

УДК 681.5.037

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ДАВЛЕНИЯ В СТАБИЛИЗАЦИОННОЙ КОЛОННЕ УСТАНОВКИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО РИФОРМИНГА

А.М. Джамбеков¹, Б.С. Дмитриевский², А.А. Терехова²

¹Астраханский колледж вычислительной техники
Россия, 414056, г. Астрахань, пер. Смоляной, 2

²Тамбовский государственный технический университет
Россия, 392000, г. Тамбов, ул. Советская, 106/5, помещение 2

E-mail: azamat-121@mail.ru

***Аннотация.** Предложен учет влияния неконтролируемых возмущений на регулирование давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга изменением коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления на основе методов робастной устойчивости. Для описания задачи в общем виде получен общий вид полинома знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга. Цель исследования – определение максимального размаха изменения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга, при котором сохраняется робастная устойчивость. Методы исследования – методы робастной устойчивости, теории автоматического управления. Рассмотрено семейство полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга с параметрами неопределенности, изменяющимися в квадрате. Задача определения области робастной устойчивости семейства полиномов сведена к определению областей устойчивости четырех реберных полиномов и пересечения всех областей для определения области робастной устойчивости семейства. В общем виде описана задача определения робастной устойчивости каждого реберного полинома. Для определения области робастной устойчивости семейства полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга заданы три полинома, включая номинальный. На основе общего описания задачи определен радиус устойчивости каждого реберного полинома с помощью графического критерия и построения годографа Цыпкина – Поляка. Результаты – на основе пересечения областей устойчивости четырех реберных полиномов определена область робастной устойчивости семейства полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления*

¹ Джамбеков Азамат Матифулаевич, кандидат технических наук, преподаватель.

² Дмитриевский Борис Сергеевич, профессор кафедры «Информационные процессы и управление», доктор технических наук.

² Терехова Анастасия Андреевна, аспирант.

в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга с радиусом устойчивости, равным 1,5. Заключение – данный результат может быть использован при разработке автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга и выборе настроек регуляторов.

Ключевые слова: каталитический риформинг, автоматическая система регулирования, семейство полиномов, реберный полином, робастная устойчивость, радиус устойчивости, множество неопределенности

Введение

Октановое число продуктовой смеси (стабильного катализата) на выходе из стабилизационной колонны (СК) блока стабилизации катализата (БСК) определяет качество всей цепочки процесса каталитического риформинга (КР), протекающего в установке КР [1, с. 8; 2, с. 9; 3, с. 90]. Для эффективного управления БСК помимо разработки эффективных алгоритмов управления, обеспечивающих достижение экономического или иного эффекта, необходимо обеспечение устойчивого режима работы автоматических систем регулирования (АСР) технологических параметров (температуры, давления, расхода и пр.) [4, с. 55; 5, с. 11]. Одним из основных технологических параметров БСК является давление в СК [6, с. 91; 7, с. 67]. На регулирование давления в СК оказывают влияние неконтролируемые возмущения: давление поступающего сырья (нестабильного катализата), перепад температуры в СК [8, с. 7; 9, с. 71].

Данные возмущения необходимо учитывать при разработке АСР давления в СК [10, с.107]. Коэффициенты полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК постоянны [11, с.127]. В настоящей работе предложен учет влияния возмущений путем изменения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК на основе методов робастной устойчивости [12, с. 76; 13, с. 5]. Предполагается, что данные коэффициенты изменяются под влиянием возмущений с течением времени [14, с. 757; 15, с. 172]. Важной является задача исследования робастной устойчивости АСР давления в СК [16, с. 18].

Цель исследования – определение максимального размаха изменения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК установки КР, при котором сохраняется робастная устойчивость.

Методы исследования – методы робастной устойчивости, теории автоматического управления.

Постановка задачи

Для исследования робастной устойчивости АСР давления в СК рассмотрим типовую схему, представленную на рис. 1 [17, с. 40].

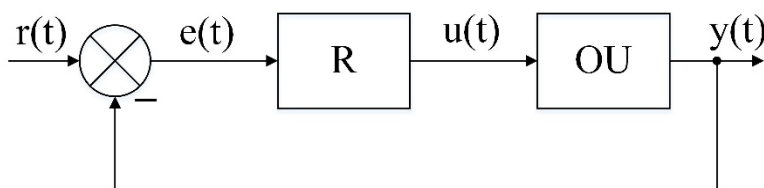


Рис. 1. Структурная схема АСР давления в СК

На рис. 1 используются обозначения: $r(t)$ – задающее воздействие; $e(t)$ – ошибка управления; $u(t)$ – управление; $y(t)$ – выход; R – регулятор (ПИД-регулятор); OU – объект управления (процесс в СК). В качестве регулируемого параметра $y(t)$ рассмотрено давление в СК. Задающим воздействием $r(t)$ является ступенчатое изменение положения (хода) регулирующего органа (здвижки) на линии (трубопроводе) сброса газов из емкости орошения СК [18, с. 878].

Полином знаменателя передаточной функции АСР давления в СК, определенной на основе экспериментальной переходной кривой для установки КР Л-35-11/1000, имеет вид

$$P(s) = 1 + 1,73s + 1,27s^2 + 0,61s^3. \quad (1)$$

Для описания задачи в общем виде получим общий вид полинома (1):

$$P(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3, \quad a_i > 0, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (2)$$

где a_i – постоянные коэффициенты.

Предполагается, что при воздействии возмущений коэффициенты полинома (2) изменяются с течением времени. Для робастной устойчивости АСР давления в СК при воздействии возмущений необходимо определить максимальный размах изменения коэффициентов полинома (2), при котором сохраняется робастная устойчивость, т. е. радиус устойчивости [19, с. 56].

Для рассмотрения наиболее общего случая изменения коэффициентов полинома имеет место следующее.

При изменении коэффициентов полином (2) преобразуется в семейство полиномов (3) знаменателя передаточной функции АСР давления в СК

$$\wp(s, \Xi) = \{P(s, \xi) = P_0(s) + \xi_1 P_1(s) + \xi_2 P_2(s), \quad |\xi_i| \leq \gamma, \quad i = 1, 2\} \quad (3)$$

с параметрами, изменяющимися в квадрате

$$\Xi = \{\xi \in R^2 : |\xi|_2 \leq \gamma\}, \quad (4)$$

где $\xi \in R^2$ – вектор неизвестных параметров, который принадлежит заданному множеству допустимых значений $\xi \in \Xi$ (множеству неопределенности); $P_0(s)$ – номинальный полином, равный (2); $|\xi|_2$ – евклидова норма вектора ξ

$$|\xi|_2 = \sqrt{|\xi_1|^2 + |\xi_2|^2}. \quad (5)$$

Одномерное семейство вида (6) носит название реберного полинома, количество полиномов для семейства (3) равно 4:

$$\{P(s, \xi) : |\xi_i| = \gamma, \quad i \neq k, \quad |\xi_k| \leq \gamma\}. \quad (6)$$

Вершинными полиномами называют полиномы вида (7), их количество для семейства (3) равно 4:

$$\{P(s, \xi) : \xi_i = \pm\gamma, \quad i = 1, 2\}. \quad (7)$$

Геометрически вершинные (6) и реберные (7) полиномы соответствуют вершинам и ребрам квадрата (4), т. е. реберный полином «соединяет» два «соседних» вершинных полинома (соответствующих соседним вершинам квадрата) (рис. 2) [20, с. 267].

На рис. 2 изображены четыре вершины: $A) \xi_1 = \xi_2 = \gamma$; $B) \xi_1 = \gamma, \quad \xi_2 = -\gamma$; $C) \xi_1 = \xi_2 = -\gamma$; $D) \xi_1 = -\gamma, \quad \xi_2 = \gamma$ и четыре ребра: $|\xi_1| = \gamma, \quad |\xi_2| \leq \gamma$ (AB), (CD); $|\xi_2| = \gamma, \quad |\xi_1| \leq \gamma$ (AD), (BC).

Пусть имеет место (8) и (9) и полином $P_0(s)$ устойчив:

$$\deg P_i \leq \deg P_0 = 3, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

$$\gamma(|a_3^1| + |a_3^2|) < |a_3^0|, \quad \gamma(|a_0^1| + |a_0^2|) < |a_0^0|, \quad (9)$$

где a_k^i ($k=0,3; i=1,2$) – коэффициенты при s^k полиномов $P_i(s)$ семейства (3).

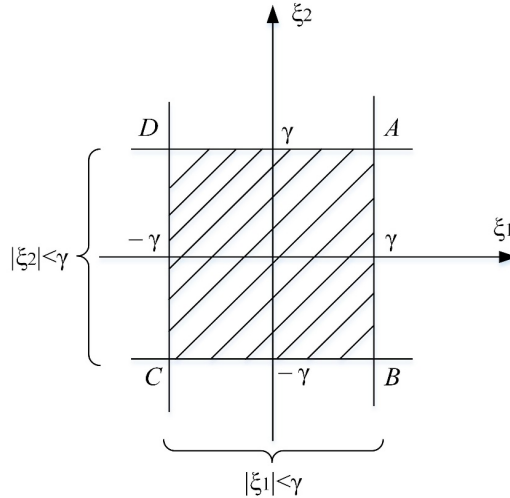


Рис. 2. Вершины и ребра множества неопределенности

Исходя из реберной теоремы для робастной устойчивости семейства (3) необходима и достаточна устойчивость всех реберных полиномов. При этом задача определения границ робастной устойчивости семейства (3) сводится к определению устойчивости четырех интервальных семейств полиномов (реберных полиномов). Пересечение всех областей устойчивости реберных полиномов дает область робастной устойчивости (4) семейства (3).

Задача заключается в определении области неопределенности (4) семейства полиномов знаменателя передаточной функции АСР давления в СК (3) при заданных полиномах $P_0(s)$ (устойчивого), $P_1(s)$, $P_2(s)$, робастной устойчивости четырех реберных полиномов и подтверждении (неподтверждении) выполнения (8), (9), на основании которого делаем вывод о робастной устойчивости (неустойчивости) семейства (3).

Для этого получим реберные полиномы для семейства (3).

Пусть полиномы $P_1(s)$, $P_2(s)$ в (3) заданы выражениями

$$P_1(s) = b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3, \quad b_i > 0, \quad i = 0,1,2,3, \quad (10)$$

$$P_2(s) = c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3, \quad c_i > 0, \quad i = 0,1,2,3, \quad (11)$$

где $b_i > 0$, $c_i > 0$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (6) получим четыре реберных полинома. При $\zeta_1 = \pm\gamma$ получаем первый и второй реберные полиномы:

$$P_1(s, \zeta_2) = P_0(s) + \gamma P_1(s) + \zeta_2 P_2(s), \quad |\zeta_2| \leq \gamma, \quad (12)$$

$$P_2(s, \zeta_2) = P_0(s) - \gamma P_1(s) + \zeta_2 P_2(s), \quad |\zeta_2| \leq \gamma. \quad (13)$$

При $\zeta_2 = \pm\gamma$ получаем третий и четвертый реберные полиномы:

$$P_3(s, \zeta_1) = P_0(s) + \zeta_1 P_1(s) + \gamma P_2(s), \quad |\zeta_1| \leq \gamma, \quad (14)$$

$$P_4(s, \zeta_1) = P_0(s) + \zeta_1 P_1(s) - \gamma P_2(s), \quad |\zeta_1| \leq \gamma. \quad (15)$$

Опишем задачу определения робастной устойчивости каждого из четырех реберных полиномов.

Робастная устойчивость первого реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости первого реберного полинома (12). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство полиномов (12) принимает вид

$$P_1(s, \xi_2) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \gamma(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3) + \xi_2(c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3), |\xi_2| \leq \gamma. \quad (16)$$

Семейство (16) перепишем в виде

$$P_1(s, \xi_2) = a_0 + \gamma b_0 + \xi_2 c_0 + (a_1 + \gamma b_1 + \xi_2 c_1)s + (a_2 + \gamma b_2 + \xi_2 c_2)s^2 + (a_3 + \gamma b_3 + \xi_2 c_3)s^3, |\xi_2| \leq \gamma. \quad (17)$$

Семейство (17) представим в виде

$$P_1(s, \xi_2) = d_0(\xi_2) + d_1(\xi_2)s + d_2(\xi_2)s^2 + d_3(\xi_2)s^3, |\xi_2| \leq \gamma, \quad (18)$$

где $d_i(\xi_2) = a_i + \gamma b_i + \xi_2 c_i$ – коэффициенты семейства (18), зависящие от ξ_2 и γ .

Для семейства (18) получим номинальный полином

$$P_1^0(s) = d_0^0 + d_1^0s + d_2^0s^2 + d_3^0s^3, \quad (19)$$

где $d_i^0 = a_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (18), (19) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\gamma b_i + \xi_2 c_i| \leq \gamma |b_i + c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (20)$$

С учетом (20) запишем интервальное семейство (18) в форме

$$\wp(s) = \{P(s) = d_0 + d_1s + d_2s^2 + d_3s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3\}, \quad (21)$$

где $\alpha_i = |b_i + c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; γ – размах неопределенности.

Определим радиус устойчивости семейства (21).

Для этого необходимо ввести функции

$$U_0(\omega) = d_0^0 - d_2^0\omega^2, \quad V_0(\omega) = d_1^0 - d_3^0\omega^2, \quad R(\omega) = \alpha_0 + \alpha_2\omega^2, \quad T(\omega) = \alpha_1 + \alpha_3\omega^2$$

и построить годограф Цыпкина – Поляка

$$z(j\omega) = x(\omega) + jy(\omega) = \frac{U_0(\omega)}{R(\omega)} + j \frac{V_0(\omega)}{T(\omega)}, \quad 0 \leq \omega < \infty.$$

Исходя из графического критерия для робастной устойчивости семейства (21) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$d_0^0 > \gamma \alpha_0, \quad d_3^0 > \gamma \alpha_3 \quad (22)$$

и годограф $z(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞ проходил последовательно через 3 квадранта против часовой стрелки и не пересекал квадрата с вершинами $(\pm\gamma, \pm\gamma)$.

Построив годограф $z(j\omega)$, определяем радиус устойчивости интервального семейства (12) по формуле

$$\gamma_{\max} = \min\{\gamma^*, \gamma_0, \gamma_3\},$$

где γ^* – размер наибольшего квадрата $\{|x(\omega)| \leq \gamma^*, |y(\omega)| \leq \gamma^*\}$, вписанного в годограф $z(j\omega)$; $\gamma_0 = d_0^0 / \alpha_0$, $\gamma_3 = d_3^0 / \alpha_3$.

Последние равенства вытекают из условия (22).

Аналогично опишем задачу определения робастной устойчивости для остальных реберных полиномов (13)–(15).

Робастная устойчивость второго реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости второго реберного полинома (13). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство (13) принимает вид

$$P_2(s, \xi_2) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 - \gamma(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3) + \xi_2(c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3), \quad |\xi_2| \leq \gamma. \quad (23)$$

Семейство (23) перепишем в виде

$$P_2(s, \xi_2) = a_0 - \gamma b_0 + \xi_2 c_0 + (a_1 - \gamma b_1 + \xi_2 c_1)s + (a_2 - \gamma b_2 + \xi_2 c_2)s^2 + (a_3 - \gamma b_3 + \xi_2 c_3)s^3, \quad |\xi_2| \leq \gamma. \quad (24)$$

Семейство (24) представим в виде

$$P_2(s, \xi_2) = d_0(\xi_2) + d_1(\xi_2)s + d_2(\xi_2)s^2 + d_3(\xi_2)s^3, \quad |\xi_2| \leq \gamma, \quad (25)$$

где $d_i(\xi_2) = a_i - \gamma b_i + \xi_2 c_i$ – коэффициенты семейства (25), зависящие от ξ_2 и γ .

Для семейства (25) получим номинальный полином

$$P_2^0(s) = d_0^0 + d_1^0s + d_2^0s^2 + d_3^0s^3, \quad (26)$$

где $d_i^0 = a_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (25), (26) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\gamma b_i - \xi_2 c_i| \leq \gamma |b_i - c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (27)$$

С учетом (27) запишем интервальное семейство (25) в форме

$$\wp(s) = \{P(s) = d_0 + d_1s + d_2s^2 + d_3s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3\}, \quad (28)$$

где $\alpha_i = |b_i - c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; γ – размах неопределенности.

Определение радиуса устойчивости семейства (28) выполняется также, как и для семейства (21).

Робастная устойчивость третьего реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости третьего реберного полинома (14). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство (14) принимает вид

$$P_3(s, \xi_1) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \xi_1(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3) + \gamma(c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3), \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (29)$$

Семейство (29) перепишем в виде

$$P_3(s, \xi_1) = a_0 + \xi_1 b_0 + \gamma c_0 + (a_1 + \xi_1 b_1 + \gamma c_1)s + (a_2 + \xi_1 b_2 + \gamma c_2)s^2 + (a_3 + \xi_1 b_3 + \gamma c_3)s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (30)$$

Семейство (30) представим в виде

$$P_3(s, \xi_1) = d_0(\xi_1) + d_1(\xi_1)s + d_2(\xi_1)s^2 + d_3(\xi_1)s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma, \quad (31)$$

где $d_i(\xi_1) = a_i + \gamma c_i + \xi_1 b_i$ – коэффициенты семейства (31), зависящие от ξ_1 и γ .

Для семейства (31) получим номинальный полином

$$P_3^0(s) = d_0^0 + d_1^0 s + d_2^0 s^2 + d_3^0 s^3, \quad (32)$$

где $d_i^0 = a_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (31), (32) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\xi_1 b_i + \gamma c_i| \leq \gamma |b_i + c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (33)$$

С учетом (33) запишем интервальное семейство (31) в форме

$$\wp(s) = \left\{ P(s) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + d_3 s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3 \right\}, \quad (34)$$

где $\alpha_i = |b_i + c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; γ – размах неопределенности.

Определение радиуса устойчивости семейства (34) выполняется так же, как и для семейства (21).

Робастная устойчивость четвертого реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости четвертого реберного полинома (15). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство (15) принимает вид

$$P_4(s, \xi_1) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \xi_1 (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3) - \gamma (c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + c_3 s^3), \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (35)$$

Семейство (35) перепишем в виде

$$P_4(s, \xi_1) = a_0 + \xi_1 b_0 - \gamma c_0 + (a_1 + \xi_1 b_1 - \gamma c_1) s + (a_2 + \xi_1 b_2 - \gamma c_2) s^2 + (a_3 + \xi_1 b_3 - \gamma c_3) s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (36)$$

Семейство (36) можно представить в виде

$$P_4(s, \xi_1) = d_0(\xi_1) + d_1(\xi_1)s + d_2(\xi_1)s^2 + d_3(\xi_1)s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma, \quad (37)$$

где $d_i(\xi_1) = a_i - \gamma c_i + \xi_1 b_i$ – коэффициенты семейства (37), зависящие от ξ_1 и γ .

Для семейства (37) получим номинальный полином

$$P_4^0(s) = d_0^0 + d_1^0 s + d_2^0 s^2 + d_3^0 s^3, \quad (38)$$

где $d_i^0 = a_i - \gamma c_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (37), (38) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\xi_1 b_i - \gamma c_i| \leq \gamma |b_i - c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (39)$$

С учетом (39) запишем интервальное семейство (37) в форме

$$\wp(s) = \left\{ P(s) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + d_3 s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3 \right\}, \quad (40)$$

где $\alpha_i = |b_i - c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; $\gamma > 0$ – размах неопределенности.

Определение радиуса устойчивости семейства (40) выполняется так же, как и для семейства (21).

Определение робастной устойчивости первого (12) и третьего (14) реберных полиномов совпадает: для обоих полиномов масштабы изменения коэффициентов равны $\alpha_i = |b_i + c_i|$. Также совпадает определение робастной

устойчивости второго (13) и четвертого (15) реберных полиномов: для обоих полиномов масштабы изменения коэффициентов равны $\alpha_i = |b_i - c_i|$.

Определим робастную устойчивость реберных полиномов знаменателя передаточной функции АСР давления в СК.

Робастная устойчивость реберных полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне

С учетом номинального полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК (1) зададим полиномы (2), (10), (11):

$$\begin{aligned} P_0(s) &= 1 + 1,73s + 1,27s^2 + 0,61s^3, \\ P_1(s) &= 0,12 + 0,19s + 0,15s^2 + 0,08s^3, \\ P_2(s) &= 0,08 + 0,15s + 0,11s^2 + 0,04s^3. \end{aligned}$$

Не существует конкретных правил по выбору коэффициентов полиномов $P_1(s)$, $P_2(s)$. В данной работе они задаются в виде малых положительных чисел, примерно равных 10 % от значений коэффициентов полинома $P_0(s)$.

Необходимо определить область неопределенности семейства (3) в виде квадрата $\Xi = \{ \xi \in R^2 : |\xi|_2 \leq \gamma \}$.

Определяем коэффициенты полиномов (2), (10), (11): $a_0=1, a_1=1,73, a_2=1,27, a_3=0,61; b_0=0,12, b_1=0,19, b_2=0,15, b_3=0,08; c_0=0,08, c_1=0,15, c_2=0,11, c_3=0,04$.

Исследуем робастную устойчивость первого (12) и третьего (14) реберных полиномов, которым соответствуют интервальные семейства (21) и (34) соответственно.

Получим коэффициенты номинальных полиномов (19), (32) для интервальных семейств (21), (34): $d_0^0=a_0=1, d_1^0=a_1=1,73, d_2^0=a_2=1,27, d_3^0=a_3=0,61$.

Определяем размах изменения коэффициентов семейства (21), (34):

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= |b_0 + c_0| = 0,2; \quad \alpha_1 = |b_1 + c_1| = 0,34; \\ \alpha_2 &= |b_2 + c_2| = 0,26; \quad \alpha_3 = |b_3 + c_3| = 0,12. \end{aligned}$$

Необходимо определить, возможна ли робастная устойчивость семейств полиномов (21), (34) с номинальными полиномами (19), (32).

Проверим, существует ли $\gamma > 0$, обеспечивающее выполнение неравенства (22):

$$1 > \gamma \cdot 0,2; \quad 0,61 > \gamma \cdot 0,12 \Rightarrow \gamma < \frac{1}{0,2} = 5; \quad \gamma < \frac{0,61}{0,12} = 5,08.$$

Таким образом, существует $0 < \gamma < 5$.

Введем величины

$$\begin{aligned} U_0(\omega) &= d_0^0 - d_2^0 \omega^2 = 1 - 1,27\omega^2, \\ V_0(\omega) &= d_1^0 - d_3^0 \omega^2 = 1,73 - 0,61\omega^2, \\ R(\omega) &= \alpha_0 + \alpha_2 \omega^2 = 0,2 + 0,26\omega^2, \\ T(\omega) &= \alpha_1 + \alpha_3 \omega^2 = 0,34 + 0,12\omega^2 \end{aligned}$$

и построим годограф Цыпкина – Поляка:

$$z(j\omega) = x(\omega) + jy(\omega) = \frac{U_0(\omega)}{R(\omega)} + j \frac{V_0(\omega)}{T(\omega)} = \frac{1 - 1,27\omega^2}{0,2 + 0,26\omega^2} + j \frac{1,73 - 0,61\omega^2}{0,34 + 0,12\omega^2}.$$

Найдем точки пересечения с осями:

$$\omega = 0: z(0) = 5 + j5,09,$$

$$\operatorname{Re}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{1,27}} \approx 0,89: z(0,89) \approx j2,87,$$

$$\operatorname{Im}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1,73}{0,61}} \approx 1,68: z(1,68) \approx -2,77,$$

$$\omega \rightarrow \infty: z(\infty) = -4,88 - j5,08.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 3.

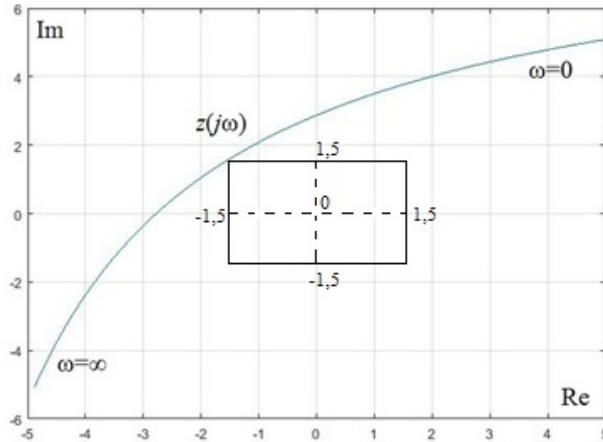


Рис. 3. Годограф Цыпкина – Поляка для первого и третьего реберных полиномов

Из рис. 3 видно, что существует квадрат со сторонами, равными $\gamma \in (0;5)$, вписанный в годограф $z(j\omega)$; значит, семейства полиномов (21), (34) обладают робастной устойчивостью.

Определяем радиус устойчивости интервальных семейств (21), (34):

$$\gamma_{\max} = \min\{\gamma^*; \gamma_0; \gamma_3\} = \min\{1,5; 5; 5,08\} \approx 1,5,$$

где $\gamma^* \approx 1,5$; $\gamma_0 = d_0^0/\alpha_0 = 5$, $\gamma_3 = d_3^0/\alpha_3 = 5,08$.

Квадрат со сторонами, равными радиусу устойчивости 1,5, показан на рис. 3.

Исследуем робастную устойчивость второго (13) и четвертого (15) реберных полиномов, которым соответствуют интервальные семейства (28) и (40) соответственно.

Получим коэффициенты номинальных полиномов (26), (38) для интервальных семейств (28), (40):

$$d_0^0 = a_0 = 1, d_1^0 = a_1 = 1,73, d_2^0 = a_2 = 1,27, d_3^0 = a_3 = 0,61.$$

Определяем размах изменения коэффициентов семейств (28), (40):

$$\alpha_0 = |b_0 - c_0| = 0,04; \alpha_1 = |b_1 - c_1| = 0,04;$$

$$\alpha_2 = |b_2 - c_2| = 0,04; \alpha_3 = |b_3 - c_3| = 0,04.$$

Необходимо определить, возможна ли робастная устойчивость семейств полиномов (28), (40) с номинальными полиномами (26), (38).

Проверим, существует ли $\gamma > 0$, обеспечивающее выполнение неравенства (22):

$$1 > \gamma \cdot 0,04; 0,61 > \gamma \cdot 0,04 \Rightarrow \gamma < \frac{1}{0,04} = 25; \gamma < \frac{0,61}{0,04} = 15,25.$$

Таким образом, существует $0 < \gamma < 15,25$.

Введем величины

$$U_0(\omega) = d_0^0 - d_2^0 \omega^2 = 1 - 1,27\omega^2,$$

$$V_0(\omega) = d_1^0 - d_3^0 \omega^2 = 1,73 - 0,61\omega^2,$$

$$R(\omega) = \alpha_0 + \alpha_2 \omega^2 = 0,04 + 0,04\omega^2,$$

$$T(\omega) = \alpha_1 + \alpha_3 \omega^2 = 0,04 + 0,04\omega^2$$

и построим годограф Цыпкина – Поляка

$$z(j\omega) = x(\omega) + jy(\omega) = \frac{U_0(\omega)}{R(\omega)} + j \frac{V_0(\omega)}{T(\omega)} = \frac{1 - 1,27\omega^2}{0,04 + 0,04\omega^2} + j \frac{1,73 - 0,61\omega^2}{0,04 + 0,04\omega^2}.$$

Найдем точки пересечения с осями:

$$\omega = 0: z(0) = 25 + j43,25,$$

$$\operatorname{Re}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{1,27}} \approx 0,89: z(0,89) \approx j17,39,$$

$$\operatorname{Im}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1,73}{0,61}} \approx 1,68: z(1,68) \approx -16,9,$$

$$\omega \rightarrow \infty: z(\infty) = -31,75 - j15,25.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 4.

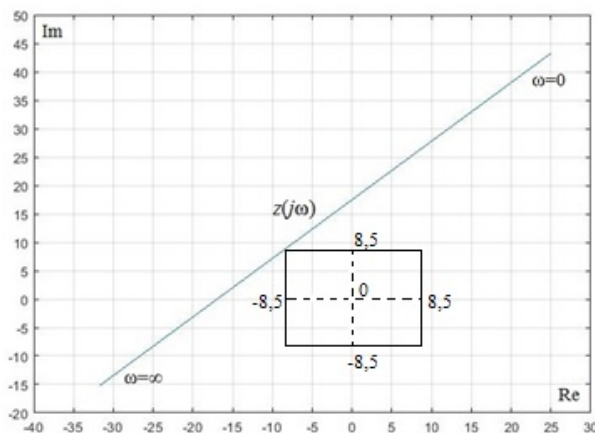


Рис. 4. Годограф Цыпкина – Поляка для второго и четвертого реберных полиномов

Из рис. 4 видно, что существует квадрат со сторонами, равными $\gamma \in (0; 15,25)$, вписанный в годограф $z(j\omega)$; значит, семейства полиномов (28), (40) обладают робастной устойчивостью.

Определяем радиус устойчивости интервальных семейств (28), (40):

$$\gamma_{\max} = \min\{\gamma^*; \gamma_0; \gamma_3\} = \min\{8,5; 25; 15,25\} \approx 8,5,$$

где $\gamma^* \approx 8,5$; $\gamma_0 = d_0^0/\alpha_0 = 25$, $\gamma_3 = d_3^0/\alpha_3 = 15,25$.

Квадрат со сторонами, равными радиусу устойчивости 8,5, показан на рис. 4.

Пересечение областей устойчивости четырех реберных полиномов дает радиус устойчивости семейства (3) $\gamma = 1,5$.

Поскольку выполняются условия (8), (9), полином $P_0(s)$ устойчив и четыре реберных полинома обладают робастной устойчивостью, делаем вывод о робастной устойчивости семейства полиномов (3) с параметрами неопределенности, изменяющимися в квадрате $\Xi = \{\xi \in R^2 : |\xi|_2 \leq 1,5\}$.

Заключение

Таким образом, на основе определения робастной устойчивости четырех реберных полиномов рассмотренное семейство полиномов знаменателя передаточной функции АСР давления в СК обладает робастной устойчивостью с радиусом устойчивости, равным 1,5. Данный результат может быть использован при разработке АСР давления в СК и выборе настроек регуляторов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ancheyta J.* Modeling and simulation of catalytic reactors for petroleum refining. Hoboken: Wiley, 2011. 528 p.
2. *Smith J.M.* Chemical engineering kinetics. St. Louis: McGraw-Hill, 1981. 676 p.
3. *Дерюгина О.П., Мечик С.В., Трапезников Е.А.* Процессы каталитического риформинга и компаундирования как способы повышения октанового числа в бензинах, применяемые в промышленных масштабах // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2020. № 3. С. 89–99.
4. *Gumen M.I.* Increasing of the efficiency of the reforming LG-35-11/300 // Petroleum Processing and Petrochemistry. 2001. № 11. P. 54–57.
5. *Pinheiro C.I.C., Fernandes J.L., Domingues L.* Catalytic cracking (FCC) process modeling, simulation and control // Industrial Engineering Chemistry Research. 2012. № 51 (1). P. 1–29.
6. *Weekman V.A.* Model of catalytic cracking conversion in fixed, moving and fluid-bed reactors // Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development. 1968. № 7 (1). P. 90–95.
7. *Mircea C., Agachi S., Marimoiu V.* Simulation and model predictive control of a UOP fluid catalytic cracking // Chemical Engineering and Processing. 2003. V. 42. P. 67.
8. *Шариков Ю.В., Ткачев И.В.* Анализ литературного обзора по моделированию процессов реакторного узла каталитического риформинга // Современные научные исследования и инновации. 2018. № 5 (85). С. 7.
9. *Дюсембаева А.А., Вершинин В.И.* Моделирование каталитического риформинга прямогонного бензина: влияние технологических параметров на состав продуктов риформинга // Катализ в промышленности. 2018. № 5. С. 70–75.
10. *Кузичкин А.А.* Статическая оптимизация процесса каталитического риформинга // Естественные и технические науки. 2017. № 10 (112). С. 106–112.
11. *Альмохсен М.А.К.* Модификация процесса каталитического риформинга бензиновой фракции // Вестник магистратуры. 2018. № 12–3 (87). С. 127–128.
12. *Ефремов В.В., Шелудько А.Г.* Расчет робастно-устойчивости автоматической системы регулирования температуры водообогреваемой спецодежды водолаза // Дизайн и технологии. 2013. № 34 (76). С. 75–79.
13. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
14. *Nguang S.K.* Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2000. V. 45. № 4. P. 756–762.
15. *Wu L., Zhou W.* Delay-dependent robust stabilization for uncertain singular systems with discrete and distributed delays // Journal of Control Theory and Applications. 2008. № 6. P. 171–176.

16. *Хлебников М.В., Квинто Я.И.* Условия робастной устойчивости для семейства линейных дискретных систем с неопределенностями // Проблемы управления. 2020. № 5. С. 17–21.
17. *Цирлин А.М., Борисов Г.Б.* Робастная степень устойчивости и настройки регуляторов для технологических объектов с запаздыванием // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2021. № 10. С. 39–45.
18. *Ахроров А.А.У., Комилов М.З., Тиллоев Л.И., Кобилев А.Б.У.* Эффективность протекания процесса каталитического риформинга // Научный аспект. 2018. Т. 7. № 4. С. 877–879.
19. *Щеглова А.А.* К вопросу о сверхустойчивости интервального семейства дифференциально-алгебраических уравнений // Автоматика и телемеханика. 2021. № 2. С. 55–70.
20. *Гайворонский С.А., Езангина Т.А., Хожяев И.В., Несенчук А.А.* Определение вершинных полиномов для анализа степени робастной устойчивости интервальной системы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 5. С. 266–273.

Статья поступила в редакцию 24 марта 2022 г.

DETERMINATION OF THE RADIUS OF ROBUST STABILITY OF THE AUTOMATIC PRESSURE CONTROL SYSTEM IN THE STABILIZATION COLUMN OF A CATALYTIC REFORMING UNIT

A.M. Dzhambekov¹, B.S. Dmitrievsky², A.A. Terekhova²

¹Astrakhan College of Computer Science
2, Smolyanoy lane, Astrakhan, 414056, Russian Federation

²Tambov State Technical University
106/5, room 2, Russia, Sovetskaya st., Tambov, 392000, Russian Federation

E-mail: azamat-121@mail.ru

Abstract. *It is proposed to take into account the influence of uncontrolled disturbances on the regulation of pressure in the stabilization column of a catalytic reforming unit by changing the coefficients of the denominator polynomial of the transfer function of the automatic pressure control system based on robust stability methods. To describe the problem in a general form, a general view of the polynomial of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer is obtained. The purpose of the study is to determine the maximum range of change in the coefficients of the polynomial of the denominator of the transfer function of an automatic pressure control system in the stabilization column of a catalytic reformer, at which robust stability is maintained. Methods - methods of robust stability, automatic control theory. A family of polynomials of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of a catalytic reformer with squared uncertainty parameters is considered. The problem of determining the area of robust stability of a family of polynomials is reduced to determining the areas of stability of four edge polynomials and the intersection of all areas to determine the area of robust stability of the family. In general, the problem of determining the robust stability of each edge polynomial is described. To determine the area of robust stability of the family of polynomials of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer, three polynomials, including the nominal one, are specified. Based on the general description of the problem, the radius of stability of each edge polynomial is determined using a graphical criterion and the construction of a Tsytkin-Polyak hodograph. Results - based on the intersection of the stability regions of four rib polynomials, the robust stability region of the family of polynomials of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer with a stability radius of 1.5 was determined. Conclusion - this result can be used in the development of an automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer and the choice of regulator settings.*

Keywords: *catalytic reforming, automatic control system, family of polynomials, edge polynomial, robust stability, stability radius, uncertainty set*

REFERENCES

1. *Ancheyta J.* Modeling and simulation of catalytic reactors for petroleum refining. Hoboken: Wile. 2011. 528 p.

¹ Azamat M. Dzhambekov (Ph.D.), Teacher.

² Boris S. Dmitrievsky (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

² Anastasia A. Terekhova, Postgraduate Student.

2. *Smith J.M.* Chemical engineering kinetics. – St. Louis: McGraw-Hill, 1981. 676 p.
3. *Deryugina O.P., Mechik S.V., Trapeznikov E.A.* Processes of catalytic reforming and compounding as ways to increase the octane number in gasoline, applied on an industrial scale // Oil and gas. 2020. No. 3. Pp. 89–99. (in Russian).
4. *Gumen M.I.* Increasing of the efficiency of the reforming LG-35-11/300 // Petroleum Processing and Petrochemistry. 2001. 11. Pp. 54–57.
5. *Pinheiro C.I.C., Fernandes J.L., Domingues L.* Catalytic cracking (FCC) process modeling, simulation and control. Industrial I Engineering Chemistry Research. 2012. 51(1). Pp. 1–29.
6. *Weekman V.A.* Model of catalytic cracking conversion in fixed, moving and fluid-bed reactors // Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development. 1968. 7 (1). Pp. 90–95.
7. *Mircea C., Agachi S., Marimoiu V.* Simulation and model predictive control of a UOP fluid catalytic cracking Chemical Engineering and Processing. 2003. V. 42. Pp. 67.
8. *Sharikov Yu.V., Tkachev I.V.* Analysis of the literature review on modeling the processes of the catalytic reforming reactor unit // Modern scientific research and innovation. 2018. 5 (85). Pp. 7. (in Russian).
9. *Dyusembaeva A.A., Vershinin V.I.* Simulation of catalytic reforming of straight-run gasoline: influence of technological parameters on the composition of reforming products // Catalysis in industry. 2018. 5. Pp. 70–75. (in Russian).
10. *Kuzichkin A.A.* Static optimization of the catalytic reforming process // Natural and technical sciences. 2017. 10 (112). Pp. 106 – 112. (in Russian).
11. *Almohsen M.A.K.* Modification of the process of catalytic reforming of the gasoline fraction // Bulletin of the Magistracy. 2018. 12-3(87). Pp. 127–128. (in Russian).
12. *Efremov V.V., Sheludko A.G.* Calculation of robust-stability of an automatic temperature control system for a water-heated diver's overalls // Design and Technologies. 2013. 34 (76). Pp. 75–79. (in Russian).
13. *Polyak B.T., Shcherbakov P.S.* Robust stability and control. M.: Nauka, 2002. 303 p. (in Russian).
14. *Nguang S.K.* Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2000. V. 45, 4. Pp. 756–762.
15. *Wu L., Zhou W.* Delay-dependent robust stabilization for uncertain singular systems with discrete and distributed delays // Journal of Control Theory and Applications. 2008. 6. Pp. 171–176.
16. *Khlebnikov M.V., Kvinto Ya.I.* Robust stability conditions for a family of linear discrete systems with uncertainties // Control Problems. 2020. 5. Pp. 17–21. (in Russian).
17. *Tsirlin A.M., Borisov G.B.* Robust degree of stability and adjustment of controllers for technological objects with delay // Instruments and systems. Management, control, diagnostics. 2021. 10. Pp. 39–45.
18. *Akhrorov A.A.U., Komilov M.Z., Tilloev L.I., Kobilov A.B.U.* Efficiency of the catalytic reforming process // Scientific aspect. 2018. Vol. 7 (4). Pp. 877–879.
19. *Shcheglova A.A.* On the issue of superstability of an interval family of differential-algebraic equations // Automation and Telemechanics. 2021, 2. Pp. 55–70.
20. *Gaivoronsky S.A., Ezangina T.A., Khozhaev I.V., Nesenчук A.A.* Definition of vertex polynomials for the analysis of the degree of robust stability of an interval system // Mechatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. 2019. Vol. 20, 5. Pp. 266–273.