hi}^{DЭ}$  – соответственно доли оперативных и экстренных поставок в общем объёме поставок ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -й аэропорт;  $\rho_{hi}^{DО}$ ,  $\rho_{hi}^{DЭ}$  – вероятности возникновения дефицита ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -й аэропорту в процессе осуществления соответственно оперативных и экстренных поставок.

Величины  $T_{hi}^{DО}$  и  $T_{hi}^{DЭ}$  определяются исходя из расписания движения самолётов узлового и периферийных аэропортов. Например, случаю одного ежедневного рейса из узлового в периферийный аэропорт соответствует  $T_{hi}^{DО} \approx 12$  ч.

Доли  $\delta_{hi}^{\text{ДО}}$  и  $\delta_{hi}^{\text{ДЭ}}$  оперативных и экстренных поставок приближённо определяются как доли отказов, устранённых за счёт соответственно оперативных и экстренных поставок, от общего числа отказов компонентов  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту за время  $\theta$ .

$$\delta_{hi}^{\text{ДО}} = \frac{\bar{v}_{hi}}{\lambda_{hi}\theta}, \quad h=2, \dots, H, \quad i=1, \dots, I;$$

$$(16) \quad \delta_{h=1,i}^{\text{ДЭ}} = \frac{\bar{v}_{h=1,i}}{\lambda_{h=1,i}\theta}, \quad i=1, \dots, I.$$

Вероятность  $\rho_{hi}^{\text{ДО}}$  возникновения дефицита ЗЧ  $i$ -го типа в  $h$ -м аэропорту на этапе выполнения оперативных поставок определяется в предположении, что по достижении нулевого запаса очередным рейсом из хаба в аэропорт доставляется такое число ЗЧ, чтобы текущий запас не превышал единицы. Такая стратегия отвечает задаче минимизации затрат и оправдана при высокой надёжности оборудования. При двух и более отказах в промежутке между рейсами будет наблюдаться дефицит, который может быть ликвидирован только в итоге выполнения следующего рейса. Таким образом, вероятность  $\rho_{hi}^{\text{ДО}}$  определяется как вероятность наступления двух и более отказов:

$$\rho_{hi}^{\text{ДО}} = 1 - P_0(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}) - P_1(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}), \quad h=2, \dots, H, \quad i=1, \dots, I,$$

где  $P_0(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi})$  и  $P_1(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi})$  – вероятности соответственно отсутствия отказов и наступления одного отказа за время  $\Delta t_{hi}$  в простейшем потоке отказов интенсивностью  $\lambda_{hi}$ . Примем  $\Delta t_{hi} \approx T_{hi}^{\text{ДО}}$ , что позволит при простейшем потоке отказов приближённо оценивать указанные вероятности как

$$P_0(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}) \approx e^{-\lambda_{hi} T_{hi}^{\text{ДО}}}, \quad P_1(\lambda_{hi}, \Delta t_{hi}) \approx \lambda_{hi} T_{hi}^{\text{ДО}} e^{-\lambda_{hi} T_{hi}^{\text{ДО}}}.$$

Вероятность  $\rho_{h=1,i}^{\text{ДЭ}}$ , для определения которой на этапе предварительного проектирования трудно предложить простые выражения, целесообразно задавать в расчёте на наиболее напряжённый режим работы системы:  $\rho_{h=1,i}^{\text{ДЭ}} = 1, \quad i=1, \dots, I.$

Необходимо учитывать также ограничение на производственные возможности производителя, предполагающее, что

производитель-поставщик способен произвести в течение промежутка времени  $\theta$  не более  $s_i^{max}$  единиц ЗЧ типа  $i$ :

$$(17) \sum_{h=1}^H s_{hi} \leq s_i^{max}, \quad i=1, \dots, I.$$

Итак, задача оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ группы «хаб – периферийные аэропорты», где хаб выполняет функции депо нижнего уровня, решаемая производителем СОБ на ранних этапах проектирования, состоит в определении целых неотрицательных величин  $s_{hi}$  ( $h = 1, \dots, H, i = 1, \dots, I$ ), обеспечивающих минимум целевой функции  $\tilde{c}_\Sigma$  и удовлетворяющих ограничениям (14) и (17) при заданных  $\lambda_{hi}, \tilde{m}_i, \tilde{c}_i^B, \tilde{c}_i^C, \tilde{c}_h^X, \bar{x}^d, l_h^d, m_h^d, T_i^P, T_{hi}^{DO}, T_{hi}^{DЭ}, K_{hi}^{\Gamma min}, s_i^{max}$  ( $h = 1, \dots, H, i = 1, \dots, I, d \in \{“П”, “О”\}, f^c(\cdot), \theta$ ).

Учитывая, что входящая в состав целевой функции зависимость (13) в общем случае может быть нелинейной, сформулированную задачу следует отнести к классу целочисленных задач нечёткого нелинейного математического программирования.

Поскольку оптимизационная задача с чёткими ограничениями (14) и (17) и нечёткой целевой функцией (11) в силу нечёткости последней является задачей с бесконечным числом критериев [5], то приведённую выше её формулировку следует рассматривать лишь как условную. Для придания постановке задачи определённости используем в качестве целевой функции значение  $\bar{c}_\Sigma = def[\tilde{c}_\Sigma]$ , полученное в результате дефаззификации методом центроида (10) ТНЧ  $\tilde{c}_\Sigma$ . Описанный подход, широко применяемый при решении задач нечёткой оптимизации, в рассматриваемом случае позволяет свести задачу к обычной задаче целочисленного нелинейного математического программирования, для решения которой разработаны высокоэффективные методы и программное обеспечение.

Без излишней детализации, избегая повторов, остановимся на задаче оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ группы «хаб – периферийные аэропорты», где хаб уже не служит депо, а наряду с другими аэропортами играет роль «рядовой» базы.

Общая постановка задачи не меняется, формула целевой функции (11) и выражения (12) для расчёта слагаемых  $\tilde{c}_{\Sigma}^B$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Pi}$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma B}^X$  остаются справедливыми, корректируется лишь подход к определению величин  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$ ,  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Theta}$  и параметра  $T_{hi}^D$ , входящего в выражение для ограничения (14).

Поскольку оперативные поставки отсутствуют, то затраты на них принимаются равными нулю:  $\tilde{c}_{\Sigma B}^O = (0; 0; 0)$ .

При определении затрат  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  на хранение на складе узлового аэропорта теперь нет необходимости учитывать сокращение хранимого запаса из-за оперативных поставок на склады периферийных аэропортов, поэтому затраты  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  для хаба рассчитываются так же, как и для периферийного аэропорта. Формула (12) для расчёта  $\tilde{c}_{\Sigma 1}^X$  принимает вид

$$\tilde{c}_{\Sigma 1}^X = \theta \tilde{c}_{h=1}^X \sum_{i=1}^I \tilde{m}_i \bar{y}_{h=1,i},$$

где  $\bar{y}_{h=1,i}$  – средний запас ЗЧ типа  $i$  на складе хаба, определяемый согласно выражениям (1), (4), (5), в которых величины  $\lambda$  и  $s$  заменяются на  $\lambda_{h=1,i}$  и  $s_{h=1,i}$  соответственно,  $i = 1, \dots, I$ .

Затраты  $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Theta}$  на экстренный выпуск (или приобретение у другого производителя) и поставку ЗЧ учитываются не только для хаба, но и для периферийных аэропортов. Соответствующая формула (12) преобразуется к виду:

$$\tilde{c}_{\Sigma}^{\Theta} = \sum_{i=1}^I \sum_{h=1}^H (\tilde{c}_i^C \bar{v}_{hi} + \tilde{m}_i \bar{v}_{hi} \tilde{c}_h^O),$$

где  $\bar{v}_{hi}$  – среднее число ЗЧ типа  $i$ , экстренно поставленных на склад аэропорта  $h$ ,  $h = 1, \dots, H$ , за период  $\theta$ . Величина  $\bar{v}_{hi}$  определяется согласно (7) с заменой величин  $\lambda$  и  $s$  на соответствующие  $\lambda_{hi}$  и  $s_{hi}$ ,  $h = 1, \dots, H$ ,  $i = 1, \dots, I$ .

Упрощается методика расчёта параметра  $T_{hi}^D$  для ограничения (14). Расчётное выражение для  $T_{hi}^D$ , сформированное на основе формул (15) и (16), имеет вид:

$$T_{hi}^Д = T_{hi}^{ДЭ} \frac{\bar{v}_{hi}}{\lambda_{hi}\theta}, \quad h=1, \dots, H, \quad i=1, \dots, I.$$

Выражение получено в предположении, что хабообразующая авиакомпания уже не обеспечивает оперативные поставки ЗЧ в периферийные аэропорты, заменой для них служат экстренные поставки, поэтому в формулах (15) и (16) параметры оперативных поставок заменяются соответствующими параметрами поставок экстренных для всех аэропортов, а не только для хаба  $h = 1, \dots, H$ .

Оценить целесообразность создания в узловом аэропорту (хабе) депо нижнего уровня позволяют результаты приводимых ниже модельных примеров решения задач оптимизации системы обеспечения ЗЧ СОБ аэропортовой сети, в первом из которых хаб играет роль депо, а во втором – «рядовой» базы.

## 5. Модельные примеры

Ограничимся рассмотрением группы аэропортов в составе хаба и шести периферийных аэропортов ( $H = 7$ ), которые необходимо обеспечивать ЗЧ для ремонта или замены следующих составных частей багажных конвейеров: электродвигатель ( $i = 1$ ), редуктор ( $i = 2$ ), металлоконструкция ( $i = 3$ ), конвейерная лента ( $i = 4$ ). Цикл работы системы обеспечения ЗЧ  $\theta = 1$  месяц (30 дней) = 720 ч. Величины интенсивности отказов (количество отказов всех составных частей заданного типа в аэропорту за месячный период) и параметры аэропортов приведены в таблице 1. В случае, когда хаб выполняет функции депо нижнего уровня, предполагается, что рейсы из хаба в периферийные аэропорты выполняются не реже одного раза в сутки. Среднее время ликвидации дефицита путём экстренных поставок принято равным 72 ч для всех аэропортов и типов ЗЧ.

Таблица 1. Интенсивности потоков отказов и характеристики аэропортов

h	$\lambda_{hi}, 1/\text{мес.}$				$l_h^{\text{П}},$ км	$l_h^{\text{О}},$ км	$\tilde{c}_h^x, \frac{\text{руб.}}{\text{кг} \cdot \text{мес.}}$
	i						
	1	2	3	4			
1	12,3	14,8	2,5	33,6	1000	900	$\langle 17,1; 21,1; 25,7 \rangle$
2	29,5	35,5	5,4	50,0	1840	1360	$\langle 23,6; 30,0; 36,4 \rangle$
3	2,6	3,1	0,6	8,4	2820	2000	$\langle 12,9; 17,1; 21,4 \rangle$
4	4,0	4,8	0,9	12,6	2100	1630	$\langle 12,9; 17,1; 21,4 \rangle$
5	6,2	7,5	1,4	18,1	1429	1150	$\langle 10,7; 12,9; 15,0 \rangle$
6	7,3	8,8	1,6	21,3	1660	1320	$\langle 10,7; 12,9; 15,0 \rangle$
7	6,6	8,0	1,4	19,2	2050	1800	$\langle 21,4; 25,7; 30,0 \rangle$

По результатам анализа данных Интернет-ресурсов транспортных предприятий [12–14] предложена следующая форма аппроксимирующей зависимости (13) для определения стоимости поставки:

$$(18) c_h^d = (\alpha_1^d \cdot l_h^d + \alpha_0^d)(m_h^d)^{(\beta_1^d \cdot l_h^d + \beta_0^d)}, \quad d \in \{\text{"П"}, \text{"О"}\},$$

где  $\alpha_0^d, \alpha_1^d, \beta_0^d, \beta_1^d$  – параметры, зависящие от того, является ли поставка периодической или оперативной (либо экстренной). Актуальные на первую половину 2023 г. величины параметров, установленные методами регрессионного анализа по данным тех же Интернет-ресурсов, приведены в таблице 2. В соответствии с принципом обобщения Заде результатом подстановки в (18) ТНЧ  $\tilde{m}_h^d$  становится ТНЧ  $\tilde{c}_h^d$ , координаты опорных точек которого определяются с использованием выражений (9).

Таблица 2. Параметры модели стоимости поставки

Поставка	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_0$	$\beta_1$
Периодическая	133,0	0,032	-0,357	0,00003
Оперативная/Экстренная	110,0	0,048	-0,090	0,000006

Месячные расходы на хранение на складе производителя одного килограмма ЗЧ на основе материалов [12, 14] приняты

равными  $\tilde{c}_{h=0}^X = \langle 8,0; 10,0; 12,0 \rangle \frac{\text{руб.}}{\text{кг} \cdot \text{мес.}}$ . Другие исходные данные

сведены в таблицу 3. При известной условности стоимостные характеристики элементов СОБ близки к реальным на начало 2023 г. Минимально допустимый стационарный коэффициент готовности принят равным  $K_{hi}^{\Gamma \min} = 0,995$  для всех  $h = 1, \dots, H$ ,  $i = 1, \dots, I$ . Месячные мощности производителя по изготовлению ЗЧ всех типов приняты весьма высокими:  $s_i^{\max} = 300$  единиц,  $i = 1, \dots, I$ .

Таблица 3. Характеристики ЗЧ

Параметр	<i>i</i>			
	1	2	3	4
$\lambda_i$ , 1/мес.	0,11	0,13	0,02	0,26
$T_i^P$ , ч.	1,8	4,7	10,0	8,4
$\tilde{m}_i$ , кг	$\langle 1,0; 3,5; 20,0 \rangle$	$\langle 1,0; 5,2; 30,0 \rangle$	$\langle 1,0; 8,5; 50,0 \rangle$	$\langle 1,0; 6,8; 40,0 \rangle$
$\tilde{c}_i^B$ , тыс. руб.	$\langle 10,0; 20,3; 112,0 \rangle$	$\langle 10,0; 18,3; 100,0 \rangle$	$\langle 10,0; 43,3; 250,0 \rangle$	$\langle 10,0; 18,3; 100,0 \rangle$
$\tilde{c}_i^C$ , тыс. руб.	$\langle 50,0; 101,7; 560,0 \rangle$	$\langle 50,0; 91,7; 500,0 \rangle$	$\langle 50,0; 21,7; 125,0 \rangle$	$\langle 50,0; 91,0; 500,0 \rangle$

Полученный в результате решения оптимальный ежемесячный объём периодических поставок ЗЧ с распределением по типам и аэропортам для приведённых выше исходных данных приводится в таблице 4. Для справки представлено также среднемесячное количество ЗЧ, поставляемых экстренно в хаб.

Из полученных результатов следует, что прямые периодические поставки «производитель – аэропорт» целесообразны только для наименее надёжных компонентов. Для компонентов со сравнительно низкой интенсивностью отказов ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) более выгодны оперативные поставки через хаб. Периодические поставки ЗЧ в хаб, объём которых значительно превосходит объёмы поставок в другие аэропорты, включают также ЗЧ, предназначенные для оперативных поставок в периферийные аэропорты.

Таблица 4. Оптимальное решение. Дено в хабе

$i \backslash h$	1	2	3	4
Ежемесячные периодические поставки, $s_{hi}$ , шт.				
1	70	84	13	74
2	1	2	1	39
3	1	1	1	4
4	1	1	1	9
5	0	1	1	14
6	2	1	1	17
7	1	1	1	16
Всего	78	92	22	173
Среднемесячные экстренные поставки, $\bar{v}_{h=1,i}$ , шт.				
1	0,53	0,63	0,24	1,50

Распределение оптимальных затрат по отдельным статьям в нечёткой и дефаззифицированной методом центраида формах приведено в таблице 5. Оптимальное дефаззифицированное значение целевой функции составило  $\bar{c}_{\Sigma}^{opt} = 18292$  тыс.руб. Как и следовало ожидать, наиболее весомыми статьями затрат являются затраты на плановый и внеплановый выпуск и экстренную поставку ЗЧ, значительно превышающие остальные статьи, связанные с «логистикой».

Таблица 5. Распределение затрат. Дено в хабе

Статья затрат, обозначение	Нечёткое значение, тыс.руб.	Дефаззифицированное значение, тыс.руб.
Затраты на плановый выпуск, $\tilde{c}_{\Sigma}^B$	$\langle 3670; 7434; 40936 \rangle$	17347
Затраты на периодическую поставку, $\tilde{c}_{\Sigma}^{\Pi}$	$\langle 16; 55; 187 \rangle$	86
Затраты на хранение, $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X + \tilde{c}_{\Sigma 1}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^X$	$\langle 2; 19; 131 \rangle$	51
Затраты на оперативную поставку, $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$	$\langle 24; 106; 533 \rangle$	221
Затраты на сверхплановый выпуск и экстренную поставку, $\tilde{c}_{\Sigma}^{\exists}$	$\langle 118; 252; 1394 \rangle$	588
Суммарные затраты, $\tilde{c}_{\Sigma}$	$\langle 3830; 7866; 43180 \rangle$	18292

Для оценки эффекта от использования хаба в качестве депо была рассмотрена система, в которой хаб, как и периферийные аэропорты, играл роль базы, а не депо нижнего уровня, при этом предполагались только периодические и экстренные поставки. Набор результатов представлен в таблицах 6 и 7.

С учётом специфики системы среднемесячные объёмы экстренных поставок приведены не только для хаба, но и для периферийных аэропортов. При заданных выше исходных данных ухудшение по критерию минимума затрат составило около 15%, что говорит о целесообразности организации депо в хабе.

Таблица 6. Оптимальное решение. Без депо в хабе

$i \backslash h$	1	2	3	4
Ежемесячные периодические поставки, $s_{hi}$ , шт.				
1	16	19	5	35
2	33	38	7	55
3	3	4	1	9
4	5	6	2	14
5	7	8	2	20
6	8	9	3	25
7	7	9	2	21
Всего	79	93	22	179
Среднемесячные экстренные поставки, $\bar{v}_{hi}$ , шт.				
1	0,47	0,47	0,17	2,12
2	1,16	1,71	0,66	1,29
3	0,94	0,73	0,60	1,35
4	0,78	0,77	0,31	1,22
5	1,08	1,34	0,65	1,29
6	1,21	1,60	0,33	0,82
7	1,32	1,12	0,65	1,38
Всего	6,96	7,74	3,73	9,47

Таблица 7. Распределение затрат. Без депо в хабе

Статья расходов, обозначение	Нечёткое значение, тыс.руб.	Дефаззифицированное значение, тыс.руб.
Затраты на плановый выпуск, $\tilde{c}_\Sigma^B$	$\langle 3730; 7546; 41548 \rangle$	17608
Затраты на периодическую поставку, $\tilde{c}_\Sigma^П$	$\langle 20; 68; 234 \rangle$	107
Затраты на хранение, $\tilde{c}_{\Sigma 0}^X + \tilde{c}_{\Sigma 1}^X + \tilde{c}_{\Sigma B}^X$	$\langle 4; 28; 195 \rangle$	76
Затраты на оперативную поставку, $\tilde{c}_{\Sigma B}^O$	$\langle 0; 0; 0 \rangle$	0
Затраты на сверхплановый выпуск и экстренную поставку, $\tilde{c}_\Sigma^Э$	$\langle 812; 1658; 9126 \rangle$	3865
Суммарные затраты, $\tilde{c}_\Sigma$	$\langle 4566; 9300; 51103 \rangle$	21656

Сравнение результатов двух задач позволяет сделать вывод о том, что концентрация запаса в хабе вполне предсказуемо приводит к росту затрат, связанному с увеличением объёма оперативных поставок. Однако этот рост компенсируется значительно более существенным снижением затрат на экстренный выпуск и поставку благодаря возможности оперативного перераспределения запаса хаба между периферийными аэропортами.

Модельные задачи были решены с использованием программной надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel. При использовании современной персональной вычислительной техники затраты машинного времени на решение с рассмотренными исходными данными составили не более 5 мин.

## 6. Заключение

В статье сформулирована и решена задача оптимизации системы обеспечения ЗЧ производственных подразделений аэропортов, занимающихся эксплуатацией и ТОиР наземной техники. Новизна постановки задачи состоит в том, что задача рассматривается в качестве одной из подзадач проектирования си-

стемы перевозок «хаб – периферийные аэропорты», формируемой хабообразующей авиакомпанией на базе группы аэропортов с созданием в одном из них пассажирского пересадочного узла (хаба). При этом часть исходных данных принята не полностью определённой, заданной в нечёткой форме, что соответствует этапу предварительного проектирования системы. Предложено, воспользовавшись особенностями системы перевозок «хаб – периферийные аэропорты», создать эшелонированную систему обеспечения аэропортов ЗЧ с депо на складах не только производителя, но и хаба, и задействовать для осуществления оперативных поставок ЗЧ самолёты хабообразующей авиакомпании, выполняющие регулярные рейсы между хабом и периферийными аэропортами.

Задача оптимизации системы обеспечения ЗЧ группы «хаб – периферийные аэропорты» сформулирована как целочисленная задача нелинейного математического программирования с нечётким критерием и чёткими ограничениями. С целью придания постановке определённости использован приём дефаззификации, позволивший нечёткую задачу свести к обычной задаче математического программирования, решаемой имеющимися действенными методами на базе доступного программного обеспечения. Решение модельных примеров получено с использованием программной надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel при приемлемых затратах машинного времени. Сравнение результатов модельных примеров, в первом из которых хаб играет роль депо, а во втором – «рядовой» базы, показало, что созданием в хабе депо достигается сокращение общих затрат на обеспечение группы аэропортов ЗЧ за счёт, в первую очередь, снижения потребности в их сверхплановом выпуске и экстренной поставке, что говорит о целесообразности организации депо нижнего уровня в хабе.

Уместно добавить, что за рамками данной статьи для оценки точности разработанной аналитической модели системы управления запасами проводилось имитационное моделирование процесса обеспечения ЗЧ сети аэропортов через хаб. Для исходных данных рассмотренных модельных примеров и ряда различных планов периодических поставок (в том числе опти-

мального, представленного в таблице 4) на базе реализованной в системе AnyLogic имитационной модели определялись уровни запасов и потребные уровни оперативных и экстренных поставок, а также продолжительности простоя в ожидании ЗЧ. В целом результаты аналитической и имитационной моделей оказались весьма близкими.

Решение реальных проектных задач высокой размерности может потребовать значительных временных затрат даже при использовании более эффективного специализированного программного обеспечения, такого, как, например, пакет оптимизации IBM ILOG OPL. Однако инструментами такого уровня предусматривается возможность для пользователя ограничивать время поиска решения приемлемым уровнем за счёт некоторого отличия найденного решения от оптимального. Кроме того, приемлемое время решения задачи может быть достигнуто благодаря снижению её размерности в результате использования предложенного укрупнения типов ЗЧ с заданием их характеристик в нечёткой форме. С другой стороны, логично полагать, что на этапе предварительного проектирования не будет жёстких ограничений на время решения рассмотренной задачи.

Таким образом, имеются все основания считать решение задачи оптимизации системы обеспечения ЗЧ аэропортовой сети хабообразующей авиакомпании с организацией депо в хабе не только целесообразным, но и возможным. Область применения сформированной оптимизационной модели не ограничивается только рассмотренными багажными системами и легко может быть расширена на другие типы аэропортовой техники.

### ***Литература***

1. АРИФУЛЛИН И.В. *Методика организации поставок запасных частей для специальных автомобилей, эксплуатирующихся в аэропортах* // Вестник гражданских инженеров. – 2017. – №3(62). – С. 211–215. – DOI: 10.23968/1999-5571-2017-14-3-211-215.

2. АРИФУЛЛИН И.В. *Оптимизация технического обслуживания автомобилей (на примере аэродромных машин) с использованием основ логистических принципов доставки запасных частей* // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – №3(56). – С. 218–220.
3. *Концепция развития аэродромной (аэропортовой) сети Российской Федерации на период до 2020 года.* – URL: <https://pandia.ru/text/77/191/17688.php> (дата обращения: 20.10.2023).
4. *Корпоративная логистика в вопросах и ответах: монография* / под ред. проф. В.И. Сергеева. – М: ИНФРА-М, 2021. – 634 с. – DOI: 10.12737/2373.
5. ОРЛОВСКИЙ С.А. *Проблемы принятия решений при нечёткой исходной информации.* – М.: Наука, 1981. – 206 с.
6. ПЕГАТ А. *Нечёткое моделирование и управление.* – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
7. ПРУДНИКОВ А.П., БРЫЧКОВ Ю.А., МАРИЧЕВ О.И. *Интегралы и ряды.* – М.: Наука, 1981.
8. РОМАНЕНКО В.А. *Математическая модель автоматической системы обработки багажа аэропорта со значительными трансферными пассажиропотоками* // Известия Самарского научного центра РАН. – 2011. – Т.13, №6. – С. 126–132.
9. РОМАНЕНКО В.А. *Математические модели функционирования аэропортов в условиях современного авиатранспортного рынка: монография.* – Самара: «Ас Гард», 2010. – 244 с.
10. *Российские аэропорты переходят на отечественную систему обработки багажа, впервые внедренную в аэровокзале Симферополя* [Электронный ресурс]. – URL: <https://favt.gov.ru/novosti-novosti?id=5607> (дата обращения: 10.11.2023).
11. РЫЖИКОВ Ю.И. *Теория очередей и управление запасами.* – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.
12. *Тарифы на грузоперевозки и ответственное хранение транспортной компании «ПЭК».* [Электронный ресурс]. – URL: <https://ресом.ru/> (дата обращения: 30.06.2023).

13. *Тарифы на грузоперевозки транспортной компании «Unicom»*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://unicomcargo.ru/tarify/price-gd-perevozki> (дата обращения: 30.06.2023).
14. *Тарифы на доставку грузов и ответственное хранение группы компаний «Механика»*. [Электронный ресурс]. – URL: <https://mekhanika.ru/services/> (дата обращения: 30.06.2023).
15. УСТИНОВА А., КОСТРИНСКИЙ Г., КИНЯКИНА Е. *«Домодедово» первым из крупных аэропортов перешел на российский софт сортировки багажа*. // Ведомости. – 14.08.2023. – URL: <https://www.vedomosti.ru/business/articles/2023/08/14/989891-domodedovo-pervim-na-rossiiskii-soft-sortirovki-bagazha> (дата обращения: 10.11.2023).
16. ФОКЕЕВ М.А. *Трансформация бизнес-моделей российских пассажирских авиакомпаний: влияние коронавирусного кризиса* // Вестник СПбГУ. Менеджмент. – 2022. – Т. 21, Вып. 2. – С. 284–313. – DOI: 10.21638/11701/spbu08.2022. 206.
17. ЭЛЬ ЭРИАН Ф.А.М. *Разработка модели нечёткой логики для управления запасами при ремонте металлорежущих станков* // Вестник РУДН. Серия Инженерные исследования. – 2014. – №3. – С. 78–86.
18. GUZHA E.D., KHVOSTOVA T.V., ROMANENKO V.A. et al. *Fuzzy multiple regression technical and economic model of airport terminal passenger handling system* // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 734, Iss. 1. – DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012113.
19. MAULAYA A., RIDWAN A.Y., SANTOSA B. *Spare Part Inventory Policy Planning based on Fuzzy-Rule-based approach for Multi-Criteria Inventory Classification using Base-Stock Policy Method (S–1, S)* // Advances in Intelligent Systems Research. – 2019. – Vol. 173. – P. 260–267.
20. MILLER B.L. *Dispatching from depot repair in a recoverable item inventory system: on the optimality of a heuristic rule* // Management Science. – 1974. – Vol. 21, Iss. 3. – P. 316–325.
21. MUCKSTADT J.A. *Analysis and Algorithms for Service Parts Supply Chains*. – Springer, 2005. – 277 p.

22. PETROVIC R., SENBORN A., VUJOSEVIC M. *Hierarchical Spare Parts Inventory Systems*. – Amsterdam: Elsevier, 1986. – 296 p.
23. RUI WANG, YICONG QIN, HUI SUN *Research on Location Selection Strategy for Airlines Spare Parts Central Warehouse Based on METRIC* // *Computational Intelligence and Neuroscience*. – 2021. – Vol. 2021. – P. 1–16. – DOI: 10.1155/2021/4737700.
24. SHERBROOKE C.C. *Metric: A multi-echelon technique for recoverable item control* // *Operations Research*. – 1968. – Vol. 16, No. 1. – P. 122–141.
25. SHERBROOKE C.C. *Optimal Inventory Modeling of Systems. Multi-Echelon Techniques*. – Springer, 2004. – 368 p.
26. ZHANG S., HUANG K., YUAN Y. *Spare Parts Inventory Management: A Literature Review* // *Sustainability*. – 2021. – Vol. 13(5). – P. 1–23. – DOI: 10.3390/su13052460.

## **FUZZY OPTIMIZATION OF SPARE PARTS SUPPLY SYSTEM FOR PRODUCTION DIVISIONS OF HUB-FORMING AIRLINE AIRPORT NETWORK**

**Vladimir Romanenko**, Samara National Research University, Samara, Cand.Sci., associate professor (vla\_rom@mail.ru).

*Abstract: The optimal design problem of a spare parts supply system for airports baggage handling systems is considered. It is assumed that the considered group of airports is equipped with baggage systems of one manufacturer, which plans to supply them with spare parts during the operational phase. One of the airports in the group is intended to serve as a passenger transfer hub for a hub-forming airline, which plans to organize mass transfer transportations between the airports in the group. It is proposed to create a layered system of spare parts provision, which provides for the availability of warehouses at the manufacturer's, hub airport and other (peripheral) airports, and to use a combined strategy of spare parts supplies, which implies periodic supplies from the manufacturer's warehouse to airport warehouses, prompt supplies from the hub warehouse to peripheral airport warehouses and, in case of shortage, urgent supplies to the hub airport's warehouse. The aim is to determine the volume of spare parts periodic deliveries optimal by criterion of minimum costs of production, storage and stock replenishment. Part of the initial data is not fully defined, which corresponds to the design phase of the system, and is given in the form of fuzzy numbers. The results of the*

*model examples testify to the validity of the considered statement of the problem and the effectiveness of the proposed spare parts supply system.*

Keywords: spare parts supply system, optimization, fuzzy number, hub airport, baggage handling system.

УДК 519.87:656.062

ББК 22.18:39.1

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.7

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.И. Зоркальцевым.*

*Поступила в редакцию 13.11.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*

# НАЦИОНАЛЬНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ: СЦЕНАРНЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЛОБАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Чернов И. В.<sup>1</sup>

(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Работа посвящена анализу возможностей использования сценарной технологии для решения задач долгосрочного прогнозирования геополитических угроз национальной безопасности России и оценки тяжести последствий реализуемой странами Запада макроэкономической и финансовой политики в отношении нашей страны. Проведено сценарное исследование социальных и экономических проблем, вызванных следованием России основным принципам политики Вашингтонского консенсуса в конце XX – начале XXI веков. Приведены результаты анализа базовых положений Вашингтонского консенсуса, а также сущности и современных разновидностей неолиберальной доктрины в экономике и их негативного влияния на социально-экономическое развитие России. Разработана базовая сценарная модель неолиберальной экономики и ее негативного влияния на обеспечение государственного суверенитета России. В результате модельных исследований сформирован базовый сценарий развития ситуации в российской экономике и социальной сфере при различных управляющих воздействиях и внешних возмущениях. Результаты проведенного анализа показали, что использование разработанной технологии сценарно-прогнозных исследований позволяет проводить комплексный упреждающий анализ носящих долгосрочный характер геостратегических решений США и подчинившихся их интересам союзников, а также на основе разрабатываемых сценариев оценивать серьезность соответствующих угроз национальным интересам Российской Федерации и ее суверенитету.*

Ключевые слова: национальная безопасность, суверенитет, социально-экономическое развитие, управление, сценарное моделирование, информационная поддержка.

## 1. Введение

Современный этап мирового развития характеризуется резким обострением открытого политического, экономического и информационного противостояния.

---

<sup>1</sup> Игорь Викторович Чернов, к.т.н., в.н.с. (chernov@ipu.ru).

Анализ текущих тенденций развития (а по сути – практически непрерывного обострения) международной обстановки позволяет сделать вывод о том, что сегодня одним из приоритетных направлений повышения уровня национальной безопасности Российской Федерации является обеспечение ее экономической и производственно-технологической независимости, которая в современных реалиях становится необходимым условием стабильного и устойчивого поступательного развития российского общества и государства, а также роста на его основе оборонного потенциала страны, достаточного для защиты ее национальных интересов в самом широком понимании.

В сложившейся внешнеполитической и внешнеэкономической ситуации все более важное (а во многих случаях – решающее) значение приобретает способность системы государственного управления опираться на результаты опережающего анализа направленных на ослабление потенциала Российской Федерации стратегических решений и практических действий геополитических противников нашей страны, а также упреждающего диагностирования связанных с ними внешних угроз безопасности государства, включая комплексную оценку тяжести возможных последствий их реализации. При этом основной целью решения перечисленных задач является информационно-аналитическая поддержка управленческих решений, направленных на обеспечение национальной безопасности и реализацию эффективных мер в том числе превентивного характера по противодействию угрозам и снижению тяжести наносимого обществу и государству ущерба.

Одним из перспективных инструментариев формирования целевых прогнозов развития проблемных ситуаций в политической, социально-экономической, производственно-технологической, оборонной и иных смежных сферах являются сценарные технологии, базирующиеся на разработке и исследовании имитационных моделей и обладающие широкими возможностями опережающего анализа альтернативных путей развития обстановки в различных сферах.

В настоящее время разработана формализованная методология сценарного анализа широкого круга проблем организацион-

ного управления в различных предметных областях на основе математического аппарата функциональных знаковых ориентированных графов [8, 14]. Для решения задач информационно-аналитической поддержки процессов подготовки, принятия и оценки эффективности управленческих решений в условиях риска и неопределенности разработан специализированный программно-аналитический комплекс, обеспечивающий автоматизацию процессов создания и сценарного исследования графовых моделей [3, 12].

Сегодня уже накоплен определенный опыт решения целого ряда прикладных и практических задач в области сценарного анализа внешних и внутренних источников угроз различным структурным составляющим национальной безопасности (социальной, экономической, общественной, региональной, информационной, техногенной, промышленной, транспортной и т.д.). Одновременно с этим необходимо отметить, что упомянутые выше задачи заключаются в исследовании уже проявившихся угроз национальной безопасности России и в значительной степени опираются на реальные возможности системы государственного управления или ее структурно-функциональных подсистем по решению текущих и среднесрочных проблем различной природы.

В настоящий момент на повестку дня выходит комплекс глобальных проблем в международных отношениях [4]. В этих условиях одним из направлений повышения эффективности процессов управления обеспечением безопасности является прогноз и предупреждающий анализ возникающих угроз реализации национальных интересов страны.

С целью анализа реальных возможностей использования разработанной сценарной технологии для решения задач долгосрочного сценарного прогнозирования угроз проводимой странами Запада макроэкономической и финансовой политики проведем сценарное исследование комплекса предложенных Международным валютным фондом (МВФ) механизмов и рекомендаций, получивших название «Вашингтонский консенсус».

## 2. Анализ сущности Вашингтонского консенсуса

Базовые идеи Вашингтонского консенсуса впервые были изложены в работе британского экономиста Дж. Уильямсона «Перестройка Латинской Америки: что произошло?» [18], в которой автором проведен анализ результатов реализации рекомендаций, предлагавшихся МВФ в 80-е годы прошлого века латиноамериканским странам. Данные рекомендации впоследствии и стали обозначать единым термином «Вашингтонский консенсус» [6].

Вашингтонский консенсус, таким образом, представляет собой набор политических и экономических рекомендаций для развивающихся стран, предложенных МВФ, Всемирным банком и согласованных с Министерством финансов США в конце 1980-х и начале 1990-х годов. Несмотря на изначальную адресность этих рекомендаций, они со временем стали представлять собой основанную на мягкой силе целостную идеологию, комплексную идею «на экспорт», предлагаемую всем странам.

*Основные положения* и аргументация Вашингтонского консенсуса заключаются в следующем.

- **Макроэкономическая стабильность:** важность поддержания низких темпов инфляции, финансовой дисциплины и сбалансированного бюджета.
- **Либерализация торговли:** поощрение стран к устранению барьеров в международной торговле путем снижения тарифов и квот, а также содействие экспортно-ориентированному росту экономики.
- **Дерегулирование:** всемерная пропаганда устранения ненужных правил и бюрократических барьеров для повышения эффективности рынка и развития конкуренции.
- **Приватизация:** поощрение передачи государственных предприятий в частный сектор для повышения их эффективности, гибкости и производительности.
- **Финансовая либерализация:** содействие глобализации финансовых рынков и поощрение иностранных инвестиций и потоков капитала.

- Права собственности: усиление механизмов защиты прав собственности для обеспечения благоприятного инвестиционного климата как в рамках действующего законодательства, так и, что особенно важно, в эффективного правоприменения.

Впоследствии положения Вашингтонского консенсуса стали важной частью механизма проведения политики неолиберализма, разработанной в США, основной целью которой изначально являлась неокolonизация стран третьего мира.

Неолиберальная доктрина включает в себя ряд экономических теорий и политик. Разновидности включают монетаризм, экономику предложения, рыночный либерализм и институциональную экономику. Каждая разновидность подчеркивает различные аспекты, такие как роль государства, эффективность рынка, индивидуальная свобода и важность институтов.

Неолиберализм охватывает различные направления экономической мысли, которые разделяют веру в эффективность свободных рынков и ограниченное государственное вмешательство. В рамках неолиберальной концепции государство по сути является лишь одним из участников рыночных отношений, наделенным, в отличие от всех остальных, только монопольными правами законодательного регулирования и правоприменения на его территории, а также налогообложения в отношении физических и юридических лиц (при этом право денежной эмиссии в неолиберальной экономической модели не обязательно является исключительной функцией государства) [2].

В качестве *основы неолиберальной доктрины* в экономике можно выделить [1, 16]:

- классический либерализм, основанный на принципах Адама Смита и ряда разделяющих его идеологию экономистов, подчеркивающих важность свободных рынков, индивидуальной свободы и ограниченного государственного вмешательства;

- чикагскую школу экономики, связанную с такими экономистами, как Милтон Фридман, которая выступает за главенство рыночных сил в экономике и монетаризм, а также повышение роли свободных рынков в содействии экономическому росту;

- австрийскую школу экономики, которая связана с деятельностью таких экономистов, как Фридрих Хайек и постулирует

важность индивидуальной свободы, спонтанного порядка и роли рынков в координации экономической деятельности;

- теорию общественного выбора, которая фокусируется на применении экономического анализа к принятию политических решений, подчеркивая необходимость отстранения правительства страны от экономических процессов и важность рыночно-ориентированной политики.

Реализация Вашингтонского консенсуса в России имела неоднозначные социальные последствия. Несмотря на то, что с одной стороны, она привела к некоторым положительным результатам, таким как увеличение иностранных инвестиций (преимущественно в добывающие отрасли промышленности) и определенный экономический рост в отдельных сегментах рынка, с другой, – торможение развития отечественного реального сектора экономики (в том числе из-за монополизации ТНК потребительского рынка и затруднение доступа на него отечественных товаропроизводителей), высокий уровень импортозависимости и внешних долговых обязательств, а также инфляция и полная деградация созданной в советский период системы социальной поддержки привели к неравенству доходов и социальному расслоению общества, высокому уровню бедности и, как следствие, социальным волнениям. Ситуация усугублялась еще и тем, что страна длительный период времени не могла оправиться от «шоковой терапии» и экономической либерализации 90-х годов, вызвавшей значительные социальные потрясения [20].

Произошедшая в России после распада Советского Союза и непродуманных рыночных реформ долларизация вызвала резкое снижение эффективности денежно-кредитной политики и явилась одним из основных источников роста уязвимости кредитно-финансовой системы к внешним потрясениям, а также привела к существенному ограничению возможности государственного регулирования процессов экономического развития.

Проведенная в России приватизация была направлена на передачу государственных активов в частную собственность. Однако этот процесс характеризовался неадекватным регулированием на фоне роста коррупции, инсайдерских сделок и т.п. Это привело к концентрации богатства в руках нескольких лиц и по-

явлению могущественных олигархов. Процесс приватизации повлек потерю стратегических активов и ослабление государственного контроля над ключевыми секторами экономики.

Свободное движение капитала позволило увеличить объем иностранных инвестиций и обеспечить доступ к мировым финансовым рынкам. Хотя это и принесло некоторые выгоды, такие как приток капитала и доступ к новым технологиям, оно также подвергло российскую экономику финансовой нестабильности и спекулятивным потокам капитала. Финансовый кризис 1998 года в России выявил серьезные риски, связанные с неограниченной мобильностью капитала [17].

После начала практической реализации политики Вашингтонского консенсуса социальные расходы в России значительно сократились. Это привело к упадку сферы государственных услуг, здравоохранения и образования, усугубляя неравенство доходов и социальное расслоение. Внимание правительства сместилось в сторону жесткой бюджетной экономии и рыночных реформ, что привело к ограничению мер социальной защиты [11].

В России быстрое сокращение участия государства без адекватных институциональных реформ привело к возникновению кланового капитализма, коррупции и ослаблению возможностей экономического планирования [10].

Хотя Центральный банк России формально действовал независимо, на принятие им решений в 90-е годы существенно влияли внешние факторы, такие как международные финансовые рынки и геополитические отношения. Восприятие подчиненности возникло из-за взаимосвязанности глобальных финансовых систем и воздействия на экономику России санкций США (или угрозы их расширения) [19].

Реализация политики Вашингтонского консенсуса в России привела к смещению акцента в экономическом развитии в сторону добычи и экспорта природных ресурсов. Приватизация государственных активов, в том числе добывающих отраслей, способствовала доминированию транснациональных корпораций в этих секторах. Подобная зависимость от экспорта сырья сделала Россию уязвимой к колебаниям мировых цен на сырьевые ресурсы и препятствовала усилиям по диверсификации бюджетных доходов за счет развития отраслей реального сектора с высокой

долей добавочной стоимости и уходу от сырьевого типа экономики.

Политика Вашингтонского консенсуса способствовала проникновению и экспансии транснациональных корпораций практически во все значимые сегменты российской экономики, поскольку приватизация и либерализация рынка создали возможности для иностранных компаний инвестировать и работать в различных секторах. Это неизбежно привело к угрозе усиления внешнего контроля и прямого влияния иностранных корпораций на стратегические отрасли национальной экономики, а также полной репатриации прибылей.

Следование основным принципам политики Вашингтонского консенсуса способствовало ослаблению суверенитета России. Существенное снижение роли государства в управлении экономикой, превращение страны фактически в сырьевой придаток Запада и усиление роли транснациональных корпораций еще в большей степени поставили под угрозу экономическую независимость России.

### **3. Структуризация результатов анализа политики Вашингтонского консенсуса**

Для формирования имитационной модели структурируем результаты проведенного анализа влияния политики Вашингтонского консенсуса на развитие российской экономики.

Государство, чтобы получить некие преференции, которые наиболее часто реализуются в форме кредитов, должно выполнить основные *требования Вашингтонского консенсуса*, в результате воплощения в жизнь которых происходит [7]:

- фактическое исключение государства как субъекта из экономики страны;
- обеспечение максимальной свободы торговли, а также ввоза и вывоза капитала, что позволяет транснациональным корпорациям завладеть национальным рынком, производством, торговлей и др.;
- подчинение Центрального банка страны мировой финансовой системе, приводящим к внешнему управлению финансовой системой страны;

- долларизация экономики страны, перенаправление денежной массы на покупку иностранной валюты, прежде всего долларов США;
- вывоз ресурсов и финансовых средств, а также иных богатств из страны;
- урезание расходов на поддержку и развитие социальной сферы, падение уровня жизни населения и рост социальной напряженности, что приводит к сокращению населения страны;
- введение (в России) «бюджетного правила», которое способствует перенаправлению части доходов в специально созданный для этой цели Фонд национального благосостояния, которое с одной стороны снижает влияние рыночных колебаний на национальную экономику и финансовую систему путем накопления резервов для их использования в кризисные периоды, с другой – сдерживает экономический рост и социальное развитие за счет фактического «замораживания» финансовых ресурсов в периоды относительной стабильности;
- сдерживание роста, а затем и разрушение промышленности страны (в первую очередь обрабатывающих отраслей с высокой долей добавленной стоимости), что неизбежно превращает страну в сырьевой придаток Запада.

Реализация политики Вашингтонского консенсуса в России нацелена на значительные негативные *социальные последствия* для общества и государства, важнейшими среди которых являются следующие.

- Неравенство доходов: приватизация и рыночные реформы привели к концентрации богатства среди небольшой группы людей, что усугубило социальное расслоение общества.
- Бедность и безработица: переход к рыночной экономике привел к росту уровня бедности и безработицы, особенно среди уязвимых групп населения.
- Системы социальной защиты: демонтаж государственных программ социального обеспечения и сокращение социальных расходов оставили многих людей без адекватной защиты и поддержки.

- **Здравоохранение и образование:** сокращение государственного финансирования здравоохранения и образования привело к снижению качества и доступности этих жизненно важных услуг.

*Долларизация экономики страны* означает широкое использование иностранной валюты и прежде всего доллара США. В России долларизация возникла как следствие экономических реформ 1990-х годов. Долларизация в России имела следующие последствия.

- **Утрата страной автономии денежно-кредитной политики:** долларизация ограничивает способность Центрального банка проводить независимую денежно-кредитную политику, поскольку он не может контролировать предложение иностранной валюты.

- **Уязвимость к внешним шокам:** высокий уровень долларизации делает экономику более восприимчивой к внешним шокам, таким как изменения обменных курсов или глобальные экономические условия.

- **Финансовая нестабильность:** долларизация может привести к финансовой нестабильности, поскольку внезапный отток капитала или девальвация валюты могут оказать серьезное воздействие на банковскую систему и общую экономическую стабильность.

- **Снижение доверия к национальной валюте:** долларизация подрывает доверие к внутренней денежной единице, что приводит к предпочтению иностранной валюты для сбережений и транзакций.

*Приватизация государственной собственности* в России являлась ключевым аспектом экономических реформ, которая реализовывалась в 1990-е годы. Речь шла о передаче государственных предприятий в частную собственность. Приватизация в России имела следующие последствия.

- **Концентрация богатства:** приватизация привела к появлению небольшой группы олигархов, которые приобрели значительное богатство и контроль над стратегическими отраслями

промышленности за несоизмеримо малые деньги, что способствовало росту неравенства доходов и массовому обнищанию населения.

- Отсутствие прозрачности: процесс приватизации в России часто был омрачен коррупцией, отсутствием конкуренции и непрозрачной практикой, что приводило к общественному недоверию и критике.

- Иностранная собственность: процесс приватизации привлек иностранных инвесторов, что привело к увеличению доли иностранной собственности в российских компаниях, что имело как положительные, так и отрицательные последствия для экономики.

*Свободное движение капитала*, продвигаемое Вашингтонским консенсусом, также привело к негативным последствиям для российской экономики.

- Бегство капитала: либерализация финансовой сферы способствовала оттоку капитала из России, поскольку инвесторы стремились к более высоким доходам и стабильности прежде всего за рубежом, что привело к истощению внутренних ресурсов.

- Финансовая нестабильность: нерегулируемые потоки капитала способствовали финансовой неустойчивости, поскольку спекулятивные инвестиции и внезапный отток капитала являются источниками дестабилизации внутренней финансовой системы.

- Зависимость от иностранных инвестиций: свободное движение капитала увеличило зависимость России от иностранных инвестиций, что сделало экономику уязвимой к изменениям настроений инвесторов и глобальных экономических условий.

- Расширение доступа к финансированию: свободное движение капитала предоставило российскому бизнесу возможность получить доступ к зарубежным рынкам заемного капитала, что способствовало инвестициям и росту в определенных секторах экономики.

Реализация политики Вашингтонского консенсуса оказала негативное влияние и на динамику социальных расходов в России, которая привела к следующим последствиям.

- Сокращение социальных расходов: переход к рыночной экономике привел к значительному сокращению социальных расходов, поскольку государство стремилось ограничить свою роль в предоставлении социальных услуг.

- Направленность социальных программ: социальные расходы все чаще направляются исключительно на уязвимые группы населения, такие как пенсионеры и домохозяйства с низкими доходами в ущерб иным видам социальной поддержки (пособий, льгот, компенсаций, выплат и т.д.).

- Нестабильность: социальные расходы в России характеризуются нестабильностью и неадекватностью, с колебаниями финансирования и ограниченным охватом социальных программ.

- Растущая роль негосударственных субъектов: неправительственные, некоммерческие организации и благотворительные фонды играют все большую роль в предоставлении социальных услуг, компенсируя сокращение государственной поддержки.

Следование требованиям политики Вашингтонского консенсуса привело к *снижению роли государства в российской экономике*, основными аспектами которой являлись:

- приватизация: передача государственных предприятий частному сектору была направлена на уменьшение государственного контроля и повышение эффективности рынка;

- дерегулирование: устранение «ненужных» правил, регламентов и так называемых бюрократических барьеров, направленное на содействие рыночной конкуренции и сокращение государственного контроля;

- либерализация рынков: открытие рынков для иностранных конкурентов было направлено на снижение государственного протекционизма и повышение эффективности за счет рыночных механизмов;

- фискальная дисциплина: акцент на бюджетной дисциплине был направлен на ограничение государственных расходов и сокращение бюджетного дефицита в качестве главной цели.

Рядом ученых и аналитиков высказывается мнение, что *Центральный банк России* особенно в 90-е годы прошлого века был

*фактически подчинен политике ФРС США*, что привело к следующим негативным последствиям.

- Внешняя финансовая зависимость: зависимость России от иностранного капитала и доллара США в международных сделках могла влиять на принятие решений Центральным банком.

- Международные финансовые институты: согласованная с интересами США политика МВФ и Всемирного банка могли косвенно влиять на российский Центральный банк.

- Глобальная финансовая система: взаимосвязь российской экономики с глобальной финансовой системой создавала зависимость от нее политики Центрального банка России, а также иные уязвимости национальной экономики.

- Геополитические соображения: политическая динамика и геополитические отношения между Россией и США влияли на политическую среду, в которой действует Центральный банк.

Заметным последствием реализации политики Вашингтонского консенсуса для экономики России в 90-е годы стало *смещение экспортной структуры в сторону увеличения доли сырьевых ресурсов*. Ключевыми факторами данного явления стали:

- приватизация природных ресурсов: приватизация государственных компаний, занимающихся добычей полезных ископаемых, во многом упростила процедуры и способствовала росту экспорта сырья, тем более в условиях, когда частные предприятия сосредоточились исключительно на максимизации собственной прибыли;

- мировые товарные рынки: интеграция России в мировые товарные рынки, вызванная либерализацией торговли, привела к усилению зависимости государственного бюджета от экспортно-сырьевой составляющей (в рассматриваемый период даже появился ставший общепотребительным термин «нефтяная игла»);

- ограниченная диверсификация: отсутствие диверсификации в российской экономике в условиях крайне существенной зависимости от природных ресурсов фактически сделало ее уязвимой к колебаниям цен на сырьевые товары;

- ресурсное проклятие: сосредоточение внимания исключительно на экспорте сырья фактически привело к явлению, известному как «ресурсное проклятие», когда экономика становится чрезмерно зависимой от одного сектора, что препятствует долгосрочному и комплексному развитию государства, а также способствует росту импортозависимости, необходимой для наполнения внутреннего рынка товарами, которые внутри страны не производятся.

Еще одним немаловажным негативным последствием реализации политики Вашингтонского консенсуса в России стало *усиление роли транснациональных корпораций* в национальной экономике, ключевыми факторами которого являлись:

- приватизация и иностранные инвестиции: процесс приватизации привлек иностранных инвесторов, в том числе транснациональные корпорации, которые приобрели значительные доли в российских компаниях;

- либерализация рынка: открытие рынков для иностранных конкурентов облегчило вход и существенно расширило влияние транснациональных корпораций в различных секторах российской экономики в ущерб российским производителям;

- передача технологий: транснациональные корпорации принесли в Россию современные технологии и методы управления, способствуя модернизации и повышению эффективности в первую очередь принадлежащих им предприятий;

- концентрация экономической власти: доминирование транснациональных корпораций в определенных секторах рынка привело к их фактической монополизации и связанным с ней конкурентным ограничениям, а также в немалой степени к безудержной эксплуатации местных ресурсов.

#### **4. *Сценарное моделирование влияния политики Вашингтонского консенсуса на суверенитет России***

Объективная оценка и глубокое понимание динамики развития рассматриваемых процессов имеет решающее значение

для стратегической оценки долгосрочных последствий рассматриваемых процессов и разработки будущей экономической политики нашей страны, особенно в новых реалиях.

Одним из эффективных инструментов стратегического анализа общественно-политических, социально-экономических и иных масштабных процессов является сценарный подход, предполагающий исследование сложных систем на основе построения и изучения синергических сценариев, отражающих возможные варианты развития исследуемой ситуации в отсутствие управленческих воздействий или в условиях применения их ограниченного множества, а также аттрактивных сценариев, отражающих заданный диапазон альтернативных путей возможного развития ситуации при различных вариантах управленческих воздействий [14]. Рассматриваемый подход позволяет изучать многоаспектные проблемы и подвергать их комплексному опережающему анализу.

На практике сценарный подход позволяет формировать целевые прогнозы развития проблемных ситуаций в условиях неопределенности, выделять и анализировать совокупность ключевых факторов риска и угроз достижению целей управления, а также диагностировать наличие внутренних «окон» уязвимости как управляющей, так и управляемой системы [15].

Автоматическая генерация сценариев поведения исследуемого объекта с использованием разработанного программно-аналитического комплекса реализуется в два этапа. На первом этапе формируется модель объекта, например, в виде знакового или функционального графа [13]. На втором этапе с ее использованием на основе выбранных управляющих воздействий автоматически генерируются альтернативные сценарии поведения объекта управления или развития исследуемой ситуации при различных условиях. При реализации первого этапа графовая модель считается адекватной реальной ситуации, если в модельных процессах не нарушается ни одна из продукций базисных знаний относительно описания объекта.

На основе результатов проведенного анализа влияния основных положений Вашингтонского консенсуса на суверенитет Рос-

сийской Федерации разработана сценарная модель, базовые факторы которой представлены в таблице 1. Структура модели представлена на рис. 1.

Таблица 1. Список факторов сценарной модели

<b>№</b>	<b>Наименование фактора модели</b>
1	Кредит стране
2	Уход государства из экономики
3	Приватизация госсобственности
4	Свобода торговли
5	Свобода движения капитала (ввоз-вывоз)
6	Влияние ТНК в стране
7	Контроль ТНК: Национальный рынок
8	Контроль ТНК: Производство
9	«Вашингтонский консенсус»
10	Долларизация экономики
11	Подчинение США: ЦБ страны
12	Суверенность финансовая система страны
13	Суверенность экономики страны
14	Денежная масса
15	Покупка долларов
16	Социальные расходы
17	Население страны
18	Обрабатывающая промышленность
19	Превращение страны в сырьевой придаток
20	Суверенное управление страной
21	Внешнее управление
22	Вывоз богатств и средств из страны

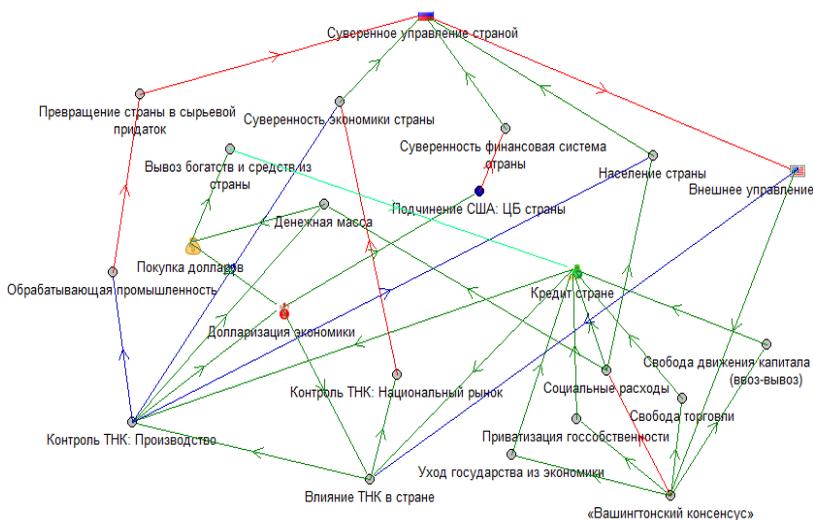


Рис.1. Структура сценарно-когнитивной модели

Проведенный анализ структуры модели показал, что наибольшее число циклов проходит через целевой фактор – вершину «Суверенное управление страной», причем количество циклов (нечетных и с функциональными взаимосвязями), которые отражают деструктивный характер влияния данного фактора, максимально. Фактор «Вашингтонский консенсус» включен в меньшее число потенциально деструктивных циклов.

Из этого можно сделать вывод о том, что внутри структуры обеспечения государственного суверенитета заложены запускаемые извне деструктивные циклы, и, как результат, без внесенных уязвимостей их активация в рамках развития негативного сценария затруднительна. Такое положение способно стать базой и «локомотивом» информационной операции, в основе которой лежит утверждение, заключающееся в том, что западные «рецепты» для экономики в целом положительны, но имеющиеся недостатки в стране не позволили им переломить ситуацию в положительную сторону. Проведение подобных информационных операций способно еще более усугубить деструктивные тенденции (данные операции в процессе моделирования в дальнейшем не рассматриваются).

Проведем сценарное исследование рассматриваемых процессов и проведем поэтапный анализ сгенерированного сценария «захвата» страны.

Этап 1. На данном этапе активен контур воздействия, отвечающий за рост внешнего кредитования страны (рис. 2).

Экономическая открытость приводит к тому, что под предлогом доступа к новым технологиям происходит сначала кратковременный всплеск влияния ТНК в стране. На этом этапе проникновению ТНК в экономику страны содействует определенный «вклад» данных корпораций в технологическое развитие отдельных подотраслей отечественной промышленности, усиление иностранного контроля в этой отрасли и связанный с этим рост уровня жизни населения.

Затем фактор непосредственного влияния ТНК «уходит в тень», и отражается только в росте нестабильности, снижении суверенности экономики, а также в появлении негативной тенденции падения уровня жизни населения страны.

Этап 2. На втором этапе на фоне роста внешнего кредитования наблюдается отчетливый рост влияния ТНК, которые, в свою очередь, поддерживают определенный рост экономики страны, а следовательно, хоть и неуверенный, но рост суверенности управления государством (рис. 2).

Однако данные положительные тенденции проявляются на фоне секвестирования социальных программ и падения уровня жизни населения. Наблюдается также в значительной мере имитация развития находящихся в зарубежной собственности «отверточных» предприятий обрабатывающей промышленности (акционерных обществ под иностранным управлением преимущественно с низким уровнем локализации сборочного производства) как средства обоснования процессов укрепления внешнего контроля.

Этап 3. На данном этапе (рис. 3) после ряда потрясений, связанных с пошатнувшимся суверенитетом, угрозой прекращения кредитования и неустойчивостью роста уровня жизни, происходит перелом к устойчивой негативной тенденции.

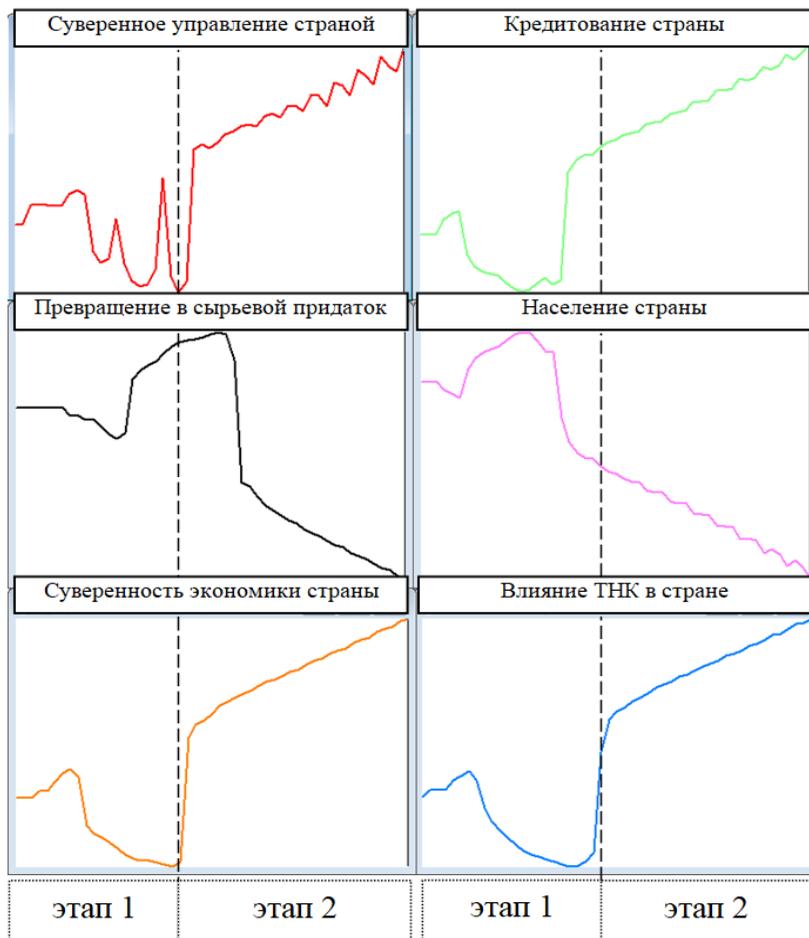


Рис.2. Первый и второй этапы сценария

Прекращается поддержка ТНК уже подконтрольной обрабатывающей промышленности и начинается процесс ее ликвидации как экономически значимого субъекта (смена направления связи «Контроль ТНК» → «Обрабатывающая промышленность»). На фоне усиления внешнего кредитования наблюдается снижение суверенного управления и экономического суверенитета, а также продолжается падение уровня жизни населения и дальнейший рост влияния ТНК.

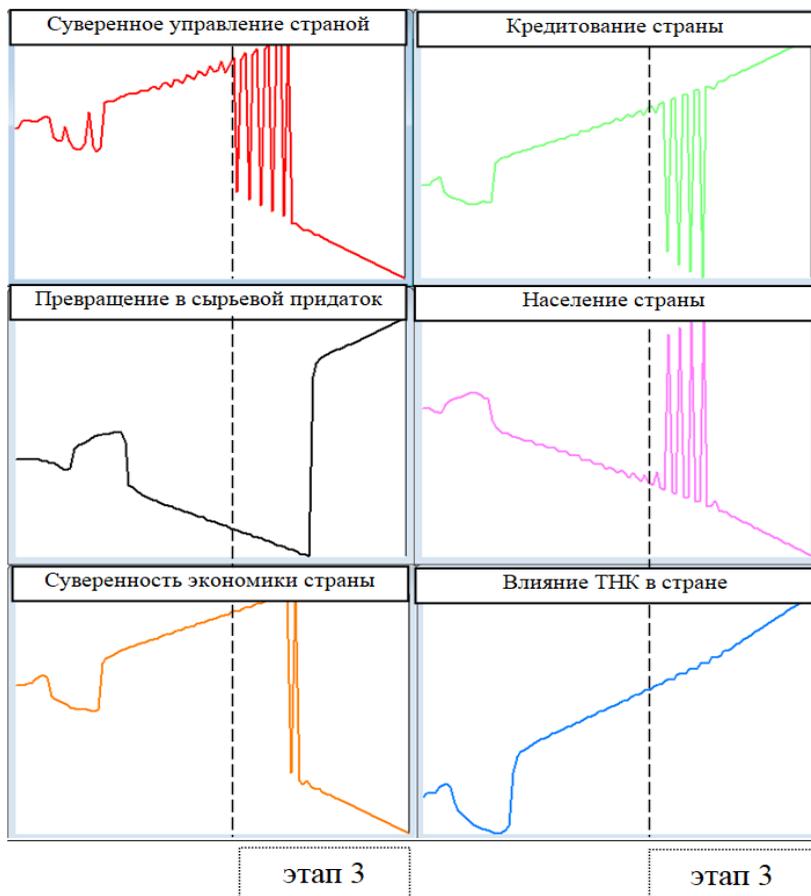


Рис. 3. Третий этап сценария

Этап 4. Начало четвертого этапа (рис. 4) характеризуется длительным периодом снижения уровня жизни граждан, что стимулирует рост протестных настроений основной массы населения. В данных условиях становятся возможными спровоцированные сложившейся ситуацией протестные действия, которые органы исполнительной власти могут попытаться погасить, обратив возмущение социума на доминирование в стране иностран-

ного капитала, что, в свою очередь, может привести к прекращению внешнего кредитования, ограничениям вывоза капитала и иным нежелательным для ТНК последствиям.

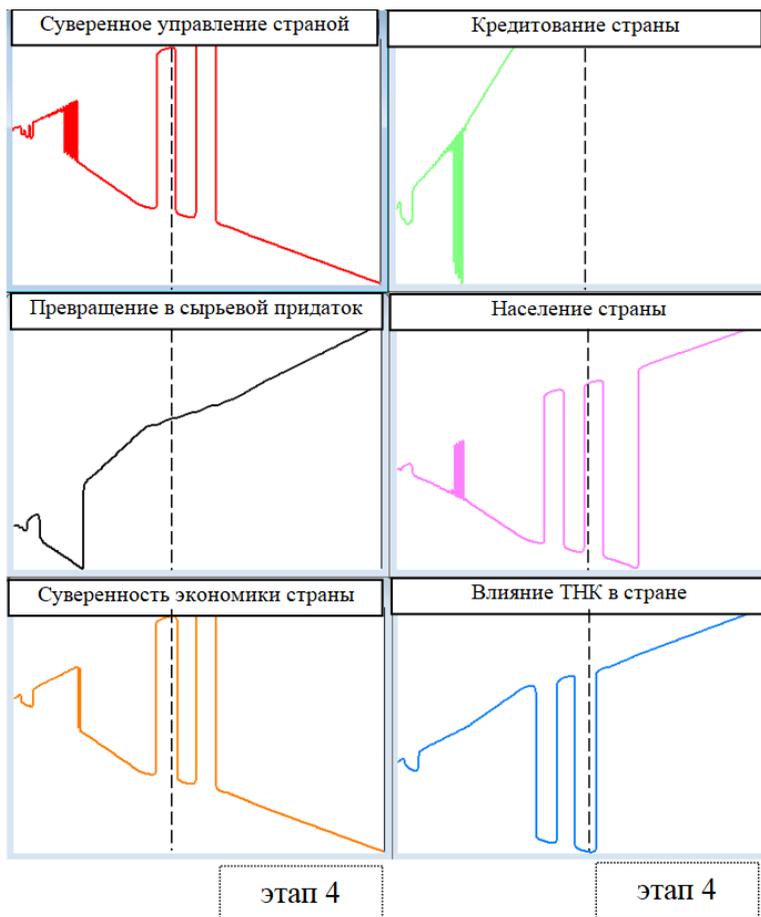


Рис. 4. Четвертый этап сценария

В целях недопущения подобного социального взрыва ТНК вынуждены направлять часть финансовых потоков на поддержку населения страны и насыщение потребительского рынка доступными товарами и услугами (активизация связи «Влияние ТНК

в стране» → «Население страны»). Одновременно с этим происходит «суверенный ребрендинг», имитирующий передачу части активов дочерним псевдонациональным компаниям для «поддержки» суверенности экономики страны и ее развития, например, за счет создания принадлежащих иностранному капиталу как новых производственных предприятий, так и организаций непроизводственной сферы (активизация связи «Влияние ТНК в стране» → «Суверенность экономики страны»).

Данные процессы, как видно из графической интерпретации результатов моделирования, привели сначала к колебаниям, а затем и к определенному росту уровня жизни населения страны, который связывается социумом с результатами благоприятного влияния ТНК. На самом же деле данное влияние привело к дальнейшему снижению экономического суверенитета страны и росту угрозы ее превращения в сырьевой придаток стран «золотого миллиарда». На более длительном временном горизонте после кратковременного возмущения вновь продолжился рост влияния ТНК.

Этап 5. Данный этап (рис. 5) начинается с фактического лишения ТНК социальной поддержки. Окончательно закрепляются негативные тенденции влияния политики Вашингтонского консенсуса и укрепляется внешнее управление страной, ее зависимость от глобальной (а по сути – западной) производственно-экономической и финансовой систем.

## **5. Заключение**

Основной целью проведенных исследований является не столько оценка последствий реализации политики Вашингтонского консенсуса для России, сколько анализ возможностей использования сценарных технологий для упреждающего диагностирования и исследования негативного влияния внешних угроз в процессе выработки социальной и экономической политики страны на длительный период времени.

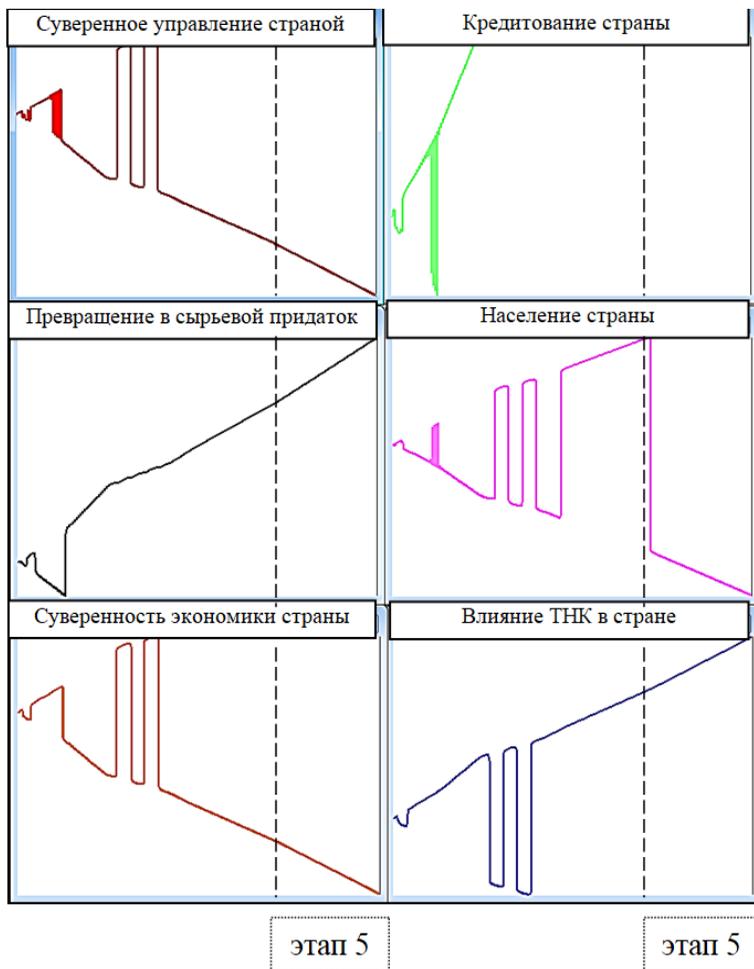


Рис.5. Пятый этап сценария

Турбулентность мировой экономики, происходящие в настоящее время глобальные макроэкономические изменения и проявляющиеся дисбалансы, а также трансформация мировой политической системы требуют при выработке целей социально-экономического развития России и принятии стратегических решений по основным направлениям их достижения использования

в качестве основы комплексного и системного подхода, основанного на результатах опережающего анализа ожидаемых результатов.

В современных условиях многие государства подвергаются существенному усилению деструктивного влияния ТНК и международных финансовых институтов (Всемирного банка, МВФ, различного рода инвестиционных и иных фондов) на национальные экономики, целью которого является укрепление своих позиций на национальных рынках с далеко идущими целями, соответствующими прежде всего интересам США [5].

Одновременно с этим происходящие изменения мирового порядка и зарождение нового мироустройства не означают экономического и политического упадка Соединенных Штатов, обладающих огромными (особенно с учетом союзников) военно-политическими и экономическими ресурсами. Главная опасность здесь заключается в том, что происходящая сегодня деградация международных институтов открывает возможности для использования широкого арсенала имеющихся у США сил и средств эффективного воспрепятствования социально-экономическому развитию неугодных американскому истеблишменту государств [9]. Это является одной из главных целей активно продвигаемой странами Запада во главе с США концепции «порядка, основанного на правилах», являющегося по сути аналогом «либерального мирового порядка» с практически неизменными целями и адаптированными к современным реалиям риторикой и механизмами достижения данных целей.

В сложившейся крайне непростой ситуации, когда Россия оказывается перед новыми вызовами, сопряженными с крайне серьезными глобальными рисками, при выработке долгосрочной экономической политики становится крайне необходимой опережающая стратегическая оценка как современных тенденций мирового развития, так и серьезности внешних угроз национальной безопасности, а также тяжести возможных ущербов российскому обществу и государству, источником которых являются геополитические противники нашей страны.

В этих условиях система управления государственным развитием в процессе подготовки стратегических решений должна ориентироваться и, соответственно, концентрировать внимание

лиц, принимающих решения на результатах сценарно-целевого прогноза развития ситуации как внутри страны, так и во внешней среде, смещая таким образом акцент с задач преимущественно реактивного характера (когда решение принимается на основе информации об уже реализованных угрозах и их негативных последствиях) на опережающие задачи, направленные на предотвращение кризисных ситуаций в процессе противоборства с геополитическими противниками [17].

Практическая реализация данного подхода предполагает разработку и использование методологического инструментария упреждающего сценарного анализа и прогнозирования альтернативных путей развития ситуации в военной, политической, социальной, экономической, информационной и др. сферах, предназначенного для решения проблем диагностирования и комплексной оценки прежде всего носящих скрытый характер внешних и внутренних угроз поступательному государственному развитию с целью информационно-аналитической поддержки процессов подготовки управленческих решений.

Проведенное в рамках настоящей работы сценарное исследование результатов безоговорочного следования политическим и экономическим рекомендациям Вашингтонского консенсуса достаточно наглядно иллюстрирует реальные возможности использования сценарного подхода при решении рассматриваемых актуальных, крайне непростых и масштабных проблем. Одновременно с этим сегодня безусловно необходимо развитие теоретической базы сценарной методологии на мультидисциплинарной основе, разработка эффективных средств и систем автоматизации сценарных исследований, а также организационных механизмов их практического применения при решении прикладных задач в рамках системы государственного управления.

### ***Литература***

1. БИНШТОК Ф.И. *История экономических учений*: учебное пособие. 2-е изд. – М.: РИОР, 2008. – 192 с.

2. ВЕЛИЧКО М.В., ЕФИМОВА В.А., ЗАЗНОБИНА В.М. *Экономика инновационного развития. Управленческие основы экономической теории.* – М. – Берлин: Директ-Медиа, 2015. – 649 с.
3. ДРАНКО О.И., НОВИКОВ Д.А., РАЙКОВ А.Н. и др. *Управление развитием региона. Моделирование возможностей.* – М.: URSS, ООО «ЛЕНАНД», 2023. – 432 с.
4. ЕВСТАФЬЕВ Д. *США как ключевой игрок эпохи глобальной турбулентности* // Инвест-Форсайт. – 22.05.19. – URL: <https://www.if24.ru/ssha-i-globalnaya-turbulentnost> (дата обращения: 17.10.23).
5. ЗВОНОВА Е.А., БУНИЧ Г.А. *Турбулентность мировой экономики в условиях пандемии* // Экономика. Налоги. Право. – 2021. – Т. 14, №5. – С. 20–30.
6. КАТАСОНОВ В. *Вашингтонский консенсус: десять заповедей для «экономических убийц»* // Русское экономическое общество им. С.Ф. Шапарова. – URL: <https://reosh.ru/valentin-katasonov-vashingtonskij-konsensus-desyat-zapovedej-dlya-ekonomicheskix-ubijc.html> (дата обращения: 17.10.23).
7. КОВАЛЕВ А.А. *Аксиома марксизма.* – URL: <https://kprf.ru/ruso/189112.html> (дата обращения: 22.10.23).
8. *Модели и методы анализа и синтеза сценариев развития социально-экономических систем:* в 2-х кн. / Под ред. В.Л. Шульца и В.В. Кульбы. – М.: Наука, 2012. Кн. 1. – 304 с.; кн. 2. – 358 с.
9. НЕСМАШНЫЙ А.Д. *Российский допинг для американской гегемонии* // Россия в глобальной политике. – 2022. – Т. 20, №6. – С. 35–48.
10. ОСЛУНД А. *Строительство капитализма: рыночная трансформация стран бывшего советского блока.* – М.: Логос, 2003. – 720 с.
11. ПОПОВ В. *Шокотерапия против градуализма: 15 лет спустя* // Вопросы экономики. – 2007. – №5. – С. 81–99.
12. ЧЕРНОВ И.В. *Повышение эффективности управленческих решений на основе использования программно-аналитического комплекса сценарного анализа и прогнозирования* // Вестник РГГУ. Серия: Экономика. Управление. Право. – 2018. – №1(11). – С. 40–57.

13. ЧЕРНОВ И.В. *Сценарно-когнитивное моделирование сложных систем на основе событийной идентификации динамики факторов* // Проблемы управления. – 2023. – №3. – С. 65–76.
14. ШУЛЬЦ В.Л., КУЛЬБА В.В., ШЕЛКОВ А.Б. и др. *Сценарный анализ в управлении геополитическим информационным противоборством*. – М.: Наука, 2015. – 542 с.
15. ШУЛЬЦ В.Л., ЧЕРНОВ И.В., КУЛЬБА В.В. и др. *Сценарное планирование в управлении обеспечением национальной безопасности: методологические основы* // Национальная безопасность / nota bene. – 2023. – №5. – С. 36–61.
16. ЯДГАРОВ Я.С. *История экономических учений*: учебник. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 480 с.
17. EICHENGREEN B. *Capital Account Liberalization: What Do Cross-Country Studies Tell Us?* // World Bank Economic Review. – 2001. – Vol. 15, Iss. 3. – P. 341–365.
18. *Latin American adjustment: how much has happened* / Ed.: J. Williamson. – Washington DC: Institute for International Economics XV, 1990. – 445 p.
19. ROSEFIELD S. *Russia in the 21st Century. The prodigal superpower*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – 244 p.
20. STIGLITZ J.E. *Globalization and its discontents*. – New York-London: W.W. Norton & company, 2002. – 282 p.

## **NATIONAL SECURITY: SCENARIO ANALYSIS OF GLOBAL ENVIRONMENTAL PROCESSES IMPACT**

**Igor Chernov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher (chernov@ipu.ru).

*Abstract. The article deals with the analysis of the scenario technology possibilities to solve the problems of long-term scenario forecasting of geopolitical threats to Russia's national security and also to assess the severity of the consequences of the macroeconomic and financial policies implemented by Western countries in relation to our country. A scenario study of social and economic problems caused by Russia's adherence to the Washington Consensus policy at the end of the 20th and beginning of the 21st centuries was carried out. The results of the Washington Consensus basic provisions analysis, as well as of the essence and modern varieties of neoliberal eco-*

*conomic doctrine and their negative impact on the socio-economic development of Russia are presented. A basic scenario model of the neoliberal economy and its negative impact on ensuring the state sovereignty of Russia has been developed. As a result of model research, a basic scenario for Russian economy and social sphere development under various control influences and external disturbances has been elaborated. The obtained results showed that the use of the developed scenario-forecast research technology allows for a comprehensive proactive analysis of long-term geostrategic decisions of US and its allies subservient to its interests and also, based on the developed scenarios, to assess the seriousness of the relevant threats to the national interests of the Russian Federation and its sovereignty.*

**Keywords:** national security, sovereignty, socio-economic development, management, scenario modeling, information support.

УДК 005.7

ББК 13.42

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.8

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Р.М. Нижегородцевым.*

*Поступила в редакцию 17.01.2024.  
Опубликована 31.05.2024.*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ АСТРОИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТИННОГО КУРСА ПО ДАННЫМ СОЛНЕЧНОГО ДАТЧИКА

Кондрашкин Г. В.<sup>1</sup>, Болотнов А. С.<sup>2</sup>, Шкатов М. Ю.<sup>3</sup>  
(ФГБОУ ВО Московский государственный технический  
университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследо-  
вательский университет), Москва)

*Обеспечение безопасности движения подвижного объекта обуславливает необходимость применения высокоточного и надёжного навигационного комплекса. В настоящее время актуален вопрос повышения точности систем курсоуказания навигационных комплексов с длительным временем непрерывной работы, в частности предназначенных для эксплуатации на морских объектах. Широко распространены методы определения курса с использованием инерциальных систем, но, ввиду ограниченности технологических возможностей изготовления их датчиков, обеспечение точности навигационного комплекса в течение длительного времени работы требует периодической коррекции инерциальной системы по данным других приборов. Наиболее высокоточными методами коррекции курса инерциальной системы являются астрономические методы. Для наблюдений небесных светил с различными характеристиками используются соответствующие астрономические датчики. В данной статье проанализированы возможности применения современных солнечных датчиков для коррекции истинного курса, определяемого по данным инерциальных датчиков, в составе астроинерциальной навигационной системы. Рассмотрены теоретические положения, составляющие основу метода определения истинного курса объекта по наблюдению Солнца. Приведены математические модели измерений датчиков и выражения, используемые для вычислений истинного курса объекта. Представлены условия и результаты эксперимента по качественной оценке погрешности определения истинного курса по наблюдению Солнца, проведённого с использованием макета астроинерциальной навигационной системы. Приведено краткое описание технического облика макета астроинерциальной навигационной системы.*

Ключевые слова: навигационный комплекс, астроинерциальная навигационная система, курс, солнечный датчик, испытания.

---

<sup>1</sup> Георгий Викторович Кондрашкин, инженер (yaegor93@mail.ru).

<sup>2</sup> Альберт Сергеевич Болотнов, инженер (bolotnovalbert@mail.ru).

<sup>3</sup> Михаил Юрьевич Шкатов, к.т.н., н.с. (shkatovmikhail@gmail.com).

## **1. Введение**

Среди бортовых комплексов, входящих в состав бортового оборудования различных подвижных объектов, навигационные комплексы играют ведущую роль в задачах управления движением [19].

В зависимости от предъявляемых требований к точности, надёжности, условий применения, массе, габаритам, стоимости и т.д. для определения параметров ориентации и навигации применяются датчики, работающие на различных физических принципах [3, 11, 14].

Для большинства современных объектов центральным элементом навигационного комплекса является инерциальная навигационная система (ИНС), которая строится на базе датчиков, чувствительных к линейным ускорениям объекта – акселерометров, и датчиков, чувствительных к угловым движениям объекта – гироскопов [19, 20, 22, 23]. По измерениям чувствительных элементов в ИНС вычисляются все параметры, требуемые для управления движением.

Из теории инерциальных навигационных систем [10, 17] известно, что вычисление параметров движения связано с двойным интегрированием величин, измеряемых инерциальными датчиками, и вследствие этого ошибки ИНС в процессе её работы неограниченно возрастают.

Для устранения ошибок определения навигационных параметров, вызванных погрешностями чувствительных элементов ИНС [12], в состав навигационных комплексов объектов включают дополнительные датчики [9, 16, 24].

Отдельную группу устройств-источников дополнительной навигационной информации для ИНС составляют астрономические датчики.

Изделия, в которых навигационные параметры, вычисляемые по измерениям инерциальных датчиков, корректируются с помощью дополнительной навигационной информации, полученной по измерениям астродатчиков, называются астроинерциальными навигационными системами (АИНС). Принципы

построения астроинерциальных навигационных систем рассмотрены в [4, 5].

Среди астродатчиков отдельно выделяются солнечные датчики – приборы, используемые в бортовых комплексах космических аппаратов для определения угловой ориентации объекта относительно Солнца [1].

Современные отечественные солнечные датчики имеют относительно небольшие габариты и массу, низкую потребляемую мощность и себестоимость, а также высокую точность определения угловых координат Солнца: их погрешность имеет уровень единиц угловых минут.

Данная работа посвящена вопросам построения АИНС, предназначенных для определения истинного курса объекта по данным от солнечного датчика. Материал статьи разделён на две части. В первой части рассмотрены теоретические основы вычисления истинного курса по наблюдениям Солнца. Во второй части приведено краткое описание особенностей конструкции АИНС и результаты экспериментальных испытаний по оценке погрешностей определения истинного курса с помощью АИНС по данным солнечного датчика.

Целью данной работы является оценка эффективности применения современных отечественных солнечных датчиков для коррекции курса, определяемого инерциальными датчиками АИНС.

## **2. Теоретические основы метода определения истинного курса по наблюдениям Солнца**

### **2.1. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТИННОГО КУРСА ПО НАБЛЮДЕНИЯМ СОЛНЦА**

Метод определения истинного курса объекта с помощью АИНС по наблюдениям Солнца основан на сравнении курсового угла Солнца, измеряемого АИНС, и истинного азимута Солнца, вычисляемого на основании знания географических координат места наблюдений, времени наблюдений, а также экваториальных координат Солнца.

Для получения выражения, позволяющего вычислить курс объекта по наблюдениям Солнца, введём точку « $O$ », которая условно будет принята за центр АИНС (см. рис. 1). Проведём через точку « $O$ » плоскость  $\Pi$ , параллельную плоскости местного горизонта, и введём следующие векторы (см. рис. 1):

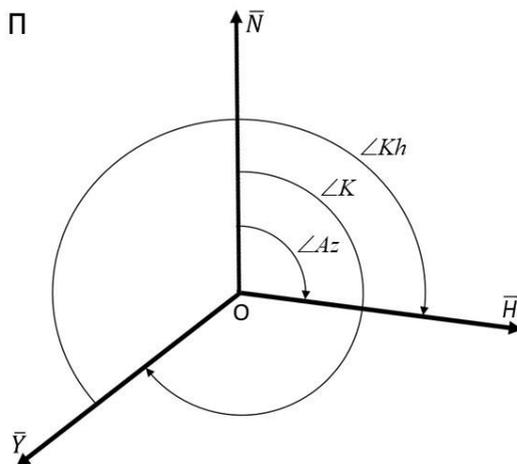


Рис. 1. Связь между истинным курсом объекта, курсовым углом Солнца и Азимутом Солнца

$\bar{N}$  – вектор произвольной длины, начало которого совпадает с точкой « $O$ », и направленный в сторону северного географического полюса Земли;

$\bar{Y}$  – вектор произвольной длины, начало которого совпадает с точкой « $O$ », направленный параллельно проекции продольной оси АИНС на плоскость  $\Pi$ ;

$\bar{H}$  – вектор произвольной длины, начало которого совпадает с точкой « $O$ », направленный в сторону проекции центра видимого Солнца на плоскость  $\Pi$ ;

Отложим следующие углы (рис. 1):

$\angle Az$  – Азимут Солнца; вершина угла в точке « $O$ », положительное направление соответствует повороту от вектора  $\bar{N}$

в сторону вектора  $\overline{H}$  по часовой стрелке, диапазон значений: от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ ;

$\angle K$  – Истинный курс объекта; вершина угла в точке «O», положительное направление соответствует повороту от вектора  $\overline{N}$  в сторону вектора  $\overline{Y}$  по часовой стрелке, диапазон значений: от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ ;

$\angle Kh$  – Курсовой угол Солнца; вершина угла в точке «O», положительное направление соответствует повороту от вектора  $\overline{Y}$  в сторону вектора  $\overline{H}$  по часовой стрелке, диапазон значений: от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ ;

Из рис. 1 очевидно, что истинный курс объекта ( $\angle K$ ) можно вычислить с помощью следующего выражения:

$$(1) \quad \angle K = \angle Az - \angle Kh + \Delta,$$

где  $\Delta = 0^\circ$ , если  $\angle Az > \angle Kh$ , и  $\Delta = 360^\circ$ , если  $\angle Az < \angle Kh$ .

## 2.2. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЗИМУТА СОЛНЦА

Для определения азимута Солнца используются широко известные в теории астронавигации соотношения параллактического треугольника светила [10], образованного на небесной сфере тремя точками:  $Z$  – зенитом наблюдателя,  $P_n$  – северным полюсом мира,  $C$  – светилом (см. рис. 2).

Из теоремы котангенсов сферической тригонометрии для угла  $\angle Az$ :

$$(2) \quad \text{ctg}(Az) = \cos(\varphi) \cdot \text{tg}(\delta) \cdot \text{cosec}(t_M) - \sin(\varphi) \cdot \text{ctg}(t_M).$$

Получается выражение для определения угла  $\angle Az$ :

$$(3) \quad \angle Az = \text{arcctg} \left( \frac{\cos(\varphi) \cdot \text{tg}(\delta)}{\sin(t_M)} - \sin(\varphi) \cdot \text{ctg}(t_M) \right),$$

где  $\varphi$  – географическая широта;  $\delta$ ,  $t_M$  – экваториальные координаты Солнца (склонение и местный часовой угол).

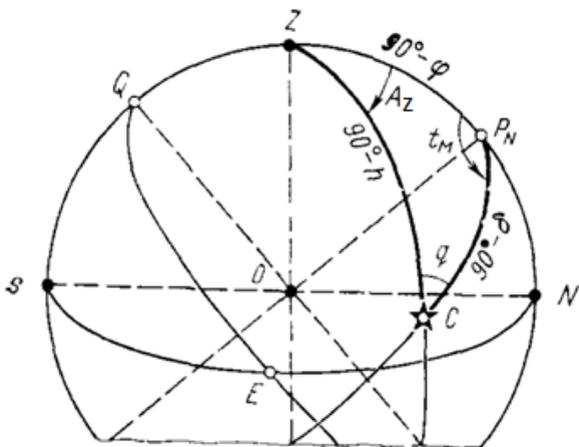


Рис. 2. Параллактический треугольник светила

Экваториальные координаты Солнца определяются исходя из известных законов движения небесных тел, которые являются функциями времени. Для расчётов экваториальных координат небесных тел обычно используется время  $\tau$ , выраженное в Юлианских сутках [6, 21]. Вывод выражений для вычисления экваториальных координат Солнца в данной статье не рассматривается.

В качестве справочного обеспечения при проведении астронаблюдений используются данные астрономического ежегодника, выпускаемого институтом прикладной астрономии Российской академии наук [7]. В ежегоднике приводятся значения экваториальных координат Солнца (склонение  $\delta$  и гринвичский часовой угол  $t_{ГР}$ ) для момента времени, соответствующего началу суток каждого дня года.

Взаимосвязь между гринвичским и местным часовым углом светила определяется выражением:

$$(4) \quad t_M = t_{ГР} + \lambda_{\text{в}}.$$

Географические координаты  $\varphi$  (широта) и  $\lambda_{\text{в}}$  (восточная долгота) должны передаваться в АИНС от внешнего по отношению к ней источника навигационной информации.

### 2.3. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КУРСОВОГО УГЛА СОЛНЦА

Датчиками АИНС, используемыми для реализации режима определения истинного курса объекта по наблюдениям Солнца, являются солнечный датчик и инерциальный измерительный блок. Для получения выражения, определяющего курсовой угол Солнца, принимаются, следующие математические модели первичных измерений датчиков АИНС:

Измерением солнечного датчика является единичный вектор  $\bar{S}$ , начало которого находится в точке «*O*» (см. рис. 1), а направление совпадает с направлением на центр видимого Солнца. Координаты вектора  $\bar{S}$  определяются солнечным датчиком в его приборной системе координат:

$$(5) \quad \bar{S} = \begin{bmatrix} S_{xсд} \\ S_{yсд} \\ S_{zсд} \end{bmatrix}.$$

Измерениями инерциального блока являются измерения составляющих векторов линейного ускорения и угловой скорости движения объекта, на основании которых вычисляются углы крена  $\gamma$  и тангажа  $\vartheta$  АИНС.

Введём следующие системы координат:

*OENU* – местная географическая система координат – прямоугольная система координат, имеющая начало координат в выбранной точке АИНС, условно принятой за её центр («*O*»); ось *OU* направлена вдоль линии действия силы тяжести в направлении из центра Земли; ось *ON* находится в плоскости местного горизонта и направлена в сторону северного географического полюса Земли. Ось *OE* дополняет систему координат *OENU* до правой.

*OX<sub>h</sub>Y<sub>h</sub>Z<sub>h</sub>* – прямоугольная горизонтальная система координат, имеющая начало координат в выбранной точке АИНС, условно принятой за её центр («*O*»); ось *OZ<sub>h</sub>* направлена вдоль линии действия силы тяжести в направлении из центра Земли; ось *OY<sub>h</sub>* находится в плоскости местного горизонта и повёрнута

относительно оси  $ON$  на угол истинного курса объекта ( $K$ ). Ось  $OX_h$  дополняет систему координат  $OX_hY_hZ_h$  до правой.

$OX_{ИИБ}Y_{ИИБ}Z_{ИИБ}$  – система координат, связанная с ИИБ АИНС, – прямоугольная система координат, имеющая начало координат в выбранной точке АИНС, условно принятой за её центр (« $O$ »); ось  $OY_{ИИБ}$  – имеет условно принятое продольное направление; ось  $OZ_{ИИБ}$  – имеет условно принятое вертикальное направление; ось  $OX_{ИИБ}$  – дополняет систему координат  $OX_{ИИБ}Y_{ИИБ}Z_{ИИБ}$  до правой.

$OX_{СД}Y_{СД}Z_{СД}$  – система координат, связанная с СД АИНС, – прямоугольная система координат, имеющая начало координат в выбранной точке АИНС, условно принятой за её центр (« $O$ »); ось  $OY_{СД}$  – имеет условно принятое продольное направление СД; ось  $OZ_{СД}$  – имеет условно принятое вертикальное направление ЗД; ось  $OX_{СД}$  – дополняет систему координат  $OX_{СД}Y_{СД}Z_{СД}$  до правой.

Измеряемые СД координаты вектора  $\bar{S}$  необходимо преобразовать из системы координат  $OX_{СД}Y_{СД}Z_{СД}$  в систему координат  $OX_hY_hZ_h$ . Выражение для определения курсового угла Солнца выглядит следующим образом:

$$(6) \quad K_h = \arctg \left( \frac{S_{xh}}{S_{yh}} \right),$$

где  $S_{xh}$  и  $S_{yh}$  – проекции вектора  $\bar{S}$  на оси  $OX_h$  и  $OY_h$  соответственно (см. рис. 3).

Преобразование координат выполняется с использованием методов линейной алгебры. Матричное выражение, определяющее связь координат вектора  $\bar{S}$  в различных системах координат, выглядит следующим образом:

$$(7) \quad [\bar{S}]_h = (C_g)^{-1} \cdot (C_\gamma)^{-1} \cdot (C_{A1})^{-1} \cdot (C_{A2})^{-1} \cdot (C_{A3})^{-1} \cdot [\bar{S}]_{СД},$$

где матрицы имеют следующий вид:



$$C_{A3} = \begin{bmatrix} \cos(A3) & 0 & -\sin(A3) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(A3) & 0 & \cos(A3) \end{bmatrix}.$$

В приведённых матрицах символами  $A1$ ,  $A2$  и  $A3$  обозначены углы, характеризующие рассогласование систем координат ИИБ и СД. Принятые положительные направления этих углов показаны на рис. 4.

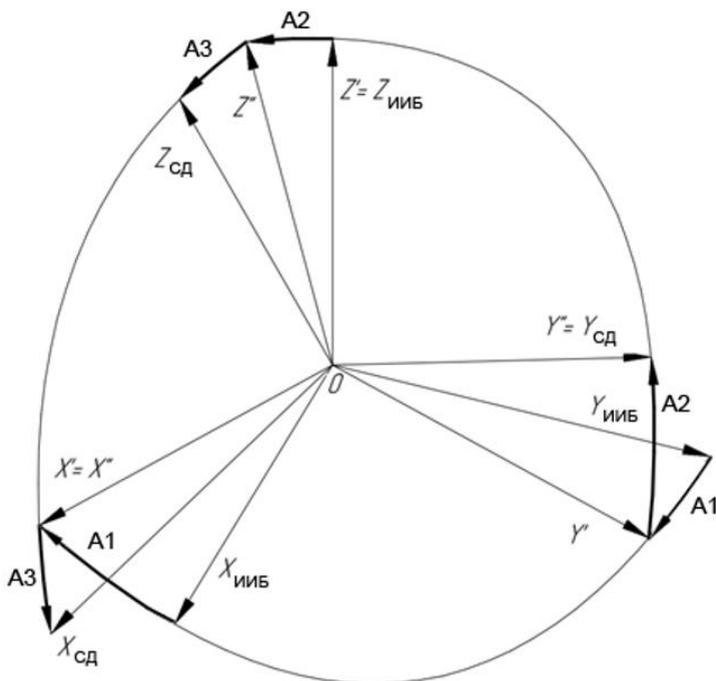


Рис. 4. Взаимосвязь систем координат ИИБ и СД

Таким образом, для решения задачи определения истинного курса объекта с помощью астроинерциальной системы по наблюдениям Солнца необходимыми исходными данными являются:  $\tau$  – время, выраженное в Юлианских сутках;  $\delta$  – склонение Солнца, определяемый по справочным таблицам;  $t_{гр}$  – грин-

вичский часовой угол Солнца, определяемый по справочным таблицам;  $\varphi$  – географическая широта места наблюдений;  $\lambda_v$  – географическая восточная долгота места наблюдений;

$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_{xСД} \\ S_{yСД} \\ S_{zСД} \end{bmatrix}$  – единичный вектор направления на Солнце, ком-

поненты которого измеряются СД;  $A_1, A_2$  и  $A_3$  – углы, характеризующие рассогласование систем координат ИБ и СД;  $\vartheta$  – угол тангажа, измеряемый ИБ;  $\gamma$  – угол крена, измеряемый ИБ.

### **3. Результаты эксперимента по оценке погрешности определения истинного курса объекта астроинерциальной навигационной системой по наблюдениям Солнца**

Для проведения эксперимента по оценке погрешности АИНС в определении истинного курса по наблюдениям Солнца использовался макет АИНС. Конструкция макета (см. рис. 5) представляет собой упрощённую реализацию технических решений, применяемых при разработке астроинерциальных навигационных систем, морских объектов [8].

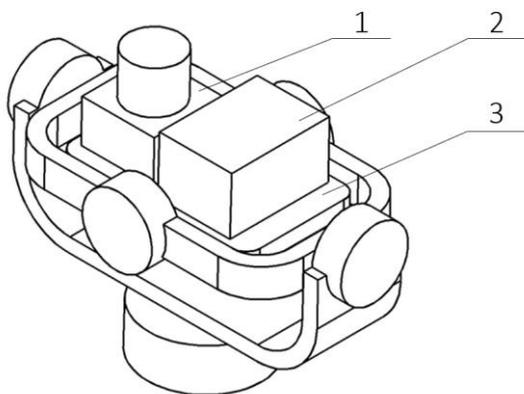


Рис. 5. Конструктивная схема макета АИНС

В макете инерциальный блок 2 и солнечный датчик 1 установлены на едином основании 3 и жёстко зафиксированы. Основание установлено на платформу в трёхосном кардановом подвесе. Платформа имеет три степени свободы углового движения относительно фундамента, что позволяет направлять оптическую ось Солнечного датчика на любую точку видимой части небесной сферы.

При проведении экспериментальных исследований макет был установлен на неподвижном основании под открытым небом.

Чтобы исключить влияние погрешностей СД, зависящих от координат единичного вектора направления на Солнце, при проведении эксперимента перед каждым замером проводилась переориентация макета в положение, при котором оптическая ось СД направлена на центр видимого Солнца.

Оценка погрешности истинного курса, определяемого макетом АИНС по наблюдениям Солнца, носила качественный характер и проводилась путём сравнения значений истинного курса, определяемых методами, изложенными в части 2 данной статьи, со значениями курса, определяемого бесплатформенной инерциальной навигационной системой из состава макета АИНС.

Результаты эксперимента (значения зафиксированных выходных данных) приведены на рис. 6–12.

Для качественной оценки погрешности определения истинного курса объекта по измерениям АИНС выполнена статистическая обработка полученных 14 реализаций, по результатам которой определены следующие характеристики погрешностей:

- Математическое ожидание:  $0,004^\circ$  ( $14,4''$ ).
- Среднеквадратичное отклонение:  $0,029^\circ$  ( $1,75'$ ).

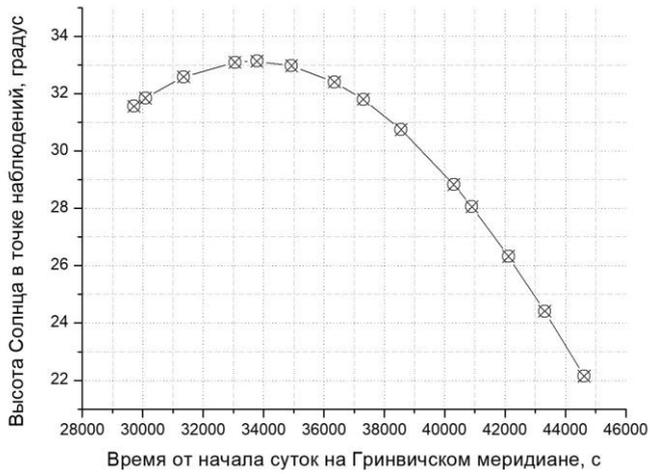


Рис. 6. Высота Солнца (расчётная)

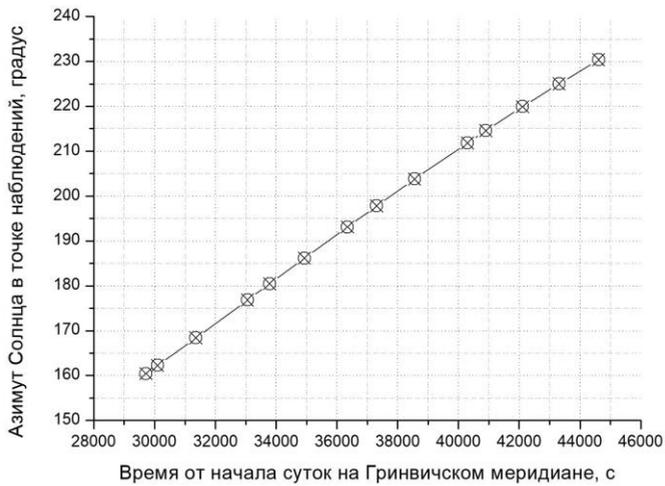


Рис. 7. Азимут Солнца (расчётный)

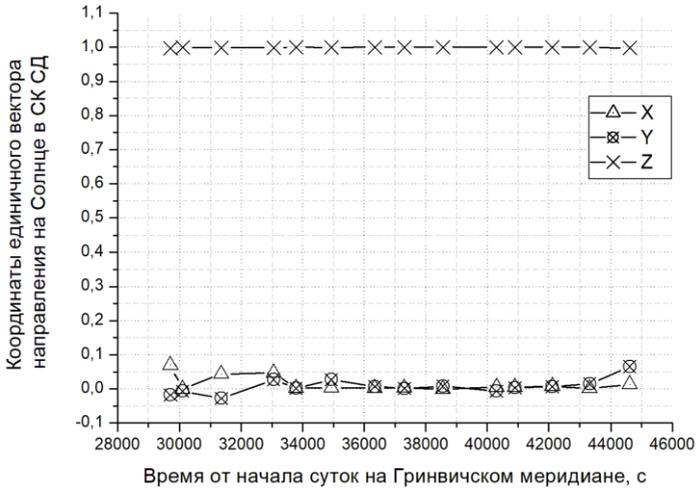


Рис. 8. Координаты единичного вектора направления на Солнце, измеренные СД при испытаниях макета АИНС

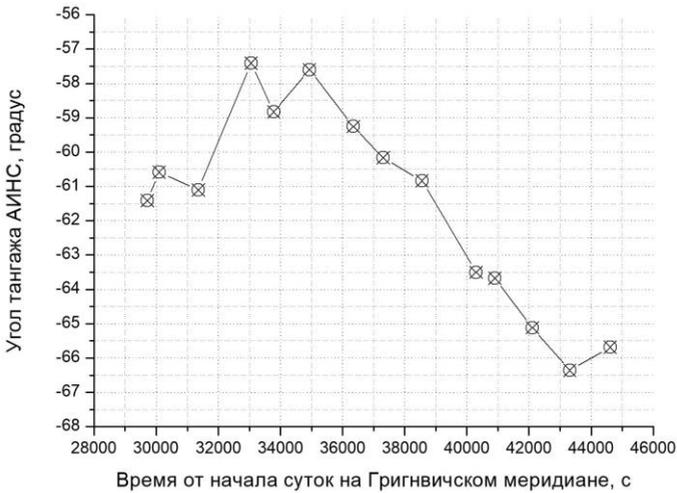


Рис. 9. Угол тангажа, зарегистрированный при испытаниях макета АИНС

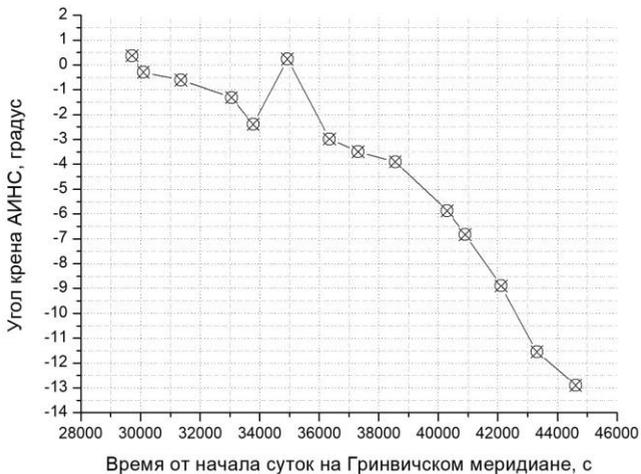


Рис. 10. Угол крена, зарегистрированный при испытаниях макета АИНС

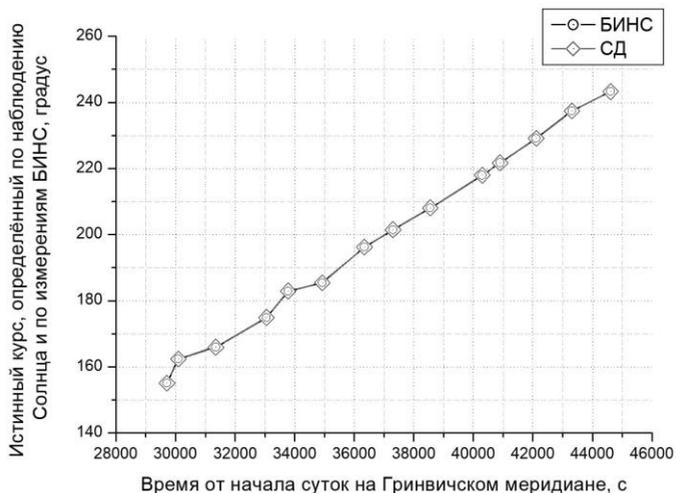
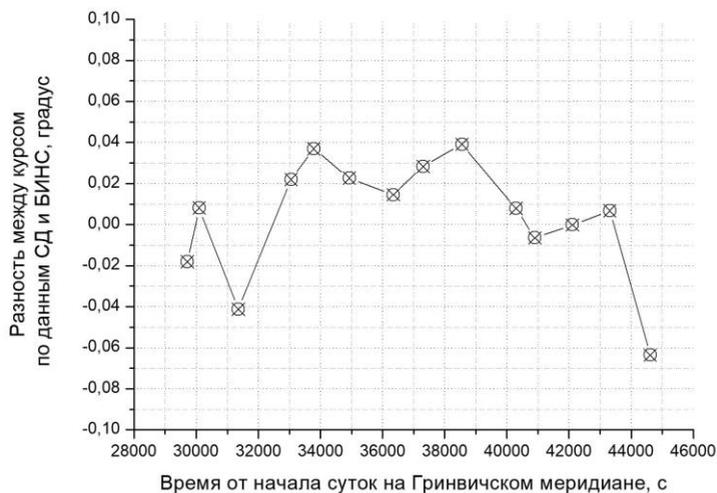


Рис. 11. Истинный курс, определённый по наблюдениям Солнца и по измерениям БИНС при испытаниях макета АИНС



*Рис. 12. Разности истинных курсов, определённых по наблюдениям Солнца и по измерениям БИНС при испытаниях макета АИНС*

#### 4. Обсуждение результатов

По имеющимся в открытом доступе данным [2, 25–27], погрешности определения истинного курса отечественных инерциальных навигационных систем морского применения (аналог которой использовался в составе макета АИНС при выполнении данной работы) на широтах ( $\varphi$ ) до  $60^\circ$  имеют величину ( $\Delta K$ ) порядка  $6' - 24'$  (в зависимости от класса точности). С увеличением широты величина горизонтальной составляющей вектора угловой скорости вращения Земли уменьшается и выделить её на фоне измерительных шумов чувствительных элементов ИНС становится сложнее, что влечёт за собой увеличение погрешности определения курса гироскопированием. По этой причине допуск на погрешность определения истинного курса ИНС при работе на широтах более  $60^\circ$  увеличивается до величин, равных  $\Delta K \cdot \sec(\varphi)$ .

Для авиационных систем выполнение гирокомпасирования при движении объекта не используется (ввиду больших величин линейной скорости), и требования к точности определения истинного курса объекта допускают рост погрешности с каждым часом работы системы независимо от широты [15].

Погрешность определения углов крена и тангажа как для авиационных, так и для морских ИНС не характеризуется непрерывным ростом в зависимости от широты или линейной скорости.

Выполненные в данной работе исследования характеризуют практические возможности разработки современных АИНС с применением СД и позволяют заключить, что погрешность определения истинного курса астроинерциальной навигационной системой в течение 4 часов наблюдений Солнца не имела непрерывного роста и была соизмерима с погрешностью ИНС, работающей в режиме гирокомпасирования на широтах менее  $60^\circ$ . В связи с этим можно ожидать, что применение современных АИНС с СД на морских и авиационных объектах позволит повысить точность определения истинного курса объекта, исключив её непрерывный рост с течением времени (в системах авиационного применения) и рост с увеличением широты (в системах морского применения).

## **5. Заключение**

В данной работе проанализированы возможности применения солнечного датчика для коррекции истинного курса объекта, определяемого с помощью инерциальных датчиков, в составе астроинерциальной навигационной системы. Рассмотрены теоретические положения, лежащие в основе данного метода определения истинного курса. Представлены математические выражения, используемые для вычислений истинного курса по наблюдениям Солнца. Приведено краткое описание технического облика макета АИНС, работающей в режиме определения истинного курса по наблюдениям Солнца. Описаны условия и результаты эксперимента и по оценке погрешности определения истинного курса с помощью макета АИНС по наблюдениям

Солнца. Выполнена статистическая обработка результатов оценки погрешности, по результатам которой получены значения характеристик погрешности.

Полученные значения характеристик погрешности подтверждают высокую эффективность АИНС, работающей в режиме наблюдений Солнца. Применение современных солнечных датчиков и инерциальных блоков, изготавливаемых российскими предприятиями [1, 2], позволяет обеспечить высокую точность определения истинного курса объекта по наблюдениям Солнца. Достоинства АИНС, работающей в режиме наблюдений Солнца, позволяют применять её для создания навигационных комплексов объектов, требующих высокой точности определения истинного курса в течение длительного времени работы.

Рассмотренный в данной работе метод определения истинного курса с помощью АИНС по наблюдениям Солнца может быть использован при разработке перспективных АИНС, а также при проведении дальнейших исследований методов повышения эффективности применения астроинерциальных навигационных систем.

### ***Литература***

1. АВАНЕСОВ Г.А., ЗАРЕЦКАЯ Е.В., ЗИМАН Я.Л. и др. *Оптический солнечный датчик. Особенности конструкции прибора и испытательного оборудования* // Всероссийская научно-техническая конференция «Современные проблемы определения ориентации и навигации космических аппаратов». – 2008. – С. 22.
2. АНДРЕЕВ А.Г., ЕРМАКОВ В.С., СТРУК В.К. и др. *Бесплатформенная модификация морской интегрированной малогабаритной системы навигации и стабилизации «Кама-НС-В»* // Навигация и гидрография. – 2012. – №34. – С. 22–27.
3. АФАНАСЬЕВ В.Б., МАМАЕВ В.А., МЕДВЕДЕВ В.М. и др. *К вопросам качества и надежности лазерных инерциаль-*

- ных систем // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. – 2023. – №1(126). – С. 87–95.
4. БОЛОТНОВ А.С., КОНДРАШКИН Г.В. *Моделирование работы астроинерциальной навигационной системы на авиационном объекте*. Сборник тезисов докладов V Всероссийской научно-технической конференции «Моделирование авиационных систем». – 2023, С. 138 – 140.
  5. БОЛОТНОВ С.А., ГЕРАСИМЧУК Ю.Н., ШКАТОВ М.Ю. и др. *Астрономические инерциальные навигационные системы для применения в морских навигационных комплексах* // «Прикладная фотоника». – 2023. – Т. 10, №4. – С. 89–101.
  6. ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО УПРАВЛЕНИЮ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ И СТАНДАРТАМ. *РД 50-25645.325-89. Спутники Земли искусственные. основные системы координат для баллистического обеспечения полётов и методика расчёта звездного времени*. – 1990.
  7. ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ АСТРОНОМИИ РАН. *Морской астрономический ежегодник на 2023 г.* – 2022.
  8. КОЗЛОВ В.В., ПОЛЫНКОВ А.В., ШАХОВ И.А. *Гироскопический стабилизатор астроинерциальной навигационной системы* // «XLVII Академические чтения по космонавтике». – 2023. – Т.4. С. 190–192.
  9. КОНДРАШКИН Г.В., БОЛОТНОВ А.С. *Исследование погрешностей астроинерциальной навигационной системы с демпфированием шулеровских колебаний углов ориентации от внешнего источника линейной скорости* // «XLVII Академические чтения по космонавтике». – 2023. – Т. 4. – С. 178–179.
  10. МАТВЕЕВ В.В., РАСПОПОВ В.Я. *Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем: учеб. пособие*. – СПб.: Электроприбор, 2009. – С. 168–175.
  11. ПЕШЕХОНОВ В.Г. *Перспективы развития гироскопии* // Гироскопия и навигация. – 2020. – Т. 28, №2(109). – С. 3–10. – DOI: 10.17285/0869-7035.0028.
  12. СИНЕЛЬНИКОВ А.О., МЕДВЕДЕВ А.А., ГОЛЯЕВ Ю.Д. и др. *Роль тепловых дрейфов нуля в магнитооптических зеемановских лазерных гироскопах* // Гироскопия и навига-

- ция. – 2021. – Т. 29, №4(115). – С. 46–55. – DOI: 10.17285/0869-7035.0079.
13. ТИТОВ Р.Ю., ФАЙН Г.И. *Мореходная астрономия*. – М.: Транспорт, 1984.
  14. ТИХМЕНЕВ Н.В., СИНЕЛЬНИКОВ А.О., УШАНОВ А.А. и др. *Взаимодействие виброподвеса кольцевого лазерного гироскопа с внешним механическим возмущением* // В сб.: XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов конференции. – СПб, 2023. – С. 221–224.
  15. ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ. *ГОСТ РВ 52339-2005 Системы бесплатформенные инерциально-навигационные на лазерных гироскопах. Основные требования*. – 2005 г.
  16. ADNASTARONTSAU A.A., ADNASTARONTSAVA D.D., FIODORTSEV R.V. et al. *Algorithm for control of unmanned aerial vehicles in the process of visual tracking of objects with a variable movement's trajectory* // Devices and methods of measurements. – 2021. – Vol. 12, No. 1. – P. 46–57.
  17. BOSE A., BHAT K.N, KURIAN T. *Fundamentals of Navigation and Inertial Sensors*. – Delhi, 2014. – P. 10.
  18. DAMIANOS D., GIRARDIN G. *High-end Inertial sensors for Defense, Aerospace & Industrial Applications* // Market and Technology Report by Yole development, 2020.
  19. EL-SHEIMY N., YOUSSEF A. *Inertial sensors technologies for navigation applications: state of the art and future trends* // Satellite navigation. – 2020. – Vol. 1, No. 1. – P. 1–21.
  20. FAN YU. *Flight control system simulation for quadcopter unmanned aerial vehicle (uav) based on matlab Simulink* // Journal of Physics: Conference Series – 2022. – Vol. 2283, No. 1. – P. 012011.
  21. MEEUS J. *Astronomical algorithms*. – Willmann-Bell Inc., 1998. – P. 183.
  22. RAHIMI H., НИККНАН А.А. *Improving the speed of initial alignment for marine strapdown inertial navigation systems using heading control signal feedback in extended kalman filter* //

- International journal of advanced robotic systems. – 2020. – Vol. 17, No. 1. – P. 1–11.
23. WANG L., WU W., LI G. et al. *Ring laser gyro g-sensitive misalignment calibration in linear vibration environments* // Sensors. – 2018. – Vol. 18, No. 2. – P. 601.
  24. YUAN YU., GAO J., WU ZH. et al. *Performance estimate of some prototypes of inertial platform and strapdown marine gravimeters*. // Earth, planets and space. – 2020. – Vol. 72, No. 1. – P. 1–11.
  25. <http://www.elektropribor.spb.ru/katalog/besplatformennye-inertsialnye-navigatsionnye-sistemy/bemol-e/> (дата обращения: 19.01.2024).
  26. <http://www.elektropribor.spb.ru/katalog/besplatformennye-inertsialnye-navigatsionnye-sistemy/bemol-m/> (дата обращения: 19.01.2024).
  27. <http://www.elektropribor.spb.ru/katalog/sistemy-inertsialnoy-navigatsii-i-stabilizatsii/ladoga-me/> (дата обращения: 19.01.2024).

## RESEARCH OF STELLAR NAVIGATION SYSTEM ERRORS IN THE PROBLEM OF THE TRUE COURSE DETERMINING BY SOLAR SENSOR DATA

**Georgii Kondrashkin**, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Bauman Moscow State Technical University”, Moscow, post graduate student (yaegor93@mail.ru).

**Albert Bolotnov**, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Bauman Moscow State Technical University”, Moscow, post graduate student (bolotnovalbert@mail.ru).

**Michail Shkatov**, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Bauman Moscow State Technical University”, Moscow, Cand.Sc., Researcher (shkatovmikhail@gmail.com).

*Abstract: The necessity of providing secure movement for mobile vehicles requires applying high precision reliable navigation complex. Nowadays one of the actual problem is how to increase the precision of course determining device for navigation complexes works during a long time, in a special case on board of nautical objects. Methods of course determining by using inertial systems are widely spread,*

*but because of restraints caused by technological limits of inertial sensors manufacturing the periodical aiding of inertial system with data from another source is needed to provide high precision of navigation complexes works during a long time. The highest accuracy for course determining inertial system correction provides astronomical methods. There are various astronomical sensors designed for observing the celestial objects with different characteristics. This article is devoted to the problems of using modern solar sensors for correcting course values, determined by inertial sensors, as a parts of astroinertial navigation system. The theoretical conditions which bases the method of object course determining by Sun observing are considered. The mathematical models of astroinertial system sensors measurements and mathematical expressions which used for course calculation are formulated. The conditions and results of the experiment which executed for qualitative estimation of accuracy achieved by using the prototype of astroinertial system for determine the course by Sun observations are presented. The concise information about the construction of the prototype used for experiment execution is noted.*

**Keywords:** navigation complex, astroinertial navigation system, course, solar sensor, tests.

УДК 629.5

ББК 39.471-5

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.9

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии Л.Б. Рапопортом.*

*Поступила в редакцию 21.12.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОБЪЕКТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ДИСТАНЦИОННЫХ МАГНИТОГРАДИЕНТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Павлов Б. В.<sup>1</sup>, Каршаков Е. В.<sup>2</sup>, Гольдин Д. А.<sup>3</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Рассмотрена проблема определения параметров магнитного поля объекта по результатам дистанционных магнитоградиентных измерений. Поставлена задача определения магнитных параметров объекта на основе описания его влияния на измерительную систему как вектора магнитного диполя. Ключевой особенностью предложенного подхода является использование разностей разнесенных датчиков непосредственно, а не в виде оценки соответствующих пространственных производных. Решена задача определения магнитных параметров объекта при использовании тензорного измерителя, построенного на разностях компонент поля, и векторного, построенного на разностях модулей поля. Предложенные алгоритмы внедрены в программное обеспечение компьютерного имитационного макета, позволяющего моделировать процесс определения магнитных параметров объекта с использованием стационарных и мобильных магнитоградиентных измерительных систем, построенных с использованием скалярных и векторных магниточувствительных датчиков различных типов, а также различных конструкций градиентной установки.*

Ключевые слова: магнитное поле объекта, дистанционные магнитоградиентные измерения, векторные и тензорные магнитоградиентометры.

### 1. Введение

Важной задачей, связанной с определениями магнитных параметров объекта (МПО), является оценка возможности построения системы непосредственного контроля его магнитного поля [10]. Теоретически построение такой системы возможно с применением в качестве магнитоизмерительной системы тензорного или векторного градиентометров [4, 16].

---

<sup>1</sup> Борис Викторович Павлов, д.т.н., г.н.с. (pavlov@ipu.ru).

<sup>2</sup> Евгений Владимирович Каршаков, д.т.н., в.н.с. (karshak@mail.ru).

<sup>3</sup> Дмитрий Алексеевич Гольдин, к.т.н., с.н.с. (goldind@ipu.ru).

Основным принципом контроля магнитного состояния объекта является наблюдение влияния объекта на магниточувствительную систему с последующей оценкой по данным измерений параметров его намагничения.

Попытки введения такого рода контроля предпринимались и ранее. Так, в [9] предлагается устанавливать чувствительные датчики непосредственно на контролируемом объекте. Такой подход, однако, не привел к желаемому результату в достаточной мере, поскольку магнитное поле в непосредственной близости объекта всегда существенно неоднородно и по его параметрам даже во многих точках не удастся судить об объекте в целом на значительном удалении.

Чтобы корректно оценить магнитное влияние объекта, необходимо, чтобы контрольная система располагалась на расстоянии, по меньшей мере вдвое превышающем его размеры. Такой подход также неоднократно проверялся (в качестве чувствительной системы использовались скалярные или векторные магнитометры) [5, 6, 7, 8], однако использование такого подхода не всегда эффективно. Основными причинами недостижения положительного решения данной задачи являются следующие:

- влияние естественных магнитных вариаций;
- влияние движения контрольной системы в градиентном поле земли;
- существенную неоднозначность связи измеренных значений поля с параметрами магнитных свойств объекта.

В данной работе исследуется возможность дистанционного контроля магнитного поля объекта по результатам измерений векторных и тензорных значений второй производной потенциала поля – магнитного градиента [11, 13, 15, 16, 17]. При этом предлагается опираться не на приближенные оценки производных поля, вычисленные по соответствующим разностям, а непосредственно на измеренные точные разности различных компонент, которые, как и градиент поля, в значительной мере избавлены от влияния вариаций поля, но при этом позволяют уменьшить степень неоднозначности решения.

Недостатком такого подхода можно назвать вычислительную сложность возникающей нелинейной, некорректной

по Адамару задачи [20]. Однако предложенный алгоритм решения, работающий на основе итерационного обобщенного фильтра Калмана (Iterated Extended Kalman Filter, IEKF) [12, 14, 18, 19], позволяет обеспечить регуляризацию и получить устойчивое решение в случае одного дипольного источника поля.

## 2. Постановка задачи определения магнитных параметров объекта

В основе методов определения МПО лежит описание влияния объекта на измерительную систему в форме пространственного распределения скалярного магнитного потенциала основной, дипольной составляющей [1]:

$$(1) \quad U^B = -\frac{\mu\mu_0 |M|}{4\pi |r|^2} (e_r^T e_M).$$

Здесь:  $r$  – радиус-вектор точки наблюдения относительно источника поля;  $e_r = r/|r|$  – единичный вектор, направленный вдоль вектора  $r$ ;  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  – магнитная постоянная (в системе СИ);  $M$  – вектор магнитного момента диполя;  $e_M = M/|M|$  – единичный вектор, направленный вдоль вектора  $M$ .

На основании данного выражения могут быть получены формулы для расчета значений всех потенциально измеримых параметров.

Вектор индукции поля (первая производная потенциала):

$$(2) \quad B = \frac{\partial U^B}{\partial r} = \frac{\mu\mu_0 |M|}{4\pi |r|^3} (3e_r e_r^T - I) e_M.$$

Здесь  $I$  – единичная матрица,  $e_r e_r^T$  – матрица диадного (покомпонентного) произведения векторов.

Тензор градиента индукции поля (вторая производная потенциала):

$$(3) \quad \nabla B^T = \frac{\partial^2 U^B}{\partial r^2} = \frac{3\mu\mu_0 |M|}{4\pi |r|^4} \{e_r e_M^T + e_M e_r^T + (I - 5e_r e_r^T) e_r^T e_M\}.$$

Вектор градиента модуля индукции поля (первая производная модуля индукции):

$$(4) \quad \nabla|B| = (\nabla B^T) e_B.$$

Здесь  $e_B = B/|B|$  – единичный вектор, направленный вдоль вектора  $B$ .

Требуется дистанционно определить магнитные параметры объекта, используя либо тензорный магнитоградиентометр, представляющий собой систему из четырех пространственно разнесенных векторных магниточувствительных датчиков, либо векторный магнитоградиентометр, составленный из четырех скалярных датчиков поля [2].

### 3. Определение магнитных параметров объекта при использовании тензорного измерителя

Линейная постановка предполагает пренебрежение смещением отдельных датчиков друг относительно друга. Полагается, что градиентные разности являются соответствующими компонентами тензора, а точкой привязки измерений – пространственное положение геометрического центра измерительной системы. Такой подход оправдан для случая, когда расстояние до источника поля значительно превосходит характерные размеры измерительной системы.

В случае, если дистанция между измерительными датчиками соизмерима с расстоянием до источника поля, линейная постановка оказывается недостаточно точной и следует переходить к измерению разностей компонент непосредственно.

Для каждого из четырех векторных датчиков тензорного магнитоградиентометра можно рассчитать оценку вектора индукции поля:

$$(5) \quad B_i = \frac{\mu\mu_0}{4\pi|\tilde{r} + \delta r_i|^3} \left( 3 \frac{(\tilde{r} + \delta r_i)(\tilde{r} + \delta r_i)^T}{(\tilde{r} + \delta r_i)^T(\tilde{r} + \delta r_i)} - I \right) \tilde{M}, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Здесь  $M$  и  $r$  – оценки векторов  $M$  и  $r$ ;  $\delta r_i$  – известные векторы смещения векторных магнитных датчиков относительно из-

мерительного центра системы;  $B_i$  – расчетное значение вектора поля для текущей гипотезы для  $i$ -го датчика.

Введем вектор оцениваемых параметров:

$$(6) \quad x = (r_1, r_2, r_3, m_1, m_2, m_3),$$

где  $r_i$  – компоненты вектора поправок к некоей априорной оценке радиус-вектора  $r$  точки расположения диполя;  $m_i$  – компоненты вектора поправок к априорной оценке вектора  $M$  дипольного момента:

$$(7) \quad X = X_0 + x, \quad X_0 = (\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \tilde{r}_3, \tilde{M}_1, \tilde{M}_2, \tilde{M}_3).$$

Введем вектор измерений покомпонентных разностей показаний векторных датчиков:

$$(8) \quad z = (z_{121}, z_{122}, z_{123}, z_{231}, z_{232}, z_{233}, z_{241}, z_{242}, z_{243}),$$

где первый индекс соответствует номеру датчика-меньшаемого, второй – номеру датчика-вычитаемого, третий – номер оси чувствительности, вдоль которой измеряется разность. Несмотря на то, что всего измеряется 18 таких разностей для четырех датчиков, только девять из них можно считать независимыми, поскольку любая другая компонента разностей может быть выражена через параметры вектора (8), например:

$$(9) \quad z_{132} = B_{12} - B_{32} = B_{12} - B_{22} + B_{22} - B_{32} = z_{122} + z_{232}.$$

Поскольку предполагаемый шум измерений, как правило, много меньше сигнала измерительных датчиков, возможный, тем не менее, учет избыточных комбинаций не дает дополнительной информации, так как шум датчика входит одинаково во все измеряемые разности.

Введем вектор, содержащий параметры градиента (разностей компонент поля):

$$(10) \quad G = (G_{121}, G_{122}, G_{123}, G_{231}, G_{232}, G_{233}, G_{241}, G_{242}, G_{243}), \\ G_{ijk} = B_{ik} - B_{jk}.$$

Решение прямой задачи очевидным образом может быть получено через функцию (5). Тогда можно рассмотреть для вектора  $G$  его матрицу Якоби в очередной точке  $X_i$  (текущая гипотеза):

$$(11) H(X_i) = \frac{\partial G(X_i)}{\partial x_j} \approx \frac{G(X_i + \delta x^j) - G(X_i - \delta x^j)}{2|\delta x^j|},$$

где  $\delta x^j$  – вектор малого приращения по компоненте  $j$ . В результате получим линеаризованные в окрестности точки  $X_i$  уравнения измерений:

$$(12) Z = H(X_i) \cdot x + \rho.$$

Здесь  $\rho$  – вектор шумов измерений с матрицей ковариаций  $R$ .

Основной алгоритм решения задачи при определении параметров поля объекта при использовании тензорного измерителя реализован в классе IEKF [14] – итерационный обобщенный фильтр Калмана (ФК). Главные особенности алгоритмов и программ расчета МПО при использовании тензорного измерителя – алгоритм решения прямой задачи, а также учет движения объекта и измерителя. Поскольку при вычислении разностей (10) шумы полученных измерений становятся коррелированными (матрица  $R$  не является диагональной), для алгоритма поскалярной обработки следует произвести преобразование вектора измерений. Построение разностей по формуле (10) предполагает блочную структуру матрицы ковариаций  $R$ . Так, например, измерения датчика 2 входят в разности с измерениями 1, 3 и 4 датчиков. Если предположить, что шумы измерений по отдельным осям отдельных датчиков одинаковы и независимы, тогда матрица  $R$  размерности разбивается на три блока на диагонали, внедиагональные коэффициенты нулевые. Каждый блок имеет вид

$$(13) R_{3 \times 3} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\sigma^2$  – дисперсия измерения отдельного датчика по отдельной оси измерений. Значение 2 для диагональных элементов связано с тем, что в значение разности входят шумы по двум разным осям (дисперсии складываются). Единичное значение для внедиагональных элементов объясняется тем, что в значе-

ния любых двух из трех рассматриваемых разностей входит одна и та же вычитаемая компонента.

Для матрицы (13) можно определить собственные значения и собственные векторы. Например, для следующего набора собственных векторов:

$$(14) T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

можно получить собственные значения и приведенную матрицу:

$$(15) R'_{3 \times 3} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Преобразование  $T$  сводится к тому, что вместо отдельных разностей на вход алгоритма коррекции подаются для каждой измерительной оси 1) сумма сигналов трех датчиков минус утроенный сигнал четвертого, базового датчика; 2) разность сигналов двух из трех датчиков; 3) сумма сигналов тех же двух датчиков минус удвоенный сигнал третьего датчика:

$$Z'_{1i} = \frac{1}{\sqrt{3}}(B_{1i} + B_{2i} + B_{3i} - 3B_{4i}),$$

$$(16) Z'_{2i} = \frac{1}{\sqrt{2}}(B_{2i} - B_{3i}),$$

$$Z'_{3i} = \frac{1}{\sqrt{6}}(B_{2i} + B_{3i} - 2B_{1i}).$$

Теперь очевидно, что функция вычисления параметров поля (ForwardMT), реализующая прямую задачу, должна осуществлять расчет по формулам (16). Эти же формулы должны использоваться при обработке измерений.

Для корректной работы алгоритмов ФК необходимо, помимо решения прямой задачи на этапе коррекции, обеспечить работу фильтра на этапе прогноза. Для этого требуется учесть все известные параметры движения измерительной системы и источника поля.

Естественно, параметры движения, даже если они известны, не могут считаться абсолютно точными. Кроме того, магнитные параметры объекта могут меняться с движением объекта в естественном поле Земли. Поэтому модель изменения вектора  $X$ , который включает радиус-вектор  $R$  и вектор дипольного момента  $M$ , должна содержать случайную составляющую, которая тем больше, чем меньше достоверность информации о взаимном движении объекта и измерительной установки.

Таким образом, функция расчета параметров модели движения (MotionMT) должна реализовывать вычисление матриц для следующей модели:

$$R_j = R_{j-1} + (V_{oj} - V_{mj})\Delta t + q_{Rj},$$

$$(17) \quad M_j = M_{j-1} + (\hat{\omega}_{oj} - \hat{\omega}_{mj})M_{j-1}\Delta t + q_{Mj},$$

$$q_j = \{q_{Rj}, q_{Mj}\}, \quad E[q_j] = 0, \quad E[q_j q_s^T] = Q_j \delta_{js} = S_{Qj} S_{Qj}^T \delta_{js}.$$

Здесь  $\Delta t$  – временной интервал между измерениями параметров магнитного поля. Ковариационную матрицу  $Q$  предлагается задать диагональной. В этом случае  $S_Q$  – тоже диагональная матрица. Обозначение « $\hat{\omega}$ » для вектора обозначает матрицу вида

$$(18) \quad \hat{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Если параметры движения неизвестны, диагональные элементы  $S_Q$  должны задаваться равными характерным значениям для взаимной скорости движения объекта и магнитоградиентной системы, соответственно, пространственной и угловой. При этом, поскольку дипольный момент может меняться с изменением ориентации объекта за счет индуктивной и динамической части, соответствующие элементы  $S_Q$  должны содержать член,

пропорциональный угловой скорости объекта (если она измеряется) или ее характерному значению.

Схема работы одного шага алгоритма определения магнитных параметров объекта по измерениям тензорного измерителя градиента магнитного поля показана на рис. 1. Функции программы, реализующей данный алгоритм, их входные и выходные параметры показаны в таблице 1.

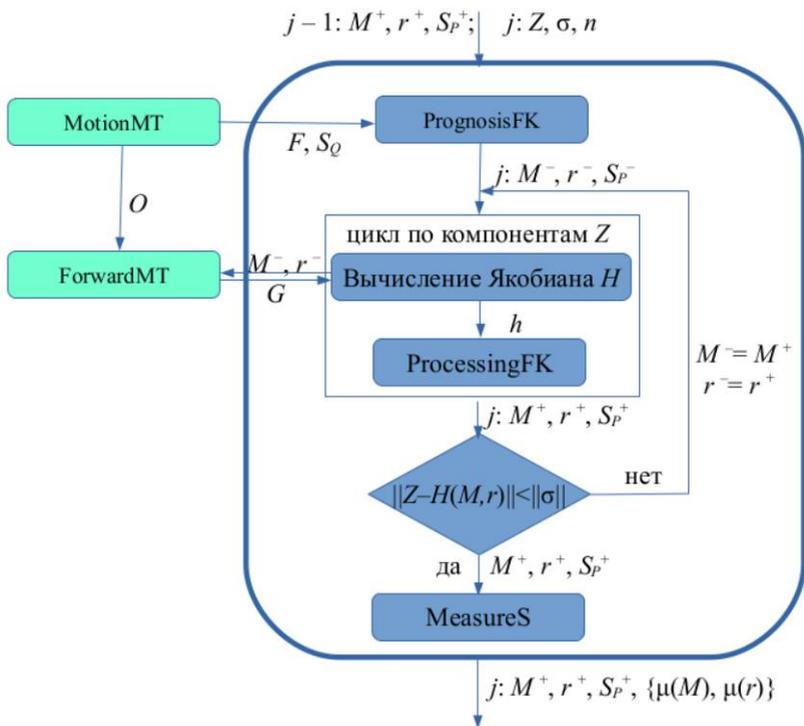


Рис. 1. Структура одного шага алгоритма определения магнитных параметров объекта по измерениям тензорного градиентометра

Таблица 1. Функции программы определения МПО по измерениям тензора градиента

Название	Входные параметры	Выходные параметры
PrognosisFK	<p><math>n = 6</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>M^+</math> – оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на предыдущем шаге и <math>r^+</math> – оценка радиус-вектора <math>3 \times 1</math> на предыдущем шаге, вместе образуют вектор состояния задачи;</p> <p><math>S_P^+</math> – корень из ковариационной матрицы <math>6 \times 6</math> ошибки оценки на предыдущем шаге;</p> <p><math>F</math> – матрица <math>6 \times 6</math> уравнений этапа прогноза;</p> <p><math>S_Q</math> – вектор <math>6 \times 1</math>, задающий диагональ корня из ковариационной матрицы шумов модели этапа прогноза.</p>	<p><math>M^-</math> – априорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге и <math>r^-</math> – априорная оценка радиус-вектора <math>3 \times 1</math> на текущем шаге;</p> <p><math>S_P^-</math> – корень из ковариационной матрицы <math>6 \times 6</math> ошибки априорной оценки на текущем шаге.</p>
JacobianH	<p><math>n = 6</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>M^-</math> – априорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге и <math>r^-</math> – априорная оценка радиус-вектора <math>3 \times 1</math> на текущем шаге для вызова функции ForwardMT;</p> <p><math>i</math> – номер обрабатываемой компоненты вектора измерений <math>Z</math>.</p> <p><math>\{G\}_i</math> – набор векторов разностных измерений параметра с номером <math>i</math> для близких к текущей оценке точек</p>	<p><math>h</math> – вектор частных производных функции решения прямой задачи для параметра <math>Z_i</math>.</p>

Название	Входные параметры	Выходные параметры
	в пространстве $M, r$ .	
ProcessingFK	<p><math>n = 6</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>Z_i</math> – измерение с номером <math>i</math>;</p> <p><math>M^-</math> – априорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге и <math>r^{+-}</math> – априорная оценка радиус-вектора <math>3 \times 1</math> на текущем шаге;</p> <p><math>S_{P^-}</math> – корень из ковариационной матрицы <math>6 \times 6</math> ошибки априорной оценки на текущем шаге;</p> <p><math>h</math> – вектор <math>1 \times 6</math> линеаризованных уравнений измерений;</p> <p><math>\sigma^2</math> – дисперсия измерения <math>Z_i</math>.</p>	<p><math>M^+</math> – апостериорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге и <math>r^{+-}</math> – апостериорная оценка радиус-вектора <math>3 \times 1</math> на текущем шаге;</p> <p><math>S_{P^+}</math> – корень из ковариационной матрицы <math>6 \times 6</math> ошибки апостериорной оценки на текущем шаге.</p>
MeasureS	<p><math>n = 6</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>S_{P^+}</math> – корень из ковариационной матрицы <math>6 \times 6</math> ошибки апостериорной оценки на текущем шаге.</p> <p><math>S_0^-</math> – корень из ковариационной матрицы <math>6 \times 6</math> ошибки априорной оценки на текущем шаге без обработки измерений (для ее вычисления на каждом шаге вызывается функция PrognosisFK).</p>	<p><math>\mu(M)</math> – вектор <math>3 \times 1</math> стохастических мер оцениваемости компонент вектора <math>M</math>;</p> <p><math>\mu(r)</math> – вектор <math>3 \times 1</math> стохастических мер оцениваемости компонент вектора <math>r</math>.</p>
MotionMT	<p><math>V_o</math> – вектор <math>3 \times 1</math> текущей линейной скорости объекта;</p> <p><math>V_m</math> – вектор <math>3 \times 1</math> текущей линейной скорости измери-</p>	<p><math>F</math> – матрица <math>6 \times 6</math> для уравнений этапа прогноза ФК;</p>

Название	Входные параметры	Выходные параметры
	тельной системы; $\omega_o$ – вектор $3 \times 1$ текущей угловой скорости объекта; $\omega_m$ – вектор $3 \times 1$ текущей угловой скорости измерительной системы; $O$ – матрица $3 \times 1$ текущей ориентации измерительной системы; $\sigma^2_m$ – дисперсия случайной составляющей модели в части вектора дипольного момента; $\sigma^2_r$ – дисперсия случайной составляющей модели в части радиус-вектора.	$S_Q$ – вектор, задающий корень из диагональной ковариационной матрицы $6 \times 6$ случайной составляющей модели.
ForwardMT	$M^-$ – априорная оценка вектора дипольного момента $3 \times 1$ на текущем шаге и $r^+$ – априорная оценка радиус-вектора $3 \times 1$ на текущем шаге.	$h$ – вектор $1 \times 6$ линеаризованных уравнений измерений.

В представленном алгоритме критерием для остановки итерационного процесса служит достижение величиной

$$(19) \Delta = \left| G^{\text{изм}} - G^{\text{выч}} \right|$$

порогового значения, определяемого уровнем чувствительности датчиков поля, составляющих магнитоградиентную систему. Если данный порог не достигается, процесс необходимо принудительно останавливать после некоторого числа итераций.

На рис. 2 представлена область сходимости одного из возможных алгоритмов, полученная по модельным данным с разными начальными условиями по вектору смещения и с нулевыми начальными условиями по вектору диполя. Начальные усло-

вия брались из куба размером 40 на 40 метров: от  $-20$  до  $+20$  по каждой из координат, модельная точка положения диполя –  $(5; 0; 0,306)$ . Дипольный момент брался равным  $100 \text{ Ам}^2$ , шум измерений компонент поля –  $1 \text{ нТл}$ . Цвет соответствует количеству итераций, затраченных на достижение точки, отвечающей решению.

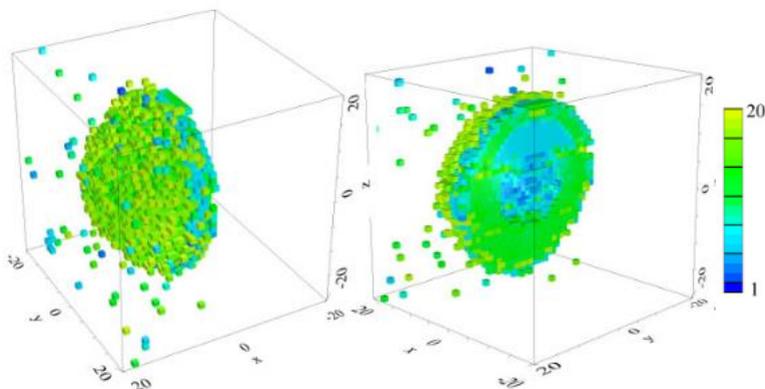


Рис. 2. Область сходимости итерационного алгоритма

Анализируя рис. 2, можно видеть, что алгоритм не может преодолеть плоскость, содержащую центр измерительной системы  $(0; 0; 0)$  и ортогональную направлению на диполь. Таким образом очевидно, что начальное приближение должно быть в правильном полупространстве. То есть для сходимости требуется грубая информация о направлении на источник поля. Отсутствие сходимости вне полученной зоны говорит о том, что алгоритм нечувствителен к вариациям координат в соответствующих точках. Также видны отдельно стоящие точки вне полусферы радиусом  $15 \text{ м}$ , начиная с которых случайно удалось получить правильное решение.

#### 4. Определение магнитных параметров объекта при использовании векторного магнитогradientометра

При решении задачи для вычисления параметров градиента будем использовать значения разностей значений абсолютной величины индукции поля, а в качестве базового соотношения между измерениями и магнитным параметром объекта использовать формулу (2).

Для каждого из четырех скалярных датчиков поля можно вычислить

$$(20) \quad |B_i| = \frac{\mu\mu_0}{4\pi|r + \delta r_i|^3} \left| \left( 3 \frac{(r + \delta r_i)(r + \delta r_i)^T}{(r + \delta r_i)^T(r + \delta r_i)} - I \right) \tilde{M} \right|, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Здесь  $M$  – оценка вектора  $M$ ;  $\delta r_i$  – известные векторы смещения скалярных магнитных датчиков относительно измерительного центра системы  $r$ , также известного;  $|B_i|$  – расчетное значение модуля поля для текущей гипотезы для  $i$ -го датчика.

Поскольку измерения модуля поля подвержены воздействию вариаций, следует работать с разностями компонент поля, чтобы пренебречь вариационной составляющей.

Введем вектор оцениваемых параметров

$$(21) \quad x = (m_1, m_2, m_3),$$

где  $m_i$  – компоненты вектора поправок к априорной оценке вектора  $M$  дипольного момента:

$$(22) \quad X = X_0 + x, \quad X_0 = (\tilde{M}_1, \tilde{M}_2, \tilde{M}_3).$$

Введем вектор измерений покомпонентных разностей показаний векторных датчиков

$$(23) \quad z = (z_{12}, z_{13}, z_{14}),$$

где первый индекс соответствует номеру датчика-уменьшаемого, второй индекс – номер датчика-вычитаемого. Несмотря на то, что всего может измеряться шесть таких разностей для четырех датчиков, только 3 можно считать независимыми, поскольку любая другая компонента разностей может быть выражена через параметры вектора (20), например:

$$(24) \quad z_{23} = |B_2| - |B_3| = |B_2| - |B_1| - |B_3| + |B_1| = z_{13} - z_{12}.$$

Учет дополнительных комбинаций не дает дополнительной информации.

Введем вектор, содержащий параметры градиента (разностей модуля поля):

$$(25) \quad G = (G_{12}, G_{13}, G_{14}), G_{ij} = |B_i| - |B_j|,$$

решение прямой задачи, для которого очевидным образом может быть получено через функцию (24). Тогда можно рассмотреть для вектора  $G$  его матрицу Якоби в очередной точке  $X_i$  (текущая гипотеза):

$$(26) \quad H(X_i) = \frac{\partial G(X_i)}{\partial x_j} \approx \frac{G(X_i + \delta x^j) - G(X_i - \delta x^j)}{2|\delta x^j|},$$

где  $\delta x^j$  – вектор малого приращения по компоненте  $j$ . В результате получим линеаризованные в окрестности точки  $X_i$  уравнения измерений:

$$(27) \quad Z = H(X_i) \cdot x + \rho.$$

Здесь  $\rho$  – вектор шумов измерений с матрицей ковариаций  $R$ .

Основной алгоритм и для векторного градиентометра – алгоритм решения обратной задачи, реализованный в классе IEKF.

Поскольку при вычислении разностей шумы полученных измерений становятся коррелированными, матрица  $R$  – не диагональная. Чтобы реализовать алгоритм поскалярной обработки следует произвести преобразование вектора измерений, аналогичное (13)–(16). Метод построения разностей предполагает  $R$  размерности  $3 \times 3$  в точности вида (13);  $\sigma^2$  – дисперсия измерения отдельного датчика.

Для матрицы (13) можно определить собственные значения (15) и собственные векторы (14). Преобразование  $T$  сводится к виду

$$Z'_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (|B_1| + |B_2| + |B_3| - 3|B_4|),$$

$$(28) \quad Z'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B_2| - |B_3|),$$

$$Z'_3 = \frac{1}{\sqrt{6}} (|B_2| + |B_3| - 2|B_1|).$$

Функция вычисления параметров поля (ForwardMV), реализующая прямую задачу, должна осуществлять расчет по формулам (28). Эти же формулы должны использоваться при обработке измерений.

Для корректной работы алгоритмов ФК необходимо учесть все известные параметры движения измерительной системы и источника поля. Отличие от случая тензорных измерений в том, что здесь полагается известным взаимное расположение источника поля и магнитоградиентной системы.

Магнитные параметры объекта могут изменяться в связи с движением объекта в магнитном поле Земли. Поэтому модель изменения вектора  $X$ , который включает только вектор дипольного момента  $M$ , должна содержать случайную составляющую, которая тем больше, чем меньше достоверность информации о взаимном движении объекта и измерительной установки.

Таким образом, функция расчета параметров модели движения (MotionMV) должна реализовывать вычисление матриц для следующей модели:

$$(29) \quad M_j = M_{j-1} + (\hat{\omega}_{oj} - \hat{\omega}_{mj})M_{j-1}\Delta t + q_j,$$

$$E[q_j] = 0, \quad E[q_j q_s^T] = Q_j \delta_{js} = S_{Qj} S_{Qj}^T \delta_{js}.$$

Здесь  $\Delta t$  – временной интервал между измерениями параметров магнитного поля. Ковариационную матрицу  $Q$  (и  $S_Q$ ) предлагается задать диагональной.

Если параметры движения неизвестны, диагональные элементы  $S_Q$  должны задаваться равными характерным значениям для взаимной угловой скорости объекта и магнитоградиентной системы. При этом, поскольку дипольный момент может меняться с изменением ориентации объекта за счет индуктивной и

динамической части, элементы  $S_Q$  должны содержать член, пропорциональный угловой скорости объекта (если она измеряется) или ее характерному значению.

Схема работы одного шага алгоритма определения магнитных параметров объекта по измерениям векторного измерителя градиента магнитного поля показана на рис. 3. Функции программы, реализующей данный алгоритм, их входные и выходные параметры показаны в таблице 2.

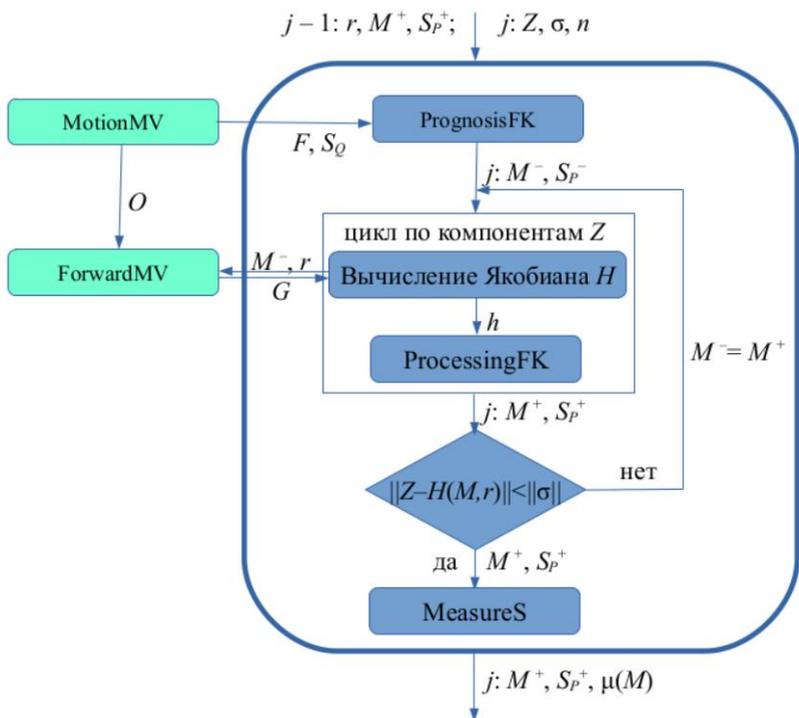


Рис. 3. Структура одного шага алгоритма определения магнитных параметров объекта по измерениям векторного градиентометра

Таблица 2. Функции программы определения магнитных параметров объекта по измерениям вектора градиента

Название	Входные параметры	Выходные параметры
PrognosisFK	<p><math>n = 3</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>M^+</math> – оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на предыдущем шаге – вектор состояния задачи;</p> <p><math>S_P^+</math> – корень из ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> ошибки оценки на предыдущем шаге;</p> <p><math>F</math> – матрица <math>3 \times 3</math> уравнений этапа прогноза;</p> <p><math>S_Q</math> – вектор <math>3 \times 1</math>, задающий диагональ корня из ковариационной матрицы шумов модели этапа прогноза.</p>	<p><math>M^-</math> – априорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге;</p> <p><math>S_P^-</math> – корень из ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> ошибки априорной оценки на текущем шаге.</p>
JacobianH	<p><math>n = 3</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>M^-</math> – априорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге и радиус-вектор <math>r</math> для вызова функции ForwardMV;</p> <p><math>i</math> – номер обрабатываемой компоненты вектора измерений <math>Z</math>.</p> <p><math>\{G\}_i</math> – набор векторов разностных измерений параметра с номером <math>i</math> для близких к текущей оценке точек в пространстве <math>M</math>.</p>	<p><math>h</math> – вектор частных производных функции решения прямой задачи для параметра <math>Z_i</math>.</p>
ProcessingFK	<p><math>n = 3</math> – размерность задачи оценивания;</p> <p><math>Z_i</math> – измерение с номером <math>i</math>;</p>	<p><math>M^+</math> – апостериорная оценка вектора диполь-</p>

Название	Входные параметры	Выходные параметры
	<p><math>M^-</math> – априорная оценка вектора дипольного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге;  <math>S_P^-</math> – корень из ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> ошибки априорной оценки на текущем шаге;  <math>h</math> – вектор <math>1 \times 3</math> линеаризованных уравнений измерений;  <math>\sigma^2</math> – дисперсия измерения <math>Z_i</math>.</p>	<p>ного момента <math>3 \times 1</math> на текущем шаге;  <math>S_P^+</math> – корень из ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> ошибки апостериорной оценки на текущем шаге.</p>
MeasureS	<p><math>n = 3</math> – размерность задачи оценивания;  <math>S_P^+</math> – корень из ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> ошибки апостериорной оценки на текущем шаге.  <math>S_0^-</math> – корень из ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> ошибки априорной оценки на текущем шаге без обработки измерений (для ее вычисления на каждом шаге вызывается функция PrognosisFK).</p>	<p><math>\mu(M)</math> – вектор <math>3 \times 1</math> стохастических мер оцениваемости компонент вектора <math>M</math>.</p>
MotionMT	<p><math>\omega_o</math> – вектор <math>3 \times 1</math> текущей угловой скорости объекта;  <math>\omega_m</math> – вектор <math>3 \times 1</math> текущей угловой скорости измерительной системы;  <math>O</math> – матрица <math>3 \times 1</math> текущей ориентации измерительной системы;  <math>\sigma^2_M</math> – дисперсия случайной составляющей модели вектора дипольного момента.</p>	<p><math>F</math> – матрица <math>3 \times 3</math> для уравнений этапа прогноза ФК;  <math>S_Q</math> – вектор, задающий корень из диагональной ковариационной матрицы <math>3 \times 3</math> случайной составляющей модели.</p>

Название	Входные параметры	Выходные параметры
ForwardMT	$M^-$ – априорная оценка вектора дипольного момента $3 \times 1$ на текущем шаге и радиус-вектор $r$ $3 \times 1$ на текущем шаге.	$h$ – вектор $1 \times 3$ линеаризованных уравнений измерений.

Критерием остановки итерационного процесса служит достижение значением

$$(30) \Delta = \left| G^{\text{изм}} - G^{\text{выч}} \right|$$

порогового значения, определяемого уровнем чувствительности датчиков поля, составляющих магнитоградиентную систему. Если данный порог не достигается, процесс необходимо принудительно остановить после некоторого числа итераций.

С учетом результатов предыдущего раздела очевидно, что при разных начальных условиях будут получены разные решения для оценки магнитных параметров объекта. Для разбраковки полученных значений нужна дополнительная информация.

## 5. Заключение

Разработанные в этой статье алгоритмы внедрены в программное обеспечение компьютерного имитационного макета [3], позволяющего моделировать процесс определения магнитных параметров объекта с использованием стационарных и мобильных магнитоградиентных измерительных систем, построенных с использованием скалярных и векторных магниточувствительных датчиков различных типов, а также различных конструкций градиентной установки.

## Литература

1. АФАНАСЬЕВ Ю.В. Средства измерения магнитного поля. – М.: Энергия, 1999. – 204 с.

2. ВОЛКОВИЦКИЙ А.К., ГОЛЬДИН Д.А., КАРШАКОВ Е.В. и др. *Структура магнитогradientных измерительных систем // Датчики и системы.* – 2018. – №8–9. – С. 27–32.
3. ВОЛКОВИЦКИЙ А.К., ГОЛЬДИН Д.А., КАРШАКОВ Е.В. и др. *Результаты экспериментальных исследований макета магнитогradientной измерительной системы // Гироскопия и навигация.* – 2019. – Спецвыпуск №11. – С. 54–64.
4. ВОЛКОВИЦКИЙ А.К., КАРШАКОВ Е.В., ПАВЛОВ Б.В. *Магнитогradientные измерительные системы и комплексы: монография в двух томах.* – Том I. – М.: ИПУ РАН, 2018. – 149 с.
5. ГАВРИЛОВ Л.Г., ШВЕЦ О.Б. *Апробация влагозащищенного магнитометра “БОГЭКС7” совместно с аэродромом при поиске подводных, подземных металлических объектов и создания 3D карты магнитного поля // Вопросы подводной археологии.* – 2018. – №9. – С. 10–23.
6. НАГОВИЦИН А.И., МОЛОТКОВА Б.Б. *Повышение поисковых возможностей автономных необитаемых аппаратов за счет применения многоканальных магнитометрических систем // Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2021. – №1(218). – С. 59–72.
7. НЕРСЕРОВ Б.А., РИМСКИЙ-КОРСАКОВ Н.А. *Статистическое обоснование допустимого снижения чувствительности магнитометра при сохранении требуемой вероятности обнаружения подводного объекта // Океанологические исследования.* – 2022. – №50(2). – С. 178–187.
8. СЕМЕВСКИЙ Р.Б., АВЕРКИЕВ В.В., ЯРОЦКИЙ В.А. *Специальная магнитометрия.* – СПб.: Наука, 2002. – 232 с.
9. ХВОСТОВ О.Д. *Векторные измерения геомагнитного поля на магнитном носителе // Судостроительная промышленность. Сер. Навигация и гироскопия.* – 1992. – Вып. 30. – С. 27–36.
10. BAYENS T.M. *Analysis of the Demagnetisation Process and Possible Alternative Magnetic Treatments for Naval Vessels: A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy.* – School of Physics, Faculty of Science at the University of New South Wales, 2002. – 275 p.

11. GE L., HAN Q., TONG X. et al. *Detection, Location, and Classification of Multiple Dipole-like Magnetic Sources Based on L2 Norm of the Vertical Magnetic Gradient Tensor Data* // Sensors. – 2023. – Vol. 23(9), 4440. – P. 1–16.
12. HAVLIK J., STRAKA O. *Performance Evaluation of Iterated Extended Kalman Filter with Variable Step-Length* // Journal of Physics: Conference Series. – 2015. – Vol. 659. – P. 1–12.
13. JORGENSEN M., ZHDANOV M.S., PARSONS B. *3D Focusing Inversion of Full Tensor Magnetic Gradiometry Data with Gramian Regularizations* // Minerals – 2023. – Vol. 13, 851. – P. 1–24.
14. KARSHAKOV E.V. *Iterated extended Kalman filter for airborne electromagnetic data inversion* // Exploration Geophysics. – 2020. – Vol. 51, Iss.1. – P. 66–73.
15. NEWMAN A.J., GRAHAM S.M., EDMONDS A.M. et al. *Tensor gradiometry with a diamond magnetometer* // Physical Review Applied. – 2024. – Vol. 21, 014003. – P. 1–15.
16. REAM J.B., WEISS B.P., ORAN R. et al. *Magnetic gradiometry using frequency-domain filtering* // Measurement Science and Technology. – 2022. – Vol. 33, 015104. – P. 1–14.
17. RIM B. *Detection of a Magnetic Dipole by Means of Magnetic Gradient Tensor* // Journal of the Korean earth science society. – 2011. – Vol. 32 (6). – P. 595–601.
18. WU P., LI X., BO Y. *Iterated Square Root Unscented Kalman Filter for Maneuvering Target Tracking Using TDOA Measurements* // Int. Journal of Control, Automation, and Systems – 2013. – Vol. 11 (4). – P. 761–767.
19. XU Y., CHEN X., LI Q. *Adaptive Iterated Extended Kalman Filter and Its Application to Autonomous Integrated Navigation for Indoor Robot* // The Scientific World Journal. – 2014. – Vol. 2014. – P. 1–7.
20. ZHDANOV M.S. *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*. – Elsevier, 2002. – 633 p.

## **DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF THE MAGNETIC FIELD OF AN OBJECT FROM THE RESULTS OF REMOTE MAGNETOGRADIENT MEASUREMENTS**

**Boris Pavlov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Chief Research Scientist (pavlov@ipu.ru).

**Evgeny Karshakov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, Leading Researcher (karshak@mail.ru).

**Dmitry Goldin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand. of Science, Senior Researcher (goldind@ipu.ru).

*Abstract: The problem of determining the parameters of an object's magnetic field from the results of remote magnetogradient measurements is considered. The task is set to determine the magnetic parameters of an object based on a description of its influence on the measuring system as a magnetic dipole vector. A key feature of the proposed approach is the use of differences between spaced sensors directly, rather than as an estimate of the corresponding spatial derivatives. The problem of determining the magnetic parameters of an object using a tensor meter, built on the differences between field components, and a vector meter, built on the differences in field modules, has been solved. The proposed algorithms are implemented in the software of a computer simulation model, which makes it possible to simulate the process of determining the magnetic parameters of an object using stationary and mobile magnetogradient measuring systems built using scalar and vector magnetically sensitive sensors of various types, as well as various gradient installation designs.*

**Keywords:** magnetic field of an object, remote magnetogradient measurements, vector and tensor magnetogradientometers.

УДК 621.317.42

ББК 31.222

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.10

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии С.Л. Подвальным.*

*Поступила в редакцию 09.02.2024.*

*Опубликована 31.05.2024.*

## ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МЕТОДА ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ПЕРВИЧНЫХ СИГНАЛОВ ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА К ВОЗМУЩЕНИЯМ ВХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Чиркин М. В.<sup>1</sup>, Иваненко Ю. Р.<sup>2</sup>, Серебряков А. Е.<sup>3</sup>,  
Мишин В. Ю.<sup>4</sup>

(ФГБОУ ВО «Рязанский государственный  
радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина»,  
Рязань)

Молчанов А. В.<sup>5</sup>

(ПАО «Московский институт электромеханики  
и автоматики», Москва)

*Сформирована математическая модель для первичных сигналов лазерного гироскопа, которая учитывает связь встречных оптических волн, механическое вращение корпуса лазерного гироскопа и аддитивный шум. Исследована чувствительность к возмущениям входной информации метода вычисления мгновенной фазы Саньяка с компенсацией динамического захвата на базе лазерного гироскопа с гармонической частотной подставкой без ошумления. Для анализа корректности работы метода вычисления мгновенной фазы Саньяка с компенсацией динамического захвата полученные результаты сравниваются с угловой скоростью, найденной в результате аналитического решения дифференциального уравнения лазерного гироскопа с нулевой зоной захвата. Зафиксированы фазовые ошибки между исследуемым и эталонным сигналами угловой скорости вращения лазерного гироскопа. Определено влияние квазибелого шума, изменения значений амплитуд первичных сигналов и сдвига фаз между квадратурными сигналами и сигналом переменной составляющей суммы мощностных сигналов на зарегистрированные отсчеты угловой скорости вращения корпуса лазерного гироскопа.*

Ключевые слова: лазерный гироскоп, фаза Саньяка, динамический порог захвата, статический порог захвата, квазибелый шум.

---

<sup>1</sup> Михаил Викторович Чиркин, д.ф.-м.н., профессор (chirk.mikhail@yandex.ru).

<sup>2</sup> Юлия Романовна Иваненко, аспирант (ivanenko.july@yandex.ru).

<sup>3</sup> Андрей Евгеньевич Серебряков, к.т.н., доцент (sea89s@yandex.ru).

<sup>4</sup> Валерий Юрьевич Мишин, к.т.н., доцент (mishvalera@yandex.ru).

<sup>5</sup> Алексей Владимирович Молчанов, к.т.н., доцент (a.v.molchanov@mail.ru).

## **1. Введение**

В настоящее время в бесплатформенных инерциальных навигационных системах летательных аппаратов в качестве датчиков угловой скорости используются лазерные гироскопы со знакопеременной частотной подставкой [4]. Основой лазерного гироскопа (ЛГ) является кольцевой гелий-неоновый лазер, активная среда которого поддерживается симметричным двухплечевым разрядом постоянного тока.

Вследствие обратного рассеяния лазерного излучения на шероховатых поверхностях зеркал и диафрагме возникает слабая связь между встречными оптическими волнами, генерируемыми кольцевым лазером. Данная связь приводит к синхронизации частот указанных выше волн, в результате чего ЛГ теряет чувствительность к малым угловым скоростям вращения. Количественно такое явление характеризуется величиной статического порога захвата [13]. Для подавления методической погрешности, вызванной статическим захватом, применяют производственные [9, 12, 19, 22, 25, 26], технологические [1, 2, 7] или аппаратно-алгоритмические [6, 10, 11, 16, 17, 21, 27] решения. В конкретных технических приложениях, как правило, используются комбинации из нескольких решений. Наименее затратными, а значит, наиболее предпочтительными в условиях серийного производства являются аппаратно-алгоритмические решения: их применение не затрагивает отлаженных технологических процессов.

Подавить явление статического захвата получается в случае использования в ЛГ гармонической частотной подставки. Однако такой прием может привести к параметрической синхронизации, т.е. к возникновению зон динамического захвата, одна из которых находится в окрестности нуля, а остальные кратны угловой скорости, равной амплитуде подставки. Решить указанную проблему удастся, если частотная подставка имеет шумовой характер [5, 8, 14, 15, 18]. Как правило, используют знакопеременную частотную подставку в виде комбинации случайного и периодического процессов. Например, случайным образом изменяют амплитуду гармонического сигнала с глуби-

ной модуляции от нескольких процентов до половины амплитуды полезного сигнала [13]. Рандомизация выходного сигнала ЛГ приводит к появлению дополнительной шумовой составляющей – случайным блужданиям регистрируемого углового положения («*angle random walk*»). В данной статье для цифровой обработки первичных сигналов ЛГ с гармонической частотной подставкой предлагается использовать метод вычисления мгновенной фазы Саньяка с компенсацией динамического захвата (МФСК) [6, 16, 21, 27]. Указанный метод компенсирует «паразитные» скачки фазы Саньяка, которые являются следствием динамического захвата, что создает условия для подавления случайной погрешности ЛГ вследствие отказа от модуляции частотной подставки псевдослучайным сигналом. Цель настоящей работы заключается в исследовании чувствительности метода МФСК к возмущениям входной информации, т.е. к изменениям входных параметров построенной математической модели для первичных сигналов ЛГ. Использование метода МФСК для цифровой обработки информационных сигналов ЛГ делает возможным построение бесплатформенных инерциальных навигационных систем авиационного применения с точностью не хуже чем 0,9 км за час полета.

## **2. Математическая модель для первичных сигналов лазерного гироскопа**

Источником информации о вращении ЛГ являются сдвиги интерференционной картины, которую на поверхности смесительной призмы образуют лазерные пучки, выведенные из кольцевого резонатора. Первичные информационные сигналы на выходах сдвоенного фотодиода, регистрирующего движение интерференционных полос, имеют вид [3]

$$(1) \quad U_c(t) = U_{c,0} + U_{c,m} \cos(\psi(t) + \varphi_c);$$

$$(2) \quad U_s(t) = U_{s,0} + U_{s,m} \sin(\psi(t) + \varphi_s),$$

где  $U_{c,0}$ ,  $U_{s,0}$  – постоянные смещения квадратурных сигналов;  $U_{c,m}$ ,  $U_{s,m}$  – амплитуды квадратурных сигналов;  $\psi(t)$  – разность фаз встречных волн, генерируемых кольцевым гелий-неоновым

лазером (фаза Саньяка);  $\varphi_c, \varphi_s$  – дополнительные фазовые сдвиги, обусловленные несовершенством электрооптической системы.

Изменение фазы Саньяка при слабой связи встречных оптических волн в ЛГ с гармонической частотной подставкой описывается дифференциальным уравнением [23]

$$(3) \quad \frac{1}{K} \frac{d\psi}{dt} = \Omega_{const} + \omega_d \sin(2\pi ft) - \omega_L \sin(\psi + \rho),$$

в котором  $K$  – масштабный коэффициент;  $\Omega_{const}$  – угловая скорость равномерного вращения корпуса ЛГ;  $\omega_d, f$  – амплитуда и частота подставки соответственно;  $\omega_L, \rho$  – статический порог захвата и фазовый сдвиг, обусловленные обратным рассеянием лазерного излучения внутри кольцевого резонатора.

Если частотная подставка промодулирована псевдослучайным сигналом, то вместо второго слагаемого в приведенном выше уравнении можно использовать экспериментально зарегистрированный сигнал ЛГ с вибрационной частотной подставкой [24].

Дифференциальное уравнение (3) решается численно с помощью метода Рунге – Кутты четвертого порядка. Чтобы устранить эффект наложения частот («aliasing»), который приводит к искажениям восстановленного во времени полезного сигнала (при низкой частоте дискретизации высокочастотные составляющие накладываются на низкочастотные), шаг, с которым строится численное решение уравнения, должен быть достаточно малым. В статье [20] показано, что при решении дифференциального уравнения (3) с шагом 0,2 мкс «aliasing» не возникает. В настоящей работе установлено, что увеличение значения шага до 0,42 мкс также не приводит к возникновению указанного эффекта. Полученная в результате решения уравнения (3) временная зависимость фазы Саньяка позволяет рассчитать квадратурные сигналы ЛГ.

В настоящее время наряду с основным методом расчета угловых перемещений ЛГ – реверсивным счетом импульсов [10] – применяется альтернативный способ извлечения информации об угловой скорости вращения ЛГ – вычисление мгновенной

фазы Саньяка [6, 20, 24]. В обозначенных методах в отличие от метода МФСК для устранения динамического захвата требуется модулировать частотную подставку псевдослучайным сигналом, что приводит к увеличению случайной погрешности ЛГ.

### 3. Алгоритмическая компенсация «паразитных» скачков фазы Саньяка

Следствием динамического захвата являются «паразитные» скачки фазы Саньяка, которые возникают из-за слабой связи встречных волн, обусловленной обратным рассеянием лазерного излучения на элементах кольцевого резонатора.

В методе МФСК «паразитные» скачки фазы Саньяка компенсируются алгоритмически (рис. 1, рис. 2) [6, 16, 21, 27].

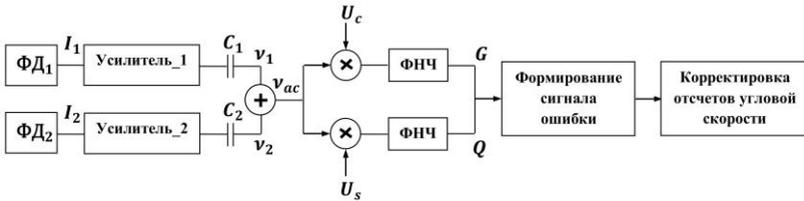


Рис. 1. Синхронное детектирование переменной составляющей суммы мощностных сигналов кольцевого лазера ( $v_{ac} = v_1 + v_2$ )

Фотодиоды ФД<sub>1</sub> и ФД<sub>2</sub> регистрируют мощность лазерного излучения в каждой из двух встречных волн, генерируемых кольцевым гелий-неоновым лазером (рис. 1). Мощностные сигналы I<sub>1</sub> и I<sub>2</sub>, полученные соответственно с выходов ФД<sub>1</sub>, ФД<sub>2</sub>, усиливаются таким образом, чтобы их амплитуды соответствовали амплитудам информационных сигналов U<sub>c</sub>, U<sub>s</sub>. С целью подавления противофазных помех переменные составляющие мощностных сигналов v<sub>1</sub> и v<sub>2</sub> складываются. Далее осуществляется синхронное детектирование сигнала v<sub>ac</sub> – переменной составляющей суммы мощностных сигналов кольцевого лазера, при этом в качестве опорных сигналов используются первичные сигналы ЛГ (U<sub>c</sub>, U<sub>s</sub>).

Переменная составляющая суммы мощностных сигналов, пропорциональная мощности лазерного излучения, вычисляется по формуле [21]

$$(4) \quad v_{ac}(t) = 2A_1A_2E_0 \sin(\psi(t) + \rho),$$

где  $A_1, A_2$  – амплитуды оптических волн, распространяющихся внутри кольцевого резонатора по часовой и против часовой стрелки соответственно;  $E_0$  – параметр, пропорциональный заданному значению  $\omega_L$ , рассчитывается следующим образом [21]:

$$(5) \quad E_0 = \sqrt{\left[ \left( \frac{r_1A_2}{A_1} \right)^2 + \left( \frac{r_2A_2}{A_1} \right)^2 + 2r_1r_2 \cos(\beta_1 + \beta_2) \right]},$$

где  $r_1, r_2$  – амплитуды коэффициентов связи встречных оптических волн;  $\beta_1, \beta_2$  – фазы коэффициентов связи встречных волн.

Фазовый сдвиг, используемый в выражении (4), определяется по формуле [21]

$$(6) \quad \rho = \operatorname{arctg} \left[ \frac{\frac{r_2A_2}{A_1} \sin(\beta_2) - \frac{r_1A_1}{A_2} \sin(\beta_1)}{\frac{r_2A_2}{A_1} \cos(\beta_2) + \frac{r_1A_1}{A_2} \cos(\beta_1)} \right].$$

Восстановление фазы Саньяка  $\psi_{\text{retr}}$  происходит либо по «идеальным» (без добавления шума) квадратурным сигналам ЛГ, либо по «неидеальным» (с аддитивным шумом) квадратурным сигналам (рис. 2).

На выходе фильтра нижних частот (ФНЧ) получены «синусный»  $Q$  и «косинусный»  $G$  сигналы, содержащие гармоники в низкочастотной области спектра (рис. 1). Указанные сигналы используются для восстановления мгновенных значений статического порога захвата и фазового сдвига с помощью функции четырехквadrантного арктангенса [21]:

$$(7) \quad \omega_L = \sqrt{G^2 + Q^2};$$

$$(8) \quad \rho = \operatorname{atan} 2 \left( \frac{Q}{G} \right).$$

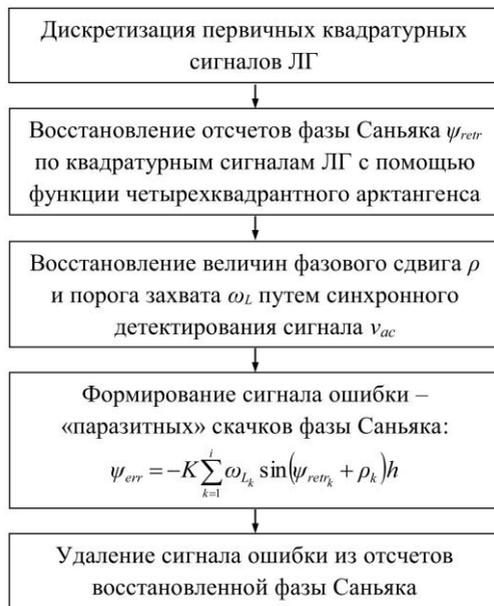


Рис. 2. Блок-схема алгоритма компенсации «паразитных» скачков фазы Саньяка в выходном сигнале ЛГ ( $h$  – шаг интегрирования)

В данной работе в качестве ФНЧ используется двухсекционный эллиптический фильтр с бесконечной импульсной характеристикой со следующими параметрами: частота среза – 100 Гц; частота заграждения – 200 Гц; уровень допустимых пульсаций в полосе пропускания – 1 дБ; уровень затухания в полосе подавления – 60 дБ.

Компенсация динамического захвата в выходном сигнале ЛГ выполняется на заключительном этапе алгоритма, когда сформированный сигнал ошибки  $\psi_{err}$ , вызванной слабой связью встречных оптических волн, удаляется из отсчетов восстановленной фазы Саньяка [21]:

$$(9) \quad \psi_0 = \psi_{retr} - \psi_{err}.$$

С целью подавления гармонической частотной подставки в отсчетах угловой скорости применен режекторный фильтр со следующими параметрами: центральная частота – 400 Гц; поло-

са подавления – 40 Гц; переходная область – 20 Гц; коэффициент подавления – 60 дБ.

#### 4. Результаты математического моделирования

Даже в случае равномерного вращения корпуса ЛГ «паразитные» скачки фазы Саньяка на фоне восстановленной угловой скорости не компенсируют друг друга, вследствие чего угловая скорость ЛГ измеряется с ошибкой (рис. 3). В данной работе с целью компенсации «паразитных» скачков фазы Саньяка применяется метод МФСК, в результате угловая скорость равномерного вращения корпуса ЛГ восстанавливается более корректно.

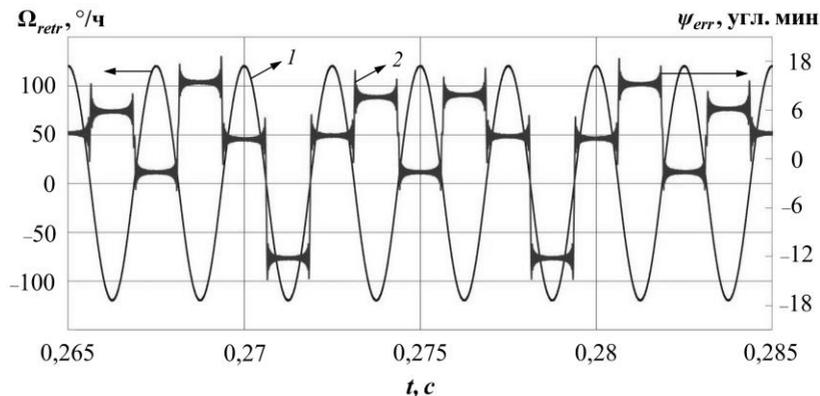


Рис. 3. Восстановленная угловая скорость ЛГ (без фильтрации колебаний гармонической частотной подставки и без коррекции динамического захвата) – кривая 1; «паразитные» скачки фазы Саньяка – кривая 2

При численном решении дифференциального уравнения (3) были сформированы тестовые первичные сигналы ЛГ, которые впоследствии обрабатывались методом МФСК. В указанном методе модуляция гармонической частотной подставки псевдослучайным сигналом не производилась. С целью приближения к условиям реального эксперимента к сформированным «идеаль-

ным» квадратурным сигналам и к сигналу переменной составляющей суммы мощностных сигналов добавлен квазибелый шум ( $SNR = 50$  дБ – отношение сигнал/шум). Численные эксперименты проводились со следующими начальными условиями:  $\omega_L = 0,01$  °/с;  $\omega_d = 120$  °/с;  $f = 400$  Гц;  $\rho = 0,1$  рад;  $A_1 = A_2 = 1$  В;  $r_1 = r_2 = 5,69 \cdot 10^{-8}$  отн. ед.;  $\beta_1 = -1$  рад;  $\beta_2 = 1$  рад;  $\Omega_{const} = 12$  °/ч;  $f_s = 2,4$  МГц – частота дискретизации первичных квадратурных сигналов;  $f_{out} = 2,4$  кГц – частота обновления выходной информации;  $t_{max} = 1001$  с – максимальное время моделирования;  $L = 0,28$  м – периметр четырехзеркального кольцевого резонатора;  $\lambda = 632,8$  нм – длина волны излучения гелий-неонового лазера. После компенсации «паразитных» скачков фазы Саньяка гармоническая частотная подставка удалялась из отсчетов угловой скорости, восстановленной на частоте 2,4 кГц. Далее происходило осреднение мгновенных значений измеренной угловой скорости вращения ЛГ на трех временных интервалах:  $t_{av} = 1$  с;  $t_{av} = 10$  с и  $t_{av} = 100$  с ( $t_{av}$  – время осреднения).

Исследование метода МФСК осуществлялось на базе трех серий численных экспериментов. В первой серии экспериментов последовательно были выполнены следующие действия:

1. Моделирование «идеальных» сигналов ЛГ, т.е. квадратурных сигналов ( $U_c$ ,  $U_s$  – «косинусный» и «синусный» соответственно) с амплитудой 1 В и усиленного до  $\pm 1$  В сигнала переменной составляющей суммы мощностных сигналов ( $v_{ac}$ ).

2. Цифровая обработка «идеальных» сигналов  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$  методом МФСК.

3. Моделирование сигналов  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$ , каждый из которых имеет амплитуду 1 В, с добавлением квазибелого шума в указанные сигналы ( $SNR = 50$  дБ).

4. Цифровая обработка «неидеальных» сигналов  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$  методом МФСК.

Выяснено, что при работе с «идеальными» сигналами  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$  формирование сигнала ошибки  $\psi_{err}$ , которая вызвана связью встречных оптических волн, определяется точностью восстановления двух величин: статического порога захвата  $\langle \omega_L \rangle \pm \sigma(\omega_L) = (10,000 \pm 0,009) \cdot 10^{-3}$  °/с и фазового сдвига  $\langle \rho \rangle \pm \sigma(\rho) = (10,00 \pm 0,09) \cdot 10^{-2}$  рад [16]. В случае работы с

«неидеальными» сигналами  $U_c, U_s, v_{ac}$  на формирование сигнала ошибки, наряду с указанной выше точностью восстановления величин  $\rho$  и  $\omega_L$ , влияние оказывает квазибелый шум, добавляемый к моделируемым сигналам. В таблице 1 представлены ошибки измерений угловой скорости ЛГ, рассчитанные как  $\Delta\Omega = \langle |\Omega_0 - \Omega_{\text{МФСК}}| \rangle \pm \sigma(|\Omega_0 - \Omega_{\text{МФСК}}|)$ , где  $\Omega_{\text{МФСК}}$  – угловая скорость, восстановленная по методу МФСК;  $\Omega_0$  – измеренная угловая скорость, найденная в результате аналитического решения дифференциального уравнения, описывающего быстроту изменения фазы Саньяка для ЛГ с нулевой зоной захвата (см. уравнение (3)) [13]. Установлено, что квазибелый шум является причиной фазовой ошибки в сигнале  $\Omega_{\text{МФСК}}$  в сравнении с эталонным сигналом  $\Omega_0$ . Наибольшее значение фазовой ошибки составляет  $5 \cdot 10^{-3}$  рад  $\approx 0,29^\circ$ . Фазовая ошибка между исследуемым ( $\Omega_{\text{МФСК}}$ ) и эталонным ( $\Omega_0$ ) сигналами – это разность фаз, которая возникает между этими сигналами. В данной работе фазовые ошибки определяются после вычета частотной подставки из отсчетов восстановленной угловой скорости ЛГ (до процедуры осреднения).

Таблица 1. Ошибки измерений угловой скорости ЛГ

«Идеальные» сигналы $U_c, U_s, v_{ac}$	Сигналы $U_c, U_s, v_{ac}$ с добавлением шума
$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, °/ч	
$(8 \pm 5) \cdot 10^{-5}$	$(6 \pm 4) \cdot 10^{-4}$
$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, °/ч	
$(8,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$	$(9 \pm 6) \cdot 10^{-5}$
$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, °/ч	
$(8,0 \pm 0,29) \cdot 10^{-5}$	$(8,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-5}$

По данным таблицы 1 построены две зависимости. Линиями 1 и 2 на рис. 4 изображены области разброса значений измеренной угловой скорости ( $\pm \sigma(|\Omega_0 - \Omega_{\text{МФСК}}|)$ ) относительно значений средней абсолютной ошибки ( $\langle |\Omega_0 - \Omega_{\text{МФСК}}| \rangle$ ), обозначенных графическими символами 3, 4. Более узкая область разброса угловых скоростей наблюдается при работе с

«идеальными» сигналами  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$  во временном интервале от 1 с до 100 с. Установлено, что квазибелый шум не вносит значительных ошибок в измерение угловой скорости вращения ЛГ методом МФСК: при  $t_{av} = 100$  с полученные значения средней абсолютной ошибки восстановленной угловой скорости в случае работы с «идеальными» и «неидеальными» сигналами совпадают, при этом разброс значений угловой скорости при добавлении шума увеличивается приблизительно в 2,4 раза.

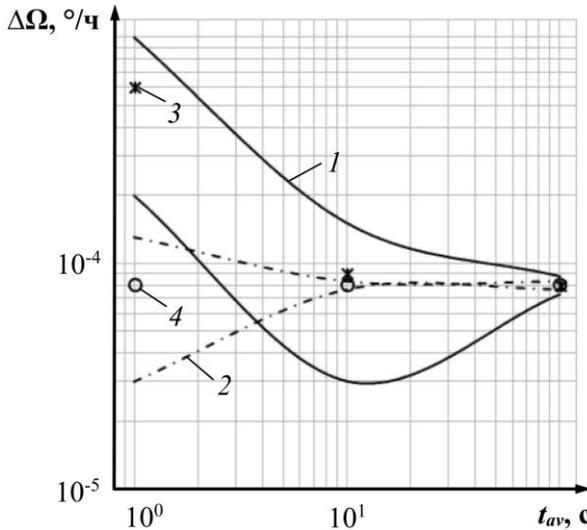


Рис. 4. Ошибки измерений угловой скорости ЛГ:  
 1, 2 – разброс значений восстановленной угловой скорости при работе с «неидеальными» и «идеальными» сигналами соответственно; 3, 4 – абсолютная ошибка измеренной угловой скорости при работе с «неидеальными» и «идеальными» сигналами соответственно

План действий второй серии численных экспериментов представлен ниже:

1. Изменение амплитуды «косинусного» сигнала в диапазоне от 1 В до 1,5 В с шагом 0,1 В, при этом амплитуды сигналов  $U_s$ ,  $v_{ac}$  равны 1 В; в указанные сигналы шум не добавлен.

2. Цифровая обработка описанных в п. 1 сигналов методом МФСК.

3. Изменение амплитуды «косинусного» сигнала в диапазоне от 1 В до 1,5 В с шагом 0,1 В, при этом амплитуды сигналов  $U_s, v_{ac}$  равны 1 В; в указанные сигналы добавлен квазибелый шум ( $SNR = 50$  дБ).

4. Цифровая обработка описанных в п. 3 сигналов методом МФСК.

Результаты, полученные в ходе второй серии экспериментов, представлены в таблице 2. При увеличении амплитуды «косинусного» сигнала на 50% по сравнению с амплитудой «синусного» сигнала наблюдается некорректное восстановление величины фазового сдвига  $\langle \rho \rangle \pm \sigma(\rho) = (15,0 \pm 0,14) \cdot 10^{-2}$  рад, при этом параметр статического захвата восстанавливается с такой же точностью, как и в первой серии численных экспериментов  $\langle \omega_L \rangle \pm \sigma(\omega_L) = (10,000 \pm 0,009) \cdot 10^{-3}$  %/с. Максимальное значение фазовой ошибки в сигнале  $\Omega_{\text{МФСК}}$  в сравнении с эталонным сигналом  $\Omega_0$  составляет 0,9 рад  $\approx 51,6^\circ$ .

Из рис. 5 видно, что абсолютная ошибка измеренной угловой скорости ЛГ пропорционально возрастает с увеличением амплитуды «косинусного» сигнала, при этом, начиная с  $U_{c,m} = 1,1$  В, рассчитанные значения указанной ошибки для «идеальных» и «неидеальных» сигналов ЛГ совпадают.

Согласно результатам второй серии экспериментов при  $t_{av} = 100$  с изменение амплитуды «неидеального» «косинусного» сигнала в диапазоне от 1 В до 1,1 В приводит к росту  $\Delta\Omega$  примерно в 14 раз. При дальнейшем увеличении амплитуды «косинусного» сигнала с шагом 0,1 В до значения 1,5 В абсолютная ошибка восстановленной угловой скорости возрастает приблизительно в 5 раз, а разброс значений угловой скорости – в 4 раза (рис. 6). Следовательно, разность амплитуд первичных квадратурных сигналов ЛГ оказывает на погрешность измерения угловой скорости ( $\Delta\Omega$ ) большее влияние, чем наличие шумов в указанных сигналах. С целью минимизации  $\Delta\Omega$  требуется введение обязательной нормировки амплитуд квадратурных сигналов.

Таблица 2. Влияние амплитуды «косинусного» сигнала на погрешность измерения угловой скорости ЛГ

Амплитуда «косинусного» сигнала	«Идеальные» сигналы $U_c, U_s, v_{ac}$	Сигналы $U_c, U_s, v_{ac}$ с добавлением шума
$U_{c,m} = 1,1 \text{ В}$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(7 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	$(7 \pm 5) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(1,3 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$	$(1,3 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
$U_{c,m} = 1,2 \text{ В}$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(1,2 \pm 0,9) \cdot 10^{-2}$	$(1,2 \pm 0,9) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(2,5 \pm 1,6) \cdot 10^{-3}$	$(2,5 \pm 1,6) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(2,2 \pm 0,19) \cdot 10^{-3}$	$(2,2 \pm 0,19) \cdot 10^{-3}$
$U_{c,m} = 1,3 \text{ В}$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(1,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-2}$	$(1,8 \pm 1,4) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(4,0 \pm 2,3) \cdot 10^{-3}$	$(4,0 \pm 2,3) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(3,0 \pm 0,27) \cdot 10^{-3}$	$(3,0 \pm 0,27) \cdot 10^{-3}$
$U_{c,m} = 1,4 \text{ В}$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(2,3 \pm 1,8) \cdot 10^{-2}$	$(2,3 \pm 1,8) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(5 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$(5 \pm 3) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(4,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$	$(4,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$
$U_{c,m} = 1,5 \text{ В}$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(2,8 \pm 2,2) \cdot 10^{-2}$	$(2,8 \pm 2,2) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(6 \pm 4) \cdot 10^{-3}$	$(6 \pm 4) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100 \text{ с, } ^\circ/\text{ч}$	
	$(5,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$	$(5,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$

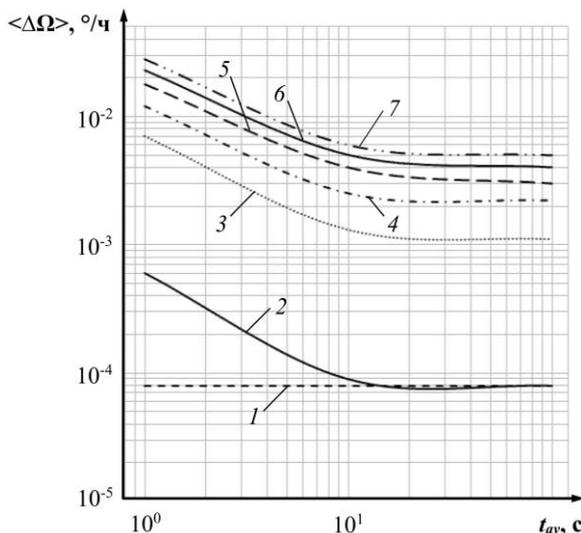


Рис. 5. Влияние амплитуды «косинусного» сигнала на погрешность измерения угловой скорости ЛГ: 1, 2 – абсолютная ошибка восстановленной угловой скорости при работе с «идеальными» и «неидеальными» сигналами ( $U_{c,m} = 1 \text{ В}$ ) соответственно; 3, 4, 5, 6, 7 – абсолютная ошибка измеренной угловой скорости при работе с «идеальными» или «неидеальными» сигналами с последовательным изменением амплитуды «косинусного» сигнала  $U_{c,m} = 1,1 \text{ В}$ ,  $U_{c,m} = 1,2 \text{ В}$ ,  $U_{c,m} = 1,3 \text{ В}$ ,  $U_{c,m} = 1,4 \text{ В}$ ,  $U_{c,m} = 1,5 \text{ В}$  соответственно

Корректная работа метода МФСК реализуется только в условиях равенства амплитуд и фаз мощностных и информационных сигналов ЛГ. В реальном эксперименте мгновенное значение амплитуды сигнала  $v_{ac}$  в 100 раз меньше мгновенной амплитуды «косинусного» или «синусного» сигнала. Разработка и изготовление фотоусилителей для мощностных сигналов с такими большими коэффициентами усиления и одинаковыми ФЧХ являются нетривиальной задачей.

На базе построенной математической модели ЛГ проводились исследования чувствительности метода МФСК не только к добавлению шума в сигналы  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$ , изменению амплитуд

квадратурных сигналов, но и к сдвигу фаз между первичными сигналами и сигналом  $v_{ac}$ .

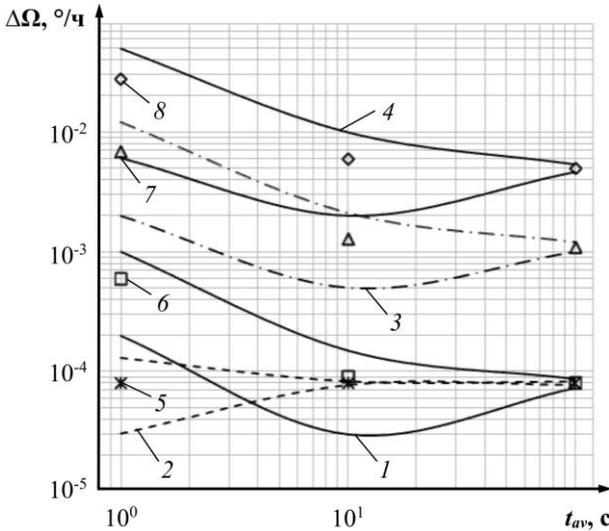


Рис. 6. Влияние амплитуды «косинусного» сигнала на погрешность измерения угловой скорости ЛГ: 1, 2 – разброс значений восстановленной угловой скорости при работе с «неидеальными» и «идеальными» сигналами ( $U_{c,m} = 1 \text{ В}$ ) соответственно; 3, 4 – разброс значений измеренной угловой скорости при работе с «идеальными» или «неидеальными» сигналами для  $U_{c,m} = 1,1 \text{ В}$  и  $U_{c,m} = 1,5 \text{ В}$  соответственно; 5, 6 – абсолютная ошибка восстановленной угловой скорости при работе с «идеальными» и «неидеальными» сигналами ( $U_{c,m} = 1 \text{ В}$ ) соответственно; 7, 8 – абсолютная ошибка измеренной угловой скорости при работе с «идеальными» или «неидеальными» сигналами для  $U_{c,m} = 1,1 \text{ В}$  и  $U_{c,m} = 1,5 \text{ В}$  соответственно

В третьей серии численных экспериментов использовался следующий план действий:

1. Сдвиг сигналов  $U_c, U_s$  относительно сигнала  $v_{ac}$  на заданное количество отсчетов (1, 2, 5, 8, 10, 12) влево, т.е. квадратурные сигналы опережают по фазе сигнал переменной

составляющей суммы мощностных сигналов, при этом амплитуды сигналов  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$  равны 1 В; в указанные сигналы шум не добавлен.

2. Цифровая обработка описанных в п. 1 сигналов методом МФСК.

3. Сдвиг сигналов  $U_c$ ,  $U_s$  относительно сигнала  $v_{ac}$  на заданное количество отсчетов (1, 2, 5, 8, 10, 12) влево, при этом амплитуды сигналов  $U_c$ ,  $U_s$ ,  $v_{ac}$  равны 1 В; в указанные сигналы добавлен квазибелый шум ( $SNR = 50$  дБ).

4. Цифровая обработка описанных в п. 3 сигналов методом МФСК.

Один отсчет, на который осуществляется сдвиг сигналов  $U_c$ ,  $U_s$  относительно сигнала  $v_{ac}$  на частоте первичного сигнала 0,2 МГц, соответствующей максимальной амплитуде подставки, приближенно равен 0,6 рад (см. таблицу 3). Установлено, что порядок величины  $\Delta\Omega$  не изменяется при сдвиге квадратурных сигналов относительно сигнала  $v_{ac}$ , начиная с двух отсчетов, независимо от наличия шума.

Таблица 3. Влияние разности фаз между квадратурными сигналами и сигналом переменной составляющей суммы мощностных сигналов на погрешность измерения угловой скорости ЛГ

Количество отсчетов	«Идеальные» сигналы $U_c$ , $U_s$ , $v_{ac}$	Сигналы $U_c$ , $U_s$ , $v_{ac}$ с добавлением шума
1 отсч $\approx$ $\approx 0,6$ рад $\approx 34^\circ$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(5 \pm 3) \cdot 10^{-3}$	$(5 \pm 3) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(5,00 \pm 0,08) \cdot 10^{-3}$	$(5,0 \pm 0,11) \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(5,00 \pm 0,024) \cdot 10^{-3}$	$(5,00 \pm 0,028) \cdot 10^{-3}$
2 отсч $\approx$ $\approx 1,2$ рад $\approx 69^\circ$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(1,7 \pm 1,2) \cdot 10^{-2}$	$(1,7 \pm 1,2) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(1,70 \pm 0,03) \cdot 10^{-2}$	$(1,70 \pm 0,03) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(1,700 \pm 0,009) \cdot 10^{-2}$	$(1,700 \pm 0,009) \cdot 10^{-2}$

Таблица 3 (продолжение)

5 отсч $\approx$ $\approx 3$ рад $\approx 172^\circ$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(7\pm 5) \cdot 10^{-2}$	$(7\pm 5) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(7,0 \pm 0,12) \cdot 10^{-2}$	$(7,0 \pm 0,12) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(7,00 \pm 0,04) \cdot 10^{-2}$	$(7,00 \pm 0,04) \cdot 10^{-2}$
8 отсч $\approx$ $\approx 4,8$ рад $\approx 275^\circ$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(6 \pm 5) \cdot 10^{-2}$	$(6 \pm 5) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(6,0 \pm 0,11) \cdot 10^{-2}$	$(6,0 \pm 0,11) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(6,00 \pm 0,03) \cdot 10^{-2}$	$(6,00 \pm 0,03) \cdot 10^{-2}$
10 отсч $\approx$ $\approx 6$ рад $\approx 344^\circ$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(4 \pm 3) \cdot 10^{-2}$	$(4 \pm 3) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(4,00 \pm 0,08) \cdot 10^{-2}$	$(4,00 \pm 0,08) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(4,00 \pm 0,023) \cdot 10^{-2}$	$(4,00 \pm 0,023) \cdot 10^{-2}$
12 отсч $\approx$ $\approx 7,2$ рад $\approx 413^\circ$	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 1$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(4,0 \pm 2,6) \cdot 10^{-2}$	$(4,0 \pm 2,6) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 10$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(4,00 \pm 0,07) \cdot 10^{-2}$	$(4,00 \pm 0,07) \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Omega$ при $t_{av} = 100$ с, $^\circ/\text{ч}$	
	$(4,00 \pm 0,02) \cdot 10^{-2}$	$(4,00 \pm 0,02) \cdot 10^{-2}$

Неправильное восстановление порога захвата происходит при сдвиге сигналов  $U_c$ ,  $U_s$  относительно сигнала  $v_{ac}$  на 5, 8, 10 и 12 отсчетов (с добавлением или без добавления шума):

$$\langle \omega_L \rangle \pm \sigma(\omega_L) = (2,70 \pm 0,011) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с} \text{ (5 отсчетов);}$$

$$\langle \omega_L \rangle \pm \sigma(\omega_L) = (2,20 \pm 0,011) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с} \text{ (8 отсчетов);}$$

$$\langle \omega_L \rangle \pm \sigma(\omega_L) = (1,70 \pm 0,012) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с} \text{ (10 отсчетов);}$$

$$\langle \omega_L \rangle \pm \sigma(\omega_L) = (2,90 \pm 0,013) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{с} \text{ (12 отсчетов).}$$

Некорректное восстановление  $\rho$  наблюдается при сдвиге рассматриваемых сигналов на 5 и 8 отсчетов независимо от добавления квазибелого шума:

$$\langle \rho \rangle \pm \sigma(\rho) = (3,000 \pm 0,004) \text{ рад (5 отсчетов);}$$

$$\langle \rho \rangle \pm \sigma(\rho) = (3,000 \pm 0,005) \text{ рад (8 отсчетов).}$$

Из рис. 7 видно, что абсолютная ошибка измеренной угловой скорости максимальна при сдвиге фаз квадратурных сигналов на 3 рад (5 отсчетов) относительно фазы сигнала  $v_{ac}$ , т.е. рассчитанные значения указанной ошибки не находятся в прямой зависимости от значений разности фаз (количество отсчетов). Начиная с двух отсчетов, значения  $\Delta\Omega$  при работе с «идеальными» и «неидеальными» сигналами ЛГ совпадают.

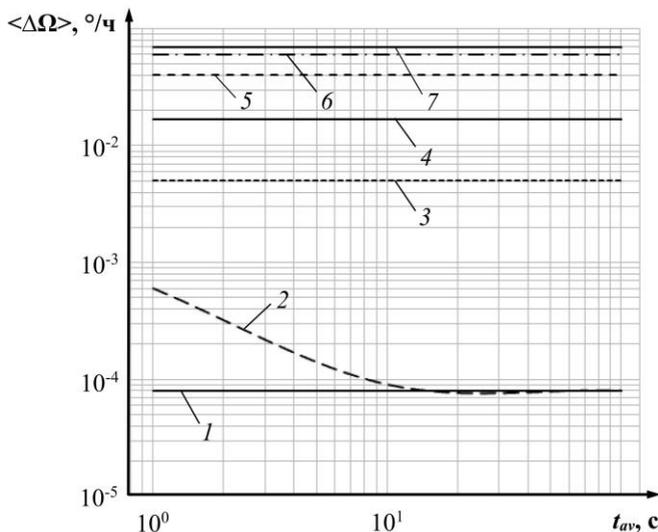


Рис. 7. Влияние разности фаз между квадратурными сигналами и сигналом переменной составляющей суммы мощностных сигналов на погрешность измерения угловой скорости ЛГ: 1, 2 – абсолютная ошибка восстановленной угловой скорости при работе с «идеальными» и «неидеальными» сигналами соответственно (0 отсчетов); 3, 4, 5, 6, 7 – абсолютная ошибка восстановленной угловой скорости при работе с «идеальными» или «неидеальными» сигналами с учетом увеличения сдвига фаз между сигналами  $U_c$ ,  $U_s$  и  $v_{ac}$  на указанное в скобках число отсчетов соответственно (1, 2, 12 (10), 8, 5 отсчетов)

Согласно результатам третьей серии численных экспериментов при  $t_{av} = 100$  с сдвиг фаз между «неидеальными» сигналами

лами  $U_c$ ,  $U_s$  и  $v_{ac}$  на 0,6 рад (1 отсчет) приводит к увеличению абсолютной ошибки измеренной угловой скорости вращения ЛГ примерно в 63 раза, а разброса значений угловой скорости – в 4 раза (рис. 8).

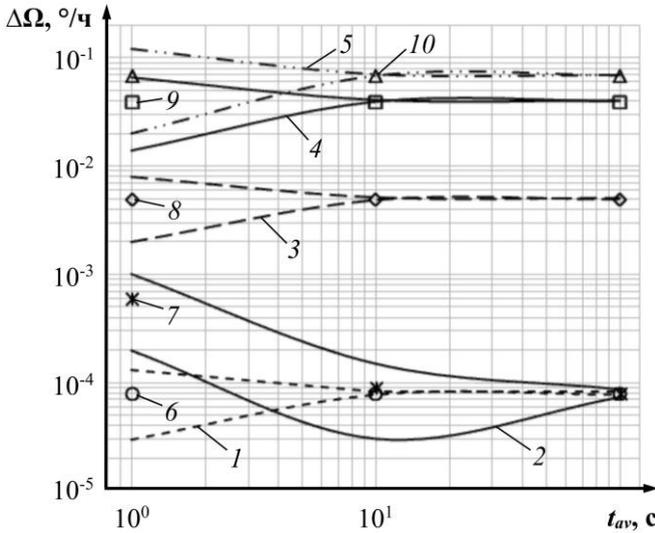


Рис. 8. Влияние разности фаз между квадратурными сигналами и сигналом переменной составляющей суммы мощностных сигналов на погрешность измерения угловой скорости ЛГ: 1, 2 – разброс значений восстановленной угловой скорости при работе с «идеальными» и «неидеальными» сигналами соответственно (0 отсчетов); 3, 4, 5 – разброс значений восстановленной угловой скорости при работе с «идеальными» или «неидеальными» сигналами, сдвинутыми друг относительно друга на 1, 12 (10) и 5 отсчетов соответственно; 6, 7 – абсолютная ошибка измеренной угловой скорости при работе с «идеальными» и «неидеальными» сигналами соответственно (0 отсчетов); 8, 9, 10 – абсолютная ошибка измеренной угловой скорости при работе с «идеальными» или «неидеальными» сигналами, сдвинутыми друг относительно друга на 1, 12 (10) и 5 отсчетов соответственно

При сдвиге исследуемых сигналов на 3 рад (5 отсчетов) абсолютная ошибка возрастает в 875 раз, а разброс ее значений – в 57 раз; при сдвиге на 7,2 рад (12 отсчетов) абсолютная ошибка увеличивается в 500 раз, а разброс значений – приблизительно в 29 раз. Следовательно, точность измерения угловой скорости методом МФСК не хуже чем  $5 \cdot 10^{-3}$  °/ч при  $t_{av} = 100$  с достигается, если разность фаз между квадратурными и мощностными сигналами ЛГ не превышает 0,6 рад.

Корректная работа метода МФСК реализуется только в случае предварительной нормировки первичных сигналов ЛГ по амплитуде и фазе. Например, для этой цели можно использовать метод вычисления мгновенной фазы Саньяка с аппроксимацией первичных сигналов полиномиальным уравнением второго порядка [6, 20, 24].

## 5. Заключение

Метод МФСК имеет малую чувствительность к наличию квазиглобального шума в первичных квадратурных сигналах и сигнале переменной составляющей суммы мощностных сигналов ЛГ: средняя абсолютная ошибка восстановленной угловой скорости вращения корпуса ЛГ не изменяется, однако разброс ее значений увеличивается приблизительно в 2,4 раза.

Изменение разности амплитуд квадратурных сигналов ЛГ на 10% приводит к резкому – в 14 раз – увеличению ошибки измерений угловой скорости.

На интервале осреднения 100 с точность измерения угловой скорости методом МФСК  $10^{-3}$  °/ч, требуемая для построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем четвертого поколения, достигается, если разность фаз между информационными и мощностными сигналами ЛГ не превышает 0,6 рад.

Следовательно, корректная работа метода МФСК реализуется только в случае предварительной нормировки первичных квадратурных сигналов ЛГ по амплитуде и фазе. Для решения данной проблемы предлагается использовать метод вычисления мгновенной фазы Саньяка с аппроксимацией первичных сигна-

лов ЛГ полиномиальным уравнением второго порядка [6, 20, 24].

### Литература

1. АЗАРОВА В.В., ГОЛЯЕВ Ю.Д., КУЗНЕЦОВ Е.В. *Оптические технологии производства лазерных зеркал, разработанные в НИИ «Полус» им. М. Ф. Стельмаха* // Инновационные технологии, в электронике и приборостроении: сборник докладов Российской научно-технической конференции с международным участием, 5–12 апреля 2021. – Москва: МИРЭА – Российский технологический университет. – 2021. – Т. 1. – С. 194–197.
2. АЗАРОВА В.В., ИЩЕНКО П.И., КУЛАГИН А.В. и др. *Особенности получения высокоотражающих интерференционных лазерных зеркал* // XI международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, 26–28 января 2022. – М.: Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ». – 2022. – С. 187–188.
3. БЕССОНОВ А.С. *Виртуальная модель квадратурных сигналов лазерного гироскопа* // Измерение, контроль, информатизация: материалы XX Международной научно-технической конференции, 23 мая 2019. – Барнаул: Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова. – 2019. – С. 15–18.
4. БОЛОТНОВ А.С. *Применение лазерного гироскопа в бесплатформенных инерциальных системах* // Политехнический молодежный журнал. – 2019. – №10(39). – С. 1–9.
5. ВАРЕНИК А.И., КУДРЯВЦЕВ А.С., САВЕЛЬЕВ И.И. *Способ десинхронизации динамических зон на частотной характеристике лазерного гироскопа* // Патент Российской Федерации № 2724306 С1. – 2020. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=43903354> (дата обращения 17.12.2023).
6. ВИТЯЗЕВ С.В., ВАЛУЙСКИЙ Д.В., МИШИН В.Ю. и др. *Определение фазы Саньяка в цифровом лазерном гироскопе*

- при применении DSP процессора // Навигация и управление летательными аппаратами. – 2021. – №1(32). – С. 22–37.*
7. ДАНИЛОВ А.С., АЗАРОВА В.В. *Методы защиты зеркал лазерных гироскопов от воздействия тлеющего разряда // Оптические технологии, материалы и системы («Оптотех 2022»): сборник докладов конференции, 5–10 декабря 2022. – Москва: МИРЭА – Российский технологический университет. – 2022. – С. 102–113.*
  8. КРЕМЕР В.И., ОСИПОВ А.М., ПОЛИКОВСКИЙ Е.Ф. *Компенсация погрешностей лазерного гироскопа, вызываемых действием вибрационной частотной подставки // Гироскопия и навигация. – 2001. – №1(32). – С. 14–19.*
  9. ПЕТРУХИН Е.А., СИНЕЛЬНИКОВ А.О., ХОХЛОВ И.Н. *Способ измерения порога статического захвата в лазерном датчике угловой скорости // Патент Российской Федерации № 2762951 С1. – 2021. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=47488527> (дата обращения 20.12.2023).*
  10. СЕРЕБРЯКОВ А.Е., ТЕПЦОВ Д.Б., ВИТЯЗЕВ С.В. и др. *Алгоритм вычисления фазы Саньяка по квадратурным сигналам кольцевого лазера // Цифровая обработка сигналов и ее применение (DSPА-2023): доклады XXV Международной конференции, 29–31 марта 2023. – М: Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова. – 2023. – С. 106–109.*
  11. ЧИРКИН М.В., СЕРЕБРЯКОВ А.Е., ИВАНЕНКО Ю.Р. и др. *Компенсация динамического захвата в кольцевом лазерном гироскопе // Навигация и управление летательными аппаратами. – 2022. – №3(38). – С. 12–27.*
  12. ALEKSEEV S.YU., MOROZOV D.A., BORISOV M.V. et al. *Technological aspects of precision ring laser production: synchronization threshold measurements in manufacture and operation // Proc. of the 19th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS–2012), 28–30 May 2012. – Saint Petersburg, 2012. – P. 54–56.*
  13. ARONOWITZ F. *Fundamentals of the ring laser gyro // Optical gyros and their application. – 1999. – P. 3–45.*

14. CHESNOKOV G.I., POLIKOVSKY E.F., MOLCHANOV A.V. et al. *Some ways of improving the technical and operational characteristics of strapdown inertial navigation systems* // Proc. of the 10th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS–2003), 26–28 May 2003. – Saint Petersburg, 2003. – P. 277–285.
15. CHIRKIN M.V., MISHIN V.Y., MOROZOV D.A., GOLOVAN A.A. et al. *Filtering output signals of a laser gyro triad* // Proc. of the 21st Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS–2014), 26–28 May 2014. – Saint Petersburg, 2014. – P. 388–390.
16. CHIRKIN M.V., MISHIN V.YU., SEREBRYAKOV A.E. et al. *Suppression of laser gyroscope random error without dithering* // Proc. of the 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS–2023), 29–31 May 2023. – Saint Petersburg, 2023. – P. 225–228.
17. CHOI W.-S., SHIM K.-M., CHONG K.-H. et al. *Sagnac effect compensations and locked states in a ring laser gyroscope* // Sensors (Basel). – 2023. – No. 23(3). – 1718 p.
18. EFIMOV B.V., KREMER V.I., MOLCHANOV A.V. et al. *Compensation of random drift of a laser gyroscope* // Proc. of the 8th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS–2001), 28–30 May 2001. – Saint Petersburg, 2001. – P. 113–114.
19. FYODOROV A.E., ZBOROVSKY V.A., REKUNOV D.A. *Estimation of RLG resonator accuracy parameters in the process of production* // Proc. of the 21st Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS–2014), 28–30 May 2014. – Saint Petersburg, 2014. – P. 303–311.
20. GOLOVAN A.A., MISHIN V.YU., MOLCHANOV A.V., CHIRKIN M.V. *Method for analyzing the influence of the errors induced by the gyroscopic channel of a strapdown INS in the autonomous mode* // Journal of computer and systems sciences international. – 2021. – Vol. 60, No. 4. – P. 627–638.

21. JAE-CHEUL LEE, HYUN-JU CHO, HO-SOON YANG. *Zero lock-in implementation by phase wrapping/unwrapping in a ring laser gyroscope* // Applied Optics. – 2021. – Vol. 60, No. 34. – P. 10529–10538.
22. KHOKHLOV I., SINELNIKOV A. *A method for measuring the lock-in zone in laser gyro sensors* // Proc. of the 28th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS 2021), 31 May – 2 June 2021. – Saint Petersburg, 2021. – P. 1–3.
23. KUZNETSOV A.G., MOLCHANOV A.V., CHIRKIN M.V. et al. *Precise laser gyroscope for autonomous inertial navigation* // Quantum electronics. – 2015. – Vol. 45, No. 1. – P. 78–88.
24. MOLCHANOV A.V., BELOKUROV V.A., CHIRKIN M.V. et al. *The application of advanced processing technique to the triad of precision laser gyroscopes* // Proc. of the 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS–2016), 30 May – 1 June 2016. – Saint Petersburg: eedings. – 2016. – P. 120–122.
25. PETRUKHIN E.A., BESSONOV A.S. *A model for the formation of complex coupling coefficients in a ring resonator of a laser gyroscope* // Quantum Electronics. – 2022. – Vol. 52, No. 4. – P. 391–401.
26. PETRUKHIN E.A., BESSONOV A.S. *Setup for measuring complex coupling parameters in laser gyro ring cavity* // Proc. of the 27th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS–2020), 25–27 May 2020. – Saint Petersburg, 2020. – P. 1–3.
27. SIN-WOO SONG, JA-CHEUL LEE, SUK-KYO HONG et al. *New random walk reduction algorithm in ring laser gyroscopes* // Journal of Optics. – 2010. – Vol. 12. – P. 115501–115509.

## **SENSITIVITY OF DIGITAL PROCESSING METHOD FOR LASER GYROSCOPE PRIMARY SIGNALS TO INPUT PERTURBATIONS**

**Mikhail Chirkin**, Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor (chirk.mikhail@yandex.ru).

**Julia Ivanenko**, Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, PhD student (ivanenko.july@yandex.ru).

**Andrey Serebryakov**, Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, Candidate of Technical Sciences, assistant professor (sea89s@yandex.ru).

**Valery Mishin**, Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, Candidate of Technical Sciences, assistant professor (mishvalera@yandex.ru).

**Alexey Molchanov**, Moscow Institute of Electromechanics and Automatics, Moscow, Candidate of Technical Sciences, assistant professor (a.v.molchanov@mail.ru).

*Abstract. The mathematical model for laser gyroscope primary signals that includes coupling between counter-propagating optical waves, mechanical rotation of laser gyroscope body and additive noise is formed. The sensitivity of the method to calculate the instantaneous Sagnac phase with compensation for dynamic lock-in to input perturbations is studied on the basis of laser gyroscope having the harmonic dither unnoised. To analyze the method to calculate the instantaneous Sagnac phase with compensation for dynamic lock-in, the results obtained are compared with the angular rate being the analytical solution of differential equation for laser gyroscope with zero lock-in zone. Phase errors between a test signal and a reference signal of angular rotation rate of laser gyroscope are recorded. The effect of quasi-white noise, changes in primary signal amplitudes and phase shift between quadrature signals and the signal being the alternating component of power signal sum is determined on the registered counts of angular rotation rate of laser gyroscope body.*

Keywords: laser gyroscope, Sagnac phase, dynamic lock-in threshold, static lock-in threshold, quasi-white noise.

УДК 629.7

ББК 39.56

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.11

*Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии Б.Р. Андриевским.*

*Поступила в редакцию 29.01.2024.*

*Опубликована 31.05.2024.*

## ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЙ КОМПЛЕКС РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПЛАНИРОВЩИКА РЕСУРСОВ ИНФОКОММУНИКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ОБЛАЧНОГО ЦЕНТРА ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Тутов А. В.<sup>1</sup>,

*(Московский технический университет связи  
и информатики, Москва, ФГБУН Институт проблем  
управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

Фархадов М. П.<sup>2</sup>, Таратухин А. В.<sup>3</sup>, Керимов С. С.<sup>4</sup>

*(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

*В связи с возрастающим спросом на облачные сервисы разработка новых эффективных методов и алгоритмов планирования ресурсов облачных центров обработки данных является актуальной задачей, о чем свидетельствует непрерывающийся поток работ, посвященных данной теме. Критерии лучшего распределения ресурсов могут быть различными, такие как энергоэффективность, выполнение соглашений об уровне сервиса, надёжность и другие. На основе проанализированных работ были выбраны и разработаны модели, методы и алгоритмы распределения ресурсов, комплекс которых положен в основу предложенной в данной статье архитектуры распределенного планировщика ресурсов инфокоммуникационной системы облачного ЦОД на основе многокритериальной оптимизации ее характеристик и особенностей живой миграции виртуальных машин. Эффективность использованных моделей и методов подтверждена имитационным моделированием. Показано, что предложенный комплекс моделей и методов распределенного планировщика ресурсов позволяет сократить энергопотребление при выполнении показателей качества обслуживания.*

Ключевые слова: инфокоммуникационная система, планировщик ресурсов, центр обработки данных, размещение виртуальных машины, энергоэффективность.

---

<sup>1</sup> Андрей Владимирович Тутов, ст. преподаватель ([andrew\\_vidnoe@mail.ru](mailto:andrew_vidnoe@mail.ru)).

<sup>2</sup> Маис Паиа оглы Фархадов, д.т.н., с.н.с., г.н.с. ([mais.farhadov@gmail.com](mailto:mais.farhadov@gmail.com)).

<sup>3</sup> Арсений Викторович Таратухин, инженер ([avt@ipu.ru](mailto:avt@ipu.ru)).

<sup>4</sup> Сервер Сейранович Керимов, инженер ([serverdevel@ya.ru](mailto:serverdevel@ya.ru)).

## **1. Введение**

В настоящее время наблюдается стремительная цифровизация всех отраслей экономики. На смену программы «Цифровая экономика Российской Федерации» приходит национальный проект «Экономика данных», в котором особое внимание отводится цифровой инфраструктуре на базе отечественных облачных вычислений и сервисов для хранения и обработки данных. Центры обработки данных (ЦОД), в которых размещаются серверное и сетевое оборудование, а также системы хранения данных, являются ядром инфраструктуры для обработки и хранения данных. Большая часть облачных платформ в настоящее время зависит от иностранного программного обеспечения. Поэтому разработка отечественных технологий и программного обеспечения, включая планировщиков облачных ресурсов, является актуальной задачей.

В настоящее время облачные провайдеры, работающие по модели IaaS для обеспечения виртуальных машин (ВМ) ресурсами, используют либо статические, либо динамические политики. В первом случае выделяется фиксированный набор физических ресурсов, рассчитанный с использованием алгоритмов упаковки в контейнеры. Тогда как динамические политики учитывают изменения нагрузки и посредством миграции виртуальных машин в реальном времени справляются с ними. Эти политики могут быть реактивными или проактивными и обычно основаны на знании требований к ресурсам виртуальных машин, предоставленных пользователем или оцененных с использованием данных систем мониторинга и прогнозирования [13]. Статические и динамические политики распределения ресурсов могут применяться совместно и включаться в основной цикл работ по управлению ресурсами облачного ЦОД [6].

Исследованию и разработке таких систем посвящено множество работ, и их число возрастает с каждым годом, что подтверждает актуальность данной проблемы. Некоторые из недавних обзоров приведены в [23, 33].

В работах [3, 15, 20, 30, 40] рассматривалось статическое размещение виртуальных машин с использованием постановки

оптимизационной задачи о рюкзаке или размещении в контейнеры. Эти задачи относятся к классу NP-трудных комбинаторных задач. Поэтому на практике для выбора целевого сервера для размещения мигрирующих ВМ широко используются жадные эвристические алгоритмы, такие как «Первый подходящий по убыванию» (FFD – First Fit Decreasing), «Наилучший подходящий по убыванию» (BFD – Best Fit Decreasing) и их модификации [10, 11, 24, 31], которые не гарантируют получения оптимальных решений.

В последнее время метаэвристические алгоритмы муравьиных колоний (АСО) и генетические алгоритмы оптимизации стали использоваться для решения проблемы упаковки контейнеров и консолидации виртуальных машин [18, 20, 22, 29, 34, 40]. Размещение виртуальной машины как задача оптимизации химических реакций предложено в [26]. Однако такие подходы не гарантируют получения оптимальных решений.

Некоторые работы учитывают только одномерный ресурс или критерий оптимизации. Проблемы многокритериального размещения рассматривались в работах [1, 6, 8, 10, 20, 22, 26, 29, 40, 41].

Потребление энергии и потери ресурсов являются наиболее распространенными критериями, которые моделировались во многих работах [1, 9, 11, 20, 29, 31, 32, 34, 35, 40]. В [19] предложена стратегия размещения виртуальных машин с учетом глобального энергопотребления, которая оптимизирует энергопотребление облачных центров обработки данных с учетом затрат на серверы, сеть и охлаждение. Размещение виртуальных машин с учетом температуры рассматривалось в работах [1, 40].

Во многих работах учитываются метрики качества обслуживания, такие как нарушения SLA из-за снижения производительности [1, 7, 40], балансировка нагрузки [24], минимизация трафика [17, 21]. В работе [11] предложен комбинированный критерий, который учитывает как уровень нарушений SLA, так и потребление энергии.

Доступность и безопасность сервисов также могут учитываться при размещении виртуальных машин [29, 34].

Для решения подобных многокритериальных задач чаще всего используют методы формирования обобщенного критерия [11, 20, 40, 41]. В работе [8] использовался метод анализа иерархии для выбора лучшего сервера, однако данный метод не подходит для получения решения в режиме реального времени. Время, необходимое для решения задачи оптимизации, является одним из основных факторов, влияющих на качество принятия решений в реальном времени. Один цикл работы контроллера длится несколько минут.

Задержки в принятии решений могут привести к значительным штрафам за нарушение соглашений SLA и дополнительным эксплуатационным расходам. Нерегулируемый рост задержек сделает невозможным внедрение инновационных высокодоходных услуг облачных дата-центров.

Несмотря на большое число исследований, ряд проблем и ограничений все еще остается. Например, множество противоречивых критериев, которые желательно учесть при управлении ресурсами, такие как энергопотребление, равномерность загрузки ресурсов, выполнение соглашений об уровне сервиса (SLA), минимизация трафика в условиях неравномерной и трудно прогнозируемой нагрузки.

Также существующие политики управления ресурсами, как правило, требуют точной оценки потребностей в ресурсах, поэтому необходимы исследования и поиск компромиссов между оптимальностью политики и ее устойчивостью к неточной информации о рабочей нагрузке [9].

Большинство обсуждаемых подходов не гарантируют точного решения и не полностью учитывают вопросы размерности и времени решения.

В данной работе предложена совокупность моделей, методов и алгоритмов, которая позволяет получить точное решение о размещении виртуальных машин независимо от масштаба ЦОД за период цикла работы контроллера, составляющего 2–5 минут. Разработанные методы и алгоритмы могут быть положены в основу программно-аппаратного комплекса распределенного планировщика ресурсов уровней инфраструктуры и платформы облачного ЦОД. В разделе 2 приведена типовая

структуры платформы облачных вычислений. В разделе 3 обсуждается архитектура распределенного планировщика ресурсов, в частности его структура, методы и алгоритмы блоков сбора данных, построения прогноза и принятия решений о размещении виртуальных машин. Также в данном разделе приведены результаты имитационного моделирования.

## **2. Типовая структура платформы облачных вычислений**

Многоуровневая архитектура облачных вычислений в общем виде приведена на рис. 1 [13].

На нижнем уровне расположен **уровень инфраструктуры (IaaS)**, который состоит из двух подуровней: уровень аппаратуры – физические ресурсы ЦОД, такие как физические серверы, устройства хранения данных, компоненты сети. Второй подуровень – это уровень платформы виртуализации. На этом уровне создается пул виртуальных вычислительных ресурсов и хранилищ данных с использованием платформ виртуализации. На данном уровне необходимо эффективное распределение и использование виртуальных ресурсов в соответствии с потребностями пользователей облачных сервисов для минимизации нарушений соглашений об уровне сервиса (Service Level Agreement).

**Уровень платформы (PaaS)** расположен поверх уровня инфраструктуры, состоит из операционных систем и программных платформ, которые помогают автоматизировать процесс разработки приложений, их развертывания на виртуальных машинах и управления ими.

**Уровень приложений (SaaS)** состоит из самих облачных приложений, которые отличаются от традиционных приложений тем, что их можно автоматически или по требованию пользователя масштабировать для повышения эффективности работы, надежности, а также минимизации эксплуатационных затрат, поскольку оплата в облачных вычислениях взимается в зависимости от интенсивности использования ресурсов.

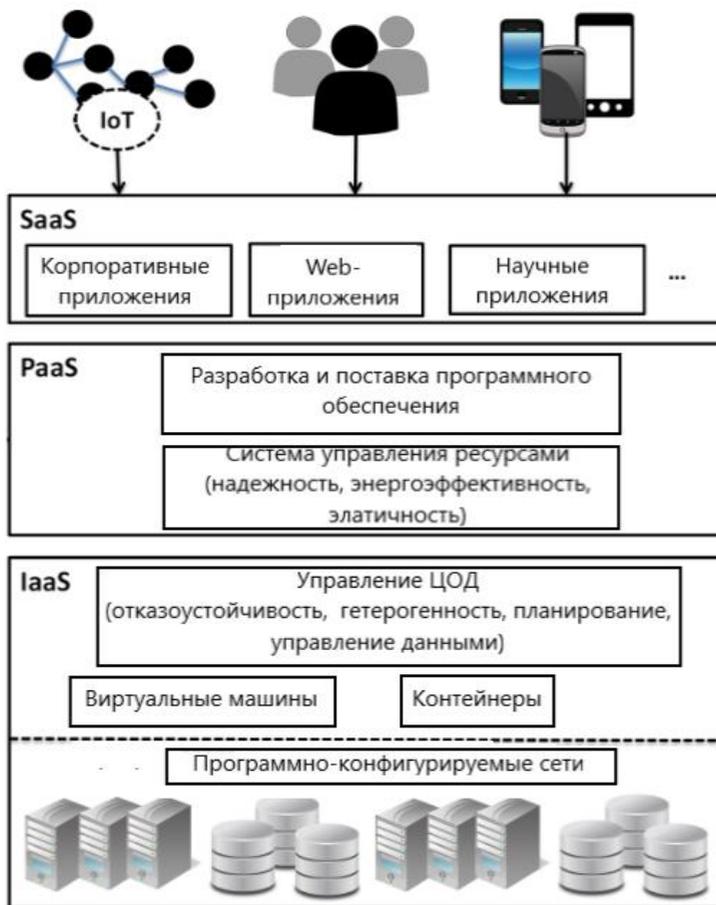


Рис. 1. Многоуровневая архитектура облачных вычислений

Масштабы современных ЦОД быстро растут, и на сегодняшний день они содержат от нескольких десятков до тысяч серверов, на которых размещаются сложные облачные приложения. Поэтому эффективное управление и планирование ресурсов является нетривиальной задачей, важной для повышения эффективности работы инфокоммуникационной системы ЦОД.

### 3. Двухуровневая архитектура планировщика ресурсов облачных центров обработки данных

#### 3.1. СТРУКТУРА ПЛАНИРОВОЩИКА

Задачи планирования и управления облачными ресурсами возлагаются на планировщика ресурсов, в функции которого входят [1]:

- 1) первоначальное размещение виртуальных машин с заданными пользователями параметрами;
- 2) мониторинг загрузки ресурсов физических серверов и температуры;
- 3) выбор виртуальных машин для миграции в случае обнаружения недогруженных и перегруженных физических серверов;
- 4) выбор серверов для размещения мигрирующих машин;
- 5) запуск процесса миграции виртуальных машин.

Предлагаемая структура планировщика ресурсов приведена на рис. 2.

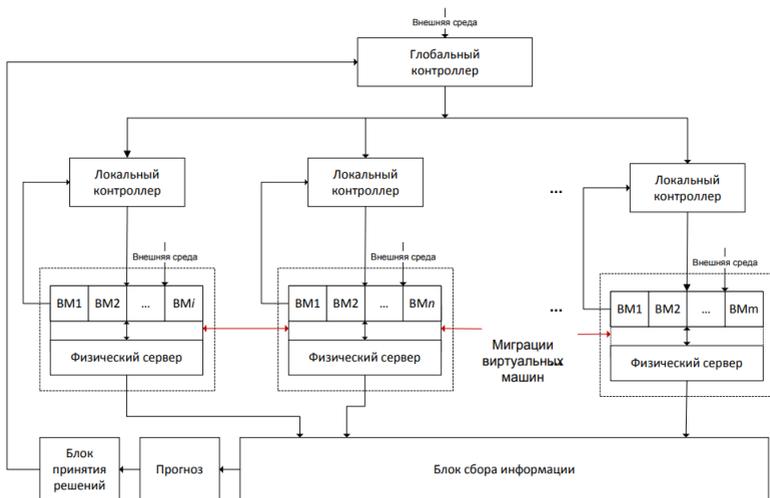


Рис. 2. Архитектура планировщика ресурсов

Планировщик ресурсов состоит из двух уровней контроллеров: локальных и глобального контроллеров. Каждый контроллер расположен на своем физическом хосте и интегрирован с платформой виртуализации. Локальные контроллеры расположены на серверах с виртуальными машинами. Они осуществляют мониторинг ресурсов серверов и виртуальных машин и выявляют потенциально опасные состояния физических серверов, связанных с перегрузкой или перегревом, а также состояние низкой энергоэффективности, когда физический сервер мало загружен. Данные о используемых ресурсах передаются в общее хранилище данных, доступ к которому имеет глобальный контроллер, у которого складывается все видение сети. На основании этой информации он принимает решение о миграции виртуальных машин с проблемного хоста и выбирает для них хосты назначения.

### *3.2. БЛОК СБОРА ДАННЫХ*

В функции локального контроллера входит мониторинг серверов и выявление потенциально опасных состояний перегрузки и перегрева физических серверов, а также их недогрузки.

Для мониторинга используется метод скользящего окна. В соответствии с данным подходом, окно времени размером скользит по временному ряду, в котором измеряются  $l_w$  мгновенных значений загрузки процессора. Измеренные значения в одном окне усредняются. При достижении значения загрузки процессора порогового значения принимается решение о миграции виртуальных машин. Размер окна в широко используемом на практике планировщике ресурсов VMWare DRS для платформы виртуализации vSphere составляет 5 минут [25]. В [40] использовались двухминутное окно для наблюдения за загрузкой процессора и пятиминутное окно для наблюдения за температурой. Оптимальный размер скользящего окна для различных систем управления облачными ресурсами различается, но в работе [38] установлено, что он должен быть не менее чем в 3 раза больше средней длительности миграции виртуальных машин, чтобы процесс миграции не вносил помехи в наблюдение за серверами. Метод оценки общего времени миграции предложен

в [37]. Средние значения загрузки процессора, памяти, сети и температуры процессора каждого хоста сохраняются локальными контроллерами во внешнем хранилище данных, доступ к которому также имеет глобальный контроллер.

Метод «скользящего окна» совместно со статическими порогами может не уловить наличие тренда в изменении загрузки процессора. Поэтому необходимо прогнозировать значения температуры и загрузки процессора в ближайшем будущем, чтобы избежать ненужных миграций ВМ, когда превышение критического порога вызвано кратковременным всплеском нагрузки. В случае прогнозирования значений показателей за пределами пороговых значений локальный контроллер должен инициировать процесс миграции.

### *3.3. ПРОГНОЗ*

Для выявления трендовой составляющей временного ряда во многих работах используются регрессионные методы. Так в работе [40] для прогнозирования перегрузок серверов использовался метод наименьших квадратов для поиска параметров линейной регрессии. Использование метода локальной регрессии обосновано в работе [11]. Кроме регрессионных моделей для прогнозирования нагрузки использовался метод ARIMA [43], авторегрессионная модель использовалась также в [39]. Для избавления от шумов и сглаживания данных в работах [28, 39] применялся фильтр Калмана. Для моделирования стационарных нагрузок разработана модель цепи Маркова [12]. Нейронные сети для прогнозирования перегрузок серверов использовались в работах [16, 42], модель иммунной сети построена в работе [8]. Однако для эффективного прогнозирования с использованием методов машинного обучения, как правило, необходим некоторый минимум наблюдений для обучения модели, так что для задачи прогнозирования перегрузки серверов с переменным числом виртуальных машин в режиме реального времени такое количество статистических данных может оказаться недоступным.

Поскольку облачная среда является сложной системой с обширным набором показателей, для прогноза его поведения

необходимы методы, учитывающие многообразие имеющихся параметров. По этой причине в данной работе предлагается использовать метод группового учета аргументов (МГУА) [4]. В отличие от нейронных сетей, где структура модели формируется на этапе обучения, в МГУА с каждой новой порции данных подбирается модель оптимальной структуры. МГУА обладает преимуществами перед нейронными сетями, когда отсутствует или почти отсутствует априорная информация о структуре модели и распределении ее параметров, а также когда число наблюдений крайне мало.

Общая структура модели задается обобщенным полиномом Колмогорова – Габора с ограниченной сложностью модели, которая определяется числом членов полинома, имеющего следующий вид [4]:

$$Y(x_1, \dots, x_M) = a_0 + \sum_{i=1}^M a_i x_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^M \sum_{j=i}^M \sum_{k=j}^M a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots,$$

где  $X = (x_1, \dots, x_M)$  – вектор входных переменных (аргументов), а коэффициенты  $a$  неизвестны и их необходимо найти.

Параметры модели подбираются методом наименьших квадратов в соответствии с заданными значениями загрузки.

Для прогнозирования перегрузок серверов было разработано и зарегистрировано соответствующее программное обеспечение [2]. В общем виде алгоритм обнаружения перегрузок приведен в листинге 1. В предложенном алгоритме присутствует так называемый параметр безопасности, определяющий, насколько система чувствительна к перегрузкам. Значение параметра меньше единицы приводит к меньшей чувствительности к отклонениям загрузки процессора и соответственно к возможному увеличению нарушений SLA-соглашений.

## *2.5. БЛОК ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ*

В случае выявления одного или нескольких недогруженных или перегруженных серверов глобальный контроллер должен составить новую карту размещения виртуальных машин в соответствии с определенными критериями.

На каждом физическом сервере в общем случае размещается несколько ВМ. Алгоритмы выбора ВМ для миграции исследовались в литературе: по минимуму оперативной памяти (ОП), случайный выбор, ВМ с максимальной корреляцией и др., среди них первый показал хорошие результаты, так как миграция такой ВМ с наименьшей ОП происходит быстрее всего [11].

*Листинг 1.*

---

```

Вход: порог, загрузка[], порядокМодели, параметрБезопасности,
      числоОкон
Выход: Является ли хост перегруженным
1 if  $len(загрузка) < числоОкон$  then
2   | return false;
3 end
4  $X \leftarrow 1:9$ ;
5 оценка  $\leftarrow$  MGUA(числоОкон, числоВходныхПеременных, X, загрузка[],
   числоТочекВОбучающейВыборке, числоТочекВПроверочнойВыборке,
   порядокМодели);
6  $x \leftarrow$  числоОкон;
7 switch порядокМодели do
8   | case 1 do
9     | прогноз  $\leftarrow$  оценка[0] + оценка[1]*x; break;
10  | case 2 do
11    | прогноз  $\leftarrow$  оценка[0] + оценка[1]*x + оценка[2]*x2; break;
12  | case 3 do
13    | прогноз  $\leftarrow$  оценка[0] + оценка[1]*x + оценка[2]*x2 + оценка[3]*x3;
14    | break;
14 end
15 return параметрБезопасности * прогноз  $\geq$  порог

```

---

Требования к методу размещения виртуальных машин следующие [36]:

- для повышения энергоэффективности виртуальные машины следует размещать на меньшем числе физических серверов при соблюдении требований на качество обслуживания;

- следует учитывать как миграцию отдельных ВМ, так и групп виртуальных машин (кластеров);
- при миграции кластеров алгоритм должен попытаться разместить взаимосвязанные виртуальные машины на одном физическом сервере или близкорасположенных серверах, в лучшем случае в одной стойке;
- некоторым отдельным виртуальным машинам запрещено мигрировать;
- точное решение задачи оптимизации размещения ВМ должно быть получено за приемлемое время.

Выбор хоста назначения для мигрирующей ВМ в большинстве платформ осуществляется в соответствии с алгоритмом FFD: физические хосты упорядочиваются в соответствии с загрузкой ресурсов и выбирается первый незагруженный сервер.

Такой выбор позволяет сбалансировать нагрузку на серверы и обеспечить выполнение показателей качества, но не учитывает другие критерии, такие как энергопотребление и эффективность используемых ресурсов.

Для преодоления этих недостатков сформулируем следующую задачу оптимизации [6].

Пусть дано  $N$  серверов и  $N$  виртуальных машин для миграции. Для каждой ВМ задается производительность процессора  $VM_i^{CPU}$ , измеряемая в миллионах инструкций в секунду или, если все процессоры одинаковые, числом ядер. Объем оперативной памяти ВМ обозначим  $VM_i^{RAM}$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

Каждый физический сервер имеет свои характеристики: производительность процессора  $PM_j^{CPU_0}$  и оперативную память ( $PM_j^{RAM_0}$ ). Поскольку сервер может находиться в рабочем состоянии, часть ресурсов может быть занята другими ВМ. Занятую часть процессора обозначим как  $PM_j^{CPU_1}$ , а занятую часть памяти –  $PM_j^{RAM_1}$ . Предположим, что у любого физического сервера достаточно ресурсов для размещения любой виртуальной машины.

Глобальный контроллер должен определить серверы, на которые будут перемещены виртуальные машины. Поскольку размещение происходит динамически в течение одного цикла

контроллера, на каждом отдельном сервере можно разместить только одну виртуальную машину, так же как каждую виртуальную машину можно разместить только на одном сервере. Постановку задачи можно проиллюстрировать в виде полного двудольного графа (рис. 3).

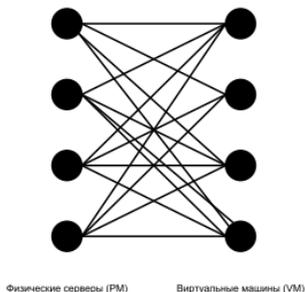


Рис. 3. Иллюстрация задачи размещения виртуальных машин по серверам в виде полного двудольного графа

Предположим, что виртуальная машина, размещенная на сервере, занимает всю выделенную ей память и время процессора. Обозначим  $u_{ij}^{CPU}$  загрузку ЦП сервера  $j$  после размещения VM  $i$  и  $u_{ij}^{RAM}$  – загрузку памяти сервера  $j$  после размещения VM  $i$ .

$$(1) \quad u_{ij}^{CPU} = \frac{PM_j^{CPU\_1} + VM_i^{CPU}}{PM_j^{CPU\_0}},$$

$$(2) \quad u_{ij}^{RAM} = \frac{PM_j^{RAM\_1} + VM_i^{RAM}}{PM_j^{RAM\_0}}.$$

Бинарные переменные задачи  $x_{ij}$  означают наличие или отсутствие размещения виртуальной машины  $i$  на сервере  $j$ .

Оптимизация производится по комбинированному критерию, являющемуся линейной комбинацией двух критериев неравномерности загрузки ресурсов и нарушения SLA-соглашений.

Критерий неравномерности загрузки ресурсов выглядит следующим образом:

$$(3) \quad f_{res}^j(u_{ij}^{CPU}, u_{ij}^{RAM}) = 1 - u_{ij}^{CPU} \cdot u_{ij}^{RAM}.$$

Этот критерий отражает, насколько полно используются ресурсы различных типов серверов. Значения этого критерия варьируются от 0 до 1. Чем ближе значение критерия к нулю, тем лучше используются ресурсы сервера.

Критерий нарушений SLA-соглашений выглядит следующим образом:

$$(4) \quad f_{SLA}^j(u_{ij}^{CPU}) = 1 - \frac{1}{1 + e^{-\left(u_{ij}^{CPU} - 0,8\right)}}.$$

Значение этой функции также принадлежит диапазону от 0 до 1. При достижении порога  $u_{ij}^{CPU} = 0,8$  значение функции равно 0,5 и быстро увеличивается при превышении порогового значения. Этот критерий должен быть минимизирован.

Данные критерии перемножаются на неотрицательные веса  $\alpha_1, \alpha_2$ , сумма которых равна 1. Веса отражают сравнительную важность критериев для лица, принимающего решения. Таким лицом может выступать системный администратор ЦОД. Математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$(5) \quad \alpha_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N f_{res}^j(u_{ij}^{CPU}, u_{ij}^{RAM}) \cdot x_{ij} + \alpha_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N f_{SLA}^j(u_{ij}^{CPU}) \cdot x_{ij} \rightarrow \min_{x \in \Delta\beta}$$

где множество допустимых альтернатив  $\Delta\beta$  формируется следующей системой ограничений:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}, \\ \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\}, \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in \{1, 2, \dots, N\}. \end{array} \right.$$

Сформулированная задача по структуре, необходимым условиям и характеру переменных эквивалентна известной

основной задаче о назначениях. Данная задача решается венгерским методом, который позволяет найти точное решение за время  $O(N^3)$  [27]. Известно, что задача о назначениях может быть сведена к закрытой транспортной задаче путем замены последнего ограничения на  $x_{ij} \geq 0$  [5].

В случае несимметричной задачи она может быть сведена к симметричной путем введения фиктивных серверов и виртуальных машин, по примеру транспортной задачи, к которой может быть сведена задача о назначении.

Предположение о том, что у каждого сервера достаточно ресурсов для размещения любой виртуальной машины, не всегда применимо. В этом случае граф назначений является неполным двудольным графом (рис. 4).

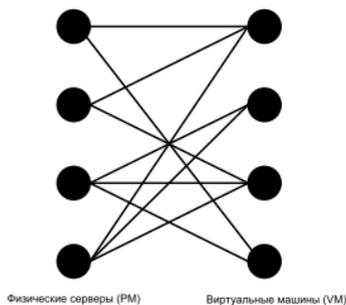


Рис.4. Иллюстрация задачи размещения виртуальных машин по серверам в виде неполного двудольного графа

В этом случае каждому коэффициенту целевой функции, соответствующему  $VM_i$  и  $PM_j$ , должно быть присвоено неэффективное большое число  $M$ , как это делается в симплекс-методе, чтобы данное назначение не было включено в решение задачи. Желательно выбрать число  $M$  равное  $N$ . Значение целевой функции при правильном размещении виртуальной машины всегда меньше  $N$ . Если значение целевой функции становится больше  $N$ , это означает, что ресурсов хоста недостаточно для обслуживания виртуальных машин и необходимо включить дополнительные физические серверы. Более того, можно быстро

определить, скольким виртуальным машинам не хватает места на физических серверах: для этого надо нацело разделить полученное значение целевой функции  $F$  на  $N$ .

Для оценки эффективности предложенного метода разработаны имитационные модели на платформе CloudSim [14], которая представляет собой набор основных классов, написанных на Java. Их можно использовать для построения модели среды облачных вычислений с желаемыми характеристиками. CloudSim поддерживает моделирование центров обработки данных, виртуализацию серверов с настраиваемыми политиками предоставления ресурсов виртуальным машинам, сетевые топологии, обмен сообщениями между приложениями. В режиме отладки и с помощью информационных сообщений можно контролировать ход моделирования.

Предлагаемый метод размещения ВМ встроен в модель энергоэффективного центра обработки данных, разработанную в [11]. Моделирование проводилось для центра обработки данных, состоящего из 100 физических серверов, половина из которых – HP ProLiant ML110G4, а другая половина – HP ProLiant ML110G5. Производительность ЦП измерялась в миллионах инструкций в секунду (MIPS) – 160 MIPS на каждое ядро для сервера HP ProLiant ML110G5 и 2660 MIPS для сервера HP ProLiant ML110C5. Каждый сервер имеет подключение к сети 1 Гбит/с. Задавалось энергопотребление серверов при разных уровнях нагрузки.

В процессе моделирования использовались четыре типа виртуальных машин, соответствующие экземплярам Amazon:

- 2500 MIPS, ОЗУ 0,85 ГБ;
- 2000 MIPS, 3,75 ГБ ОЗУ;
- 1000 MIPS, 1,7 ГБ ОЗУ;
- 500 MIPS, 613 ГБ ОЗУ.

Использовались реальные данные рабочей нагрузки, доступные в CloudSim [44]. Эти фрагменты рабочей нагрузки содержат данные об использовании процессора, собранные с более чем 1000 виртуальных машин проекта PlanetLab в течение случайно выбранных 10 дней весной 2010 года. Для проведения повторяемых экспериментов в разумные сроки в этой работе

были взяты только первые 150 фрагментов нагрузок виртуальных машин. Интервал измерения нагрузки – 5 минут.

Моделирование проводилось со всеми 10 рабочими нагрузками, включенными в CloudSim. Изменялись значения весовых коэффициентов критериев от 0,1 до 0,9 с шагом 0,1. Результаты сравнивались с алгоритмом FFD. Параметры нагрузки приведены в таблице 1 [11].

Таблица 1. Числовые характеристики нагрузки (загрузка процессора (%))

Дата	Число VM	Среднее	Станд. отклон.	Кварт. 1	Медиана	Кварт. 3
03/03/2011	1052	12,31%	17,09%	2%	6%	15%
06/03/2011	898	11,44%	16,83%	2%	5%	13%
09/03/2011	1061	10,70%	15,57%	2%	4%	13%
22/03/2011	1516	9,26%	12,78%	2%	5%	12%
25/03/2011	1078	10,56%	14,14%	2%	6%	14%
03/04/2011	1463	12,39%	16,55%	2%	6%	17%
09/04/2011	1358	11,12%	15,09%	2%	6%	15%
11/04/2011	1233	11,56%	15,07%	2%	6%	16%
12/04/2011	1054	11,54%	15,15%	2%	6%	16%
20/04/2011	1033	10,43%	15,21%	2%	4%	12%

Эффективность алгоритмов оценивалась по таким показателям, как общее энергопотребление центра обработки данных (E) и нарушение SLA-соглашений (SLAV), которые были объединены в комбинированную метрику  $ESV = E \cdot SLAV$ .

Всего было проведено 100 экспериментов. Результаты одного из них приведены на рис. 4, где показаны значения комбинированной метрики ESV для нагрузки на дату на 03/06/2011.

Во всех экспериментах предлагаемый алгоритм размещения виртуальных машин превосходит алгоритм FFD как по сравнению с частными критериями, так и по показателю ESV. На рис. 5 приведены ящичковые диаграммы, отражающие во сколько раз метрика ESV по предлагаемому алгоритму

в различных экспериментах меньше чем по алгоритму FFD в имитационных моделях с различными нагрузками.

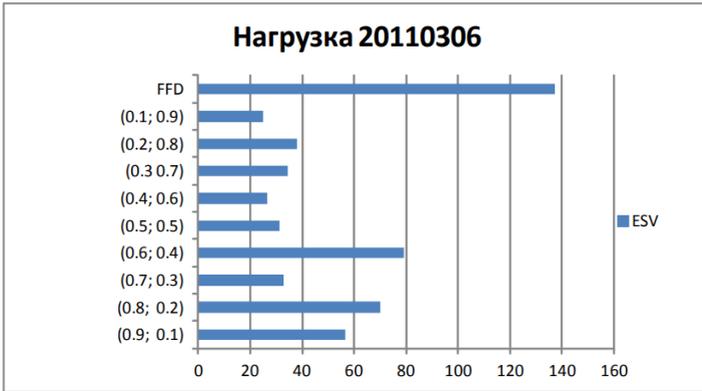


Рис. 4. Сравнение значений метрики ESV для нагрузки 06/03/2011 для алгоритма FFD и предлагаемого алгоритма с различными значения весовых коэффициентов

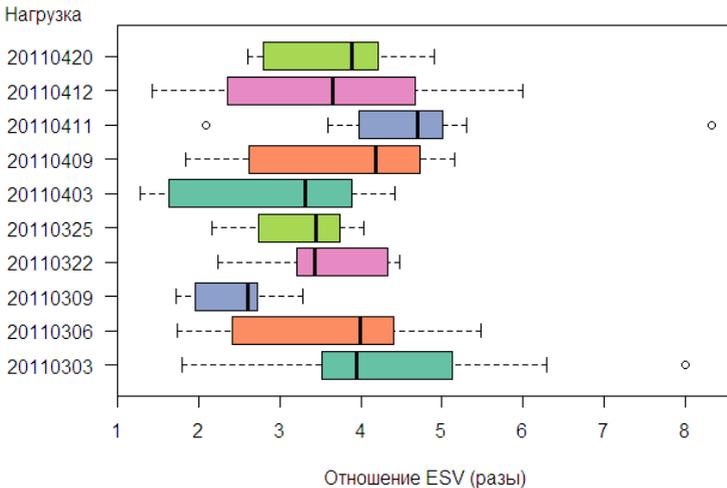


Рис. 5. Ящичковые диаграммы распределения отношения метрики ESV для алгоритма FFD к предлагаемому алгоритму для различных нагрузок

В целом моделирование показало, что предложенный метод размещения виртуальных машин позволяет получить в среднем в 3,5 раза лучшие результаты по комбинированной метрике ESV (энергопотребление и нарушения SLA-соглашений), чем используя распространенный на практике эвристический алгоритм FFD.

#### **4. Заключение**

В работе предложена совокупность методов и алгоритмов программно-аппаратного комплекса распределенного планировщика ресурсов в инфокоммуникационной системе облачного ЦОД с учётом оптимизации основных её характеристик на основе живой миграции виртуальных машин. В работе планировщика положен алгоритм прогнозирования перегрузки серверов на основе метода группового учета аргументов, что позволяет минимизировать число ненужных миграций виртуальных машин и тем самым повысить стабильность облачных сервисов. Разработанный метод многокритериального динамического размещения виртуальных машин по критериям нарушения SLA-соглашений и эффективности использования вычислительных ресурсов позволяет получить точное решение в режиме реального времени. Внедрение этих алгоритмов в планировщик ресурсов облачных ЦОД позволит уменьшить значение комбинированного критерия ESV (произведение энергопотребления и нарушения SLA-соглашений) в среднем в 3,5 раза по сравнению с широко распространённым на практике эвристическим алгоритмом FFD.

#### ***Литература***

1. ВОРОЖЦОВ А.С., ТУТОВА Н.В., ТУТОВ А.В. *Динамическое распределение вычислительных ресурсов центров обработки данных* // Т-Comm – Телекоммуникации и транспорт. – 2016. – Т. 10, №.7.

2. ВОРОЖЦОВ А.С., ТУТОВА Н.В., ТУТОВ А.В. *Программа для прогнозирования перегрузки серверов с использованием комбинаторного метода группового учета аргументов на языке программирования Java*. – Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RUS 2018666780 07.12.2018.
3. ВОРОЖЦОВ А.С., ТУТОВА Н.В., ТУТОВ А.В. *Оптимизация размещения облачных серверов в центрах обработки данных* // Т-Comm – Телекоммуникации и транспорт. – 2015. – Т. 9, №6. – С. 4–8.
4. ИВАХНЕНКО А.Г., СТЕПАШКО В.С. *Помехоустойчивость моделирования*. – Киев: Наукова Думка, 1985. – 216 с.
5. КРОТОВ В.Ф., ЛАГОША Б.А., ЛОБАНОВ С.М. и др. *Основы теории оптимального управления*. – М.: Высшая школа, 1990. – 430 с.
6. ТУТОВ А.В. и др. *Многокритериальная оптимизация размещения виртуальных машин по физическим серверам в облачных центрах обработки данных* // Т-Comm – Телекоммуникации и транспорт. – 2021. – Т. 15, №1. – С. 28–34.
7. ТУТОВ А.В. *Модели и методы распределения ресурсов инфокоммуникационной системы облачных центров обработки данных* // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2018. – Т. 10, №6. – С. 100–107.
8. ХАНТИМИРОВ Р.И. *Прогнозирование нагрузки в облачной вычислительной среде с использованием нейросетей Элмана, обучаемых системой искусственного иммунитета* // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2015. – №3. – С. 59–64.
9. ALHARBI F. et al. *An ant colony system for energy-efficient dynamic virtual machine placement in data centers* // Expert Systems with Applications. – 2019. – Vol. 120. – P. 228–238.
10. ALHAMMADI A.S.A., VASANTHI V. *Multi-objective algorithms for virtual machine selection and placement in cloud data center* // Int. Congress of Advanced Technology and Engineering (ICOTEN–2021). – IEEE, 2021. – P. 1–7.

11. BELOGLAZOV A., BUYYA R. *Optimal online deterministic algorithms and adaptive heuristics for energy and performance efficient dynamic consolidation of virtual machines in cloud data centers* // Concurrency and Computation: Practice and Experience. – 2012. – Vol. 24, No. 13. – P. 1397–1420.
12. BELOGLAZOV A., BUYYA R. *Managing overloaded hosts for dynamic consolidation of virtual machines in cloud data centers under quality of service constraints* // IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems. – 2012. – Vol. 24, No. 7. – P. 1366–1379.
13. BUYYA R. et al. *A manifesto for future generation cloud computing: Research directions for the next decade* // ACM computing surveys (CSUR). – 2018. – Vol. 51, No. 5. – P. 1–38.
14. CALHEIROS R.N. et al. *CloudSim: a toolkit for modeling and simulation of cloud computing environments and evaluation of resource provisioning algorithms* // Software: Practice and experience. – 2011. – Vol. 41, No. 1. – P. 23–50.
15. CAMATI R.S., CALSAVARA A., LIMA JR L. *Solving the virtual machine placement problem as a multiple multidimensional knapsack problem* // ICN-2014. – 2014. – Vol. 264.
16. DINESH KUMAR K., UMAMAHESWARI E. *An efficient proactive VM consolidation technique with improved LSTM network in a cloud environment* // Computing. – 2024. – Vol. 106, No. 1. – P. 1–28.
17. FARZAI S., SHIRVANI M.H., RABBANI M. *Multi-objective communication-aware optimization for virtual machine placement in cloud datacenters* // Sustainable Computing: Informatics and Systems. – 2020. – Vol. 28. – P. 100374.
18. FELLER E., RILLING L., MORIN C. *Energy-aware ant colony based workload placement in clouds* // IEEE/ACM 12th Int. Conf. on Grid Computing – 2011. – IEEE, 2011. – P. 26–33.
19. FENG H., DENG Y., LI J. *A global-energy-aware virtual machine placement strategy for cloud data centers* // Journal of Systems Architecture. – 2021. – Vol. 116. – P. 102048.

20. FERDAUS M.H. et al. *Virtual machine consolidation in cloud data centers using ACO metaheuristic* // Proc. of the 20th Int. Conf. Euro-Par–2014, Parallel Processing:, Porto, Portugal, August 25–29, 2014. 20. – Springer Int. Publishing, 2014. – P. 306–317.
21. FERDAUS M.H. et al. *An algorithm for network and data-aware placement of multi-tier applications in cloud data centers* // Journal of Network and Computer Applications. – 2017. – Vol. 98. – P. 65–83.
22. GAO Y. et al. *A multi-objective ant colony system algorithm for virtual machine placement in cloud computing* // Journal of computer and system sciences. – 2013. – Vol. 79, No. 8. – P. 1230–1242.
23. GILL S.S., BUYYA R. *Sustainable cloud computing realization for different applications: a manifesto* // Digital Business: Business Algorithms, Cloud Computing and Data Engineering. – 2019. – P. 95–117.
24. GULATI A. et al. *Vmware distributed resource management: Design, implementation, and lessons learned* // VMware Technical Journal. – 2012. – Vol. 1, No. 1. – P. 45–64.
25. HUEBSCHER M.C., MCCANN J.A. *A survey of autonomic computing—degrees, models, and applications* // ACM Computing Surveys (CSUR). – 2008. – Vol. 40, No. 3. – P. 1–28.
26. KIANI M., KHAYYAMBASHI M.R. *A network-aware and power-efficient virtual machine placement scheme in cloud datacenters based on chemical reaction optimization* // Computer Networks. – 2021. – Vol. 196. – P. 108270.
27. KUHN H.W. *The Hungarian method for the assignment problem* // Naval research logistics quarterly. – 1955. – Vol. 2, No. 1–2. – P. 83–97.
28. KUSIC D. et al. *Power and performance management of virtualized computing environments via lookahead control* // Cluster computing. – 2009. – Vol. 12. – P. 1–15.
29. LU J. et al. *Optimal machine placement based on improved genetic algorithm in cloud computing* // The Journal of Supercomputing. – 2022. – P. 1–29.

30. LUO J.Y. et al. *A cut-and-solve algorithm for virtual machine consolidation problem* // Future Generation Computer Systems. – 2024. – Vol. 154. – P. 359–372.
31. MOGES F.F., ABEBE S.L. *Energy-aware VM placement algorithms for the OpenStack Neat consolidation framework* // Journal of Cloud Computing. – 2019. – Vol. 8, No. 1. – P. 2.
32. MURTAZAEV A., OH S. *Sercon: Server consolidation algorithm using live migration of virtual machines for green computing* // IETE Technical Review. – 2011. – Vol. 28, No. 3. – P. 212–231.
33. RANI K., SANGWAN O.P., GARG R. *A critical review on energy efficient Rani scheduling techniques in cloud computing* // AIP Conference Proc. – AIP Publishing, 2023. – Vol. 2938, No. 1.
34. SAXENA D. et al. *A secure and multiobjective virtual machine placement framework for cloud data center* // IEEE Systems Journal. – 2021. – Vol. 16, No. 2. – P. 3163–3174.
35. SHAW R., HOWLEY E., BARRETT E. *An energy efficient anti-correlated virtual machine placement algorithm using resource usage predictions* // Simulation Modelling Practice and Theory. – 2019. – Vol. 93. – P. 322–342.
36. TOUTOV A.V. et al. *Resource Allocation Algorithms for Single, Cluster and Tired Virtual Machines* // Intelligent Technologies and Electronic Devices in Vehicle and Road Transport Complex (TIRVED–2023). – IEEE, 2023. – P. 1–4.
37. TOUTOV A., VOROZHTSOV A., TOUTOVA N. *Analytical approach to estimating total migration time of virtual machines with various applications* // Int. Journal of Embedded and Real-Time Communication Systems (IJERTCS). – 2020. – Vol. 11, No. 2. – P. 58–75.
38. VOROZHTSOV A. S., TOUTOVA N.V., TOUTOV A.V. *Resource control system stability of mobile data centers* // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. – IEEE, 2018. – P. 1–4.
39. WU Y. et al. *Load prediction using hybrid model for computational grid* // 8th IEEE/ACM Int. Conf. on Grid Computing. – IEEE, 2007. – P. 235–242.

40. XU J., FORTES J. *A multi-objective approach to virtual machine management in datacenters* // Proc. of the 8th ACM Int. Conf. on Autonomic Computing. – 2011. – P. 225–234.
41. XU J., FORTES J. *Multi-objective virtual machine placement in virtualized data center environments* // IEEE/ACM Int. Conf. on Green Computing and Communications & Int. Conf. on Cyber, Physical and Social Computing. – IEEE, 2010. – P. 179–188.
42. YANG Q. et al. *A new method based on PSR and EA-GMDH for host load prediction in cloud computing system* // The Journal of Supercomputing. – 2014. – Vol. 68. – P. 1402–1417.
43. ZHANG Q. et al. *Dynamic energy-aware capacity provisioning for cloud computing environments* // Proc. of the 9th Int. Conf. on Autonomic computing. – 2012. – P. 145–154.
44. URL: <https://github.com/Cloudslab/cloudsim/tree/master/modules/cloudsim-examples/src/main/resources/workload/planetlab> (дата обращения: 05.05.2024).

## **ARCHITECTURE OF A DISTRIBUTED SOFTWARE AND HARDWARE COMPLEX RESOURCE SCHEDULER OF INFOCOMMUNICATION SYSTEM OF CLOUD DATA CENTER**

**Andrew Toutov**, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, postgraduate (andrew\_vidnoe@mail.ru).

**Mais Farhadov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (mais.farhadov@gmail.com).

**Arsenij Taratukhin**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, engineer (avt@ipu.ru).

**Server Kerimov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, engineer (serverdevel@ya.ru)

*Abstract: With the development of cloud technologies, the development of methods and algorithms for a resource scheduler for cloud data centers is an urgent task, as evidenced by the continuous flow of works devoted to this topic. The criteria for the best allocation of resources can be different, such as energy efficiency, fulfillment of service level agreements, reliability and others. Based on the analyzed works, mod-*

*els, methods and algorithms for resource distribution were selected and developed, the complex of which forms the basis of the distributed resource scheduler architecture proposed in this article for an infocommunication system of a cloud data center based on multi-criteria optimization of its characteristics and features of live migration of virtual machines. The effectiveness of the models and methods used has been confirmed by simulation modeling and makes it possible to reduce energy consumption when meeting quality of service indicators.*

Keywords: infocommunication system, resource scheduler, data processing center, virtual machine placement, energy efficiency.

УДК 004.41

ББК 32.972

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.12

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.А. Печниковым.*

*Поступила в редакцию 22.02.2024.  
Опубликована 31.05.2024.*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА ПРИ ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**Тихменев Н. В.<sup>1</sup>, Назаров С. И.<sup>2</sup>, Ушанов А. А.<sup>3</sup>**  
(АО «Государственный научно-исследовательский  
институт приборостроения», Москва)

**Синельников А. О.<sup>4</sup>**  
(АО «Государственный научно-исследовательский  
институт приборостроения», Москва,  
Российский университет дружбы народов, Москва)

*Выполнен теоретический анализ и экспериментальное исследование функционирования кольцевого лазерного гироскопа при вибрационных воздействиях. Целью исследования является улучшение технико-экономических и эксплуатационных характеристик, заключающихся в снижении чувствительности кольцевого лазерного гироскопа на виброподвесе к внешним механическим воздействиям. Выполнен обзор ключевых характеристик и конструктивно-технологических решений построения наиболее распространённых в России и за рубежом моделей кольцевых лазерных гироскопов и инерциальных навигационных систем на их основе. Проведены динамические расчёты конструкции прибора. Используя методы конечно-элементного анализа, исследовано функционирование механической системы кольцевого лазерного гироскопа при вибрационных воздействиях. Экспериментально исследовано влияние внешнего вибрационного воздействия на выходной сигнал кольцевого лазерного гироскопа на виброподвесе. Показано, что ошибки измерения угловой скорости возникают в области частот собственных резонансов конструкции. Получено согласование результатов расчёта собственных резонансных частот кольцевого лазерного гироскопа на виброподвесе с экспериментальными данными. Сформулированы требования, позволяющие повысить виброустойчивость конструкции. Данное исследование позволит разработать методику проектирования конструкции и систем жизнеобеспечения кольцевого лазерного гироскопа на виброподвесе на основе исследования ошибок, возникающих при внешних механических воздействиях.*

---

<sup>1</sup> Николай Владимович Тихменев, к.ф.-м.н., нач.отдела (nik-tikhmenev@yandex.ru).

<sup>2</sup> Сергей Иванович Назаров, аспирант (apologet17@yandex.ru).

<sup>3</sup> Александр Александрович Ушанов, аспирант (a.a.ushanov@mail.ru).

<sup>4</sup> Антон Олегович Синельников, к.т.н., доцент (mr.sinelnikov.a@mail.ru).

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, кольцевой лазерный гироскоп, виброподвес, частотная подставка, вибрационное воздействие.

## **1. Введение**

Развитие гражданской и оборонной промышленности с середины XX века привело к прогрессу систем ориентации, навигации и стабилизации наземной, воздушной и морской техники [2, 4, 8]. Базовыми элементами таких систем стали гироскопы, построенные на различных физических принципах [14].

Гироскопам, в том числе лазерным, посвящены многочисленные аналитические статьи и обзоры [15, 22–24]. Кольцевой лазерный гироскоп (КЛГ) является наиболее распространенным чувствительным элементом при решении задач автономной навигации, что обусловлено его высокой точностью, широким диапазоном измеряемых угловых скоростей, малой чувствительностью к внешним воздействиям, удобством съема и обработки выходной информации [7].

Вопросам совершенствования КЛГ с механической вибрационной частотной подставкой в настоящее время уделяется большое внимание [1, 16–19], поскольку виброподвес, применяемый для преодоления эффекта захвата частот встречных волн, при этом является дополнительным источником его погрешностей [13].

Настоящая работа посвящена исследованию функционирования КЛГ на виброподвесе при внешних механических возмущениях. Актуальность темы исследования вызвана отсутствием на отечественном рынке КЛГ на виброподвесе с характеристиками, обеспечивающими точность не хуже 0,01 %/ч при виброустойчивости до 20 g [20].

Целью работы является выявление причин нарушения точностных характеристик КЛГ на виброподвесе и поиск возможности уменьшения погрешностей, возникающих под действием внешних вибраций.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

1. Обзор характеристик и конструктивно-технологических решений построения наиболее распространённых в России и за рубежом моделей КЛГ и инерциальных измерительных систем (ИНС) на их основе.

2. Анализ конструкции КЛГ с помощью динамической модели, определение частот собственных резонансов и исследование их влияния на точность КЛГ.

3. Экспериментальное исследование КЛГ для верификации динамической модели и поиска технических решений по повышению его виброустойчивости.

## 2. Постановка задачи

Для выявления образцов навигационных систем, устойчивых к вибрационным воздействиям, проведен анализ наиболее распространённых в России и за рубежом моделей КЛГ и ИНС на их основе [10, 14, 20]. Основные параметры точных приборов представлены в таблице 1, грубых – в таблице 2.

Таблица 1. «Точные ИНС для автономной навигации»

Класс КЛГ	Точные для автономной навигации	
Фирма	Honeywell, США	АО КРЭТ, РФ
Модель ИНС/ГИБ	HG9900	БИНС-СП
Модель КЛГ	GG-1320	Тип КЛ-3
Периметр КЛГ, см	15,4	28
Точность КЛГ, град/ч	0,0035	0,0035-0,01
Виброустойчивость, g	20 g	4,5 g
Амортизация в составе ИНС	Есть	Есть
Физический принцип построения КЛГ	Линейная поляризация света, механическое расщепление частот вибрационным подвесом	
Объем ИНС/ГИБ, л	3,2/–	18,3/6,5

Отмечено, что фирмой Honeywell (США) решаются разнообразные задачи навигации с помощью двух типов КЛГ на виброподвесе: это высокоточные приборы типа GG-1320 с точностью не хуже 0,01°/час для автономной навигации и миниатюрные бюджетные приборы типа GG-1308 с точностью 1°/час

для стабилизации курса [21]. Эти КЛГ обладают вибрационной устойчивостью до 20 g.

Таблица 2. «Грубые ИНС для навигации со спутниковой коррекцией»

Класс КЛГ	Грубые для навигации со спутниковой коррекцией	
Фирма	Honeywell, США	АО «НИИ «Полнос» им. М.Ф. Стельмаха», РФ
Модель ИНС/ГИБ	HG 1700AG37	МТ-401
Модель КЛГ	GG-1308	ЭК-104С
Периметр КЛГ, см	6,1	16
Точность КЛГ, град/ч	1	1
Виброустойчивость, g	20 g	20 g
Амортизация в составе ИНС	Есть	Нет
Физический принцип построения КЛГ	Линейная поляризация света, механическое расщепление частот вибрационным подвесом	Круговая поляризация света, зеемановское расщепление частот магнитным полем
Объем ИНС/ГИБ, л	2,7/0,54	-/5,1

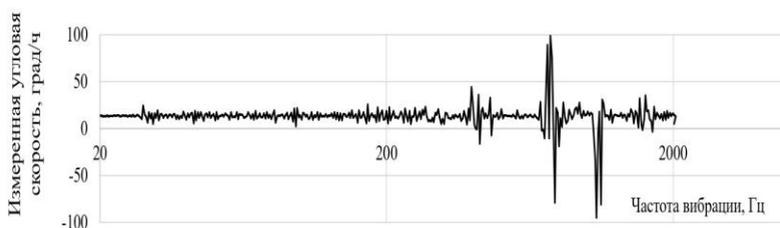
Отечественным аналогом прибора GG-1308 в настоящее время является КЛГ типа ЭК-104С с магнитооптической частотной подставкой, обладающий точностью до 1°/час и вибрационной устойчивостью до 20g [5]. Однако ИНС типа МТ-401 на основе КЛГ ЭК-104С значительно превышает зарубежный аналог по габаритам [11]. Ближайшим аналогом высокоточных КЛГ на виброподвесе типа GG-1320 является отечественный прибор КЛ-3 с точностью не хуже 0,01°/час, применение которого для автономной навигации высокоманевренных объектов ограничено невысокой вибрационной устойчивостью в 4,5 g [7].

Приведенный анализ показывает, что перспективным вектором развития лазерных ИНС является обеспечение виброустойчивости отечественных КЛГ с линейной поляризацией света и механическим расщеплением частот вибрационным

подвесом, обеспечивающих точность до  $0,01^\circ/\text{час}$  для автономной навигации.

Одной из возможных причин ограничения вибрационной устойчивости КЛГ на виброподвесе может быть нежесткость крепления кольцевого лазера [9], приводящая к дополнительным резонансам конструкции.

На рис. 1 представлены экспериментальные данные вибрационных испытаний КЛГ на виброподвесе в диапазоне частот 20–2000 Гц с амплитудой ускорения 4g.



*Рис. 1. Результаты исследования виброустойчивости КЛГ на виброподвесе*

Основным параметром, по которому оценивается функционирование КЛГ, является стабильность смещения нуля при отсутствии вращения. В ходе эксперимента с помощью КЛГ регистрировалась вертикальная проекция скорости вращения Земли ( $12,4^\circ/\text{ч}$ ) и смещение нуля, вызванное механическим воздействием. Из рис. 1 видно наличие ошибок в измерении угловой скорости КЛГ, причиной которых могут быть собственные резонансы конструкции, приводящие к снижению его функциональности при вибрационных воздействиях [12, 25].

### **3. Моделирование механической системы КЛГ на виброподвесе**

Для исследования функционирования механической системы КЛГ на виброподвесе была создана трехмерная модель, представленная рис. 2.

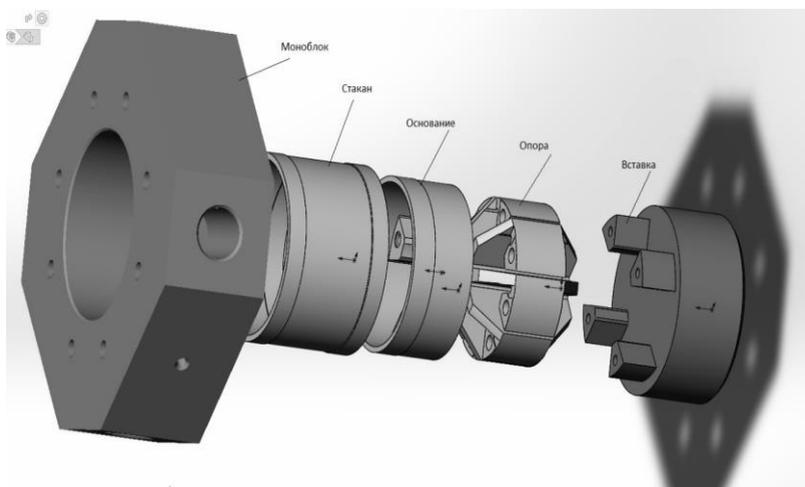


Рис. 2. Детализация модели КЛГ

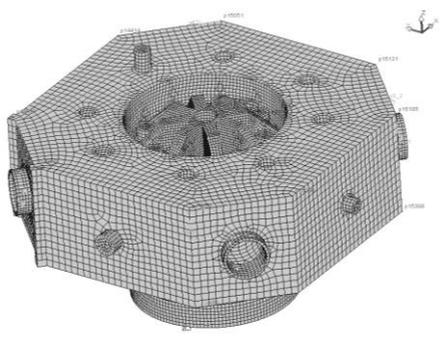
В таблице 3 указаны основные конструкционные элементы КЛГ и материалы, из которых они изготовлены.

Таблица 3. Конструкционный состав КЛГ на виброподвесе

Элемент	Материал
Моноблок КЛГ	Ситалл СО115М
Стакан	Инвар 36Н
Основание	Инвар 36Н
Опора	Инвар 36Н
Вставка	Титановый сплав ВТ6

Динамические расчёты конструкции выполнены в системе ANSYS и программном комплексе EULER. При использовании технологии программного комплекса EULER объект исследования (многокомпонентная механическая система) представляется как совокупность множества тел – звеньев, связанных кинематическими связями и упругодемпфирующими элементами (пружины, амортизаторы, отбойники, конструктивные жесткости и т.д.) [3].

Для выявления резонансов конструкции одноосного КЛГ в среде ANSYS была построена его конечно-элементная модель, представленная на рис. 3.



*Рис.3. Конечно-элементная модель КЛГ  
для динамического анализа*

Модель включает в себя моноблок лазерного резонатора, стакан и основание, предназначенные для компенсации теплового расширения вибрационной опоры, и фиксированной в пространстве вставки, к которой крепится вся конструкция (см. рис. 2, таблицу 3). Интерфейсные узлы на нижней поверхности титановой вставки жестко скрепляются между собой и создается поступательный шарнир между ними и инерциальным звеном. Модель испытания является параметризованной. Ось шарнира и направление силы гравитации меняется в зависимости от испытания. Частота виброподвеса постоянна.

Для моделирования функционирования КЛГ при внешних механических воздействиях была создана специальная модель испытания в программном комплексе EULER, имитирующая работу динамического вибрационного стенда.

Одним из самых распространенных методов проведения динамических испытаний является метод испытания синусоидальным сигналом. При этих испытаниях сигнал управления вибростендом имеет форму синусоиды, частота которой изменяется по времени. Уровень или амплитуда сигнала может задаваться в виде ускорения, скорости или перемещения.

Колебания вибростенда задаются программным движением на ускорения в поступательном шарнире. Функция ускорения является гармонической и имеет вид

$$(1) \quad F(A) = A \cdot \cos(2\pi \cdot \psi(t)),$$

где  $A$  – амплитуда колебаний, м/с<sup>2</sup>;  $t$  – текущий момент времени, с;  $\psi(t)$  – функция фазы колебаний.

Функция фазы колебаний  $\psi(t)$  подбирается таким образом, чтобы частота колебаний  $f$  плавно изменялась по показательному закону:

$$(2) \quad f = f_0 \cdot 2^{\frac{t}{t_f}},$$

где  $f_0$  – начальная частота, Гц;  $t_f$  – время удвоения частоты, с.

При  $t_f = 1$  с скорость изменения частоты колебаний вибростенда  $v_t$  соответствует 1 окт/с; при  $t_f = 60$   $v_t = 1$  окт/мин.

Для условия эксперимента был выбран диапазон частот от 20 Гц до 2000 Гц, амплитуда колебаний  $A = 1g$  (9,8 м/с<sup>2</sup>), скорость изменения частоты  $v_t = 1$  окт/мин.

Количество октав  $i_0$  определяется следующим выражением:

$$(3) \quad i_0 = \frac{\lg f_e}{\lg 2},$$

где  $f_e$  – конечная частота, Гц;  $f_0$  – начальная частота, Гц.

Функцию фазы  $\psi(t)$  можно найти интегрированием функции частоты по времени  $f(t)$ :

$$(4) \quad \psi(t) = \int f dt = f_0 \cdot \frac{2^{\frac{t}{t_s}} \cdot f_s}{\ln 2} + C.$$

Определим константу  $C$  из условия  $\psi(t) = 0$ . Отсюда функция фазы колебаний примет вид

$$(5) \quad \psi(t) = f_0 \cdot \frac{t_s \cdot (2^{\frac{t}{t_s}} - 1)}{\ln 2}.$$

Динамический анализ модели показал, что резонансы всей конструкции КЛГ определяются формой и упругими характеристиками детали «опора» (см. рис. 2), за счет ребер жесткости (лопастей) которой создаются крутильные колебания.

Колебания моноблока резонатора КЛГ при трех первых типах колебаний представлены на рис. 4.

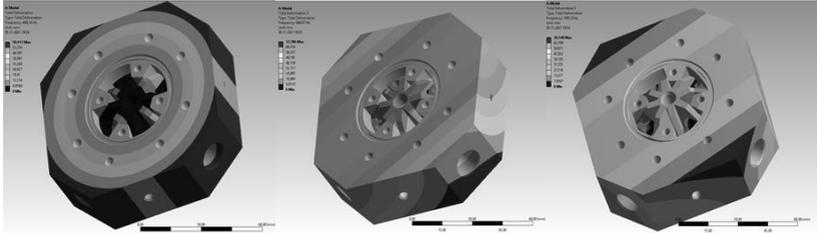


Рис. 4. а) Полезная мода; б) первый паразитный резонанс, в) второй паразитный резонанс

На рис. 4а показана основная «полезная» мода 0, представляющая резонанс крутильных колебаний виброподвеса на частоте  $\sim 400$  Гц. На рис. 4б показана «паразитная» мода, или первый паразитный резонанс, приводящий к раскачке моноблока КЛГ в двух ортогональных направлениях на частоте  $\sim 700$  Гц. На рис. 4в показан второй паразитный резонанс, приводящий к раскачке моноблока в двух ортогональных направлениях со смещением на частоте  $\sim 1100$  Гц.

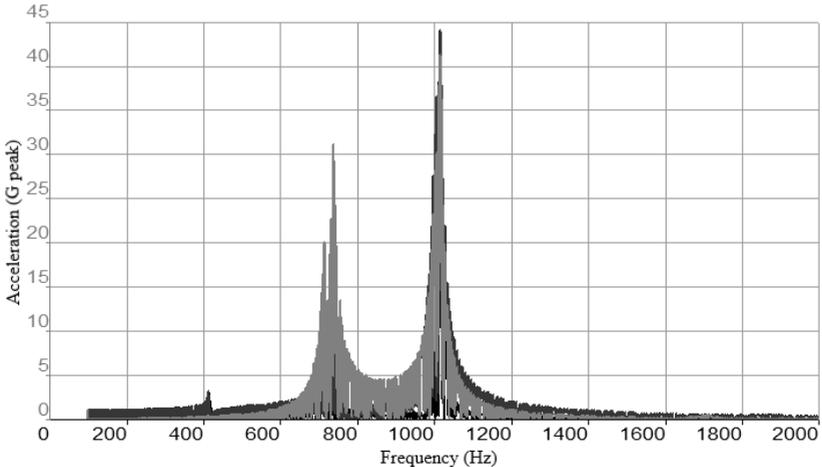


Рис. 5. Моделирование АЧХ

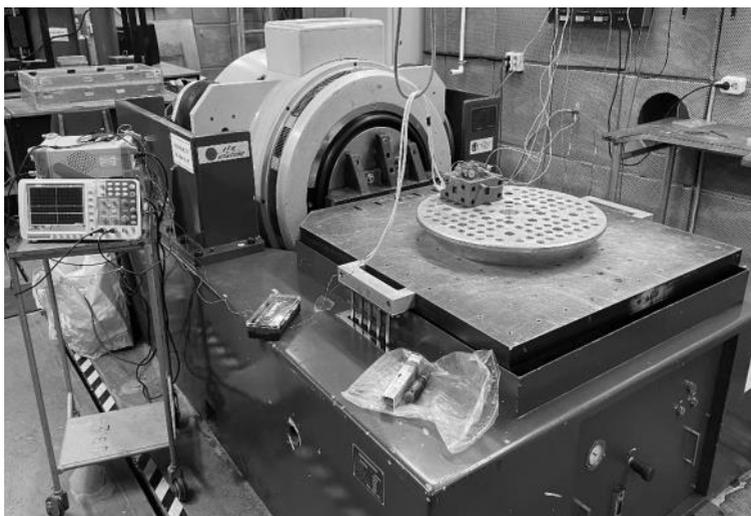
Пример рассчитанной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) динамической модели КЛГ в зависимости от частоты виброускорения нормированной по интенсивности  $1g$  при сканировании синусоидальным сигналом в диапазоне частот 20-2000 Гц показан на рис. 5.

Проверка теоретических расчетов и подтверждение результатов моделирования выполнены в ходе эксперимента, представленного в следующем разделе.

#### **4. Экспериментальное исследование функционирования КЛГ на виброподвесе**

Экспериментальные исследования проводились на масогабаритном макете КЛГ на виброподвесе. Для контроля амплитуды вибрационных воздействий на моноблоке КЛГ в трех ортогональных плоскостях были установлены акселерометры, которые вырабатывают выходной сигнал пропорциональный ускорению.

Общий вид макета КЛГ, установленного на горизонтальном динамическом вибрационном стенде, показан на рис. 6.



*Рис. 6. Исследуемый макет КЛГ на вибростенде*

На рис. 7 показан вид сверху макета КЛГ с координатными осями и местом крепления акселерометров.

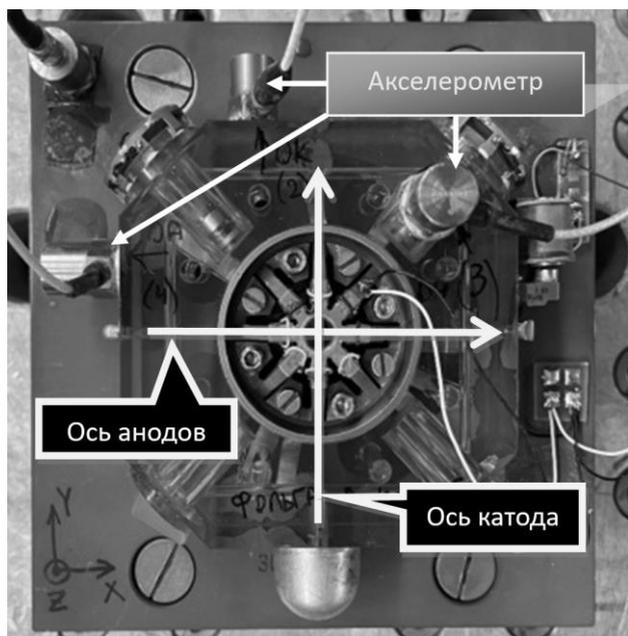


Рис. 7. Макет КЛГ с акселерометрами

Ось чувствительности КЛГ перпендикулярна оптическому контуру, лежащему в плоскости рисунка, и направлена вверх. Перпендикулярные ей боковые оси (ось катода, ось анодов) показаны белыми стрелками. Динамическое воздействие вибрационного стенда направлено вдоль оси катода макета КЛГ.

Акселерометры, закрепленные на взаимно перпендикулярных плоскостях моноблока, регистрируют амплитуду ускорения в направлениях по соответствующим осям координат. ]

Акселерометр, задающий амплитуду входного виброускорения динамического стенда, расположен на массивной оснастке, к которой крепится весь макет КЛГ.

На рис. 8 представлен вид одной из экспериментальных АЧХ, полученных на динамическом вибрационном стенде, при

механических воздействиях, соответствующих расчётной зависимости, полученной с помощью программного комплекса EULER. Видно хорошее согласование поведения расчётной динамической модели КЛГ с экспериментальными данными.

В области резонансов конструкции на моноблоке макета возникают виброускорения, в десятки раз превышающие амплитуду входного воздействия, что может являться причиной нарушения режима функционирования КЛГ.

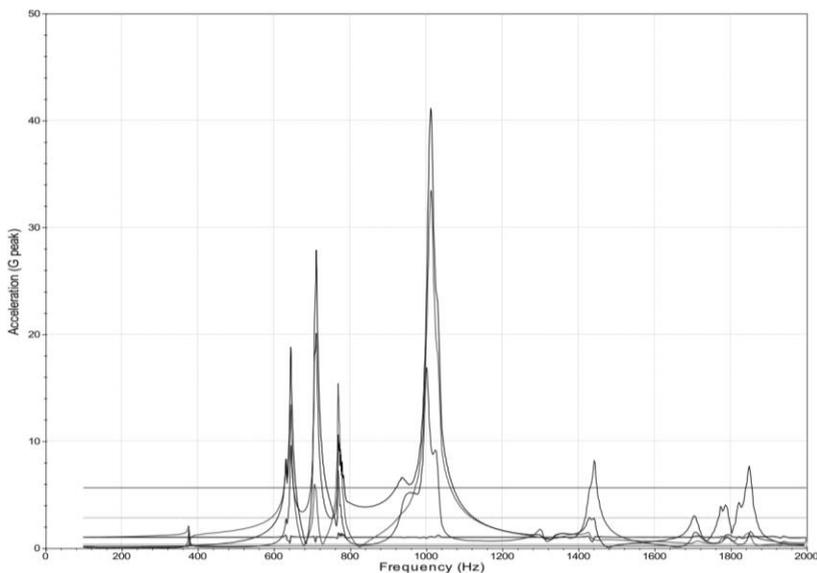


Рис. 8. Резонансы конструкции во время вибрации

## 5. Обсуждение результатов

По результатам моделирования определены собственные резонансные частоты и паразитные резонансы конструкции КЛГ на виброподвесе. Полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с результатами моделирования.

В таблице 4 приведено сравнение амплитуды ускорения на моноблоке КЛГ при перегрузках в области резонансов конструкции при моделировании и эксперименте.

Проведенные исследования виброустойчивости КЛГ на виброподвесе показывают, что основным источником ошибок измерения угловой скорости являются паразитные резонансы конструкции. Это позволяет сформулировать требования к доработке виброподвеса КЛГ, заключающейся в смещении частот паразитных резонансов за область диапазона воздействия (выше 2000 Гц), что существенно уменьшит ошибки измерения.

*Таблица 4. Сравнение характерных пиков с результатами эксперимента*

№ п/п	Динамическая модель		Экспериментальные данные	
	Частота, Гц	Амплитуда, g	Частота, Гц	Амплитуда, g
1	415	3	381	4
2	744	30	710	28
3	1026	40	1010	42
4	–	–	1440	7
5	–	–	1850	6

## **6. Заключение**

В работе рассмотрены характеристики наиболее распространённых типов КЛГ с вибрационной и магнитооптической частотными подставками.

Проведена оценка функционирования КЛГ на виброподвесе при воздействии синусоидальной вибрации с амплитудой 4g в диапазоне частот от 20 до 2000 Гц. Показано наличие выбросов выходной в характеристике КЛГ приводящих к снижению точности определения угловой скорости.

Теоретически и экспериментально исследовано влияние внешнего механического воздействия на работу КЛГ на виброподвесе. На основе динамических расчётов модели КЛГ определены собственные резонансные частоты конструкции. Получено согласование экспериментальных данных с результатами моделирования.

Показано, что ошибки измерения угловой скорости возникают в области частот собственных резонансов конструкции и

вызваны несовершенством механического узла виброподвеса КЛГ. Основные ошибки измерения угловой скорости возникают на частотах, близких или кратных резонансной частоте виброподвеса (380–410 Гц, 710–750 Гц, 1000–1100 Гц и др.).

На основе полученных данных сформулированы требования к изменению конструкции виброподвеса, позволяющие сдвинуть частоту паразитных резонансов выше 2000 Гц, что позволит повысить виброустойчивость КЛГ к внешним механическим воздействиям при сохранении требуемой точности измерения угловой скорости.

### Литература

1. АФАНАСЬЕВ В.Б., ВОРОБЬЕВ Т.К., МАМАЕВ В.А. и др. *Автоматизация процесса анализа отказов, оценки надежности и эффективности доработок изделий* // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». – 2021. – №1(36). – С. 76–84.
2. АФАНАСЬЕВ В.Б., МАМАЕВ В.А., МЕДВЕДЕВ В.М. и др. *К вопросам качества и надежности лазерных инерциальных систем* // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. – 2023. – №1(126). – С. 87–95.
3. БОЙКОВ В.Г., ЮДАКОВ А.А. *Моделирование динамики системы твердых и упругих тел в программном комплексе EULER* // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2011. – №1. – С. 42–52.
4. БОЛОТНОВ А.С. *Применение лазерного гироскопа в бесплатформенных инерциальных системах* // Политехнический молодежный журнал. – 2019. – Вып. 10(39).
5. ГРУШИН М.Е., КОЛБАС Ю.Ю. *Вибрационная ошибка лазерных гироскопов* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». – 2017. – №4(115). – С. 27–42.
6. ЕНИН В.Н., САНЕЕВ И.В., ВОЛКОВ Э.В. *Малогабаритный прецизионный лазерный гироскоп с виброподставкой* // Электронный журнал «Наука и образование». МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2017. – №5. – С. 105–118.
7. КУЗНЕЦОВ А.Г., МОЛЧАНОВ А.В., ЧИРКИН М.В. и др. *Прецизионный лазерный гироскоп для автономной инерциальной навигации* // Квантовая электроника. – 2015. – Т. 45, №1. – С. 78–88.

8. КУЗНЕЦОВ Е., ПОПОВ С., СОЛОВЬЕВА Т. *Применение кольцевых лазерных гироскопов компании «Ханиуэлл» в ракетно-бомбовом вооружении и беспилотных аппаратах ВС США* // За рубежом военное обозрение. – №6. – 2023. – С. 29–34.
9. ЛУКЬЯНОВ Д.П., РАСПОПОВ В.Я., ФИЛАТОВ Ю.В. *Прикладная теория гироскопов.* – СПб: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. – 316 с.
10. ПЕШЕХОНОВ В.Г. *Перспективы развития гироскопии* // Гироскопия и навигация. – 2020. – Т. 28, №2(109). – С. 3–10. – DOI: 10.17285/0869-7035.0028.
11. СИНЕЛЬНИКОВ А.О., МЕДВЕДЕВ А.А., ГОЛЯЕВ Ю.Д. и др. *Роль тепловых дрейфов нуля в магнитооптических зеемановских лазерных гироскопах* // Гироскопия и навигация. – 2021. – Т. 29, №4(115). – С. 46–55. – DOI 10.17285/0869-7035.0079.
12. ТИХМЕНЕВ Н.В., СИНЕЛЬНИКОВ А.О., УШАНОВ А.А. и др. *Взаимодействие виброподвеса кольцевого лазерного гироскопа с внешним механическим возмущением* // В сб.: XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов конференции. Санкт-Петербург, 2023. – С. 221–224.
13. ARONOWITZ F. *Fundamentals of the ring laser gyro* // Optical Gyros and their Application, RTO AGARDograph. – 1999. – Vol. 339, 3-1-3-45.
14. CHOPRA K.N. *Ring Laser Gyroscopes* // Optoelectronic Gyroscopes. Progress in Optical Science and Photonics. –2021. – Vol. 11. – Springer, Singapore.
15. DAMIANOS D., GIRARDIN G. *High-End Inertial Sensors for Defense, Aerospace & Industrial Applications* // Market and Technology Report by Yole development, 2020
16. FANG FANG, WENHUI ZENG, ZILONG LI *Coupled Dynamic Analysis and Decoupling Optimization Method of the Laser Gyro Inertial Measurement Unit* // Sensors. – 2020. – Vol. 20, No. 111. – DOI: 10.3390/s20010111.
17. JEONG ICK LEE. *Mechanical Design of Ring Laser Gyroscope Using Finite Element Method* // Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers. – 2013. – Vol. 22, No. 1, 2. – P. 107–111.
18. KUZNETSOV E., GOLYAEV Y., KOLBAS Y. et al. *The method of intelligent computer simulation of laser gyros behavior under vibrations to ensure their reliability and cost-effective development and production* // Proc. of SPIE. – 2020. – Vol. 11523, 115230B.

19. LIN WANG, WENQI WU, GENGLI et al. *Ring Laser Gyro G-Sensitive Misalignment Calibration in Linear Vibration Environments* // *Sensors*. – 2018. – Vol. 18. – P. 601. – DOI: 10.3390/s18020601.
20. LUKYANOV D., FILATOV YU., GOLYAEV YU. et al. *50th anniversary of the laser gyro* // *Proc. 20th Saint-Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems ICINS, 2013*. – P. 36–49.
21. OELSCHLAEGER M., THIELMAN L.O. *GG1308 ring laser gyro inertial measurement systems: Honeywell's low-cost solution for tactical applications* // *IEEE Position Location and Navigation Symposium, Las Vegas, USA, 1990*. – P. 528–536.
22. PASSARO V.M.N., CUCCOVILLO A., VAIAM L. et al. *Gyroscope Technology and Applications: A Review in the Industrial Perspective* // *Sensors*. – 2017. – Vol. 17, 2284. – P. 1–22.
23. ROBIN L., PERLMUTTER M. *Gyroscopes and IMUs for Defence Aerospace and Industrial* // *Report by Yole development, 2012*.
24. SHAODI WANG, ZHILI ZHANG *Research on principle, application and development trend of laser gyro* // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Vol. 1549(2). – 022118.
25. SINELNIKOV A.O., TIKHMENEV N.V., USHANOV A.A. et al. *Interaction of the Dither of a Ring Laser Gyroscope with an External Mechanical Disturbance* // *IEEE Xplore*. – 2023. – P. 1–4. – DOI: 10.23919/ICINS51816.2023.10168376.

## STYDY OF THE RING LASER GYROSCOPE FUNCTIONING ON VIBRATION INFLUENCES

**Nikolay Tikhmenev**, JSC «State Research Institute of Instrument Engineering», Moscow, Ph.D. of Physics and Mathematics Sciences, head of development department (nik-tikhmenev@yandex.ru).

**Sergey Nazarov**, JSC «State Research Institute of Instrument Engineering», Moscow, postgraduate student (apologet17@yandex.ru).

**Aleksandr Ushanov**, JSC «State Research Institute of Instrument Engineering», Moscow, postgraduate student (a.a.ushanov@mail.ru).

**Anton Sinelnikov**, JSC «State Research Institute of Instrument Engineering», Moscow, Ph.D. of Engineering Sciences, associate professor of RUDN University (mr.sinelnikov.a@mail.ru).

*Abstract: Theoretical analysis and experimental study of the ring laser gyroscope functioning under vibration influences was carried out in this work. The purpose of the study is to improve the technical, economic and operational characteristics, which consist in reducing the dithered ring laser gyroscope to external mechanical influences. The work provides a review of the key characteristics, design and technological solutions for constructing the most common models of ring laser gyroscopes and inertial navigation systems. Dynamic calculations of the device design have been carried out. The mechanical system functioning of the ring laser gyroscope under vibration influences was studied using finite element analysis methods. The external mechanical influence of the dithered ring laser gyroscope on output signal was studied experimentally. It is shown that errors in measuring angular velocity arise in the frequency range of the structure's own resonances. Agreement between the results of calculating the intrinsic resonances of an often dithered ring laser gyroscope and experimental data has been obtained. This research will allow us to develop a methodology for designing the dithered ring laser gyroscope structure and life support systems based on the study of errors arising from external mechanical influences.*

Keywords: inertial navigation system, ring laser gyroscope, dither, frequency bias, vibration influence.

УДК 629.7.054.07

ББК 32.86-53

DOI: 10.25728/ubs.2024.109.13

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии А.И. Алчиновым.*

*Поступила в редакцию 26.12.2023.*

*Опубликована 31.05.2024.*