

ISSN 2712-8687

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

**5/2023**

CONTROL  SCIENCES

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,  
И. А. Каляев, академик РАН,  
В. А. Левин, академик РАН,  
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,  
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,  
Е. А. Федосов, академик РАН

## РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,  
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,  
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,  
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,  
В. М. Вишнеvский, д-р техн. наук,  
А. О. Калашников, д-р техн. наук,  
В. В. Клочков, д-р экон. наук,  
С. А. Краснова, д-р техн. наук,  
Н. В. Кузнецов, д-р физ.-мат. наук,  
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,  
В. В. Кульба, д-р техн. наук,  
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,  
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,  
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,  
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук  
(ответственный секретарь),  
А. С. Мандель, д-р техн. наук,  
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,  
А. И. Михальский, д-р биол. наук,  
Д. А. Новиков, академик РАН  
(гл. редактор),  
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,  
Ф. Ф. Пашченко, д-р техн. наук  
(зам. гл. редактора),  
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,  
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,  
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,  
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,  
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,  
П. Ю. Чеботарёв, д-р физ.-мат. наук,  
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

## РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,  
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,  
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,  
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,  
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,  
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,  
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,  
д-р техн. наук,  
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,  
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,  
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,  
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,  
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

## ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, Academician of RAS<sup>1</sup>,  
I. A. Kalyaev, Academician of RAS,  
V. A. Levin, Academician of RAS,  
N. A. Makhutov, Corr. Member of RAS,  
A. F. Rezchikov, Corr. Member of RAS,  
S. N. Vassilyev, Academician of RAS

## EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),  
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),  
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),  
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),  
P. Yu. Chebotarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),  
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),  
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),  
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),  
N. V. Kuznetsov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech.),  
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),  
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),  
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),  
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),  
Executive Editor-in-Chief,  
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),  
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),  
D. A. Novikov, Academician of RAS,  
Editor-in-Chief,  
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),  
Deputy Editor-in-Chief,  
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),  
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),  
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),  
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),  
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),  
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

## LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),  
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),  
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),  
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),  
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,  
Dr. Sci. (Tech.),  
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),  
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),  
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),  
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),  
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),  
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

<sup>1</sup>Russian Academy of Sciences.



**CONTROL SCIENCES**  
Научно-технический  
журнал

6 номеров в год  
ISSN 1819-3161 (Print)  
ISSN 2712-8687 (Online)  
Издается с 2003 года

**УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ**

Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор  
академик РАН  
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора  
Ф.Ф. Пащенко

Ответственный секретарь  
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор  
Л.В. Петракова

Адрес редакции  
117997, ГСП-7, Москва,  
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: ru@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>  
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 31 октября 2023 г.

Свидетельство о регистрации  
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.  
выдано Министерством Российской  
Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств массовых  
коммуникаций

Свидетельство о регистрации  
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.  
выдано Федеральной службой  
по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и  
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе  
Web of Science и Перечень  
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс  
научного цитирования (РИНЦ).  
На сайте Научной электронной  
библиотеки ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)) доступны  
полные тексты статей.

© Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

## 5.2023

### СОДЕРЖАНИЕ

---

#### Обзоры

---

**Словохотов Ю.Л., Новиков Д.А.** Распределенный интеллект мультиагентных систем. Ч. 1. Основные характеристики и простейшие формы ..... 3

**Шведов А.С.** Олигополия Курно: выбор стратегий при неопределенности и другие вопросы ..... 23

---

#### Анализ и синтез систем управления

---

**Абдуллина Э.Ю., Ефанов В.Н.** Синтез системы управления подвижными объектами с коммутацией каналов ..... 40

---

#### Управление в социально-экономических системах

---

**Гусева Н.И., Трубникова О.Ю.** Стратегические способности как драйвер конкурентоспособности российских и международных компаний ..... 50

**Ажмухамедов И.М., Мачуева Д.А.** Моделирование отношения социума к введению мер эпидемической безопасности в условиях пандемии ..... 68

---

#### Информационные технологии в управлении

---

**Алчинов А.И., Гороховский И.Н.** Направления расширения функционала прикладной геоинформационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных навигационных систем ..... 78

---

#### Управление техническими системами и технологическими процессами

---

**Буков В.Н., Бронников А.М., Воробьев А.В.** и др. Мониторинг компонентов комплекса бортового оборудования в целях управления его избыточностью ..... 91



**CONTROL SCIENCES**  
Scientific Technical  
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

**FOUNDER and PUBLISHER**

**V.A. Trapeznikov**

Institute of Control Sciences  
of Russian Academy of Sciences

**Editor-in-Chief**

**D.A. Novikov, RAS Academician**

**Deputy Editor-in-Chief**

**F.F. Pashchenko**

**Executive Editor-in-Chief**

**N.E. Maximova**

**Editor**

**L.V. Petrakova**

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,  
Moscow 117997, Russia

☎ +7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

<http://controlsciences.org>

Published: October 31, 2023

Registration certificate of

ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

issued by the Ministry of Press,  
Broadcasting, and Mass Media  
of the Russian Federation

Registration certificate of

Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021

issued by the Federal Service  
for Supervision of Communications,  
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian  
Science Citation Index) on the platform  
Web of Science and in the list of peer-  
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic  
library ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)) full texts of  
articles are available

© V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences

of Russian Academy of Sciences

# CONTROL SCIENCES

## 5.2023

### CONTENTS

---

#### Surveys

---

**Slovokhotov, Yu.L. and Novikov, D.A.** Distributed Intelligence  
of Multi-Agent Systems. Part I: Basic Features and Simple Forms . . . 3

**Shvedov, A.S.** Cournot Oligopoly: Strategy Choice under  
Uncertainty and Other Problems . . . . . 23

---

#### Analysis and Design of Control Systems

---

**Abdullina, E.Yu. and Efanov, V.N.** Control System Design for  
Moving Objects with Channel Switching . . . . . 40

---

#### Control in Social and Economic Systems

---

**Guseva, N.I. and Trubnikova, O.Yu.** Strategic Capabilities as a  
Driver of Competitiveness: A Comparison of Russian and Global  
Companies . . . . . 50

**Azhmukhamedov, I.M. and Machueva, D.A.** Modeling Social  
Attitude to Introducing Epidemic Safety Measures in a Pandemic . . . 68

---

#### Information Technology in Control

---

**Alchinov, A.I. and Gorokhovskiy, I.N.** Expanding the  
Functionality of an Applied Geographic Information System for  
Modeling Search Correlation-Extreme Navigation Systems . . . . . 78

---

#### Control of Technical Systems and Industrial Processes

---

**Bukov, V.N., Bronnikov, A.M., Vorob'ev, A.V., et al.**  
Component Monitoring to Manage the Redundancy of an Onboard  
Equipment Complex . . . . . 91

# РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМ.

## Ч. 1. Основные характеристики и простейшие формы

Ю.Л. Словохотов, Д.А. Новиков

**Аннотация.** Рассмотрены признаки и эмпирические характеристики распределенного интеллекта (РИ) как способности коллективного агента воспринимать, обрабатывать и использовать информацию для достижения собственных целей. В первой части обзора обсуждаются наиболее существенные признаки «протоинтеллектуальных» и интеллектуальных систем, особенности РИ, индивидуального интеллекта человека и искусственного интеллекта (ИИ). Подчеркнута неразрывная связь РИ организационных и социальных систем с индивидуальным человеческим интеллектом. На примерах простейших форм роевого интеллекта перечислены факторы, определяющие эффективность РИ мультиагентной системы, включая структуру взаимодействий между агентами, коллективное целеполагание, запись, свертывание и обработку внешней информации, стандартные образы внешних воздействий. Их совокупностью определяется способность мультиагентной системы к целенаправленным действиям, выходящим далеко за пределы возможностей отдельных составляющих ее агентов. Во второй части обзора будут рассмотрены формы коллективного интеллекта в «человеческих» социальных системах и дана общая классификация известных видов РИ.

**Ключевые слова:** мультиагентные системы, распределенный интеллект, роевой интеллект, организационные системы, коллективный интеллект.

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение интеллектуальной деятельности человека, а также ее математическое и техническое моделирование – магистральные направления когнитивной психологии, информационных технологий, кибернетики, робототехники и ряда других наук [1]. На основе огромного объема данных в этих областях найдены ключевые признаки, общие для *интеллекта человека* (англ. *human intelligence*, HI) и различных компьютерных реализаций *искусственного интеллекта* (ИИ; англ. *artificial intelligence*, AI). К данному направлению примыкают исследования и моделирование кооперативной динамики в разнообразных мультиагентных системах: биологических, социальных, экономических и организационных, а также в группах автономных технических устройств. Процессы обработки и использования информации в таких системах, обычно относимые к проявлениям *распределенного интеллекта* (РИ; англ. *distributed intelligence*, DI), составляют предмет настоящего обзора.

Коллективная обработка информации и ее использование организационными системами (ОС) общеизвестны [1]. Примерами могут служить конкуренция фирм, боевые действия армейских подразделений, участие политических партий в избирательной кампании и другие процессы. Но повседневные проявления распределенного интеллекта в мультиагентных системах значительно шире. Они включают в том числе разделение движения пешеходов на встречные потоки (что увеличивает пропускную способность тротуаров и тоннелей), замедление автомобильного транспорта на перегруженных улицах (где потери времени от возникновения пробок перевешиваются соображениями безопасности [2, 3]), обвальные продажи активов на бирже, свидетельствующие о наступлении кризиса, и многое другое. В отличие от стандартных механизмов управления ОС, «консенсус» участников в таких системах устанавливается децентрализованно и без общих дискуссий: главной основой их согласованного поведения являются взаимная связанность и структура межагентных взаимодействий.

Многочисленные проявления РИ, не включающие осознанной обработки информации индивидами<sup>1</sup>, хорошо известны для общественных насекомых [4, 5], движения стай птиц и рыб [6, 7], пешеходных потоков [2, 8], формаций беспилотных аппаратов [8, 9]. Сюда же относятся такие формы деятельности людей, как рынок и биржа, где стремление участников к максимуму прибыли преобразуется в коллективную оценку стоимости товаров [10]. Существенно, что РИ мультиагентных систем самой разной природы не сводится к стандартным схемам индивидуального или коллективного принятия решений либо иерархического или сетевого управления: он представляет собой самостоятельный и недостаточно изученный аспект кооперативной динамики [11].

В настоящем обзоре рассмотрены основные известные на сегодня виды РИ в системах взаимосвязанных *агентов*, включая биологические, технические, социальные и организационные. Не углубляясь в огромную область моделирования интеллекта, перечислим основные виды РИ и рассмотрим их аналогии с интеллектуальным поведением человека и животных<sup>2</sup>, а также с некоторыми видами ИИ.

Из-за большого объема материала обзор разбит на две части. В представленной здесь первой части обсуждаются общие признаки всех видов интеллекта, кратко рассмотрены примеры их частичной реализации в «протоинтеллектуальных» системах автоматического управления и в существующих моделях ИИ. Более подробно в этой части обзора рассматриваются простейшие формы *роевого интеллекта* в группах биологических особей (общественные насекомые, косяки рыб, стаи птиц) и в технических системах (роевой интеллект в робототехнике), включая имитацию РИ в агентных моделях и в современных алгоритмах компьютерных расчетов. Различным видам РИ в человеческих сообществах, интеграции ИИ и ИИ в «коллективный разум» и общей классификации всех видов интеллекта будет посвящена вторая часть обзора.

## 1. ЭМПИРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНТЕЛЛЕКТА

В обширнейшей литературе, посвященной интеллектуальной деятельности человека, парадоксальным образом отсутствует общепринятое определение интеллекта. Так, например, в фундамен-

тальной монографии “The Cambridge Handbook of Intelligence” [12] различным подходам к описанию и объяснению этого явления посвящены все пять глав первой части. Феномен интеллекта исследуется в широком спектре дисциплин от технических наук, биологии и психологии до философии с центром тяжести в когнитивных науках. Большинство определений интеллекта во всех этих областях с разной степенью детализации дают его эмпирическое описание как способности использовать поступающую извне ограниченную информацию в постановке и решении нестандартных задач, способствующих адаптации индивидуума в изменяющейся внешней среде. Их основой, безусловно, служит интеллект человека, однако такой характеристике отвечает значительно более широкий круг объектов и систем, включая технические, биологические и социальные (см. выше).

Разные виды интеллекта и его носителей, обсуждаемые в современной литературе, представлены на рис. 1. Чтобы не загромождать эту далеко не полную схему, в ней не показаны логические связи однотипных проявлений интеллектуальной деятельности у индивидов и сообществ разной природы (роевой интеллект низших животных и «краудсорсинг» в человеческом обществе, компьютерные алгоритмы «природных» вычислений, «эмерджентный» ИИ мультиагентных систем и многое другое), которые активно обсуждаются в литературе и будут рассмотрены ниже. Единственное исключение сделано для многообразных реализаций коллективного интеллекта человека в различных социальных структурах (штриховая стрелка), составляющих главный предмет нашего обсуждения. В описании разных видов интеллекта используются различные формальные модели, общие признаки которых будут далее проанализированы. Процессы в социальных системах наиболее крупного масштаба, выделенных серым цветом на схеме, чаще всего обсуждаются в гуманитарных дисциплинах на описательном уровне [13], однако в них, безусловно, проявляются многие виды коллективного интеллекта, поэтому они также включены в классификацию.

Если проявления РИ в слабо структурированных биологических и человеческих сообществах вызывают большой академический интерес (см. книги [10, 11] и цитированную в них литературу), то «умными» техническими и организационными мультиагентными системами преимущественно занимаются науки об управлении [14, 15] и прикладные инженерные дисциплины [16, 17]. В последнее десятилетие в этой области приобрел популярность термин *emergent intelligence*, EI: «спонтанно возникающий», «рождающийся», также

<sup>1</sup> Ниже для всех случаев, где это не вызывает разночтений, понятия «индивид», «индивидуум» и «особь» используются как синонимы, предпочтительно заменяемые словом «агент».

<sup>2</sup> В биологической литературе чаще называемого когнитивными способностями животных.

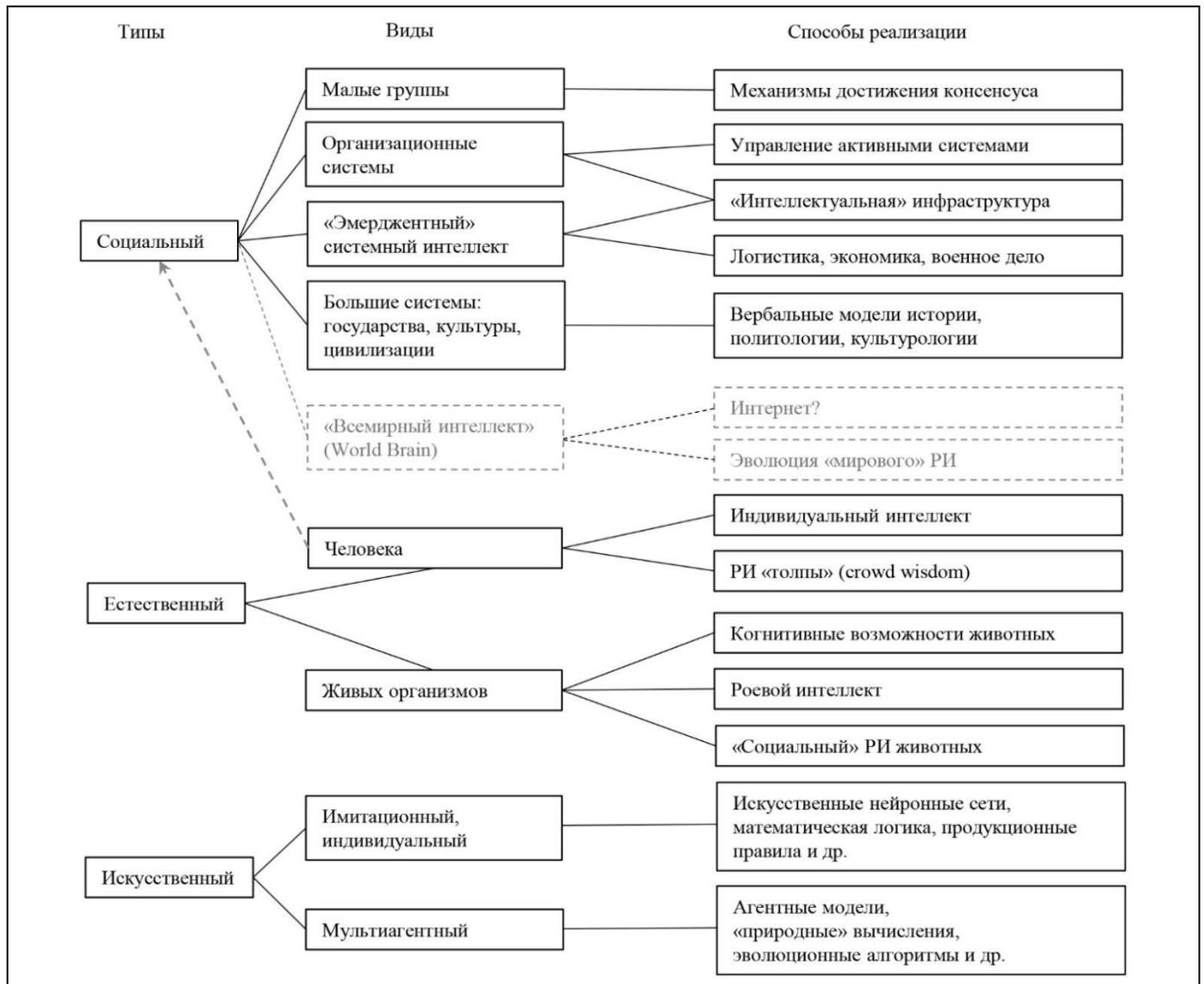


Рис. 1. Виды интеллекта и способы его реализации

*эмерджентный интеллект* в естественных и искусственных сложных системах. Так нередко обозначают гибкие мультиагентные системы планирования производственно-логистической деятельности, результаты которых очевидно превосходят индивидуальные возможности образующих их единиц. Этот термин особенно часто используют в описании РИ экономических, транспортных и других больших систем (см. работу [16] и др. книги из этой серии).

В приложениях также весьма распространены скорее рекламные словосочетания («интеллектуальный терминал», «интеллектуальная система» и т. д.) как характеристики передовой, многоцелевой и гибкой технической либо организационной схемы. Это особенно характерно для огромной области *робототехники* [18], где термин «интеллект» нередко используют как метафору далеко за

пределами его трактовок в психологии или когнитивистике. Ниже будет показано, что системы автоматического управления автономных технических устройств действительно проявляют некоторые существенные признаки *всех* видов интеллекта и в этом смысле могут называться «протоинтеллектуальными».

В характерной статье [19], открывающей сборник материалов американского симпозиума 2006 г. по «общему», или «сильному» ИИ (*Artificial General Intelligence*)<sup>3</sup>, приводится 18 общенаучных и 35 психологических определений интеллекта, ис-

<sup>3</sup> Обсуждение «слабого» ИИ (Narrow AI), реально применяемого на практике, и пока гипотетического «сильного» ИИ (General AI), не уступающего интеллекту человека, не является предметом нашего обзора.

пользуемых в литературе наряду с 18-ю разными общепринятыми в том же смысле определениями ИИ. В Британской энциклопедии [20], также цитируемой авторами статьи [19], справедливо отмечено: «большинство споров в данной области происходит из попыток дать точное определение интеллекта». На этом фоне неудивительно стремление к тривиальным («интеллект как мера способности агента достигать своих целей в широко варьируемой внешней обстановке» [19], «искусственный интеллект: способность компьютера или управляемого компьютером робота выполнять действия, характерные для разумных существ» [20]) и даже несколько пародийным характеристикам («ввиду всей этой сложности, мы используем простое определение коллективного интеллекта: такие совместные действия группы индивидуумов, которые выглядят разумными» [21]) в самых серьезных источниках. В большинстве используемых формулировок интеллект фигурирует как интуитивно понятная сущность, избранным аспектам которой посвящено конкретное исследование. Подобные разночтения вносят неопределенность в обсуждение интеллекта как явления – одновременно создавая некоторую свободу выбора терминов при его анализе.

Часто упоминаемые, но отнюдь не все качества человеческого интеллекта в его наиболее распространенных определениях включают: когнитивные возможности, целеполагание, обучаемость (в том числе способность обучаться на опыте), адаптацию к новым ситуациям, продуктивное использование абстрактных понятий, а также концепций и образов, рефлексивность, применение знаний для целенаправленного воздействия на внешнюю среду, обмен информацией, использование речи. Помимо аморфности ряда терминов (знания, концепции, речь), в разных контекстах, тоже имеющих много разных смыслов, за их пределами остаются такие виды интеллекта, где агенты не используют абстрактных понятий и речи («интеллектуальные» способности животных), не склонны к рефлексии (общественные насекомые) либо не имеют когнитивных способностей в обычном понимании этих слов (формации роботов и «роевая робототехника», см. книгу [18]). В этой ситуации наиболее разумно начать с максимально широкого определения «*протоинтеллекта*», которому удовлетворяет большинство объектов, в специальной литературе (иногда метафорически) называемых интеллектуальными. Обсуждение конкретных видов РИ с необходимостью будет сопровождаться детализацией понятий и сужением области их применимости.

Необходимым, хотя и не достаточным условием наличия интеллекта будем называть *способность автономного агента стремиться к определенному состоянию (цели), воспринимая, обрабатывая и используя внешнюю информацию для ее достижения*. Столь широкому определению удовлетворяют в том числе хемотаксис бактерий и фототропия зеленых растений (в литературе действительно относимые к прототипам интеллектуальной деятельности [7, 11]), а также действия роботов [18], которые за пределами робототехники обычно не считают интеллектуальными. Несмотря на расхождение с более точными из многочисленных (и нередко конфликтующих) описаний интеллекта, такое рабочее определение соответствует большинству его известных реализаций. Это облегчает основную задачу обзора: сопоставление различных объектов и систем, в литературе относимых к интеллектуальным, и выявление их наиболее общих свойств.

Динамику автономных устройств, не обладающих интеллектом, но гибко выполняющих поставленную им задачу в изменяющихся внешних условиях, описывает *теория автоматического управления* (ТАУ) [14, 15, 22–24]. В ее рамках эволюция объекта управления во времени направляется физическими динамическими факторами и управляющими воздействиями, которые вырабатывает система автоматического управления (САУ) на основе наблюдаемых параметров объекта (быть может, зашумленных). Параметры, характеризующие состояние объекта в заданный момент времени, вместе с оценками их неточностей рассчитываются из доступной системы информации по рекурсивным алгоритмам; их эволюция в *пространстве представлений* (англ. *belief space*) создает приближенный «образ» фактической динамики в *пространстве состояний*, точно не известных управляющей системе<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Объективные параметры агента в ТАУ представляет  $n$ -мерный вектор состояния  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , а доступную управляющей системе информацию об этих параметрах –  $m$ -мерный вектор наблюдения  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ . Динамику агента в дискретном времени отражает система линейных уравнений

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \omega_k \quad (1, a)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \theta_k, \quad (1, б)$$

где  $\mathbf{x}(t) \in X$ ,  $X \subset R^n$  – *пространство состояний* (*state space*);  $\mathbf{u}(t) \in U$  – вектор управления;  $U \subset R^p$  – пространство управляющих воздействий (*control space*);  $\mathbf{y}(t) \in Y$ ,  $Y \subset R^m$  – пространство наблюдений ( $p, m \leq n$ );  $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$  – динамическая матрица;  $\mathbf{B} \in R^{n \times p}$  – матрица управления;  $\mathbf{C} \in R^{m \times n}$  – матрица наблюдений;  $\omega(t)$  (возмущение системы) и  $\theta(t)$  (шум) – случайные ве-



Таким образом, САУ неодушевленного технического устройства уже включает *отражение действительности*: феномен, свойственный всем общепризнанным видам интеллекта. Такое отражение со статистическим «размыванием» оценок состояния системы в пространстве представлений получило дальнейшее развитие в *нечетких системах управления* [26], где образы внешнего окружения автомата непосредственно включают *свертывание информации* – еще один неотъемлемый атрибут «настоящего» интеллекта. Практическая реализация обоих фундаментальных принципов применяется в алгоритмах картирования обстановки (англ. *Simultaneous Location & Mapping (SLAM)* и др. подходы, см. книгу [18]), применяемых в робототехнике. Иными словами, некоторые важные признаки деятельности интеллекта на эмпирическом уровне проявляются уже у «протоинтеллектуальных» автоматических систем.

Теория автоматического управления действительно представляет собой завораживающий пример успешного применения теории динамических систем для постановки и решения задач управления самыми разными техническими системами. Одной из причин ее триумфальных успехов в середине и в конце XX в. является, наверно, то, что очень многие механические системы адекватно описываются дифференциальными или разностными уравнениями невысоких порядков. Начиная с 1960-х гг. многие исследователи пытались транслировать результаты ТАУ на экономические, социальные и/или живые системы. Успехи здесь, к сожалению, достаточно скромны. Ведь, казалось бы, сказав «пусть управляемая система является линейной дискретной динамической системой» (см. формулы (1, а, б)), можно применять к ней весь богатый математический аппарат ТАУ. Проблема заключается в обосновании корректности пресловутого «пусть»: доказательстве того, что такое описание моделируемой экономической, социальной или/и живой системы адекватно, что система идентифицируема и т. д. Многие исследователи о подобных обоснованиях «забывают», некоторым они не удаются, но есть и исключения (к сожалению, немногочисленные и немассовые).

По совокупности разнородных определений, базовыми качествами «настоящего», или «сильно-

го», интеллекта можно считать одновременное наличие следующих его свойств:

- восприятие («отражение»), обработка, использование и передача информации;
- автономность, в том числе целенаправленное поведение;
- извлечение, накопление и анализ знаний; обучаемость;
- абстрагирование, обобщение, генерация новых знаний;
- сознательное автономное целеполагание, самосознание, творчество, эмоции, рефлексия.

Согласно вышеизложенному два первых признака проявляются уже на уровне автоматов, цели которых запрограммированы (заданы экзогенно). На возрастающих уровнях когнитивных возможностей агентов их интеллектуальные свойства модифицируются и расширяются. В дополнение к перечисленным базовым признакам возникают *автономное целеполагание* и активная обучаемость (начиная с животных), мысленное отражение внешнего мира и схемы действий в нем, в психологии называемое когнитивной картой [27] (также начиная с животных, но больше относящееся к человеку), сознательное конструирование образов действительности и рефлексия (в основном характерные для человека, но также и для некоторых аспектов ИИ [28]) и, далее, высшие формы интеллектуального творчества. В настоящем обзоре будет проиллюстрировано разное «наполнение» перечисленных качеств на разных уровнях интеллекта – со всеми оговорками на некоторую неопределенность этого фундаментального понятия. У большинства проявлений индивидуального интеллекта на эмпирическом уровне обнаруживаются аналогии с реализациями ИИ, а также с РИ систем взаимосвязанных агентов, которые могут обладать весьма разными интеллектуальными способностями.

В своем анализе мы пользуемся «наивным», или интуитивным, представлением об *информации* как упорядоченном отражении внешних воздействий на индивидуального агента либо на мультиагентную систему. Отражение реальности как характеристика интеллекта не поддается точному отделению от обучаемости и способности создавать новое знание<sup>5</sup>. Два первых качества «абстрактного» интеллекта лежат в основе большинства реализаций ИИ. Однако эмпирически очевидная способность «придумать новое» математическими моделями непосредственно не воспроизводится, несмотря на уже построенное формальное

личины; подстрочные индексы  $k$  и  $k+1$  соответствуют последовательным моментам времени ( $t$ ,  $t + \Delta t$ ). Оценки состояния  $\{\hat{y}_k\}$  и их дисперсии  $\{P_k\}$  образуют *пространство представлений (belief space)*  $G = \{b_k\} = \{\hat{y}_k, P_k\}$ , где, например,

$$b_0 = (\hat{y}_0, P_0), b_{k+1} = K(b_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{y}_{k+1}), \mathbf{u}_{k+1} = f(b_k)$$

и  $K$  – фильтр Калмана; в простейшем одномерном случае  $\hat{y}_{k+1} = Ky_{k+1} + (1 - K)(\hat{y}_k + u_k)$  [25].

<sup>5</sup> Здесь и далее понятие *знания* используется также в «бытовом» интуитивном смысле.

описание творческой человеческой деятельности (см., например, работу [29] и цитированную в ней литературу).

Характерной чертой интеллекта людей и элементов когнитивной деятельности животных, связанной с решением нестандартных задач, является *инсайт* («озарение») – спонтанный приход к правильному ответу в *проблемной ситуации*. Спонтанное решение проблемы, позволяющее миновать некоторые этапы последовательного логического вывода при обязательной концентрации индивида на поиске решения – твердо установленный результат психологических экспериментов [30, 31] с многочисленными эвристиками для прикладных изобретательских целей [32].

Проблема *свертывания, или концентрирования, информации* в процессе интеллектуальной деятельности, несмотря на успешное применение «нечетких» эвристик, еще не имеет общего формального описания. Многочисленные варианты однотипных внешних воздействий в задаче *распознавания образов* образуют множества, не поддающиеся анализу прямым перебором. Так, например, три параметра монохроматического звука (что уже упрощает частотный спектр звучания музыкальных инструментов), различимые лицами с музыкальным образованием – высота (пять октав, т. е. 60 вариантов ноты), громкость (шесть ступеней от *pp* до *ff*) и длительность (шесть вариантов от целой до  $1/32$ ) – вместе с тремя формами извлечения звуков (стаккато, нонлегато, легато) составляют  $60 \times 6 \times 6 \times 3 = 6480$  комбинаций для одной ноты. В этом случае короткому фрагменту музыкального текста из 100 нот отвечает количество вариантов, много большее  $10^{100}$ , или числа *googol*. Свертывание информации здесь, как и в распознавании текстов и зрительных образов, достигается при обучении индивидуума, в результате которого множество комбинаторно возможных сочетаний кардинально сокращается и преобразуется в относительно небольшой набор блоков – например, мелодий, гармоний или слов естественного языка.

Индивидуальный интеллект человека составляет предмет большинства исследований в области когнитивных наук. Именно для него установлены перечисленные выше эмпирические характеристики, которые с середины XX в. служат основой для разработок искусственного интеллекта. В работах биологов были найдены многочисленные параллели когнитивных способностей животных с интеллектом человека, для некоторых видов включающие способность к абстракции и счету, использование языков-посредников, формирование образов действительности в сознании (со всеми оговорками об условности этого термина, применяемого не

к сознанию людей) и инсайт как основной механизм выработки решений в проблемной ситуации [33]. Сообщества животных также обладают социальной структурой (иногда весьма сложной [34]) и способны к кооперативным действиям. Тем не менее, РИ структурированных систем будет далее обсуждаться на примерах ОС в человеческом социуме – лучше изученных, актуальных и отличающихся значительно более разнообразным интеллектуальным поведением.

Необходимо отметить, что индивидуальный человеческий интеллект не может сформироваться и существовать вне социальной среды, где он является неотъемлемой частью коллективного интеллекта. Также в современной интеллектуальной деятельности – как индивидуальной, так и коллективной – в возрастающей степени используются компьютеры, роботы, системы технического зрения и другие элементы ИИ. Таким образом, все существующие формы интеллекта неразрывно связаны и входят в коллективный РИ человеческого социума как его составные части. Технические «протоинтеллектуальные» системы и компьютерные реализации ИИ (тоже не существующие вне социума) вносят существенный вклад в структуру РИ современных социальных систем и по этой причине должны быть кратко охарактеризованы.

## 2. МОДЕЛИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Искусственный интеллект как научное направление в первом приближении подразделяют на вычислительный и логический. Его наиболее распространенные реализации, не исчерпывающие всех видов, представлены на рис. 2. Как указано в докладе Стэнфордского университета (США) *Artificial Intelligence Index Report 2022*, общее ежегодное число публикаций по тематике ИИ в мире увеличилось со 162 тыс. в 2010 г. до 334 тыс. в 2021 г. [35<sup>6</sup>]. Не пытаясь анализировать такой огромный объем информации, перечислим здесь некоторые направления моделирования интеллекта, наиболее близкие к задачам настоящего обзора.

### 2.1. Искусственные нейронные сети

Самое массовое (и модное) на сегодня техническое средство, позволяющее воспроизвести некоторые аспекты интеллектуальной деятельности –

<sup>6</sup> См. также Каспарьянц Д. Обзор доклада Стэнфордского университета «Индекс искусственного интеллекта 2022» [https://rdc.grfc.ru/2022/05/artificial\\_intelligence\\_index\\_report\\_2022/](https://rdc.grfc.ru/2022/05/artificial_intelligence_index_report_2022/) (дата обращения 15.02.2023).



Рис. 2. Основные средства математического и компьютерного моделирования интеллекта

искусственная нейронная сеть (ИНС) [36]. Функционирование ИНС включает *отражение* воспринимаемого «входа» (изображений, текстов, аудио-сигналов и др.) и *свертывание* информации в цифровые массивы в процессе обработки – т. е. фундаментальные признаки интеллекта, реализуемые уже на уровне САУ и роботов (см. выше). Новым качеством ИИ здесь является *обучаемость* – получение корректного выхода на заведомо известных типах входящего сигнала<sup>7</sup>. Цель обработки ин-

<sup>7</sup> В схеме ИНС, представляющей собой упрощенную имитацию сетевой структуры нейронов мозга, входящий сигнал (например, изображение с разверткой по пикселям) передается элементами входного слоя к связанным с ними элементам следующего (*скрытого*) слоя, которые, в свою очередь, в зависимости от строения ИНС, транслируют сигнал на выходной элемент либо на последующий промежуточный слой, а в *рекурсивных* сетях и на предыдущие слои. Активационные функции узлов, или *фильтры*, которые определяют их способность передавать входной сигнал следующему узлу, могут иметь разнообразную ступенчатую форму. Результат анализа выводится в форме  $n$ -мерного вектора  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , компонентами которого служат вероятности  $\{p_i\}$  отнесения введенного массива информации к одному из  $n$  заданных типов ( $\sum p_i = 1$ ). При *обучении* ИНС, по аналогии с функционированием сети нейронов мозга, изменяют «проводимости» связей между узлами, добиваясь корректной идентификации заведомо известных типов входящего сигнала. Далее обучающая выборка массивов входной информации заменяется на анализируемый массив.

В активно развиваемых многослойных *сверточных* ИНС сигналы, входящие в *сверточный слой* искусственных нейронов и

формации искусственными нейронными сетями по-прежнему задается извне.

Одно из главных направлений исследований в области ИИ составляют задачи *глубокого обучения* (*deep learning*) ИНС и других компьютерных архитектур с последовательным свертыванием информации. Достигнутые результаты в этой области включают распознавание лиц и объектов по данным видеонаблюдений («компьютерное зрение»), оцифровку рукописей и устной речи, составление логически связанных текстов, машинный перевод, автоматическое создание программных кодов и многие другие достижения. Однако компьютерные

выходящие из него в следующий слой, а также наборы функций фильтров представляются в виде упорядоченных массивов чисел, в области ИТ обычно называемых тензорами. Так, изображение размером  $N_1 \times N_2$  пикселей, имеющее  $C$  цветовых каналов, задается массивом  $\mathbf{X}$  размера  $N_1^{(1)} \times N_2^{(1)} \times C$ , компонентами которого  $\{X_{ijk}\}$  служат нормированные интенсивности всех цветовых каналов для каждого пикселя, а набор  $S$  фильтров с размерами  $m \times m$  и тем же числом цветовых каналов – массивом размера  $m \times m \times C \times S$  с компонентами  $\{F_{ijkp}\}$ . Результаты преобразования входного массива данных

$$Y(p, q, s) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^c F(i, j, k, s) \times X(p+i-1, q+j-1, k)$$

(индексы компонент для упрощения записи приведены в скобках) образуют тензор  $\mathbf{Y}$  размера  $(N_1 - m + 1) \times (N_2 - m + 1) \times S$  с меньшим числом компонент, который служит входящим массивом информации для следующего слоя.

средства моделирования ИНС до сих пор не имеют адекватного общенаучного описания («общей теории ИИ»), а свернутые массивы информации на промежуточных слоях уязвимы к малым помехам, включая целенаправленные атаки [37]. В этом смысле нейронные сети повторяют судьбу многих фундаментальных технических достижений человечества (паровая машина, электронные схемы, летательные аппараты и др.), строгая количественная теория которых была разработана лишь после их продолжительного применения. Вопросы строения и функций современных ИНС обсуждаются в обзоре [38].

## 2.2. ИИ на основе математической логики

Особое направление когнитивных наук посвящено моделированию интеллекта методами математической логики [39]. В этом подходе внешняя информация воспринимается компьютерной программой в форме *высказываний*, или логических утверждений, которые могут быть истинными или ложными. Высказыванием устанавливаются связи между «сущностями» (объектами, так или иначе отражающими реальность) по правилам естественного языка. Логические операции позволяют производить *исчисление высказываний*, образующих бесконечное счетное множество, определять их истинность или ложность на основе заданного набора аксиом. Этим открывается путь к выводу новых содержательных высказываний на основе истинных высказываний – в частности, к «автоматическому» доказательству математических теорем. Важнейшим компонентом данного подхода является *логическое программирование*.

Детальный обзор средств реализации ИИ, в том числе различных видов логики, представлен в книге [40]. Методы математической логики внедрены в многообразные компьютерные средства, облегчающие пользователям решение интеллектуальных задач при обработке больших слабо упорядоченных массивов информации в *базах знаний* (как структурированных наборах установленных фактов), информационных, экспертных и иных «интеллектуальных» системах. Подходы, разработанные в этой области, включают *объектно-реляционные модели* (англ. *Entity-Relationship, ER*) и концептуальный дизайн [41], *семантические сети* [42] и другие методы обработки слабо структурированных множеств, а также *нечеткую логику* (см. Part B в книге [40]) и современное перспек-

тивное направление *анализа формальных понятий* (АФП; англ. *Formal Concept Analysis, FCA* [43]).

Реализации автономного обучаемого ИИ, решающего творческие задачи полностью на основе математической логики, в литературе не описаны. Более всего логические подходы применяются в прикладных задачах формирования и использования знаний на основе компьютеров и математических алгоритмов, в том числе в сочетании с ИНС (см. обзор [38]). Помимо распознавания образов, автоматического доказательства теорем, методов порождения знаний [44] и создания программ сверхчеловеческого уровня в стратегических играх (шахматы, го)<sup>8</sup>, важными задачами здесь являются представление, извлечение и обработка информации, выраженной на естественном языке (англ. *Natural Language Processing, NLP*). Наибольшие успехи достигнуты в создании комбинированных интеллектуальных систем «человек + компьютер», где реализуется диалог пользователя с программой (ввод и вывод информации) на естественном языке с простой графикой, но эта перспективная область не является предметом настоящего обзора. Концептуальные проблемы искусственного интеллекта обсуждаются в книге [45].

Не оспаривая достоинств использования математической логики в «интеллектуальных» системах, отметим, что такие системы не могут генерировать новую нетривиальную информацию иначе как в форме последовательного вывода из заданного набора аксиом и объема знаний. В отличие от ИНС, «логические» реализации ИИ способны создавать новые знания, проявляя еще один фундаментальный признак интеллекта (см. выше), но математический вывод не воспроизводит инсайта – существеннейшего механизма когнитивной деятельности людей. Кроме того, логический ИИ, в отличие от ИНС, не содержит схем прямого свертывания информации и, аналогично ИНС, имеет лишь заданное извне целеполагание. (Конструирование онтологий и их использование в выявлении знаний [1, 43, 44], а также разработка самообучающихся компьютерных программ, потенциально

<sup>8</sup> По справедливому замечанию О.П. Кузнецова, сам факт равных состязаний гроссмейстера с компьютером, в миллионы раз превосходящим человека по своим вычислительным возможностям, свидетельствует о принципиальных преимуществах системы обработки информации в человеческом мозге. На формализацию деятельности человеческого интеллекта нацелены многие современные работы в области ИИ (см. книгу [45]).



способные ликвидировать наиболее существенные отличия ИИ от интеллекта человека, пока остаются областью интенсивного поиска.)

Другим фактором, ограничивающим применение «автоматической» логики, является неполнота и нередко противоречивость данных в базах знаний – обстоятельство, легко преодолеваемое человеческим мышлением (см. книгу [45]). Наиболее крупные достижения здесь тоже связаны с использованием логических и семантических соотношений в комбинации «человек + компьютер», где на каждом последующем шаге решение принимает человек: интеллектуальные системы поддержки принятия решений (СППР) на основе подбора связанных терминов в построении производственных, экономических и логистических схем (когнитивных карт в их математическом понимании [46]). На этой основе разрабатываются гибридные архитектуры систем человеческого интеллекта, поддержанного ИИ (см. часть Human-Computer Interaction в книге [21]), также не обсуждаемые в нашей работе.

Принципиальной и еще малоисследованной особенностью интеллекта человека является *прерывистый* и асинхронный тип решения задач, отличный от существующих континуальных методов его компьютерного моделирования. Эта особенность проявляется как алгоритм *прерывистого управления (intermittent control)* в широком спектре деятельности людей: управлении транспортными средствами, работе операторов, стратегиях биржевых игроков и многих других видах поведения [47]. Для всех них характерно непрерывное наблюдение обстановки в сочетании с эпизодическими действиями, корректирующими ее динамику; в ряде случаев такая комбинация похожа на стандартное непрерывное управление, но не эквивалентна ему. Прерывистое управление, по видимому, является эволюционно отобранным средством экономии ресурсов мозга: оно также наблюдается у животных и, вероятно, тесно связано с явлением инсайта. Его элементы проявляются в РИ биологических и социальных систем.

### 3. ПРОСТЕЙШИЕ ФОРМЫ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Как можно было видеть выше, фундаментальные качества индивидуального человеческого интеллекта – оперирование образами реальности, запись и свертывание внешней информации, целепо-

лагание, обучаемость и «придумывание нового» – частично проявляются уже в «протоинтеллектуальных» системах автоматического управления, а в более полном виде – в компьютерных реализациях ИИ. Ниже будет показано, что различные виды распределенного интеллекта в мультиагентных системах проявляют аналогичные свойства. Механизмы их реализации в разных видах РИ также обнаруживают большое сходство. Это позволяет предположить, что «интеллектуальный» характер системы определяется некоторым фиксированным и общим набором условий. В соответствии с большинством определений, признаком распределенного (для групп людей – *коллективного*) интеллекта будем считать *свойство эмерджентности* – способность системы взаимодействующих агентов справляться с задачами, превышающими возможности отдельных агентов [21].

Под *мультиагентной социальной системой* (МСС) будем понимать динамическую совокупность автономных агентов, которые взаимодействуют с внешней средой и друг с другом. Каждый индивидуальный агент воспринимает и обрабатывает информацию, поступающую из окружающей среды, и использует ее для достижения некоторой *цели* – оптимального результата своей эволюции во времени. Взаимодействующие биологические существа одного вида (муравьи, пчелы, приматы, люди) образуют социальную систему в узком смысле слова. «Неживые» программируемые агенты (роботы, беспилотные аппараты и др., см. работы [7, 8]) при наличии взаимодействия между ними образуют *искусственную* МСС.

Целеполагание агентов в большинстве систем следует из их биологической или социальной природы, но для системы взаимодействующих технических устройств (или, например, армейского подразделения) цель задается извне. Индивидуальные агенты составляют МСС *1-го уровня*. Взаимодействующие МСС (экономические субъекты, организационные системы, политические партии и т. д.) сами могут выступать в роли агентов в социальных системах более высокого уровня. Общая классификация систем, образованных при взаимодействиях людей, и производимой ими деятельности представлена в книге [48].

Моделированию динамики МСС на основе теории игр [28, 49], а также методами, перенесенными из статистической физики ([7, 9, 50, 51], см. рис. 3), посвящена обширная литература. Динамику ряда систем (транспортные потоки [52], некото-

рые экономические процессы [53], биржи [54], влияние [50, 55] и распространение мнений [56] в социальной среде) на коротких горизонтах прогнозирования удастся предсказывать с помощью математических моделей. В таких моделях обработку и использование информации агентами обычно учитывают косвенно в форме квазифизических потенциалов отталкивания движущихся агентов от препятствий и их притяжения к целям [51, 52], стремления к максимуму полезности [53, 55], кластеризации единомышленников и игнорирования пользователей социальной сети с противоположным мнением [56] и других изначально заданных факторов, направляющих коллективную динамику.



Рис. 3. Описание мультиагентной системы методами междисциплинарной физики

Однако в общем случае описание социума осложняют нечетко определенные параметры, неоднозначные зависимости, многоуровневая рефлексия [28] и, с другой стороны, ограниченно рациональное поведение агентов [57, 58], а также ряд других обстоятельств, предпочтительно рассматриваемых на вербальном уровне в гуманитарных

науках. Это затрудняет расчеты, которые формально становятся возможными после введения квазифизических «сил». В целом агентные модели, основанные на балансе количественно либо качественно оцениваемых факторов (выигрышей, влияния, интересов) и поиске максимума энергоподобной целевой функции при воздействии случайных помех (шума), обычно дают лишь качественное описание социальных систем (см. рис. 3).

Мы полагаем, что фундаментальной характеристикой МСС, адекватно не отраженной в существующих моделях, является именно *распределенный интеллект* – т. е. способность взаимосвязанных агентов кооперативно воспринимать, обрабатывать и использовать информацию [59]. Динамика системы не сводится к простой сумме эволюций ее агентов; в частности, она включает системное целеполагание. *Объективной целью* МСС на заданном интервале времени является достижение состояния, оптимального для системы как целого. Формальный критерий оптимальности (утилитарный, эгалитарный либо иной [53], оптимум Парето или равновесие Нэша и т. д.) часто зависит от предпочтений исследователей. Тем не менее, на эмпирическом уровне трудно отрицать, что разнообразные системы, в том числе не предполагающие сложной интеллектуальной деятельности агентов (пчелиный рой, муравейник, рынок) воспроизводимо и гибко преследуют системные цели<sup>9</sup>. Существенно, что наличие индивидуального сознания у людей не является необходимым условием существования РИ: системы, сильно различающиеся по уровню когнитивных возможностей агентов, могут проявлять сходную динамику.

Распределенный интеллект, направляющий эволюцию системы, следует непосредственно учитывать в описании социальных процессов. Многообразные виды РИ, включая распределенный ИИ технических систем, схемы взаимодействия «человек – компьютер», биологические МСС и разнообразные аспекты человеческой деятельности обсуждаются в монографии [21]. Задача настоящего обзора – проанализировать условия проявлений РИ в динамике мультиагентных систем (в том числе состоящих из агентов с малыми либо нулевыми когнитивными возможностями) и на этой основе

<sup>9</sup> В большинстве случаев в объективные цели входит самосохранение системы: сохранение либо увеличение числа агентов и поддержка их функционирования.

сформулировать общие принципы функционирования «интеллектуального агента».

### 3.1. Роевой интеллект

Многие автономные агенты, формирующие систему, могут самостоятельно перемещаться («моторные», «самодвижущиеся» либо «живые» частицы). При превышении некоторого порогового количества таких частиц в единице объема уже у жгутиковых бактерий возникают корреляции перемещений. Они приводят к изменению режима коллективного движения частиц от неупорядоченного («рой») к вихревому, или «бактериальной турбулентности» [60]. Данный термин, возникший в литературе в начале 2000-х гг., не относится к турбулентному движению жидкости, реализуемому при достаточно высоком числе Рейнольдса  $Re \sim 10^3$ , поскольку размерам и скоростям жгутиковых бактерий (измеряемым соответственно в мкм и десятках мкм/с) отвечают значения  $Re \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ . В обычном макроскопическом масштабе расстояний и скоростей этому соответствует перемещение безмассовых частиц в очень вязкой среде [61]. Однако именно благодаря гидродинамическому взаимодействию бактерии разворачиваются и увлекаются за соседними движущимися частицами, образуя «бактериальные вихри» (рис. 4).

Корреляция перемещений при достаточно высокой плотности агентов и низком уровне шума

реализуется во всех системах «самодвижущихся» частиц [7]. Она также наблюдается в «неживых» системах из анизотропных коллоидных частиц и в гибридных материалах – лиофильных жидких кристаллах с добавленными к ним живыми бактериями (см. статью [61]).

У биологических МСС особей, способных к активному восприятию информации (насекомых, рыб и птиц), существуют «библиотеки» разных режимов кооперативной динамики, активируемых внешними воздействиями (например, взлет стаи при возникновении опасности). Переключения системы с одного режима на другой в ответ на изменения внешних условий служат средством приспособления, способствующим выживанию вида [7, 11]. Это явление, в когнитивных науках называемое *роевым интеллектом* (*swarm intelligence*), имеет многочисленные аналогии среди других типов РИ мультиагентных систем [11].

Начиная с 1990-х гг. различные виды кооперативного движения «живых частиц» воспроизводились в простых мультиагентных моделях (см. обзор [7] и цитированную в нем литературу). В часто используемой компьютерной модели И. Кузена и соавторов [6] коллективная динамика системы агентов определяется соотношением радиусов области отталкивания от ближайших соседей  $R_1$ , области корреляции перемещений  $R_2$  и области притяжения к центру группы  $R_3$ . В зависимости от плотности агентов, их скоростей и уровня шума

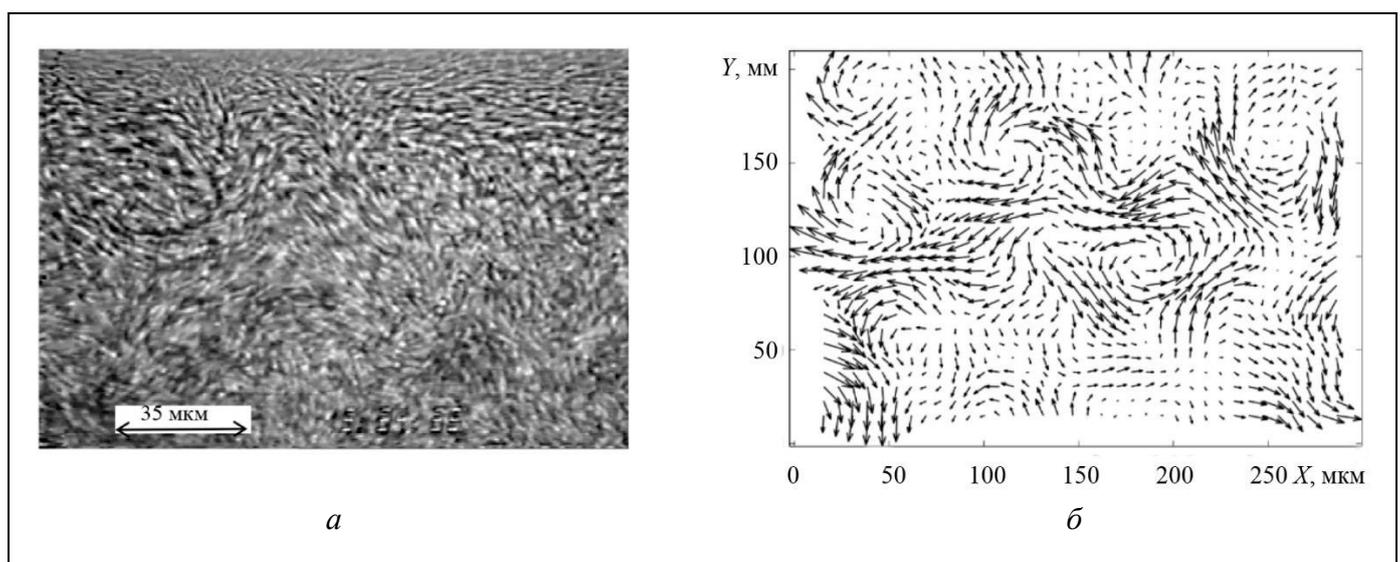


Рис. 4. «Вихри» *Bacillus subtilis*: а – фото, б – распределение скоростей [60]

реализуются режимы беспорядочных смещений внутри группы (собственно *рой*), вихревого движения (*тор*) и согласованного перемещения агентов (*стая*). При изменении радиуса корреляции движения наблюдался гистерезис (рис. 5). В реальной динамике косяка рыб (*fish school*) на корреляции движения влияет гидродинамическое взаимодействие с соседними особями [62]. В больших стаях птиц, где вихревые структуры не образуются, богатую коллективную динамику создает механизм *распределенных переменных лидеров*, также воспроизведенный в агентных моделях: при достаточном числе особей, одинаково изменяющих направление полета, по ним корректирует свое движение вся стая (рис. 6).

Коллективное движение биологических МСС всегда включает элементы хаотического поведения, особенно сильно выраженные у насекомых. Неупорядоченное расположение и случайные перемещения агентов являются приспособительным фактором, облегчающим распознавание опасности и источников питания. В частности, благодаря хаотическому круговому обзору и корреляциям сме-

щений рой «живых частиц» осуществляет коллективное наблюдение далеко за пределами возможностей составляющих его особей [4–6, 11]. В моделировании динамики косяка рыб при атаке хищника (вызывавшего реакцию избегания), несмотря на полную параметризованность агентов, были воспроизводимо зафиксированы сложные изменения структур для разных стратегий атаки (рис. 7).

Случайные изменения направления и скорости также характерны для птиц в стае; при одинаковых отклонениях нескольких особей от общего курса они могут стать временными лидерами, влияющими на общую траекторию полета [63]. Этим достигается гибкая реакция системы в изменчивой окружающей среде, которая не сводится к комбинациям запрограммированных действий. Механизмы проявления роевого интеллекта – корреляция перемещений, флуктуации положений и скоростей, инициирование коллективной динамики «локальным большинством» однотипно движущихся особей – не имеют общего теоретического описания, однако успешно воспроизводятся в простых агентных моделях.

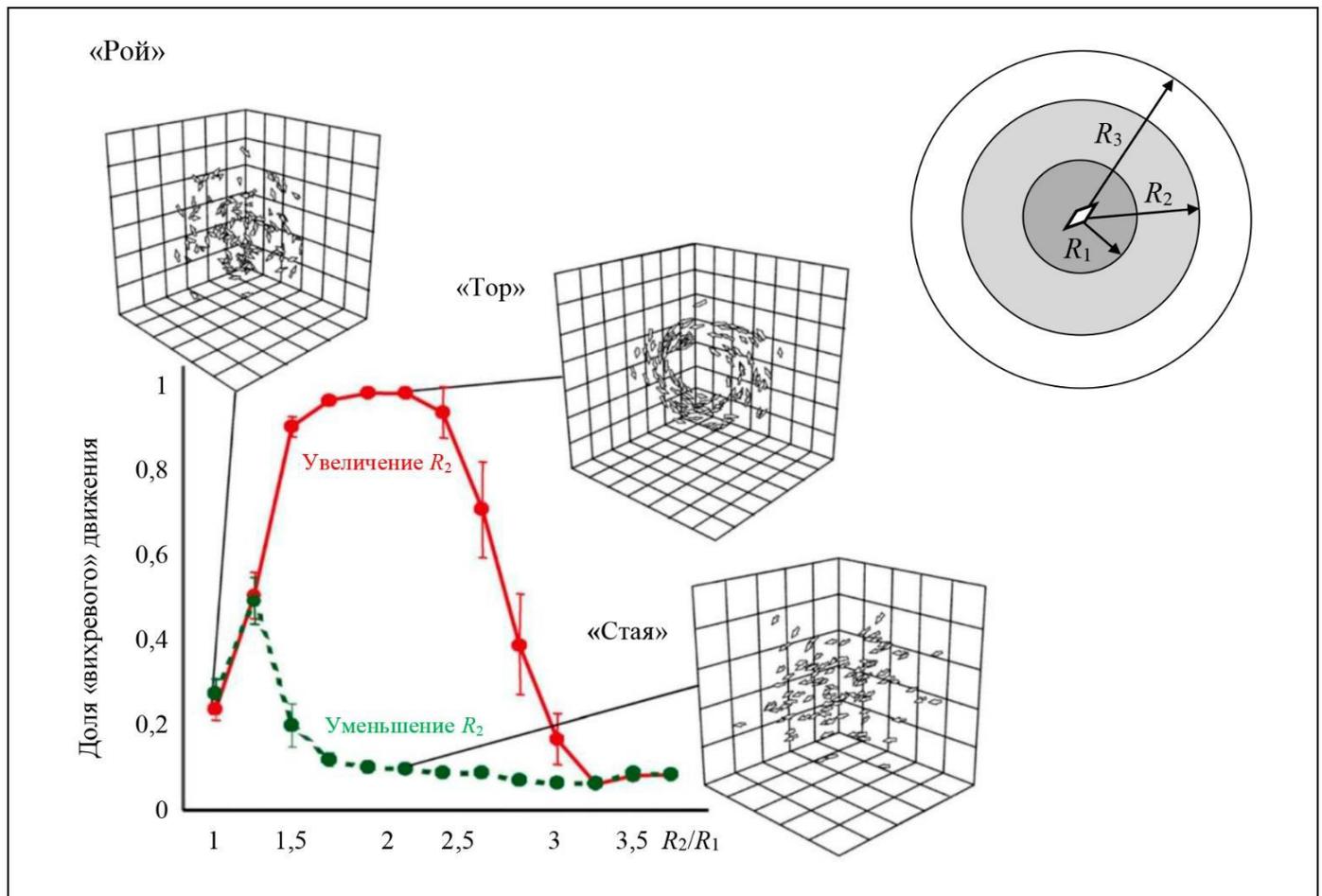


Рис. 5. Режимы коллективного перемещения агентов в зависимости от соотношения радиусов отталкивания  $R_1$  и корреляции движения  $R_2$  [6].

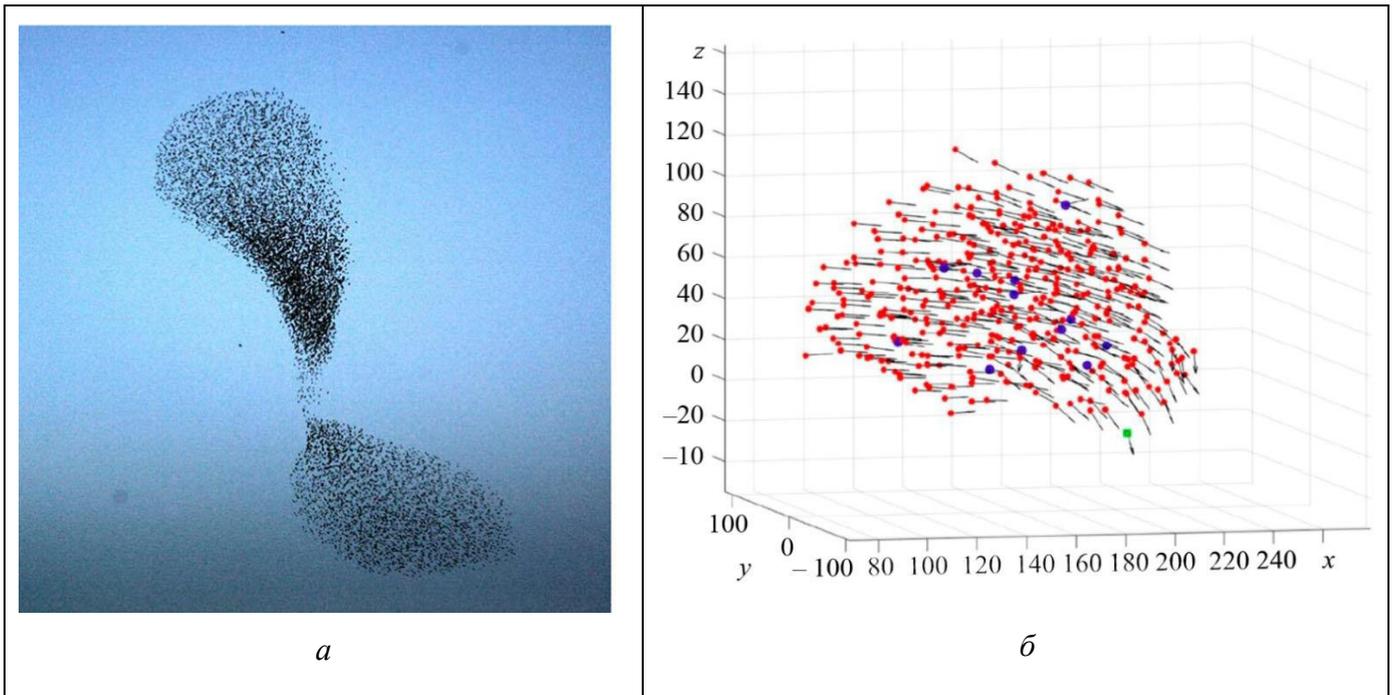


Рис. 6. Коллективное перемещение птиц: *a* – стая скворцов в воздухе, *б* – перемещения агентов в модели, синий цвет – временные лидеры [63]

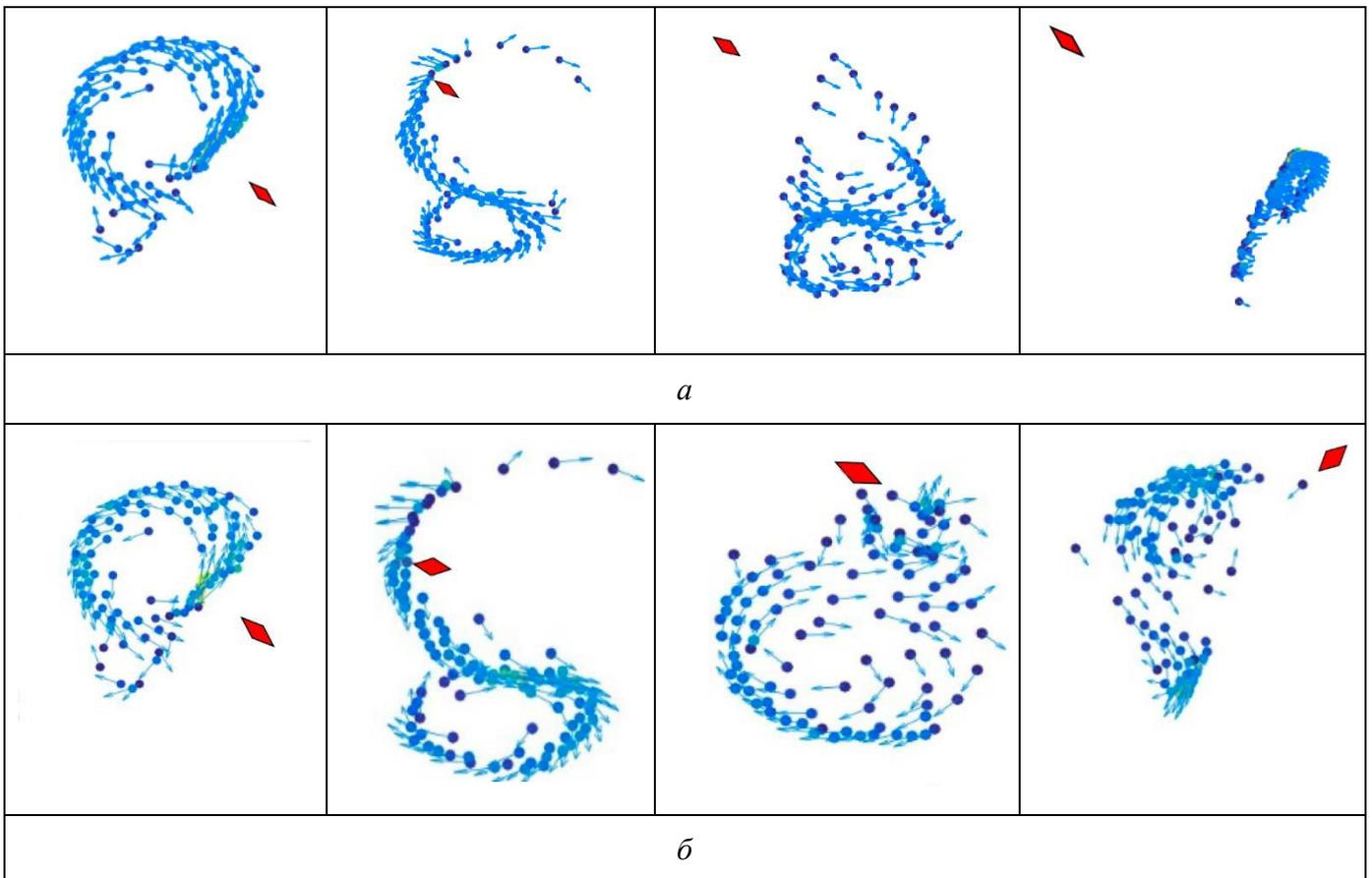


Рис. 7. Перестройка «тора» движущихся агентов при разных стратегиях «хищника» (закрашенный ромб): *a* – атака по прямой линии, *б* – атака на ближайшую особь (по изложенному в работе [62])

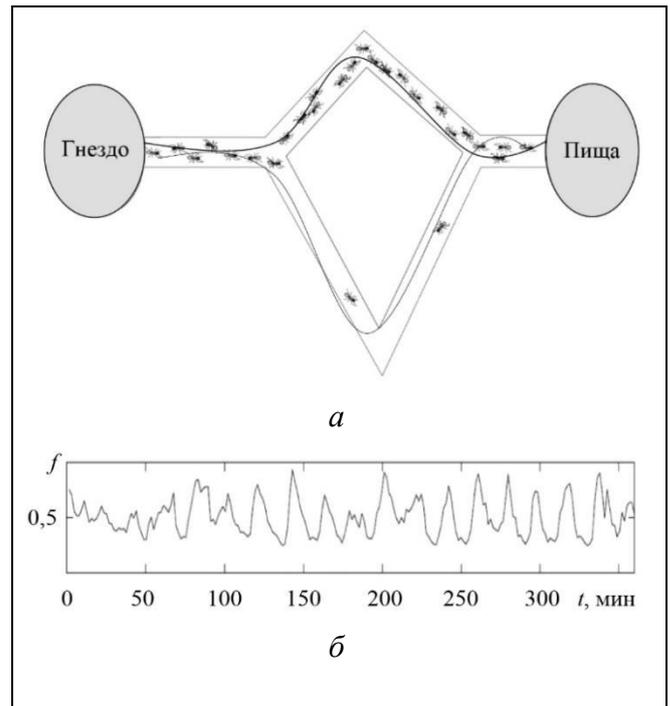
Случайные изменения направления и скорости также характерны для птиц в стае; при одинаковых отклонениях нескольких особей от общего курса они могут стать временными лидерами, влияющими на общую траекторию полета [63]. Этим достигается гибкая реакция системы в изменчивой окружающей среде, которая не сводится к комбинациям запрограммированных действий. Механизмы проявления роевого интеллекта – корреляция перемещений, флуктуации положений и скоростей, инициирование коллективной динамики «локальным большинством» однотипно движущихся особей – не имеют общего теоретического описания, однако успешно воспроизводятся в простых агентных моделях. Особенностью общественных насекомых является «запись» информации на окружающем ландшафте с использованием *феромонов*: химических аттрактантов, распознаваемых другими особями внутри системы<sup>10</sup>. Муравьиные тропинки, маркированные феромонами, по механизму положительной обратной связи выделяют оптимальные пути к источникам пищи и другим объектам жизнедеятельности муравейника (рис. 8, а) [7, 11]<sup>11</sup>. Сложная система химических регуляторов поведения насекомых формирует иерархическую систему муравейников, термитников, пчелиных ульев [4]. Хаотические действия особей при строительстве и заботе о потомстве благодаря взаимодействиям внутри системы синхронизируются, порождая циклы (рис. 8, б). Кооперативные действия в максимуме циклов – еще один отобранный эволюцией приспособительный механизм концентрации усилий колонии, способствующий выживанию в неблагоприятной среде [6].

### 3.2. Роевой интеллект в робототехнике

Кооперативные эффекты и динамические структуры также возникают в искусственных МСС из автономных взаимосвязанных аппаратов, способных воспринимать положения соседних устройств и избегать столкновений при перемещении к заданной цели [8, 9]. Группы роботов могут решать общую, поставленную извне задачу с коллективной обработкой информации по механизму

<sup>10</sup> В более простом примере атака осами человека, приближившегося к гнезду, также инициируется их химическими выделениями, повышающими агрессивность [4].

<sup>11</sup> По аналогичному механизму (с заменой обоняния зрением) возникают пешеходные тропинки на снегу и на траве (см. работу [64]).



**Рис. 8. Коллективная динамика общественных насекомых:** а – выбор муравьями короткого пути к источнику пищи [11]; б – циклы активности ( $f$  – доля активных особей) при строительстве гнезда [6]

распределенного (а не централизованного) управления. «Роевому интеллекту» систем из относительно простых и недорогих взаимосвязанных технических устройств (*swarm robotics*), во многих отношениях имитирующему РИ общественных насекомых, доступен ряд практически важных операций:

- образование геометрической формы (*строья*) и коллективное движение;
- совместный сбор и рассредоточение по области пространства без потери связи;
- разделение функций;
- поиск, транспортировка и совместное перемещение объектов;
- коллективное позиционирование и картография.

В формациях роботов достигается «робастность» коллективных действий, т. е. взаимозаменяемость устройств и нечувствительность системы к поломкам некоторого числа единиц [18, 65]. Характерным примером практических приложений может служить коллективная навигация группы летающих дронов [9]. В этом направлении робототехники уже возникла терминология «социального сообщества роботов» [11, 66], хотя его современные задачи пока в основном сводятся к оптимизации совместного движения.



### 3.3. Имитация роевого интеллекта в компьютерных алгоритмах

Идея роевого интеллекта используется в компьютерных алгоритмах поиска и оптимизации, где возросшие вычислительные мощности изменили как технику, так и стратегию расчетов. В последние десятилетия в области информационных технологий был разработан ряд *алгоритмов, подсказанных Природой* (англ. *Nature-Inspired Metaheuristics*, NIMs), в которых имитация «интеллектуального роя» позволяет оптимизировать решение трудных вычислительных задач<sup>12</sup> [40, 67, 68]. Круг

<sup>12</sup> Так, в *муравьином* алгоритме [67], впервые предложенном в 1992 г. для поиска оптимального пути на сложных графах (*задача коммивояжера*), вероятность перехода изображающей точки между  $i$ -й и  $j$ -й вершинами

$$P_{ij}(t) = \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha d_{ij}(t)^{-\beta}}{\sum_k \tau_{ik}(t)^\alpha d_{ik}(t)^{-\beta}}$$

определяется длиной пути  $d_{ij}$  между вершинами и «уровнем феромона»  $\tau_{ij}$  на этом пути (где  $\alpha$  и  $\beta$  – эмпирические параметры, а сумма в знаменателе отвечает всем возможным маршрутам из  $i$  в  $j$ ). В общем случае множитель  $d_{ij}^{-\beta}$  заменяется *эвристической ценностью*  $C_{ij}^{(k)}$ , которая вычисляется алгоритмически для каждого частного решения (маршрута). «Уровень феромона» уменьшается на каждом шаге дискретного времени  $t$  и увеличивается при прохождении маршрута новыми агентами:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\varepsilon)\tau_{ij}(t) \sum_k \frac{\gamma}{C_{ij}^{(k)}}$$

Здесь  $\varepsilon$  – «коэффициент испарения»;  $\gamma$  – ценность наилучшего решения; суммирование проводится по всем найденным маршрутам  $i \rightarrow j$ .

Имитируя положительную обратную связь привлекательности реальных муравьиных тропинок и числа прошедших по ним насекомых, муравьиный алгоритм позволяет экономно находить субоптимальные решения задач, в которых затраты вычислительных ресурсов в случае прямого перебора вариантов возрастают факториально. В альтернативном *пчелином* алгоритме каждый виртуальный агент проводит случайный поиск лучшего решения (например, максимума целевой функции  $U(p_1, p_2, \dots, p_n)$ ) по связной траектории в пространстве параметров  $\{p_i\}$ , учитывая общее знание наилучшей точки  $\mathbf{p}^*(t)$  на каждом шаге времени – «информационную панель» (*blackboard*) [67]. В общей схеме роевых алгоритмов поиска оптимума положение и скорость виртуальной частицы-агента в  $n$ -мерном пространстве параметров в момент времени  $t + \Delta t$

$$\begin{aligned} x_i(t+\Delta t) &= x_i(t) + v_i(t)\Delta t, \\ v_i(t+\Delta t) &= \omega v_i(t) + a_1 r_1 [l_i(t) - x_i(t)]\Delta t + \\ &+ a_2 r_2 [g(t) - x_i(t)]\Delta t, \end{aligned} \quad (2)$$

рассчитываются исходя из положения и скорости в предыдущий момент времени с учетом положения локального оптимума  $l_i(t)$  в радиусе обзора агента и глобального оптимума  $g(t)$  по данным всех агентов с эмпирическими параметрами  $\omega$  (инерция),  $R$  (радиус обзора),  $a_1$  и  $a_2$  (коэффициенты ускорения к оптимумам) и случайными числами  $r_1, r_2 \in [0, 1]$ . В данной модификации классического метода молекулярной динамики множители  $a_1 r_1 [l_i(t) - x_i(t)]$  и  $a_2 r_2 [g(t) - x_i(t)]$  при приращении

таких вычислительных алгоритмов значительно шире эвристик, имитирующих рой живых организмов (включая синхронизацию вспышек свечения светлячков). В частности, к области NIM относятся схемы, воспроизводящие социальное поведение высокоорганизованных животных (волков, львов, обезьян [70]), а также *генетические* и *культуральные* алгоритмы [68]. В последних типах расчетов происходят изменения популяции виртуальных агентов, наследующих адаптационные признаки с варьированием в результате случайных «мутаций» (генетический алгоритм) либо «обучения» (культуральный алгоритм). Многообразие методов *естественных вычислений* рассмотрено в обзоре [71].

Эмерджентные эффекты, сопутствующие достижению оптимума целевой функции в расчетах по генетическим алгоритмам, позволяют по-новому взглянуть на содержание биологической эволюции. Так, например, в работе [59] целевая функция простой эволюционной модели – время прохождения группой агентов коридора с препятствиями – минимизировалась в последовательных циклах путем замены «медленных» 50 % агентов копиями «быстрых» с флуктуациями их параметров, которыми задавались ускорение при движении слева направо, отталкивание от препятствий и следование за соседними агентами в радиусе обзора. В результате обучения время прохождения коридора последним агентом в группе уменьшалось на 15–16 % (рис. 9, а), а их хаотический дрейф с многочисленными столкновениями сменялся согласованным движением в сгустках, не заданным в исходной модели (рис. 9, б). Подобные результаты указывают на аналогии процессов эволюции, в которых оптимизируется приспособленность биологических видов, с развитием их «системного РИ», давно обсуждаемого на качественном уровне [72].

Одним из направлений современных компьютерных исследований является искусственная эволюция роботов и их управляющих программ с произвольно задаваемыми приспособительными признаками [73]. Следует подчеркнуть, что алгоритмы NIMs являются эвристическими, т. е. не только не гарантируют нахождение глобального оптимума, но и, как правило, не позволяют получить оценок того, насколько далеко от последнего находится найденное ими решение.

щении времени  $\Delta t$  в формулах (2) называются соответственно *когнитивным фактором* и *социальным фактором* [69].

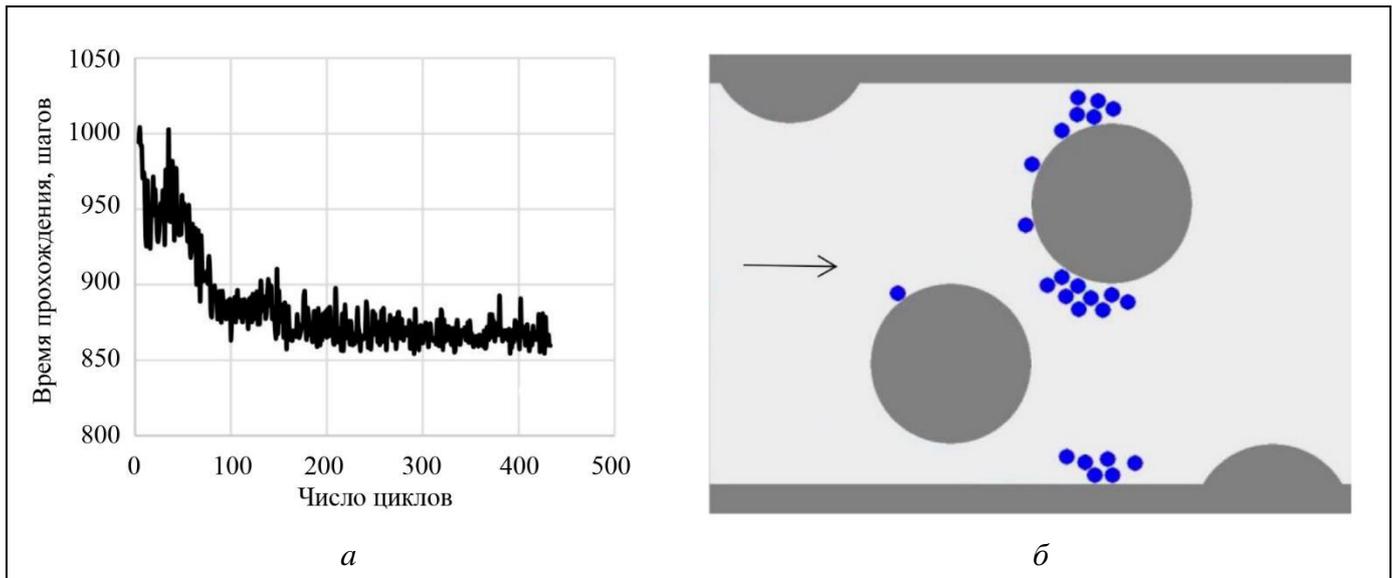


Рис. 9. Прохождение агентами коридора с препятствием в генетическом алгоритме отбора: а – время прохождения (число шагов) в последовательных циклах, б – движение агентов в «обученной» системе (стрелка – направление движения) [59]

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ позволяет утверждать, что ряд основных качеств интеллекта как фундаментального явления – автономное восприятие и обработка внешней информации, создание образов окружающей действительности, целеполагание, обучаемость и адаптация к изменяющимся внешним условиям – частично проявляется уже в неодушевленных «протоинтеллектуальных» системах автоматического управления, а также в разных версиях компьютерного искусственного интеллекта и в коллективной динамике систем, состоящих из агентов с малыми (общественные насекомые, рыбы, птицы) или нулевыми когнитивными возможностями (формации роботов, природоподобные компьютерные метаэвристики). Общим качеством таких систем является эмерджентная способность к восприятию, обработке и использованию внешней информации далеко за пределами возможностей индивидуальных агентов.

Распределенный интеллект мультиагентных систем во всех его известных формах обнаруживает общие черты, определяемые коллективной обработкой информации, не обязательно рефлекслируемой сознанием агентов. Простейшие роевые модификации РИ в биологических сообществах на фоне беспорядочного поведения особей демонстрируют отбор и «запоминание» полезной информации, системное целеполагание и стандартные реакции на внешние воздействия (режимы коллективного движения рыб и птиц, муравьиные

тропинки, циклы синхронизации динамики общественных насекомых). Элементы хаоса сами являются составной частью РИ, создавая круговой обзор стаи рыб, вариативность перемещения стаи птиц и другие действия, облегчающие коллективное выживание.

Возможности РИ определяются интенсивностью и структурой взаимодействий между агентами, их индивидуальными когнитивными способностями, а также балансом степени упорядоченности системы и случайного шума, который играет важную роль в динамике системы. Имитация роевого интеллекта в робототехнике и компьютерных «алгоритмах, подсказанных Природой», позволяет воспроизвести эмерджентные свойства РИ – в частности, в поиске субоптимальных решений сложных вычислительных задач. Успешное применение генетических и культуральных расчетных алгоритмов в ряде практических приложений открывает возможность для «когнитивной» интерпретации эволюции биологических видов, также обнаруживающей существенные признаки РИ. Обсуждение более сложных и эффективных форм коллективного интеллекта в социальных системах, состоящих из людей, будет представлено во второй части обзора.

**Благодарности.** Авторы выражают искреннюю признательность д-ру техн. наук, проф. О.П. Кузнецову, канд. техн. наук А.В. Макаренко и д-ру техн. наук, проф. П.О. Скобелеву за внимательное ознакомление с рукописью и ценные конструктивные замечания.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков Д.А. Кибернетика: навигатор. История кибернетики, современное состояние, перспективы развития. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 160 с. [Novikov, D.A. Kibernetika: navigator. Istoriya kibernetiki, sovremennoe sostoyanie, perspektivy razvitiya. – М.: LENAND, 2016. – 160 s. (In Russian)]
2. Cavens, D., Gloor, C., Illenberber, J., et al. Distributed intelligence in pedestrian simulations // In Waldau, N., Gattermann, P., Knoflacher, H., Schreckenberger, M. (Eds.) Pedestrian and Evacuation Dynamics 2005. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. – P. 201–212.
3. Fu, X., Gao, H., Cai, H., et al. How to Improve Urban Intelligent Traffic? A Case Study Using Traffic Signal Timing Optimization Model Based on Swarm Intelligence Algorithm // Sensors. – 2021. – Vol. 21, no 2631.
4. Кипятков В.Е. Мир общественных насекомых. – Л.: Издательство ЛГУ, 1991. – 408 с. [Kipyatkov, V.E. Mir obshchestvennyh nasekomyh. – Leningrad: LGU, 1991. – 408 s. (In Russian)]
5. Chittka, L., Rossi, N. Social Cognition in Insects // Trends in Cognitive Sciences. – 2022. – Vol. 26, no. 7. – P. 578–592.
6. Couzin, I.D. Collective Cognition in Animal Groups // Trends in Cognitive Sciences. – 2009. – Vol. 13, no. 1. – P. 36–43.
7. Vicsek, T., Zafeiris, A. Collective Motion // Phys. Rep. – 2012. – Vol. 517. – P. 71–140.
8. Корепанов В.О. Модели рефлексивного группового поведения и управления. – М.: ИПУ РАН, 2011. – 127 с. [Korepanov, V.O. Modeli refleksivnogo gruppovogo povedeniya i upravleniya. – М.: ICS RAS, 2011. – 127 s. (In Russian)]
9. Vásárhelyi, G., Viragh, C., Somorjai, G., et al. Optimized Flocking of Autonomous Drones in Confined Environments // Science Robotics. – 2018. – Vol. 3, no. 20. – Art. no. eaat3536.
10. Шуровьески Дж. Мудрость толпы. Почему вместе мы умнее, чем поодиночке, и как коллективный разум формирует бизнес, экономику, общество и государство: Пер. с англ. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2007. – 304 с. [Surowiecky, J. The Wisdom of Crowds. – N.-Y.: Anchor Books, 2005. – 336 p.]
11. Kennedy, J., Eberhart, R.C., Shi, Y. Swarm Intelligence. – San Francisco: Morgan Kaufman Publishers, 2001.
12. The Cambridge Handbook of Intelligence. 2<sup>nd</sup> Ed. Ed. by R.J. Sternberg. – Cambridge: Cambridge University Press, 2020.
13. Kornhuber, M.L. The Theory of Multiple Intelligences // In: The Cambridge Handbook of Intelligence. 2<sup>nd</sup> Ed. Ed. by R.J. Sternberg. – Cambridge: Cambridge University Press, 2020.
14. Поляк В.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления: учебное пособие. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 500 с. [Polyak, V.T., Khlebnikov, M.V., Rapoport, L.B. Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya: uchebnoye posobiye. – Moscow: LENAND, 2019 – 500 p. (In Russian)]
15. Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие / Под ред. Д.А. Новикова. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 552 с. [Teoriya upravleniya (dopolnitel'nye glavy). Uchebnoye posobiye. Ed. by D.A. Novikov. – М.: LENAND, 2019. – 552 s. (In Russian)]
16. Elhoseny, M., Yuan, X. (Eds) Studies in Distributed Intelligence (серия электронных книг). Artificial Intelligence Applications for Smart Societies. Recent Advances. – Cham: Springer, 2021. – 251 p.
17. Rzevski, G., Skobelev, P. Emergent Intelligence in Large Scale Multi-agent Systems // Intern. J. of Education and Inform. Technol. – 2004. – Vol. 1, iss. 2. – P. 64–71.
18. Springer Handbook of Robotics, 2<sup>nd</sup> Edition. Ed. by B. Siciliano, O. Khatib. – Berlin: Springer-Verlag, 2015. – 2227 p.
19. Legg, S., Hutter, M. A Collection of Definitions of Intelligence // In Adv. Artif. General Intelligence: Concepts, Architectures and Algorithms. Ed. by B. Goertzel, P. Wang. – Amsterdam: IOS Press, 2007. – P. 17–25.
20. Encyclopedia Britannica – URL: <https://www.britannica.com/> (дата обращения 15.02.2023). [Accessed February 15, 2023.]
21. Malone, T.W., Bernstein, M.S. Handbook of Collective Intelligence. – Cambridge: MIT Press, 2015. – 230 p.
22. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с. [Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya / Ed. By A.A. Krasovskij. – М.: Nauka, 1987. – 712 s. (In Russian)]
23. Поляков К.Ю. Основы теории автоматического управления. – СПб.: Изд-во СПбГМУ, 2012. – 234 с. [Polyakov, K.Yu. Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniya, – S.-Petersburg: SPbGMTU, 2012. – 234 s. (in Russian)]
24. The Control Handbook. Vol. I – III. / Ed. by W. Levine. – N.-Y.: CRC Press, 2010. – 3526 p.
25. Vasile, C.-I., Leahy, K., Cristofalo, E., et al. Control in Belief Space with Temporal Logic Specifications // Proc. IEEE Conference on Decision and Control. – Las Vegas, USA, 2016. – P. 7419–7424.
26. Кудин Ю.И., Пащенко Ф.Ф. Нечеткие системы управления / Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие. Под ред. Д.А. Новикова. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – С. 400–425. [Kudin, Yu.I., Pashchenko, F.F. Nechetkiye sistemy upravleniya // In: Teoriya upravleniya (dopolnitel'nye glavy). Uchebnoya posobiye. Ed. by D.A. Novikov. – М.: LENDAND, 2019. – S. 400–425. (In Russian)]
27. Толмен Э. Когнитивные карты у крыс и у человека / Хрестоматия по истории психологии. Под ред. Гальперина П.Я. и Ждан А.Н. – М.: МГУ, 1980. – С. 63–69. [Tolmen, E.S. Cognitive Maps in Rats and Men // The Psychological Review. – 1948. – Vol. 55, no. 4. – P. 189–208.]
28. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексия и управление: математические модели. 2-е изд. – М.: ЛЕНАНД, 2022. – 416 с. [Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G. Reflection and Control: Mathematical Modeling, 2<sup>nd</sup> Ed. – М.: LENAND, 2022 – 416 p. (In Russian)]
29. Белов М.В., Новиков Д.А. Структура креативной деятельности // Проблемы управления. – 2021. – № 5. – С. 20–33. [Belov, M.V., Novikov, D.A. The Structure of Creative Activity // Control Sciences. – 2021. – No. 5. – P. 17–28.]
30. Петухов В.В. Психология мышления. Учебно-методическое пособие. – М.: МГУ, 1987. – 99 с. [Petukhov, V.V. Psikhologiya myshleniya, Uchebno-metodicheskoye posobiye. – М.: MGU, 1987. – 99 p. (In Russian)]
31. Пономарев Я.А., Александров Ю.И., Ушаков Д.В. Психология творчества. Школа Я.А. Пономарева. – М.: Институт психологии РАН, 2006. – 624 с. [Ponomarev, Ya.A., Aleksandrov, Yu.I., Ushakov D.V. Psikhologiya tvorchestva. Shkola Ya.A. Ponomareva, – М.: Institute of Psychology RAS, 2006. – 624 s. (In Russian)]
32. Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в ТРИЗ – теорию решения изобретательских задач. 4-е изд. – М.: Альпина Паблишерз, 2011. – 400 с. [Altshuler, G.S. Najti ideyu.

- Vvedenie v TRIZ teoriyu resheniya izobretatel'skikh zadach. 4<sup>th</sup> ed. – М.: Alpina Publishers, 2011. – 400 s. (In Russian)]
33. *Зорина З.А., Поletaева И.И.* Зоопсихология. Элементарное мышление животных: учебное пособие. – М.: Аспект Пресс, 2002. – 320 с. [*Zorina, Z.A., Poletayeva, I.I.* Zoopsikhologiya. Elementarnoye myshleniye u zhivotnykh. – М.: Aspect Press, 2002. – 320 p. (In Russian)].
34. *Тинберген Н.* Социальное поведение животных (пер. с англ.). – М.: Мир, 1993. – 152 с. [*Tinbergen, N.* Social Behaviour in Animals with Special Reference to Vertebrates. – London – New-York: Chapman & Hall, 1968. – 150 p.]
35. Artificial Intelligence Index Report. – Stanford University Human-Centered Artificial Intelligence, 2022. – URL: <https://aiindex.stanford.edu/report/> (дата обращения 15.02.2023). [Accessed February 15, 2023.]
36. *Хайкин С.* Нейронные сети. Полный курс. 2-е издание (пер. с англ.) – М.: Вильямс, 2016. – 1104 с. [*Haykin, S.* Neural Networks: A Comprehensive Foundation. 2<sup>nd</sup> Ed. – Singapore: Prentice Hall & Pearson Education, 1998. – 842 p.]
37. *Gu, T., Liu, K., Dolan-Gavitt, B., Garg, S.* BadNets: Evaluating Backdooring Attacks on Deep Neural Networks // IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – P. 47230–47244.
38. *Макаренко А.В.* Глубокие нейронные сети: зарождение, становление, современное состояние // Проблемы управления. – 2020. – № 2. – С. 3–19 [*Makarenko, A.V.* Deep Neural Networks: Origins, Development, Current Status // Control Sciences. – 2020. – No. 2. – P. 3–19. (In Russian)]
39. *Тей А., Грибомон П., Луи Ж.* и др. Логический подход к искусственному интеллекту: от классической логики к логическому программированию (пер. с франц.). – М.: Мир, 1990. – 432 с. [*Thayse, A., Gribomont, P., Louis, G., et al.* Approche logique de l'intelligence artificielle. Т. 1: De la logique classique a la programmation logique. – Paris: Bordas Editions, 1988. – 274 p. (In French)]
40. *Springer Handbook of Computational Intelligence.* Ed. by *J. Kacprzyk, W. Pedrych.* – Berlin: Springer, 2015. – 1633 p.
41. *Batini, C., Ceri, S., Navathe, S.B.* Conceptual Database Design: An Entity-Relationship Approach. – Redwood: Benjamin/Cummings, 1992. – 496 p.
42. *Lehmann, F.* Semantic Networks in Artificial Intelligence. – New-York: Pergamon, 1992. – 768 p.
43. *Poelmans, J., Ignatov, D.I., Kuznetsov, S.O., Dedene, G.* Formal Concept Analysis in Knowledge Processing: A Survey on Applications // Expert Systems with Applications. – 2013. – Vol. 40, no. 16. – P. 6538–6560.
44. *Васильев С.Н.* Интерактивное порождение новых знаний на основе автоматических средств логического вывода. // Онтология проектирования. – 2023. – Т. 13, № 1. – С. 10–29. [*Vassiliev, S.N.* Interactive Generation of New Knowledge Based on Automatic Means of Logical Inference. Ontology of Designing. – 2023. – Vol. 13, no. 1. – P. 10–29. (In Russian)]
45. *Кузнецов О.П.* Избранные труды. Автоматы, языки и искусственный интеллект. – М.: ИПУ РАН, 2016. – 464 с. [*Kuznetsov, O.P.* Izbrannye Trudy. Avtomaty, jazyki i iskusstvennyj intellekt. – М.: ICS RAS, 2016. – 464 p. (In Russian)]
46. *Кулинич А.А.* Семиотические когнитивные карты. Ч. 1. Когнитивный и семиотический подходы в информатике и управлении // Проблемы управления. – 2016. – № 1. – С. 2–10; Ч. 2. Основные определения и алгоритмы // Проблемы управления. – 2016. – № 2. – С. 24–40 [*Kulinich, A.A.* Semiotic Cognitive Maps. Part 1. Cognitive and Semiotic Approach in Informatics and Control Sciences // Control Sciences. – 2016. – No. 1. – P. 2–10; P. 2. The Basic Definitions and Algorithms // Control Sciences. – 2016. – No. 2. – P. 24–40. (In Russian)]
47. *Gawthrop, P., Loram, I., Lakie, M., Gollee, H.* Intermittent Control: A Computational Theory of Human Control // Biological Cybernetics. – 2011. – Vol. 104. – P. 31–51.
48. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Модели деятельности (основы математической теории деятельности). – М.: ЛЕНАНД, 2021. – 216 с. [*Belov, M.V., Novikov, D.A.* Models of Activity (foundations of mathematical theory of activity). – М.: LENAND, 2021. – 216 p. (In Russian)]
49. *Новиков Д.А.* Модели информационного противоборства в управлении толпой // Проблемы управления. – 2015. – № 3. – С. 29–39. [*Novikov, D.A.* Models of Informational Confrontation in Mob Control // Control Sciences. – 2015. – No. 3. – P. 29–39. (In Russian)]
50. *Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартушвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. 3-е изд. – М.: МЦНМО, 2018. – 224 с. [*Gubanov, D.A., Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G.* Social Networks: Models of Informational Influence, Control and Contest. 3<sup>rd</sup> Ed. – М.: MTsNMO, 2018. – 224 s. (In Russian)]
51. *Словохотов Ю.Л.* Физика и социофизика // Проблемы управления. – 2012. – № 1. – С. 2–20; № 2. – С. 2–31; № 3. – С. 2–34. [*Slovokhotov, Y.L.* Physics vs. Sociophysics // Control Sciences. – 2012. – No. 1. – P. 2–20; No. 2. – P. 2–31; No. 3. – P. 2–34. (In Russian)]
52. *Гасников А.В.* (ред.) Введение в математическое моделирование транспортных потоков. – М.: МЦНМО, 2013. – 429 с. [*Gasnikov, A.V.* (Ed.) Introduction to Mathematical Modeling of Traffic Flows. – М.: MTsNMO, 2013. – 429 s. (In Russian)]
53. *Романовский М.Ю., Романовский Ю.М.* Математические начала эконофизики. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019. – 360 с. [*Romanovsky, M.Yu., Romanovsky, Yu.M.* Mathematical foundations of econophysics. – Moscow-Izhevsk: Institut kompyuternyh issledovanij, 2019. – 360 p. (In Russian)]
54. *Ширяев В.И.* Финансовые рынки: нейронные сети, хаос и нелинейная динамика. 5-е изд., – М.: ЛИБРОКОМ, 2013. – 232 с. [*Shiryayev, V.I.* Financial Markets: Neural Networks, Chaos and Non-linear Dynamics. 5<sup>th</sup> Ed. – Moscow: LIBROKOM, 2013. – 232 p. (in Russian)].
55. *Барабанов И.Н., Новиков Д.А.* Динамические модели управления возбуждением толпы в непрерывном времени // Управление большими системами. – 2016. – Вып. 67. – С. 71–86. [*Barabanov, I.N., Novikov D.A.* Continuous-Time Dynamic Models of Mob Excitation // Large-Scale Systems Control. – 2016. – No. 67. – P. 71–86. (In Russian)]
56. *Kozitsin, I.V.* A General Framework to Link Theory and Empirics in Opinion Formation Models // Sci. Rep. – 2022. – Vol. 12, no. 5543. – P. 1–18.
57. *Spiegler, R.* Bounded Rationality and Industrial Organization. – Oxford: Oxford University Press, 2014. – 240 p.
58. *Новиков Д.А.* Ограниченная рациональность и управление // Математическая теория игр и ее приложения. – 2022. – Т. 14, вып. 1. – С. 49–84 [*Novikov, D.A.* Bounded Rationality and Control // Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya. – 2022. – Vol. 14, no. 1. – P. 49–84. (In Russian)]
59. *Slovokhotov, Y.L., Neretin, I.S.* Towards Constructing a Modular Model of Distributed Intelligence // Programming & Computer Software. – 2018. – Vol. 44, no. 6. – P. 499–507.



60. *Dombrowski, C., Cisneros, L., Chatkaew, S., et al.* Self-Concentration and Large-Scale Coherence in Bacterial Dynamics // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 93, no. 9. – P. 098103–1–098103–54.
61. *Арансон И.С.* Топологические дефекты в активных жидких кристаллах // *Усп. физ. наук*, 2013. – Т. 183, № 1. – С. 87–102. [*Aranson, I.S.* Aktivnaye kolloidy, *Physics-Uspekh*, 31 Jan. – 2013. – Vol. 183, no. 1. – P. 87–102. (In Russian)]
62. *Deng, J., Liu, D.* Spontaneous Response of a Self-Organized Fish School to a Predator // *Bioinspiration & Biomimetics.* – 2021. – Vol. 16, no. 4. – Art. no. 046013.
63. *Cristiani, E., Menci, M., Papi, M., Brafman, L.* An All-leader Agent-Based Model for Turning and Flocking Birds // *J. Math. Biology.* – 2021. – Vol. 83. – Art. no. 45.
64. *Helbing, D., Keltsch, J., Molnar, P.* Modelling the Evolution of Human Trail Systems // *Nature.* – 1997. – Vol. 388, no. 3. – P. 47–50.
65. *El Zoghby, N., Loscri, V., Natalizio, E., Cherfaoui, V.* Robot Cooperation and Swarm Intelligence / In: *Wireless Sensor and Robot Networks: from Topology Control to Communication Aspects.* – Singapore: World Scientific Publishing Company, 2014. – P. 168–201.
66. *Кулинич А.А., Карпов В.Э., Карпова И.П.* Социальные сообщества роботов. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 352 с. [*Kulinich, A.A., Karpov, V.E., Karpova, I.I.* Social Communities of Robots. – М.: LENAND, 2019. – 352 p. (In Russian)]
67. *МакКоннелл, Дж.* Основы современных алгоритмов. – М.: Техносфера, 2004. – 368 с. [*McConnell, J.J.* Analysis of Algorithms: An Active Learning Approach. – Boston: Jones & Bartlett Publishers, 2001. – 297 p.]
68. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms for Engineering Optimization Applications.* Ed. by S. Carbar, A. Toktas, D. Ustin / *Springer Tracts in Nature-Inspired Computing.* – Cham: Springer, 2021. – 404 p.
69. *Winklerova, Z.* Maturity of the Particle Swarm as a Metric for Measuring the Particle Swarm Intelligence // *Proc. 4<sup>th</sup> Int. Conf. Adv. Swarm Intel.* – Harbin, 2013. – P. 40–54.
70. *Chakraborty, A., Kar, A.K.* Swarm Intelligence: A Review of Algorithms / In: *Nature-Inspired Computing and Optimization: Theory and Applications.* Ed. by S. Patnaik, X.-S. Yang, K. Nakamatsu. – Cham: Springer, 2017. – P. 475–494.
71. *Широкий А.А., Калашников А.О.* Применение методов естественных вычислений для управления рисками сложных систем // *Проблемы управления.* – 2021. – № 4. – С. 3–20. [*Shiroky, A.A., Kalashnikov, A.O.* Natural Computing with Application to Risk Management in Complex Systems // *Control Sciences.* – 2021. – No. 4. – P. 2–17].
72. *Доккинз Р.* Эгоистичный ген (пер. с англ.). – М.: Corpus (АСТ), 1989. – 277 с. [*Dawkins, R.* The Selfish Gene. – Oxford: Oxford University Press, 1976. – 360 p.]
73. *Alattas, R.J., Patel, S., Sobh, T.M.* Evolutionary Modular Robotics: Survey and Analysis // *J. Intel. & Robotic Syst.* – 2019. – Vol. 95. – P. 815–828.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Е. Лепским.

Поступила в редакцию 06.03.2023,  
после обработки 11.05.2023.  
Принята к публикации 22.05.2023.

**Словохотов Юрий Леонидович** – д-р хим. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
✉ [yurislovo@yandex.ru](mailto:yurislovo@yandex.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6669-6210>

**Новиков Дмитрий Александрович** – академик РАН, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,  
✉ [novikov@ipu.ru](mailto:novikov@ipu.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9314-3304>

© 2023 г. Словохотов Ю.Л., Новиков Д.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

# DISTRIBUTED INTELLIGENCE OF MULTI-AGENT SYSTEMS.

## PART I: Basic Features and Simple Forms

Yu.L. Slovokhotov<sup>1,2</sup> and D.A. Novikov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Department of Materials Science, Moscow State University, Russia

✉ yurislovo@yandex.ru, ✉ novikov@ipu.ru

**Abstract.** This multi-part survey is devoted to the empirical characteristics and manifestations of intelligence as the capability of an autonomous agent to perceive, process, and use information in order to achieve its goal. Part I of the survey briefly describes the most significant attributes of “proto-intelligent” and intelligent systems, together with the main features of distributed intelligence (DI), individual human intelligence (HI), and artificial intelligence (AI). An inseparable connection is emphasized between the DI of human organizational and social systems and individual human intelligence. The simplest forms of “swarm” intelligence are considered as examples, and the key factors determining the effectiveness of DI in such multi-agent systems are presented, including the structure of interactions between agents, their collective goal-setting, external information recording, convolution, and processing, and the standard “images” of external influences. Their combination pushes the performance of a multi-agent system far beyond the capabilities of its individual agents. In part II of the survey, different forms of collective intelligence in human social systems will be analyzed and all known types of intelligence will be generally classified.

**Keywords:** multi-agent systems, distributed intelligence, swarm intelligence, organizational systems, collective intelligence.

**Acknowledgments.** We are grateful to Prof., Dr. Sci. (Eng.) O.P. Kuznetsov, Cand. Sci. (Eng.) A.V. Makarenko, and Prof., Dr. Sci. (Eng.) P.O. Skobelev for careful reading of the manuscript and helpful remarks.



# ОЛИГОПОЛИЯ КУРНО: ВЫБОР СТРАТЕГИЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И ДРУГИЕ ВОПРОСЫ<sup>1</sup>

А.С. Шведов

**Аннотация.** Работающие в условиях рыночной экономики фирмы не могут не рассматривать задачу увеличения доходов. Когда крупные фирмы своими действиями влияют на цены, за этой задачей стоит совсем не простая математика – игровые модели олигополии. В обзоре в большей степени рассматривается конкуренция по Курно, чем конкуренция по Бертрону. Обсуждаются вопросы существования, единственности, устойчивости равновесия Курно. Также рассматриваются: вопросы вступления новых фирм на рынок; барьеры, которые могут для этого ставиться; влияние такого вступления на материальное благосостояние общества, на совокупный излишек, излишек потребителя. Затрагиваются проблемы сговора между фирмами. Дается обзор публикаций, в которых сравниваются цены на товары, прибыли фирм, материальное благосостояние общества при конкуренции по Курно и при конкуренции по Бертрону. Значительное внимание уделяется тем проблемам, с которыми сталкиваются фирмы из-за незнания некоторых текущих или будущих условий рынка, имеющейся неопределенности. Рассматриваются вопросы обмена информацией между фирмами. Один из подходов к снижению предельных затрат – покупка лицензий; равновесия Курно при продаже лицензий также приведены в обзоре. Представлены методы расчетов для равновесий Курно (для случая, когда каждая фирма производит несколько товаров) и публикации, в которых равновесия Курно используются при решении конкретных прикладных задач.

**Ключевые слова:** равновесие Курно, социальная эффективность, равновесие Бертрона, обмен информацией, неопределенность, лицензирование, формирование картелей, задача дополненности.

## ВВЕДЕНИЕ

Цены на товары, когда в отрасли работают крупные фирмы, определяются не только спросом и затратами на производство, но и стратегиями производителей. Теория олигополии играет важную роль при выработке фирмами своих стратегий. В соответствии с классификацией, приведенной в книге [1], взаимодействия, возникающие в отрасли с небольшим числом фирм, могут быть либо конкуренцией, когда фирмы определяют объемы выпускаемой продукции, либо конкуренцией, когда фирмы определяют цены на свою продукцию, либо сговором. Если все фирмы одновременно принимают решения, какой объем продукции выпустить, пытаясь предвидеть, какими будут выпуски других фирм, такое взаимодействие называется конкуренцией по Курно. Если все фирмы од-

новременно принимают решения, какую цену установить на свою продукцию, пытаясь предвидеть, какие цены установят другие фирмы, такое взаимодействие называется конкуренцией по Бертрону. Также конкуренция по Курно и конкуренция по Бертрону рассматриваются в книге [2] (под названиями «олигополия Курно» и «олигополия Бертрона» соответственно). Подходы, основанные на конкуренции по Курно, могут быть предпочтительными в тех случаях, когда объемы выпускаемой продукции должны быть определены задолго до того времени, когда произойдет выпуск. Обмен информацией между фирмами, например, о затратах и рыночном спросе (или отсутствие такого обмена информацией) имеет существенное значение. В работе [3] указывается, что элементами стратегий фирм, кроме объемов выпускаемой продукции и цен, могут быть, например, расходы на рекламу и R&D; это делает используемую модель алгебраически более сложной, но не меняет ее полностью. Математическое моделирование не одновременно принятия фирмами решений, разумеется, также

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда экономических исследований академика Н.П. Федоренко. Проект № 2022-139.

представляет интерес, но такие модели в настоящем обзоре не рассматриваются.

Классическая модель конкуренции по Курно следующая. Предполагается, что  $n$  фирм производят однородный товар, продаваемый по единой цене. Если  $L_i$  – это *производственные возможности* фирмы  $i$ , то стратегией фирмы  $i$  является выпуск товара  $q_i$ , где  $0 \leq q_i \leq L_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Предполагается также, что *затраты*  $C_i$  фирмы зависят только от выпуска  $q_i$ , а *цена* товара  $P$  зависит только от *совокупного выпуска*  $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ . Тогда прибыль фирмы  $i$

$$\pi_i(q_i, Q) = P(Q)q_i - C_i(q_i). \quad (1)$$

Функция  $P(Q)$  является монотонно убывающей, а каждая из функций  $C_i(q_i)$  – монотонно возрастающей (исключение составляют модели с постоянными затратами). Функция  $P(Q)$  называется *обратной функцией спроса*, а функции  $C_i(q_i)$  – *функциями затрат*. Целью фирмы  $i$  является максимизация прибыли  $\pi_i$ . Говоря современным языком (работа Курно, как и работа Бертрана, относится к XIX в.), это задача теории некооперативных игр. Требуется найти профиль чистых стратегий  $q_1, \dots, q_n$ , который был бы равновесием Нэша. Применительно к данной задаче равновесие Нэша называется *равновесием Курно* или равновесием Курно – Нэша. Более общее понятие равновесия, включающее сговор между фирмами относительно объемов выпускаемой продукции, рассматривается, например, в работе [3]. При этом равновесие Курно оказывается одним из частных случаев этого равновесия.

Сформулированная задача привела к появлению большого числа интересных и важных математических работ. Однако целью Курно было дать описание экономических реалий, лежащих между монополией и совершенной конкуренцией, в частности, ответить на вопрос, соответствует ли увеличение числа фирм общественным интересам. Достижением ученых XIX в. является признание того, что отвечать на подобные вопросы без применения математических методов и решения оптимизационных задач невозможно. Но каков необходимый для этого уровень математической сложности? Некоторые авторы утверждают, что по запросу «равновесие Курно» поисковики выдают более 50 000 ссылок. В каких-то статьях дело ограничивается формулировкой и доказательством

математических теорем, в других делаются выводы экономического характера или рассматриваются конкретные экономические задачи. Разумеется, говорить, что какое-то звено цепочки «теоретическая математика» – «прикладная математика» – «конкретные приложения» более важное, чем другие, было бы неправильно. Разумеется, также, что при таком количестве публикаций отсутствие в обзоре упоминания о какой-то публикации не означает, что автор не считает ее важной.

Бурное развитие математической дисциплины, которую можно назвать «олигополия Курно», началось в 60-е гг. XX в. (или в конце 1950-х гг.). Во-первых, изучались вопросы существования равновесия Курно и единственности такого равновесия. Во-вторых, рассматривались динамические модели, исследовалась устойчивость равновесий Курно. Эти задачи представлены в § 1 обзора. Отметим также, что целью настоящей работы не является обзор динамических моделей конкуренции по Курно, основное внимание уделяется статическим моделям. Однако на начальном этапе создания математической дисциплины «олигополия Курно» вопросы существования, единственности и устойчивости рассматривались в тесной взаимосвязи.

Всегда ли вступление новой фирмы на рынок желательно с точки зрения интересов общества? Или может оказаться, что такое вступление приведет к уменьшению выпусков у уже работающих фирм, повышению цены на товар, будет выгодно для вступающей на рынок фирмы, но приведет к снижению материального благосостояния общества? Должны ли власти устанавливать барьеры для вступления новых фирм на рынок, и какими должны быть эти барьеры? Как эти барьеры скажутся на совокупном излишке и на излишке потребителя? Все перечисленные вопросы взаимосвязаны. Обзор соответствующих публикаций дается в § 2. В большом числе работ сравниваются конкуренция по Курно и конкуренция по Бертрану по равновесным ценам, выпускам, материальному благосостоянию общества и т. д. Эти исследования представлены в § 3. Во многом обзор направлен на применение методов теории вероятностей при изучении взаимодействия крупных фирм, в § 4 дается обзор работ, в которых изучается выбор стратегий при неопределенности и обмен информацией между фирмами. Также в этом разделе рассматриваются работы, относящиеся к продаже лицензий. В § 5 дается обзор работ по формированию картелей. В § 6 обсуждается практическое нахождение равновесий Курно и их использование при решении конкретных прикладных задач.



## 1. СУЩЕСТВОВАНИЕ, ЕДИНСТВЕННОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЙ КУРНО

Оставив пока в стороне вопрос о существовании и единственности равновесий Курно, начнем с работы [4], в которой изучается устойчивость этих равновесий. В этой работе рассматривается модель с дискретным временем, на каждом временном шаге путем определения объема выпускаемой продукции каждой фирмой решается задача максимизации прибыли при известной всем фирмам линейной обратной функции спроса  $P(Q)$ . Каждая фирма исходит из предположения, что выпуски других фирм останутся неизменными. Исследуется устойчивость получающейся системы разностных уравнений. Оказывается, что решение устойчиво только при числе фирм, равном 2-м; при числе фирм, большем 3-х, решение неустойчиво.

Следует отметить, что к этому времени существовала значительная литература по исследованию устойчивости равновесий Вальраса, и было хорошо известно, что вывод об устойчивости или неустойчивости решения зависит от используемого в модели процесса регулировки; (см., например, работу [5, с. 643]). Категоричность и несомненная практическая применимость выводов работы [4], а также то, что процесс регулировки в этой работе выбирается произвольно, повлекли за собой дальнейшие исследования устойчивости равновесий Курно. В работе [6] рассмотрен более широкий класс процессов регулировки, показано, что равновесие Курно может быть устойчивым при любом числе фирм.

В работе [7] рассматриваются модели с непрерывным временем, с различными функциями затрат у фирм и с нелинейной обратной функцией спроса. Для доказательства устойчивости равновесий Курно используются функции Ляпунова. В работе [8] объединяются подходы из работ [7] и [5], формулируются общие условия для процессов регулировки, при которых равновесия Курно устойчивы. В работе [9] ослабляется предположение, что все фирмы производят однородный товар, но каждая фирма производит только один товар (такие модели называются моделями с различными товарами, в отличие от моделей, где каждая фирма производит несколько товаров). При условии, что «связь между товарами достаточно слабая», доказывается, что равновесие Курно устойчиво. Результаты об устойчивости из работы [7] дополняются в работе [10]; для анализа в этой работе используются предположительные вариации. (Подробнее о предположительных вариациях см.,

например, работу [11].) Обзор дальнейших результатов, относящихся к устойчивости равновесий Курно, можно найти в работах [12–14].

Задача существования равновесий Курно (в случае фирм, производящих однородный товар) рассматривается в работе [15]. Функции  $P(Q)$  и  $C_i(q_i)$  непрерывные, но дифференцируемость этих функций не требуется, функция  $\pi_i(q_i, Q)$  как функция аргумента  $q_i$  предполагается вогнутой. При этих условиях доказывается существование равновесия Курно. Даются ссылки на предшествующие работы, в которых содержатся частные случаи доказанной теоремы. Теорема о единственности равновесия Курно доказывается в работе [16]. Следует отметить также работу [17] о вогнутых некооперативных играх, результаты которой могут быть использованы для доказательства существования и единственности равновесий Курно, но в качестве примера олигополия Курно в данной работе не рассматривается. И в работе [15], и в работе [17] для доказательства существования равновесий используется теорема Какутани о неподвижной точке. Более простое доказательство существования и единственности равновесий Курно при дифференцируемых функциях  $P(Q)$  и  $C_i(q_i)$  дается в работе [18]. В книге [19, с. 4, 5] приводятся контрпримеры, показывающие, что равновесие Курно может не существовать и может существовать, но быть не единственным. Задачи существования, единственности и устойчивости равновесий Курно могут быть рассмотрены и применительно к фирмам, производящим несколько товаров (см., например, работу [20]). Эти вопросы также освещены в книге [19]. В работе [21] доказывается существование равновесий Курно для случая бивогнутых обратных функций спроса.

В ряде работ изучение рассматриваемых экономических процессов пошло по пути увеличения сложности используемого математического инструментария. В работе [22] под обратной функцией спроса понимается многозначное отображение. В работе [23] целью названо создание единого подхода к понятиям равновесия Вальраса и равновесия Курно. Изначально понятие экономики вводится таким образом, как это принято при изучении равновесий Вальраса с производством. Производство Курно определяется затем как некоторая вероятностная мера, а под равновесием Курно понимается равновесие не в чистых, а в смешанных стратегиях. Для изучения олигополии Курно применяется и другой математический инструментарий; так, в работе [24] в рамках моделей с дискретным временем для сравнения равновесия

Вальраса и равновесия Курно используется теория аттракторов.

В работе [25] рассматриваются фирмы, производящие однородный товар, но имеющие разные функции затрат. Исследуется существование равновесий Курно. Основное внимание уделяется вопросу, насколько можно ослабить условия, накладываемые на обратную функцию спроса и функции затрат, принятые в предыдущих работах ([15, 18] и др.), чтобы теорема о существовании равновесий Курно оставалась верной. Результаты этой работы частично пересекаются с результатами, полученными независимо в работе [26]. К этому же направлению относится работа [27]. Обзор ряда последующих публикаций можно найти в работе [28]. Отметим, что в ней обратная функция спроса имеет вид  $P(Q) = a - bQ^\beta$ , при этом  $\beta$  может быть как положительным, так и отрицательным числом; исследуются вопросы существования, единственности и устойчивости равновесий Курно. В работе [29] изучается, каким образом неприятие риска влияет на стратегии фирм.

Во многих работах классическая модель конкуренции по Курно развивается применительно к тем или к другим экономическим проблемам. В работе [30] изучается добыча нефти и рассматривается задача максимизации прибыли фирм за длительный период времени с учетом дисконтирования. В работе [31] исследуется модель, в которой фирмы решают, какой труд (как фактор производства) использовать; выпуски продукции определяются используемым трудом. В работе [32] авторы называют смешанной такую олигополию, где существует одна фирма, принадлежащая государству, и несколько частных фирм. Фирма, принадлежащая государству, стремится максимизировать материальное благосостояние общества, частные фирмы максимизируют прибыль (все фирмы производят однородный товар). Формулируются условия, при которых для такой смешанной олигополии существует и единственно равновесие Курно. Влияние налогов на равновесные выпуски в олигополии Курно обсуждается в работах [33, 34]. В работе [35] доказывается существование равновесия Курно для случая, когда устанавливаются фиксированные верхние уровни цен. В работе [36] в рамках конкуренции по Курно используются модели со случайной выработкой, когда выпуск каждой фирмы  $q_i = \xi_i \bar{q}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где  $\bar{q}_i$  – намеченный выпуск,  $\xi_i$  – случайная величина. Рассматриваются совокупный выпуск, излишек потребителя, вступление новых фирм на рынок.

Коррелированное равновесие (по определению это некоторая вероятностная мера) представляет

собой обобщение равновесия Нэша в чистых стратегиях. В работах [37, 38] приводятся условия, при которых справедлив следующий результат. Если существует единственное равновесие Курно, то оно является и единственным коррелированным равновесием.

В ряде работ для изучения конкуренции по Курно применяются методы теории рефлексивных игр [39]. В работе [40] исследуются условия, при которых, когда каждая фирма дает наилучший ответ с точки зрения максимизации своей прибыли на объемы выпуска других фирм, это приводит к сходимости к равновесию Курно. Сходимость к равновесию Курно, когда одна из фирм является лидером, а другие – последователями, рассматривается в работе [41]. Примеры неединственности равновесий Курно даются в работе [42]. Вопросы эффективности для статических и динамических игр при различных способах организации взаимодействия фирм изучаются в работе [43].

## 2. ВСТУПЛЕНИЕ НОВЫХ ФИРМ НА РЫНОК И ВОПРОСЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Пусть обратная функция спроса имеет вид  $P(Q) = a - bQ$ , где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ; функции затрат имеют вид  $C_i(q_i) = c_i q_i$ , где  $c_i \geq 0$ ; производственные возможности каждой фирмы не ограничены. Величины  $c_i$ , играющие ключевую роль в последующем анализе, называются *предельными затратами* или затратами на производство единицы продукции. Тогда в соответствии с формулой (1)

$$\pi_i(q_1, \dots, q_n) = \left( a - b \sum_{j=1}^n q_j \right) q_i - c_i q_i$$

и

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_1, \dots, q_n) = a - 2bq_i - b \sum_{j \neq i} q_j - c_i.$$

Профиль стратегий  $q_1^*, \dots, q_n^*$  является равновесием Нэша, если

$$\begin{aligned} \pi_i(q_1^*, \dots, q_{i-1}^*, q_i^*, q_{i+1}^*, \dots, q_n^*) &= \\ &= \max_{q_i} \pi_i(q_1^*, \dots, q_{i-1}^*, q_i, q_{i+1}^*, \dots, q_n^*) \end{aligned}$$

при всех  $i = 1, \dots, n$ . Необходимое условие максимума – равенство нулю частных производных, т. е.

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_1^*, \dots, q_{i-1}^*, q_i^*, q_{i+1}^*, \dots, q_n^*) = 0$$

или

$$bq_i^* = a - c_i - b \sum_{j=1}^n q_j^*, \quad i = 1, \dots, n.$$



Сложение последних  $n$  уравнений дает

$$Q^* = \frac{n}{b(n+1)}(a - \bar{c}), \quad (2)$$

где  $\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i$  – средние предельные затраты.

Предполагается, что  $a > \bar{c}$ . Тогда

$$P(Q^*) = a - \frac{n}{n+1}(a - \bar{c}). \quad (3)$$

Расчет  $q_i^*$  и  $\pi_i(q_1^*, \dots, q_n^*)$  не представляет труда:

$$q_i^* = \frac{1}{b(n+1)}(a - \bar{c} + (n+1)(\bar{c} - c_i)), \quad (4)$$

$$\pi_i(q_1^*, \dots, q_n^*) = \frac{1}{b(n+1)^2}(a - \bar{c} + (n+1)(\bar{c} - c_i))^2. \quad (5)$$

Найденная точка  $q_i^*$  является точкой максимума функции прибыли  $\pi_i(q_1^*, \dots, q_{i-1}^*, q_i, q_{i+1}^*, \dots, q_n^*)$ , поскольку функция  $\pi_i$  как функция аргумента  $q_i$  вогнутая. В случае  $c_i > \bar{c}$  может возникнуть проблема отрицательных, точнее, нулевых выпусков  $q_i^*$ . Данной проблеме уделяется значительное внимание в § 6. Но здесь мы не останавливаемся на этом, считая выполненным условие  $c_i < \bar{c} + (a - \bar{c}) / (n+1)$  при всех  $i$ . Отметим, что доля выпуска фирмы  $i$  от совокупного выпуска также легко рассчитывается:

$$\frac{q_i^*}{Q^*} = \frac{1}{n} \frac{a - c_i}{a - \bar{c}} + \frac{\bar{c} - c_i}{a - \bar{c}}.$$

Формулы (4) и (5) показывают, что при достаточно больших  $n$  разность  $\bar{c} - c_i$  может играть большую роль, чем разность  $a - \bar{c}$ . Для фирмы задача уменьшения предельных затрат  $c_i$  относится к числу наиболее важных.

Выводы Курно состояли в том, что при увеличении числа фирм увеличивается совокупный выпуск и уменьшается цена товара. В случае линейной модели, как это следует из формул (2) и (3), эти выводы верны. В работе [44] исследуется нелинейная модель и формулируются условия, при которых выводы Курно остаются верными.

Из формулы (3) следует, что

$$P(Q^*) - \bar{c} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty,$$

т. е. олигополия переходит в совершенную конкуренцию при неограниченном увеличении числа фирм. Олигополия (при выпуске фирмами однородного товара) называется квазиконкуренцией, если при увеличении числа фирм совокупный выпуск увеличивается и цена товара уменьшается. В

работе [45] при одинаковых функциях затрат для всех фирм показано, что одной квазиконкуренции не достаточно для того, чтобы олигополия переходила в совершенную конкуренцию при неограниченном увеличении числа фирм. В работе [46] исследуется случай различных функций затрат у фирм; в частности, показано, что при выполнении условий, при которых в работе [16] доказана единственность равновесия Курно, олигополия является квазиконкурентной.

Исследование зависимости цены товара и доли продукции, производимой одной фирмой, от числа фирм продолжается в работе [47]. В работе [48] также изучается переход конкуренции по Курно в совершенную конкуренцию при увеличении числа фирм, исследуется устойчивость равновесия Курно. Показано, что система устойчива, если вместе с увеличением числа фирм уменьшаются их производственные возможности. В работе [49] те же вопросы рассматриваются при наличии сговора между фирмами; для анализа, как и в работе [10], используются предположительные вариации. В работе [50] автор дает строгое математическое доказательство того, что он называет «народной теоремой»: если фирмы малы по отношению к рынку, то существует равновесие Курно, и это равновесие приближенно является совершенной конкуренцией. При этом предполагается возможность свободного вступления фирм на рынок и свободного выхода; при анализе используется средняя функция затрат для фирм. Исследования из работы [50] продолжаются в работе [51], изучаются асимптотические свойства равновесий Курно. Для равновесия со свободным вступлением фирм на рынок зависимость числа фирм и совокупного выпуска от функции спроса и затрат изучается в работе [52].

В работах [53–55] изучается материальное благосостояние общества при конкуренции по Курно. Оказывается (в рамках рассматриваемых математических моделей), что свободное вступление фирм на рынок может не улучшать, а ухудшать материальное благосостояние общества. В работе [56] исследуются также излишек потребителя и безвозвратные потери. В работе [57] при определенном упрощении математической модели даются явные выражения для некоторых показателей эффективности через элементарные функции. В работе [58] рассматриваются фирмы, производящие несколько товаров, сравниваются конкуренция по Курно и сговор по излишку потребителя, совокупному излишку, изучаются потери прибыли фирм при конкуренции по Курно по сравнению со сговором. Отметим, что неопределенность, которая может сделать сговор неэффективным, в этой работе не рассматривается. В работе [59] ис-

следует вопрос, каким образом для олигополии Курно со свободным вступлением новых фирм на рынок число фирм, выпуск отдельной фирмы и совокупный выпуск зависят от необходимых для вступления на рынок затрат и от размера рынка. В работе [60] анализируются действия властей, устанавливающих ограничения для вступления новых фирм на рынок; одной из целей властей является улучшение материального благосостояния общества.

В работе [61] продолжается начатое в работах [54, 55] исследование того, что вступление новых фирм на рынок может быть избыточным. Изучаются инвестиции, которые фирмы для уменьшения затрат производят в R&D, литература по равновесиям Курно связывается с предшествующей литературой по инвестициям в R&D. В работе [62] рассматриваются модели, где фирмы могут выбирать одну из двух технологий производства (от этого выбора зависит вид функции затрат); показано, что в ряде случаев может не существовать равновесия Курно.

### 3. ОЛИГОПОЛИЯ КУРНО И ОЛИГОПОЛИЯ БЕРТРАНА

При изучении олигополии Бертрانا обычно предполагают, что фирмы производят не однородный товар, а различные товары. При этом фирма  $i$  устанавливает на свой товар цену  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Спрос  $q_i$  на товар фирмы  $i$  зависит от всех цен  $p_1, \dots, p_n$ . Тогда прибыль фирмы  $i$

$$\pi_i(p_1, \dots, p_n) = p_i q_i(p_1, \dots, p_n) - C_i(q_i(p_1, \dots, p_n)).$$

Целью фирмы  $i$  является максимизация прибыли  $\pi_i$ . Требуется найти профиль чистых стратегий  $p_1, \dots, p_n$ , который был бы равновесием Нэша.

Причина, по которой при изучении олигополии Бертрана обычно рассматриваются фирмы, производящие различные товары, а не фирмы, производящие однородный товар, состоит в том, что при производстве однородного товара единственным равновесием Нэша может оказаться установление цен, равных предельным затратам, и получение каждой фирмой нулевой прибыли. (Разумеется, для получения такого результата должны быть сделаны некоторые предположения относительно функций  $q_i$  и  $C_i$ , подробнее см., например, работы [2, 63, 64].) Выводы, относящиеся к олигополии Бертрана, а также к сравнению олигополии Курно и олигополии Бертрана, существенно зависят от того, являются производимые товары субститутами или компонентами. (Определение заменяю-

щих товаров (субституты) и дополняющих товаров (компоненты) см., например, в работе [1].)

Фирмы, которые производят различные товары, можно рассматривать и при изучении олигополии Курно. Тогда прибыль фирмы  $i$  вместо выражения (1) задается формулой

$$\pi_i(q_1, \dots, q_n) = P_i(q_1, \dots, q_n) q_i - C_i(q_i).$$

Сравнение равновесных цен на товары при конкуренции по Курно и равновесных цен на товары при конкуренции по Бертранию проводится, например, в книге [65, с. 68–78]. В той задаче дуополии, которая в этой книге рассматривается, получается, что равновесные цены при конкуренции по Курно не ниже, чем равновесные цены при конкуренции по Бертранию. Этот результат подтверждается в работе [66], где подробно исследована линейная модель дуополии, сравниваются не только равновесные цены и выпуски, но и прибыли фирм, излишки потребителя и совокупные излишки. В работе [67] схожие результаты даются для нелинейных моделей дуополии. Однако, как показано в работе [68], выводы из работы [66] могут не сохраняться, если рассматриваются не две фирмы, а произвольное число фирм.

В работе [69] равновесия Курно и Бертрана сравниваются для случая, когда фирмы производят однородный товар. Олигополия Курно и олигополия Бертрана сравниваются по различным показателям в работах [70–75] и др. Для линейного случая конкуренция по Курно и конкуренция по Бертранию детально сопоставляются в работе [76]. Заинтересованность в инновациях, которые могли бы уменьшить затраты, сравниваются для олигополии Курно и олигополии Бертрана в работе [77]. В работе [78] рассматривается дуополия с фирмами, производящими различные товары, где к уменьшению предельных затрат на производство приводят затраты на R&D и в своей фирме, и (с некоторым понижающим коэффициентом) в другой фирме; исследуется материальное благосостояние общества при конкуренции по Курно и при конкуренции по Бертранию в зависимости (в частности) от этого понижающего коэффициента. Конкуренция по Курно и конкуренция по Бертранию сравниваются также в работе [79], но без использования понятия равновесия по Нэшу.

В работе [80] представлен обзор моделей, в которых стратегиями одних фирм являются выпуски, а стратегиями других фирм – цены, так называемой олигополии Курно – Бертрана; о такой олигополии см. также [81]. В работе [82] рассматривается модель, позволяющая учесть, насколько при производстве загрязняется окружающая среда. Сравняются размеры такого загрязнения для



дуополии Курно, дуополии Бертрана и дуополии Курно – Бертрана.

#### 4. ВЫБОР СТРАТЕГИЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ, ОБМЕН ИНФОРМАЦИЕЙ МЕЖДУ ФИРМАМИ, ПРОДАЖА ЛИЦЕНЗИЙ

Рассмотрим пример дуополии, когда  $P(Q) = a - Q = a - (q_1 + q_2)$ , затраты у обеих фирм нулевые. Предположим, что  $a$  является случайной величиной, которая принимает с вероятностью 0,5 значение 60 и с вероятностью 0,5 – значение 120. Первая из фирм является информированной, знает истинное значение  $a$  и определяет свой выпуск по формуле (4), исходя из текущего значения  $a$ . Вторая фирма неинформированная, всегда исходит из значения  $a = 90$  и также определяет свой выпуск по формуле (4).

Пусть, например, текущее значение  $a = 120$ . Тогда

$$q_1 = 40, q_2 = 30, Q = 70.$$

По формуле  $P = a - Q$  получаем  $P = 50$ . При этом прибыли  $\pi_1 = Pq_1 = 2\,000$ ,  $\pi_2 = Pq_2 = 1\,500$ . Но если первая фирма предоставила второй фирме информацию о текущем значении  $a$ , то  $q_2 = 40$ ,  $Q = 80$ ,  $P = 40$ . В этом случае  $\pi_1 = \pi_2 = 1\,600$ . То есть прибыль первой фирмы уменьшается, а прибыль второй фирмы увеличивается.

Пусть текущее значение  $a = 60$ . Тогда

$$q_1 = 20, q_2 = 30, Q = 50.$$

По формуле  $P = a - Q$  получаем  $P = 10$ . При этом прибыли  $\pi_1 = Pq_1 = 200$ ,  $\pi_2 = Pq_2 = 300$ . Но если первая фирма предоставила второй фирме информацию о текущем значении  $a$ , то  $q_2 = 20$ ,  $Q = 40$ ,  $P = 20$ . В этом случае  $\pi_1 = \pi_2 = 400$ .

Таким образом, средняя прибыль первой фирмы равна  $0,5(2\,000 + 200) = 1\,100$  в случае, если она не предоставляет информацию второй фирме, и равна  $0,5(1\,600 + 400) = 1\,000$  в случае, если она предоставляет информацию второй фирме. То есть первой фирме невыгодно делиться информацией со второй фирмой. Аналогично для второй фирмы средняя прибыль составляет  $0,5(1\,500 + 300) = 900$  в случае, если она не получает информацию от первой фирмы, и составляет  $0,5(1\,600 + 400) = 1\,000$  в случае, если она получает информацию от первой фирмы. Таким образом, второй фирме выгодно получать информацию от первой фирмы.

Этот пример можно несколько обобщить. Пусть у первой фирмы есть информация  $a + \xi_1$  о значении параметра  $a$ , у второй фирмы есть информация  $a + \xi_2$  о значении параметра  $a$ , где  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями. Выгодно ли фирмам обмениваться этой информацией? Зависит ли ответ от корреляции между случайными величинами  $\xi_1$  и  $\xi_2$ ? Информация может иметь более сложный вид, чем только информация об одном числовом параметре. Выгодно ли тогда какую-то часть этой информации передавать другой фирме? Какую часть?

Именно такая задача, но не с двумя фирмами, а с произвольным числом фирм, когда  $a$  является случайной величиной, рассматривается в работе [83]. Обратная функция спроса и функции затрат у всех фирм линейные. Основной вопрос, рассматриваемый в работе, – выгодно ли для фирм проводить совместное исследование рынка. Оказывается, что выгода от уменьшения затрат на исследования может быть меньше, чем потери, возникающие из-за того, что информация появляется у конкурентов. Кроме того, изучается влияние исследований рынка на излишек потребителя. Это влияние оказывается положительным, т. е. исследования рынка увеличивают удовлетворенность потребителей. Схожая модель для случая дуополии рассматривается в работе [84]. При этом авторы делают вывод, что обмен информацией между фирмами увеличивает корреляцию между выпусками, а это уменьшает ожидаемую прибыль. Отличие работы [85] от работы [84] состоит в том, что в ней используются нормальные случайные величины. Это позволяет в ряде случаев рассчитать точные значения математических ожиданий. Кроме того, в работе [85] обмен информацией между фирмами связывается с последующим сговором по уменьшению выпусков.

При изучении схожей задачи в работе [86] рассматривается возможность частичного обмена информацией между фирмами, а в работе [87] сравниваются конкуренция по Курно и конкуренция по Бертранию. Также обмен информацией при конкуренции по Курно и при конкуренции по Бертранию изучается в работе [88]. В этой работе рассматривается дуополия с фирмами, производящими различные товары. Обратные функции спроса линейные; случайным считается вектор, компонентами которого являются свободные члены в уравнениях для цен; этот случайный вектор имеет двумерное нормальное распределение. В работе [89] аналогичные задачи рассматриваются, когда в уравнении  $P = a - bQ$  случайной величиной является  $b$ .

В начале этого раздела приведен пример, показывающий, что ожидаемая прибыль фирмы, обладающей более точной информацией, выше. В работе [90] дается пример противоположного характера для дуополии с фирмами, производящими различные товары, однако неопределенность в этом примере связана только с некоторыми кросс-эффектами.

Схожие задачи, но при обмене информацией о своих затратах, а не о рыночном спросе, рассматриваются в работе [91]. В рамках линейной модели делается вывод, что такой обмен информацией увеличивает ожидаемые прибыли фирм, но уменьшает ожидаемый излишек потребителя. В работе [92] рассматриваются задачи, где фирмы могут передавать или не передавать другим фирмам и информацию о затратах, и информацию о рыночном спросе. Получены теоремы о существовании равновесий Курно и о сходимости к совершенной конкуренции при стремлении числа фирм к бесконечности. В работе [93] оспаривается вывод из работы [91] о том, что обмен информацией между фирмами уменьшает ожидаемый излишек потребителя. В работе [94] прибыли фирм зависят не только от выбранных стратегий (ими могут быть и выпуски, и цены), но и от неизвестного состояния среды, когда каждая фирма получает некоторый сигнал об этом состоянии. Сравниваются равновесия, получающиеся при обмене и без обмена информацией об этих сигналах.

Возможность того, что информация, которая передается другим фирмам, может быть дезориентирующей, рассматривается в работе [95]. В работе [96] многие из предшествующих результатов, относящихся к обмену информацией между фирмами, представлены в рамках единой модели. В работе [97] схожие вопросы обсуждаются применительно к дуополии Курно – Бертрана, т. е. к случаю, когда стратегиями одной фирмы являются выпуски, а стратегиями другой фирмы – цены. В ряде работ рассматривается задача, где целью фирмы является не максимизация прибыли, а максимизация дохода или некоторого взвешенного среднего прибыли и дохода. При этом разделяются интересы собственников и менеджеров, управляющих фирмой. В работе [98] изучается целесообразность обмена информацией между фирмами в рамках такой модели, а также то, каким образом распространение информации влияет на материальное благосостояние общества.

В работе [99] рассматривается задача, когда фирмы получают зашумленные сигналы о рыночном спросе и затратах и на основании этих зашумленных сигналов определяют равновесные по

Курно выпуски. С использованием усиленного закона больших чисел доказывается, что при стремлении числа фирм к бесконечности совокупные выпуски сходятся почти наверное к совокупному выпуску, соответствующему совершенной конкуренции. В работе рассматривается линейная модель с одинаковыми предельными затратами у всех фирм. В работе [100] развиваются результаты и подходы из работ [92], [99]. Рассматривается континуум фирм, для равновесий Байеса – Нэша получены результаты о сходимости.

В работе [101] изучается дуополия с фирмами, производящими различные товары. К обратной функции спроса добавляются случайные возмущения, т. е. цены товаров при заданных выпусках оказываются случайными величинами. Стратегия каждой фирмы имеет следующий вид. Сначала фирма определяет, будет она принимать решение по объему выпуска или по цене товара, а затем уже решает, какими будут выпуск или цена соответственно. Все решения обеими фирмами принимаются одновременно. Приводятся результаты о существовании равновесий Байеса – Нэша и об ожидаемых прибылях фирм. Схожая задача рассматривается в работе [102], решение фирмы связывается со степенью замещаемости товаров.

В работе [103] неопределенность относительно спроса и затрат описывается некоторым вероятностным пространством  $(\Omega, F, \mu)$ . Информированность фирмы  $i$  задается с помощью  $\sigma$ -подалгебры  $F_i$ , входящей в  $\sigma$ -алгебру  $F$ . Обсуждается, при каких условиях ожидаемая прибыль более информированной фирмы (т. е. фирмы с большей  $\sigma$ -подалгеброй  $F_i$ ) выше. В работе [104] при такой же постановке задачи исследуется вопрос о существовании равновесий Байеса – Нэша.

В работе [105] рассматривается линейная модель, все параметры которой известны всем фирмам. Каждая фирма считает, что все остальные фирмы будут определять свои выпуски с вероятностью  $p$ , исходя из равновесия Курно, и с вероятностью  $1 - p$  как-то иначе,  $0 < p < 1$ . Фирма-пессимист исходит из того, что «иначе» означает «наихудшим для нее способом». Фирма-оптимист исходит из того, что «иначе» означает «наилучшим для нее способом». Изучаются наилучшие ответы фирм, возможные выпуски, цены и прибыли.

В работе [106] рассматривается обратная функция спроса  $P(Q) = \max(a - Q, 0)$ , где  $a$  является случайной величиной, которая принимает два значения, «большое» с вероятностью 0,5 и «малое» с вероятностью 0,5. Найдены диапазоны значений,



при которых существует единственное равновесие Курно, и диапазоны значений, при которых равновесий Курно ровно два. Сравниваются ожидаемые прибыли и ожидаемый совокупный излишек для такой модели с прибылями и совокупным излишком для модели без неопределенности (т. е. для модели, в которой «большое» значение совпадает с «малым»). В работе [107] подтверждается вывод из работы [106] о том, что при неопределенности, касающейся рыночного спроса, требование неотрицательности цен может приводить к неединственности равновесия Курно. Однако для моделей со свободной реализацией (фирмы могут выставить на продажу меньше товара, чем произведено) такой неединственности не возникает. В работе [108] неопределенность связана с производственными возможностями фирм. В работе [109] при неопределенности относительно спроса для олигополии Курно изучаются равновесия Парето.

В работе [110] при ограниченном спросе  $d$  на товар вместо рассчитываемой по формуле (1) максимизируется прибыль

$$\pi_i(q_i, Q) = P(Q) \min\left(q_i, \frac{q_i d}{Q}\right) - C_i(q_i),$$

где  $C_i(q_i) = c_i q_i$ . При такой функции прибыли (для случая дуополии) найдены равновесия Курно. Затем считается, что спрос  $d_t$  является случайным процессом с непрерывным временем, который представляет собой решение некоторого стохастического дифференциального уравнения,  $t \in [0, T]$ . Исследуется задача управления случайными процессами  $q_{1t}$ ,  $q_{2t}$  с целью максимизации функционалов, выражающих суммарные прибыли фирм за период времени от 0 до  $T$  с учетом дисконтирования.

В работе [111] рассматривается дуополия, где каждая из фирм производит два товара,  $X$  и  $Y$ . По технологическим причинам выпуск каждого товара составляет определенную долю от общего выпуска фирмы:  $q_{iX} = \gamma q_i$ ,  $q_{iY} = (1 - \gamma) q_i$ , где  $0 < \gamma < 1$ ,  $i = 1, 2$ . Обратная функция спроса для каждого товара своя:

$$P_X = a_X - b_X (q_{1X} + q_{2X}), \quad P_Y = a_Y - b_Y (q_{1Y} + q_{2Y}).$$

Предполагается, что случайный вектор  $(a_X, a_Y)$  имеет двумерное нормальное распределение. Рассматривается конкуренция по Курно, т. е. фирмы определяют значения  $q_1$  и  $q_2$ . Исследуется, каким образом обладание или необладание информацией об истинной обратной функции спроса влияет на ожидаемую прибыль фирмы.

В работе [112] рассматривается нелинейная модель для дуополии, где одна из фирм (например, фирма 1) получает доход от продажи лицензии другой фирме (фирме 2). За счет этого фирма 2 уменьшает затраты. Тогда вместо формулы (1) используются выражения

$$\pi_1(q_1, q_2) = P(Q)q_1 - C_1(q_1) + (rq_2 + f),$$

$$\pi_2(q_1, q_2) = P(Q)q_2 - C_2(q_2) - (rq_2 + f),$$

где  $f$  – фиксированная выплата,  $r$  – роялти. Изучается, при каких условиях фирма 2 пойдет или не пойдет на покупку лицензии, обе фирмы останутся активными, или фирма 1 превратится в монополиста. Отдельно рассматриваются случаи технологий, имеющих решающее значение, и технологий, не имеющих решающего значения.

В работе [112] переносится на нелинейный случай анализ, который в работе [113] был проведен для линейного случая (с выкладками, аналогичными тем, которые приводят к формулам (2)–(5)). Для линейного случая в работе Wang (2002) представлены относительные преимущества и недостатки фиксированных выплат и роялти. Также анализ из работы Wang (2002) переносится на нелинейный случай, но с квадратичной нелинейностью в работе [114], и обсуждаются отличия от линейного случая.

В работе [115] аналогичная задача исследуется в рамках линейной модели дуополии, рассматриваются только технологии, не имеющие решающего значения, при этом фирма 1 является иностранной, а фирма 2 – отечественной. Для разных случаев ( $f > 0$ ,  $r = 0$ ;  $f = 0$ ,  $r > 0$ ;  $f > 0$ ,  $r > 0$ ) изучается излишек потребителя и материальное благосостояние общества. В работе [116] исследуется, какое значение может иметь то, что производственные возможности фирмы, продающей лицензию, ограничены. В работе [117] продажа лицензии рассматривается для случая, когда фирмы 1 и 2 производят различные товары. Сравниваются конкуренция по Курно и конкуренция по Бертрану. Также конкуренция по Курно и конкуренция по Бертрану при покупке лицензий и наличии затрат на R&D сравниваются в работе [118]; частично выводы оказываются противоположными выводам работы [66].

## 5. ФОРМИРОВАНИЕ КАРТЕЛЕЙ

В случае, если сформирован картель, меняется оптимизационная задача. Вошедшие в картель фирмы стремятся максимизировать общую прибыль, а не каждая фирма максимизирует свою прибыль. При этом вопрос о том, каким образом

полученная прибыль делится между фирмами, может включаться в анализ, а может и не включаться. Таким образом, с точки зрения рассматриваемой математической модели формирование картеля не отличается от слияния фирм, хотя в реальности это не одно и то же.

Пусть рассматривается модель с линейной обратной функцией спроса  $P(Q) = a - bQ$  и с одинаковой функцией затрат для всех фирм  $C_i(q_i) = cq_i$ . Через  $\pi(m)$  обозначается прибыль одной фирмы, когда на рынке действуют  $m$  фирм. Пусть первоначально на рынке действовали  $n$  фирм, и  $k$  фирм сформировали картель. Прибыль делится поровну между входящими в картель фирмами. Тогда формирование картеля выгодно для входящих в него фирм, если положительна разность

$$\begin{aligned} \pi(n-k+1) - k\pi(n) &= \\ &= \frac{(a-c)^2}{b} \left( \frac{1}{(n-k+2)^2} - \frac{k}{(n+1)^2} \right), \end{aligned}$$

при последнем переходе используется формула (5).

В работе [119] получен результат, который во многих последующих работах называется парадоксальным. Данная разность положительна только при  $k$ , достаточно близких к  $n$ , приблизительно при  $k \geq 0,8n$ .

Недостатком рассмотренной модели можно назвать то, что в ней картель ничем не отличается от остальных фирм, никак не учитывается то, что вновь созданная фирма является «большой». Для преодоления этого недостатка в работах [120, 121] рассматривается та же задача с функцией затрат

$$C_i(q_i) = \frac{q_i^2}{2k_i}, \text{ где } k_i - \text{ капитал фирмы } i. \text{ В работе}$$

[121] изучается также, как формирование картеля сказывается на материальном благосостоянии общества.

Задача формирования картеля при конкуренции по Бертрану рассмотрена в работе [122]. Полученные в этой работе результаты радикально отличаются от результатов работы [119]. Формирование картеля увеличивает прибыли всех фирм, при этом прибыли фирм, не входящих в картель, оказываются больше, чем прибыли фирм, входящих в картель. Кроме того, увеличение числа фирм, входящих в картель, приводит к увеличению прибыли фирмы, входящей в картель.

В работе [123] рассматриваются  $n$  фирм, которые производят однородный товар. При этом  $k$  фирм являются лидерами, а остальные фирмы – последователями. Предполагается, что фирмы-последователи участвуют в конкуренции по Кур-

но, принимая совокупный объем выпуска фирм-лидеров как заданный. Фирмы-лидеры понимают это (т. е. знают, какими будут функции реакции фирм-последователей на их объемы выпуска) и, исходя из этого, также участвуют в конкуренции по Курно между собой, определяя свои объемы выпуска. Изначально все фирмы предполагаются одинаковыми. В работе [124] для такой модели изучается материальное благосостояние общества. Сходные задачи с квадратичными функциями затрат рассматриваются в работе [125].

В работе [126] изучается понятие стабильности картеля. В этой работе рассматривается отрасль экономики, где действуют  $n$  одинаковых фирм, производящих однородный товар. Затем  $k$  фирм формируют картель и устанавливают цену на товар таким образом, чтобы максимизировать свою общую прибыль. Пусть через  $\pi_c(k)$  обозначается прибыль фирмы, входящей в картель, через  $\pi_f(k)$  обозначается прибыль фирмы, не входящей в картель. Картель называется *внутренне стабильным*, если  $\pi_c(k)/k \geq \pi_f(k-1)$ , т. е. фирма, входящая в картель, не увеличивает свою прибыль, если она выйдет из картеля. Картель называется *внешне стабильным*, если  $\pi_f(k) \geq \pi_c(k+1)/(k+1)$ , т. е. фирма, не входящая в картель, не увеличивает свою прибыль, если она войдет в картель. Картель называется стабильным, если он является и внутренне стабильным, и внешне стабильным. В работе [127] исследуется процесс формирования стабильного картеля, объединяются идеи из работ [126, 128]. В работе [126] не рассматриваются ни конкуренция по Курно, ни конкуренция по Бертрану. Понятие стабильности картеля применительно к конкуренции по Курно, конкуренции по Бертрану, играм типа «лидер – последователь» изучается во многих работах, см., например, работы [129–133].

Задача выбора коалиционной структуры, в наибольшей степени соответствующей интересам игроков, является одной из центральных в кооперативной теории игр. Применяются такие подходы и для игр олигополии. В работе [134] рассматривается очень общее понятие равновесия, включающее эндогенное нахождение наилучшей коалиционной структуры при заданном наборе допустимых коалиционных структур. Частными случаями этого равновесия являются равновесие Нэша для некооперативной игры и ядро для кооперативной игры с нетрансферабельной полезностью. В обоих этих частных случаях заданный набор допустимых коалиционных структур состоит из единственной структуры. В первом случае допускаются только коалиции, состоящие из одного игрока. Во втором



случае допускается только коалиция, состоящая из всех игроков. В работе [135] отдельно рассматриваются коалиции, внешний эффект от которых положителен (т. е. игроки, не вошедшие в коалицию, выигрывают от образования коалиции), и коалиции, внешний эффект от которых отрицателен (соответственно, проигрывают). Для различных правил формирования коалиций (например, обязательно ли согласие всех членов коалиции для вхождения в нее новых участников, может ли коалиция распаться или объединяться с другими коалициями) изучается вопрос о стабильности. Обзор ряда исследований, в которых рассматривается кооперативная игра с функцией разбиения (а не с характеристической функцией), дается в работе [136].

**6. ПРАКТИЧЕСКОЕ НАХОЖДЕНИЕ РАВНОВЕСИЙ КУРНО И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ**

Пусть  $n$  фирм производят  $m$  товаров;  $q_i$ , выпуск фирмы  $i$ , является  $m$ -мерным вектором;  $L_i$ , производственные возможности фирмы  $i$ , – также  $m$ -мерный вектор;  $P(Q)$  –  $m$ -мерный вектор цен; под произведением  $P(Q)q_i$  в формуле (1) понимается скалярное произведение. Если  $q^* = (q_1^*, \dots, q_n^*)$  – точка равновесия, то  $q_i^*$  доставляет максимум функции  $\pi_i(q_1^*, \dots, q_{i-1}^*, q_i, q_{i+1}^*, \dots, q_n^*)$  как функции аргумента  $q_i$  при любом  $i$ . Распространенным подходом является нахождение равновесия Курно путем решения задачи дополненности.

Пусть  $\pi_i$  как функция аргумента  $q_i$  является вогнутой и непрерывно дифференцируемой. Тогда при любом  $k = 1, \dots, m$  частная производная  $\frac{\partial \pi_i}{\partial q_{ik}}(q_i^*)$  неположительна, если  $q_{ik}^* = 0$ ; равна нулю, если  $0 < q_{ik}^* < L_{ik}$ ; неотрицательна, если  $q_{ik}^* = L_{ik}$ . Это означает, что существуют числа  $u_{ik}$  и  $v_{ik}$  такие, что

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_{ik}}(q_i^*) + u_{ik} - v_{ik} = 0, \tag{6}$$

где  $u_{ik}$  – неотрицательное число, если  $q_{ik}^* = 0$ ;  $u_{ik} = 0$ , если  $q_{ik}^* > 0$ ;  $v_{ik} = 0$ , если  $q_{ik}^* < L_{ik}$ ;  $v_{ik}$  – неотрицательное число, если  $q_{ik}^* = L_{ik}$ . Из определения чисел  $u_{ik}$  и  $v_{ik}$  следует, что

$$u_{ik}q_{ik}^* = 0, v_{ik}(L_{ik} - q_{ik}^*) = 0. \tag{7}$$

Если рассмотреть  $m$ -мерные векторы  $u_i = (u_{i1}, \dots, u_{im})', v_i = (v_{i1}, \dots, v_{im})'$  (штрих означает транспонирование), то соотношение (6) можно записать в виде

$$\text{grad } \pi_i(q_i^*) + u_i - v_i = 0,$$

а соотношения (7) – в виде равенства нулю скалярных произведений

$$u_i q_i^* = 0, v_i (L_i - q_i^*) = 0.$$

При этом  $u_i \geq 0, v_i \geq 0, q_i^* \geq 0, L_i - q_i^* \geq 0$  (запись  $\geq 0$  для векторов означает, что данное неравенство выполняется покомпонентно).

Если рассмотреть  $2m$ -мерные векторы

$$w_i = \begin{pmatrix} q_i \\ v_i \end{pmatrix}, i = 1, \dots, n,$$

и функцию

$$f_i(w_i) = \begin{pmatrix} v_i - \text{grad } \pi_i(q_i) \\ L_i - q_i \end{pmatrix},$$

переводящую  $2m$ -мерные векторы в  $2m$ -мерные векторы, то при  $q_i = q_i^*$  для скалярного произведения выполняется равенство

$$w_i f_i(w_i) = 0, i = 1, \dots, n. \tag{8}$$

Введем обозначения

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_n \end{pmatrix},$$

$$\text{grad } \pi(q) = \begin{pmatrix} \text{grad } \pi_1(q_1) \\ \vdots \\ \text{grad } \pi_n(q_n) \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} q \\ v \end{pmatrix},$$

$$f(w) = \begin{pmatrix} v - \text{grad } \pi(q) \\ L - q \end{pmatrix}.$$

Таким образом, отыскание равновесий Курно сводится к решению задачи дополненности: требуется найти векторы  $w$  такие, что  $w \geq 0, f(w) \geq 0,$

$$w f(w) = 0.$$

Существование решений для задач дополненности изучается в работах [137, 138]. Из выражения (8) следует, что если  $q^*$  является равновесием Курно, то существует вектор  $v^*$  с неотрицательными компонентами такой, что вектор

$$w^* = \begin{pmatrix} q^* \\ v^* \end{pmatrix}$$

является решением приведенной задачи дополненности.

Ссылки на литературу по применению описанного выше подхода для нахождения равновесий Курно можно найти, например, в работе [139]. Основываясь на тех же идеях, равновесия Курно можно находить и тогда, когда функции спроса не являются дифференцируемыми [140]. В работах [141, 142] равновесия Курно предлагается искать как решения некоторых задач математического программирования. В работе [143] предложен еще один алгоритм нахождения равновесий Курно, включающий в себя идеи из работ [137, 138, 142]. В работе [35], основываясь на задачах дополненности, изучаются вопросы существования и единственности равновесий Курно при наличии ценовых ограничений, а также алгоритмы для нахождения равновесий Курно.

Отметим также, что если фирмы производят однородный товар, то в ряде случаев равновесия Курно могут быть найдены путем непосредственного анализа многозначного отображения, при котором каждому профилю стратегий остальных фирм ставятся в соответствие наилучшие ответы данной фирмы [144]. Для нахождения равновесий Курно может быть применена процедура нащупывания, также основанная на использовании наилучших ответов [145, с. 84–97]. Процедура нащупывания при производстве фирмами различных продуктов рассматривается в работе [146].

В работе [147] решения задач дополненности используются для изучения конкуренции по Курно при наличии неопределенности для рынков электроэнергии. Также равновесия Курно используются для анализа рынков электроэнергии в работах [139, 140, 148].

В работе [149] конкуренция по Курно и конкуренция по Бертрану сравниваются для индустрии программного обеспечения. Одна из фирм продает платформу (например, операционную систему), а две другие фирмы поставляют прикладное программное обеспечение. Результаты сравнения конкуренции по Курно и конкуренции по Бертрану для этой задачи существенно отличаются от обычных результатов такого сравнения.

В работе [150] конкуренция между авиаперевозчиками и железнодорожными компаниями, осуществляющими высокоскоростные перевозки, рассматривается как дуополия Курно. Применяется модель с линейными обратными функциями спроса и с нулевыми затратами. При этом авиапе-

ревозчики могут проводить ценовую дискриминацию (продавать билеты разным группам пассажиров по разным ценам), а железнодорожные компании – нет. Оказывается, что ценовая дискриминация увеличивает прибыль авиаперевозчиков. Исследуются также излишек потребителя и материальное благосостояние общества.

---

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

---

В настоящем обзоре представлены основные разделы математической дисциплины, которую можно назвать «олигополия Курно»:

- существование, единственность и устойчивость равновесий;
- вступление новых фирм на рынок и вопросы эффективности;
- сравнение олигополии Курно, олигополии Бертрана и олигополии Курно – Бертрана;
- учет неопределенности с помощью вероятностных методов при задании параметров модели, при отличии реальных объемов выпусков от запланированных и т. д. (за рамками обзора остается использование теории нечетких множеств);
- обмен информацией между фирмами и продажа лицензий;
- формирование картелей;
- численные методы нахождения равновесий, в первую очередь, для многомерных задач.

Затрагиваются вопросы применения данной математической теории при изучении различных отраслей экономики.

Развитие теории олигополии пошло по пути включения в математическую модель все большего числа реальных процессов. Таким образом могут выработываться рекомендации для управления. Математическое моделирование обмена информацией между фирмами, формирования картелей важно не только для определения того, какой обмен информацией или уровень взаимодействия между фирмами в наибольшей степени отвечают интересам фирм, но и с точки зрения общественных интересов, недопущения значительного роста цен на товары.

---

## ЛИТЕРАТУРА

---

1. *Вэриан Х.Р.* Микроэкономика. Промежуточный уровень. – М.: ЮНИТИ, 1997. – 767 с. [*Varian, H.R.* Intermediate microeconomics. A modern approach. 4th ed. – N.-Y.: W. W. Norton, 1996. – 650 p.]
2. *Джейли Дж.А., Рени Ф.Дж.* Микроэкономика. Продвинутый уровень. – М.: ИД ГУ ВШЭ, 2011. – 734 с. [*Jehle, J.A., Remy, P.J.* Advanced Microeconomic Theory, 3rd Edition. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 2011]



3. Dixit, A., Stern, N. Oligopoly and Welfare: A Unified Presentation with Applications to Trade and Development // *European Economic Review*. – 1982. – Vol. 19. – P. 123–143.
4. Theocharis, R.D. On the Stability of the Cournot Solution on the Oligopoly Problem // *Review of Economic Studies*. – 1960. – Vol. 27. – P. 133–134.
5. Negishi, T. The stability of a Competitive Economy: A Survey Article // *Econometrica*. – 1962. – Vol. 30. – P. 635–669.
6. Fisher, F.M. The Stability of the Cournot Oligopoly Solution: The Effects of Speeds of Adjustment and Increasing Marginal Costs // *Review of Economic Studies*. – 1961. – Vol. 28. – P. 125–135.
7. Hahn, F.H. The Stability of the Cournot Oligopoly Solution // *Review of Economic Studies*. – 1962. – Vol. 29. – P. 329–333.
8. Okuguchi, K. The Stability of the Cournot Oligopoly Solution: A Further Generalization // *Review of Economic Studies*. – 1964. – Vol. 31. – P. 143–146.
9. Hadar, J. Stability of Oligopoly with Product Differentiation // *Review of Economic Studies*. – 1966. – Vol. 33. – P. 57–60.
10. Seade, J. The Stability of Cournot Revisited // *J. Econ. Theory*. – 1980. – Vol. 23. – P. 15–27.
11. Чеканский А.Н., Фролова Н.Л. Микроэкономика. Промежуточный уровень. – М.: Инфра-М, 2005. – 685 с. [Chekan-skii A.N., Frolova N.L. Mikroekonomika. Promezhtuchnyi uroven'. – М.: Infra-M, 2005. – 685 s. (In Russian)]
12. Okuguchi, K., Yamazaki, T. Global Stability of Unique Nash Equilibrium in Cournot Oligopoly and Public Good Game // *J. of Economic Dynamics and Control*. – 2008. – Vol. 32. – P. 1204–1211.
13. Gao, B., Du, Y. Exploring General Equilibrium Points for Cournot Model // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. – 2018. – Art. ID 7630395. – 7 p.
14. Soldatos, G. Marginal Utility and Cournot Stability under Market Entry // *Studies in Business and Economics*. – 2021. – Vol. 16. – P. 187–197.
15. Frank, C.R., Quandt, R.E. On the Existence of Cournot Equilibrium // *Int. Economic Review*. – 1963. – Vol. 4. – P. 92–96.
16. Okuguchi, K., Suzumura, K. Uniqueness of the Cournot Oligopoly Equilibrium: A Note // *Economic Studies Quarterly*. – 1971. – Vol. 22. – P. 81–83.
17. Rosen, J.B. Existence and Uniqueness of Equilibrium Points for Concave N-person Games // *Econometrica*. – 1965. – Vol. 33. – P. 520–534.
18. Szidarovszky, F., Yakowitz, S. A New Proof of the Existence and Uniqueness of the Cournot Equilibrium // *Int. Economic Review*. – 1977. – Vol. 18. – P. 787–789.
19. Okuguchi, K., Szidarovszky, F. The Theory of Oligopoly with Multi-Product Firms. 2<sup>nd</sup> ed. – Berlin: Springer, 1999. – 167 p.
20. Fujimoto, T. Cournot Oligopoly Model with Multi-product Firms // *Economic Studies Quarterly*. – 1989. – Vol. 40. – P. 364–368.
21. Ewerhart, C. Cournot Games with Biconcave Demand // *Games and Economic Behavior*. – 2014. – Vol. 85. – P. 37–47.
22. Roberts, J., Sonnenschein, H. On the Existence of Cournot Equilibrium without Concave Profit Functions // *J. of Economic Theory*. – 1976. – Vol. 13. – P. 112–117.
23. Novshek, W., Sonnenschein H. Cournot and Walras Equilibrium // *J. of Economic Theory*. – 1978. – Vol. 19. – P. 223–266.
24. Radi, D. Walrasian versus Cournot Behavior in an Oligopoly of Boundedly Rational Firms // *J. of Evolutionary Economics*. – 2017. – Vol. 27. – P. 933–961.
25. Novshek, W. On the Existence of Cournot Equilibria // *Review of Economic Studies*. – 1985. – Vol. 52. – P. 85–98.
26. Bamón, R., Frayssé, J. Existence of Cournot Equilibrium in Large Markets // *Econometrica*. – 1985. – Vol. 53. – P. 587–597.
27. Gaudet, G., Salant, S.W. Uniqueness of Cournot Equilibrium: New Results from Old Methods // *Review of Economic Studies*. – 1991. – Vol. 58. – P. 399–404.
28. Corchón, L.C., Torregrosa, R.J. Cournot Equilibrium Revisited // *Mathematical Social Sciences*. – 2020. – Vol. 106. – P. 1–10.
29. Asplund, M. Risk-Averse Firms in Oligopoly // *Int. J. of Industrial Organization*. – 2002. – Vol. 20. – P. 995–1012.
30. Loury, G. A Theory of 'Oil'igopoly: Cournot Equilibrium in Exhaustive Resource Markets with Fixed Supplies // *Int. Economic Review*. – 1986. – Vol. 27. – P. 285–300.
31. Okuguchi, K. Labor-Managed Cournot Oligopoly with Product Differentiation // *J. of Economics*. – 1992. – Vol. 56. – P. 197–208.
32. Okuguchi, K., Yamazaki, T. Existence of Unique Equilibrium in Cournot Mixed Oligopoly // *Int. Game Theory Review*. – 2018. – Vol. 20. – Art. no. 1750035. – 13 p.
33. Bergstrom, T.C., Varian, H.R. Two Remarks on Cournot Equilibria // *Economics Lett.* – 1985. – Vol. 19. – P. 5–8.
34. Katz, M.L., Rosen, H.S. Tax Analysis in an Oligopoly Model // *Public Finance Quarterly*. – 1985. – Vol. 13(1). – P. 3–20.
35. Han, L., Liu, A.L. On Nash-Cournot Games with Price Caps // *Operations Research Letters*. – 2013. – Vol. 41. – P. 92–97.
36. Deo, S., Corbett, C.J. Cournot Competition under Yield Uncertainty: The Case of the U.S. Influenza Vaccine Market // *Manufacturing and Service Operations Management*. – 2009. – Vol. 11. – P. 563–576.
37. Liu, L. Correlated Equilibrium of Cournot Oligopoly Competition // *J. of Economic Theory*. – 1996. – Vol. 68. – P. 544–548.
38. Yi, S.-S. On the Existence of a Unique Correlated Equilibrium in Cournot Oligopoly // *Economics Letters*. – 1997. – Vol. 54. – P. 235–239.
39. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. – М.: СИНТЕГ, 2003. – 149 с. [Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G. Refleksivnye igry. – М.: SINTEG, 2003. – 149 s. (In Russian)]
40. Алгазин Г.И., Алгазина Ю.Г. Рефлексивная динамика в условиях неопределенности олигополии Курно // *Автоматика и телемеханика*. – 2020. – № 2. – С. 115–133. [Algazin, G.I., Algazina, Y.G. Reflexive Dynamics in the Cournot Oligopoly under Uncertainty // *Automation and Remote Control*. – 2020. – Vol. 81, no. 2. – P. 287–301.]
41. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Процессы рефлексии и равновесие в модели олигополии с лидером // *Автоматика и телемеханика*. – 2020. – № 7. – С. 113–128. [Algazin, G.I., Algazina, Y.G. Reflexion Processes and Equilibrium in an Oligopoly Model with a Leader // *Automation and Remote Control*. – 2020. – Vol. 81, no. 7. – P. 1258–1270.]
42. Гераськин М.И. Анализ равновесий в нелинейной модели олигополии // *Автоматика и телемеханика*. – 2022. – № 8. – С. 140–158. [Geraskin, M.I. Analysis of Equilibria in a Non-linear Oligopoly Model // *Automation and Remote Control*. – 2022. – Vol. 83, no. 8. – P. 1261–1277.]
43. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. Сравнительный анализ эффективности способов организации взаимодействия экономических агентов в модели дуополии Курно с учетом экологического фактора // *Вопросы экономики*. – 2022. – № 10. – С. 105–120.

- гических условий // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 2. – С. 150–168. [Ougolnitsky, G.A., and Usov, A.B. The Interaction of Economic Agents in Cournot Duopoly Models under Ecological Conditions: A Comparison of Organizational Modes // Automation and Remote Control. – 2023. – Vol. 84, no. 2. – P. 175–189.]
44. Frank, C.R. Entry in a Cournot Market // Review of Economic Studies. – 1965. – Vol. 32. – P. 245–250.
45. Ruffin, R.J. Cournot Oligopoly and Competitive Behaviour // Review of Economic Studies. – 1971. – Vol. 38. – P. 493–502.
46. Okuguchi, K. Quasi-competitiveness and Cournot Oligopoly // Review of Economic Studies. – 1973. – Vol. 40. – P. 145–148.
47. Amir, R., Lambson, V.E. On the Effects of Entry in Cournot Markets // Review of Economic Studies. – 2000. – Vol. 67. – P. 235–254.
48. Puu, T. On the Stability of Cournot Equilibrium When the Number of Competitors Increases // J. of Economic Behavior and Organization. – 2008. – Vol. 66. – P. 445–456.
49. Seade, J. On the Effects of Entry // Econometrica. – 1980. – Vol. 48. – P. 479–489.
50. Novshek, W. Cournot Equilibria with Free Entry // Review of Economic Studies. – 1980. – Vol. 47. – P. 473–486.
51. Ushio, Y. Cournot Equilibrium with Free Entry: The Case of Decreasing Average Cost Functions // Review of Economic Studies. – 1983. – Vol. 50. – P. 347–354.
52. Corchón, L., Fradera, I. Comparative Statics in Cournot Free Entry Equilibrium // Math. Soc. Sci. – 2002. – Vol. 44, no. 2. – P. 155–168.
53. von Weizsäcker, C.C. A Welfare Analysis of Barriers to Entry // Bell J. of Economics. – 1980. – Vol. 11. – P. 399–420.
54. Mankiw, N.G., Whinston, M.D. Free Entry and Social Efficiency of Entry // Rand J. of Economics. – 1986. – Vol. 17. – P. 48–58.
55. Suzumura, K., Kiyono, K. Entry Barriers and Economic Welfare // Review of Economic Studies. – 1987. – Vol. 54. – P. 157–167.
56. Anderson, S.P., Renault, R. Efficiency and Surplus Bounds in Cournot Competition // J. Economic Theory. – 2003. – Vol. 113. – P. 253–264.
57. Corchón, L. Welfare Losses under Cournot Competition // Int. J. Ind. Organ. – 2008. – Vol. 26. – P. 1120–1131.
58. Kluberg, J., Perakis, G. Generalized Quantity Competition for Multiple Products and Loss of Efficiency // Operations Research. – 2012. – Vol. 60. – P. 335–350.
59. Dastidar, K.G., Marjit, S. Market Size, Entry Costs and Free Cournot Equilibrium // J. of Economics. – 2022. – Vol. 136. – P. 97–114.
60. Goerke, L. Partisan Competition Authorities, Cournot-Oligopoly, and Endogenous Market Structure // Southern Economic J. – 2022. – Vol. 89. – P. 238–270.
61. Okuno-Fujiwara, M., Suzumura, K. Symmetric Cournot Oligopoly and Economic Welfare: A Synthesis // Econ. Theory. – 1993. – Vol. 3. – P. 43–59.
62. Götz, G. Market Size, Technology Choice, and the Existence of Free-Entry Cournot Equilibrium // J. of Institutional and Theoretical Economics. – 2005. – Vol. 161. – P. 503–521.
63. Авдашева С.Б., Розанова Н.М. Теория организации отраслевых рынков. – М.: Магистр, 1998. – 320 с. [Avdashева, S.B., Rozanova, N.M. Theory of organization of industrial markets. – M.: Master, 1998. – 320 s. (In Russian)]
64. Dastidar, K.G. On the Existence of Pure Strategy Bertrand Equilibrium // Economic Theory. – 1995. – Vol. 5. – P. 19–32.
65. Shubik, M., Levitan, R.E. Market Structure and Behavior. – Cambridge (MA): Harvard Univ. Press, 1980. – 252 p.
66. Singh, N., Vives, X. Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly // Rand J. of Economics. – 1984. – Vol. 15. – P. 546–554.
67. Cheng, L. Comparing Bertrand and Cournot Equilibria: A Geometric Approach // Rand J. of Economics. – 1985. – Vol. 16. – P. 146–152.
68. Häckner, J. A Note on Price and Quantity Competition in Differentiated Oligopolies // J. of Economic Theory. – 2000. – Vol. 93. – P. 233–239.
69. Dastidar, K.G. Comparing Cournot and Bertrand in a Homogeneous Product Market // J. Econ. Theory. – 1997. – Vol. 75. – P. 205–212.
70. Amir, R., Jin, J.Y. Cournot and Bertrand Equilibria Compared: Substitutability, Complementarity and Concavity // Int. J. of Industrial Organization. – 2001. – Vol. 19. – P. 303–317.
71. Hsu, J., Wang, X.H. On Welfare under Cournot and Bertrand Competition in Differentiated Oligopolies // Review of Industrial Organization. – 2005. – Vol. 27. – P. 185–191.
72. Zanchettin, P. Differentiated Duopoly with Asymmetric Costs // J. of Economics & Management Strategy. – 2006. – Vol. 15. – P. 999–1015.
73. Correa-López, M. Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly with Upstream Suppliers // J. of Economics & Management Strategy. – 2007. – Vol. 16. – P. 469–505.
74. Farahat, A., Perakis, G. A Comparison of Bertrand and Cournot Profits in Oligopolies with Differentiated Products // Operations Research. – 2011. – Vol. 59. – P. 507–513.
75. Chang, M.C., Peng, H.-P. Cournot and Bertrand Equilibria Compared: A Critical Review and an Extension from the Output-Structure Viewpoint // Japanese Economic Review. – 2012. – Vol. 63. – P. 467–496.
76. Choné, P., Linnemer, L. The Quasilinear Quadratic Utility Model: An Overview. CESifo Working Paper No. 7640. – Munich: Munich Society for the Promotion of Economic Research – CESifo GmbH, 2019. – 29 p.
77. Bester, H., Petrakis, E. The Incentives for Cost Reduction in a Differentiated Industry // Int. J. of Industrial Organization. – 1993. – Vol. 11. – P. 519–534.
78. Qiu, L.D. On the Dynamic Efficiency of Bertrand and Cournot Equilibria // J. of Economic Theory. – 1997. – Vol. 75(1). – P. 213–229.
79. Bulow, J.I., Geanakoplos, J.D., Klemperer, P.D. Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements // J. of Political Economy. – 1985. – Vol. 93. – P. 488–511.
80. Tremblay, C.H., Tremblay, V.J. Oligopoly Games and the Cournot-Bertrand Model // J. of Economic Surveys. – 2019. – Vol. 33. – P. 1555–1577.
81. Friedman, J.W. On the Strategic Importance of Prices versus Quantities // Rand J. of Economics. – 1988. – Vol. 19. – P. 607–622.
82. Asproudis, E., Filippidis, E. Environmental Technological Choice in a Cournot-Bertrand Model // J. of Industry, Competition & Trade. – 2021. – Vol. 21. – P. 43–58.
83. Ponsard, J.-P. The Strategic Role of Information on the Demand Function in an Oligopolistic Market // Management Science. – 1979. – Vol. 25. – P. 243–250.



84. *Novshek, W., Sonnenschein, H.* Fulfilled Expectations Cournot Duopoly with Information Acquisition and Release // *Bell J. of Economics*. – 1982. – Vol. 13. – P. 214–218.
85. *Clarke, R.N.* Collusion and the Incentives for Information Sharing // *Bell J. of Economics*. – 1983. – Vol. 14. – P. 383–394.
86. *Gal-Or, E.* Information Sharing in Oligopoly // *Econometrica*. – 1985. – Vol. 53. – P. 329–343.
87. *Gal-Or, E.* Information Transmission – Cournot and Bertrand Equilibria // *Review of Economic Studies*. – 1986. – Vol. 53. – P. 85–92.
88. *Sakai, Y.* Cournot and Bertrand Equilibria under Imperfect Information // *J. Econ.* – 1986. – Vol. 46. – P. 213–232.
89. *Malueg, D.A., Tsutsui, S.O.* Duopoly Information Exchange: The Case of Unknown Slope // *Int. J. of Industrial Organization*. – 1996. – Vol. 14. – P. 119–136.
90. *Chokler, A., Hon-Snir, S., Kim, M., Shitovitz, B.* Information Disadvantage in Linear Cournot Duopolies with Differentiated Products // *Int. J. of Industrial Organization*. – 2006. – Vol. 24. – P. 785–793.
91. *Shapiro, C.* Exchange of Cost Information in Oligopoly // *Review of Economic Studies*. – 1986. – Vol. 53. – P. 433–446.
92. *Li, L.* Cournot Oligopoly with Information Sharing // *Rand J. of Economics*. – 1985. – Vol. 16. – P. 521–536.
93. *Sakai, Y., Yamato, T.* Oligopoly, Information and Welfare // *J. of Economics*. – 1989. – Vol. 49. – P. 3–24.
94. *Vives, X.* Trade Association Disclosure Rules, Incentives to Share Information, and Welfare // *Rand J. of Economics*. – 1990. – Vol. 21. – P. 409–430.
95. *Ziv, A.* Information Sharing in Oligopoly: The Truth-Telling Problem // *Rand J. of Economics*. – 1993. – Vol. 24. – P. 455–465.
96. *Raith, M.* A General Model of Information Sharing in Oligopoly // *J. of Economic Theory*. – 1996. – Vol. 71. – P. 260–288.
97. *Kopel, M., Putz, E.M.* Information Sharing in a Cournot – Bertrand Duopoly // *Manage. Decis. Econ.* – 2021. – Vol. 42. – P. 1645–1655.
98. *Theilen, B.* Delegation and Information Sharing in Cournot Duopoly // *J. of Economics*. – 2007. – Vol. 92. – P. 21–50.
99. *Palfrey, T.* Uncertainty Resolution, Private Information Aggregation, and the Cournot Competitive Limit // *Review of Economic Studies*. – 1985. – Vol. 52. – P. 69–83.
100. *Vives, X.* Aggregation of Information in Large Cournot Markets // *Econometrica*. – 1988. – Vol. 56. – P. 851–876.
101. *Klemperer, P., Meyer, M.* Price Competition vs. Quantity Competition: The Role of Uncertainty // *Rand J. of Economics*. – 1986. – Vol. 17. – P. 618–638.
102. *Reissinger, M., Ressner, L.* The Choice of Prices versus Quantities under Uncertainty // *J. of Economics & Management Strategy*. – 2009. – Vol. 18. – P. 1155–1177.
103. *Einy, E., Moreno, D., Shitovitz, B.* Information Advantage in Cournot Oligopoly // *J. of Economic Theory*. – 2002. – Vol. 106. – P. 151–160.
104. *Einy, E., Haimanko, O., Moreno, D., Shitovitz, B.* On the Existence of Bayesian Cournot Equilibrium // *Games and Economic Behavior*. – 2010. – Vol. 68. – P. 77–94.
105. *Fontini, F.* Cournot Oligopoly under Strategic Uncertainty with Optimistic and Pessimistic Firms // *Metroeconomica*. – 2005. – Vol. 56. – P. 318–333.
106. *Lagerlöf, J.N.M.* Insisting on a Non-negative Price: Oligopoly, Uncertainty, Welfare, and Multiple Equilibria // *Int. J. Ind. Organ.* – 2007. – Vol. 25. – P. 861–875.
107. *Grimm, V.* Cournot Competition under Uncertainty. Working Paper. – Köln: University of Cologne, 2008. – 16 p.
108. *Richter, J.* Incomplete Information in Cournot Oligopoly: The Case of Unknown Production Capacities. EWI Working Paper No. 13/01. – Köln: Institute of Energy Economics at the University of Cologne (EWI), 2013. – 31 p.
109. *Caraballo, M.A., Mármol, A.M., Monroy, L., Buitrago, E.M.* Cournot Competition under Uncertainty: Conservative and Optimistic Equilibria // *Rev. Econ. Design*. – 2015. – Vol. 19. – P. 145–165.
110. *Polak, I., Privault, N.* Cournot Games with Limited Demand: From Multiple Equilibria to Stochastic Equilibrium // *Appl. Math. Optim.* – 2020. – Vol. 81. – P. 195–220.
111. *Okura, M.* Cournot Competition in the Joint Products Market under Demand Uncertainty // *Manage. Decis. Econ.* – 2021. – Vol. 42. – P. 1105–1116.
112. *Sen, D., Stamatoopoulos, G.* Licensing under General Demand and Cost Functions // *European J. of Operational Research*. – 2016. – Vol. 253. – P. 673–680.
113. *Wang, X.H.* Fee versus Royalty Licensing in a Differentiated Cournot Duopoly // *J. Econ. Bus.* – 2002. – Vol. 54. – P. 253–266.
114. *Fauli-Oller, R., Sandonis, J.* Fee versus Royalty Licensing in a Cournot Duopoly with Increasing Marginal Costs // *Manchester School*. – 2022. – Vol. 90. – P. 439–452.
115. *Kabiraj, A., Kabiraj, T.* Tariff Induced Licensing Contracts, Consumers' Surplus and Welfare // *Economic Modelling*. – 2017. – Vol. 60. – P. 439–447.
116. *Colombo, S., Filippini, L., Sen, D.* Patent Licensing and Capacity in a Cournot Model // *Review of Industrial Organization*. – 2022. – Vol. 62. – P. 1–18.
117. *Ferreira, F.A., Ferreira, F., Bode, O.R.* Licensing under Cournot vs. Bertrand Competition // *Economic Research – Ekonomiska Istraživanja*. – 2021. – Vol. 34. – P. 651–1675.
118. *Li, C., Ji, X.* Innovation Licensing and Price vs. Quantity Competition // *Economic Modelling*. – 2010. – Vol. 27. – P. 746–754.
119. *Salant, S.W., Switzer, S., Reynolds, R.J.* Losses from Horizontal Merger: The Effects of an Exogenous Change in Industry Structure on Cournot–Nash Equilibrium // *Quarterly J. of Economics*. – 1983. – Vol. 98, no. 2. – P. 185–199.
120. *Perry, M.K., Porter, R.H.* Oligopoly and the Incentive for Horizontal Merger // *American Economic Review*. – 1985. – Vol. 75, no. 1. – P. 219–227.
121. *McAfee, R.P., Williams, M.A.* Horizontal Mergers and Antitrust Policy // *J. of Industrial Economics*. – 1992. – Vol. 40. – P. 181–187.
122. *Deneckere, R., Davidson, C.* Incentives to Form Coalitions with Bertrand Competition // *Rand J. of Economics*. – 1985. – Vol. 16, no. 4. – P. 473–486.
123. *Daughety, A.F.* Beneficial Concentration // *American Economic Review*. – 1990. – Vol. 80, no. 5. – P. 1231–1237.
124. *Feltovich, N.* Mergers, Welfare, and Concentration: Results from a Model of Stackelberg–Cournot Oligopoly // *Atlantic Economic J.* – 2001. – Vol. 29. – P. 378–392.
125. *Heywood, J.S., McGinty, M.* Leading and Merging: Convex Costs, Stackelberg, and the Merger Paradox // *Southern Economic J.* – 2008. – Vol. 74, no. 3. – P. 879–893.
126. *d'Aspremont, C., Jacquemin, A., Gabszewicz, J.J., Weymark, J.A.* On the Stability of Collusive Price Leadership // *Canadian J. of Economics*. – 1983. – Vol. 16, no. 1. – P. 17–25.

127. *Prokop, J.* Process of Dominant Cartel Formation // Int. J. of Industrial Organization. – 1999. – Vol. 17. – P. 241–257.
128. *Selten, R.* A Simple Model of Imperfect Competition, Where 4 Are Few and 6 Are Many // Int. J. of Game Theory. – 1973. – Vol. 2. – P. 141–201.
129. *Shaffer, S.* Stable Cartels with a Cournot Fringe // Southern J. of Economics. – 1995. – Vol. 61. – P. 744–754.
130. *Thoron, S.* Formation of Coalition-Proof Stable Cartels // Canadian J. of Economics. – 1998. – Vol. 31. – P. 63–76.
131. *Konishi, H., Lin, P.* Stable Cartels with a Cournot Fringe in a Symmetric Oligopoly // Keio Economic Studies. – 1999. – Vol. 36, no. 2. – P. 1–10.
132. *Escriva-Villar, M.* A Note on Cartel Stability and Endogenous Sequencing with Tacit Collusion // J. of Economics. – 2009. – Vol. 96. – P. 137–147.
133. *Zu, L., Zhang, J., Wang, S.* The Size of Stable Cartels: An Analytical Approach // Int. J. of Industrial Organization. – 2012. – Vol. 30. – P. 217–222.
134. *Ichiishi, T.* A Social Coalitional Equilibrium Existence Lemma // Econometrica. – 1981. – Vol. 49. – P. 369–377.
135. *Yi, S.-S.* Stable Coalition Structures with Externalities // Games and Economic Behavior. – 1997. – Vol. 20. – P. 201–237.
136. *Abe, T.* Cartel Formation in Cournot Competition with Asymmetric Costs: A Partition Function Approach // Games. – 2021. – Vol. 12. – Art. no. 14.
137. *Karamardian, S.* The Nonlinear Complementarity Problem with Applications. Part 1 // J. of Optimization Theory and Applications. – 1969. – Vol. 4. – P. 87–98.
138. *Karamardian, S.* The Nonlinear Complementarity Problem with Applications. Part 2 // J. of Optimization Theory and Applications. – 1969. – Vol. 4. – P. 167–181.
139. *Hobbs, B.* Linear Complementarity Models of Nash–Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets // IEEE Transactions on Power Systems. – 2001. – Vol. 16. – P. 194–202.
140. *Hobbs, B., Pang, J.* Nash–Cournot Equilibria in Electric Power Markets with Piecewise Linear Demand Functions and Joint Constraints // Operations Research. – 2007. – Vol. 55. – P. 113–127.
141. *Mañas, M.* A Linear Oligopoly Game // Econometrica. – 1972. – Vol. 40. – P. 917–922.
142. *Murphy, F.H., Sherall, H.D., Soyster, A.L.* A Mathematical Programming Approach for Determining Oligopolistic Market Equilibrium // Mathematical Programming. – 1982. – Vol. 24. – P. 92–106.
143. *Harker, P.T.* A Variational Inequality Approach for the Determination of Oligopolistic Market Equilibrium // Mathematical Programming. – 1984. – Vol. 30. – P. 105–111.
144. *Novshek, W.* Finding All N-Firm Cournot Equilibria // Int. Economic Review. – 1984. – Vol. 25. – P. 61–70.
145. *Мулен Э.* Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир, 1985. – 200 с. [Moulin, H. Theorie des jeux pour l'economie et la politique. – Paris: Hermann, 1981.]
146. *Zhang, A., Zhang, Y.* Stability of a Cournot–Nash Equilibrium: The Multiproduct Case // J. of Mathematical Economics. – 1996. – Vol. 26. – P. 441–462.
147. *Siriruk, P.* Cournot Competition under Uncertainty in Power Markets: Ph. D. Dissertation. – Alabama: Auburn University, 2009. – 137 p.
148. *Valezuela, J., Mazumdar, M.* Cournot Prices Considering Generator Availability and Demand Uncertainty // IEEE Transactions on Power Systems. – 2007. – Vol. 22. – P. 116–125.
149. *Fanti, L., Buccella, D.* Cournot and Bertrand Competition in the Software Industry // Economics Research International. 2017. – Vol. 2017. – Art. ID 9752520. – 10 p.
150. *Li, J., Li, X., Ma, N.* A Price Discrimination Based Cournot Game Model for High-Speed Rail and Airline // J. of Intelligent and Fuzzy Systems. – 2021. – Vol. 41. – P. 4793–4801.

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 14.03.2023,  
после доработки 28.09.2023.  
Принята к публикации 28.09.2023.

**Шведов Алексей Сергеевич** – д-р физ.-мат. наук, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва,  
✉ ashvedov@hse.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8988-0432>.

© 2023 г. Шведов А.С.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



# COURNOT OLIGOPOLY: STRATEGY CHOICE UNDER UNCERTAINTY AND OTHER PROBLEMS

A.S. Shvedov

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

✉ ashvedov@hse.ru

**Abstract.** Firms operating in a market economy naturally strive to increase revenues. When large firms affect prices by their actions, this task involves nontrivial mathematics, i.e., game-theoretic oligopoly models. The survey is more concerned with Cournot competition than with Bertrand competition. The existence, uniqueness, and stability of Cournot equilibrium are discussed. The other issues under consideration are as follows: the entry of new firms into the market; the barriers that can be imposed for this; and the impact of such an entry on society's welfare as well as on total surplus and consumer surplus. The problems of collusion between firms are touched upon. Publications comparing the prices of goods, the profits of firms, and society's welfare under Cournot and Bertrand competition are overviewed. Much attention is paid to the problems faced by firms due to the ignorance of some current or future market conditions and the existing uncertainty. The issues of information sharing among firms are considered. One approach to reducing marginal cost is the purchase of licenses; licensing in a Cournot duopoly is also described. Computational methods for Cournot equilibria in the case of multi-product firms are presented. Finally, publications with particular applications of Cournot equilibria are considered.

**Keywords:** Cournot equilibrium, social efficiency, Bertrand equilibrium, information sharing, uncertainty, licensing, cartel formation, complementarity problem.

**Funding.** This work was supported by Academician Nikolai Fedorenko International Scientific Foundation for Economic Research, project no. 2022-139.

# СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С КОММУТАЦИЕЙ КАНАЛОВ

Э.Ю. Абдуллина, В.Н. Ефанов

**Аннотация.** Рассматривается задача синтеза систем управления подвижными объектами с коммутацией каналов управления. Для устранения скачков и импульсов, которые могут появляться в моменты переключения, предложено использовать обобщенную характеристику, позволяющую описать весь ансамбль траекторий движения системы при переключении каналов управления в произвольный, случайный момент времени. Разработан способ численного обращения преобразования Лапласа на основе разложения дельта-функции в ряд экспоненциальных полиномов, что позволило обеспечить приближение обобщенной характеристики системы к заданной временной области. Доказано, что описание обобщенной характеристики системы в виде экспоненциального ряда позволяет свести задачу синтеза к решению системы алгебраических неравенств. На конкретном примере синтеза системы автоматического управления углом тангажа летательного аппарата с ограничением нормальной перегрузки показано, что вся совокупность траекторий движения, полученная для различных моментов переключения каналов, принадлежит заданной временной области.

**Ключевые слова:** синтез, переключаемые системы, селектор, подвижный объект, траектория движения, угол атаки.

## ВВЕДЕНИЕ

Системы управления подвижными объектами имеют ряд характерных особенностей [1, 2]. Одной из таких особенностей является многорежимный характер их работы. При этом переход на очередной режим работы сопровождается изменением структуры управляющей части системы. В частности, такая ситуация возникает, когда в процессе управления движением объекта по заданной программе появляется необходимость обеспечить ограничение предельно допустимых значений параметров движения, например, ограничение предельного значения угла атаки при управлении угловым положением летательного аппарата. Поскольку в процессе функционирования происходит изменение структуры системы в соответствии с принятой логикой переключения каналов, такие системы относятся к коммутируемым или переключаемым системам [3–10]. Это класс многорежимных динамических систем, состоящих из семейства непрерывных подсистем и устройства, которое управляет переключениями режимов.

Постоянно возрастающий интерес к исследованию систем с переключаемой структурой обусловлен не только их широким использованием в прикладных задачах управления электроэнергетическими системами, в управлении летательными аппаратами, технологическими процессами и во многих других областях, вплоть до создания интеллектуальных компонентов систем управления [11–17], но и рядом интересных явлений, которые обнаруживаются в таких системах. Известны примеры, которые показывают, что обеспечения устойчивости всех отдельных режимов недостаточно для устойчивости системы с произвольными переключениями [18–21]. Это означает, что устойчивость систем с переключениями зависит не только от динамики системы на каждом режиме, но и от согласованности режимов при их переключении. В связи с этим усилия в исследовании систем с переключаемой структурой направлены на анализ их устойчивости и стабилизируемости [22–26], а также на способы синтеза регуляторов с гарантируемой устойчивостью и качеством управления [27–31]. При этом можно выделить два характерных подхода к синтезу рассматриваемых систем.



В первом случае динамические процессы задаются системой дифференциальных уравнений, которые формируют конечное множество возможных типовых траекторий. Оптимальная траектория движения системы составляется из отдельных участков этих типовых траекторий с помощью переключающего устройства, которое представляет собой конечный автомат с памятью. В памяти переключающего устройства хранятся интервалы времени, в течение которых движение будет происходить по выбранной траектории, и последовательность, в которой будут подключаться выбранные типовые траектории. В исследованиях, посвященных этому классу переключаемых систем, основное внимание уделяется разработке логических правил работы автомата, который должен обеспечить согласованное изменение состояния системы в момент переключения, не допуская скачков и забросов управляемой переменной.

Второй подход к синтезу систем с переключаемой структурой применяется тогда, когда правила переключения задаются в виде ограничений по времени, по состоянию или как следствие внешних воздействий, приложенных к объекту управления. Например, как это было рассмотрено выше, когда появляется необходимость обеспечить ограничение предельно допустимых значений параметров движения. В этом случае переключение структуры можно рассматривать как возмущающее воздействие, приложенное к системе. В связи с этим непрерывные подсистемы управляющей части системы должны обеспечивать компенсацию подобных возмущений путем согласования траекторий движения системы при изменении режимов ее работы. Отличительной особенностью систем этого класса является то, что системы скачкообразно меняют свои свойства в заранее неизвестные, случайные моменты времени. Это заставляет рассматривать их как системы со случайной структурой [32–34]. Следовательно, приходится иметь дело не с одной, оптимальной, траекторией движения, а с целым спектром траекторий, каждая из которых соответствует своему моменту переключения. В этом случае используют «средние» или обобщенные динамические характеристики системы, позволяющие оценить ее поведение в целом [35–37]. Однако область применения этих результатов часто бывает ограничена задачами анализа, поскольку считается, что характеристики системы во всех ее структурных состояниях известны. В связи с этим предлагается обобщенная характеристика системы с коммутацией каналов, пригодная для синтеза, т. е. позволяющая установить аналитическую зависимость между параметрами управляю-

щей части и совокупностью траекторий системы при переключении каналов в произвольный, случайный момент времени.

Целью настоящего исследования является разработка алгоритма синтеза, обеспечивающего согласование траекторий движения в системах с коммутацией каналов управления с использованием обобщенной характеристики, позволяющей описать весь ансамбль траекторий движения системы при переключении каналов управления в произвольный, случайный момент времени.

## 1. АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ С КОММУТАЦИЕЙ КАНАЛОВ В СЛУЧАЙНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ

Пусть траектория системы на режиме управления заданным параметром  $y(t)$  объекта подчиняется уравнению

$$P_1(D)y(t) = Q_1(D)y_{\text{зад}}(t), \quad (1)$$

где  $y_{\text{зад}}(t)$  – программа управления заданным параметром;  $P_1(D) = a_n^{(1)} \frac{d^n}{dt^n} + \dots + a_1^{(1)} \frac{d}{dt} + a_0^{(1)}$ ,  $Q_1(D) = b_m^{(1)} \frac{d^m}{dt^m} + \dots + b_1^{(1)} \frac{d}{dt} + b_0^{(1)}$ ;  $a_i^{(1)}$  ( $i = \overline{0, n}$ ),  $b_j^{(1)}$  ( $j = \overline{0, m}$ ) – параметры модели.

При переключении на канал ограничения в некоторый момент времени  $\tau$  уравнение траектории движения системы относительно параметра  $y(t)$  приобретает вид:

$$P_2(D)y(t, \tau) = Q_2(D)y_{\text{огр}}(t) \quad (2)$$

с начальными условиями, определяющими совпадение состояний системы в момент изменения режима управления:

$$y^{(r)}(t, \tau)|_{t=\tau} = y^{(r)}(t)|_{t=\tau}; \quad (r = 0, 1, \dots, n-1),$$

где  $y_{\text{огр}}(t)$  – программа ограничения заданного параметра;  $P_2(D) = a_n^{(2)} \frac{d^n}{dt^n} + \dots + a_1^{(2)} \frac{d}{dt} + a_0^{(2)}$ ,  $Q_2(D) = b_m^{(2)} \frac{d^m}{dt^m} + \dots + b_1^{(2)} \frac{d}{dt} + b_0^{(2)}$ .

Для согласования траекторий движения системы при переключении канала управления на канал ограничения в произвольный, случайный момент времени  $\tau \in [0; +\infty)$  рассмотрим обобщенную характеристику системы в следующем виде:

$$E(y(t)) = \int_0^{\infty} y(t, \tau) f(\tau) d\tau, \quad (3)$$

где  $f(\tau)$  – функция распределения случайного момента времени  $\tau$ .

В интервале времени  $0 \leq t \leq \tau$  траектория системы удовлетворяет уравнению (1). При этом  $y(t, \tau) = y(t)$ . В интервале времени  $0 \leq \tau \leq t$  в работу вступает контур ограничения и траектория системы  $y(t, \tau)$  будет соответствовать уравнению (2).

Считаем, что переключение структуры управления происходит с постоянной интенсивностью  $\lambda$ . Тогда функция распределения времени переключения подчиняется закону  $f(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}$ . Разобьем интеграл (3) на два слагаемых, которые соответствуют указанным режимам работы:

$$E(y(t)) = \int_0^t y(t, \tau) f(\tau) d\tau + \int_t^\infty y(t) f(\tau) d\tau = \int_0^t y(t, \tau) f(\tau) d\tau + y(t) e^{-\lambda t}.$$

Для вычисления интеграла в последнем выражении представим решение системы (2) в виде суммы  $y(t, \tau) = y^{(1)}(t) + y^{(II)}(t, \tau)$  частного решения неоднородного уравнения (2) с нулевыми начальными условиями и общего решения соответствующего однородного уравнения с ненулевыми начальными условиями. Поскольку для  $y(t, \tau)$  справедливы начальные условия для системы (2), получаем

$$\left[ y^{(II)}(t, \tau) \right]^{(i)} \Big|_{t=\tau} = \left[ y(t) \right]^{(i)} \Big|_{t=\tau} - y^{(1)}(t) \Big|_{t=\tau}, \quad i = 0, (n-1).$$

Решение однородного уравнения найдем в следующем виде [38]:

$$y^{(II)}(t, \tau) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-i-1} Y^{(i)}(\tau) a_{i+j+1}^{(2)} \cdot [w_2(t-\tau)]^{(j)},$$

где  $Y^{(i)}(\tau) = [y(\tau) - y^{(1)}(\tau)]^{(i)}$ ,  $w_2(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{P_2(s)} \right\}$ .

В результате выражение для  $E(y(t))$  приобретает вид:

$$E(y(t)) = y(t) e^{-\lambda t} + y^{(1)}(t) (1 - e^{-\lambda t}) + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-i-1} a_{i+j+1}^{(2)} \int_0^t Y^{(i)}(\tau) \lambda e^{-\lambda\tau} \cdot [w_2(t-\tau)]^{(j)} d\tau. \quad (4)$$

Обобщенная характеристика системы, аналогичная (4), ранее использовалась в публикациях [39, 40]. Однако в этих работах для обеспечения желаемых траекторий движения при переключении каналов предлагалось осуществить локализацию корней знаменателя изображения этой обобщенной характеристики в заданной области комплексной плоскости. Такой подход не гарантирует полного отсутствия скачков и забросов в момент переключения каналов, поскольку вид временных

характеристик зависит не только от знаменателя изображения, но и от его числителя. В связи с этим потребуем, чтобы обобщенная характеристика системы  $E(y(t))$  лежала в заданных пределах

$$E_1(t) \leq E(y(t)) \leq E_2(t). \quad (5)$$

## 2. ОБЕСПЕЧЕНИЕ СОГЛАСОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ С КОММУТАЦИЕЙ КАНАЛОВ

Для обеспечения условия (5) найдем предварительно изображение по Лапласу для  $E(y(t))$ :

$$E(s) = L\{E(y(t))\} = L\{y(t)e^{-\lambda t}\} + L\{y^{(1)}(t)(1 - e^{-\lambda t})\} + L\left\{ \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-i-1} a_{i+j+1}^{(2)} \int_0^t Y^{(i)}(\tau) \lambda e^{-\lambda\tau} [w_2(t-\tau)]^{(j)} d\tau \right\}.$$

В результате получаем

$$E(s) = y(s + \lambda) + (y^{(1)}(s) - y^{(1)}(s + \lambda)) + \frac{\lambda [y(s + \lambda) - y^{(1)}(s + \lambda)]}{P_2(s)} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-i-1} a_{i+j+1}^{(2)} (s + \lambda)^i s^j.$$

Преобразуем двойную сумму в последнем выражении следующим образом:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-i-1} a_{i+j+1}^{(2)} (s + \lambda)^i s^j = \sum_{k=1}^n \sum_{l=0}^{k-1} a_k^{(2)} (s + \lambda)^l s^{k-l-1} = \sum_{k=1}^n a_k^{(2)} \frac{(s + \lambda)^k - s^k}{(s + \lambda) - s} = \frac{P_2(s + \lambda) - P_2(s)}{\lambda}.$$

С учетом этого соотношения искомое изображение принимает вид:

$$E(s) = y^{(1)}(s) + (y(s + \lambda) - y^{(1)}(s + \lambda)) \frac{P_2(s + \lambda)}{P_2(s)}.$$

Чтобы на основе полученного изображения  $E(s)$  найти оригинал обобщенной характеристики системы  $E(y(t))$ , необходимо осуществить обратное преобразование Лапласа. Однако сделать это в общем виде не представляется возможным, поскольку изображение зависит от неизвестных параметров управляющей части системы. В связи с этим воспользуемся специальным методом численного обращения преобразования Лапласа. Этот метод базируется на аппроксимации дельта-функции  $\delta(t, \tau)$  частичной суммой ряда

$$\delta_q(t, \tau) = \sum_{i=1}^q d_i(t) \varphi_i(\tau),$$

построенного с использованием совокупности ортонормированных с весом  $g(t) = \exp(-\alpha t)$  ( $\alpha \geq 0$ ) экспоненциальных полиномов вида



$$\varphi_i(t) = \sum_{j=1}^i c_{ij} \exp(-\beta(j-1)t), \quad (\beta > 0; i = 1, 2, \dots).$$

Коэффициенты  $c_{ij}$  вычисляются, согласно изложенному в работе [41], следующим образом:

$$c_{i+1,j+1} = \frac{(-1)^{i+j} \Gamma(i+j+\delta+1) \sqrt{(\delta+2i+1)\beta}}{j!(i-j)! \Gamma(j+\delta+1)},$$

$$i, j = 0, 1, \dots,$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция,  $\delta = (\alpha - \beta)/\beta$ .

Экспоненциальные полиномы  $\varphi_i(t)$  можно получить из любых классических ортогональных многочленов  $p_i(z)$ , таких как полиномы Лежандра, Лагерра, Эрмита и т. д. [42], заменой переменной  $z = \exp(-\beta t)$ . Такая замена позволяет описывать траектории движения синтезируемой системы во всем временном диапазоне  $t \in [0; +\infty)$ .

Покажем, что последовательность  $\delta_q(t, \tau)$  частичных сумм ряда сходится к дельта-функции  $\delta(t, \tau)$ . Для этого введем вспомогательную функцию  $v(t) = g(t)E(y(t))$ , для которой

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \int_0^\infty v(\tau) \delta_q(t, \tau) d\tau =$$

$$= \lim_{q \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \int_0^\infty g(\tau) E(y(\tau)) \varphi_i(\tau) d\tau.$$

Интеграл в правой части последнего равенства представляет собой не что иное как формулу для расчета коэффициентов ортогонального ряда при разложении функции  $E(y(t))$  по системе экспоненциальных полиномов

$$e_i[E] = \int_0^\infty g(\tau) E(y(\tau)) \varphi_i(\tau) d\tau.$$

Следовательно,

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \int_0^\infty v(\tau) \delta_q(t, \tau) d\tau = \lim_{q \rightarrow \infty} g(t) \sum_{i=1}^q e_i(E) \varphi_i(t).$$

Так как ортогональный ряд является сходящимся для любой интегрируемой с квадратом и весом  $g(t)$  функции  $E(y(t))$ , то

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^q e_i(E) \varphi_i(t) = E(y(t))$$

$$\text{и } \lim_{q \rightarrow \infty} \int_0^\infty v(\tau) \delta_q(t, \tau) d\tau = g(t) E(y(t)) = v(t).$$

Таким образом,

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \int_0^\infty v(\tau) \delta_q(t, \tau) d\tau = \int_0^\infty v(\tau) \delta(t, \tau) d\tau = v(t).$$

Отсюда следует, что

$$\delta(t, \tau) = \lim_{q \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \varphi_i(\tau).$$

Воспользуемся полученным разложением дельта-функции для обращения преобразования Лапласа

$$E(s) = \int_0^\infty e^{-st} E(y(\tau)) d\tau.$$

Для этого используем следующие преобразования:

$$\int_0^\infty e^{-st} E(y(\tau)) \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \varphi_i(\tau) d\tau =$$

$$= \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \int_0^\infty e^{-st} E(y(\tau)) \varphi_i(\tau) d\tau =$$

$$= \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \int_0^\infty e^{-st} E(y(\tau)) \sum_{j=1}^i c_{ij} \exp(-\beta(j-1)\tau) d\tau =$$

$$= \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \sum_{j=1}^i c_{ij} E(s + (j-1)\beta).$$

С другой стороны,

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \int_0^\infty e^{-st} E(y(\tau)) \sum_{i=1}^q g(t) \varphi_i(t) \varphi_i(\tau) d\tau =$$

$$= \int_0^\infty e^{-st} E(y(\tau)) \delta_q(t, \tau) d\tau = e^{-st} E(y(t)).$$

Если принять  $s = \alpha$ , то

$$E(y(t)) = \lim_{q \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^q \varphi_i(t) \sum_{j=1}^i c_{ij} E(\alpha + (j-1)\beta) =$$

$$= \lim_{q \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^q e_i(E) \varphi_i(t). \tag{6}$$

Следовательно, коэффициенты ряда при разложении функции  $E(y(t))$  по системе экспоненциальных полиномов вычисляются на основе совокупности значений ее изображения  $E(s)$ , найденных в точках вещественной оси

$$e_i(E) = \sum_{j=1}^i c_{ij} E(\alpha + (j-1)\beta), \quad i = 1, 2, \dots$$

Покажем, как полученное выражение для обобщенной характеристики  $E(y(t))$  в виде ряда по системе экспоненциальных полиномов позволяет формализовать задачу синтеза согласованного управления в системе с коммутацией каналов.

### 3. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С КОММУТАЦИЕЙ КАНАЛОВ В ПРЕДЕЛАХ ЖЕЛАЕМОЙ ОБЛАСТИ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Представим частичную сумму экспоненциального ряда (6) в следующем виде:

$$E(y(t)) = \sum_{i=1}^q e_i(E) \varphi_i(t) = \sum_{k=1}^q r_k(E) \exp(-\beta(k-1)t).$$

Здесь  $r_k(E) = \sum_{i=1}^q \lambda_{ik} e_i(E)$ .

Рекомендации по выбору числа  $q$  удерживаемых членов ряда, обеспечивающих требуемую точность аппроксимации, можно найти в целом ряде источников (см., например, работы [42, 43]). Если разложить в аналогичный экспоненциальный ряд границы желаемой области временных характеристик

$$E_1(t) = \sum_{k=1}^q r_k(E_1) \exp(-\beta(k-1)t);$$

$$E_2(t) = \sum_{k=1}^q r_k(E_2) \exp(-\beta(k-1)t),$$

то систему неравенств (5) можно записать в таком виде:

$$E(y(t)) - E_1(t) = \sum_{k=1}^q R_k^{(I)}(E) \exp(-\beta(k-1)t) \geq 0;$$

$$E_2(t) - E(y(t)) = \sum_{k=1}^q R_k^{(II)}(E) \exp(-\beta(k-1)t) \geq 0,$$

где  $R_k^{(I)}(E) = [r_k(E) - r_k(E_1)]$ ,  $R_k^{(II)}(E) = [r_k(E_2) - r_k(E)]$ .

Произведем замену переменной  $z = \exp(-\beta t)$ , тогда систему ограничений можно записать следующим образом:

$$P_1(z) = \sum_{k=1}^q R_k^{(I)}(E) z^{(k-1)} \geq 0; P_2(z) = \sum_{k=1}^q R_k^{(II)}(E) z^{(k-1)} \geq 0.$$

Для того чтобы полиномы  $P_1(z)$  и  $P_2(z)$  были неотрицательными в интервале  $[0; 1]$ , достаточно потребовать следующее: полиномы должны принимать положительное значение хотя бы в одной точке этого интервала и, кроме того, все их действительные корни должны располагаться правее точки  $z = 1$ .

Согласно теореме Ньютона о границах корней полиномов число  $z = 1$  является нижней границей положительных корней полиномов  $P_1(z)$  и  $P_2(z)$ , если выполняются условия

$$\left[ z^{q-1} P_1\left(\frac{1}{z}\right) \right]_{z=1}^{(p)} \geq 0, \left[ z^{q-1} P_2\left(\frac{1}{z}\right) \right]_{z=1}^{(p)} \geq 0, \quad (7)$$

$$p = 0, 1, \dots, q-1.$$

Потребуем, чтобы полиномы  $P_1(z)$  и  $P_2(z)$  были положительными в точке  $z = 0$ , т.е.  $P_1(0) = r_1(E) - r_1(E_1) > 0; P_2(0) = r_1(E_2) - r_1(E) > 0$ .

Объединяя эти условия с неравенствами (7), получим совокупность ограничений, которые определяют принадлежность обобщенной характеристики  $E(y(t))$  заданной области:

$$r_1(E) - r_1(E_1) > 0; r_1(E_2) - r_1(E) > 0;$$

$$\sum_{i=1}^{q-p} \left[ \frac{(q-i)!}{(q-p-i)!} \right] (r_i(E) - r_i(E_1)) \geq 0; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{q-p} \left[ \frac{(q-i)!}{(q-p-i)!} \right] (r_i(E_2) - r_i(E)) \geq 0;$$

$$p = 0, 1, \dots, q-2.$$

При решении полученной системы алгебраических неравенств рекомендуется применять эвристические алгоритмы поиска нулевого порядка, например, метод Хука – Дживса.

Для иллюстрации предложенного подхода рассмотрим задачу синтеза системы управления угловым движением летательного аппарата в вертикальной плоскости.

#### 4. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ УГЛОМ ТАНГАЖА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ОГРАНИЧЕНИЕМ НОРМАЛЬНОЙ ПЕРЕГРУЗКИ

Рассмотрим систему управления углом тангажа с каналом ограничения нормальной перегрузки, предложенную в [44]. Структурная схема этой системы показана на рис. 1.

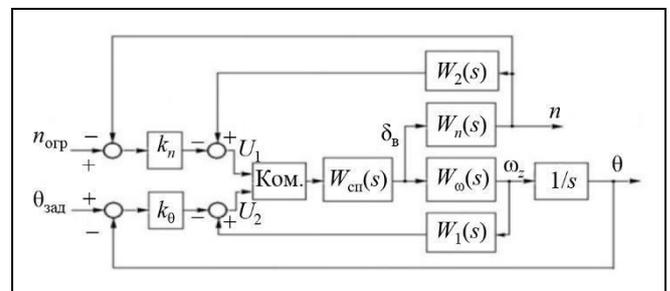


Рис. 1. Структурная схема системы управления углом тангажа с каналом ограничения нормальной перегрузки

Алгоритм работы коммутатора заключается в том, что он выбирает максимальный по абсолютной величине сигнал управления и подает его на сервопривод:

$$U = \begin{cases} U_1, & \text{если } |U_1| > |U_2|; \\ U_2, & \text{если } |U_2| > |U_1|. \end{cases}$$

Передаточные функции летательного аппарата при управлении рулем высоты  $\delta_B$  имеют вид:

$$\begin{aligned} & - \text{ по угловой скорости тангажа } \omega_z: W_\omega(s) = \\ & = \frac{-(s + 2,012)}{s^2 + 4,107s + 25,256}; \end{aligned}$$



– по нормальной перегрузке  $n$ :  $W_n(s) = \frac{-1}{s^2 + 4,107s + 25,256}$ .

Передаточная функция сервопривода руля вы-  
соты  $W_{\text{вн}}(s) = \frac{10}{s}$ .

Выбрав физически реализуемый астатический автопилот угла тангажа со скоростной обратной связью, получаем следующую передаточную функцию  $W_1(s)$ :

$$W_1(s) = \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{T_2 s^2 + T_1 s + 1},$$

здесь  $k_0, k_1, k_2$ , а также  $k_0$ , – передаточные числа автопилота (см. рис. 1).

В свою очередь, передаточную функцию  $W_2(s)$  для автомата ограничения перегрузки выбираем в следующем виде:

$$W_2(s) = \frac{k_4 s^2 + k_3 s}{T_4 s^2 + T_3 s + 1},$$

где  $k_3, k_4$  и  $k_n$  – передаточные числа автомата ограничения (см. рис. 1).

Используя введенные характеристики, найдем передаточную функцию контура управления углом тангажа

$$\Phi_1(s) = \frac{B_1(s)}{A_1(s)} = \frac{b_3^{(1)} s^3 + b_2^{(1)} s^2 + b_1^{(1)} s + b_0^{(1)}}{a_6^{(1)} s^6 + a_5^{(1)} s^5 + a_4^{(1)} s^4 + a_3^{(1)} s^3 + a_2^{(1)} s^2 + a_1^{(1)} s + a_0^{(1)}},$$

где

$$b_3^{(1)} = 10k_0 T_2; \quad b_2^{(1)} = 10k_0 (2,012T_2 + T_1);$$

$$b_1^{(1)} = 10k_0 (2,012T_1 + 1); \quad b_0^{(1)} = 20,12k_0;$$

$$a_6^{(1)} = T_2; \quad a_5^{(1)} = 4,107T_2 + T_1;$$

$$a_4^{(1)} = 25,256T_2 + 4,107T_1 + 10k_2 + 1;$$

$$a_3^{(1)} = 25,256T_1 + 10k_1 + 20,12k_2 + 10k_0 T_2 + 4,107;$$

$$a_2^{(1)} = 10k_0 + 20,12k_1 + 20,12k_0 T_2 + 10k_0 T_1 + 25,256;$$

$$a_1^{(1)} = 20,12k_0 + 20,12k_0 T_1 + 10k_0; \quad a_0^{(1)} = 20,12k_0.$$

Аналогично для контура ограничения нормальной перегрузки находим следующую передаточную функцию:

$$\Phi_2(s) = \frac{B_2(s)}{A_2(s)} = \frac{b_3^{(2)} s^3 + b_2^{(2)} s^2 + b_1^{(2)} s + b_0^{(2)}}{a_6^{(2)} s^6 + a_5^{(2)} s^5 + a_4^{(2)} s^4 + a_3^{(2)} s^3 + a_2^{(2)} s^2 + a_1^{(2)} s},$$

где

$$b_3^{(2)} = 10k_n T_4; \quad b_2^{(2)} = 10k_n (T_3 + 2,012T_4);$$

$$b_1^{(2)} = 10k_n (2,102T_3 + 1); \quad b_0^{(2)} = 10k_n; \quad a_6^{(2)} = T_4;$$

$$a_5^{(2)} = 4,107T_4 + T_3; \quad a_4^{(2)} = 25,256T_4 + 4,107T_3 + 1;$$

$$a_3^{(2)} = 25,256T_3 + 10k_n T_4 + 10k_4 + 4,107;$$

$$a_2^{(2)} = 10k_3 + 10k_n T_3 + 25,256; \quad a_1^{(2)} = 10k_n.$$

Полагаем, что переключение каналов управления происходит с постоянной интенсивностью  $\lambda = 1 \text{ с}^{-1}$ . Потребуем, чтобы обобщенная характеристика системы  $E(y(t))$  лежала в области, ограниченной функциями  $E_1(t) = 0,9(1 - 2\exp(-0,5t) + \exp(-t))$ ,  $E_2(t) = 1,1(1 - \exp(-4t))$ . Чтобы границы этой области принадлежали базису экспоненциального ряда, выбираем его параметры такими:  $\alpha = \beta = 0,5$ ;  $q = 9$ .

Коэффициенты экспоненциальных рядов для границ области принимают следующие значения:

$$r_1(E_1) = 0,9; \quad r_2(E_1) = -1,8; \quad r_3(E_1) = 0,9; \quad r_4(E_1) = 0;$$

$$r_5(E_1) = 0; \quad r_6(E_1) = 0; \quad r_7(E_1) = 0; \quad r_8(E_1) = 0; \quad r_9(E_1) = 0;$$

$$r_1(E_2) = 1,1; \quad r_2(E_2) = 0; \quad r_3(E_2) = 0; \quad r_4(E_2) = 0;$$

$$r_5(E_2) = 0; \quad r_6(E_2) = 0; \quad r_7(E_2) = 0; \quad r_8(E_2) = 0;$$

$$r_9(E_2) = -1,1.$$

В свою очередь, для обобщенной характеристики  $E(y(t))$  эти коэффициенты вычисляются следующим образом:

$$r_k(E) = \sum_{i=k}^q \sum_{j=1}^i c_{ij} c_{ik} E(0,5j), \quad k = 1, 2, \dots, 9,$$

где

$$E(0,5j) = \frac{0,5j Q_1(0,5j+1) P_2(0,5j+1)}{0,5j(0,5j+1) P_1(0,5j+1) P_2(0,5j)} + \frac{[(0,5j+1) Q_2(0,5j) - 0,5j Q_2(0,5j)] P_1(0,5j+1)}{0,5j(0,5j+1) P_1(0,5j+1) P_2(0,5j)}.$$

Подставляя найденные выражения в систему неравенств (8), получаем совокупность ограничений для параметров управляющей части. Решая систему неравенств, находим следующую совокупность значений параметров:

$$k_0 = 60,49; \quad k_n = 50,42; \quad k_0 = 17,76; \quad k_1 = 11,11;$$

$$k_2 = 1,11; \quad k_3 = 16,49; \quad k_4 = 1,99; \quad T_1 = 0,50;$$

$$T_2 = 0,0005; \quad T_3 = 0,002; \quad T_4 = 0,000001.$$

Модель синтезированной системы, построенная с использованием пакета Matlab Simulink, представлена на рис. 2.

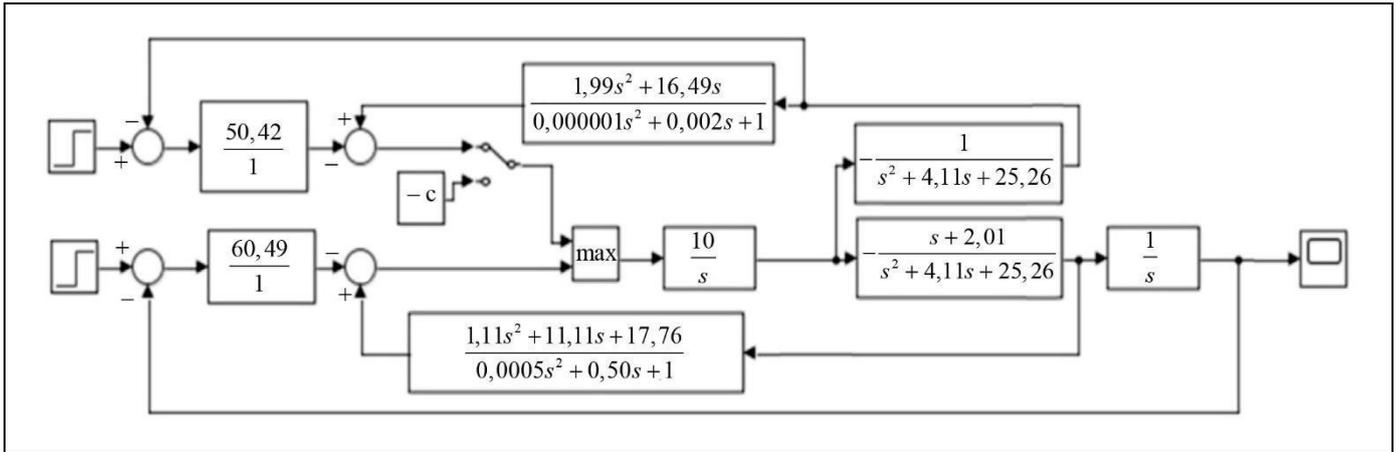


Рис.2. Модель синтезированной системы

На рис. 3 представлены результаты моделирования синтезированной системы.

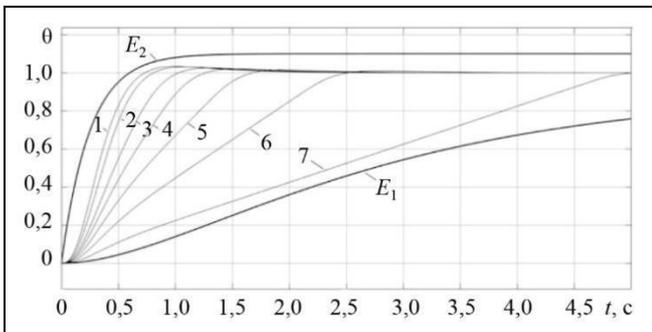


Рис. 3. Переходные процессы в системе управления углом тангажа с каналом ограничения нормальной перегрузки

Графики на рис. 3 соответствуют следующим моментам переключения: 1 –  $\tau = 0,1$  с; 2 –  $\tau = 0,3$  с; 3 –  $\tau = 0,6$  с; 4 –  $\tau = 0,8$  с; 5 –  $\tau = 1,3$  с; 6 –  $\tau = 2,1$  с; 7 –  $\tau = 4,6$  с.

Как показывают результаты моделирования, переходные процессы в системе, полученные для различных моментов переключения каналов, принадлежат заданной области и сохраняют аперриодический характер, что свидетельствует о согласованности режимов работы системы при коммутации каналов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе подход позволяет с общих позиций исследовать процессы, протекающие в системах управления подвижными объектами с коммутацией каналов. С этой целью предложено использовать обобщенную характеристику, описывающую весь ансамбль выходных реакций системы управления, полученный для всех воз-

можных моментов изменения структуры ее управляющей части. Возможность использования данной обобщенной характеристики при решении задачи синтеза систем управления подвижными объектами обеспечивается благодаря специально разработанному методу численного обращения преобразования Лапласа. Приведенный пример синтеза системы автоматического управления углом тангажа летательного аппарата с ограничением нормальной перегрузки подтверждает работоспособность предложенного подхода.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев Г.Н., Нартов Б.К., Чуканов С.Н. Оперативный контроль и управление подвижными объектами. – М.: Научтехлитиздат, 2003. – 111 с. [Lebedev, G.N., Nartov, B.K., Chukanov, S.N. Operativnyj kontrol' i upravlenie podvizhnyimi ob'ektami. – М.: Nauchtekhlitizdat, 2003. – 111 s. (In Russian)].
2. Пишихонов В.Х., Медведев М.Ю. Многоконтурное адаптивное управление подвижными объектами при решении траекторных задач // Проблемы управления. – 2018. – № 6. – С. 62–72. [Pshihopov, V.H., Medvedev, M.Yu. Multi-loop Adaptive Control of Mobile Objects in Solving Trajectory Tracking Tasks // Control Sciences. – 2018. – No. 6. – P. 62–72. (In Russian)].
3. Васильев С.Н., Маликов А.И. О некоторых результатах по устойчивости переключаемых и гибридных систем // Актуальные проблемы механики сплошной среды. – Казань: Фолиант, 2011. – Т.1. – С. 23–81. [Vasil'ev, S.N., Malikov, A.I. O nekotoryh rezul'tatah po ustojchivosti pereklyuchaemyh i gibridnyh sistem // Aktual'nye problem mekhaniki sploshnoj sredy. – Kazan': Foliant, 2011. – Vol. 1. – P. 23–81. (In Russian)].
4. Bortakovskii A.S. Necessary Optimality Conditions for Switched Systems // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2016. – Vol. 55. – P. 712–724. – DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064230716050051>.
5. Sun, Y., Zhang, C., Lu, X.-L., et al. Dynamic Optimization of Differential-algebraic Equations with Inequality Path Con-



- straints // *Acta Automatica Sinica*. – 2019. – Vol. 45, no. 5. – P. 897–905. – DOI: 10.16383/j.aas.c180302.
6. Schwarz, D.E., Lamour, R. A Projector Based Decoupling of DAEs Obtained from the Derivative Array // In: Reis T., Grun- del, S., Schöps, S. (eds) *Progress in Differential-Algebraic Equations II*. – Cham: Springer, 2020. – P. 3–38. – DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-53905-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-53905-4_1).
  7. Demir, A., Hanay, M.S. Numerical Analysis of Multidomain Systems: Coupled Nonlinear PDEs and DAEs With Noise // *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*. – 2018. – Vol. 37, no. 7. – P. 1445–1458. – DOI: 10.1109/TCAD.2017.2753699.
  8. Nañez, P., Sanfelice, R.G., Quijano, N. Notions and a Passivity Tool for Switched DAE Systems // *Proceedings of 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*. – Melbourne, 2017. – P. 3612–3617. – DOI: 10.1109/CDC.2017.8264190.
  9. Yang, M., Lian, J., Han, Y. Exponentially Passive Analysis of Switched Linear Systems with a Novel Storage Function // *Proceedings of 2018 Chinese Automation Congress (CAC)*. – Xi'an, 2018. – P. 4014–4019. – DOI: 10.1109/CAC.2018.8623256.
  10. Chesi, G., Colaneri, P. Structured Feedback Synthesis for Stability and Performance of Switched Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2020. – Vol. 65, no. 11. – P. 4695–4709. – DOI: 10.1109/TAC.2019.2962218.
  11. Pappalardo, C.M., Guida, D. On the Computational Methods for Solving the Differential-Algebraic Equations of Motion of Multibody Systems // *Machines*. – 2018. – Vol. 6, no. 20. – P. 1–15.
  12. Gai, W., Sun, C., Zhou, Y., Zhang, J. A New Control Allocation Method Based on the Improved Grey Wolf Optimizer Algorithm for Aircraft with Multiple Actuators // *Proceedings of 2019 CAA Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS)*. – Xiamen, 2019. – P. 438–442. – DOI: 10.1109/SAFEPROCESS45799.2019.9213444.
  13. Zhao, Y., Zhao, J., Fu, J., et al. Rate Bumpless Transfer Control for Switched Linear Systems with Stability and Its Application to Aero-Engine Control Design // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2020. – Vol. 67, no. 6. – P. 4900–4910. – DOI: 10.1109/TIE.2019.2931222.
  14. Li, J., Wei, G., Ding, D., Li, Y. Quantized Control for Networked Switched Systems with a More General Switching Rule // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. – 2020. – Vol. 50, no. 5. – P. 1909–1917. – DOI: 10.1109/TSMC.2018.2791614.
  15. Papadopoulos, A.V., Terraneo, F., Leva, A., Prandini, M. Switched Control for Quantized Feedback Systems: Invariance and Limit Cycle Analysis // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2018. – Vol. 63, no. 11. – P. 3775–3786. – DOI: 10.1109/TAC.2018.2797246.
  16. Kuppasamy, S., Joo, Y.H. Nonfragile Retarded Sampled-Data Switched Control of T-S Fuzzy Systems and Its Applications // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. – 2020. – Vol. 28, no. 10. – P. 2523–2532. – DOI: 10.1109/TFUZZ.2019.2940432.
  17. Fei, Z., Shi, S., Wang, T., Ahn, C.K. Improved Stability Criteria for Discrete-Time Switched T-S Fuzzy Systems // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. – 2021. – Vol. 51, no. 2. – P. 712–720. – DOI: 10.1109/TSMC.2018.2882630.
  18. Zhao, X., Yin, Y., Liu, L., Sun, X. Stability Analysis and Delay Control for Switched Positive Linear Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2018. – Vol. 63, no. 7. – P. 2184–2190. – DOI: 10.1109/TAC.2017.2757460.
  19. Wu, J., Yang, X., Zhang, C., Li J. Adaptive Finite-Time Control Design for a Class of Uncertain Nonlinearly Parameterized Switched Systems // *IEEE Access*. – 2019. – Vol. 7. – P. 95941–95949. – DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2929841.
  20. Zhu, Y., Zheng, W.X. Multiple Lyapunov Functions Analysis Approach for Discrete-Time-Switched Piecewise-Affine Systems Under Dwell-Time Constraints // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2020. – Vol. 65, no. 5. – P. 2177–2184. – DOI: 10.1109/TAC.2019.2938302.
  21. Xiao, X., Zhou, L., Ho, D.W.C., Lu, G. Event-Triggered Control of Continuous-Time Switched Linear Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2019. – Vol. 64, no. 4. – P. 1710–1717. – DOI: 10.1109/TAC.2018.2853569.
  22. Trenn, S. Stabilization of switched DAEs via fast switching // *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. – 2016. – Vol. 16. – P. 827–828. – DOI: <https://doi.org/10.1002/pamm.201610402>.
  23. Komae, A. Stabilization of Linear Systems by Pulse-Width Modulation of Switching Actuators // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2020. – Vol. 65, no. 5. – P. 1969–1984. – DOI: 10.1109/TAC.2019.2926943.
  24. Wang, P., Zhao, J. Feedback Dissipativity and Stabilization for Switched Positive Systems With a Combined Switching Law // *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. – 2020. – Vol. 67, no. 11. – P. 2572–2576. – DOI: 10.1109/TCSII.2019.2962283.
  25. Wang, Z.-M., Wei, A., Zhao, X., et al. Stability Analysis of Discrete-Time Switched Systems With Unstable Modes: An Improved Ratio-Based Tradeoff Approach // *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. – 2021. – Vol. 68, no. 1. – P. 431–435. – DOI: 10.1109/TCSII.2020.3004400.
  26. Harivanam, P.R., Debasattam, P. Lie-Algebraic Criteria for Stability of Switched Systems of Differential Algebraic Equations (DAEs) // *IEEE Control Systems Letters*. – 2021. – Vol. 5(4). – P. 1333–1338. – DOI: 10.1109/LCSYS.2020.3036577.
  27. Бортковский А.С. Необходимые условия оптимальности переключаемых систем // *Труды института математики и механики УрО РАН*. – 2021. – Т. 27, № 2. – С. 67–78. [Bortkovskij, A.S. Neobhodimye usloviya optimal'nosti pereklyuchaemyh sistem // *Trudy instituta matematiki i mekhaniki UrO RAN*. – 2021. – Vol. 27, no. 2. – S. 67–78. (In Russian)].
  28. Chen, Y., Respondek, W. Geometric Analysis of Differential-Algebraic Equations via Linear Control Theory // *SIAM Journal on Control and Optimization*. – 2021. – Vol. 59, no. 1. – P. 103–130. – DOI: 10.1137/20M1329330.
  29. Berger, T. Controlled Invariance for Nonlinear Differential-Algebraic Systems // *Automatica*. – 2016. – Vol. 64. – P. 226–233.
  30. Ilchmann, A., Leben, L., Witschel, J., Worthmann, K. Optimal Control of Differential-Algebraic Equations from an Ordinary Differential Equation Perspective // *Optimal Control Applications and Methods*. – 2019. – Vol. 40, no. 10. – P. 351–366. – DOI: 10.1002/oca.2481.
  31. Terasaki, S., Kazuhiro, S. Minimal controllability problems on linear structural descriptor systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2021. – Vol. 67, no. 5. – P. 2522–2528. – DOI: 10.1109/TAC.2021.3079359.
  32. Бухалёв В.А., Скрынников А.А., Болдинов В.А. Системы со случайной скачкообразной структурой. – М.: Издательский Дом Академии Жуковского, 2022. – 272 с. [Buhalyov, V.A.,

- Skrynnikov, A.A., Boldinov, V.A. Sistemy so sluchajnoj skachkoobraznoj strukturoj. – М.: Izdatel'skij Dom Akademii Zhukovskogo, 2022. – 272 s. (In Russian)].
33. *Аверина Т.А., Рыбаков К.А.* Статистические алгоритмы фильтрации для систем со случайно изменяющейся структурой // Вестник российских университетов. Математика – 2020. – Т. 25, № 130. – С. 109–122. [Averina, T.A., Rybakov, K.A. Statisticheskie algoritmy fil'tracii dly asistem so sluchajno izmenyayushchejsya strukturoj // Vestnik Rossijskih universitetov. Matematika. – 2020. – Vol. 25, no. 130. – P. 109–122. (In Russian)].
34. *Бухалев В.А., Скрянинков А.А., Болдинов В.А.* Игровое управление системами со случайной скачкообразной структурой. – М.: Физматлит, 2021. – 176 с. [Buhalev, V.A., Skrynnikov, A.A., Boldinov, V.A. Igrovoe upravlenie sistemami so sluchajnoj skachkoobraznoj strukturoj. – М.: Fizmatlit, 2021. – 176 s. (In Russian)].
35. *Скляревич А.Н., Скляревич Ф.А.* Вероятностные модели объектов с возможными изменениями. – Рига: Зинатне, 1989. – 366 с. [Sklyarevich, A.N., Sklyarevich, F.A. Veroyatnostnye modeli ob'ektov s vozmozhnymi izmeneniyami. – Riga: Zinatne, 1989. – 366 s. (In Russian)].
36. *Fei, Z., Guan, C., Zhao, X.* Event-Triggered Dynamic Output Feedback Control for Switched Systems With Frequent Asynchronism // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2020. – Vol. 65, no. 7. – P. 3120–3127. – DOI: 10.1109/TAC.2019.2945279.
37. *Mostacciolo, E., Vasca, F., Baccari, S.* Differential Algebraic Equations and Averaged Models for Switched Capacitor Converters with State Jumps // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2018. – Vol. 33, no. 4. – P. 3472–3483. – DOI: 10.1109/TPEL.2017.2702389.
38. *Doetsch, G., Herschel, R.* Anleitung Zum Praktischen Gebrauch Der Laplace-transformation Und Der Z-Transformation. – München: R. Oldenbourg Verlag, 1967. – 256 p.
39. *Абдуллина Э.Ю., Ефанов В.Н.* Управление креном высокоманевренного летательного аппарата в условиях структурной неопределенности // Изв. вузов. Приборостроение. – 2020. – Т. 63, № 1. – С. 26–34. [Abdullina, E.Yu., Efanov, V.N. Upravlenie krenom vysokomanevrennogo letatel'nogo apparata v usloviyah strukturnoj neopredelemnosti // Izv. vuzov. Priborostroenie. – 2020. – Vol. 63, no. 1. – P. 26–34. (In Russian)].
40. *Abdullina, E.Y., Efanov, V.N.* Synthesis of Pitch Angle Control System with Angle of Attack Limiting Channel // Russian Aeronautics. – 2020. – Vol. 63, no. 1. – P. 25–32. – DOI: 10.3103/S1068799820010043.
41. *Денисенко Д.А., Ефанов В.Н.* Синтез робастных систем управления в среде ортогональных функций экспоненциального вида // Информационно-управляющие системы. – 2012. – № 4. – С. 52–58. [Denisenko, D.A., Efanov, V.N. Sintez robastnyh sistem upravleniya v srede ortogonal'nyh funkcij eksponencial'nogo vida // Informacionno-upravlyayush chiesistemy. – 2012. – No. 4. – S. 52–58. (In Russian)].
42. *Суетин П.К.* Классические ортогональные многочлены. – М.: Физматлит, 2005. – 480 с. [Suetin, P.K. Klassicheskie ortogonal'nye mnogochleny. – М.: Fizmatlit, 2005. – 480 s. (In Russian)].
43. *Szegő, G.* Orthogonal Polynomials. Colloquium Publications. Vol. 23, 4th ed. – American Mathematical Society, 1975. – 432 p.
44. *Патент RU 2 560 958 C1 РФ, МПКВ64С13/18.* Система автоматического управления углом тангажа и ограничения предельных значений параметров летательного аппарата: № 2014129734/11: заявл. 18.07.2014: опубл. 20.08.2015 Бюл. № 23 / Петунин В.И., Неугодникова Л.М., Абдуллина Э.Ю. [Patent RU 2 560 958 C1 RF, МПКВ64С13/18. Sistema avtomaticheskogo upravleniya uglom tanga zhaiogranicheniya predel'nykh znachenii parametrov letatel'nogo apparata: № 2014129734/11: zayavl. 18.07.2014: opubl. 20.08.2015 Byul. № 23 / Petunin, V.I., Neugodnikova, L.M., Abdullina, E.Yu. (In Russian)].

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Поступила в редакцию 13.04.2023,  
после доработки 17.08.2023.  
Принята к публикации 30.08.2023.

**Абдуллина Эльза Юнировна** – аспирант, ✉ elzik86@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-1800-2663>

**Ефанов Владимир Николаевич** – д-р техн. наук, ✉ efanov@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5917-2910>

Уфимский университет науки и технологий, г. Уфа, Россия.

© 2023 г. Абдуллина Э.Ю., Ефанов В.Н.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.



## CONTROL SYSTEM DESIGN FOR MOVING OBJECTS WITH CHANNEL SWITCHING

E.Yu. Abdullina and V.N. Efanov

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

✉ elzik86@mail.ru, ✉ efanov@mail.ru

**Abstract.** This paper considers the problem of designing control systems for moving objects with control channel switching. A generalized characteristic is proposed to eliminate jumps and impulses that may occur at switching instants. This characteristic describes the entire ensemble of system trajectories under control channel switching at an arbitrary random instant. A numerical inversion method is developed for the Laplace transform based on expanding the delta function into a series of exponential polynomials. With this method, the generalized characteristic of the system can be approximated by a given time domain. The exponential series description of the generalized system characteristic allows reducing the original design problem to a system of algebraic inequalities. A particular example of designing an automatic pitch control system for an aircraft with a normal overload limit is presented; as is shown, the entire ensemble of trajectories obtained for different channel switching instants belongs to a given time domain.

**Keywords:** design, switched systems, selector, moving object, trajectory, angle of attack.

# СТРАТЕГИЧЕСКИЕ СПОСОБНОСТИ КАК ДРАЙВЕР КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ РОССИЙСКИХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ КОМПАНИЙ

Н.И. Гусева, О.Ю. Трубникова

**Аннотация.** Конкурентоспособность является ключевым показателем успеха не только для стран и отраслей, но и для компаний. Цель данного исследования заключается в определении стратегических способностей, на основе которых строится конкурентоспособность компаний, оперирующих на российском рынке. Представлены теоретические основы концепции стратегических способностей, подчеркнута их роль в развитии конкурентоспособности компаний через усиление их конкурентных преимуществ. Методология исследования вопросов стратегических способностей основана на ведущих публикациях зарубежных и отечественных авторов за последние 30 лет. Эмпирическая часть исследования посвящена стратегическим способностям 30 российских и международных компаний, осуществляющих свою деятельность на российском рынке, их различиям и сходствам. В рамках исследования было выявлено, что российские отечественные компании фокусируются только на развитии одной конкретной стратегической способности, российские компании-экспортеры практикуют более дифференцированный подход, развивая значительное количество стратегических способностей одновременно, и наконец, международные компании делают акцент на развитии более широкого, но при этом сбалансированного набора стратегических способностей. К основным стратегическим способностям компаний на российском рынке относятся: профессионализм сотрудников; контроль качества; инновации и уникальные технологии; корпоративный бренд и репутация; понимание особенностей потребителей; клиентоориентированность; гибкость. Результаты исследования имеют практическое значение и могут быть использованы российскими компаниями в качестве ключевых факторов повышения своей конкурентоспособности как на российском рынке, так и при выходе на новые зарубежные рынки.

**Ключевые слова:** конкурентоспособность компании, стратегические способности, конкурентное преимущество, международные компании, российские компании.

## ВВЕДЕНИЕ

Высокая турбулентность внешней среды и бизнес-конкуренция формируют кардинально новые условия для деятельности российских и международных компаний, работающих на российском рынке. Особенно это актуально для компаний, действующих в условиях серьезного санкционного давления на российскую экономику, что обостряет проблему управления стратегическими способностями российских компаний. Компания может иметь более сильные конкурентные позиции благодаря определению своих стратегических способностей, выстраивая их в соответствии с условиями

внешней среды и интегрируя их в надежную стратегию [1]. Такой взгляд позволяет рассматривать стратегические способности в качестве драйвера конкурентоспособности компаний и дает возможность компаниям, в частности российским, определить свою «точку роста».

В данной работе авторы, опираясь на результаты крупномасштабных эмпирических исследований, фокусируются на изучении стратегических способностей компаний с различным уровнем интернационализации, оперирующих на российском рынке, где стратегические способности рассматриваются в качестве драйвера их конкурентоспособности.



Анализ 30 кейсов российских и международных компаний, работающих на российском рынке, позволяет выделить основные категории и подкатегории стратегических способностей, которые играют значимую роль в конкурентоспособности компаний. Исследование стратегических способностей компаний позволяет выявить набор стратегических способностей, на которых компании в большей степени фокусируются при построении своей конкурентоспособности на российском рынке, и дает возможность проанализировать ключевые различия при формировании конкурентоспособности компаний с учетом степени их интернационализации.

Структура исследования отражает основные теоретические, методологические вопросы и результаты проведенного эмпирического авторского исследования. В теоретической части исследования основное внимание уделяется базовым аспектам концепции стратегических способностей и подходам к их исследованию. Методология эмпирического исследования описывает объект исследования и этапы анализа. Основные результаты, полученные в ходе работы, сгруппированы в соответствии с обозначенными исследовательскими вопросами. В заключении представлены основные выводы.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ СТРАТЕГИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ

### 1.1. Базовые аспекты концепции стратегических способностей

В основе концепции стратегических способностей лежат: необходимые ресурсы и ключевые компетенции (*core competencies*), которые должны быть уникальными и трудно копируемыми [2]; обыденные (*ordinary capabilities*) и динамические способности (*dynamic capabilities*) [3]; информация и организационные знания (*organisational knowledge*), которые становятся одним из основных активов многих организаций [4]; взаимодействие организации с внешней средой, которая может предоставить ресурсы, компетенции и способности, необходимые организации для достижения конкретной стратегической цели [5–7]. Отмеченные конструкты, доведенные «до уровня мастерства, превышающего все, что компания делает, и особенно лучше, чем любой из ее конкурентов»

[8], становятся стратегическими способностями, которые позволяют организации выжить и процветать. Наращивание и обновление способностей лежит в основе конкурентного преимущества (*competitive advantage*) и создания ценности организации [9]. В. Кумар проследил взаимосвязь между внешней средой, стратегией и стратегическими способностями, которые ведут к превосходным организационным результатам и устойчивым конкурентным преимуществам [1].

Устойчивые конкурентные преимущества требуют развития устойчивых стратегических способностей, что в целом требует от компании значительных инвестиций в виде времени и ресурсов [8, 10, 11]. Устойчивость стратегических способностей формируется из трех составляющих: сложность (*complexity*), культура и история (*culture and history*), причинная неоднозначность (*causal ambiguity*). Сложность объясняют внутренние (*internal linkages*) и внешние (*external linkages*) связи компании, которые могут создавать препятствия для конкурентов в формировании способностей или сделать их трудно имитируемыми [12]. Ключевые компетенции могут стать частью культуры организации, т. е. компетенции развиваются с течением времени и определенным образом, так называемым «путем зависимости» (*path dependency*) [13]; таким образом, они становятся специфическими для организации и не могут быть имитированы. И наконец, конкуренты затрудняются определить причины и результаты, лежащие в основе деятельности организации и ее преимущества из-за неоднозначности характеристик (*characteristic ambiguity*) или связей (*linkage ambiguity*) в организации и за ее пределами [14].

Стратегические способности непосредственно связаны со стратегией компании, и их появление обусловило развитие таких понятий, как стратегическое намерение (*strategic intent*) – выражение намерений организации, ее планов и способов их достижения, и стратегическое соответствие (*strategic fit*) – степень, в которой компания сопоставляет свои способности и ресурсы с возможностями, доступными во внешней среде [15].

Ни одна способность не может быть единственной основой устойчивой конкурентоспособности. Еще А. Йохне характеризовал стратегические способности как «комплексную совокупность», которая позволяет компаниям осуществлять свою деятельность [16]. Таким образом, именно набор стратегических способностей следу-

ет рассматривать в роли драйвера конкурентоспособности компаний через формирование новых конкурентных преимуществ или через их усиление.

## 1.2. Подходы к исследованию стратегических способностей

Стратегические способности являются сложной многоуровневой концепцией и проявляются в различных формах [17–20], что обуславливает разработку многообразных подходов к оценке конструкции стратегических способностей. Следующие точки зрения определяют различия в данных подходах: функциональная область, в которой применяются стратегические способности; иерархия способностей; фокальная единица анализа.

Большинство авторов используют функциональную типологию способностей для изучения конкретных функциональных областей и мест их применения внутри организации, в частности это заметно на значительном пуле эмпирических исследований динамических и организационных способностей [21]. В исследованиях стратегических способностей последние также подразделя-

ются по функциональному критерию, однако среди авторов нет общего подхода к выделению единого набора функций (табл. 1). Большинство из выделяемых функциональных областей идентичны или пересекаются, а учитывая, что организации могут пытаться получить доступ к необходимым ресурсам и способностям за пределами своих границ или стремятся к географической экспансии, значимость приобретает целенаправленное управление организационной интернационализацией, что также обозначает связь стратегических способностей с внешней средой и их динамическую составляющую.

Другим аспектом стратегических способностей, которому уделяется значительное внимание, является их расположение в иерархии способностей. Рассмотрение архитектуры способностей компании позволяет понять их природу [26, 27]. Большая часть моделей, отражающих иерархию способностей, является трехуровневой и включает ресурсы, операционные и функциональные способности, ключевые компетенции и динамические способности, однако в них нет четкого указания на место стратегических способностей в их архитектуре (табл. 2).

Таблица 1

Подходы к оценке стратегических способностей в зависимости от функциональной области

Автор(ы)	Категории стратегических способностей
Lenz, 1980 [5]	Послепродажное обслуживание; розничные продажи; физическое распределение; производство; дизайн; исследование и разработка
Day, 1994 [18]	Внешние ( <i>outside-in</i> ) процессы: зондирование рынка; связь с клиентами; связь с каналом; мониторинг технологий Развертывающиеся ( <i>spanning</i> ) процессы: выполнение заказов клиентов; ценообразование; закупки; предоставление услуг клиентам; разработка новых продуктов/услуг; разработка стратегии Внутренние ( <i>inside-out</i> ) процессы: управление финансами; контроль затрат; развитие технологий; интегрированная логистика; производственные/трансформационные процессы; управление персоналом; безопасность и защита окружающей среды
Hafeez, Zhang, and Malak, 2002 [22]	Дизайн; закупки; производство; продажи и маркетинг; НИОКР; финансы; менеджмент и т. д.
Inan & Bititci, 2015 [23]	Способности в области исследований и разработок; инновационная способность; способность к разработке продукции; способность к сканированию окружающей среды; способность к сетевому взаимодействию; способность к объединению и приобретению; способность к имитации или репликации; способность к реконфигурации; развитие знаний или способность к обучению; способность к маркетингу
Van Looy et al., 2012 [24]	Моделирование; управление; развертывание; оптимизация; культура; структура
Cuervo-Cazurra et al., 2020 [7]	Доступ к ресурсам; преимущества производимого продукта или услуги; управление производственным процессом и менеджмент; маркетинг; управление внешней средой
LeanIX, 2022 [25]	Стратегическое управление; взаимоотношения с клиентами; разработка продуктов и услуг; производство; закупки и логистика; поддержка предприятия; маркетинг и продажи; финансы и контроллинг

## Подходы к определению иерархии способностей

Автор(ы)	Сложность →			
	1 уровень	2 уровень	3 уровень	4 уровень
Collis, 1994 [28]	Способности первой категории – функциональные (статические)	Способности второй категории – связанные с динамикой ( <i>dynamic</i> )	Способности третьей категории – творческие	Метаспособности, позволяющие развивать возможности для лучшего понимания отраслевых контекстов
Teece et al., 1997 [9]	Обыденные способности	Динамические способности	–	–
Dannels, 2002 [29]	Компетенции	Способности второго уровня	Динамические способности	–
Winter, 2003 [30]	Способности нулевого уровня	Способности первого уровня	Способности второго уровня (высшего порядка)	–
Andreeva & Chaika, 2006 [31]	Функциональные способности	Ключевые способности	Динамические способности	–
Pavlou & Sawy, 2006 [32]	Основополагающий подпроцесс	Способность первого уровня	Способность второго уровня	–
Wang & Ahmed, 2007 [33]	Способность	Ключевая способность	Динамическая способность	–
Newey & Zahra, 2009 [34]	Основные/оперативные способности	Динамические способности	–	–
Ambrosini et al., 2009 [35]	Регенеративные ( <i>regenerative</i> ) динамические способности	Ресурсное обеспечение (база)	Инкрементные ( <i>incremental</i> ) динамические способности	Обновляющие ( <i>renewing</i> ) динамические способности
Wójcik, 2015 [20]	Ресурсы	Рутинные процессы	Способности более низкого порядка (функциональные и оперативные)	Способности высшего порядка / стратегические способности (ключевые компетенции)
Ceglinski, 2020 [36]	Динамические способности	Ключевые компетенции	Ключевые продукты/услуги	Конечные продукты/услуги

В эмпирических исследованиях по стратегическим способностям все чаще можно наблюдать, что авторы выбирают различные единицы анализа. Хотя исследования стратегических способностей на уровне организации остаются наиболее распространенными, наблюдается растущий интерес к стратегическим способностям на индивидуальном уровне [21, 28]. В соответствии с текущими тенденциями к включению контекста в исследования способностей рассматривается возможность появления стратегических способностей за пределами организации, например, выделяются стратегические способности на индустриальном и страновом уровнях [7].

Данные подходы к оценке способностей обогатили концепцию стратегических способностей и внесли разнообразные нюансы в ее понимание, представив ее как всеобъемлющую многоуровневую парадигму. Несмотря на явную тенденцию к

более детализированным и конкретным подходам, все еще можно наблюдать стремление к исследованию общей конструкции стратегических способностей, которые включают одновременно несколько из отмеченных ранее подходов к оценке стратегических способностей и учитывают контекст, в рамках которого развивается и используется способность.

Исследовательская группа во главе с А. Куэрво-Казурра, В. Ньюберри, С. Парк в Центре изучения развивающихся рынков (Research Centre for Emerging Market Studies; Шанхай, Китай) разработала международный подход, позволяющий идентифицировать основные категории и подкатегории стратегических способностей компаний и добиться некоторой сопоставимости результатов исследований, включающих различные страны и компании. Подход был апробирован на масштабном исследовании, в котором сопоставлялись кей-

сы различных компаний из двенадцати развивающихся стран, что позволило установить, какие способности мультинациональных компаний-лидеров на развивающихся рынках являются для них стратегически важными [7]. В подходе были учтены различия стратегических способностей в функциональной области и фокальной единице анализа, учитывая способности на уровнях руководства, организации, отрасли и страны. Дополнительно в исследование были включены оценки стратегических способностей по глубине (степень совершенствования организационных знаний), ширине (степень разнообразия улучшений организационных знаний), скорости (продолжительность времени, необходимого для достижения улучшения организационных знаний) и размещению (географическая граница, где происходит улучшение организационных знаний) [7].

В рамках данного подхода было выделено пять основных категорий, отвечающих за функциональную область: доступ к ресурсам; преимущества производимого продукта/услуги; управление производственным процессом и менеджмент; маркетинг; управление внешней средой. Эти категории включают в себя широкий список конкретных подкатегорий стратегических способностей, который может быть расширен в зависимости от специфики способностей компаний. В данном подходе компании распределяются в соответствии с двумя критериями: отрасль, в которой компания работает (низкотехнологичная, высокотехнологичная или сервис), и степень интернационализации компании (отечественная, экспортная или мультинациональная (международная)), что позволяет учесть контекст, в котором функционирует организация. Такой международный подход позволяет изучать стратегические способности компаний более комплексно и единообразно.

## 2. МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

В ходе проведения эмпирического исследования внимание авторов было сфокусировано на изучении стратегических способностей в качестве движущей силы конкурентоспособности отечественных российских компаний, российских компаний-экспортеров и международных компаний, чья деятельность представлена на российском рынке.

Основной исследовательский вопрос был сформулирован следующим образом: *«На основе каких стратегических способностей строится конкурентоспособность компаний, оперирующих на российском рынке?»*. Он был декомпозирован

на три вопроса первого уровня, позволяющих найти ответ на основной исследовательский вопрос:

1. Какие стратегические способности являются основными для российских (отечественных) компаний?

2. Какие стратегические способности становятся основными для компаний при расширении их деятельности за пределы отечественного рынка (на примере российских компаний-экспортеров)?

3. Какие стратегические способности являются основными для международных компаний?

При проведении исследования стратегических способностей была применена методология, предложенная в рамках научно-исследовательской международной группы [7]. В дополнение к пяти указанным категориям стратегических способностей («получение ресурсов»; «возможности продукта/услуги»; «операции и управление»; «маркетинг»; «управление внешней средой») была рассмотрена одна новая специфическая категория – «стратегия» – которая была добавлена авторами данного исследования. Эта категория включает в себя подкатегории, которые не удалось соотнести с существующими категориями стратегических способностей: «гибкость»; «долгосрочные цели и перспективы»; «соотношение цена/качество»; «слияние и поглощение»; «управление бизнес-портфелем» и т. д. Более того, нет единого подхода к интерпретации взаимосвязи стратегии и стратегических способностей и мнения относительно того, что из них первично [37], поэтому причинно-следственный характер понятий не мешает появлению новой категории. Список подкатегорий стратегических способностей был расширен в соответствии с полученными в ходе анализа данными.

Настоящее исследование базируется на результатах анализа полуструктурированных интервью с собственниками, топ-менеджерами и представителями среднего управленческого звена, которые наиболее верно оценивают составляющие стратегии компании и ее конкурентоспособности.

Всего было проведено 30 интервью с представителями высокотехнологичных, низкотехнологичных промышленных компаний и оказывающих услуги компаний, ведущих деятельность на российском рынке, которые были распределены по девяти кластерам в соответствии с двумя критериями [7]: отрасль, в которой компания работает (высокотехнологичная, низкотехнологичная или сервис), и степень интернационализации компании (отечественная, экспортная или международная) (табл. 3).

## Характеристика отобранных компаний

		Категория компании		
		Российские компании	Российские экспортеры	Международные компании
Тип отрасли	Высокотехнологичные ( <i>high-tech</i> )	АО «СУЭНКО» ООО «Лазерные системы и технологии»	VARTON ЗАО «НПЦ Аспект» ПАО «Сбербанк»	Merck BMW Group Toyota Motor Corporation
	Низкотехнологичные ( <i>low-tech</i> )	АО «СУЭК» АО «АИСФЕР» ООО «Торгсервис» (про- изводство, продажа и по- купка нефтяного оборудо- вания)	ООО «АПК «ПРОМАГРО» ОА «Кузбассразрезуголь»	Japan Tobacco International GRAND VISION Kraft Heinz  ECCO
	Услуги ( <i>service</i> )	НПП «Радинтех» ООО «Чистый город» ООО ЧАО «Царьград» ООО «МЦ Медведь» ООО «Прайм- Стоматология»	ООО «Офис Солюшнз» Novikov Group MILDBERRY R:TA ООО Учи.ру	Ketchum Maslov Lotte Mazars

Эмпирическое исследование включает 10 российских компаний, 10 российских компаний-экспортеров и 10 международных компаний. Производственная сфера представлена 16-ю компаниями, а сфера услуг – 14-ю компаниями. К высокотехнологичным были отнесены компании, использующие сложные технологии в своем производстве или производящие инновационный технически сложный продукт. Одна компания, которая относится к банковской сфере услуг, – ПАО «Сбербанк» – была отнесена к высокотехнологичным, поскольку она развивается как современная экосистема, охватывающая такие технологии, как искусственный интеллект (AI), роботизация (RPA), BigData, и проникает в другие отрасли. В табл. П1 (см. приложение) приведены основные характеристики выбранных компаний.

В процессе проведения контент-анализа собранных интервью были выделены стратегические способности в соответствии с категориями и подкатегориями стратегических способностей, рассматриваемых в рамках международного подхода [7]. В табл. П2 (см. приложение) представлен пример фрагмента матрицы контент-анализа, где даны краткие пояснения относительно проведенного анализа. На следующем этапе на основе матрицы контент-анализа проводился подсчет частоты упоминаний по каждой категории и подкатегории стратегических способностей для каждого типа компаний (международная, экспортная и отечественная) и их ранжирование. Ранжирование осуществлялось в несколько этапов для каждого типа компаний отдельно:

- выделение топ-3 категорий стратегических способностей;
- выделение топ-10 подкатегорий стратегических способностей.

В исследовании использовалось деление на 3 группы по степени значимости стратегических способностей для компаний. Был составлен рейтинг стратегических способностей, включающий три группы:

- «очень важно» – 1 группа – 70 % компаний и более (7 и более компаний из 10);
- «важно» – 2 группа – 40–60 % компаний (от 4 до 6 компаний из 10);
- «менее важно» – 3 группа – 30 % компаний и менее (3 и менее компаний из 10).

На завершающем этапе исследования проводилось сравнение основных категорий и подкатегорий стратегических способностей российских компаний, российских экспортеров и международных компаний и их анализ.

### 3. ОСНОВНЫЕ СТРАТЕГИЧЕСКИЕ СПОСОБНОСТИ РОССИЙСКИХ КОМПАНИЙ

Среди категорий стратегических способностей, отмеченных отечественными российскими компаниями, резко выделяется значимость *управления производством и менеджмента* (рис. 1). На втором по значимости месте – *преимущества продукта/услуги*, однако количество упоминаний данной категории сравнимо с третьим местом, которое разделили *маркетинг* и *стратегия*. Можно отме-

тить большую разницу в значимости между топ-3 категориями стратегических способностей российских компаний.

Анализ подкатегорий стратегических способностей российских компаний позволил установить, на каких именно стратегических способностях фокусируются эти компании при формировании своей конкурентоспособности.

Топ-10 подкатегорий стратегических способностей российских компаний (рис. 2) указывает на то, что российские компании в большинстве случаев выдвигают на первый план человеческие ресурсы («кадровые активы... команда» (ООО «МЦ

Медведь»)). *Профессионализм сотрудников* относится к первой группе стратегических способностей, что указывает на их высокую значимость в деятельности российских компаний. Интервьюируемые в отдельных случаях выделяли значимость *профессиональных и «гибких» личностных навыков* в зависимости от специфики деятельности компании. Часть способностей, относящихся к «менее важным», также связаны с человеческими ресурсами. Так, 30 % компаний отметили свои развитые *способности в подготовке кадров*, что показывает их стремление не просто найти профессионала, а воспитать его («людей мы держим,

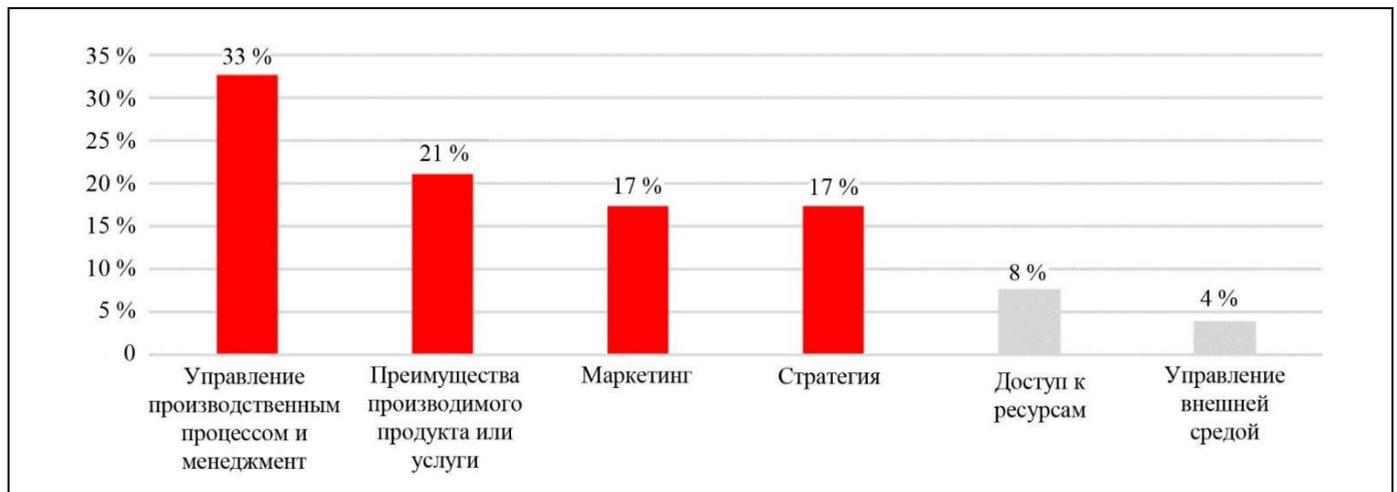


Рис. 1. Топ-3 категорий стратегических способностей российских компаний



Рис. 2. Топ-10 подкатегорий стратегических способностей российских компаний



людей мы учим, мы их выращиваем с нуля от и до» (НПП «Радинтех»); «мы стараемся готовить своих будущих сотрудников, начиная со школьной скамьи, не упускаем их в студенческие годы и стремимся максимально привлекать их для работы у нас в компании» (АО СУЭНКО)).

Отметим, что на нижней границе второй группы стратегических способностей у российских компаний находится только *клиентоориентированность*. Таким образом, 40 % российских компаний, работающих на местном рынке, считают себя клиентоориентированными. В своей деятельности они применяют индивидуальный подход к клиентам («...дифференцированную продукцию, т. е. для каждого у нас индивидуальный подход к заказчикам» (НПП «Радинтех»); «мы стараемся оптимизировать и подстроить программу под клиента» (ООО «Чистый город»)), однако это является лишь одной стороной комплекса действий, включенного в понятие клиентоориентированности, и не может обуславливать всю деятельность компании в качестве клиентоориентированной.

К третьей группе относятся такие специфические стратегические способности, как: *способность производства собственных ресурсов* («полный цикл производства... собственная сырьевая база» (АО АИСФЕР); «большое количество запасов, т. е. месторождений» (АО «СУЭК»)) и *соотношение цена/качество* («разумное соотношение цены и качества» (ООО «Чистый город»)), появление которых продиктовано историческим развитием страны, ее ресурсной зависимостью, от которой страна постепенно пытается уйти, реализуя свой потенциал в развитии железнодорожного транспорта, сельского хозяйства, военно-промышленного комплекса и цифровой экономики, а также общим состоянием экономики, где на

первый план выходит стоимость товара или услуги: с одной стороны, компании хотят достичь большой маржинальности и снижают издержки, а с другой – потребителю важна соответствующая его уровню жизни цена.

Исходя из вышесказанного, можно сказать, что российские компании строят свою деятельность, основываясь на человеческом капитале и его потенциале, т. е. фокусируются преимущественно на одной конкретной основной стратегической способности – *профессионализме людей*.

#### 4. ОСНОВНЫЕ СТРАТЕГИЧЕСКИЕ СПОСОБНОСТИ РОССИЙСКИХ КОМПАНИЙ-ЭКСПОРТЕРОВ

Деятельность российских компаний-экспортеров строится на стратегических способностях, относящихся к топ-3 категориям: *управление производственным процессом и менеджмент, маркетинг и преимущества продукта/услуги* (рис. 3). Компании концентрируются на указанных категориях почти в равной степени, упоминая в них большое количество разнообразных подкатегорий.

Следующий уровень – анализ подкатегорий стратегических способностей российских компаний-экспортеров – позволил выделить топ-10 их подкатегорий стратегических способностей (рис. 4). Несмотря на тот факт, что для российских компаний-экспортеров категория «*управление производством и менеджмент*» на первом месте, для них наиболее важная подкатегория стратегических способностей – «*контроль качества*», относится к категории «*преимущества продукта/услуги*», значимость которой перекликается с результатами по российским компаниям.

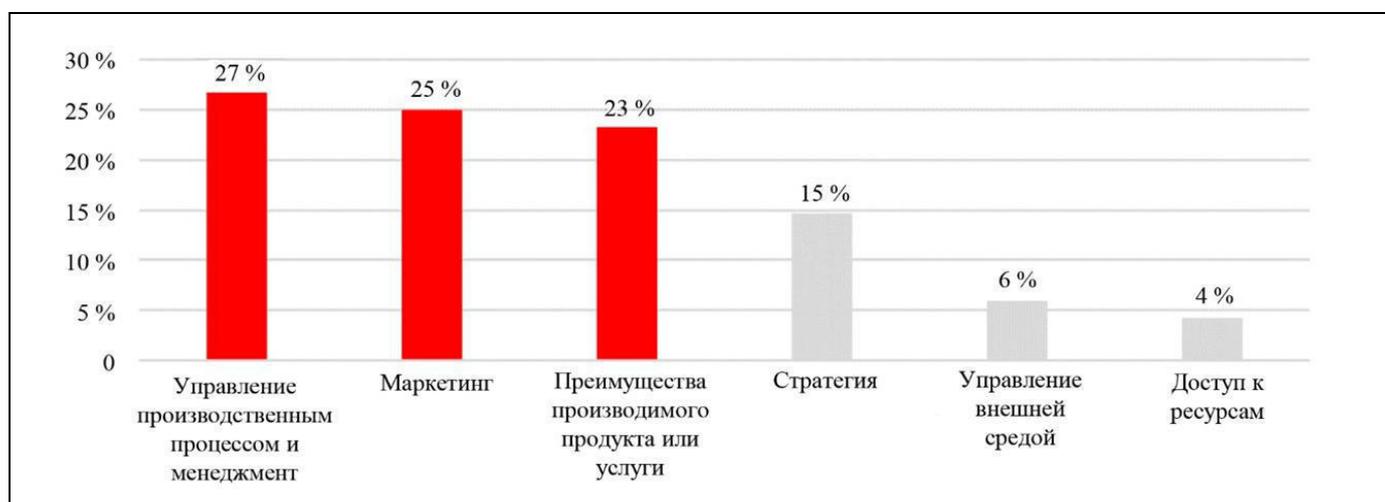


Рис. 3. Топ-3 категорий стратегических способностей российских экспортеров



Рис. 4. Топ-10 подкатегорий стратегических способностей российских экспортеров

В топ-10 стратегических способностей также вошли *профессионализм сотрудников* и *сильная команда топ-менеджмента*, важность которых отметило 70 % и 60 % интервьюируемых соответственно. Именно в российских компаниях-экспортерах отмечают не только в целом важность человеческого капитала, но фокусируют внимание на уровне подготовки управленческих кадров.

Стратегические способности российских компаний-экспортеров, относящиеся ко второй группе, наиболее разнообразные по сравнению с результатами, полученными по российским компаниям. Каждая вторая компания, т. е. 50 % российских компаний-экспортеров, отмечает важность таких стратегических способностей, как *инновации и уникальные технологии*; *управление производством*; *корпоративный бренд и репутация*; *клиентоориентированность*; *понимание рынка и его тенденций*; *возможности взаимодействия (установление партнерств)*; *гибкость*.

Таким образом, наиболее весомыми (основными) стратегическими способностями в деятельности российских компаний-экспортеров являются следующие три способности: *контроль качества*; *профессионализм сотрудников*; *сильная команда топ-менеджмента*. Тем не менее, можно увидеть, что в целом топ-10 подкатегорий стратегических способностей имеет высокую значимость для российских экспортеров. Такой подход обуславливается стремлением российских экспортеров к повышению конкурентоспособности на новых географических рынках и следованием правилам борьбы на международной арене.

## 5. ОСНОВНЫЕ СТРАТЕГИЧЕСКИЕ СПОСОБНОСТИ МЕЖДУНАРОДНЫХ КОМПАНИЙ

При анализе категорий стратегических способностей международных компаний было установлено, что компании внимательно относятся как к *менеджменту*, так и к *маркетингу*, которые последовательно занимают первое и второе места в топ-3 категорий стратегических способностей международных компаний (рис. 5). «Преимущества продукта/услуги» – третья по значимости категория стратегических способностей для международных компаний.

Следующий более глубокий уровень анализа позволил выделить топ-10 подкатегорий стратегических способностей международных компаний (рис. 6). К наиболее важным (первая группа) стратегическим способностям международных компаний относятся *контроль качества* и *профессионализм сотрудников*. Высокая значимость качества для международной конкуренции была продемонстрирована еще в 1980-х гг. на примере «японского чуда», когда на рынок США были выведены японские автомобили, превосходящие аналогичные американские по уровню надежности и стоимости, что позволило японским компаниям одержать победу в борьбе за рынок на тот момент. Также качество соотносится с уровнем дефицита ресурсов, так как его рост является глобальной проблемой и порождает для мировой экономики одну из приоритетнейших задач – ресурсосберегающую.

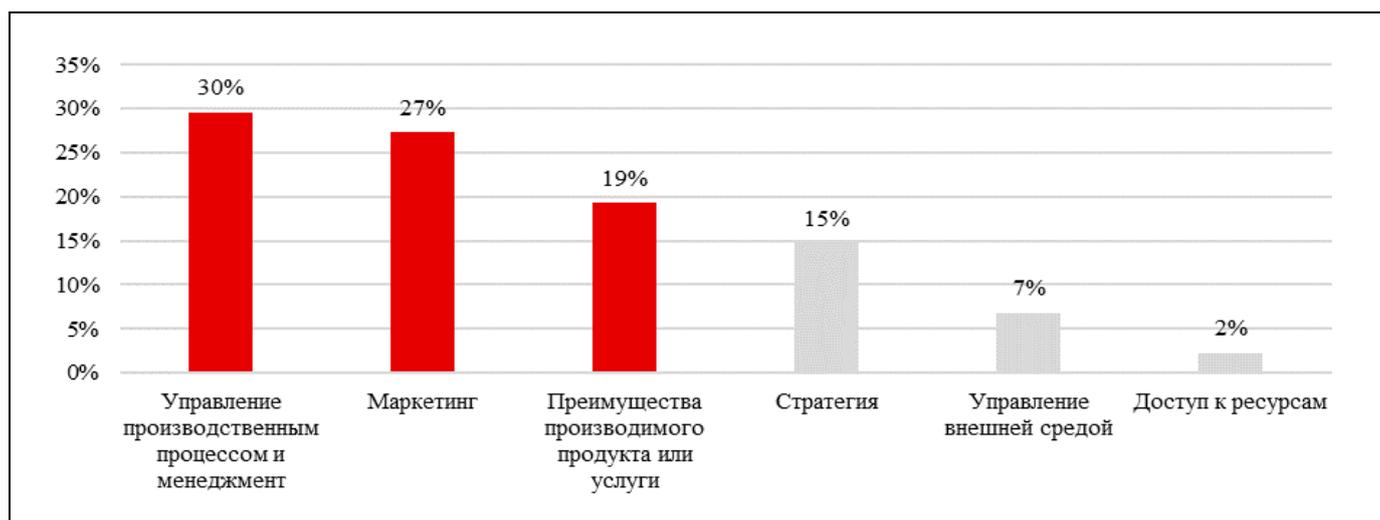


Рис. 5. Топ-3 категорий стратегических способностей международных компаний

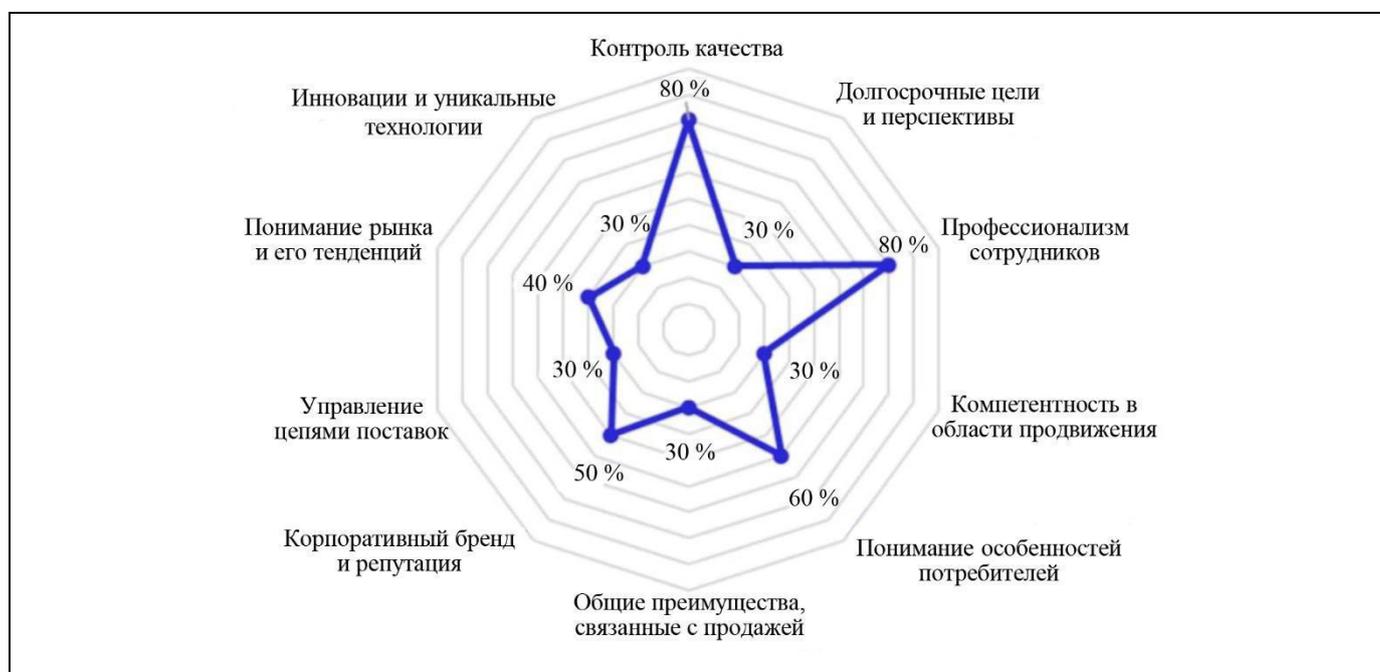


Рис. 6. Топ-10 подкатегорий стратегических способностей международных компаний

Система менеджмента качества и инновационный потенциал компании напрямую связаны с человеческим капиталом. Люди становятся ключевым активом компаний. Международные компании активно инвестируют в человеческие ресурсы, нанимая высококвалифицированных специалистов (*профессионализм сотрудников*), так как невозможно произвести качественный продукт без подготовленного, обученного персонала («компания ориентируется... на специалистов, квалифицированных» (Merck Group); «...людях, т. е. на экспертизе людей, которые работают в компании, на методологии, которой мы пользуемся, которая, соб-

ственно, тоже зависит от уровня квалификации людей» (Mazars)).

Вторая группа – «важные стратегические способности» – включает способности из категории «маркетинг»: *понимание особенностей потребителей*; почти столько же упоминаний было у подкатегорий «корпоративный бренд и репутация», «понимание рынка и его тенденций». Сегодня четко прослеживается ориентация мирового рынка на покупателей, удовлетворение их потребностей и желаний, так как компании, ориентированные на клиента, на 60 % прибыльнее, чем компании, не делающие акцента на клиентов в своей работе

[Forbes, 2019]<sup>1</sup>. К тому же, многие крупные международные компании связывают свой бренд с понятием качества, а следовательно, несут ответственность за свою репутацию на рынке. И наконец, постоянное исследование рынка, учет текущих тенденций и понимание потребителя позволяет скорректировать уровень качества и необходимые затраты.

К третьей группе – менее важным – относятся такие способности, оставшиеся из топ-10 подкатегорий стратегических способностей, как: *инновации и уникальные технологии; управление цепями поставок; общие преимущества, связанные с продажами; компетентность в области продвижения; долгосрочные цели и перспективы.*

В итоге можно выделить следующие пять наиболее весомых (основных) стратегических способностей в деятельности международных компаний:

- контроль качества,
- профессионализм сотрудников,
- понимание особенностей потребителей,
- корпоративный бренд и репутация,
- понимание рынка и его тенденций.

Важность второй половины топ-10 подкатегорий стратегических способностей международных компаний не так высока, как у первой, но благодаря им компания может оставаться маневренной и точной в конкурентной борьбе. Подход к конкурентной борьбе международных компаний можно рассматривать в качестве эталонного для тех компаний, которые стремятся к выходу на международную арену и повышению своего уровня конкурентоспособности на рынках.

## **6. СРАВНЕНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ РОССИЙСКИХ КОМПАНИЙ, РОССИЙСКИХ ЭКСПОРТЕРОВ И МЕЖДУНАРОДНЫХ КОМПАНИЙ**

Сравнение топ-3 категорий стратегических способностей российских компаний, российских экспортеров и международных компаний показало, что для всех категорий компаний на первом месте стоит *управление производственным процессом и менеджмент*. Если для российских экспортеров и

международных компаний второй по важности источник стратегических способностей – это *маркетинг*, то для российских компаний более важны *преимущества производимого продукта/услуги* и только после этого они делают акцент на *маркетинге*, который для них соразмерен с категорией стратегических способностей «стратегия». Отметим значительный разрыв в частоте упоминаний категорий стратегических способностей различными группами компаний, что говорит о большем разнообразии подкатегорий стратегических способностей, являющихся наиболее важными для российских экспортеров. Таким образом, компаниям, ведущим деятельность на российском рынке, стоит искать стратегические способности для повышения своей конкурентоспособности в трех направлениях, соответствующих основным категориям стратегических способностей рассмотренных компаний:

- управление производственным процессом и менеджмент,
- маркетинг,
- преимущества производимого продукта или услуг.

Сопоставление топ-10 подкатегорий стратегических способностей российских компаний, российских экспортеров и международных компаний (рис. 7) позволило найти общие точки в конкурентоспособности этих компаний и различия, которые характеризуют их деятельность в зависимости от уровня интернационализации.

Так, международные компании при формировании своей конкурентоспособности в основном ориентируются на стратегические способности, связанные с качеством, людьми и маркетингом. Соотнося эти стратегические способности с основными способностями российских компаний и российских экспортеров, стоит отметить их общую черту – концентрацию на людях и их навыках. *Профессионализм сотрудников* можно считать одной из основных стратегических способностей компаний, действующих на российском рынке, и формирующей их конкурентоспособность на нем.

*Контроль качества* является основной стратегической способностью только для международных компаний и российских экспортеров, а для российских компаний он относится к менее важным стратегическим способностям, что говорит о его низкой значимости для последних. В России с переходом к рынку исчез государственный контроль качества, в результате в начале 1990-х гг.

<sup>1</sup> Morgan, B. 50 Stats That Prove The Value Of Customer Experience // Forbes. – 2019. – URL: <https://www.forbes.com/sites/blakemorgan/2019/09/24/50-stats-that-prove-the-value-of-customer-experience/?sh=53d0e67b4ef2> (дата обращения: 24.08.2022). [Accessed August 24, 2022.]



Рис. 7. Сравнение топ-10 подкатегорий стратегических способностей российских компаний, российских экспортеров и международных компаний

рынок захлестнул фальсификат и контрафакт со всего мира. Спустя 20 лет была введена обязательная сертификация продукции на предмет соответствия требованиям безопасности, но не качества. Контроль качества был под управлением бизнеса, а точнее денег или спроса, и лишь с 2017 г. в России начала действовать Национальная система сертификации, устанавливающая требования добровольных стандартов качества, без которых в некоторых ситуациях не обойтись, из-за чего они становятся обязательными. 2022 год показал существенные успехи системного импортозамещения в стране. Компании в России оказались готовы реализовать аналоги зарубежных товаров различного качества. По этой причине весьма удивительно, что российские компании не отмечают важность контроля качества. Возможно, это связано с тем, что в стране все еще применяются добровольно-обязательные стандарты качества, а следовательно, эта область не воспринимается менеджерами как та, на которую они делают акцент в бизнесе по своей инициативе. Также менеджеры местных компаний могут не осознавать важность данной способности при построении конкурентоспособности компании или же ее значимость для осуществления деятельности в профильной отрасли. На этом фоне выделяются кейсы российских экспортеров, которые «подтягивают» свои стратегические способности до уровня конкурентоспособно-

сти на глобальных рынках и развивают данную подкатегорию стратегических способностей, что также делает ее основной на российском рынке.

У российских экспортеров, в отличие от остальных категорий компаний, впервые отмечается высокая значимость *сильной команды топ-менеджмента*, что в целом характерно для российского бизнеса в условиях распространенности жесткой вертикальной организационной структуры в компаниях, а также из-за потребности компаний в сильном лидере, особенно в условиях высокой турбулентности внешней среды и стремления компаний к международной экспансии.

Значимость маркетинга, доведенная до высокого уровня, характерна только для международных компаний. Если в российских компаниях еще недостаточно осознают важность изучения рынка, понимания потребителя и создания «лица» компании, то российские экспортеры активно работают над развитием своего бренда, повышением его узнаваемости и стараются высоко зарекомендовать свой продукт/услугу на новых рынках, что еще не позволяет отнести эти стратегические способности к основным, но уже сближает российских экспортеров со стилем ведения бизнеса международных компаний.

Различное количество основных подкатегорий стратегических способностей у каждой категории компаний непосредственно влияет на их стиль ве-

дения конкурентной борьбы. В российских компаниях высокой значимостью обладает только одна стратегическая способность, что говорит об их «точечных» ударах в конкуренции. У российских экспортеров было выделено три основных стратегических способности, а у остальных способностей небольшой разрыв в значимости с основными. Российские экспортеры набирают мощь, чтобы быть способными успешно конкурировать на локальном (российском) рынке с игроками, которые давно работают на международном уровне. И наконец, международные компании, которые могут рассматриваться в качестве эталона, так как уже имеют опыт работы на различных рынках и успешно функционируют на российском. Их набор стратегических способностей может считаться сбалансированным, что в совокупности с опытом позволяет международным компаниям быть опасными противниками в конкурентной борьбе. Международные компании благодаря своим пяти основным стратегическим способностям могут успешно преодолеть возникающие преграды и нанести урон конкурентам.

В итоге международные компании демонстрируют тот набор стратегических способностей, который необходим, чтобы быть конкурентоспособным на любом географическом рынке. Отечественные российские компании из этого набора активно развивают только человеческий капитал. Российские компании-экспортеры переоценивают стратегический характер своих способностей. Они являются промежуточным звеном в процессе превращения компании из отечественной в международную. Трансформируя свою деятельность, российские экспортеры сохраняют черты локальных игроков, но развиваются в направлении международных компаний, фокусируясь на стратегических способностях, которые важны как для локальной, так и для глобальной конкуренции. Именно эти основные подкатегории стратегических способностей российских компаний, российских экспортеров и международных компаний формируют набор стратегических способностей, на основе которых формируется конкурентоспособность компаний на российском рынке:

- профессионализм сотрудников,
- контроль качества,
- инновации и уникальные технологии,
- корпоративный бренд и репутация,
- понимание особенностей потребителей,
- клиентоориентированность,
- гибкость.

Таким образом, сравнение стратегических способностей российских компаний, российских экспортеров и международных компаний позволило

выявить набор стратегических способностей компаний на российском рынке, который формирует их конкурентоспособность, а также показало, что уровень интернационализации компании оказывает влияние на набор ее основных стратегических способностей, который изменяется в соответствии с условиями внешней среды на рынке.

Данное исследование вносит как теоретический, так и практический вклад в литературу по стратегическим способностям. С одной стороны, оно расширяет область исследований стратегических способностей за счет эмпирических результатов по стратегическим способностям в конкретной локации и аккумуляции подходов к их изучению. С другой стороны, основные выводы, полученные в рамках проведенного исследования, имеют прикладное значение, они могут помочь высшему руководству компаний понять, как поддерживать и повышать конкурентоспособность компаний при работе на российском рынке и при выходе на новые зарубежные рынки. Также выводы указывают, в какие именно стратегические способности менеджеры должны инвестировать, чтобы развивать их для повышения конкурентоспособности компаний и достижения более высоких показателей в конкурентной игре на российском рынке.

---

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

---

В теоретической части проведенного исследования рассматриваются основные положения концепции стратегических способностей. Аккумулируя в себе уникальные ресурсы, ключевые компетенции, знания и способности, которые компания должна наиболее грамотно использовать в ответ на вызовы внешней и внутренней среды, стратегические способности служат базой для формирования конкурентных преимуществ, рассчитанных на долгосрочную перспективу, повышая уровень конкурентоспособности компании. Исследователи стратегических способностей применяют разнообразные подходы к их оценке, исходя из различий стратегических способностей в функциональной области, иерархии способностей и фокальной единицы анализа.

В рамках проведения эмпирического исследования было отобрано 30 компаний, представляющих высокотехнологичные, низкотехнологичные или сервисные компании, действующие на российском рынке. Анализ их стратегических способностей позволил определить основные категории и подкатегории стратегических способностей, на которые эти компании в большей степени фокусируются при формировании своей конкурентоспособности.



На уровне анализа подкатегорий стратегических способностей был выделен их набор, на основе которого формируется конкурентоспособность компаний на российском рынке: *профессионализм сотрудников; контроль качества; инновации и уникальные технологии; корпоративный бренд и репутация; понимание особенностей потребителей; клиентоориентированность; гибкость*. Для поиска же иных стратегических способностей, которые могут повысить конкурентоспособность компаний, было определено три сферы: *управление производственным процессом и менеджмент;*

*маркетинг; преимущества производимого продукта или услуг.*

Результаты данного исследования имеют академическую ценность для дальнейших исследований стратегических способностей компаний, расширяя данную область новыми эмпирическими данными. Практическое значение полученных результатов для бизнес-сообщества состоит в формировании понимания наиболее значимых источников повышения уровня конкурентоспособности компаний при работе на российском рынке и выходе на новые зарубежные рынки.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица III

### Данные по компаниям, отобранных для целей эмпирического исследования

Наименование компании	Сектор экономической деятельности	Год основания	Страна происхождения	Выручка за 2019 г., USD <sup>a</sup>	Кол-во рынков
Российские компании					
АО «СУЭНКО»	Электроэнергетика	2002	Россия	264,336 млн	1
ООО «Лазерные системы и технологии»	Печатные машины, прочие машины для офсетной печати и прочее оборудование	2008	Россия	н/д	1
АО «СУЭК»	Угольная промышленность	2001	Россия	7,547 млн	1
АО «АИСФЕР»	Пищевая промышленность	2011	Россия	21,267 млн	1
ООО «Торгсервис»	Производство, торговля нефтяным оборудованием	н/д	Россия	н/д	1
НПП «Радинтех»	Услуги в области научных исследований и разработок	2016	Россия	525 116	1
ООО «Чистый город»	Рекламная индустрия	2005	Россия	116 938	1
ООО ЧАО «Царьград»	Услуги по обеспечению безопасности	1996	Россия	1,178 млн	1
ООО «МЦ Медведь»	Здравоохранение	2014	Россия	1,284 млн	1
ООО «Прайм-Стоматология»	Здравоохранение	2005	Россия	2,151 млн	1
Российские экспортеры					
ООО ТПК Varton	Производство светодиодного освещения	2009	Россия	12,647 млн	4

См. окончание табл. III

ЗАО «НПЦ Аспект»	Производство инструментов и приборов для измерений, испытаний и навигации	1991	Россия	24,087 млн	32
ПАО «Сбербанк»	Банковские и финансовые услуги	1991	Россия	13,972 млн	22
ООО «АПК «Промагро»	Свиноводство, Пищевая промышленность	2014	Россия	101,169 млн	6
ОА «Кузбассразрезуголь»	Угольная промышленность	2003	Россия	2,433 млрд	н/д
ООО «Офис Солюшнз»	Торговля оптовая офисной мебелью	1995	Россия	59,5 млн	5
Novikov Group	Общественное питание	1991	Россия	н/д	8
MILDBERRY	Индустрия дизайна	1993	Россия	1,641 млн	н/д
R:TA	Рекламная индустрия	н/д	Россия	н/д	н/д
ООО Учи.ру	Индустрия программного обеспечения	2012	Россия	16,058 млн	н/д
Международные компании					
Merck Group (Russian subsidiary is Sigma-Aldrich)	Химическая и фармацевтическая промышленность	1668	Германия	18,145 млн	66
BMW Group	Автомобильная промышленность	1916	Германия	116,833 млрд	8
Toyota Motor Corporation	Автомобильная промышленность	1937	Япония	278,460 млрд	190
Japan Tobacco International	Табачная отрасль	1949	Япония	20,268 млрд	130
GrandVision	Оптическая промышленность	1891	Нидерланды	4,535 млн	40
Kraft Heinz	Пищевая промышленность	1869 (M&A Kraft Foods and H.J. Heinz в 2015)	США	24,98 млрд	50
ECCO	Обувная промышленность	1963	Дания	1,527 млн	99
Ketchum (Russian subsidiary is Ketchum Maslov)	Консалтинг, Маркетинговые коммуникации	1923	США	н/д	8
Lotte	Конгломерат	1967	Южная Корея	15,252 млрд	8
Mazars	Аудит, консалтинг	1945	Франция	2 млрд	91
<sup>a</sup> Обменный курс на 31 Декабря 2019 г.: USD 1 = EUR 0,890155 USD 1 = JPY 109,593831 USD 1 = KRW 1 153,889977 USD 1 = RUB 62,271942					



## Фрагмент матрицы контент-анализа

Тип отрасли		Низкотехнологичная				...	ИТОГО		
№	Категория / Подкатегория стратегических способностей	Название компании				...			
		Kraft Heinz Company		ООО «АПК «ПРОМАГРО»		...			
		Код	Описание (цитата)	Код	Описание (цитата)	...	Кол-во «1+»	Кол-во «11+»	Кол-во «111+»
4	Маркетинг					...	Сумма всех ячеек с кодом «1+» в рамках категории №4	...	...
4.1	Общие преимущества, связанные с продажами	0		0		...	...	...	
4.2	Понимание особенностей потребителей	111+	знание, экспертиза потребителя (стр. 92)	11+	изучение требований сетевого клиента (стр. 112)	...	Сумма кол-ва ячеек с кодом «1+» по строке 4.2	...	
4.3	Понимание потребностей калых/зарубежных потребителей	0		0		...	...	...	
4.4	Корпоративный бренд и репутация	111+	сильный бренд (стр. 73)	11+	разработка и продвижение собственного бренда (стр. 26)	.	...	...	
4.5	Клиентоориентированность	0		11+	подстраиваться под индивидуальные особенности клиента (стр. 136-137)	...	...	...	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	

Легенда раздела «Код»:  
 «1+» – российские компании, ведущие деятельность на отечественном рынке;  
 «11+» – российские компании, ведущие деятельность как на отечественном, так и на зарубежном рынках, путем экспорта товаров;  
 «111+» – международные компании, деятельность которых представлена на российском рынке.

## ЛИТЕРАТУРА

- Kumar, V., Simon, A., Kimberley, N. Strategic capabilities which lead to management consulting success in Australia // Management Decision. – 2000. – Vol. 38, no. 1/2. – P. 24–35.
- Barney, J.B. Firm Resources and Sustained Competitive Advantage // Journal of Management. – 1991. – Vol. 17, no. 1. – P. 99–120.
- Song, M. Strategic Capabilities of Emerging Market Firms. – FIU Electronic Theses and Dissertations, 2021.
- Drucker, P. Management Challenges for the 21st Century. – Butterworth–Heinemann, 1999.
- Lenz, R.T. Strategic Capability: A Concept and Framework for Analysis // Academy of Management: The Academy of Management Review. – 1980. – Vol. 5, no. 2. – P. 225–324.
- Johnson, G., Scholes, K., Whittington, R. Exploring Corporate Strategy. – Pearson Education Limited, 2008.
- Cuervo-Cazurra, A., Newburry, W., Park, S. Building Strategic Capabilities in Emerging Markets. – Cambridge University Press, 2020.
- Robert, M. Strategy Pure and Simple: How Winning CEOs Outthink Their Competition. – McGraw-Hill: Sydney, 1993.
- Teece, D. J., Pisano, G., Shuen, A. Dynamic capabilities and strategic management // Strategic Management Journal. – 1997. – Vol. 18, no. 7. – P. 509–533.
- Prahalad, C.K. Developing Strategic Capability: An Agenda for Top Management // Human Resource Management. – 1983. – Vol. 22, no. 3. – P. 237–254.
- Hayes, R.H., Pisano, G.P., Upton, D.M. Strategic Operations: Competing Through Capabilities. – The Free Press: Sydney, 1996.
- Cool, K., Costa, L.A., Dierickx, I. Constructing Competitive Advantage / In A. Pettigrew, H. Thomas, and R. Whittington (eds), Handbook of Strategy and Management. – Thousand Oaks, CA: Sage, 2002.

13. Teece, D.J. The Nature, Sources and Consequences of Firm Differences in the Early History of the Semiconductor Industry // *Strategic Management Journal*. – 2000. – Vol. 21, no. 10-11. – P. 1017–1042.
14. King, A.W., Zeithaml, C.P. Competencies and Firm Performance: Examining the Causal Ambiguity Paradox // *Strategic Management Journal*. – 2001. – Vol. 22, no. 1. – P. 75–99.
15. Kay, J. The Structure of Strategy // *Business Strategy Review*. – 1993. – Vol. 4, no. 2. – P. 17–37.
16. Johne, A. Market Driven Strategy: Processes for Creating Value. – The Free Press: New York, 1992.
17. Stalk, G., Evans, P., Shulman, L.E. Competing on Capabilities: The New Rules of Corporate Strategy // *Harvard Business Review*. – 1992. – Vol. 70, no. 2. – P. 57–69.
18. Day, G. The Capabilities of Market-Driven Organizations // *Journal of Marketing*. – 1994. – Vol. 58, no. 4. – P. 37–52.
19. Helfat, C.E., Peteraf, M.A. The Dynamic Resource-Based View: Capability Lifecycles // *Strategic Management Journal*. – 2003. – Vol. 24, no. 10. – P. 997–1010.
20. Wójcik, P. Exploring Links Between Dynamic Capabilities Perspective and Resource-Based View: A Literature Overview // *International Journal of Management and Economics*. – 2015. – No. 45. – P. 83–107.
21. Schilke, O., Hu, S., Helfat, C. Quo Vadis, Dynamic Capabilities? A Content-Analytic Review of the Current State of Knowledge and Recommendations for Future Research // *Academy of Management Annals*. – 2018. – Vol. 12, no. 1. – P. 390–439.
22. Hafeez, K., Zhang, Y.B., Malak, N. Determining Key Capabilities of a Firm Using Analytic Hierarchy Process // *International Journal of Production Economics*. – 2002. – Vol. 76, no. 1. – P. 39–51.
23. Inan, G.G., Bititci, U.S. Understanding Organizational Capabilities and Dynamic Capabilities in the Context of Micro Enterprises: A Research Agenda // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. – 2015. – No. 210. – P. 310–319.
24. Van Looy, A., De Backer, M., Poels, G.A. Conceptual Framework and Classification of Capability Areas for Business Process Maturity // *Enterprise Information Systems*. – 2012. – P. 1–37.
25. LeanIX. Business Capability Map. – URL: <https://www.leanix.net/en/resources/business-capability-map-library/#/Default> (дата обращения: 24.08.2022). [Accessed August 24, 2022.]
26. Pandza, K., Horsburgh, S., Gorton, K., Polajnar, A. A Real Options Approach to Managing Resources and Capabilities // *International Journal of Operations & Production Management*. – 2003. – Vol. 23, no. 9. – P. 1010–1032.
27. Vesalainen, J., Hakala, H. Strategic Capability Architecture: The Role of Network Capability // *Industrial Marketing Management*. – 2014. – Vol. 43, no. 6. – P. 938–950.
28. Collis, D. How Valuable are Organizational Capabilities? // *Strategic Management Journal*. – 1994. – Vol. 15, no. S1. – P. 143–152.
29. Danneels, E. The Dynamics of Product Innovation and Firm Competences // *Strategic Management Journal*. – 2002. – No. 23. – P. 1095–1121.
30. Winter, S.G. Understanding Dynamic Capabilities // *Strategic Management Journal*. – 2003. – No. 24. – P. 991–995.
31. Andreeva, T., Chaika, V. Dynamic Capabilities: What They Need to Be Dynamic? Discussion paper. – Institute of Management, St. Petersburg State University, 2006.
32. Pavlou, P.O.A., Sawy, E.L. Decomposing and Leveraging Dynamic Capabilities. Working Paper. – Anderson Graduate School of Management, University of California, Riverside, 2006.
33. Wang, C.L., Ahmed, P.K. Dynamic Capabilities: A Review and Research Agenda // *International Journal of Management Reviews*. – 2007. – Vol. 9, no. 1. – P. 31–51.
34. Newey, L.R., Zahra, S.A. The Evolving Firm: How Dynamic and Operating Capabilities Interact to Enable Entrepreneurship // *British Journal of Management*. – 2009. – No. 20. – P. 81–100.
35. Ambrosini, V., Bowman, C. What Are Dynamic Capabilities and Are They a Useful Construct in Strategic Management? // *International Journal of Management Reviews*. – 2009. – Vol. 11, no. 1. – P. 29–49.
36. Ceglinski, P. The Relations between Dynamic Capabilities and Core Competencies on the Case of Polish Companies // *Administrative Sciences*. – 2020. – Vol. 10, no. 48. – P. 1–10.
37. Johannesson, J., Palona, I. The Dynamics of Strategic Capability // *International Business Research*. – 2010. – Vol. 3, no. 1. – P. 3–12.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Ключковым.

Поступила в редакцию 30.12.2022,  
после доработки 27.06.2023.  
Принята к публикации 30.08.2023.

Гусева Наталья Игоревна – д-р соц. наук, Ph.D. in Management Sciences, ✉ [natguseva@hse.ru](mailto:natguseva@hse.ru), <https://orcid.org/0000-0002-2907-0737>

Трубникова Олеся Юрьевна – аспирант школы менеджмента, ✉ [otrubnikova@hse.ru](mailto:otrubnikova@hse.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2298-9107>

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, Россия.

© 2023 г. Гусева Н.И., Трубникова О.Ю.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



## STRATEGIC CAPABILITIES AS A DRIVER OF COMPETITIVENESS: A COMPARISON OF RUSSIAN AND GLOBAL COMPANIES

N.I. Guseva and O.Yu. Trubnikova

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

✉ natguseva@hse.ru, ✉ otrubnikova@hse.ru

**Abstract.** Competitiveness is a key measure of success for countries, industries, and companies. This study is devoted to the strategic capabilities underlying the competitiveness of companies in the Russian market. The theoretical foundations of strategic capabilities are conceptualized, and their role in the development of competitiveness through strengthening the competitive advantages of companies is emphasized. The research methodology of strategic capabilities is based on the leading publications of foreign and domestic scholars over the last 30 years. The empirical part of this study considers both the general and specific strategic capabilities of 30 Russian and multinational companies operating in the Russian market. According to the empirical results, Russian domestic companies focus on the development of one particular strategic capability only; Russian exporters have a more differentiated approach, developing a significant number of strategic capabilities simultaneously; finally, multinational companies endeavor to develop a balanced set of strategic capabilities. The most important strategic capabilities of companies in the Russian market are identified as follows: employee professionalism, quality control, innovations and unique technologies, corporate brand and reputation, market and trend understanding, customer orientation, and flexibility. The research results have practical value and can be used by Russian companies as key factors for increasing their competitiveness in the Russian market as well as in new foreign markets.

**Keywords:** company competitiveness, strategic capabilities, competitive advantage, multinational companies, Russian companies.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТНОШЕНИЯ СОЦИУМА К ВВЕДЕНИЮ МЕР ЭПИДЕМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ В УСЛОВИЯХ ПАНДЕМИИ<sup>1</sup>

И.М. Ажмухамедов, Д.А. Мачуева

**Аннотация.** Пандемия коронавирусной инфекции COVID-19 – глобальная чрезвычайная ситуация в масштабах человечества, повлекшая за собой множество негативных последствий, для смягчения которых требуется принимать грамотные и обоснованные организационные меры. Рассмотрение математических моделей инфекционных заболеваний помогает в решении проблем, возникших в различных сферах жизни общества, позволяет изучать сценарии, выявлять закономерности в развитии эпидемиологической ситуации и предлагать стратегии управленческого вмешательства и варианты эпидемического контроля. В данной работе предлагается математическая модель прогнозирования динамики формирования мнений в обществе по различным социально значимым вопросам, в частности, по введению мер эпидемической безопасности в условиях пандемии. Разработанная модель отражает процесс информационного обмена с учетом содержания распространяемой информации, а также коммуникационных свойств социальной системы и ее элементов, таких как связность, восприимчивость, общительность.

**Ключевые слова:** социальная система, моделирование процессов, информационное управление, распределение мнений, противоэпидемические меры.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько лет в информационном пространстве существует понятие, общественную значимость которого сложно преувеличить: пандемия. Она определяется как степень интенсивности эпидемического процесса, характеризующаяся массовым распространением инфекционной болезни на территории ряда стран или континентов.

Инфекция COVID-19, с которой столкнулось человечество, обладает рядом особенностей, послуживших причиной возникновения множества трудностей как в диагностике и лечении, так и в прогнозировании развития и принятии своевременных организационных и управленческих решений, в том числе на уровне отдельных регионов.

Ключевая проблема – отсутствие накопленных статистических данных. Частая мутация вируса, а

также наличие случаев бессимптомного и легкого течения заболевания очень сильно затрудняет аналитические исследования [1].

Показатели развития пандемии зависят от множества факторов, среди которых, помимо ее эпидемиологических характеристик и социально-демографической структуры населения, особое влияние на ход событий оказывают предпринимаемые системой здравоохранения меры профилактики и лечения и отношение к ним в обществе, социальная позиция большинства.

Несмотря на указанные сложности, не прекращаются попытки разработать математическое и программное обеспечение, позволяющее моделировать реальную эпидемиологическую и социально-экономическую ситуацию в регионе и давать прогнозы относительно ее динамики и последствий тех или иных планируемых мер. Рассмотрение моделей инфекционных заболеваний позволит проводить компьютерные вычислительные эксперименты, рассматривать различные сценарии, выявлять закономерности и предлагать различные стратегии управленческого вмешательства и варианты эпидемического контроля.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при поддержке гранта фундаментальных научно-исследовательских проектов в рамках реализации стратегических проектов «Программы развития Астраханского государственного университета на 2021–2030» «Методологические основы оценки и управления уровнем комплексной безопасности региона».



## 1. МОДЕЛИ ОПИСАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭПИДЕМИЙ

Целью моделирования может быть краткосрочное либо долгосрочное прогнозирование эпидемиологической ситуации, оценка характера и динамики распространения инфекции, выявление ключевых временных периодов (пиков заболеваемости, выхода на плато, затухания), а также тестирование мероприятий, направленных на сдерживание эпидемии. В зависимости от поставленных задач исследователи отдают предпочтение тому или иному типу моделей [2, 3].

Известны методы анализа, основывающиеся на рассмотрении эпидемических процессов в непрерывном и дискретном времени, на уровне взаимодействия выделенных по различным признакам групп населения и отдельных индивидуумов [4].

Своего рода «золотым стандартом» при описании эпидемий являются камерные модели – SIR и ее разновидности. Согласно этой концепции популяция делится на группы (камеры) в зависимости от состояния – стадии заболевания. В разных вариациях модели определены от трех до семи таких групп: *S* (Susceptible) – восприимчивые, *E* (Exposed) – зараженные или находящиеся в инкубационном периоде, *I* (Infected) – инфицированные индивидуумы с симптомами, *R* (Recovered) – выздоровевшие, *H* (Hospitalized) – госпитализированные с тяжелым протеканием болезни, *C* (Critical) – находящиеся в критическом состоянии, требующие подключения аппарата искусственной вентиляции легких, *D* (Deaths) – летальные случаи заболевания среди населения.

С течением времени статус отдельных индивидуумов меняется и происходят переходы из одной группы в другую. Таким образом, на сегодняшний день существует целое семейство моделей этого класса с разным набором камер: SIR, SIS (без выработки иммунитета), SIRS (с временным иммунитетом), SEIR, SIRD, SEIRD, SEIR-HCD [5].

Математическая модель имеет вид системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с начальными и граничными условиями [6]. Параметры моделей SIR определяют частоту и вероятность переходов между группами – скорость выздоровления, повторного заражения, частоту появления симптомов, вероятность госпитализации, отключения аппарата ИВЛ и др.

Эти значения рассчитываются исходя из демографических и географических особенностей рассматриваемого региона (страны, области, города), в идеале – с учетом множества факторов (тип за-

болевания, вероятность мутаций вируса, плотность и мобильность населения, возрастной состав, средний уровень иммунитета, климат) [7].

Основная проблема камерных моделей заключается в том, что выдаваемые результаты очень чувствительны к изменениям входных параметров. Недостаток достоверной статистической информации приводит к значительному снижению качества прогнозирования.

Более детальными по сравнению с камерными моделями являются агент-ориентированные модели, позволяющие рассматривать каждого участника в отдельности с учетом его социальных связей. Агенты также проходят стадии заболевания, однако все переходы моделируются не на групповом, а на индивидуальном уровне. Это позволяет учитывать неоднородность населения по разным личным характеристикам, таким как базовый уровень здоровья и количество социальных контактов. Для достижения успеха при создании модели такого класса необходимо получить представление о структуре моделируемой системы и добиться достаточно точной имитации действий агентов-участников [8].

В классе так называемых реакционно-диффузионных эпидемиологических моделей распространение вирусной инфекции описывается системой уравнений теплопроводности. В них принимается неравномерное пространственное распределение участников, однако передача вируса происходит мгновенно, без учета инкубационного периода [9].

Хорошо известны методы прогнозирования заболеваемости на основе регрессионного анализа и анализа временных рядов, в частности, интегрированная модель авторегрессии ARIMA. Это класс параметрических моделей, позволяющий описывать нестационарные временные ряды. Однако очевидно, что отсутствие достоверной статистики за прошлые периоды накладывает на возможность применения данного подхода значительные ограничения.

## 2. АСПЕКТ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ В РАЗВИТИИ ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ

Для повышения эффективности и более адекватного отражения действительности в моделях необходимо дополнительно учитывать влияние административных мер, призванных ограничить распространение вируса.

К числу таких мер относятся социальное дистанцирование, самоизоляция, отмена массовых мероприятий, блокирование транспортных потоков, применение дистанционных возможностей производства и обучения, ношение масок и перчаток в общественных местах. Все перечисленное снижает качество жизни, ухудшает психологическое состояние людей и может вызывать негативную реакцию [10–12].

Таким образом, следует понимать, что поскольку эффективность карантинных мер в значительной степени зависит от дисциплинированности населения [13], их введение должно базироваться на результатах оценок, полученных с помощью применения специальных математических моделей, учитывающих дополнительные входные данные, имеющие отношение больше не к медицинским аспектам, а к социальным процессам.

За несколько лет до глобального распространения вируса COVID-19 разрабатывались модели для определения возможного поведения человека при различных контрмерах, применяемых для сдерживания распространения болезней [14, 15]. В исследованиях, проводимых в этом направлении, ставятся цели разработки стратегий борьбы с заболеваемостью и оценки различных вариантов управленческого вмешательства [16]. При изучении поведенческих стимулов отмечена явная корреляция эпидемиологических показателей с экономическими [17]. Таким образом, при определении степени влияния различных ограничительных мероприятий на развитие эпидемиологической ситуации следует принимать во внимание степень общественной поддержки или отторжения указанных мер.

В работах отечественных и зарубежных авторов представлены исследования процессов распространения информации в социальных системах и влияния различных факторов на формирование мнений (убеждений, установок) в социуме.

Рассматриваются и обосновываются общие закономерности динамики мнений – согласования/сходимости и расхождения/поляризации [18, 19]. Выделяются и оцениваются факторы, определяющие ценность и привлекательность информации, различные характеристики личности, отражающие внутреннее состояние и отвечающие за внешнее поведение людей, а также правила передачи информации в процессах коммуникации [20, 21].

Опубликовано множество научных работ, посвященных задачам информационного управления – планирования и организации воздействий косвенного, неявного характера, заключающихся в распространении информации, склоняющей чле-

нов социальной системы к выбору определенной линии поведения [22]. В целях регулирования общественного мнения по той или иной значимой тематике предлагаются различные стратегии – в частности, выявления и использования критических точек социальной сети, так называемых «лидеров мнений» [23, 24].

Предлагаемые модели информационного влияния основаны на различных базовых теоретических предпосылках и гипотезах – модели с линейными порогами, независимыми каскадами, модели, использующие биологические и термодинамические аналогии («заражение»/«намагничивание»), модели на основе клеточных автоматов, цепей Маркова, теории игр. Каждая из моделей дает свои преимущества при применении в той или иной сфере, вместе с тем математические модели, как правило, строятся на ряде допущений, что может затруднить их использование в прикладных исследованиях реальных социальных взаимодействий [25–27].

В данной работе предлагается математическая модель, отражающая процесс информационного обмена в социальной системе на основе агрегированных показателей в виде вероятностных распределений. При этом учитывается содержание распространяемого информационного блока и такие коммуникационные свойства социальной системы и ее элементов, как количество связей, восприимчивость, общительность.

Разработанная модель дает возможность прогнозировать распределение мнений в обществе относительно той или иной распространяемой информации по введению мер эпидемической безопасности в условиях пандемии и обоснованно вырабатывать управленческие решения, направленные на повышение уровня осознания населением важности проводимых противоэпидемических мероприятий.

### **3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ФОРМИРОВАНИЯ МНЕНИЙ В СОЦИУМЕ**

Население, проживающее в определенном регионе, представляет собой социальную систему, которая может быть охарактеризована связностью (усредненным количеством социальных контактов), а также коммуникабельностью и восприимчивостью ее элементов – отдельных субъектов – к той или иной информации. Под коммуникабельностью понимается стремление делиться полученной информацией, под восприимчивостью – склонность человека менять свою точку зрения под воздействием окружающих.



Параметрам модели, связанным с личностными характеристиками субъектов, невозможно дать точную количественную оценку, поэтому с целью формализации этих данных вводится распределение с множеством значений, состоящим из трех или пяти категорий:

$$\{\text{низкий (Н); средний (С); высокий (В)}\}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &\{\text{сильно отрицательный (--);} \\ &\text{отрицательный (-); нейтральный (Н);} \\ &\text{положительный (+);} \\ &\text{сильно положительный (++)}\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Характеристики больших по численности социальных систем определяются в виде статистических распределений. Для получения исходных данных предлагается методология исследования социальной системы, основанная на репрезентативной выборке. Специальный опросник на основании комплекса вопросов прямого и непрямого характера позволяет установить:

- среднее число контактов на одного человека;
- уровень общительности (коммуникабельности) участников;

- показатели восприимчивости членов социальной системы, оцениваемые в терминах из множества (1), в долях от общей численности –  $\omega^H, \omega^C, \omega^B$ ;

- начальное распределение мнений по заданной тематике – оценки в нечетких значениях из множества (2), в долевым соотношении –  $v_0^{--}, v_0^-, v_0^H, v_0^+, v_0^{++}$ .

Субъекты социальной системы представляются как отдельные, взаимодействующие между собой единицы – агенты. Путем межличностного информационного обмена обеспечивается распространение информации внутри системы. При этом предполагается, что поведение агентов подчиняется следующим правилам:

- Делятся полученной информацией участники с высокой степенью коммуникабельности и при условии сильно выраженного собственного отношения к этой информации (положительного или отрицательного).

- В процессе информационного обмена под воздействием окружающих меняется мнение участников со средней и высокой восприимчивостью, получающих эмоционально окрашенные отзывы, причем в последнем случае мнение может измениться кардинально (например, от положи-

тельного к отрицательному или от сильно отрицательного к нейтральному).

Процесс информационного взаимодействия начинается с момента  $t = 0$ , когда информация вносится в социальную систему через так называемое иницирующее множество – конечное число ее представителей, получивших сведения из первоисточника. Целью моделирования является расчет доли агентов, получивших информацию, и распределения их мнений на каждом шаге  $t = t + 1$ . За один шаг принимается время, необходимое для разовой реализации всех коммуникационных связей между участниками.

Общественные процессы, связанные с распространением информации, являются одним из направлений исследований, позволяющих реализовать мультидисциплинарный подход (в данном случае сочетающий в себе элементы математики, социологии и психологии коммуникации) и на этой основе решать широкий спектр смежных задач. В частности, ранее в статье [28] авторами решалась задача по определению охвата целевой аудитории различными средствами оповещения в условиях чрезвычайных ситуаций. Целью являлась выработка методологии подбора и обоснования параметров распространяемых информационных блоков, их структуры и содержания с учетом социально-психологических особенностей их восприятия. При этом достаточно очевидной являлась эмоциональная составляющая складывающегося в обществе мнения об угрозах ЧС и их последствиях. На первый план при распространении информации выходило понимание ее полезности и необходимости в категориях «вредоносный», «нейтральный», «полезный».

Получена аналитическая зависимость количества информированных агентов  $K$  на каждом шаге  $t + 1$  информационного взаимодействия от следующих параметров:

- $L$  – объем иницирующего множества;
- $\bar{b}$  – коэффициент связности социальной системы – усредненное количество связей между ее членами;
- $K_t$  – количество информированных участников на предыдущем шаге  $t$ ;
- $q_t$  – доля участников на шаге  $t$ , готовых делиться полученными сведениями.

Значение  $q_t$  зависит от доли агентов с высоким уровнем общительности, а также от актуальности распространяемой информации на временном шаге  $t$ . Уровень общительности является постоянным

свойством членов социальной системы, поэтому его можно считать неизменяемым значением. Актуальность информации, как правило, со временем снижается и рассчитывается на каждом шаге с использованием специального коэффициента падения актуальности и прогнозируемого времени жизненного цикла информации. Однако в чрезвычайных ситуациях, несущих угрозу жизни и здоровью людей, как показывает практика, острая и значимая проблема достаточно долго сохраняет актуальность в информационном пространстве.

Таким образом, количество информированных агентов рассчитывается по формуле [28]

$$K_{t+1} = K_t + q_t \left( \frac{N - K_t}{N} \right) (K_t^{++} + K_t^{-}) \bar{b},$$

где  $N$  – общая численность социальной системы (населения региона). Коэффициент  $(N - K_t) / N$  отражает долю участников, оставшихся неинформированными на предыдущем шаге,  $K_t^{++}$  и  $K_t^{-}$  – количество агентов со сформированным сильно выраженным отношением – положительным и отрицательным соответственно.

Далее в условиях массового распространения инфекционной болезни и введения мер эпидемической безопасности интерес представляет прогнозирование и изучение спектра мнений на каждом шаге информационного обмена. Целью является регулирование настроений в обществе путем обеспечения правильного понимания складывающейся эпидемической ситуации и противодействия распространению вредоносной информации, вызывающей дестабилизацию обстановки.

Распределение мнений задается количеством участников информационного обмена в каждой категории из множества (2). Стартовые значения  $(K_0^{--}, K_0^{-}, K_0^H, K_0^{+}, K_0^{++})$  определяются в пределах иницирующего множества  $L$  согласно установленному начальному распределению мнений.

Количество агентов с сильно негативным отношением к информации на каждом шаге меняется следующим образом [28]:

$$K_{t+1}^{--} = K_t^{--} + (K_{t+1} - K_t) \left[ v_0^{--} - v_0^{--} \times (\omega^C + \omega^B) \times \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^{-} (\omega^C + \omega^B) \left( \frac{K_t^{--}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^H \omega^B \left( \frac{K_t^{--}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) \right].$$

Множители  $\frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}}$  и  $\frac{K_t^{-}}{K_t^{++} + K_t^{--}}$  отражают

доли участников информационного обмена, делящихся сильно выраженным положительным и отрицательным мнением соответственно. Формула наглядно отражает то, как поддаются влиянию и меняют свое мнение в ту или иную сторону участники со средней и высокой восприимчивостью.

Аналогично определяется формула расчета количества агентов с сильно положительным мнением [28]:

$$K_{t+1}^{++} = K_t^{++} + (K_{t+1} - K_t) \left[ v_0^{++} - v_0^{++} \times (\omega^C + \omega^B) \left( \frac{K_t^{-}}{K_t^{++} + K_t^{-}} \right) + v_0^{+} (\omega^C + \omega^B) \times \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{-}} \right) + v_0^H \omega^B \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{-}} \right) \right].$$

Количество агентов с положительным мнением вычисляется по формуле

$$K_{t+1}^{+} = K_t^{+} + (K_{t+1} - K_t) \left[ v_0^{+} - v_0^{+} (\omega^C + \omega^B) \times \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) - v_0^{+} (\omega^C + \omega^B) \left( \frac{K_t^{--}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^{++} \omega^C \left( \frac{K_t^{--}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^{-} \omega^B \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^H \omega^C \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) \right].$$

Количество агентов с нейтральным отношением определяется как

$$K_{t+1}^H = K_t^H + (K_{t+1} - K_t) \left[ v_0^H - v_0^H (\omega^C + \omega^B) + v_0^{-} \omega^C \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^{+} \omega^C \left( \frac{K_t^{--}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^{++} \omega^B \left( \frac{K_t^{--}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) + v_0^{-} \omega^B \left( \frac{K_t^{++}}{K_t^{++} + K_t^{--}} \right) \right].$$

#### 4. АНАЛИЗ ОБЩИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПРОЦЕССА ИНФОРМАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

На рис. 1 представлены типовые графики, полученные в результате компьютерного моделирования. В качестве примера показан сгенерированный авторами модельный набор данных:

- общая численность социальной системы – 350 000 чел.;
- размер иницирующего множества – 12 %;
- среднее количество связей: от 1 до 5 – у 82 % участников, от 6 до 15 – у 18 %;
- начальное распределение мнений по тематике распространяемой информации: сильно положительное  $v_0^{++} = 0,18$ , положительное  $v_0^+ = 0,35$ , нейтральное  $v_0^H = 0,2$ , отрицательное  $v_0^- = 0,17$ , сильно отрицательное  $v_0^{--} = 0,1$ ;
- готовность распространять полученную информацию:  $q_0 = 0,3$ ;
- восприимчивость: низкая  $\omega^H = 0,44$ , средняя  $\omega^C = 0,4$ , высокая  $\omega^B = 0,16$ .

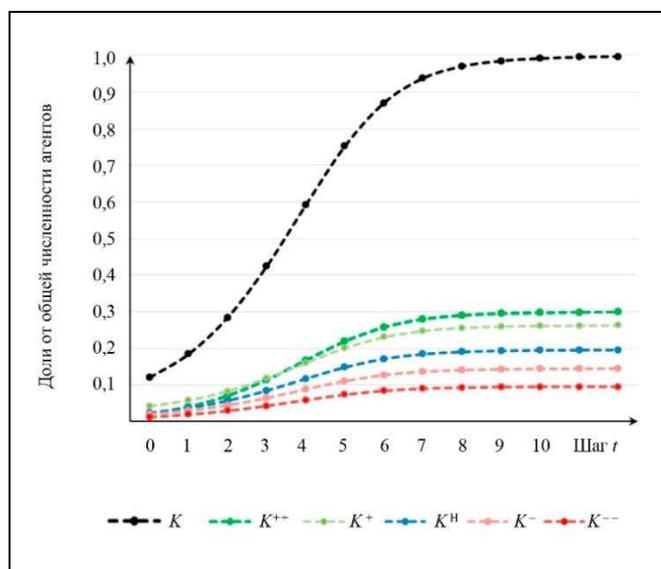


Рис. 1. Графики нарастания доли информированных агентов и распределения их мнений

В ходе экспериментов установлено, что графики увеличения количества участников в каждой категории во времени представляют собой сигмоиду – гладкую монотонно возрастающую нелинейную функцию, имеющую S-образную форму. Нарастание, как правило, плавное. Резкие скачки количества информированных агентов возможны лишь при очень больших пограничных значениях параметров – восприимчивости и общительности, что, согласно опросам, мало характерно для реальных социальных систем.

Применение предложенной модели может позволить оценивать динамику информационного обмена в заданных условиях и прогнозировать формирование мнений в обществе по тем или иным вопросам – к примеру, таким, как:

- введение различных ограничительных мер в условиях пандемии;
- возможный дефицит лекарств или средств защиты;
- нагрузка на систему здравоохранения;
- разработка и применение вакцин;
- снижение экономической активности в области торговли, туризма, культуры;
- разнообразные протестные выступления, связанные с отрицанием опасности вируса и необходимости мероприятий по обеспечению эпидемической безопасности.

Полученный в результате имитационного моделирования на «искусственных» данных прогноз может быть оценен как неудовлетворительный. В этом случае задача управления заключается в выборе варианта управляющего воздействия на систему, приводящего уровень информированности и вектор распределения мнений к желательным значениям с минимальными издержками.

Управляющие воздействия состоят в изменении параметров социальной системы, например, путем подбора канала для распространения информации (влияет на размер иницирующего множества), корректирования содержания информационного блока (начального распределения мнений по тематике) или формата его представления (соответственно, готовности его распространять). Также методы формирования и детального планирования комплекса доступных управляющих воздействий лежат в сфере компетенций специалистов в области социологии и психологии восприятия.

Прогнозирование реакции населения дает возможность принимать обоснованные управленческие решения для стабилизации настроений в обществе. Для правильного понимания складывающейся эпидемической ситуации важно спланировать и обеспечить предоставление полной и убедительной информации через каналы СМИ, пользующиеся доверием у населения.

Для противодействия распространению вредоносной информации, вызывающей дестабилизацию обстановки, могут быть предложены следующие воздействия: либо уменьшение уровня восприимчивости деструктивной информации (путем снижения доверия к ее источникам), либо снижение готовности ее распространять (потеря актуальности на фоне других информационных ресурсов).

На рис. 2 приведены примеры модельных изменений динамики процесса распространения информации при внесении в экспериментальные данные следующих корректив:

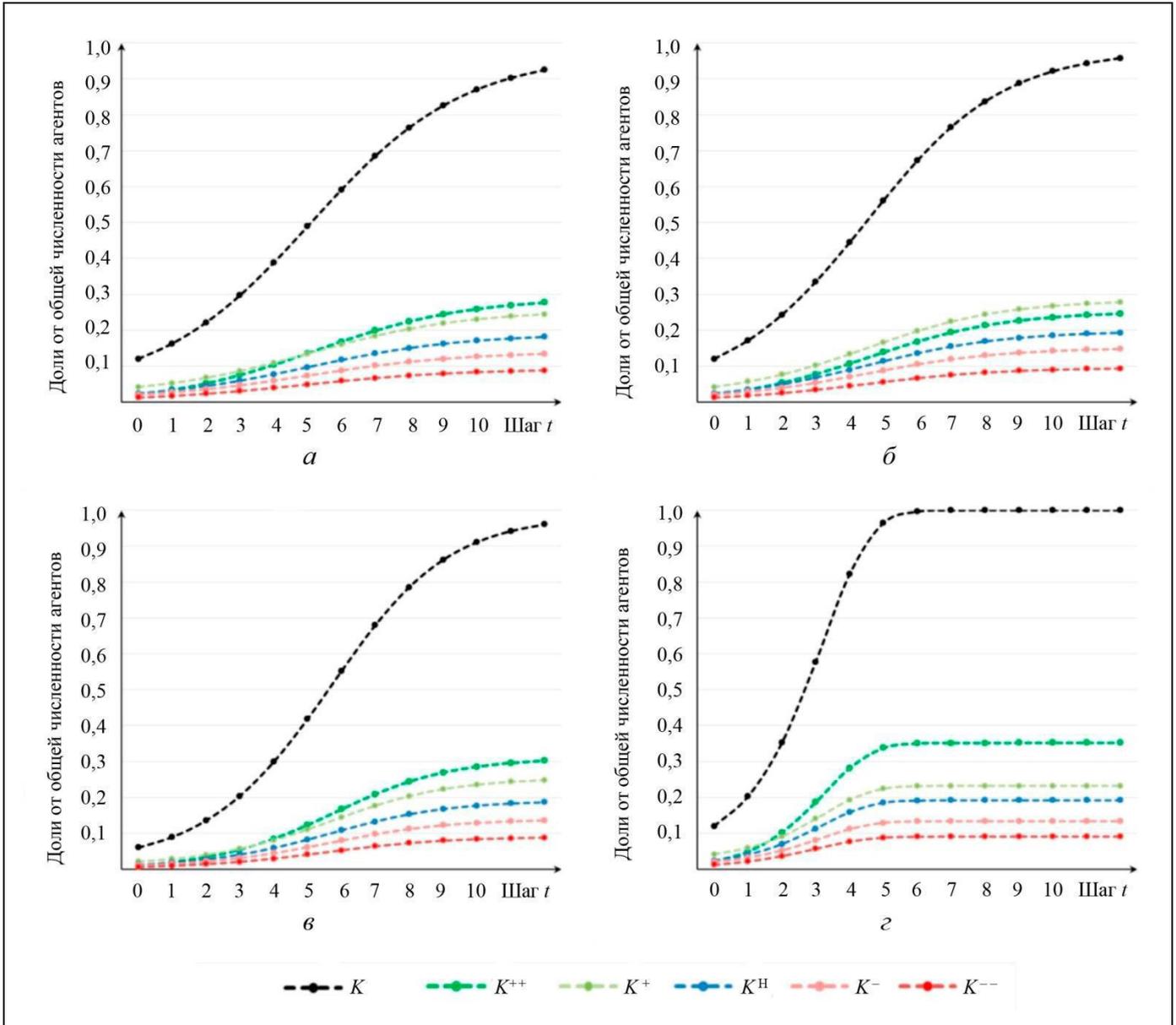


Рис. 2. Изменения динамики процесса распространения информации вследствие управленческого вмешательства

а) снижение готовности распространять полученную информацию:  $q_0 = 0,2$ ;

б) уменьшение уровня восприимчивости: низкая  $\omega^H = 0,6$ , средняя  $\omega^C = 0,32$ , высокая  $\omega^B = 0,08$ ;

в) уменьшение размера иницирующего множества –  $L = 6\%$ ;

г) увеличение параметров:  $q_0 = 0,45$ ,  $\omega^H = 0,24$ ,  $\omega^C = 0,53$ ,  $\omega^B = 0,23$ .

В сравнении с результатами, отраженными на рис. 1, на графиках рис. 2, а, б и в наблюдается снижение, а на графике рис. 2, г – увеличение скорости распространения информации в социальной системе.

На рис. 3 представлен пример, в котором по интересующей исследователя теме не произошло поляризации мнений, и настроение в обществе на момент запуска информационного блока преимущественно нейтральное ( $v_0^{++} = 0,08$ ,  $v_0^+ = 0,14$ ,  $v_0^H = 0,61$ ,  $v_0^- = 0,12$ ,  $v_0^{--} = 0,05$ ):

а) при восприимчивости:  $\omega^H = 0,2$ ,  $\omega^C = 0,6$ ,  $\omega^B = 0,2$ ;

б) при уменьшении уровня восприимчивости: низкая  $\omega^H = 0,51$ , средняя  $\omega^C = 0,42$ , высокая  $\omega^B = 0,07$ ;

Модель демонстрирует, что в рассматриваемом числовом примере своевременно принятые меры,

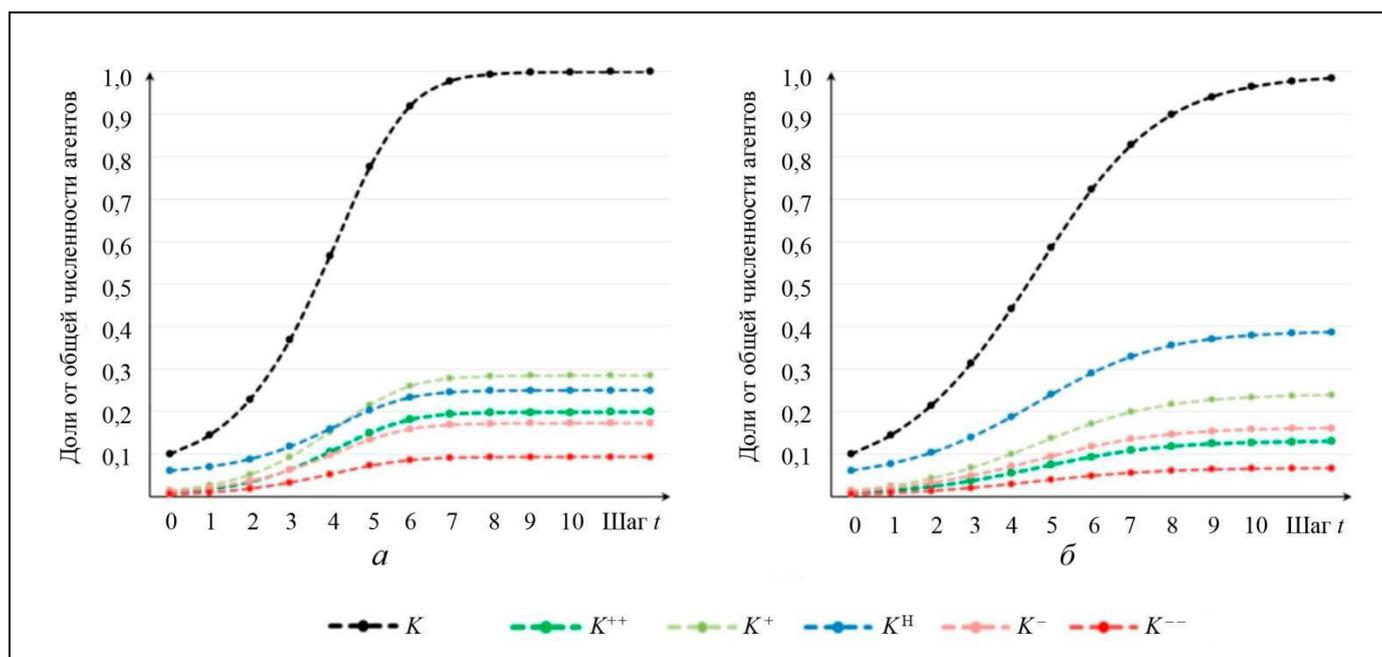


Рис. 3. Изменения распределения мнений вследствие управленческого вмешательства

снижающие уровень доверия к источнику, позволяют, сохранив общий нейтральный информационный фон, повлиять на распределение положительных и отрицательных мнений.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как любая чрезвычайная ситуация, эпидемия порождает множество негативных последствий, охватывая практически все стороны жизни человека и являясь источником сильного психологического напряжения.

Помимо чисто медицинских аспектов, на распространение заболевания прямо или косвенно влияют социальные процессы. Анализ и моделирование ситуации с этой позиции может способствовать организации грамотной профилактической и психокоррекционной работы среди населения, снижая уровень стресса и стабилизируя социальные отношения.

В проведенном исследовании была рассмотрена математическая модель, позволяющая прогнозировать динамику мнений в обществе относительно применяемых мер эпидемической безопасности и вырабатывать управленческие решения, направленные на принятие этих мер населением. Приведен пример распределения спектра мнений при заданных характеристиках социальной системы; показана возможность изменения динамики процесса распространения информации вследствие управленческого вмешательства.

При проведении имитационных экспериментов интерес представляет рассмотрение таких аспектов организации социальных систем, как кластеризация сети взаимодействия агентов и вероятность локализации распространяемой информации в одном кластере; учет мотивации агентов, стимулов и ограничений в распространении информации, а также учет порога «суммарного восприятия» участника информационного обмена, на которого оказывается одновременно воздействие многих информационных блоков и источников, вследствие чего он может не обратить внимания и не отреагировать на управляющее воздействие. Также необходим анализ реальных данных из онлайн-социальных медиа. Дальнейшие исследования в этом направлении представляются актуальными и перспективными.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Асатрян М.Н., Герасимук Э.Р., Логунов Д.Ю. и др. Прогнозирование динамики заболеваемости COVID-19 и планирование мероприятий по вакцинопрофилактике населения Москвы на основе математического моделирования // Журнал микробиологии, эпидемиологии и иммунологии. – 2020. – Т. 97, № 4. – С. 289–302. [Asatryan, M.N., Gerasimuk, E.R., Logunov, D.Yu. et al. Predicting the dynamics of Covid-19 incidence and planning preventive vaccination measures for Moscow population based on mathematical modeling // Journal of microbiology, epidemiology and immunobiology. – 2020. – Vol. 97, no. 4. – P. 289–302. (In Russian)]
2. Vytla, V., Ramakuri, S.K., Peddi, A., et al. Mathematical models for predicting Covid-19 pandemic: a review // Journal of Phys-

- ics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1797. – DOI: 10.1088/1742-6596/1797/1/012009.
- Rahman, A., Kuddus, M.A., Ip, R.H.L., Bewong, M. A review of COVID-19 modelling strategies in three countries to develop a research framework for regional areas // *Viruses*. – 2021. – Vol. 13. – Art. no. 2185. – URL: <https://doi.org/10.3390/v13112185>
  - Осипов В.Ю., Кулешов С.В., Зайцева А.А., Аксенов А.Ю. Подход к локализации источника эпидемии COVID-19 в России на основе математического моделирования // *Информатика и автоматизация*. – 2021. – Т. 5, вып. 20. – С. 1065–1089. [Osipov, V.Yu., Kuleshov, S.V., Zaytseva, A.A., Aksekov, A.Yu. Approach for the COVID-19 epidemic source localization in Russia based on mathematical modeling // *Informatics and Automation*. – 2021. – Vol. 20, no. 5. – P. 1065–1089. (In Russian)]
  - Криворотько О.И., Кабанихин С.И., Зятыков Н.Ю. и др. Математическое моделирование и прогнозирование COVID-19 в Москве и Новосибирской области // *Сибирский журнал вычислительной математики*. – 2020. – Т. 23, № 4. – С. 395–414. [Krivorot'ko, O.I., Kabanikhin, S.I., Zyat'kov, N.Yu., et al., *Mathematical Modeling and Forecasting of COVID-19 in Moscow and Novosibirsk Region // Numerical Analysis and Applications*. – 2020. – Vol. 13, no. 4. – P. 332–348 (In Russian)]
  - Мартыанова А.Е., Ажмухамедов И.М. SEIRD-модель динамики распространения вирусных инфекций с учетом возникновения новых штаммов // *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии*. – 2022. – № 4(60). – С. 36–43. [Martyanova, A.E., Azhmukhamedov, I.M.. SEIRD model describing the dynamics of the spread viral infections considering the appearance of new strains // *Caspian journal: control and high technologies*. – 2022. – No. 4(60). – P. 36–43. (In Russian)]
  - Захаров В.В., Балькина Ю.Е. Балансовая модель эпидемии COVID-19 на основе процентного прироста // *Информатика и автоматизация*. – 2021. – Т. 20, № 5. – С. 1034–1064. [Zakharov, V.V., Balykina, Yu.E. Balance model of COVID-19 epidemic based on percentage growth rate // *Informatics and Automation*. – 2021. – Vol. 20, no. 5. – P. 1034–1064. (In Russian)]
  - Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сушко Е.Д., Агеева А.Ф. Моделирование эпидемии COVID-19 – преимущества агент-ориентированного подхода // *Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз*. – 2020. – Т. 13, № 4. – С. 58–73. [Makarov, V.L., Bakhtizin, A.R., Sushko, E.D., Ageeva, A.F. COVID-19 epidemic modeling – advantages of an agent-based approach // *Economic and social changes: facts, trends, forecast*. – 2020. – Vol. 13, no. 4. – P. 58–73. (In Russian)]
  - Соколовский В.Л., Фурман Г.Б., Полянская Д.А., Фурман Е.Г. Пространственно-временное моделирование эпидемии COVID-19 // *Анализ риска здоровью*. – 2021. – № 1. – С. 23–37. [Sokolovsky, V.L., Furman, G.B., Polyanskaya, D.A., Furman, E.G. Spatio-temporal modeling of COVID-19 epidemic // *Health risk analysis*. – 2021. – No. 1. – P. 23–37. (In Russian)]
  - Uttrani, S., Nanta, B., Sharma, N., Dutt, V. Modeling the impact of the COVID-19 pandemic and socioeconomic factors on global mobility and its effects on mental health / In: *Artificial intelligence, machine learning, and mental health in pandemics: a computational approach*. 1<sup>st</sup> edition, Chapter 08. – Amsterdam: Elsevier, 2022. – P. 189–208. – DOI:10.1016/B978-0-323-91196-2.00012-0.
  - Сорокин М.Ю., Касьянов Е.Д., Рукавишников Г.В. и др. Психологические реакции населения как фактор адаптации к пандемии COVID-19 // *Обозрение психиатрии и медицинской психологии*. – 2020. – № 2. – С. 87–94. [Sorokin M.Yu., Kasyanov E.D., Rukavishnikov G.V. et al. Psychological reactions of the population as a factor of adaptation to the COVID-19 pandemic // *Obozrenie psikiatrii i meditsinskoi psikhologii*. – 2020. – No. 2. – P. 87–94. (In Russian)]
  - Беляков Н.А., Багненко С.Ф., Рассохин В.В. и др. Эволюция пандемии COVID-19: монография. – СПб.: Балтийский медицинский образовательный центр, 2021. – 409 с. [Belyakov, N.A., Bagenko, S.F., Rassokhin, V.V. et al. *Ehvoluyutsiya pandemii COVID-19: monograph*. – St. Petersburg: Baltiiskii meditsinskii obrazovatel'nyi tsentr, 2021. – 409 s. (In Russian)]
  - Simoy, M.I., Aparicio, J.P. Socially structured model for COVID-19 pandemic: design and evaluation of control measures // *Computational and Applied Mathematics*. – 2022. – Vol. 41, no. 1. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s40314-021-01705-1>.
  - Nowzari, C., Preciado, V.M., Pappas, G.J. Analysis and control of epidemics: a survey of spreading processes on complex networks // *IEEE Control Systems Magazine*. – 2016. – Vol. 36. – P. 26–46. DOI: 10.1109/MCS.2015.2495000.
  - Merler, S., Ajelli, M., Fumanelli, L. et al. Spatiotemporal spread of the 2014 outbreak of Ebola virus disease in Liberia and the effectiveness of non-pharmaceutical interventions: a computational modelling analysis // *The Lancet Infectious Diseases*. – 2015. – Vol. 15, no. 2. – P. 204–211. DOI: 10.1016/S1473-3099(14)71074-6.
  - Gubar, E., Taynitskiy, V., Fedyanin, D., Petrov, I. Hierarchical epidemic model on structured population: diffusion patterns and control policies // *Computation*. – 2022. – Vol. 10, no. 31. – DOI: 10.3390/computation10020031
  - Fenichel, E.P. Economic considerations for social distancing and behavioral based policies during an epidemic // *J. Health Econ*. – 2013. – Vol. 32, no. 2. – P. 440–451. – DOI:10.1016/j.jhealeco.2013.01.002
  - Flache, A., Mäs, M., Feliciani, T., et al. Models of social influence: towards the next frontiers // *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*. – 2017. – Vol. 20, no. 4. – URL: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/20/4/2.html>.
  - Губанов Д.А., Петров И.В., Чхартушвили А.Г. Многомерная модель динамики мнений в социальных сетях: индексы поляризации // *Проблемы управления*. – 2020. – № 3. – С. 26–33. [Gubanov, D.A., Petrov, I.V., Chkhartishvili, A.G. Multidimensional model of opinion dynamics in social networks: polarization indices // *Control Sciences*. – 2020. – No. 3. – P. 26–33. (In Russian)]
  - Zhang, L., Li, K., Liu, J. An information diffusion model based on explosion shock wave theory on online social networks // *Appl. Sci*. – 2021. – No. 11. – URL: <https://doi.org/10.3390/app11219996>.
  - Gubanov, D.A. A study of a complex model of opinion dynamics in social networks // *Journal of Physics: Conference Series*. Moscow: IOP Publishing Ltd. – 2021. – Vol. 1740. – P. 1–6. – URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1740/1/012040/pdf>.
  - Gubanov, D.A., Kozitsin, I.V., Chkhartishvili, A.G. Face mask perception during the COVID-19 pandemic: an observational study of Russian online social network VKontakte // *Advances in Systems Science and Applications*. – 2021. – Vol. 21, no. 3. – P. 91–100.



23. *Milov, O., Yevseiev, S., Milevskiy, S., et al.* Critical points of information influence in social networks // III International Scientific and Practical Conference «Information Security And Information Technologies». – Kirovograd, 2021. – URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3200/paper18.pdf>.
24. *Al-Oraiqat, A., Ulichev, O.S., Meleshko, Ye., et al.* Modeling strategies for information influence dissemination in social networks // Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. – 2022. – No. 13(91). – P. 2463–2477. – DOI:10.1007/s12652-021-03364-w.
25. *Perra, N., Rocha, L.E.* Modelling opinion dynamics in the age of algorithmic personalization // Scientific reports. – 2019. – Vol. 9. – Art. no. 7261.
26. *Parsegov, S.E., Proskurnikov, A.V., Tempo, R., and Friedkin, N.E.* Novel multidimensional models of opinion dynamics in social networks // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2017. – Vol. 62, no. 5. – P. 2270–2285.
27. *Kozitsin, I.V.* Formal models of opinion formation and their application to real data: evidence from online social networks // The Journal of Mathematical Sociology. – 2020. – Vol. 46. – P. 120–147. – DOI: 10.1080/0022250X.2020.1835894.
28. *Azhmukhamedov, I.M., Machueva, D.A., Alisultanova, E.D.* Mathematical modeling of information management of social systems in emergencies // Advances in Economics, Business and Management Research. – 2020. – Vol. 156. – P. 695–701.

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 22.12.2022,  
после доработки 19.09.2023.  
Принята к публикации 19.09.2023.

**Ажмухамедов Искандар Маратович** – д-р техн. наук, Астраханский государственный университет им. В.Н. Татищева, г. Астрахань, ✉ [aim\\_agtu@mail.ru](mailto:aim_agtu@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9058-123X>

**Мачуева Дина Алуевна** – канд. техн. наук, Грозненский государственный нефтяной технический университет им. акад. М.Д. Миллионщикова, г. Грозный, ✉ [ladyd\\_7@mail.ru](mailto:ladyd_7@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6827-8998>

© 2023 г. Ажмухамедов И.М., Мачуева Д.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

## MODELING SOCIAL ATTITUDE TO INTRODUCING EPIDEMIC SAFETY MEASURES IN A PANDEMIC

I.M. Azhmukhamedov<sup>1</sup> and D.A. Machueva<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Astrakhan State University, Astrakhan, Russia

<sup>2</sup>Grozny State Oil Technical University, Grozny, Russia

✉ [aim\\_agtu@mail.ru](mailto:aim_agtu@mail.ru), ✉ [ladyd\\_7@mail.ru](mailto:ladyd_7@mail.ru)

**Abstract.** The COVID-19 pandemic is a global human-scale emergency that has caused many negative effects. To mitigate them, it is necessary to take competent and well-founded organizational measures. Considering infectious diseases from a mathematical point of view allows solving problems in various spheres of society, studying possible scenarios, identifying epidemiological evolution patterns, and proposing intervention strategies and epidemic control options. This paper presents a mathematical model for forecasting opinion dynamics on various socially significant issues, in particular, on the introduction of epidemic safety measures in a pandemic. The model reflects the process of information exchange considering the content of disseminated information and the communicative properties of the social system and its elements (connectivity, susceptibility, and sociability).

**Keywords:** social system, process modeling, informational control, distribution of opinions, anti-epidemic measures.

**Funding.** This study was supported by the fundamental research project “Methodological Fundamentals of Assessment and Control of Regional Complex Security” within the Development Program of Astrakhan State University for 2021–2030.

# НАПРАВЛЕНИЯ РАСШИРЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛА ПРИКЛАДНОЙ ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОИСКОВЫХ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.И. Алчинов, И.Н. Гороховский

**Аннотация.** В развитие концепции создания прикладной географической информационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных навигационных систем для управления движущимися объектами исследована возможность использования параллельных, распределённых и облачных вычислений при моделировании КЭНС. Использование КЭНС в современных условиях порождает необходимость диагностирования работы навигационной системы при стрессовом воздействии на их съёмочные системы. Моделирование параметров стрессового воздействия предполагает обращение к специализированным базам данным, содержащим характеристики объектов местности в разных диапазонах длин волн электромагнитного излучения. Этих характеристик в геоинформационных системах (ГИС) и облачных средах, как правило, нет. Показано, что диагностику КЭНС следует производить на основе моделирования съёмочной системы с использованием облачных ГИС. Рассмотрены вопросы организации параллельных вычислений для решения задач, связанных с распознаванием образов. Выявлена специфика параллельной структуры поисковых алгоритмов КЭНС, учёт которой при реализации этих алгоритмов средствами вычислительных систем, поддерживающих параллельные вычисления, позволяет наиболее полно использовать их преимущества.

**Ключевые слова:** облачные вычисления, облачный сервис, параллельные вычисления, вычислительные системы, распознавание образов, облачная географическая информационная система, поисковая корреляционно-экстремальная навигационная система.

## ВВЕДЕНИЕ

Бортовые поисковые корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС) беспилотных аппаратов различного назначения (морских, космических и наземных) решают задачу определения параметров их движения путём проверки гипотез о значениях этих параметров в процессе совмещения текущего изображения участка местности (ТИМ), полученного бортовой съёмочной системой (СС) в очередном сеансе автономной навигации в заданном районе, и фрагментов эталонного изображения (ЭИ) этого района, которое записывается в память бортового вычислителя заблаговременно. В процессе поиска фрагмента ЭИ, близкого по содержанию к ТИМ в смысле исполь-

зуемой в бортовом алгоритме функции близости, используется регулярная сетка сдвигов рамки соответствующего размера и ориентации, выделяющей очередной фрагмент ЭИ. Проверяются гипотезы о равенстве искомым параметрам значениям в узлах сетки. Принимается гипотеза, для которой функция близости изображений экстремальна. Применяются различные схемы поиска экстремума: глобальные (полный перебор) и локальные (градиентные). Как показано в работах авторов [1, 2], предметная область автономной навигации в современных условиях требует развития методов проверки гипотез о значениях параметров движения мобильных автоматов более общего вида, чем описанные выше. Будем в статье называть такие методы обзорно-сравнительными. Для технических же систем, реализующих эти методы, сохра-



ним приведённое выше исторически сложившееся название и обозначение.

В указанных статьях было дано обоснование актуальности ускоренного развития КЭНС на современном этапе и показано, что перспективным направлением работы по достижению этой цели является создание прикладной географической системы моделирования КЭНС (ПГИСМ КЭНС), оснащённой средствами сборки компьютерных моделей широкого спектра вариантов КЭНС и макетов технологий их настройки на сеансы работы в заданных районах из готовых программных компонентов для проведения вычислительных экспериментов по оценке эффективности и устойчивости к влиянию стрессовых воздействий.

Авторами была предложена математическая модель [1], позволяющая обосновать состав и требования к функционалу и пространственным данным для таких программных компонентов. В первом разделе данной статьи эта математическая модель применяется для выявления и описания в терминах смежных предметных областей аналогов программных компонентов и пространственных данных ПГИСМ КЭНС. При наличии доступа к таким компонентам и данным могут быть минимизированы затраты на реализацию ПГИСМ КЭНС. Также получено компактное описание общей параллельной структуры поисковых алгоритмов КЭНС, что может быть использовано при реализации ПГИСМ КЭНС на базе параллельных вычислительных систем.

Анализу возможности и вариантов доступа к аналогам компонентов ПГИСМ КЭНС в смежных областях посвящены § 2 и 3 настоящей статьи.

При разработке моделей и макетов поисковых КЭНС и их настройке на работу используется множество изображений в различных диапазонах длин волн электромагнитного излучения (ЭМИ). Обработка изображений на вычислительных системах (ВС) сопряжена с большими объёмами данных и соответствующим процессорным временем, затрачиваемым на выполнение задач имитационного моделирования КЭНС [1–3]. Необходимо повышение производительности ВС путём использования параллельных вычислений в современных облачных средах – облачных ГИС, так называемых распределённых ГИС, которые обеспечивают децентрализацию управления при параллельной обработке задач моделирования [4, 5].

Облачные среды постоянно хранят большие объёмы данных – снимки дистанционного зонди-

рования земли, например, в виде гиперкуба информации, который будет временно кэшироваться на стороне пользователя. Он же получает быстрый доступ к данным, при этом экономятся время и ресурсы. Здесь речь идёт о распределённых ГИС, принадлежащих одной или нескольким организациям, занимающимся проблемами КЭНС. Программные средства, структуры хранилищ и интерфейса ПГИСМ КЭНС, методы распознавания образов, анализа сцен, кластеризации и обучения нейронных сетей могут быть реализованы с использованием сетевых сервисов с быстрым поиском необходимой информации [3, 6, 7].

В настоящее время указанные задачи решаются с помощью известных классических подходов на компьютерах, которые связаны с серверными базами данных в рамках одной или нескольких организаций. Каждая группа задач решается в своих приложениях, при этом возможно применение разных подходов при декомпозиции задач. Методы и средства реализации параллелизма зависят от того, на каком уровне они должны обеспечиваться. Возможности и используемые средства реализации параллельных вычислений зависят от уровня команд, потоков данных и заданий.

Направления дальнейшего развития поисковых КЭНС авторы связывали с поиском новых принципов построения бортовых алгоритмов, их интеллектуализацией и применением новых типов съёмочных систем и их комплексированием, а также реализацией параллельных алгоритмов КЭНС, включая возможности облачных технологий.

Появление процессоров, ориентированных на параллельные схемы вычислений, развитие средств программирования систем по обучению нейросетей на больших данных в средах облачных вычислений обусловили актуальность ускоренного развития КЭНС [1, 2].

Указанные обстоятельства определили необходимость расширения исследований и разработок с использованием вычислительного комплекса, который может предоставить все необходимые средства для сборки моделей широкого спектра КЭНС и макетов технологий их настройки на работу в заданных районах из готовых программных компонентов с использованием специального интерфейса к базам данных, и проведения экспериментов.

Функционал, позволяющий моделировать поисковые КЭНС и макеты технологий их настройки, может быть реализован в ГИС общего назначения

с использованием универсальных средств работы с геопространственной информацией. Расширение указанного функционала на основе анализа облачных технологий и параллельных вычислений приводится в § 2 и 3 статьи. Также в статье исследованы возможности облачных технологий и параллельных вычислений, особенности их применения при моделировании поисковых КЭНС, проведён анализ их возможной реализации при моделировании КЭНС с использованием возможных средств и технологий обработки данных.

Максимальная эффективность ВС, поддерживающей параллельные вычисления, достигается на уровне, обеспечивающем параллелизм в системе с проведённой декомпозицией задач, которые могут выполняться одновременно [1, 2]. Проведён анализ подходов к организации вычислений в современных ВС и получены данные, необходимые при выборе ВС для решения сложных задач. Представлена декомпозиция одной из основных задач ПГИСМ КЭНС: моделирование работы КЭНС и определение специфики параллельной структуры алгоритмов решения этой задачи.

Целью настоящего исследования является расширение функционала существующих ГИС общего назначения для эффективного решения задач моделирования поисковых КЭНС. Для достижения этой цели в данной работе получила дальнейшее развитие математическая модель поисковых КЭНС. На основе этой модели проведена декомпозиция задач ПГИСМ КЭНС, включая задачи моделирования стрессовых воздействий на их съёмочные системы. Выполнен анализ возможностей применения для их решения облачных технологий общего назначения и существующих облачных ГИС, предназначенных для обработки геопространственной информации. Полученные результаты предлагается использовать при реализации ПГИСМ КЭНС.

## 1. ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СТРУКТУРА АЛГОРИТМОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ КЭНС И АНАЛОГИ ПРОГРАММНЫХ КОМПОНЕНТОВ ПГИСМ КЭНС В СМЕЖНЫХ ОБЛАСТЯХ

Исходные положения.

• Максимальная эффективность ВС, выбранной для реализации ПГИСМ КЭНС, может быть достигнута, если её характеристики выбраны с учётом специфики исходных данных и алгоритмов компьютерного моделирования процессов

настройки КЭНС на автономную ориентацию с применением обзорно-сравнительных методов и работы настроенной КЭНС при воздействии различных мешающих, в том числе стрессовых факторов. Моделирование подобных процессов связано с применением на пределе возможностей даже самых современных ВС. Определяющими становятся не только доступный объём памяти и быстрое действие процессоров и устройств обмена между ними, но и их специализация и возможность организации параллельной работы над подзадачами общих задач, решаемых в процессе моделирования [4]. Центральной в ПГИСМ КЭНС является общая задача моделирования работы КЭНС, уже настроенных на проведение автономной ориентации. Специфика параллельной структуры алгоритмов решения этой общей задачи рассмотрена ниже. Особенности моделирования процессов настройки КЭНС на работу и процессов синтеза изображений для различных съёмочных систем (СС), применяемых в КЭНС, будут раскрыты в последующих публикациях авторов.

• Чтобы определить специализацию процессоров ВС и воспользоваться возможностью организации их параллельной работы применительно к выбранной центральной общей задаче ПГИСМ КЭНС, необходимо осуществить её декомпозицию на подзадачи и выделить те из них, которые можно решать только последовательно, передавая результаты решения предыдущей подзадачи в качестве исходных данных для последующей, и те, которые могут решаться параллельно.

Требуемая декомпозиция может быть осуществлена с применением математических моделей, предложенных в работах авторов [2, 3]. Как и в этих работах, ограничимся поисковыми КЭНС, в которых СС фиксирует изображение  $S$  сцены на участке местности, а бортовой алгоритм уточняет плановые координаты  $d = (X, Y)$  летательного аппарата (ЛА) в момент съёмки. Пусть  $M$  – множество изображений  $S$ , которые могут поступить от СС на вход бортового алгоритма КЭНС в момент съёмки. Тогда поисковую КЭНС, настроенную на решение задачи автономной ориентации, можно рассматривать, как вычислитель значений фиксированной в процессе настройки функции  $\hat{f}(S): M \rightarrow \hat{D}$  для любого поступившего от СС «значения» «переменной»  $S \in M$ . То есть при получении изображения  $S$  КЭНС вычислит значение функции  $\hat{f}(S) = \hat{d} \in \hat{D}$  и выдаст его в качестве от-



вета. Конечное множество  $\hat{D}$  объединяет все варианты ответов вычислителя на вопрос о местоположении ЛА в момент получения изображения  $S$ . Для обобщённых ступенчатых функций, определённых на иерархических разбиениях множества  $M$  на непересекающиеся классы, в которых для каждого уровня разбиения может применяться своё предварительное преобразование изображения, в работах [1, 2] получено общее аналитическое выражение. В данной статье мы ограничим число  $r$  уровней иерархического разбиения на классы и подклассы двумя. Этого достаточно для декомпозиции общей задачи и выявления искомой специфики параллельности. Кроме того, с большой долей достоверности можно утверждать, что этот вариант наиболее интересен для практики применения КЭНС.

В этом случае:

$$M = \bigcup_{i=1}^l K_i, \text{ где } K_m \cap K_n = \emptyset \quad \forall m, n \in [1, l], m \neq n,$$

$$K_i = \bigcup_{j=1}^{l_i} K_{ij}, \text{ где } K_{im} \cap K_{in} = \emptyset$$

$$\forall i = 1, \dots, l \text{ и } m, n \in [1, l_i], m \neq n.$$

Тогда в обобщённой векторной форме, в которой угловыми скобками обозначена операция скалярного произведения двух векторов, функция  $\hat{f}(S)$  имеет вид:

$$\hat{f}(S) = \left\langle \chi(S), \left( \left\langle \chi_1(S), \hat{\mathbf{d}}_1 \right\rangle, \left\langle \chi_2(S), \hat{\mathbf{d}}_2 \right\rangle, \dots, \left\langle \chi_l(S), \hat{\mathbf{d}}_l \right\rangle \right) \right\rangle, \quad (1)$$

где  $\chi(S) = (\chi_1(S), \chi_2(S), \dots, \chi_l(S))$ ;

$\chi_i(S)$  – характеристическая функция класса  $K_i$ ,  $i = 1, \dots, l$ ;

$\chi_i(S) = (\chi_{i1}(S), \chi_{i2}(S), \dots, \chi_{il_i}(S))$ ;

$$\left\langle \chi_i(S), \hat{\mathbf{d}}_i \right\rangle = \sum_{j=1}^{l_i} \chi_{ij}(S) \hat{d}_{ij};$$

$\chi_{ij}(S)$  – характеристическая функция класса  $K_{ij}$

$i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, l_i$ ;

$$\hat{\mathbf{d}}_i = (\hat{d}_{i1}, \hat{d}_{i2}, \dots, \hat{d}_{il_i}).$$

Учитывая возможные предварительные преобразования  $\pi(S), \pi_i(S)$  входного изображения  $S$  на

первом и втором уровне разбиения, тот факт, что алгоритмы вычисления значений вектор-функций  $\chi(\pi(S))$  и  $\chi_i(\pi_i(S))$  решают именно задачи определения класса, которому принадлежит изображение  $S$ , а также фундаментальную теорему о представлении любого алгоритма распознавания через последовательное выполнение распознающего оператора и решающего правила, получим [8]:

$$\chi(S) = \mathbf{C}(\mathbf{B}(\pi(S))),$$

где  $\mathbf{B}(\pi(S)) = (b_1(\pi(S)), b_2(\pi(S)), \dots, b_l(\pi(S)))$ ;

$b_i(\pi(S))$  – числовая мера близости изображения к классу  $K_i \in M$ ;

$$\mathbf{C}(b_1(\pi(S)), b_2(\pi(S)), \dots, b_l(\pi(S))) = (c_1, c_2, \dots, c_l),$$

где  $c_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, l$ ;

$\chi_i(S) = \mathbf{C}_i(\mathbf{B}_i(\pi_i(S)))$ ,  $\mathbf{B}_i$  и  $\mathbf{C}_i$  описываются аналогично.

Тогда выражение (1) для функции  $\hat{f}(S)$  вычислителя КЭНС приобретает вид:

$$\hat{f}(S) = \left\langle \mathbf{C}(\mathbf{B}(\pi(S))), \left( \left\langle \mathbf{C}_1(\mathbf{B}_1(\pi_1(S))), \hat{\mathbf{d}}_1 \right\rangle, \left\langle \mathbf{C}_2(\mathbf{B}_2(\pi_2(S))), \hat{\mathbf{d}}_2 \right\rangle, \dots, \left\langle \mathbf{C}_l(\mathbf{B}_l(\pi_l(S))), \hat{\mathbf{d}}_l \right\rangle \right) \right\rangle. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что общая задача включает подзадачи вычисления «значений» предварительных преобразований, входящих в данное выражение (далее подзадачи типа  $\pi$ ). Результаты решения подзадачи типа  $\pi$  являются исходными данными для соответствующей подзадачи вычисления вектора числовых мер близости к классам

разбиения  $M = \bigcup_{i=1}^l K_i$  (далее подзадачи типа  $B$ ). Ре-

зультаты решения подзадачи типа  $B$  являются исходными данными для соответствующей подзадачи типа  $C$ , определяющей по результатам анализа вектора меры близости класс, к которому принадлежит изображение. После принятия решения о принадлежности изображения к некоторому классу первого уровня разбиения процедура повторяется для разбиения этого класса с решением подзадач типов  $\pi, B$  и  $C$ . Процесс завершается выборкой из памяти вычислителя значения  $\hat{d}_{ij}$ , соответствующего классу разбиения, выбранному решающим правилом второго уровня разбиения. Подзадачи

типа  $C$  решаются только после решения соответствующей подзадачи типа  $B$ , которая может решаться только после решения задачи типа  $\pi$ . «Координаты» векторов в этом процессе могут вычисляться параллельно, скалярные произведения – только последовательно по мере готовности значений операндов. Такова специфика параллельности задачи моделирования работы КЭНС. Уровень параллельности ВС для её решения по классификации, приведённой в работе [5], относится к уровню потоков. При этом ускорение выполнения программы благодаря распараллеливанию её инструкций на множестве вычислителей ограничено временем, необходимым для выполнения её последовательных инструкций.

Отметим, что предложенная математическая модель даёт возможность реализовать ПГИСМ КЭНС с максимальным использованием готовых компьютерных компонентов из предметных областей, ориентированных на решение задач типа  $\pi$  и типа  $\chi(S) = C(B(\pi(S)))$ , а также задач сбора и обобщения исходных данных для решения задач настройки КЭНС на автономную ориентацию обзорно-сравнительными методами в заданном районе.

Опираясь на математическую модель, удалось также выявить компоненты ПГИСМ КЭНС, имеющие аналоги в смежных предметных областях. При наличии требуемых вариантов доступа к таким компонентам могут быть минимизированы затраты на реализацию ПГИСМ КЭНС. Связи между элементами математической модели и реализующими их программными компонентами из смежных предметных областей представлены в таблице.

Следующие разделы статьи посвящены анализу возможностей и форм доступа к аналогам компонентов ПГИСМ КЭНС в смежных областях.

## 2. ДОСТУП К ОБЛАЧНЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ И ОБЛАЧНЫМ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ: СУЩЕСТВУЮЩИЕ ВОЗМОЖНОСТИ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Для анализа готовых компонентов (программ и баз данных) при реализации алгоритмов моделирования поисковых КЭНС сделан обзор облачных технологий и облачных ГИС на основе научных исследований, которые могут быть использованы в

прикладных ГИС для моделирования поисковых КЭНС. Облачные технологии были исследованы с целью выявления существующих приложений, которые можно применить для решения задач моделирования в поисковых ГИС, в частности для моделирования съёмочных систем КЭНС. Таких приложений не найдено.

Математические модели компонентов ПГИСМ КЭНС, приведённые в таблице, могут быть реализованы в виде отдельных задач с использованием параллельных и распределённых вычислений.

Исходная информация об условиях ориентирования в районе проведения сеанса автономной навигации мобильного автомата обзорно-сравнительным методом в виде реляционных данных – представительного набора  $N$  «отсчётов» – находится в хранилищах, доступ к которым может быть организован. Для распределённых ГИС это уже организовано, для облачных необходимо разработать соответствующие приложения для организации доступа.

Исходная информация об условиях ориентирования в районе проведения сеанса автономной навигации мобильного автомата обзорно-сравнительным методом в форме компьютерной модели функционирования СС представляется в виде:

- компьютерных моделей местности в районах проведения сеансов,
- имитационных моделей СС,
- компьютерных моделей стрессовых воздействий на местность и изображения её участков для различных СС.

Первые две модели в распределённых ГИС и облачных ГИС уже реализованы, компьютерные же модели стрессового воздействия на СС – нет.

Как указано в третьей строке таблицы, модель бортовых вычислителей включает компоненты типов  $\pi$  и  $B$ , где  $\pi$  – компоненты известных видов цифровой обработки изображений (фильтрация, выделение границ, описание сцен на участках, попавших в кадр, сегментация и т. д.),  $B$  – компоненты известных видов распознающих операторов в составе семейств алгоритмов распознавания образов (потенциальных функций, разделяющих поверхностей, голосования и т. д.). Возможность их реализации в облачных ГИС находится в стадии изучения.



### Аналоги компонентов ПГИСМ КЭНС в смежных предметных областях

Математические модели компонентов ПГИСМ КЭНС	Аналоги в смежных предметных областях
<p>Исходная информация об условиях ориентирования в районе проведения сеанса автономной навигации мобильного автомата обзорно-сравнительным методом в форме таблицы, содержащей предстательный набор <math>N</math> «отсчётов» <math>(S_j, d_j)</math> функции <math>f(S): M \rightarrow D</math>, описывающей эти условия:</p> $I_0 \{f(S): M \rightarrow D\} = (S_j, d_j), d_j \in D, j = 1, \dots, N,$ <p>где <math>D</math> – множество допустимых в сеансе значений уточняемого параметра.</p>	<p>Хранилища изображений, полученных при съёмке различных территорий с различных движущихся объектов и с использованием на них СС, подобных применяемым в КЭНС.</p>
<p>Исходная информация об условиях ориентирования в районе проведения сеанса автономной навигации мобильного автомата обзорно-сравнительным методом в форме компьютерной модели функционирования СС в этом районе:</p> $I_0 \{f(S): M \rightarrow D\} = \hat{f}^{-1}(d, p), d \in D, p \in P,$ <p>где <math>p \in P</math> – учтённые при моделировании СС возмущающие параметры, сведённые в один обобщённый параметр <math>p</math> с областью допустимых значений <math>P</math>. Имитационная модель СС должна приближать функцию <math>f^{-1}(d)</math>, <math>d \in D</math>, обратную к <math>f(S): M \rightarrow D</math>.</p>	<p>Компьютерные модели функционирования съёмочных систем в районах проведения сеансов автономной навигации. Имеют в своём составе компоненты:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• компьютерные модели местности в районах проведения сеансов;</li> <li>• имитационные модели СС, обеспечивающие формирование изображений участков в районах проведения сеансов по модели местности в этом районе подобно реальной СС;</li> <li>• компьютерные модели стрессовых воздействий на местность и изображения её участков для различных СС.</li> </ul>
<p>Бортовой вычислитель КЭНС: параметрическое семейство однозначных функций <math>\{\hat{f}(\alpha)(S)\}_{\alpha \in A}</math>, где <math>\hat{f}(\alpha)(S): M \rightarrow \hat{D}</math> – конкретная функция из этого семейства, выбор которой в процессе настройки КЭНС на проведение сеанса автономной навигации обзорно-сравнительным методом в заданном районе однозначно определяется значением обобщённого параметра <math>\alpha \in A</math>. Выше было показано, что приближающие функции из параметрического семейства ступенчатых функций, в свою очередь, включают компоненты типов <math>\pi</math> и <math>B</math>.</p>	<p>Имеют в своём составе компоненты:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• типа <math>\pi</math>: компоненты всех известных видов цифровой обработки изображений (фильтрация, выделение границ, описание сцен на участках, попавших в кадр, сегментация и т. д.);</li> <li>• типа <math>B</math>: компоненты всех известных видов распознающих операторов в составе семейств алгоритмов распознавания образов (потенциальных функций, разделяющих поверхностей, голосования и т. д.).</li> </ul>

Рассмотрены также основные базы данных, их структура, содержание для использования в задачах моделирования поисковых КЭНС. Установлено, что изображения местности, полученные в разных диапазонах длин волн электромагнитного излучения, преимущественно стандартизованы, хранятся в разных известных форматах; их использование через облачные сервисы не представляет сложности. Однако проблема заключается в обработке значительных объёмов информации, содержащихся прежде всего в космических снимках.

В облачных средах не обнаружены специальные базы данных с отражающими и поглощающими характеристиками местности, которые необходимы для формирования исходных навигационных опорных данных в заданных диапазонах длин волн ЭМИ, а также для диагностики работы КЭНС в

условиях стрессовых воздействий, когда необходимые параметры стрессового воздействия получаются с учётом параметров объектов местности.

В настоящее время различают следующие виды сервиса и услуг с использованием облачных вычислений: *Software as a Service* (SaaS) – программное обеспечение как сервис, *Infrastructure as a Service* (IaaS) – инфраструктура как услуга, *Platform as a Service* (PaaS) – платформа как услуга.

Простые интеграционные решения предполагают использование традиционных средств программного обеспечения, которые определяют конструкцию архитектуры программного обеспечения [5, 9]. Наибольшее развитие сейчас имеют такие технологические направления, как контейнеризация, микросервисная облачная архитектура, мультиоблачные решения и гибридные облачные сре-

ды. Эти технологические решения напрямую связаны с созданием ПГИСМ поисковой КЭНС, в которой множество задач необходимо выполнять параллельно, используя облачные технологии для децентрализации вычислений.

Сейчас облачные вычисления находят применение в разных сферах деятельности, однако информация о применении облачных вычислений при управлении информационным обеспечением технологий создания КЭНС в литературе отсутствует [10, 11]. Этот вывод следует из анализа большого количества публикаций. Объясняется это особенностями программного обеспечения – сложностью, высокой ценой, квалификацией исполнителей по обработке больших объёмов данных с заданными требованиями. Для информационного обеспечения технологии создания КЭНС необходимы базы данных по различным территориям, для чего требуется выполнение больших, сложных и дорогостоящих работ, а также безупречной работы средств использования этих баз данных.

Задачи, связанные с моделированием КЭНС, не могут быть реализованы с помощью облачных технологий в полном объёме, поскольку существуют ограничения технического и нормативно-правового характера:

- большие объёмы данных, которые сложно передавать по сетям [12–15];
- требования по использованию материалов аэрокосмической съёмки, БПЛА или карт и планов определённых масштабов и содержания, ограничивающие их использование.

В последние годы облачные технологии широко используются для предоставления российских государственных услуг. Здесь действует Национальный проект «Цифровая экономика», который уже сейчас способствует росту рынка и развитию информационных технологий.

Использование облачных технологий связано со следующими ограничениями: устойчивость и восстанавливаемость, стандарты безопасности, специальные стандарты и требования соответствия государственным и ведомственным нормативно-правовым актам.

Существующие данные в большинстве своём неструктурированные, некоторые организованы с использованием метаданных, с важнейшим компонентом для объединения любых данных. Использование виртуализации, параллельной обработки, распределённых файловых систем и баз данных в компьютерах существенно повышает эффективность обработки больших данных.

Интернет – распределённая вычислительная сеть, для оптимизации которой при обработке больших данных необходимы не только мощные компьютеры, но и оптимизаторы подключения через WAN-каналы. Компоненты этого сервиса необходимо распределять между несколькими узлами с управлением гипервизора, поддерживающего оптимальное использование ИТ-инфраструктуры. Структура и совместимые стандартизованные среды больших данных имеют важное значение для доступа к приложениям. Эти данные в основном представлены в виде традиционных реляционных баз данных. В основе решения любой задачи с использованием больших данных лежит распределение приложений для параллельных вычислений.

Анализ используемых баз данных показал, что отражающие и поглощающие характеристики для многих объектов местности в базах данных отсутствуют. Они разнородны, не систематизированы, представлены в разных форматах и не могут быть без предварительной обработки использованы при моделировании поисковых КЭНС. Внешнее управление базами данных сложно оптимизировать путём автоматизации программного обеспечения. Поэтому автоматизация предоставления данных, их копирования и масштабирования, а также безопасность доступа к базам данных являются также проблематичными. Более того, такие облачные среды необходимы только специализированным организациям, которые ещё в настоящее время не сформировали базы данных об отражающих и поглощающих характеристиках объектов местности в разных диапазонах длин волн ЭМИ. Это задача, для решения которой требуются многие годы работы.

Именно эти обстоятельства обуславливают необходимость использования ГИС в виде распределённых ГИС – таких как, например, ГИС в облаке. Здесь появляется доступ ко многим видам информации, которые могут существенно повысить возможности ГИС-технологий по созданию новых видов тематических ГИС. Различные ГИС могут формировать собственные базы данных, доступные для других пользователей в виде облачного сервиса. Отметим следующее обстоятельство относительно облачных ГИС: в настоящее время возможности ГИС практически не изменились, реализована лишь возможность виртуальной работы с ГИС.

Ниже приводится описание облачных технологий с распараллеливанием вычислений в задачах моделирования КЭНС.



### 3. РАСПРЕДЕЛЁННЫЕ И ОБЛАЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ПРИКЛАДНЫХ ГИС ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОИСКОВЫХ КЭНС

Распределённые вычисления для решения задач в прикладных ГИС для моделирования поисковых КЭНС могут выполняться на отдельных компьютерах, объединённых в параллельную вычислительную систему. Эти вычисления могут быть реализованы как в одной организации, так и в нескольких специализированных организациях. При этом весь пакет задач, решаемый прикладной ГИС, может быть размещён на одном компьютере в ГИС общего назначения, если нет временных ограничений. При этом используется распределённая база данных в виде набора отношений, составляющих единую совокупность данных, обращение к которой возможно при решении любой задачи из представленного пакета задач с одновременным назначением задач другим компьютерам, а также серверам и облачным сервисам. Здесь же отметим и параллельные базы данных, которые имеют собственную систему управления для распараллеливания выполняемых задач при моделировании КЭНС.

Задачи, решаемые в прикладных ГИС в ВС, представляются в виде отдельных приложений с разными подходами при декомпозиции задач (алгоритмы, гипотезы, см. ниже). В настоящее время специалисты в области информационных технологий пользуются преимущественно ГИС-технологиями, например, при решении задач тематического картографирования. Облачные же технологии, с одной стороны, развивают информационные технологии, с другой – не на всякой платформе могут быть решены задачи, связанные с обработкой больших объёмов данных, включая работу сложного и объёмного программного обеспечения.

Для ГИС-технологий, которые могут быть использованы при моделировании КЭНС, облачные услуги могут представлять хранилища данных. Это аэрокосмические снимки различных масштабов, а также снимки, полученные с БПЛА в разных диапазонах длин волн ЭМИ. Для решения навигационных задач с высокой точностью используются изображения соответствующего разрешения. Для обработки снимков необходимы приложения, которые сейчас разрабатываются некоторыми компаниями. Например, компания Esri рассматривает облачные технологии как одно из направлений

развития платформы ArcGIS. Специально созданный вариант ArcGIS Server 10 для облачной среды встроено в облачную инфраструктуру Amazon. При этом программное обеспечение не устанавливается в облачной среде – эти функции остаются в самой компании. Это новая технология для производства камеральных и полевых топогеодезических работ, при которой облачная ГИС обеспечивает необходимый доступ к данным и инструментам.

Российские ГИС-продукты, как многоцелевые, так и распределённые, развивались в соответствии с мировыми тенденциями геоинформатики – это внедрение клиент-серверных приложений и поддержка Oracle Spatial [16].

Основные существующие российские ГИС: «Панорама» (КБ «Панорама»), «Талка-ГИС» (ИПУ РАН), GeoГраф (ЦГИ ИГ РАН), ПАРК (Московский филиал ФГБУ «ВСЕГЕИ»), Sinteks ABRIS (ООО «ТРИСОФТ»), «ИнГео» (Центр системных исследований «Интегро», г. Уфа) [17].

Наиболее известная в России ГИС «Панорама» также использует облачные технологии на геоинформационной станции Panorama @ GeoCloud с управляемой системой подбора вычислительной мощности и времени использования. Этот сервис разработан израильской компанией, он предоставляет возможность удалённой работы с программными продуктами и с базами данных, а также с лучшими программными продуктами в области геоинформационных технологий. В настоящее время эта станция позволяет создавать цифровые карты, производить обработку данных дистанционного зондирования земли, выполнять различные измерения, строить трёхмерные модели местности с использованием облачных баз данных, созданных, однако, израильской компанией, что может быть непригодно для пользователя из России.

Интерес к облачным технологиям в настоящее время не снижает уровень интереса к традиционным ГИС. Сейчас можно говорить о распределённых ГИС как о сервисе – облачных ГИС, о дополнительной платформе, позволяющей расширить технологические решения и одновременно оптимизировать производственные затраты [14]. Предоставление и распределение аппаратного и программного обеспечения посредством сетей является одним из важных направлений развития ГИС нового поколения, поэтому средства ГИС для моделирования КЭНС остаются более привлекательными. Поиск данных, при необходимости их визуализация и загрузка, трансформирование данных согласно установленным требованиям произ-

ходит при обращении к соответствующим сервисам – эти функции реализуются в ГИС. При этом возможна поддержка облачного сервиса в части предоставления снимков, коэффициентов спектральной яркости объектов местности в разных спектрах длин волн ЭМИ. Эти сервисы являются ведомственными.

Как правило, выполняемые в ГИС приложения реализуются в одной операционной системе. Возможны одновременные обращения к многозадачным приложениям, при этом необходимо распараллеливать вычисления задач в приложениях. При реализации нескольких приложений в ГИС следует говорить о многопоточности. В частности, это относится к созданию мешающих факторов для работы КЭНС в виде стрессового воздействия на съёмочную систему КЭНС как случайного характера, так и в виде целенаправленного воздействия [1,2]. Задача стрессового воздействия на съёмочную систему КЭНС с оценкой её работоспособности является сложной и многоциклической, требует значительного процессорного времени.

Программный продукт ArcGIS Pro является многопоточным приложением. В нём доступно более 70 инструментов геодезической обработки, которые поддерживают параллельные вычисления. Как правило, при работе с ArcGIS Pro можно в фоновом режиме производить геодезическую обработку данных и одновременно создавать карты, работать с другими сценами [19]. Однако сейчас в России нет предприятий, использующих этот программный продукт с технической поддержкой вендора.

В ГИС «Панорама» (версия 12, Россия) реализована многопоточная обработка файлов, которая позволяет практически линейно (по числу ядер процессора) повышать производительность обработки данных на основе функций MAPAPI интерфейса, адаптированных к многопоточному применению [19].

Цифровая фотограмметрическая станция (ЦФС) РНОТОМОД (Россия) может использоваться как локальная ЦФС с распределённой сетевой средой [20]. ЦФС является основным инструментом для создания качественных изображений для последующего использования в ПГИСМ КЭНС.

Здесь же отметим технологию «Талка» и цифровую фотограмметрическую станцию, разработанную в ИПУ РАН [21]; на сегодняшний день она не поддерживает облачные вычисления. Технология обычная, реализуется с использованием сервера института. Кроме того, большинство мировых

ведущих сайтов в настоящее время просто недоступны для российских программных продуктов. Недоступны также и облачные сервисы, российских же облачных сервисов в области ГИС-технологий нет.

За последние 50 лет компьютерные вычисления основывались на пяти базовых платформах: мэйнфреймах (мощных вычислительных системах), миникомпьютерах, персональных компьютерах, серверах и мобильных устройствах. Сейчас зарождается шестой тип – облачная платформа. Поэтому разработчики ГИС рассматривают облачные сервисы и параллельные вычисления как важное направление развития собственных платформ, включая ПГИСМ КЭНС.

При выборе платформы для эффективного решения множества информационных задач необходимо учитывать, что прирост эффективности вычислений зависит от алгоритма задачи и количества последовательных расчётов [8, 22]. Не для всякой задачи наращивание числа процессоров в вычислительной системе приводит к повышению эффективности.

Применение закона Амдала в этом случае касается не составных частей одной задачи, а набора задач, реализуемых в прикладных ГИС для синтеза поисковых КЭНС с заданными свойствами для эффективного решения навигационных задач.

При реализации моделей КЭНС используются следующие алгоритмы и гипотезы, напрямую связанные с конечным результатом работы навигационной системы [23]:

- используемые типы физических полей Земли (оптическое, тепловое, радиотепловое, радиолокационное и т. п.),
- возможные алгоритмы поиска и обработки изображений бортовыми вычислителями,
- состояние погодных условий на время навигационных определений,
- возможные значения ошибок местоположения носителя,
- возможные значения размеров навигационных участков,
- линейные интервалы дискретизации исходной карты,
- высота движения навигационной системы,
- алгоритмы распознавания образов,
- алгоритмы анализа сцен,
- алгоритмы определения опорных навигационных ориентиров,
- алгоритмы кластеризации,
- алгоритмы обучения нейросетей,



– возможные значения решающей функции КЭНС при точной навигации и навигации с заданной ошибкой,

– алгоритмы стрессового воздействия на съёмочную систему КЭНС с применением различных типов средств стрессового воздействия в используемых диапазонах длин волн ЭМИ с заданными условиями (точности, возможности средств стрессового воздействия и т. д.).

На основе принятых алгоритмов и гипотез моделирования КЭНС строится карта стрессового воздействия на СС КЭНС, которая определяет условия точной (заданной) навигации, навигации с заданной ошибкой. Все указанные алгоритмы и гипотезы динамичны, возможны их изменения в заданных диапазонах.

Распределённые ГИС, установленные в нескольких предприятиях соответствующего профиля, могут предоставлять некоторые облачные сервисы. Это могут быть подготовленные данные, например, карты с навигационными свойствами анализируемой территории, подготовленные с использованием снимков в разных диапазонах длин волн ЭМИ. В частности, с определёнными опорными точками, полученными с применением метода SURF, выполняющего поиск опорных точек на изображениях с помощью матрицы Гессе, и последующим созданием их дескрипторов, инвариантных к масштабу и вращению изображения.

Таким образом, платформа ГИС общего назначения должна быть расширена и реализована в виде ПГИСМ КЭНС. В этой же прикладной ГИС реализуются модели синтеза карты стрессового воздействия на съёмочную систему с использованием отражательных и поглощающих коэффициентов объектов местности [19].

Наконец отметим, что существуют ещё и бессерверные облачные среды, которые позволяют базе данных самостоятельно подстраиваться под нагрузку [24]. Результат обработки событий не зависит от состояния памяти сервера. Эти эластичные вычисления могут представлять интерес при решении задач моделирования КЭНС и требуют дальнейшего исследования. Появление бессерверных вычислений связано с переходом от серверов к виртуализации и контейнеризации, что позволяет предоставлять больше ресурсов решению задач, а не обслуживанию платформ и инфраструктуры [12]. По существу, это реализация многопоточных и параллельных вычислений в облачных бессерверных средах. Бессерверные вычисления на российских предприятиях ещё не используются, что следует из материалов публикаций [16–18, 25]. Возможно, что бессерверные облачные среды и не нужно использовать в облачных ГИС, в частности

в прикладной ГИС для моделирования КЭНС. Вся необходимая информация должна быть сосредоточена на серверах распределённых ГИС нескольких организаций указанного профиля. Этот вопрос является дискуссионным.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе анализа облачных технологий и параллельных вычислений, состояния развития и использования этих технологий в облачных ГИС сделаны основные выводы.

• Отмечено, что зависимость российских организаций от иностранных технологий в последние годы была очень сильная. Сейчас многие иностранные вендоры информационных технологий покинули Россию, были ограничены поставка и поддержка лицензий, включая системы хранения данных, серверы, системы защиты информации. Очевидна необходимость комплексного подхода к построению собственной информационной инфраструктуры, начиная от архитектуры и заканчивая резервированием и защитой данных.

• Показано, что при внедрении облачных технологий в облачную ПГИСМ КЭНС необходимо изыскивать собственные решения по архитектуре и программному обеспечению и производить поиск альтернатив среди российских производителей и разработчиков. Одновременно необходимо решить проблему совместимости продуктов.

• Показано, что при планировании выполнения задач в облачных средах, которые ранее решались автономно в ГИС, необходимо использовать параллельные вычисления в ПГИСМ КЭНС с заданными свойствами с учётом всего спектра длин волн электромагнитного излучения в окнах прозрачности, включая мешающие факторы в виде стрессового воздействия на датчики навигационных систем для синтеза условий эффективной навигации в условиях помех.

• Выявлена специфика параллельной структуры алгоритмов КЭНС, учёт которой при реализации этих алгоритмов средствами вычислительных систем, поддерживающих параллельные вычисления, позволяет наиболее полно использовать их преимущества. Показано, что в вычислительной системе для моделирования работы КЭНС должен быть обеспечен параллелизм на уровне потоков команд и данных при реализации моделей поисковых КЭНС с применением облачных технологий и параллельных вычислений.

• Определены компоненты ПГИСМ КЭНС, имеющие аналоги в смежных предметных областях. При наличии требуемых вариантов доступа к

таким компонентам могут быть минимизированы затраты на реализацию ПГИСМ КЭНС. Доступ может быть организован в распределённых ГИС, объединённых в сеть с необходимым уровнем защиты информации.

• Показана возможность реализации ПГИСМ КЭНС с использованием классических технологий на основе существующих систем анализа и обработки изображений, облачных ГИС и облачных технологий общего назначения. В настоящее время наиболее привлекательными остаются классические технологии обработки изображений. При этом должно быть обеспечено строгое соблюдение нормативно-правовых и технических актов по использованию исходных материалов, а также обеспечение безопасности используемых и создаваемых материалов. Облачные же технологии общего назначения пока займут незначительное место в задачах, связанных с моделированием КЭНС, поскольку создание новых приложений потребует времени и средств.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алчинов А.И., Гороховский И.Н. Концепция создания прикладной географической информационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных систем автономной навигации // Проблемы управления. – 2022. – № 1. – С. 54–66. [Alchinov, A.I., Gorokhovskiy, I.N. A Conceptual Applied Geographic Information System for Modeling Search Autonomous Correlation-Extreme Navigation Systems // Control Sciences. – 2022. – No. 1. – P. 43–54.]
2. Алчинов А.И., Гороховский И.Н. Анализ стрессовых воздействий на условия автономной навигации поисковых корреляционно-экстремальных навигационных систем // Проблемы управления. – 2022. – № 6. – С. 42–58. [Alchinov, A.I., Gorokhovskiy, I.N. Analysis of Stress Exposures on Autonomous Navigation Conditions in Search Correlation-Extreme Navigation Systems // Control Sciences. – 2022. – No. 6. – P. 35–48.]
3. Marinescu, D.C. Cloud Computing. Theory and Practice. Second Edition. – Waltham: Morgan Kaufmann Publishers, 2018. – 566 p.
4. Воеводин В.В. Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ – Петербург, 2002. – 608 с. [Voevodin, V.V., Voevodin, Vl.V. Parallelnye vychisleniya. – SPb.: BHV – Peterburg, 2002. – 608 s. (In Russian).]
5. Ежова Н.А., Соколинский Л.Б. Обзор моделей параллельных вычислений // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. – 2019. – Т. 8, № 3. – С. 58–91. – DOI: 10.14529/cmse190304. [Ezhova, N.A., Sokolinskij, L.B. Obzor modelej parallelnyh vychislenij // Vestnik YUUrGU. Seriya: Vychislitel'naya matematika i informatika. – 2019. – Vol. 8, no. 3. – S. 58–91. – DOI: 10.14529/cmse190304. (In Russian).]
6. Cloud computing. – URL: [https://www.tadviser.ru/index.php/Cloud\\_Computing](https://www.tadviser.ru/index.php/Cloud_Computing) (дата обращения 29.03.2023). [Accessed March 29, 2023.]
7. Zhang, G., Zhu, A.X., Huang, Q. A GPU-Accelerated Adaptive Kernel Density Estimation Approach for Efficient Point Pattern Analysis on Spatial Big Data // International Journal of Geographical Information Science. – 2017. – Vol. 31, no. 10. – P. 2068–2097.
8. Журавлёв Ю.И., Гуревич И.Б. Распознавание образов и распознавание изображений // Распознавание, классификация, прогноз. Математические методы и их применение: Ежегодник / Под ред. Ю.И. Журавлева. – М.: Наука, 1989. – Вып. 2. – С. 5–72. [Zhuravlyov, Yu.I., Gurevich, I.B. Raspoznavanie obrazov i raspoznavanie izobrazhenij // Raspoznavanie, klassifikaciya, prognoz. Matematicheskie metody i ih primeneniye: Ezhegodnik / Pod red. Yu.I. Zhuravleva. – M.: Nauka, 1989. – Vyp. 2. – S. 5–72. (In Russian).]
9. Nupponen, J., Taibi, D. Serverless: What It Is, What to Do and What not to Do // Proc. Int. Conf. Softw. Archit. (ICSA 2020), – Salvador, 2020. – P. 49–50. – DOI: 10.1109/ICSA-C50368.2020.00016.
10. Serrano, N., Gallardo, G., Hernantes, J. Infrastructure as a Service and Cloud Technologies // IEEE Software. – 2015. – Vol. 32, iss. 2. – P. 30–36.
11. Черняк Л. Интеграция – основа облака // Открытые системы. СУБД. – 2011. – № 7. – URL: <https://www.osp.ru/os/2011/07/13010473/> [Chernjak, L. Integraciya – osnova oblaka // Otkrytye sistemy. SUBD. – 2011. – № 7. – URL: <https://www.osp.ru/os/2011/07/13010473/> (In Russian)]
12. Yang, C., Huang, Q., Li, Z., et al. Big Data and Cloud Computing: Innovation Opportunities and Challenges // International Journal of Digital Earth. – 2016. – Vol. 10, no. 1. – P. 1–41, DOI: 10.1080/17538947.2016.1239771.
13. Ye, X., Huang, Q., Li, W. Integrating Big Social Data, Computing and Modeling for Spatial Social Science // Cartography and Geographic Information Science. – 2016. – Vol. 43, no. 5. – P. 377–378.
14. Huang, Q., Li, J., Zhang, T. Domain Application of High Performance Computing in Earth Science: An Example of Dust Storm Modeling and Visualization // In: High Performance Computing for Geospatial Applications. – Cham: Springer, 2020. – P. 249–268.
15. Li, Z., Tang, W., Huang, Q., et al. Introduction to Big Data Computing for Geospatial Applications // International Journal of Geo-Information. – 2020. – Vol. 9, no. 8. – Art. no. 487.
16. Google Cloud Tensor Processing Unit. – URL: [https://tadviser.com/index.php/Product:Google\\_Cloud\\_Tensor\\_Processing\\_Unit](https://tadviser.com/index.php/Product:Google_Cloud_Tensor_Processing_Unit) (дата обращения 12.10.2022). [Accessed October 10, 2022.]
17. Технология работы в ГИС «Панорама» с помощью онлайн-сервиса GeoCloud. – URL: <https://gisinfo.ru/techno/geocloud.htm> (дата обращения 03.10.2022). [Tekhnologiya raboty v GIS «Panorama» s pomoshch'yu onlain-servisa GeoCloud. – URL: <https://gisinfo.ru/techno/geocloud.htm> (accessed October 3, 2022).]
18. BIM в облаке: обзор ключевых решений для информационного моделирования. – URL: <https://www.cloud4y.ru/blog/cloud-bim-solutions-overview/> (дата обращения 20.05.2023). [BIM v oblake: obzor klyuchevykh reshenii dlya informatsionnogo modelirovaniya. – URL: <https://www.cloud4y.ru/blog/cloud-bim-solutions-overview/> (accessed May 20, 2023).]
19. Лубнин Д.С. Модернизация инфраструктуры пространственных данных с использованием облачных технологий // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2018. – Т. 62,



- № 5. – С. 590–598. – DOI 10.30533/0536-101X-2018-62-5-590-598. [Lubnin, D.S. Modernization of spatial data infrastructure using cloud technologies // *Izv. vuzov «Geodesy and aerial photography»*. – 2018. – Vol. 62, no. 5. – P. 590–598. – DOI 10.30533/0536-101X-2018-62-5-590-598. (In Russian)].
20. Сечин А.Ю., Адров В.Н. Фотограмметрия и облачные технологии // *Геопрофи*. – 2017. – № 2. – С. 24–27. [Sechin, A.Yu., Adrov, V.N. Photogrammetry and Cloud Technologies // *Geoprofi*. – 2017. – No. 2. – P. 24–27. (In Russian)].
21. Алчинов А.И., Беклемишев Н.Д., Кекелидзе В.Б. Методы цифровой фотограмметрии. Технология «Талка». – М.: Московский государственный университет печати, 2007. – 259 с. [Alchinov, A.I., Beklemishev, N.D., Kekelidze, V.B. *Metody cifrovoj fotogrammetrii. Tekhnologiya «Talka»*. – М.: Moskovskij gosudarstvennyj universitet pechati, 2007. – 259 s. (In Russian)].
22. Черемисинов Д.И. Закон Амдала и границы параллельных вычислений // Шестая Международная научно-практическая конференция «BIG DATA and Advanced Analytics. BIG DATA и анализ высокого уровня». – Минск, 2020. – С. 294–300. [Cheremisinov, D.I. Amdahl's Law and the Boundaries of Parallel Computing // *The sixth International Scientific and Practical Conference «BIG DATA and Advanced Analytics. BIG DATA and High-level analysis»*. – Minsk, 2020. – P. 294–300. (In Russian)].
23. Yu, M., Bambacus, M., Cervone, G., et al. Spatiotemporal Event Detection: A Review // *International Journal of Digital Earth*. – 2020. – Vol. 13, no. 1. – P. 1–27.
24. Lloyd, W., Ramesh, S., Chinthalapati, S., et al. Serverless computing: An Investigation of Factors Influencing Microservice Performance // *Proc. Int. Conf. Cloud Eng. (IC2E)*. – Orlando, 2018. – P. 159–169. – DOI: 10.1109/IC2E.2018.00039.
25. Фомичев А., Бондарь О. Бессерверная альтернатива традиционным базам данных // *Открытые системы. СУБД*. – 2021. № 1. – С. 20–23. DOI: 10.51793/OS.2021.86.20.003. [Fomichev, A., Bondar, O. A serverless alternative to traditional databases // *Open systems. DBMS*. – 2021. – No. 1. – P. 20–23. DOI: 10.51793/OS.2021.86.20.003. (In Russian)].

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Поступила в редакцию 24.04.2023,  
после доработки 05.07.2023.  
Принята к публикации 18.07.2023.

**Алчинов Александр Иванович** – д-р техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ alchinov46@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6553-376X>

**Гороховский Игорь Николаевич** – канд. техн. наук, НИЦ ТГНО 27 ЦНИИ, Москва, ✉ gin\_box@mail.ru.

© 2023 г. Алчинов А.И., Гороховский И.Н.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## EXPANDING THE FUNCTIONALITY OF AN APPLIED GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEM FOR MODELING SEARCH CORRELATION-EXTREME NAVIGATION SYSTEMS

A.I. Alchinov<sup>1</sup> and I.N. Gorokhovskiy<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Research Center of Topographic and Navigational Support, Central Research Institute No. 27, Moscow, Russia

✉ alchinov46@mail.ru, ✉ gin\_box@mail.ru

**Abstract.** This paper further develops the concept of an applied geographic information system (AGIS) for modeling search correlation-extreme navigation systems (CENSs) intended to control moving objects. The possibility of using parallel, distributed, and cloud computing for modeling CENSs is investigated. In modern conditions, it is necessary to diagnose the operation of CENSs under stress exposure on their shooting systems. The stress exposure parameters are modeled by accessing specialized databases containing the characteristics of terrain objects in different electromagnetic radiation wavelength ranges. As a rule, such characteristics are unavailable in geographic information systems (GISs) and cloud environments. It is demonstrated that CENSs should be diagnosed by modeling the shooting system using cloud GISs. The issues of parallel computing for pattern recognition tasks are considered. The peculiarities of the parallel structure of CENS search algorithms are revealed. When implementing these algorithms in parallel computing systems, proper consideration of the peculiarities allows utilizing their advantages to the highest degree.

**Keywords:** cloud computing, cloud service, parallel computing, computing systems, pattern recognition, cloud geographic information system, search correlation-extreme navigation system.

## **МОНИТОРИНГ КОМПОНЕНТОВ КОМПЛЕКСА БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ В ЦЕЛЯХ УПРАВЛЕНИЯ ЕГО ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ**

В.Н. Буков, А.М. Бронников, А.В. Воробьев, А.С. Попов, В.А. Шурман

**Аннотация.** Рассмотрена проблема мониторинга технического состояния компонентов комплекса бортового оборудования с целью его реконfigurирования в реальном времени. Предполагается использование по крайней мере трех уровней систем мониторинга: ближайшая перспектива – исключительно традиционные встроенные средства контроля (ВСК); дальнейшее продвижение – ВСК в совокупности со средствами повышения достоверности выполняемого диагностирования, включая организацию взаимно перекрестного парного мониторинга; более отдаленная перспектива – логические алгоритмы обработки наблюдений за поведением системы в целом, основанные на нормализованных правилах анализа функциональных отказов (АФО) авиационной техники. Математическое содержание парного мониторинга состояния компонентов заключается в формировании так называемых матриц предпочтения, по значению которых посредством специальных таблиц не только определяется с высокой достоверностью состояние объектов диагностирования, но и оцениваются возможные ошибки средств диагностирования. Применительно к методам третьего уровня предложена последовательность действий, заключающаяся в поочередном инициировании обратной и прямой логических моделей, воспроизводящих зависимости отказных состояний по результатам АФО. Предложена обновленная методика работы с триплексными логическими моделями. Основным преимуществом таких моделей является существенная простота и универсальность, что обеспечивает эффективность их применения к широкому кругу динамических систем различной сложности. Приведенный методический пример иллюстрирует применение логических триплексных моделей.

**Ключевые слова:** комплекс бортового оборудования, мониторинг технического состояния, логический парный мониторинг, логические триплексные модели, анализ функциональных отказов, управление избыточностью.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Создание избыточных реконfigurируемых комплексов бортового оборудования (КБО) подвижных объектов является безальтернативным путем достижения предельно возможной надежности этих комплексов в условиях как ограниченной надежности используемых компонентов, так и воздействия широкого спектра внешних факторов. В соответствии с изложенным в работе [1] активный тип парирования отказов или адаптации к отказам в реконfigurируемых системах<sup>1</sup> предполагает совместное функционирование по крайней

мере трех подсистем, одна из которых представляет собой собственно реконfigurируемую или адаптируемую часть оборудования<sup>2</sup> (в нашем случае – оборудования комплекса), вторая осуществляет обнаружение (мониторинг) и диагностирование отказов<sup>3</sup> этого комплекса, а третья реализует так называемый механизм реконfigurирования<sup>4</sup>.

Реконfigurируемость КБО означает наличие в его оборудовании свойств, обеспечивающих возможность целенаправленного изменения в реаль-

<sup>1</sup> Active Fault-Tolerant Control System (AFTCS) – активно отказоустойчивая система управления (система управления с активным парированием отказов).

<sup>2</sup> Reconfigurable Control System (RCS) – реконfigurируемая система управления.

<sup>3</sup> Fault Detection and Diagnosis (FDD) – обнаружение и диагностирование отказов.

<sup>4</sup> Reconfiguration Mechanism (RM) – механизм реконfigurирования (англоязычный термин скорректирован авторами).

ном времени как параметрических, так и структурных его характеристик.

Управление же избыточностью по определению возлагается на вторую и третью упомянутые подсистемы.

Исторически сложилось так, что исследования по мониторингу, диагностированию и реконфигурированию технических систем практически изолированы друг от друга. С одной стороны, известные решения в области мониторинга и диагностирования [2–9] не связаны с последующим использованием их результатов в реальном времени. С другой стороны, авторы подходов к реконфигурированию [10–14] исходят из результатов мониторинга как данности. Такая ситуация обладает очевидными недостатками, поскольку остаются без ответа следующие вопросы: какова действительная необходимость диагностирования в реальном времени, каковы взаимные требования диагностирования и реконфигурирования, как систематически анализировать их взаимодействие и пр.

Тем не менее, пока в научной литературе и практике преобладает раздельное решение проблем мониторинга, диагностирования и реконфигурирования.

Настоящая статья посвящена проблеме мониторинга работоспособности компонентов реконфигурируемого комплекса с ориентацией на его использование в рамках подхода к управлению избыточностью на основе супервизорного способа управления конфигурациями [15]. Здесь рассматривается более широкая постановка – мониторинг готовности КБО, наряду с работоспособностью охватывающий вопросы завершения всех видов подготовки его компонентов в реальном времени к применению по назначению.

## 1. ФУНКЦИИ И ПОКОЛЕНИЯ СРЕДСТВ МОНИТОРИНГА

В развиваемой прикладной теории управления избыточностью [15] перед средствами мониторинга ставится цель определения для каждого доступ-

ного компонента (аппаратного или программного) его индекса готовности (ИГ) и показателя функциональной эффективности (ПФЭ) для использования в периодическом арбитраже конфигураций.

Предполагается, что мониторинг выполняется в три основных шага:

- сбор данных от компонентов либо путем инициирования данных специальными запросами, либо в режиме перехвата трансляции, осуществляемой компонентами самостоятельно;

- обработка данных, включая их первичную математическую обработку, если они поступают от нескольких источников и относятся к одному компоненту, и подготовку результатов (формирование ИГ и ПФЭ) к передаче;

- передача результатов в виде ИГ и ПФЭ на уровень управления избыточностью по запросам супервизоров или путем транслирования по локальной сети с общим доступом.

Предполагается [15], что по мере развития теории и прикладных аспектов могут применяться различные по принципам и алгоритмам методы мониторинга, образующие три основных уровня, сведенные в табл. 1.

Первый уровень мониторинга является базовым и основан исключительно на существующих или вновь создаваемых разработчиками компонентов встроенных средствах контроля (ВСК). Достижимый эффект состоит в обеспечении контроля оборудования в соответствии с отраслевыми нормативными документами, определяющими глубину и качество процедур контроля [16, 17].

Второй уровень предполагает применение, наряду с существующими ВСК, эффективных алгоритмических решений с взаимным контролем резервированных компонентов, имеющих в своем составе ВСК, например, процедур логического парного мониторинга (ЛПМ) [18]. Соответствующая реализация возможна в бортовых автоматизированных системах контроля (БАСК) и системах технического обслуживания (БСТО) [17]. При не-

Таблица 1

Развитие методов мониторинга избыточных КБО

№	Уровень	Средства	Инструментарий	Достижимый эффект
1	Базовый	Традиционные ВСК	Самостоятельное выполнение мониторинга	Обеспечение контроля оборудования в соответствии с отраслевыми нормативными документами
2	Перспективный	Интеграция с БАСК, использовании ЛПМ	Интеграция в архитектуру существующих (разрабатываемых) БАСК (БСТО)	Более полный и взаимодополняющий контроль оборудования на основе различных технических и алгоритмических решений
3	Перспективный	Алгоритмы независимого мониторинга	Применение более сложных алгоритмов и стратегий мониторинга (логические модели, прогнозирование состояния)	Качественно новый уровень и высокая достоверность контроля, обнаружение и диагностирование множественных отказов



однородности<sup>5</sup> объектов контроля и их ВСК может быть получен эффект максимально достоверной оценки работоспособности функциональной части компонентов и работы самих ВСК.

На третьем уровне предполагается применение более сложных, а главное, не зависящих от ВСК алгоритмов и стратегий мониторинга, основанных на анализе процессов, протекающих в системе «объект + КБО», с использованием разнообразных концепций и моделей, в том числе с прогнозированием состояния. В частности, речь может идти о логических моделях на основе так называемых направленных триплексных графов [19].

## 2. МОНИТОРИНГ НА ОСНОВЕ ВСТРОЕННЫХ СРЕДСТВ КОНТРОЛЯ

Встроенные средства контроля представляют собой совокупность аппаратных или программных компонентов, специально вводимых в состав систем или комплектующих изделий, функциональных узлов (ФУз). Они, как правило, не участвуют в работе функциональных модулей (ФМ) системы или ее ФУз по назначению, а собирают и обобщают различные данные, объективно отражающие, по мнению разработчика, работоспособность этих модулей.

Применяются два существенно различных подхода к организации работы ВСК:

- тестовый контроль работоспособности аппаратуры, сопряженный с необходимостью и возможностью временного «изъятия» объекта контроля из процесса функционирования по назначению;

- функциональный контроль, производимый в процессе функционирования объекта контроля по назначению.

Реализация функционального контроля базируется обычно на применении двух основных принципов:

- *Использование различных схем голосования.* Распространенным вариантом являются так называемые кворум-элементы (КЭ), выделяющие неисправные модули на основе обработки результатов голосования нескольких подключенных ФМ. Суждение о работоспособности ФМ делается на основе значительного (наибольшего или превышающего пороговое значение) отклонения его выхода от других однотипных модулей [20].

Основные особенности метода кворумирования включают:

- предположение о неизменности технического состояния ФМ в пределах цикла;

- предположение о том, что КЭ может быть только исправным;

- применимость к числу ФМ, превышающему 2 (при двух ФМ объектом оценки работоспособности становится пара ФМ, а не каждый ФМ в отдельности);

- предположение о том, что с учетом правил голосования (равноправное, взвешенное, с дискриминациями и пр.) исправные ФМ внутри каждого цикла доминируют над неисправными и реализована возможность отключения неисправных;

- общий поток данных для всех ФМ.

Своеобразная форма голосования широко реализуется в так называемых самопроверяемых системах [9], в которых совокупность однотипных модулей, подверженных одинаковым входным воздействиям, разбивается на пары, и выходы внутри каждой пары сравниваются между собой. Пара с совпадающими выходами считается работоспособной, в противном случае оба модуля пары полагаются неработоспособными.

- *Использование правил достоверности (ПД).* В зависимости от конкретных условий и решений в качестве таких правил могут выступать: сравнение с эталонными моделями, фиксирование нарушений заданных временных и (или) параметрических интервалов (контроль по допуску на параметр [20]), проверка логических и др. соотношений, вычисление инвариантов разных порядков и пр.

Основные особенности метода использования ПД:

- в пределах цикла работоспособность ФМ не изменяется;

- предполагается, что элемент, реализующий правила достоверности, может быть только работоспособным, в том числе при наличии эталонной модели она может быть только работоспособной;

- применимость к любому числу ФМ;

- предполагается, что входные и выходные данные в достаточной степени информативны;

- каждый ФМ имеет свой поток данных.

Мониторинг технического состояния вычислительных блоков в центральной вычислительной системе КБО организуется на основе комплексного применения указанных выше методов.

В соответствии со спецификацией стандарта ARINC 653 монитор состояния (Health Monitor) представляет собой системную функцию, отвечающую за мониторинг ошибок в работе аппаратных средств, прикладного программного обеспечения и операционной системы и передачу соответствующих сообщений. Конечный сбор информации о

<sup>5</sup> Узлы одинакового предназначения созданы различными разработчиками и (или) на основе различных технических решений.

техническом состоянии вычислителя в процессе штатной работы выполняется механизмами ядра операционной системы и (или) специальным разделом системного ПО.

Результирующая информация монитора состояния передается в БСТО и в каналы связи с наземными средствами либо обрабатывается операционной системой. Входными данными для формирования этой информации являются:

- результаты работы тестов встроенного контроля, проверяющих работоспособность аппаратуры в фоновом режиме в специально выделяемые временные интервалы;
- выходные данные программных обработчиков «особых случаев», обнаруживаемых аппаратными средствами в процессе выполнения функциональных приложений и представляющих собой обычно фиксацию результатов ошибок программирования либо протокольных нарушений при приеме данных во входных каналах внешнего интерфейса;
- информация функциональных приложений об ошибках, некорректности входных или выходных данных.

Несколько особняком стоит недавно возникшее направление [21], которое можно назвать мониторингом ФМ по его эксплуатационным данным. Подразумевается, что непосредственно с ФМ конструктивно и функционально связан специальный элемент (чип), собирающий и накапливающий данные об условиях его использования и хранения. В число параметров, хранимых и выдаваемых таким чипом в модуль мониторинга, входят различные данные о ФМ, включая:

- паспортные данные,
- результаты испытаний на разных стадиях жизненного цикла,
- статистику эксплуатационных показателей и характеристик (оценки достигаемой точности, остаток ресурса, энергетические показатели и пр.),
- статистику внешних воздействий во время использования по назначению, при хранении и регламентных работах.

На модуль мониторинга возлагается анализ поступающих данных и формирование на основе этого анализа суждения о возможной работоспособности ФМ.

Подводя итог, можно отметить в разной степени распространенные особенности (ограничения) ВСК:

- наличие слабых<sup>6</sup> предположений о неизменности работоспособности проверяемых устройств внутри цикла мониторинга;

<sup>6</sup> Удовлетворение предположения не влияет на практическое применение подхода.

- наличие сильных<sup>7</sup> предположений о работоспособности систем контроля или их основных устройств,

- ограничение минимального или требование большого числа ФМ (для случая кворумирования или мажоритарного контроля),

- требование доминирования работоспособных ФМ над неработоспособными,

- возможность оперативного отключения неисправных ФМ,

- требование информативности процессов в ФМ.

Основное же преимущество непосредственного использования ВСК (как есть) для мониторинга компонентов в избыточном КБО заключается в отлаженности технологий их создания и практического применения.

Интенсивно развиваются аналитические методы мониторинга и диагностирования [5–7], развивающие концепцию правил достоверности и основанные на использовании теоретических закономерностей и особенностей функционирования динамических систем.

### 3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКОГО ПАРНОГО МОНИТОРИНГА

Общим недостатком использования ВСК является вынужденное доверие этим средствам диагностирования, т. е. априорное предположение об их непогрешимости [22–24]. Проведенные исследования [15] показали, что без учета неизбежной ограниченности возможностей средств контроля (мониторинга) реально достигаемая отказоустойчивость может значительно уступать ожиданиям.

Такое положение можно исправить путем применения процедур логического парного мониторинга (ЛПМ) [18], заключающегося в том, что для двух контролируемых ФМ одного функционального назначения осуществляется как автономный, так и взаимно перекрестный мониторинг. Предполагается, что все сопоставимые по назначению и принципам функционирования конструктивно обособленные функциональные узлы «ФМ + ВСК» сконструированы таким образом, что ВСК каждого из них может получить доступ к ФМ любого другого узла<sup>8</sup>, что иллюстрирует рис. 1.

<sup>7</sup> Удовлетворение предположения значительно сужает прикладные возможности подхода.

<sup>8</sup> Реализация такого предложения в полном объеме может столкнуться с существенными трудностями, однако в качестве компромисса по усмотрению разработчика может осуществляться ограниченный доступ.

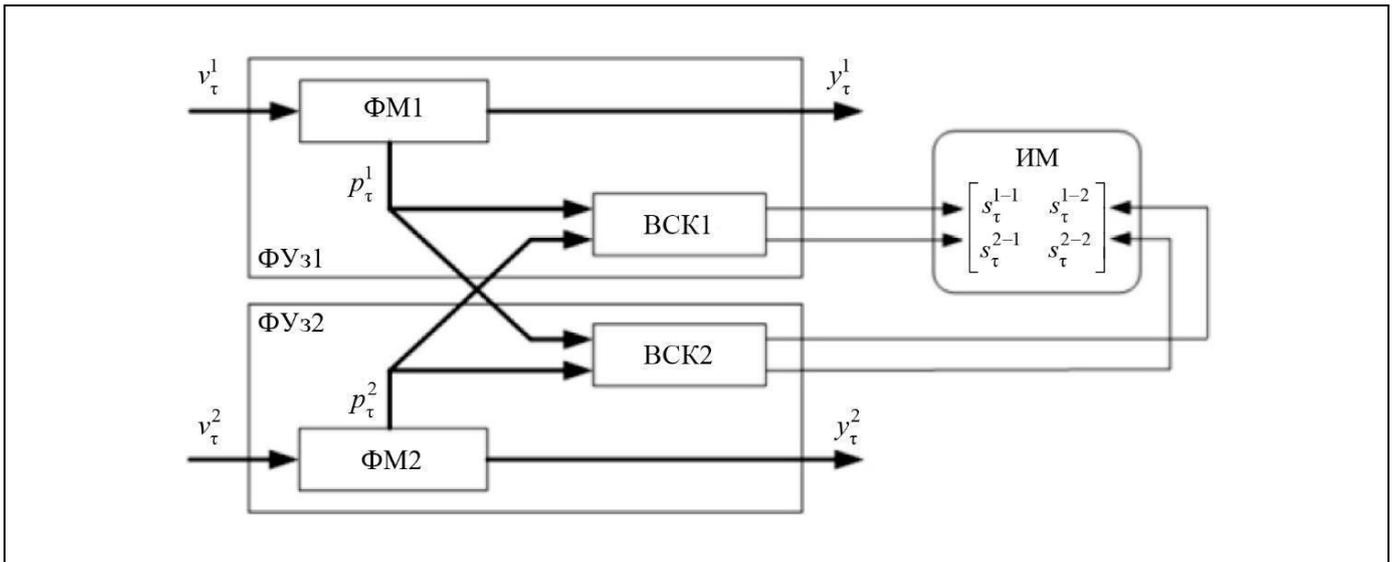


Рис. 1. Схема соединения функциональных узлов для осуществления ЛПМ

На рис. 1 использованы обозначения:  $\tau$  – текущее время (номер цикла мониторинга);  $v_\tau$  – входные данные;  $y_\tau$  – выходные данные;  $p_\tau$  – контролируемые параметры (которые могут включать  $v_\tau$  и  $y_\tau$ );  $s_\tau^{i-j}$  – оценка работоспособности  $i$ -го ФМ, сформированная  $j$ -м ВСК. Бинарные оценки работоспособности (1 – работоспособен, 0 – неработоспособен) образуют индикаторную матрицу (ИМ).

Мониторинг осуществляется в условиях предположений:

- Потоки однотипных данных через различные ФМ не связаны между собой (функциональная автономность ФМ).

- Каждый функциональный узел ФМ + ВСК выполнен на технологической базе и поддерживается инфраструктурными средствами, не зависящими от базы и средств других ФУз (техническая разнородность ФУз).

- ФМ могут быть независимо работоспособными или неработоспособными (независимость работоспособности ФМ).

- Только один в паре ВСК может допускать простую ошибку: ошибочную оценку «работоспособен» или «неработоспособен» (безошибочность работы хотя бы одного ВСК).

- Процесс мониторинга разбит на циклы, внутри которых работоспособность ФМ и ошибки ВСК неизменны (стационарность работоспособности ФУз).

В работе [18] показано, что при справедливости этих предположений полная группа различных значений ИМ составляет 13 матриц, однозначно связанных с работоспособным или неработоспособным состоянием обоих ФУз. Причем в соответствии с индикаторным правилом ЛПМ, компактно отражаемым табл. 2 [18], каждое значение ИМ однозначно определяет техническое состояние как каждого ФМ, так и каждого ВСК. Исключение составляет значение ИМ

$$S_\tau^{\text{инд}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

которому может соответствовать работоспособность обоих ФУз или неработоспособность одного из ВСК в виде выдачи ложного значения оценки «исправен». Но эта неоднозначность не касается утверждения об исправности ФМ, а в части ВСК может быть учтена конструктивными решениями.

Опубликован [25] также более сложный вариант ЛПМ, учитывающий возможное наличие так называемой серой зоны (СЗ), образующейся, когда какая-то часть ВСК, участвующая в выполнении мониторинга, в смысле прохождения данных не может быть отделена от ФМ. Тогда при формировании ЛПМ рассекать ВСК приходится по границе между СЗ и аналитическим сегментом (АС). Это приводит к модификации индикаторного правила и в целом к снижению результативности мониторинга: работоспособность СЗ сливается (неразличимо) с работоспособностью ФМ, идентификация ошибок относится исключительно к АС.

**Значения ИМ, получаемые в результате ЛПМ**

Неработоспособность ФМ	Ошибки в работе ВСК				
	Ошибки в работе ВСК1		Ошибки в работе ВСК2		Отсутствуют
	Ложная «1»	Ложный «0»	Ложная «1»	Ложный «0»	
Неработоспособность ФМ1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
Неработоспособность ФМ2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Отсутствует	–	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	–	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

#### 4. ФОРМИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В работах [20, 26] предложен подход к контролю работоспособности технических систем на основе логических моделей. Суть такого подхода применительно к мониторингу компонентов в комплексе с управляемой избыточностью заключается в следующем.

В соответствии с изложенным в работе [27] разработчиком КБО выполняется анализ функциональных отказов (АФО). К таким отказам относятся полное прекращение функционирования, утрата способности удовлетворять предъявляемым требованиям, прерывистое функционирование, функционирование без необходимости и др. Результатом анализа являются перечни (с описанием взаимосвязей) видов конкретных отказов техники, приводящие к функциональным отказам (с описанием последствий). В большинстве случаев принято разделять последствия отказа на местные, т. е. характерные для самого изделия, его проявление на следующем вышестоящем уровне и на высшем уровне системы в целом, например, летательного аппарата и т. п. Выявление последствий отказа на высшем уровне необходимо для сравнительной оценки критичности отказов всех компонентов, входящих в КБО. Обычно результаты АФО представляют в виде таблиц возможных отказов и их последствий.

Анализ функциональных отказов может быть не всеобъемлющим, а выполненным частично с

учетом критичности отказов различных частей систем.

Излагаемый подход предполагает переход от описательных (качественных) результатов АФО к построению двух видов формализованных логических моделей распространения отказов в объекте диагностирования (ОД) с триплексными переменными: 0 – отсутствие отказа или его влияния, 1 – наличие отказа или его влияния, & – состояние не определено.

Методика построения и использования триплексных моделей, изложенная в работах [20, 26], обладает невысоким уровнем формализации (система правил решения), что создавало трудности ее практического применения. Ниже предлагается более глубокий в методическом плане подход, в значительной части лишенный указанного недостатка.

Распространение влияния отказов (от причин к проявлениям) в КБО предлагается моделировать посредством логической сети (ЛС), содержащей обобщенные элементы с логическим оператором  $OR_i$  (аналог дизъюнкции) или  $AND_i$  (аналог конъюнкции) на входе и оператором  $OR_o$  или  $AND_o$  на выходе, как это показано на рис. 2. При этом состояние элемента  $x_{id}$  определяется значениями триплексных переменных на его входах  $x_{in}^j$  в соответствии с формулами, содержащими правые стрелки «от причины к следствию»:  $x_{in}^1 + x_{in}^2 \rightarrow x_{id}$  для оператора  $OR_i$  или  $x_{in}^1 \times x_{in}^2 \rightarrow x_{id}$  для оператора  $AND_i$ , и определяет значение таких перемен-

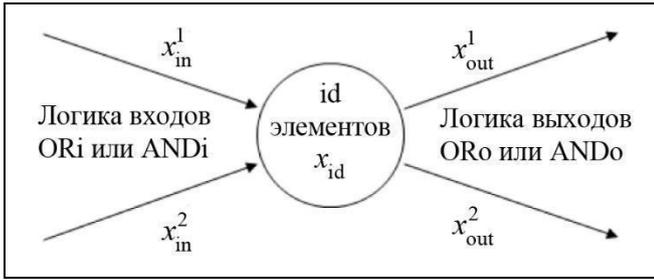


Рис. 2. Элемент логической сети (модели распространения влияния отказов в КБО)

ных на выходах:  $x_{id} \rightarrow x_{out}^1 + x_{out}^2$  для оператора ORo или  $x_{id} \rightarrow x_{out}^1 \times x_{out}^2$  для оператора ANDo. Оператор ORo должен снабжаться описанием условий переключения выходов (по внешнему воздействию, по определенным признакам состояния ЛС или др.).

Важное обстоятельство: при построении ЛС путем искусственного расчленения моделей реальных устройств требуется добиваться того, чтобы каждому ее элементу соответствовали не более одного входного и не более одного выходного оператора.

Следует обратить внимание на то, что арифметика работы с предложенными триплексными переменными не является общепринятой, а каждый переход между элементами предложенной ЛС от причины к следствию (прямая логическая модель) выполняется по правилам, сведенным в табл. 3. Дополнительно введенный символ  $\nabla$ , который будем тоже называть оператором, соответствует отсутствию альтернативы.

Так, формулы в ячейках 1-2 (строка 1, столбец 2) и 1-4 следует читать: «наличие хотя бы одного сигнала  $x_{in}^j = 1$  (влияние отказа) на входах элемента ЛС с логикой ORi приводит этот элемент к состоянию  $x_{id} = 1$  (подвержен влиянию отказа)». Это соответствует развитию отказного состояния в нерезервированных функциональных устройствах КБО. Ячейки же строки 2 связаны с логикой ANDi, характерной для резервированных устройств.

Ячейки, выделенные в табл. 3 желтым цветом, определяют распространение неопределенности & по триплексной ЛС. Остальные ячейки отражают однозначное развитие ситуации: распространение (1) или не распространение (0) влияния отказов.

Процесс анализа отказов системы связан с обратной логикой, определяющей переходы от проявлений отказов к их причинам. Соответствующие переходы (обратная логическая модель, левые стрелки «от следствия к причине»)  $x_{in}^1 + x_{in}^2 \leftarrow x_{id}$ ,  $x_{in}^1 \times x_{in}^2 \leftarrow x_{id}$  и  $x_{id} \leftarrow x_{out}^1 \times x_{out}^2$  представлены в табл. 4, где, например, формула в ячейке 2-1 читается как «состояние  $x_{id} = 1$  элемента с оператором ANDi явилось следствием одновременного наличия 1 на его входах».

Обратная логика применяется, когда известен выход и нужно сделать суждение о входе. Для операторов на входе – по состоянию элемента определить возможные комбинации на его входе, а для операторов на выходе – по комбинации на выходе определить состояние элемента ЛС.

Таблица 3

**Арифметика прямой логики**

Операторы и номера строк		Номера столбцов и формулы								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
ORi	1	1 + 1 → 1	1 + 0 → 1	1 + & → 1	0 + 1 → 1	0 + 0 → 0	0 + & → &	& + 1 → 1	& + 0 → &	& + & → &
ANDi	2	1 × 1 → 1	1 × 0 → 0	1 × & → &	0 × 1 → 0	0 × 0 → 0	0 × & → 0	& × 1 → &	& × 0 → 0	& × & → &
ORo	3	–	1 → 1 + 0	–	1 → 0 + 1	0 → 0 + 0	& → 0 + &	–	& → & + 0	–
ANDo	4	1 → 1 × 1			0 → 0 × 0			& → & × &		
$\nabla$	5	1 → 1			0 → 0			& → &		

**Арифметика обратной логики**

Операторы и номера строк		Номера столбцов и формулы		
		1	2	3
rORi	1	$0 + 0 \leftarrow 0$	$(1 + 1 \leftarrow 1 \text{ или } 1 + 0 \leftarrow 1 \text{ или } 0 + 1 \leftarrow 1 \text{ или } *) * 1 + \& \leftarrow 1$ или $\& + 1 \leftarrow 1$	$0 + \& \leftarrow \& \text{ или } \& + 0 \leftarrow \& \text{ или } \& + \& \leftarrow \&$
rANDi	2	$1 \times 1 \leftarrow 1$	$(0 \times 0 \leftarrow 0 \text{ или } 1 \times 0 \leftarrow 0 \text{ или } 0 \times 1 \leftarrow 0 \text{ или } *) * 0 \times \& \leftarrow 0$ или $\& \times 0 \leftarrow 0$	$1 \times \& \leftarrow \& \text{ или } \& \times 1 \leftarrow \& \text{ или } \& \times \& \leftarrow \&$
rORo	3	$0 \leftarrow 0 + 0$	$1 \leftarrow 1 + 1 \text{ или } 1 \leftarrow 1 + 0 \text{ или } 1 \leftarrow 0 + 1 \text{ или } 1 \leftarrow 1 + \&$ или $1 \leftarrow \& + 1$	$\& \leftarrow 0 + \& \text{ или } \& \leftarrow \& + 0 \text{ или } \& \leftarrow \& + \&$
rANDo	4	$1 \leftarrow 1 \times 1$	$0 \leftarrow 1 \times 0 \text{ или } 0 \leftarrow 0 \times 1 \text{ или } 0 \leftarrow 0 \times 0 \text{ или } 0 \leftarrow \& \times 0$ или $0 \leftarrow 0 \times \&$	$\& \leftarrow 1 \times \& \text{ или } \& \leftarrow \& \times 1 \text{ или } \& \leftarrow \& \times \&$
$\nabla$	5	$1 \leftarrow 1$	$0 \leftarrow 0$	$\& \leftarrow \&$

\* Если понятие «неопределенный» отождествлять с понятием «любой», то формулы в скобках следует игнорировать.

Обоснование приведенных в табл. 4 формул иллюстрируется следующими пояснениями к строке 4:

а) если установлено, что на выходах элемента ЛС имеет место комбинация 1 и 1 (оба подвержены влиянию отказа), то в силу логики оператора AND данный элемент подвержен влиянию отказа;

б) если установлено, что на выходах имеет место комбинация 1 и 0 (один из выходов подвержен влиянию отказа, а другой нет), то это соответствует отсутствию влияния отказа на рассматриваемый элемент, а отказ возник в цепочке элементов, следующей за выходом со значением 1;

в) если установлена комбинация 0 и 1, то результат аналогичен п. б);

г) если установлена комбинация 0 и 0, то элемент не подвержен влиянию отказа;

д) если установлена комбинация & и 0, то при любом значении & (по п. а или в) элемент не подвержен отказу;

е) если установлена комбинация 0 и &, то результат аналогичен п. д);

ж) если установлена комбинация & и &, то элемент находится в неопределенном состоянии;

з) если установлена комбинация & и 1, то элемент находится в неопределенном состоянии, поскольку при & = 0 (согласно п. б) элемент не находится под влиянием отказа, а при & = 1 (согласно п. е) элемент находится под влиянием отказа;

и) если установлена комбинация 1 и &, то результат аналогичен п. з).

В табл. 4 желтым цветом выделены ячейки, порождающие неоднозначность, в результате чего требуется в дальнейшем осуществлять параллельный анализ каждого из возможных вариантов. Так, в соответствии с формулами в ячейке 1-2 (анализ rORi, т. е. оператора ORi в обратном направлении)

состояние  $x_{id} = 1$  может быть следствием неопределенности & сигнала на любом из входов, даже если другой вход может быть не подвержен влиянию отказа. Жирными рамками выделены ячейки с различными комбинациями выходных сигналов, соответствующими одному и тому же состоянию элемента. Например, согласно ячейке 3-2 элемент с оператором ORo подвержен влиянию отказа, если любой из его выходов находится под влиянием отказа.

Распространение формул табл. 3 и 4 на случаи трех и более входов и выходов очевидно.

**5. ФОРМУЛЬНЫЕ ЗАПИСИ ТРИПЛЕКСНЫХ МОДЕЛЕЙ**

Прямой анализ ЛС соответствует моделированию потактового распространения влияния отказов от одних элементов к другим и записывается соотношениями для динамики состояний и формирования выхода

$$X_{k+1} = DM \overset{\rightarrow}{\diamond} X_k + X_{\text{но}}, Y_k = EM \times X_k, \quad (1)$$

$$k = 1, 2, \dots,$$

где  $X_k$  – вектор размерности  $n$  отказов компонентов КБО на  $k$ -м такте вычислений со значениями 1, 0 или &, соотнесенными каждому элементу ЛС;  $X_{\text{но}}$  – начальное состояние вектора  $X_k$ ; DM (Dependency Matrix) – матрица прямой зависимости, заполняемая единицами и пустыми элементами<sup>9</sup>  $\odot$  в соответствии с результатами АФО; EM (Exit Matrix) – матрица выходов, выделяющая те элементы модели КБО, проявление отказов которых наблю-

<sup>9</sup> Не нулевое значение (отсутствие отказа), а признак исключения из учета.



дается непосредственно, заполняется нулями и единицами;  $Y_k$  – вектор выхода размерности  $m$ , компонентами которого являются непосредственно наблюдаемые отказы или их отсутствие. Здесь знаки  $\times$  и  $+$  соответствуют расширенным конъюнкции и дизъюнкции по табл. 3, а знак  $\bar{\diamond}$  – их одновременному использованию по специальной методике, приводимой в § 6. Первая из формул (1) не является алгебраической в традиционном смысле.

Для пояснения выражения (1) рассмотрим демонстрационный пример с пятью элементами, состояние одного из которых наблюдается непосредственно. Граф соответствующей ЛС показан на рис. 3.

Графу демонстрационного примера соответствует следующая запись соотношений (1):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}}_{X_{k+1}} = \underbrace{\begin{matrix} \nabla \\ \text{ANDi} \\ \text{ORi} \\ \nabla \\ \nabla \end{matrix}}_{\text{DM}} \underbrace{\begin{bmatrix} \odot & \odot & \odot & 1 & \odot \\ 1 & \odot & \odot & 1 & \odot \\ 1 & 1 & \odot & \odot & \odot \\ \odot & \odot & 1 & \odot & \odot \\ 1 & \odot & \odot & \odot & \odot \end{bmatrix}}_{\text{DM}} \bar{\diamond} \quad (2)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}}_{X_k} + \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}}_{X_{\text{но}}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y \end{bmatrix}}_{Y_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{EM}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}}_{X_k}$$

где в DM левее строк указаны соответствующие входные операторы, а под столбцами – соответствующие выходные операторы;  $x_i$  – состояния элементов ЛС со значениями 1, 0 или &.

Циклическое использование формул (1) (в демонстрационном примере это формулы (2)) позволяет моделировать по тактам  $k = 0, 1, 2, \dots$  распро-

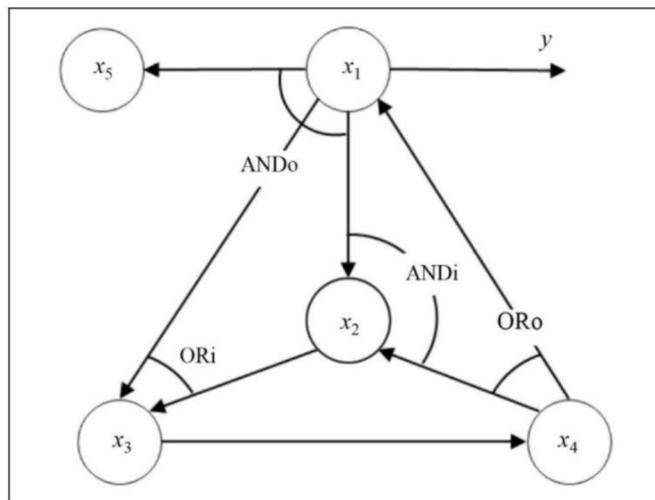


Рис. 3. Демонстрационный пример ЛС

странение влияния начального отказа  $X_{\text{но}}$  на все элементы ЛС.

Обратный анализ, соответствующий поиску первопричины отказов по их проявлениям, в общем виде записывается итерационными формулами для начальной и последующих оценок

$$\hat{X}_0 = \text{EM}^T \times Y_k + \overline{\text{EM}}^R \times \mu(\&),$$

$$\hat{X}_{\tau+1} = \text{rDM} \bar{\diamond} \hat{X}_\tau + \text{EM}^T \times Y_k, \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где  $\hat{X}_\tau$  – оценка вектора отказов компонентов на  $\tau$ -м такте с начальной оценкой  $\hat{X}_0$ ;  $\overline{\text{EM}}^R$  – матричный правый делитель нуля максимального ранга для матрицы EM [28];  $\mu(\&)$  – матрица подходящих размеров с произвольными элементами, обозначаемыми &. Здесь транспонирование бинарной матрицы EM с линейно независимыми строками заменяет более сложную универсальную матричную конструкцию канонизатора [28], а знак  $\bar{\diamond}$  соответствует операциям «обратного» анализа распространения влияния отказов с использованием формул табл. 4, выполняемого по специальной методике, приведенной в § 6.

Матрица обратной зависимости влияния отказов rDM (reversed Dependency Matrix) получается из матрицы DM транспонированием, заменой операторов  $\text{ORi} (x_{\text{in}}^1 + x_{\text{in}}^2 \rightarrow x_{\text{id}})$ ,  $\text{ANDi} (x_{\text{in}}^1 \times x_{\text{in}}^2 \rightarrow x_{\text{id}})$  и  $\text{ORo} (x_{\text{id}} \rightarrow x_{\text{out}}^1 + x_{\text{out}}^2)$ ,  $\text{ANDo} (x_{\text{id}} \rightarrow x_{\text{out}}^1 \times x_{\text{out}}^2)$  операторами  $\text{rORi} (x_{\text{in}}^1 + x_{\text{in}}^2 \leftarrow x_{\text{id}})$ ,  $\text{rANDi} (x_{\text{in}}^1 \times x_{\text{in}}^2 \leftarrow x_{\text{id}})$  и  $\text{rORo}$

$(x_{id} \leftarrow x_{out}^1 + x_{out}^2)$ ,  $rANDo$  ( $x_{id} \leftarrow x_{out}^1 \times x_{out}^2$ ) соответственно и добавлением 1 в диагональную позицию каждой строки, соответствующей нулевой строке<sup>10</sup> объединенной матрицы  $\begin{bmatrix} DM^T & EM^T \end{bmatrix}$ .

Таким образом, модели прямой логики (2) соответствует записанная в форме (3) модель обратной логики

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \end{bmatrix}_{\hat{x}_0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{EM^T} \times y_k + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{EM^R} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \& \\ \& \\ \& \\ \& \end{bmatrix}}_{\mu(\&)}, \quad (4)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \end{bmatrix}}_{\hat{x}_{\tau+1}} = \dots \quad (5)$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} rANDo & \odot & 1 & 1 & \odot & 1 \\ \nabla & \odot & \odot & 1 & \odot & \odot \\ \nabla & \odot & \odot & \odot & 1 & \odot \\ rORo & 1 & 1 & \odot & \odot & \odot \\ \nabla & \odot & \odot & \odot & \odot & \mathbf{1} \end{bmatrix}}_{rDM} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \end{bmatrix}}_{\hat{x}_\tau} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{EM^T} \times y_k,$$

где полужирным шрифтом выделена диагональная 1, добавленная по правилу формирования  $rDM$ .

Специфичность<sup>11</sup> работы с матрицами  $DM$  и  $rDM$  изложена в § 6.

## 6. МЕТОДИКА РАБОТЫ С ТРИПЛЕКСНЫМИ МОДЕЛЯМИ

В модели прямой логики (1) распространения влияния отказов операция  $\hat{\diamond}$  отдаленно напоминает операцию умножения квадратной матрицы на матрицу-столбец справа, но не идентична ей в силу привязанности различных строк и столбцов  $DM$

<sup>10</sup> Нулевой считается строка, содержащая только пустые и нулевые элементы.

<sup>11</sup> В этом заключается новизна представленной методики.

к различным операторам входной и выходной логики ЛС, а также наличия пустых элементов, как это показано в модели (2) демонстрационного примера.

Обозначим бинарный элемент  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца матрицы  $DM$  как  $DM_{i,j}$ . Выполнение операции  $\hat{\diamond}$  прямой логической модели подразумевает последовательную композицию<sup>12</sup> элементов  $x_{j,k}$  матрицы-столбца  $X_k$  с элементами  $DM_{i,j}$  каждой  $i$ -й строки матрицы  $DM$ . При этом элементу  $DM_{i,j}$  со значением 1 соответствует использование триплексного значения переменной  $x_{j,k}$ , а элементу со значением  $\odot$  – его игнорирование. Соотнесенный со строкой матрицы  $DM$  оператор предписывает тип формул из табл. 3, объединяющих элементы строки, а соотнесенный со столбцом матрицы  $DM$  – предварительные действия с триплексной переменной: операторы  $\nabla$  и  $ANDo$  не предписывают каких-либо действий, а оператор  $ORo$  предписывает введение различия используемых в данном столбце переменных  $x_{j,k}$  по условиям предусмотренного переключения в ЛС. Выполненные таким образом композиции каждой строки объединяются в соответствии с операторами, указанными для строк  $DM$ .

Так, первой формуле (2) эквивалентна запись

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}_{k+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla & \odot & \odot & \odot & x_4(ORo) & \odot \\ ANDi & x_1 & \odot & \odot & x_4(ORo) & \odot \\ = & ORi & x_1 & x_2 & \odot & \odot \\ \nabla & \odot & \odot & \odot & x_3 & \odot \\ \nabla & x_1 & \odot & \odot & \odot & \odot \end{bmatrix}}_k + \dots \quad (6)$$

$$+ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}_{HO} = \begin{bmatrix} x_{4,k}(ORo) + x_{1,HO} \\ x_{1,k} \times x_{4,k}(ORo) + x_{2,HO} \\ x_{1,k} + x_{2,k} + x_{3,HO} \\ x_{3,k} + x_{4,HO} \\ x_{1,k} + x_{5,HO} \end{bmatrix}.$$

<sup>12</sup> Здесь этот термин используется как универсальный для расширенных конъюнкции и дизъюнкции.



Здесь запись  $x_{4,k}(\text{ORo})$  относится к такту  $k$  и читается следующим образом: по предусмотренному правилу переключения на выходе элемента 4 (рис. 3) текущее значение  $x_{4,k}$  учитывается только либо в первой ( $x_{1,k+1}$ ), либо во второй ( $x_{2,k+1}$ ) строке (6). Альтернативой значению  $x_{4,k}$  является 0.

Если принять  $x_{1,k} = \&$ ,  $x_{2,\text{но}} = 1$ ,  $x_{4,k} = 1$ , то строка для  $x_{2,k+1}$  дает

$$\text{при } x_4 \xrightarrow{\text{ORo}} x_1: x_{2,k+1} = \underbrace{(\& \times \mathbf{0}) + 1}_{\substack{0 \text{ (3/2-6)} \\ 1 \text{ (3/1-4)}}} = 1,$$

$$\text{при } x_4 \xrightarrow{\text{ORo}} x_2: x_{2,k+1} = \underbrace{(\& \times \mathbf{1}) + 1}_{\substack{\& \text{ (3/2-7)} \\ 1 \text{ (3/1-7)}}} = 1.$$

Здесь и далее в подстрочных пояснениях в скобках указаны: № табл./строка – столбец ячейки.

В модели обратной логики (3) анализа причин проявления отказов операция  $\hat{\diamond}$  интерпретируется следующим образом. Выполняется последовательная композиция элементов  $\hat{x}_{j,\tau}$  матрицы-столбца  $\hat{X}_\tau$  с элементами  $\text{rDM}_{i,j}$  каждой  $i$ -й строки матрицы  $\text{rDM}$ : элементу  $\text{rDM}_{i,j}$  со значением 1 соответствует использование триплексного значения переменной  $\hat{x}_{j,\tau}$ , а элементу со значением  $\odot$  – его игнорирование, но по иным правилам. Соотнесенный со столбцом матрицы  $\text{rDM}$  оператор предписывает тип формул из табл. 4, а соотнесенный со строкой матрицы  $\text{rDM}$  – формулу объединения

элементов строки и предварительные действия с триплексной переменной: операторы  $\nabla$  и  $\text{rANDo}$  не предписывают каких-либо действий, а оператор  $\text{rORo}$  предписывает введение различия используемых в данном столбце переменных  $x_{j,\tau}$  по условиям предусмотренного переключения в ЛС.

Действия с  $\text{rDM}$  поясняет следующая обобщенная запись, справедливая для любого элемента  $\text{rDM}_{ij}$ :

$$\begin{aligned} [\hat{x}_i]_{\tau+1} &= \text{rOPo} \left[ \dots \underset{\text{rOPi}}{1_{ij}} \dots \right] \hat{\diamond} [\hat{x}_j]_\tau + \dots = \\ &= \left[ \dots \text{rOPo} \quad (? \text{rOPi} ? \leftarrow \hat{x}_{j,\tau})_{\text{табл. 4}} \quad \text{rOPo} \dots \right] + \dots, \end{aligned} \tag{7}$$

где  $\text{rOPi}$  вне квадратных скобок – обобщенное обозначение операторов  $\text{rORi}$ ,  $\text{rANDi}$ ,  $\nabla$  на входе элемента, а  $\text{rOPo}$  вне квадратных скобок – обобщенное обозначение операторов  $\text{rORo}$ ,  $\text{rANDo}$ ,  $\nabla$  на выходе элемента. Внутри квадратных скобок эти обозначения представляют соответствующие операции  $+$  (в случае OR),  $\times$  (в случае AND) или отсутствие таковых (в случае  $\nabla$ ). Вопросительными знаками отмечены значения 1, 0 или  $\&$ , считываемые из табл. 4 для конкретных  $\text{rOPi}$  и  $\hat{x}_{j,\tau}$ .

Так, формуле (5) эквивалентна запись (8). Здесь записи  $x_{1,\tau}(\text{rORo})$  и  $x_{2,\tau}(\text{rORo})$  читаются следующим образом: по предусмотренному правилу переключения на выходе элемента 4 (рис. 3) в строке для  $\hat{x}_{4,\tau+1}$  используется либо значение ( $\hat{x}_{1,\tau}$ ), либо значение ( $\hat{x}_{2,\tau}$ ). Альтернативой является значение 0.

Неоднозначности в формуле (8) либо устраняются согласованием логических формул, либо требуют дополнительного исследования возникающих вариантов.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \end{bmatrix}_{\tau+1} = \begin{bmatrix} \odot & \times & ? \times ? \leftarrow \hat{x}_{2,\tau} \\ \odot & & \odot \\ \odot & & \odot \\ \hat{x}_{1,\tau}(\text{rORo}) + ? \times ? \leftarrow \hat{x}_{2,\tau}(\text{rORo}) + & \odot & + \odot & + \odot \\ \odot & & \odot & \hat{x}_{5,\tau} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times y_k. \tag{8}$$

Если принять  $\hat{x}_{2,\tau} = 1$ ,  $\hat{x}_{3,\tau} = 0$  и  $y_k = 1$ , то строка для  $\hat{x}_{1,\tau+1}$  дает

$$\hat{x}_{1,\tau+1} = \underbrace{\underbrace{1 \times 1 \leftarrow 1}_{1(4/2-1)} \times \underbrace{0 + 0 \leftarrow 0}_{0(4/1-1)}}_{0(4/4-2)} + 1 = 1,$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{1(4/3-2)}$$

что согласуется с непосредственным анализом графа на рис. 3.

## 7. ОБЩАЯ ЛОГИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТРИПЛЕКСНЫХ МОДЕЛЕЙ

Проблема диагностирования отказов компонентов КБО в процессе их функционирования решается следующим образом. Предлагаемый подход исходит из того, что любая техническая система, рассматриваемая в качестве объекта диагно-

стирования, включает укрупненно три группы частей.

В первую группу включаются различные составные части КБО (аппаратные и программные), отказы которых относятся к значимым (критическим) и охвачены проведенным АФО.

Каналы связи могут быть как физическими (проводная или беспроводная связь между компонентами), так и виртуальными (маршрутизируемая цифровая связь).

В третью группу включены компоненты КБО, посредством которых можно непосредственно идентифицировать (наблюдать) правильность или неправильность функционирования КБО. Как правило, именно на них проявляются конечные эффекты функциональных отказов.

Приводимые в табл. 5 характеристики разнесены по указанным трем группам.

Предлагаемый подход заключается в поочередном многократном использовании прямой и обратной логических моделей. Он обладает следующими характерными особенностями:

Таблица 5

**Возможности и особенности логических моделей**

Характеристика	Группа частей системы			
	Компоненты системы, в которых могут появиться отказы	Связи между компонентами, т. е. каналы, по которым распространяется влияние отказов	Места проявления отказов, т. е. те устройства, по поведению которых можно зафиксировать факт появления в системе отказов	
Особенности в отношении возникновения и проявления отказов	Отказы могут быть в любом из анализируемых компонентов	Связи могут любыми в пределах известных структур	Места проявления отказов точно известны, как и формы этих проявлений	
Возможности логических моделей	Прямая логическая модель	Как правило, места предполагаемых отказов (значение вектора $X_k$ ) неизвестны, задаются приблизительно	Связи должны быть определены точно	Места проявления отказов вычисляются, но они могут отличаться от реально наблюдаемых из-за ошибочного задания мест отказов. Это заставляет многократно инициализировать моделирование с варьированием предполагаемых отказов. Критерием точности задания отказов является совпадение вычисленных и измеренных значений векторов выхода $Y_k$
	Обратная логическая модель	Места отказов определяются по результатам вычислений, но нет уверенности в безошибочности из-за неоднозначностей модели	Связи определяются в результате логической инверсии прямой модели	Места проявления отказов задаются в соответствии с результатами наблюдения

- исключительная простота логической модели распространения влияния отказов в виде ЛС позволяет получить простые в вычислительном отношении алгоритмы даже для весьма сложных архитектур КБО;

- построение моделей опирается на отработанную в авиационной отрасли технологию АФО с приемлемыми глубиной и шириной охвата условий функционирования КБО;

- использование триплексных переменных для описания работоспособности компонентов позволяет сокращать число анализируемых вариантов по мере работы алгоритмов;

- чередование моделей позволяет продвигаться путем выполнения следующих шагов.

*Шаг 0.* По известному вектору выходов  $Y_0$  (непосредственно наблюдаемых отказов) по формуле (3) определяется исходная оценка вектора отказов  $\hat{X}_{\tau=0}$ . Оценка  $\hat{X}_{\tau=0}$  содержит компоненты вектора  $Y_0$  в виде 0 и 1, а остальные компоненты – неопределенные.

*Шаг 1.* Путем использования обратной логической модели от мест проявления отказов  $\hat{X}_{\tau=0}$  к предполагаемым отказам осуществляется разделение компонентов  $\hat{X}_{\tau=1, 2, \dots}$  на определенно работоспособные (0), определенно неработоспособные (1) и неопределенные (&). Неопределенные состояния или проходят по ветвям обратной логической модели без изменений, или переходят в определенные состояния. Выполняется число тактов  $\tau$ , достаточное для достижения «стационарной точки», т. е. неизменности получаемого вектора оценок  $\hat{X}_{\tau}$ .

*Шаг 2.* Путем использования прямой логической модели от предполагаемых отказов  $\hat{X}_{k=0} = \hat{X}_{\tau}$  к соответствующим оценкам их проявления  $\hat{Y}_{k=1, 2, \dots} = EM \times \hat{X}_{k=1, 2, \dots}$  осуществляется либо подтверждение адекватности полученных оценок, либо уточнение неопределенных состояний. Выполняется число тактов  $k$ , достаточное для достижения «стационарной точки», т. е. неизменности получаемого вектора состояний  $\hat{X}_{k=1, 2, \dots}$ .

Шаги 1 и 2 чередуются до тех пор, пока не перестанет изменяться оценка  $\hat{X}_{k=1, 2, \dots}$ .

Ввиду отсутствия аналитического решения задачи вычисления оценки  $\hat{X}_{k=1, 2, \dots}$  по вектору  $Y_0$

остается только вариант ее решения численными итерационными методами. При этом возможно применение большого количества вычислительных алгоритмов, в той или иной степени рациональных и эффективных. Один из возможных алгоритмов раскрыт в работе [19].

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИМЕР

В работе [29] приведен прикладной пример использования алгоритма [19] для обнаружения мест отказов высотно-скоростных параметров вертолета. В работе [30] рассматривается решение задачи поиска отказов в резервированном электрогидравлическом приводе. Ввиду объемности прикладных задач и ограниченного объема статьи рассмотрим упрощенный пример использования описанных выше результатов.

Пусть исследуемый частично резервированный фрагмент КБО имеет вид, приведенный на рис. 4. Здесь привод 1 управляется вычислителями 1 и 2 (для отказа привода требуется отказ обоих вычислителей), приводы 2 и 3 управляются вычислителем 2, блок питания (БП) 1 обеспечивает электропитанием вычислители 1 и 2, БП 2 обеспечивает электропитанием приводы 1 и 2, БП 3 обеспечивает электропитанием привод 3. Для компактности задачи шины электропитания, цифровые и аналоговые линии связи не рассматриваются. Непосредственно наблюдаемыми являются отказы приводов, которые оцениваются по нахождению в заданном допуске текущих положений штоков по отношению к заданным положениям.

Введем обозначения состояний:  $x_1$  – привода 1,  $x_2$  – привода 2,  $x_3$  – привода 3,  $x_4$  – вычислителя 1,  $x_5$  – вычислителя 2,  $x_6$  – БП 1,  $x_7$  – БП 2,  $x_8$  – БП 3. Компонентами вектора выхода являются  $y_1 = x_1$ ,  $y_2 = x_2$  и  $y_3 = x_3$ . Для разведения различных операторов ORi и ANDi, формализующих влияние отказов на входе привода 1 ( $(x_4 \times x_5) + x_7$ ), этот привод условно разделен на два элемента  $x_1$  и  $x_9$ .

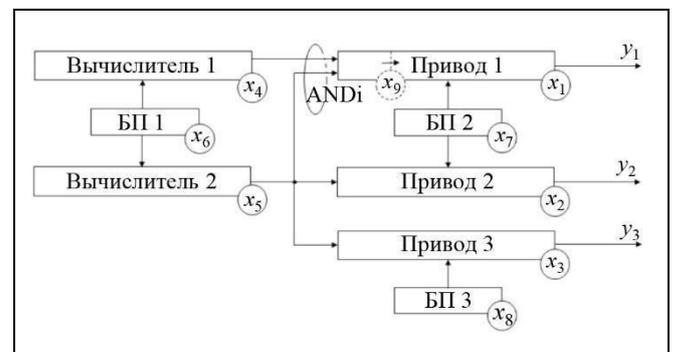


Рис. 4. Функциональная схема фрагмента КБО

Схеме на рис. 4 соответствует прямая логическая модель, записанная по формулам (2)

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix}_{k+1} = \underbrace{\begin{matrix} \text{ORi} \\ \text{ORi} \\ \text{ORi} \\ \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \text{ANDi} \end{matrix} \begin{bmatrix} \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & 1 & \odot & 1 \\ \odot & \odot & \odot & \odot & 1 & \odot & 1 & \odot & \odot \\ \odot & \odot & \odot & \odot & 1 & \odot & \odot & 1 & \odot \\ \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & 1 & \odot & \odot & \odot \\ \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & 1 & \odot & \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot & \odot & 1 & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot \end{bmatrix}}_{\text{DM}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix}_{\text{HO}}, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{EM}} \times [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9]_k^T = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}_k. \quad (10)$$

Запишем формулы для обратной модели (3):

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \end{bmatrix}_0 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{EM}^T} \times \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}}_{y_k} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{EM}^R} \times \underbrace{\begin{bmatrix} \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \end{bmatrix}}_{\mu(\&)} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \end{bmatrix}_{\tau+1} = \underbrace{\begin{matrix} \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \text{rANDo} \\ \text{rANDo} \\ \text{rANDo} \\ \nabla \\ \nabla \end{matrix} \begin{bmatrix} \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & 1 \\ \odot & 1 & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & 1 \\ \odot & \odot & \odot & 1 & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot \\ 1 & 1 & \odot \\ \odot & \odot & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot \\ 1 & \odot \end{bmatrix}}_{\text{rDM}} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \end{bmatrix}_\tau + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{EM}^T} \times \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}. \quad (12)$$



Рассмотрим отказ блока питания БП 3 ( $x_{8,0} = 1$ ), начиная с распространения отказа по прямой модели (9), (10). Соответствующие вычисления читатель может выполнить самостоятельно. На первом шаге получаем  $x_{3,1} = 1$ . На всех последующих шагах  $x_{3,k} = 1$  и  $x_{8,k} = 1$ . При этом вектор выхода принимает значение

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

т. е. отказ проявляется в виде нарушения функционирования привода 3.

Теперь проведем анализ (поиск) места отказа по общей логике использования триплексных моделей.

Шаг 0. По формуле (11) определяется исходная оценка вектора отказов  $\hat{X}_0$ :

$$\hat{X}_0 = [0 \ 0 \ 1 \ \& \ \& \ \& \ \& \ \& \ \&]^T. \quad (14)$$

В соответствии с этой оценкой первый и второй элементы ЛС (приводы 1 и 2) заведомо не подвержены влиянию отказов, а третий элемент (привод 3) находится под влиянием отказа (место отказа остается неясным), что не противоречит условию задачи. Элементы с четвертого по девятый (остальные элементы ЛС) находятся в неопределенном состоянии.

Шаг 1. Подставляем значение вектора (14) в формулу (12). При  $\tau = 0$  с учетом примечания к табл. 4 получаем результат первого такта:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \end{bmatrix}_1 = \begin{matrix} \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \text{rANDo} \\ \text{rANDo} \\ \text{rANDo} \\ \nabla \\ \nabla \end{matrix} \begin{bmatrix} \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & 1 \\ \odot & 1 & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & 1 \\ \odot & \odot & \odot & 1 & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot \\ 1 & 1 & \odot \\ \odot & \odot & 1 & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot \\ 1 & \odot \end{bmatrix} \begin{matrix} \odot \\ 0 \\ 1 \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \\ \& \end{matrix} + \begin{matrix} \odot \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} =$$

rORi rORi rORi  $\nabla$   $\nabla$   $\nabla$   $\nabla$   $\nabla$   $\nabla$  rANDi

rDM

$$\begin{matrix} \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \nabla \\ \text{rANDo} \\ \text{rANDo} \\ \text{rANDo} \\ \nabla \\ \nabla \end{matrix} \begin{bmatrix} \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & \odot \\ \odot & 0+0 \leftarrow 0 & \frac{1+\&\leftarrow 1}{\&+1\leftarrow 1} & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot \\ \odot & \odot & \odot & \& & \& & \odot & \odot & \odot \\ 0+0 \leftarrow 0 & 0+0 \leftarrow 0 & \odot \\ \odot & \odot & \frac{\&+1\leftarrow 1}{1+\&\leftarrow 1} & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot & \odot \\ 0+0 \leftarrow 0 & \odot \end{bmatrix} \begin{matrix} \odot \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} \odot \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

В скалярной записи и с использованием табл. 4 (№ табл. / строка – столбец ячейки) получаем

$$\hat{x}_1 = 0,$$

$$\hat{x}_2 = 0,$$

$$\hat{x}_3 = 1,$$

$$\hat{x}_4 = \underbrace{\& \times \&_5 \leftarrow \&}_{\& (4/2-3)} = \& ,$$

$$\hat{x}_5 = \underbrace{\underbrace{(0+0_7 \leftarrow 0)}_{0 (4/1-1)} \times \underbrace{\left( \frac{1+\&_8 \leftarrow 1}{\&+1_8 \leftarrow 1} \right)}_{1 \text{ или } \& (4/1-2)} \times \underbrace{(\&_4 \times \& \leftarrow \&)}_{\& (4/1-3)}}_{0(4/4-2)} = 0,$$

$$\hat{x}_6 = \underbrace{\& \times \&}_{\& (4/4-3)} = \& ,$$

$$\hat{x}_7 = \underbrace{\underbrace{(0+0_9 \leftarrow 0)}_{0 \text{ или } \& (4/2-2)}}_{0 (4/4-2)} \times \underbrace{\underbrace{(0_5 + 0 \leftarrow 0)}_{\& \text{ или } 0 (4/2-2)}}_{\& \text{ или } 0 (4/2-2)} = 0,$$

$$\hat{x}_8 = \underbrace{\frac{1+\&_9 \leftarrow 1}{\&+1_9 \leftarrow 1}}_{(4/1-2)} = 1 \text{ или } \& ,$$

$$\hat{x}_9 = \underbrace{0_7 + 0 \leftarrow 0}_{0 (4/1-1)},$$

где в строке для  $\hat{x}_j$  через дробную черту приведены возможные варианты по табл. 4, полужирным шрифтом выделены значения, относящиеся к  $\hat{x}_j$ , а нижними индексами  $q$  отмечены значения  $\hat{x}_q$ , фигурирующие в формулах табл. 4 в паре с  $\hat{x}_j$ . Заметим, что в формуле для  $\hat{x}_5$  размножение вариантов в соответствии с ячейкой 4-2 в табл. 4 аннулировано, а в формуле для  $\hat{x}_8$  сохранилось.

Итак, после первого такта оценка состояния системы принимает значение

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \\ \hat{x}_7 \\ \hat{x}_8 \\ \hat{x}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \& \\ 0 \\ \& \\ 0 \\ 1 \text{ или } \& \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{– наблюдение отсутствия отказа,} \\ \text{– наблюдение отсутствия отказа,} \\ \text{– наблюдение проявления отказа,} \\ \text{– неопределенное состояние,} \\ \text{– отсутствие отказа,} \\ \text{– неопределенное состояние,} \\ \text{– отсутствие отказа,} \\ \text{– неопределенное состояние,} \\ \text{– отсутствие отказа.} \end{array}$$

Из-за неоднозначности оценки  $\hat{x}_{8,1}$  возможны различные варианты продолжения оценивания. Можно на следующих тактах проанализировать каждый из вариантов  $\hat{x}_{8,1} = 1$ ,  $\hat{x}_{8,1} = \&$ , что увеличит объем вычислений, или принять  $\hat{x}_{8,1} = \&$ . Преимущество каждого из вариантов неочевидно и в каждом случае требует анализа. Воспользуемся вторым вариантом.

Тогда после второго такта использования обратной триплексной модели получаем

$$\hat{X}_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \& \ 0 \ \& \ 0]^T,$$

а после третьего такта оценка принимает окончательный вид

$$\hat{X}_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \& \ 0]^T$$

и на последующих тактах не изменяется.

*Шаг 2.* В полученном результате одна компонента  $\hat{x}_8$  имеет неопределенное значение, т. е. может быть равна либо 1 (наличие отказа), либо 0 (отсутствие отказа). Для уточнения воспользуемся прямой логической моделью (9), подставляя поочередно  $\hat{x}_8 = 1$  и  $\hat{x}_8 = 0$ . В первом случае получаем

$$\hat{X}' = \begin{matrix} \text{ORi} \\ \text{ORi} \\ \text{ORi} \\ \vee \\ \vee \\ \vee \\ \vee \\ \vee \\ \text{ANDi} \end{matrix} \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & 1 \\ \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & 1 & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & \circ & 1 & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & 1 & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ \\ \circ & \circ \\ \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & 1 & 1 & \circ & \circ & \circ & \circ \end{bmatrix} \bar{\diamond}$$

$$\underbrace{\vee \ \vee \ \vee \ \vee \ \text{ANDo} \ \text{ANDo} \ \text{ANDo} \ \vee \ \vee}_{\text{DM}}$$

$$\bar{\diamond} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Читатель может убедиться, что второму случаю соответствует  $\hat{X}'' = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . В обоих случаях имеет место наблюдение отказа (10), (13), что подтверждает возможность отказов привода 3 ( $x_3$ ) и блока питания 3 ( $x_8$ ) в первом случае и привода 3 ( $x_3$ ) во втором.

Ввиду простоты примера читатель может самостоятельно провести поиск причин проявления отказа привода 3 ( $x_3$ ). Здесь возможны два варианта: или отказал привод 3 ( $x_3$ ) при неопределенном состоянии блока питания 3 ( $x_8$ ), или отказал блок питания 3 ( $x_8$ ), что вызвало проявление отказа в приводе 3 ( $x_3$ ).

Таким образом, полученный результат примера не противоречит инженерному анализу ситуации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены три варианта решения задачи мониторинга технического состояния компонентов, ориентированные на применение в реконфигурируемых избыточных КБО. Выбор варианта обусловлен различными факторами, в числе которых уровень теоретической и прикладной проработки, цели и возможности разработчика КБО, критичность диагностируемых систем и пр.



Наиболее доступным является использование ВСК в достигнутом на сегодня или предполагаемом в ближайшем будущем виде. На следующем этапе предлагается дополнительное использование логического парного мониторинга, существенно повышающего достоверность результатов диагностирования в условиях неизбежных ошибок средств диагностирования. И в более отдаленной перспективе видится целесообразным дополнительное применение алгоритмов на основе логических моделей распространения влияния отказов в КБО.

Алгоритмы с логическими (триплексными) моделями обладают характерными особенностями, повышающими привлекательность подхода:

- исключительная простота логических моделей предоставляет возможность их эффективного применения даже для весьма сложных архитектур КБО;

- построение таких моделей опирается на отработанную в авиационной отрасли технологию АФО с варьируемыми глубиной и шириной охвата структур КБО;

- работа с триплексными моделями опирается на специальные конструкции, подобные матричным, и требует разработки соответствующих методик и программных средств.

Дальнейшие исследования будут направлены на поиск аналитического решения определения вектора оценки отказов, что позволит значительно сократить количество итераций по определению работоспособного состояния КБО.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность А.М. Агееву за неоценимый вклад в проработку отдельных аспектов предлагаемого подхода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Zhang, Y., Jiang, J. Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems // Proc. the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes. – Washington D.C., 2003. – P. 265–276.
2. Willsky, A.S. A Survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems // Automatica. – 1976. – No. 12. – P. 601–611.
3. Patton, R.J., Frank, P.M., Clark, R.N. Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems. – London: Springer, 2000.
4. Букирев А.С., Савченко А.Ю., Яцечко М.И., Малышев В.А. Система диагностики технического состояния комплекса бортового оборудования воздушного судна на основе интеллектуальных информационных технологий // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2020. – Т. 8, № 1 (28). – С. 12–24. [Bukirev, A.S., Savchenko, A.Y., Yatsechko, M.I., Malyshev, V.A. Diagnostic System for the Technical Condition of the Aircraft Avionics Complex Based on Intelligent Information Technologies // Modeling, Optimization and Information Technology. – 2020. – Vol. 8, no. 1 (28). – P. 12–24. (In Russian)]
5. Diagnosis and Fault-tolerant Control 1: Data-driven and Model-based Fault Diagnosis Techniques / Coordinated by V. Puig and S. Simani. – London: ISTE Ltd; Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2021.
6. Diagnosis and Fault-tolerant Control 2: From Fault Diagnosis to Fault-tolerant Control / Coordinated by V. Puig and S. Simani. – London: ISTE Ltd; Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2021.
7. Zhao, R., Yan, R., Chen, Z., et al. Deep Learning and Its Applications to Machine Health Monitoring // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2019. – No. 115. – P. 213–237.
8. Пархоменко П.П., Согомонян Е.С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства). – М.: Энергоатомиздат, 1981. [Parhomenko, P.P., Sogomonyan, E.S. Osnovy tekhnicheskoy diagnostiki (optimizaciya algoritmov diagnostirovaniya, apparatnye sredstva). – М.: Energoatomizdat, 1981. (In Russian)]
9. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Синтез схемы встроенного контроля для многовыходных комбинированных устройств на основе логического дополнения и сжатия сигналов // Изв. вузов. Приборостроение. – 2020. – Т. 63. – № 7. – С. 583–599. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V., Ephanov, D.V. Synthesis of a Built-in Control Circuit for Multi-Output Combinational Devices Based on Logical Complement and Signal Compression // Journal of Instrument Engineering. – 2020. – Vol. 63, no. 7. – P. 583–599. (In Russian)]
10. Агеев А.М. Принципы хранения и мониторинга информации о конфигурациях в задаче управления избыточностью комплекса бортового оборудования // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2022. – Т. 23. – № 1. – С. 45–55. [Ageev, A.M. Principles of Storing and Monitoring Configuration Information in the Task of On-Board Equipment Complex Redundancy Managing // Mechatronics, automation, control. – 2022. – Vol. 23, no. 1. – P. 45–55. (In Russian)]
11. Chandler P. R. Self-repairing Flight Control System Reliability and Maintainability Program Executive Overview // Proc. IEEE National Aerospace and Electronics Conf. – Dayton, OH, 1984. – P. 586–590.
12. Nishiyama, T., Suzuki, Sh., Sato, M., Masui, K. Simple Adaptive Control with PID for MIMO Fault Tolerant Flight Control Design // AIAA. – 2016. – Art. no. 0132.
13. Мельник Э.В. Методы и программные средства повышения надежности сетевых информационно-управляющих систем на основе реконфигурации ресурсов вычислительных устройств: дис... д-ра техн. наук. – Таганрог: НИИ МВС и ЮФУ, 2014. [Mel'nik, E.V. Metody i programmye sredstva povysheniya nadezhnosti setevykh informacionno-upravlyayushchih sistem na osnove rekonfiguracii resursov vychislitel'nykh ustrojstv: dis... d-ra tekhn. nauk. – Таганрог: НИИ МВС и ЮФУ, 2014. (In Russian)]
14. Патент RU 2629454 C2. Способ формирования отказоустойчивой комплексной системы управления (КСУ) и отказоустойчивая КСУ: № 2016105578: заявл. 18.02.2016: опубл. 29.08.2017 Бюл. № 25 / Зап. В.Ф., Абдулин Р.Р., Кулабузов В.С. и др. [Patent RU 2629454 C2. Sposob formirovaniya otkazoustoychivoj kompleksnoj sistemy upravleniya (KSU) i otkazoustoychivaya KSU: № 2016105578: zayavl. 18.02.2016: opubl. 29.08.2017 Byul. № 25 / Zap. V.F., Abdulin R.R., Kulabuzov V.S. i dr.]

- rovaniya otkazo-ustoichivoi kompleksnoi sistemy upravleniya (KSU) i ot-kazoustoichivaya KSU: № 2016105578: zayavl. 18.02.2016: opubl. 29.08.2017 Byul. № 25 / Zaets. V.F., Abdulin R.R., Kulabuzov V.S. i dr. (In Russian)]
15. Буков В.Н., Агеев А.М., Евгений А.В., Шурман В.А. Управление избыточностью технических систем. Супервизорный способ управления конфигурациями. – М.: ИНФРА-М, 2023. [Bukov, V.N., Ageev, A.M., Evgenov, A.V., Shurman, V.A. Upravlenie izbytochnost'yu tekhnicheskikh sistem. Supervizornyj sposob upravleniya konfiguratsiyami. – М.: INFRA-M, 2023. (In Russian)]
  16. ГОСТ Р 55255–2012. Воздушный транспорт. Система технического обслуживания и ремонта авиационной техники. Организация работ по диагностике технического состояния авиационной техники. Основные положения (перезид.). – М.: Стандартинформ, 2020. [GOST R 55255–2012. Vozdushnyj transport. Sistema tekhnicheskogo obsluzhivaniya i remonta aviacionnoj tekhniki. Organizatsiya rabot po diagnostike tekhnicheskogo sostoyaniya aviacionnoj tekhniki. Osnovnyye polozheniya (pereizd.). – М.: Standartinform, 2020. (In Russian)]
  17. Болелов Э.А., Матюхин К.Н., Прохоров А.В., Прокофьев И.О. Технические средства контроля при эксплуатации радиоэлектронного оборудования воздушного транспорта. – М.: ИД Акад. им. Н.Е. Жуковского, 2018. [Bolelov, E.A., Matyuhin, K.N., Prohorov, A.V., Prokof'ev, I.O. Tekhnicheskie sredstva kontrolya pri ekspluatatsii radioelektronnogo oborudovaniya vozdušnogo transporta. – М.: ID Akad. im. N.E. Zhukovskogo, 2018. (In Russian)]
  18. Буков В.Н., Озеров Е.В., Шурман В.А. Парный мониторинг избыточных технических систем // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 1. – С. 93–116. [Bukov, V.N., Ozerov, E.V., Shurman, V.A. Pair Monitoring of Redundant Technical System // Automation and Remote Control. – 2020. – Vol. 81, no. 1. – P. 74–93.]
  19. Буков В.Н., Бронников А.М., Сельвесюк Н.И. Алгоритм локализации отказов бортового комплекса на основе смешанных направленных графов // Проблемы безопасности полетов. – 2010. – № 2. – С. 57–71. [Bukov, V.N., Bronnikov, A.M., Sel'vesyuk, N.I. Algoritm lokalizatsii otkazov bortovogo kompleksa na osnove smeshannykh napravlennykh grafov // Problemy bezopasnosti poletov. – 2010. – No. 2. – P. 57–71. (In Russian)]
  20. Диагностика и прогнозирование технического состояния авиационного оборудования: Учеб. пособие для вузов гражд. авиации / Под ред. И.М. Синдеева. – М.: Транспорт, 1984. [Diagnostirovanie i prognozirovanie tekhnicheskogo sostoyaniya aviacionnogo oborudovaniya: Ucheb. posobie dlya vuzov grazhd. avia-cii / Pod red. I.M. Sindeeva. – М.: Transport, 1984. (In Russian)]
  21. Джанджгава Г.И., Дядищев А.В., Гарифов Р.Ш. О концепции мониторинга технического состояния изделий авионики на основе применения средств и методов физической диагностики // Идеи и новации. – 2018. – Т. 6. – № 3. – С. 64–68. [Dzhandzhgava, G.I., Dyadishchev, A.V., Garifov, R.Sh. O koncepcii monitoringa tekhnicheskogo sostoyaniya izdelij avioniki na osnove primeneniya sredstv i metodov fizicheskoy diagnostiki // Idei i novacii. – 2018. – Vol. 6, – no. 3. – P. 64–68. (In Russian)]
  22. Мозгалеvский А.В., Калявин В.П. Системы диагностирования судового оборудования. Уч. пос. – Л.: Судостроение, 1987. [Mozgalevskij, A.V., Kalyavin, V.P. Sistemy diagnostirovaniya sudovogo oborudovaniya. Uch. pos. – Л.: Sudostroenie, 1987. (In Russian)]
  23. Соколов Н.Л. Основные принципы диагностики работоспособности бортовой аппаратуры автоматических КА и выработки рекомендаций по устранению нештатных ситуаций // Успехи современного естествознания. – 2007. – № 6. – С. 16–20. [Sokolov, N.L. Osnovnyye principy diagnostiki rabotosposobnosti bortovoj apparatury avtomaticheskikh KA i vyrabotki reko-mendacij po ustraneniyu neshtatnykh situacij // Uspekhi sovremennogo estestvoznaniya. – 2007. – No. 6. – P. 16–20. (In Russian)]
  24. Барановский А.М., Привалов А.Е. Системы контроля и диагностирования бортового оборудования малого космического аппарата // Изв. ВУЗов. Приборостроение. – 2009. – Т. 52, № 4. – С. 51–56. [Baranovsky, A.M., Privalov, A.E. Onboard Monitoring and Diagnostic System of Small Space Vehicles // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie. – 2009. – Vol. 52, no. 4. – P. 51–65. (In Russian)]
  25. Буков В.Н., Озеров Е.В., Шурман В.А. Логический парный мониторинг с учетом серой зоны // Автоматика и телемеханика. – 2020. – № 6. – С. 88–104. [Bukov, V.N., Ozerov, E.V., Shurman, V.A. Logical Pair Monitoring That Accounts for the Grey Zone // Automation and Remote Control. – 2020. – Vol. 81, no. 6. – P. 1037–1050.]
  26. Патент RU 2557441 C2 Циклический способ локализации неконтролируемых множественных отказов технических систем в процессе их функционирования и устройство для его реализации: № 2012149034/08: заявл. 19.11.2012: опубл. 20.07.2015, Бюл. № 20 / Буков В.Н., Аверьянов И.Н., Бронников А.М. и др. [Patent RU 2557441 C2 Tsiklicheskii sposob lokalizatsii nekontroliruemyykh mnozhestvennykh otkazov tekhnicheskikh sistem v protsesse ikh funkcionirovaniya i ustroystvo dlya ego realizatsii: № 2012149034/08: zayavl. 19.11.2012: opubl. 20.07.2015, Byul. № 20 / Bukov V.N., Averi'yanov I.N., Bronnikov A.M., i dr. (In Russian)]
  27. ГОСТ Р 27.606-2013. Надежность в технике. Управление надежностью. Техническое обслуживание, ориентированное на безопасность. – М.: Стандартинформ, 2014. [GOST R 27.606-2013. Nadezhnost' v tekhnike. Upravlenie nadezhnost'yu. Tekhnicheskoe obsluzhivanie, orientirovannoe na bezopasnost'. – М.: Stanfartinform, 2014. (In Russian)]
  28. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во Н.Ф. Бочкаревой, 2006. [Bukov, V.N. Vlozhenie sistem. Analiticheskij podhod k analizu i sintezu matrichnykh sistem. – Kaluga: Izd-vo N.F. Bockkarevoj, 2006. (In Russian)]
  29. Буков В.Н., Бронников А.М., Сельвесюк Н.И. Модель распространения отказов для канала высотно-скоростных параметров вертолета // Проблемы безопасности полетов. – 2010. – № 10. – С. 39–51. [Bukov, V.N., Bronnikov, A.M., Sel'vesyuk, N.I. Model' rasprostraneniya otkazov dlya kanala vysotno-skorostnykh parametrov vertoeta // Problemy bezopasnosti poletov. – 2010. – No. 10. – P. 39–51. (In Russian)]
  30. Бронников А.М., Морозов Д.В. Локализация непосредственно не наблюдаемых отказов бортовых систем на основе смешанных направленных графов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 1. – С. 62–66. [Bronnikov, A.M., Morozov, D.V. Troubleshooting of Directly not Observable Refusals of Airborne Systems Based on Mixed



Directed Graph // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie.  
– 2013. – No. 1. – P. 62–66. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии  
В.Г. Лебедевым.

Поступила в редакцию 11.06.2023,  
после доработки 24.09.2023.  
Принята к публикации 28.09.2023.

**Буков Валентин Николаевич** – д-р техн. наук, АО  
«НИИАО», г. Жуковский, ✉ e-mail: v\_bukov@mail.ru,  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5194-8251>

**Бронников Андрей Михайлович** – д-р техн. наук, МГТУ им.  
Н.Э. Баумана, ✉ e-mail: bronnikov\_a\_m@mail.ru,

**Воробьев Александр Владимирович** – д-р техн. наук, АО  
«НИИАО», г. Жуковский, ✉ e-mail: vorobiev@niiio.ru,

**Попов Александр Сергеевич** – канд. техн. наук, ВУНЦ ВВС  
«Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и  
Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, ✉ e-mail: saga30@yandex.ru,

**Шурман Владимир Александрович** – филиал АО «РПКБ»,  
г. Жуковский, ✉ e-mail: vshurman@rpkb.ru.

© 2023 г. Буков В.Н., Бронников А.М., Воробьев А.В., Попов  
А.С., Шурман В.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons  
«Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

## COMPONENT MONITORING TO MANAGE THE REDUNDANCY OF AN ONBOARD EQUIPMENT COMPLEX

V.N. Bukov<sup>1</sup>, A.M. Bronnikov<sup>2</sup>, A.V. Vorob'ev<sup>1</sup>, A.S. Popov<sup>3</sup>, and V.A. Shurman<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Research Institute of Aviation Equipment, Zhukovsky, Russia

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Zhukovsky–Gagarin Air Force Academy, Voronezh, Russia

<sup>4</sup> Ramenskoye Instrument-Making Design Bureau, Zhukovsky Branch, Zhukovsky, Russia

✉ v\_bukov@mail.ru, ✉ bronnikov\_a\_m@mail.ru, ✉ vorobiev@niiio.ru, ✉ saga30@yandex.ru, ✉ vshurman@rpkb.ru

**Abstract.** This paper considers the technical condition monitoring problem for the components of an onboard equipment complex to perform its real-time reconfiguration. The idea is to use at least three levels of monitoring systems: the nearest perspective, only traditional built-in control (BiC) means to detect faults; the next level, BiC means together with auxiliary means to increase the reliability of technical diagnosis, including mutual cross-pair monitoring; the distant perspective, logical processing algorithms for system observations as a whole based on the normalized rules of functional hazard assessment (FHA) of aviation equipment. Mathematically, the pair monitoring of component conditions consists in forming the so-called preference matrices; their values and special tables are used to determine the condition of diagnosed objects with high reliability and, moreover, to evaluate possible errors of diagnostic tools. For third-level methods, an action sequence is proposed as follows: the reverse and direct logical models reproducing the dependencies of failure states based on FHA results are alternatively initiated. An updated methodology for handling triplex logical models is proposed. The main advantages of logical models—significant simplicity and universality—ensure their effectiveness in a wide range of dynamic systems of varying complexity. A methodological example illustrates the application of logical triplex models.

**Keywords:** onboard equipment complex, technical monitoring, logical steam monitoring, logical triplex models, analysis of functional failures, redundancy management.

**Acknowledgments.** The authors are grateful to A.M. Ageev for his invaluable contribution to separate aspects of the proposed approach.