



# Обработка металлов (технология • оборудование • инструменты)

Сайт журнала: [http://journals.nstu.ru/obrabotka\\_metallov](http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov)



## Влияние вибраций на траектории формообразующих движений инструмента при точении

Вилор Заковоротный <sup>a</sup>, Валерия Гвинджилия <sup>b, \*</sup>

Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия

<sup>a</sup> <https://orcid.org/0000-0003-2187-9897>, [vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru), <sup>b</sup> <https://orcid.org/0000-0003-1066-4604>, [sinnedden@yandex.ru](mailto:sinnedden@yandex.ru)

### ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 621.9:531.3

#### История статьи:

Поступила: 10 апреля 2019  
 Рецензирование: 21 мая 2019  
 Принята к печати: 01 июля 2019  
 Доступно онлайн: 15 сентября 2019

#### Ключевые слова:

Нелинейная динамика  
 Вибрации  
 Процесс резания  
 Геометрическая топология поверхности детали

#### Финансирование

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ №19-08-00022

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** Вибрации всегда сопровождают процесс резания и влияют на параметры качества изготовления деталей и состояние процесса резания, оцениваемого, например, интенсивностью изнашивания инструмента. **В работе рассматриваются** вибрации, генерируемые самим станком (биения шпиндельной группы, кинематические возмущения, вариации припуска и пр.), а также специально вводимые в зону резания управляемые колебания для улучшения качества изготовления деталей. За счет вибраций изменяются траектории формообразующих движений, зависящих от траекторий исполнительных элементов станка, дополнительных вибраций и упругих деформационных смещений инструмента относительно заготовки. Траектории формообразующих движений являются главным фактором формирования геометрической топологии поверхности детали в единстве геометрической точности, волнистости и шероховатости поверхности. Однако до настоящего времени нет единого мнения о влиянии вибраций на параметры качества детали. **Методы исследования.** В статье на основе математического моделирования динамической системы резания рассмотрено влияние вибраций на траектории формообразующих движений вершины инструмента относительно заготовки как основного фактора, определяющего геометрическую топологию детали. В отличие от известных работ, во-первых, параметры динамической связи предоставлены в координатах состояния. Во-вторых, учтено влияние вибрационных возмущений, существующих в станке, а также специально вводимых колебаний на свойства динамической системы (например, устойчивость) и результат (прежде всего геометрическую топологию). **Результаты и обсуждение.** Приведены результаты моделирования, раскрывающие эффекты нелинейной динамики, которые могут вызывать как улучшение, так и ухудшение параметров геометрической топологии. Эти эффекты проявляются в образовании динамической постоянной составляющей деформационных смещений, в формировании вдоль траектории различных притягивающих множеств деформационных смещений и их бифуркаций. Намечены пути улучшения качества формируемой резанием поверхности за счет согласования вводимых и (или) существующих естественным образом внешних возмущений со свойствами динамической системы и управляемыми от ЧПУ траекториями исполнительных элементов станка. Результаты исследований направлены на повышение эффективности процесса по параметрам качества изготовления деталей. Их можно использовать и для динамического мониторинга состояния процесса во время обработки, например износа инструмента.

**Для цитирования:** Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние вибраций на траектории формообразующих движений инструмента при точении // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2019. – Т. 21, № 3. – С. 42–58. – DOI:10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58.

## Введение

Колебания, сопровождающие процесс резания, обычно делят на три категории. Во-первых, это различные притягивающие множества деформационных смещений инструмента относительно заготовки, обусловленные потерей устой-

чивости равновесия в динамической системе. При математическом моделировании их формирования принципиальное значение имеют нелинейные связи, учитываемые в математическом описании сил, действующих на инструмент и представляемых в координатах состояния системы [1–18]. Причем параметры в математическом описании связей считаются постоянными и, как правило, подлежащими идентификации. Например, постоянная времени стружкообразования, от величины которой зависит устойчивость рав-

#### \*Адрес для переписки

Гвинджилия Валерия Енвериевна, аспирант  
 Донской государственный технический университет  
 пл. Гагарина, 1,  
 344000, г. Ростов-на-Дону, Россия  
 Тел.: +7 (918) 583-23-33, e-mail: [sinnedden@yandex.ru](mailto:sinnedden@yandex.ru)

новесия системы, находится в зависимости от технологических режимов, а не от траектории. Проанализированы устойчивость [1–8], автоколебания [9–18], инвариантные торы и хаотические аттракторы [10–26], рассмотрены проблемы бифуркаций и параметрического самовозбуждения [20, 21, 26]. Для анализа формирования притягивающих множеств и бифуркаций привлекались также законы трения по передней и задней поверхности инструмента [20, 21]. Во-вторых, рассмотрено влияние вибраций, специально вводимых в зону резания для улучшения процесса обработки [26–34]. Здесь рассмотрено влияние ультразвуковых колебаний (УЗК) на параметры качества деталей и интенсивность изнашивания инструмента. Показано, что при увеличении интенсивности УЗК существует оптимальная амплитуда и направление, при которых интенсивность изнашивания уменьшается и улучшаются показатели качества. Эти исследования выполнены экспериментально. Исключение представляют работы [33, 34], в которых показано взаимное влияние действующих подсистем генерации УЗК и реакции со стороны резания. Для улучшения резания предложены авторезонансные системы УЗК. В-третьих, изучено влияние вибраций, вводимых в зону резания самим станком (биения шпинделя, кинематические и другие возмущения, периодические вариации припуска и пр.) [35–38]. Эти возмущения лежат в низкочастотной области, существенно меньшей собственных частот колебательных контуров, определяемых подсистемами инструмента и заготовки. Рассмотрены бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений в зависимости от биений [36], а также влияние вибрационных возмущений от приводов на геометрическую топологию поверхности детали [38]. В статье ставится цель развить известные исследования в направлении изучения влияния вибраций на процесс резания в широком частотном диапазоне, превышающем собственные частоты колебательных контуров, определяемых взаимодействующими подсистемами со стороны инструмента и заготовки. При этом параметры динамической связи, формируемой процессом резания, представляются зависящими от траекторий движений вершины инструмента относительно заготовки с учетом их пространственных деформационных смещений и вводимых в зону

резания колебаний. Все нелинейные эффекты изменения динамических свойств рассматриваются под углом зрения их влияния на параметры точности и качества изготовления детали, представляемой ее геометрической топологией поверхности. Раскрываются резервы повышения эффективности резания путем согласования внешнего управления (например, программы ЧПУ) с внутренними динамическими свойствами процесса резания, что согласуется с синергетической парадигмой когерентности внешнего управления с внутренней динамикой системы резания.

### Методика исследований

Пусть заданы гармонические, имеющие неизменную пространственную ориентацию, колебания, вводимые в зону резания:

$$\Delta X(t) = \Delta X_0 \sin \Omega t \{ \chi_1^{(\Delta)}, \chi_2^{(\Delta)}, \chi_3^{(\Delta)} \}^T, \quad (1)$$

где  $\chi^{(\Delta)} = \{ \chi_1^{(\Delta)}, \chi_2^{(\Delta)}, \chi_3^{(\Delta)} \}^T$  – коэффициенты ориентации, удовлетворяющие нормировке  $(\chi_1^{(\Delta)})^2 + (\chi_2^{(\Delta)})^2 + (\chi_3^{(\Delta)})^2 \equiv 1$ ;  $\Delta X_0, \Omega$  – амплитуда и частота. Мощность источника колебаний полагалась существенно больше мощности резания, т. е. реакция со стороны резания на них отсутствует. Ограничимся обработкой недеформируемой заготовки, тогда уравнение динамики (рис. 1, а) [32–39] будет следующим:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F(X, t, S, V, X) = F_{\Sigma}(X, t_P^{(0)}, S_P^{(0)}, V_P, \Delta X), \quad (2)$$

где  $m, h, c$  – симметричные, положительно определенные матрицы, размерностью  $3 \otimes 3$ ;  $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$  – вектор упругих деформаций инструмента относительно несущей системы;  $F_{\Sigma}(X, t_P^{(0)}, S_P^{(0)}, V_P, \Delta X) = \{F_{\Sigma,1}, F_{\Sigma,2}, F_{\Sigma,3}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$  – вектор-функция сил, действующих на инструмент (динамическая связь процесса);  $t_P^{(0)}, S_P^{(0)}, V_3$  – глубина, оборотная подача и скорость резания. Это есть управляющие параметры, зависящие от управляемых траекторий исполнительных элементов, задаваемых, например, программой ЧПУ. Главный угол в плане  $\varphi = \pi/2$ , т. е. оси про-

странства  $\mathfrak{R}^{(3)}$  ориентированы так, как показано на рис. 1. Динамические свойства системы (2) определяются, прежде всего, представлением сил  $F_{\Sigma}(X, t_p^{(0)}, S_p^{(0)}, V_p, \Delta X)$  в координатах состояния  $X$ , внешних воздействиях и управляющих параметрах. Выделим составляющие, действующие на переднюю поверхность инструмента  $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T \in \mathfrak{R}^3$  и на его задние грани  $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ . Вначале рассмотрим  $F$ . Будем следовать работам [1–3, 7, 8], т. е. учтем зависимость сил от площади срезаемого слоя, изменение давления стружки на переднюю поверхность от скорости резания, а также запаздывание изменения сил по отношению к вариациям площади. Тогда в скоростном диапазоне, соответствующем падающему участку сил при увеличении скорости, справедливо, что

$$F = F^{(0)} \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T, \\ T^{(0)} dF^{(0)} / dt + F^{(0)} = \rho_{\Sigma}(V_3, \Delta X_0, \Omega, dX_3 / dt) \times \\ \times [t_p^{(0)} + \chi_1^{(\Delta)} \Delta X_0 \sin \Omega t - X_1] \times \\ \times \int_{t-T}^t \{V_2(\xi) - v_2(\xi) + \chi_2^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega \xi\} d\xi, \quad (3)$$

где  $\rho_{\Sigma} = \begin{cases} \rho \{1 + \mu \exp[-\zeta(V_3 + \chi_3^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega t - \\ - dX_3 / dt)]\}, \text{ при } V_{3,\Sigma}(t) \geq 0, \\ 0, \text{ при } V_{3,\Sigma}(t) < 0 \end{cases}$  –

давление стружки в [кг/мм<sup>2</sup>];  $\rho$  – давление в области больших скоростей;  $\zeta$  – параметр, определяющий крутизну уменьшения сил при возрастании скорости в [с/мм];  $\mu$  – безразмерный

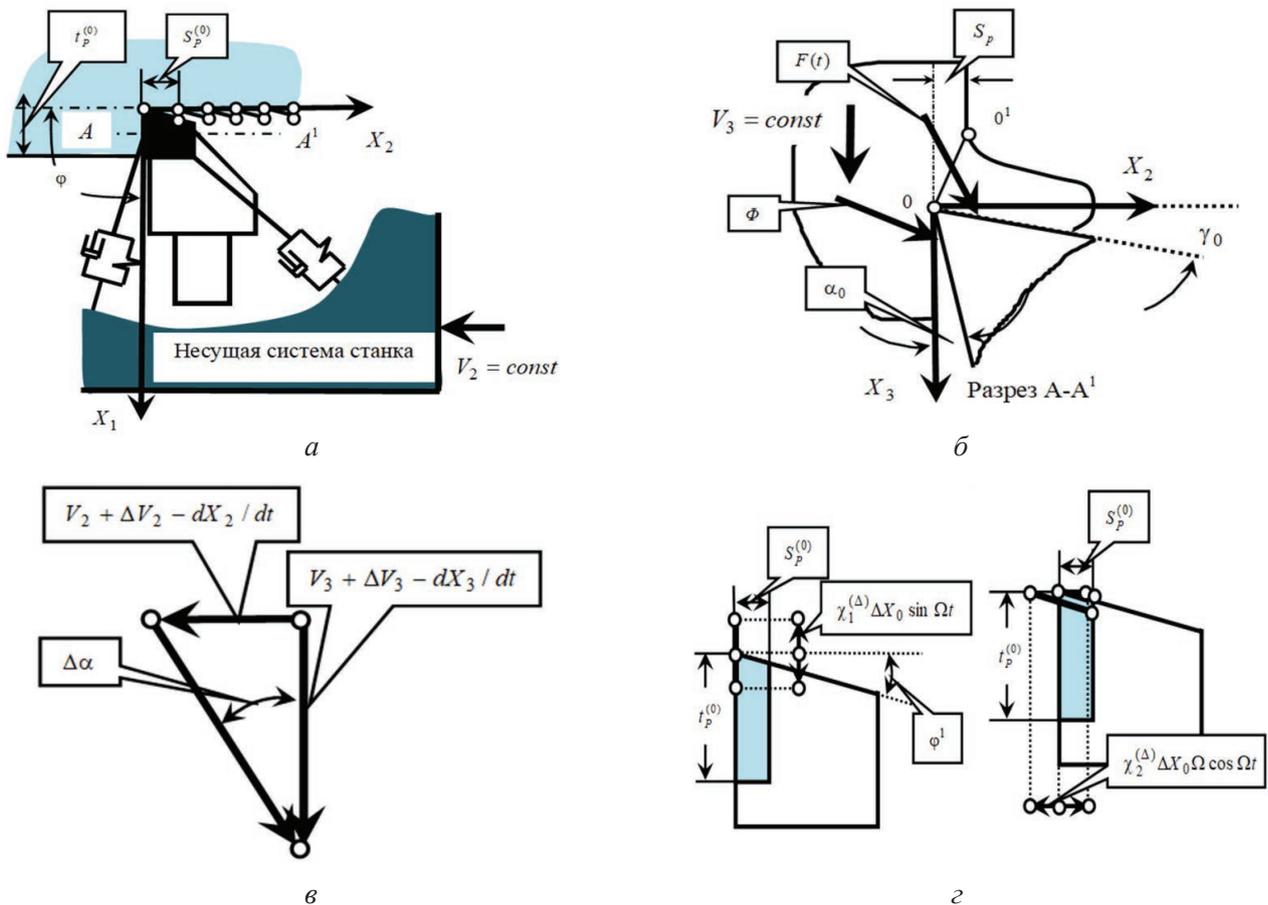


Рис. 1. Ориентация осей деформаций и сил:

*a* – схема деформаций вершины инструмента; *б* – ориентация сил и деформаций в плоскости; *в* – изменение кинематических задних углов инструмента; *г* – изменения длины контакта кромок за счет колебаний

Fig. 1. Orientation of the deformations and forces axes:

*a* – scheme of the tool tip deformations; *б* – orientation of the forces and deformation in the plane; *в* – change of the kinematic back clearances of the tool; *г* – change of the edges contact length due to vibrations

коэффициент;  $T^{(0)}$  – параметр, определяющий запаздывание изменения сил резания;  $T$  – время оборота детали в [с];  $V_2, V_3$  – соответственно скорости подачи и резания в [мм/с];  $v_2 = dX_2 / dt$ .

Угловые коэффициенты  $\chi_i, i=1, 2, 3$ , как и  $\chi_1^{(\Delta)}$  в выражении (1), удовлетворяют условиям нормировки. Система (3) учитывает отсутствие давления при реверсировании скорости резания.

С помощью оператора  $S_p(t) = \int_{t-T}^t \{V_2(\xi) - v_2(\xi) +$

$+ \chi_2^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega \xi\} d\xi$  учитывается влияние тра-

екторий на предыдущем обороте на формирование оборотной подачи. Частота вращения детали постоянна. Все параметры системы, в том числе  $T^{(0)}$ , являются функцией координат состояния. К тому же, как показывают эксперименты, всегда существует запаздывание в вариациях сил в направлении  $X_3$  по отношению к силам в направлениях  $X_1$  и  $X_2$ , т. е.  $\chi_3 = \chi_3(t - \tau)$  (здесь  $\tau$  – время запаздывания). Параметр  $\tau$  уменьшается при увеличении скорости резания и объема пластической деформации. Исследования [1, 3–5, 43–45] показали, что  $T^{(0)}$  является функцией физических и механических координат состояния. Причем на  $T^{(0)}$  прежде всего влияет объем пластической деформации материала, прилегающего к передней грани, который зависит от площади  $S(t)$  и скорости резания, изменяющей усадку стружки. Тогда

$$T^{(0)} = \frac{k S_p(t) t_p(t)}{V_3(t)}, \quad (4)$$

где  $S_p(t) = \Delta X_0 \chi_2^{(\Delta)} \sin \Omega t + \int_{t-T}^t \{V_2^{(0)} - dX_2 / dt\} dt$ ;

$t_p(t) = t_p^{(0)} + \Delta X_0 \chi_1^{(\Delta)} \sin \Omega t - X_1(t)$ ;  $k$  – коэффициент размерности,  $\text{мм}^{-1}$ ;  $V_3(t) = V_3^{(0)} + \Delta X_0 \chi_3^{(\Delta)} \Omega \cos \Omega t - dX_3 / dt$ . В дальнейшем будем анализировать систему с постоянными технологическими режимами, т. е.  $S_p^{(0)} = \int_{t-T}^t \{V_3^{(0)}\} dt = V_3^{(0)} T = \text{const}$ ,  $t_p^{(0)} = \text{const}$  и  $V_3^{(0)} = \text{const}$ .

Рассмотрим также силы  $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\}^T \in \mathfrak{R} \in \mathfrak{R}^{(3)}$ , действующие на задние грани инструмента. Они зависят от колебательных скоростей и определяют нелинейную диссипацию процесса.

Силы  $\Phi$  (рис. 1, б) непропорционально возрастают при уменьшении заднего угла  $\alpha(t)$  и зависят от длины контакта режущего лезвия с заготовкой. Тогда

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_1 &= \rho_0 \left\{ \int_{t-T}^t [V_2 + \chi_2^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega t - dX_2 / dt] dt \right\} \times \\ &\quad \times \exp(-k_\alpha \alpha^{(1)}), \\ \Phi_2 &= \rho_0 \cos \left[ t_p^{(0)} + \chi_1^{(\Delta)} \Delta X_0 \sin \Omega t - X_1 \right] \exp(-k_\alpha \alpha^{(2)}), \\ \Phi_3 &= k_T (\Phi_1 + \Phi_2), \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где  $\rho_0$  – силы, приведенные к длине контакта в [кг/мм];  $k_\alpha$  – коэффициент изменения сил (в  $\text{рад}^{-1}$ ) от угла  $\alpha^{(i)}, i=1, 2$ ;  $k_T$  – коэффициент, определяющий связь между силами, нормальными к образующей в области задних граней, и силами в направлении  $X_3$ ;  $V_2$  – скорость продольного суппорта в [мм/с].

Угол  $\alpha^{(i)}, i=1, 2$  определяется (рис. 1, в) по формуле

$$\alpha^{(i)} = \alpha_0^{(i)} - \Delta \alpha^{(i)}(t), \quad (6)$$

где  $\Delta \alpha^{(1)}(t) = \arctg \frac{\chi_1^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega t - dX_1 / dt}{V_3 + \chi_3^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega t - dX_3 / dt}$ ;

$\Delta \alpha^{(2)}(t) = \arctg \frac{V_2 + \chi_2^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega t - dX_2 / dt}{V_3 + \chi_3^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega t - dX_3 / dt}$ ,  $\alpha_0^{(i)}$  –

исходные в статике значения заднего угла. Если изменения деформаций отсутствуют и нет внешних вибраций, то  $\alpha^{(i)} \Rightarrow \alpha_0^{(i)} \approx \text{const}$ , так как  $V_3 \gg V_2$ . Модель учитывает, что вибрационные возмущения изменяют направление движения вершины инструмента. Если  $\phi^1 \Rightarrow 0$ , то вариации длины контакта лезвий за счет дополнительных колебаний практически равны им (рис. 1, г).

Уравнения (1)–(6) характеризуют возмущенную динамику процесса резания, в которых параметры динамической связи зависят как от вводимых колебаний, так и от координат состояния. В этом принципиальное отличие рассматриваемых уравнений динамики процесса резания от известных.

### Преобразование динамических свойств системы в зависимости от вибрационных возмущений

Вначале коротко остановимся на свойствах невозмущенной системы, которые вытекают из представления параметров динамической связи

в координатах состояния, прежде всего, параметра  $T^{(0)}$ . Для конкретизации рассмотрим систему, имеющую следующие параметры. Инструмент:

$$m = \begin{bmatrix} 0,025 & 0 & 0 \\ 0 & 0,025 & 0 \\ 0 & 0 & 0,025 \end{bmatrix} \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм};$$

$$h = \begin{bmatrix} 2,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 1,5 & 0,08 \\ 0,1 & 0,08 & 1,5 \end{bmatrix} \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм};$$

$$c = \begin{bmatrix} 1000 & 200 & 100 \\ 200 & 500 & 60 \\ 100 & 60 & 500 \end{bmatrix} \text{ кг}/\text{мм}.$$

Угловые коэффициенты:  $\chi_1 = 0,351$ ,  $\chi_2 = 0,401$ ,  $\chi_3 = 0,847$ . Технологические режимы: глубина  $t_p^{(0)} = 2,5$  мм, подача  $S_p^{(0)} = 0,1$  мм, скорость резания  $V_3^{(0)} = 2,0$  м/с. Собственные частоты подсистемы инструмента:  $\Omega_{0,1} = 180 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_{0,2} = 230 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega_{0,3} = 260 \text{ с}^{-1}$ . Параметры динамической связи, формируемой резанием, приведены в таблице.

На рис. 2 приведены два примера проекций фазовых траекторий на плоскость  $X_1 - dX_1/dt$ . На правых иллюстрациях дополнительно введена ось, показывающая изменение  $T^{(0)}$  вдоль траектории. Примеры характеризуют переходные процессы установления притягивающих множеств деформационных смещений: *a* – асимптотически устойчивой точки равновесия; *б* – предельного цикла. Если  $T^{(0)}$  неизменна вдоль траектории, то свойства системы остаются неизменными во всем фазовом пространстве, и в зависимости от  $\rho$  существует диапазон изменения  $T^{(0)}$ , при котором равновесие неустойчиво. Он уменьшается при уменьшении  $\rho$  и, начиная с некоторого его значения, система становится устойчивой при всех  $T^{(0)}$ . Поэтому асимптотически устойчивая точка равновесия в результате изменения  $T^{(0)}$  вдоль траектории может потерять устойчивость, и по мере развития перио-

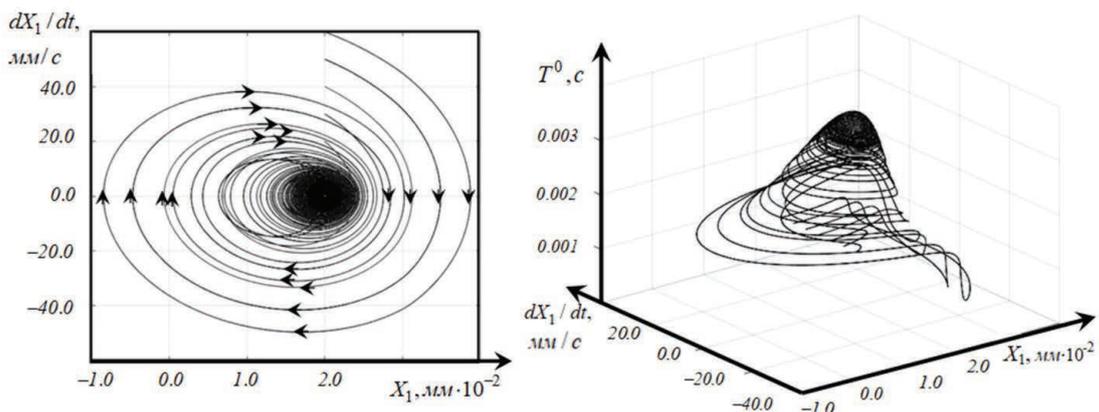
дических движений переходить из области притяжения равновесия в область ее отталкивания. В результате, как и в моделях Релея и Ван дер Поля, в системе формируется притягивающее множество типа предельного цикла (рис. 2, б).

Если в систему ввести дополнительные колебания, то ситуация принципиально меняется. По мере увеличения частоты принципиально изменяются эффекты от вводимых дополнительных колебаний. В низкочастотной области ( $\Omega^{(1)} \in (0, 50 \text{ с}^{-1})$ ) вдоль траектории наблюдается перестройка динамических свойств, проявляющаяся в том, что на некоторых участках траектория может потерять устойчивость (рис. 3). Тогда в ее окрестности образуются различные притягивающие множества от предельного цикла и инвариантного тора до хаотического аттрактора. На рис. 3, б в точке А траектория теряет устойчивость, затем наблюдается динамическая перестройка, после чего в точке В траектории возвращаются к единому аттрактору. На приведенном примере дополнительные колебания подаются в направлении  $X_1$  с амплитудой  $\Delta X_0 = 0,05$  мм и частотой  $\Omega = 20 \text{ с}^{-1}$ . Если частоты колебаний соизмеримы с собственными частотами инструмента (множество  $\Omega^{(2)} \in (50 \text{ с}^{-1}, 500 \text{ с}^{-1})$ ), то в зависимости от амплитуды и частоты наблюдаются бифуркации притягивающих множеств. За счет колебаний параметры системы, представленные в координатах состояния, имеют периодические составляющие. Тогда наблюдаются параметрические явления, например параметрическое самовозбуждение.

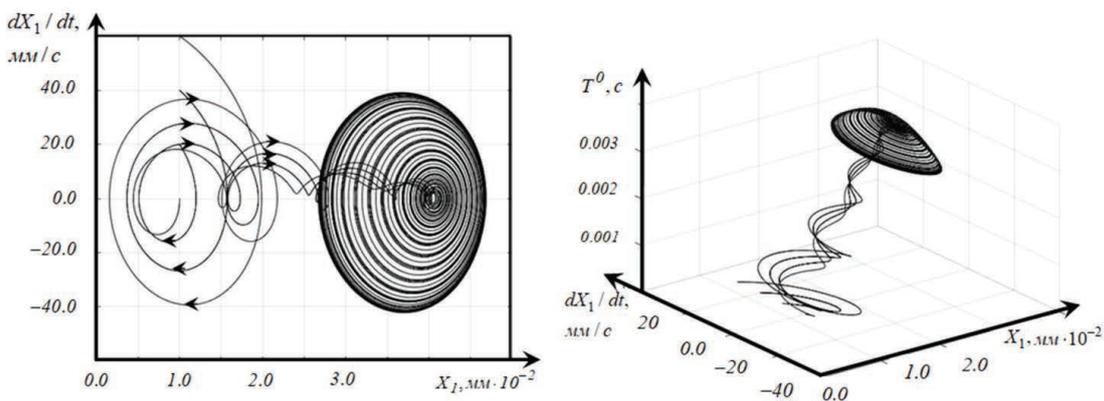
Типичным примером изменения топологии фазового пространства является преобразование предельного цикла в инвариантный тор, который после некоторой критической амплитуды преобразуется в хаотический аттрактор (рис. 4). Ранее показано, что сценарием перехода к хаотическому аттрактору является каскад бифуркаций удвоения периода [36]. Хаотические колебания формируются в низкочастотной области (рис. 4, в).

**Параметры динамической связи процесса резания**  
**The parameters of dynamic link of the cutting process**

$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	$\rho_0, \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$	$\frac{c}{\text{мм}}$	$k_\alpha, \text{рад}^{-1}$	$k, \text{мм}^{-1}$	$\mu$	$k_T$	$\tau, \text{с}$
300	20	0,05	100	5,0...10,0	0,5	0,2	0...0,001



a



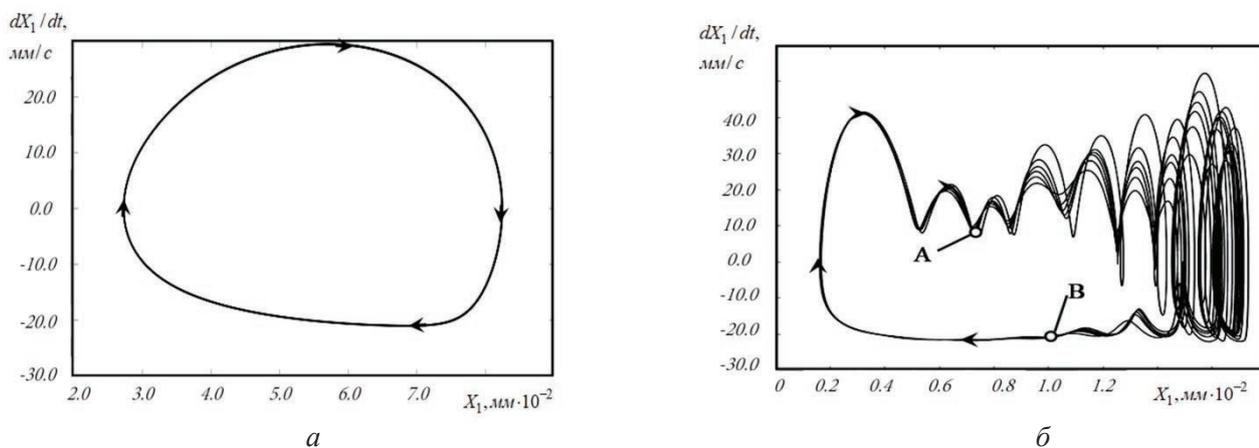
b

Рис. 2. Примеры установления притягивающих множеств деформационных смещений в невозмущенной системе резания:

$a - \rho = 200 \text{ кг/мм}^2$ ;  $b - \rho = 500 \text{ кг/мм}^2$

Fig. 2. Examples of the attracting sets of the deformation displacement in the unperturbed cutting system:

$a - \rho = 200 \text{ кг/мм}^2$ ;  $b - \rho = 500 \text{ кг/мм}^2$



a

b

Рис. 3. Примеры притягивающих множеств деформаций вершины инструмента в низкочастотной области  $\Omega^{(1)}$ :

$a -$  предельный цикл;  $b -$  сложная перестройка притягивающих множеств вдоль периодических движений

Fig. 3. Examples of the attracting sets of the tool tip deformations in low-frequency region  $\Omega^{(1)}$ :

$a -$  limit cycle;  $b -$  complex reorganization of the attracting sets along periodic movements

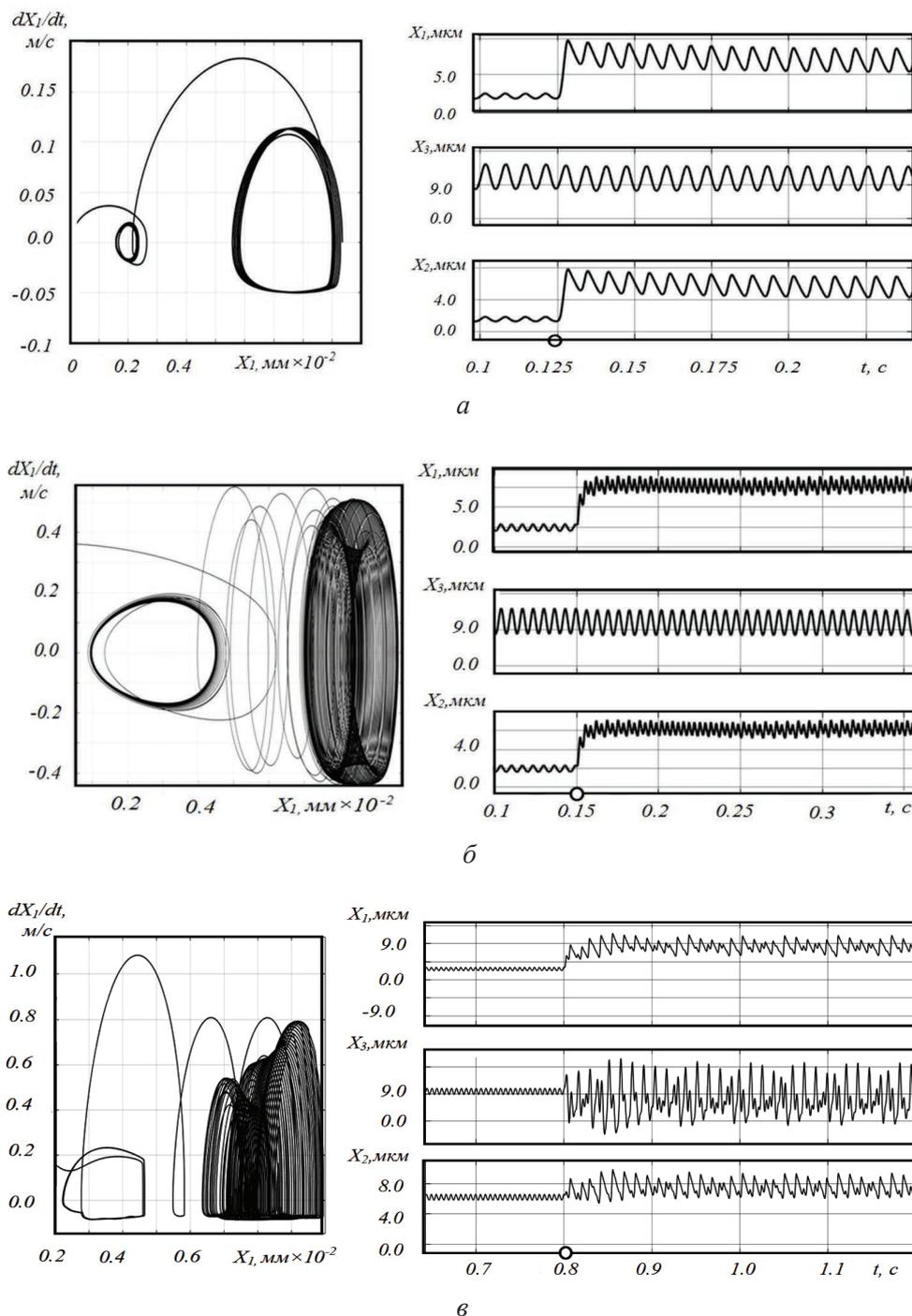


Рис. 4. Пример изменения свойств притягивающих множеств деформационных смещений инструмента в зависимости от дополнительных колебаний и параметров динамической связи, формируемой процессом резания

Fig. 4. Examples of the change of the attracting sets properties of the tool deformation displacements depending on additional oscillations and parameters of the dynamic link are formed by the cutting process

Примеры временных реализаций (правые иллюстрации) и проекций фазовых траекторий на плоскость  $X_1 - dX_1/dt$  (левые иллюстрации) позволяют проанализировать изменения свойств в зависимости от колебаний. Они получены при условиях: частота колебаний в направ-

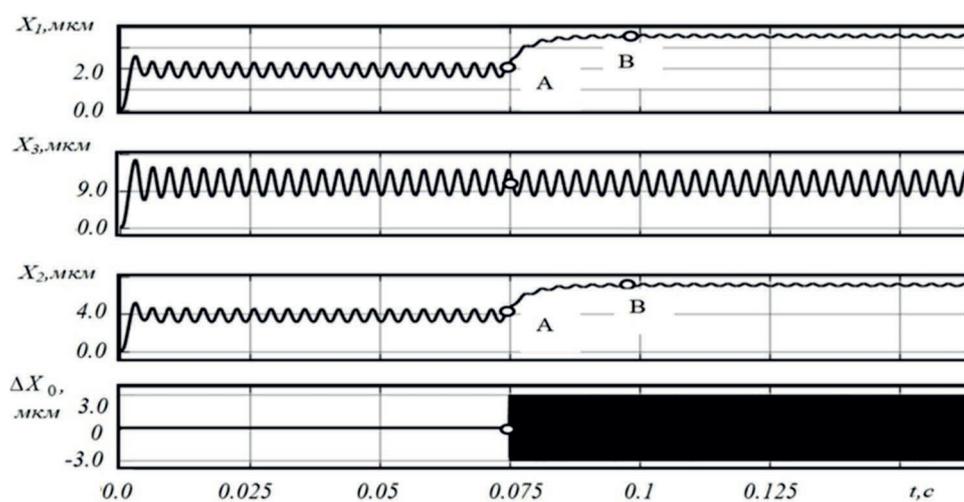
лении  $X_1$   $150 \text{ с}^{-1}$ ; амплитуда  $3,0 \text{ мкм}$  (рис. 4, а); частота  $300 \text{ с}^{-1}$  и амплитуда  $3,0 \text{ мкм}$  (рис. 4, б). Траектории, изображенные на рис. 4, в, отличаются от траекторий, представленных на рис. 4, б, тем, что параметр  $k_\alpha$  существенно увеличен,  $k_\alpha = 200$ . Здесь предельный цикл трансформиру-

ется в двумерный тор, и, наконец, в притягивающее множество, характеризующее хаотическую динамику. Момент введения дополнительных колебаний обозначен круглой точкой.

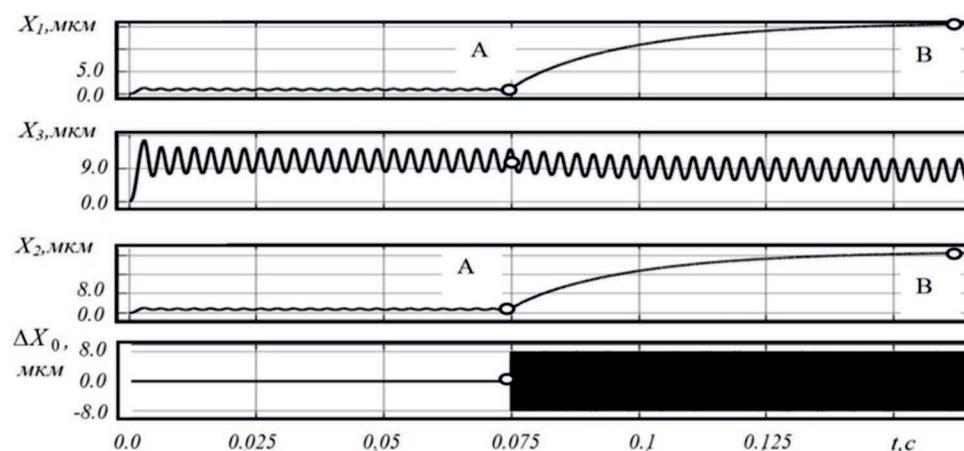
В высокочастотной области  $\Omega^{(3)} \in (500 \text{ с}^{-1}, 20\,000 \text{ с}^{-1})$ , лежащей за пределами полосы пропускания подсистемы инструмента, механизмы влияния колебаний на динамику системы вновь меняются. Здесь наблюдаются эффекты, связанные с изменением усредненных по периодам колебаний параметров динамической связи, формируемой процессом резания, в том числе с образованием постоянной составляющей в силах

и деформациях. Постоянная составляющая и изменение параметров устанавливаются не мгновенно, а в течение времени, которое необходимо на динамическую перестройку (рис. 5). Время перестройки зависит от амплитуды высокочастотных колебаний (рис. 5, а, б). На приведенных иллюстрациях – это переход из точки А в точку В.

При увеличении амплитуды дополнительных колебаний установление нового стационарного состояния затягивается, но полностью устраняются автоколебания в низкочастотной области (рис. 5, б). Динамическое смещение точки равновесия зависит также от направления



а



б

Рис. 5. Пример влияния высокочастотных вынужденных колебаний (частота равна 2000 Гц) на автоколебания в низкочастотной области и на динамическое смещение точки равновесия

Fig. 5. Examples of the influence of the high-frequency forced oscillations (frequency equal 2000 Hz) on the self-oscillations in the low-frequency region and on the dynamic displacement of the point equilibrium

дополнительных колебаний. Кроме этого за счет дополнительных высокочастотных колебаний обнаружен эффект устранения колебательных смещений с частотой и направлением, отличным от вводимых колебаний. Он особенно заметен в среднечастотном диапазоне.

Таким образом, дополнительные колебательные смещения могут существенно изменять деформационные смещения инструмента и оказывать влияние на формируемую геометрическую топологию поверхности детали.

## Результаты и их обсуждение

В зависимости от параметров дополнительных колебаний и динамических свойств системы резания могут принципиально изменяться свойства формообразующих движений. Их траектории складываются из траекторий исполнительных элементов станка, траекторий вводимых дополнительных колебаний и траекторий деформаций вершины инструмента относительно заготовки в точке контакта с ней инструмента. Математическая модель динамической связи, формируемая процессом резания, представляется зависимостью сил от координат состояния (упругих деформаций и их скоростей) и внешних воздействий. Внешние воздействия есть управляемые от ЧПУ траектории исполнительных элементов и дополнительные колебания. Эта связь описывается нелинейными уравнениями. Поэтому наблюдаются следующие эффекты.

1. Линеаризованное уравнение в вариациях относительно траектории формообразующих движений является уравнением с переменными, как правило, периодическими параметрами. Поэтому вдоль траектории при колебаниях низкой частоты  $\omega \in \Omega^{(1)}$  изменяются замороженные параметры линеаризованных уравнений. Корни характеристического полинома этой системы могут периодически пересекать мнимую ось. В системе формируется сложная динамика чередования устойчивого и неустойчивого состояния, в результате чего вдоль траектории имеют место бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений. Причем деформации имеют частоту, большую частоты возмущений. В среднечастотном диапазоне  $\omega \in \Omega^{(2)}$  это приводит к образованию различных параметрических эффектов, например к параметрическому само-

возбуждению. Условие параметрического самовозбуждения зависит от частоты и амплитуды внешних колебаний. В высокочастотной области  $\omega \in \Omega^{(3)}$ , лежащей за пределами полосы пропускания подсистемы инструмента (например в ультразвуковом диапазоне), в зависимости от амплитуды изменяются усредненные по периодам колебаний параметры модели динамической связи, что изменяет динамику в низкочастотной области.

2. Вариации параметров вдоль траектории формообразующих движений за счет потери устойчивости вызывают изменение притягивающих множеств деформационных смещений, в том числе их бифуркации. Поэтому при колебаниях в низкочастотной области, обусловленных, например, биениями, могут формироваться дополнительные деформационные смещения. Они могут быть регулярными и хаотическими. Эти возмущения могут приводить не только к образованию волнистости, но и к ухудшению шероховатости формируемой поверхности. Это известный экспериментальный факт.

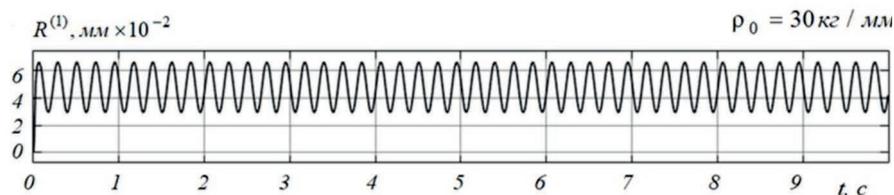
3. Силы в области задних граней зависят от колебательных смещений, а от их скоростей. Так как нелинейные функции связей не обладают свойством центральной симметрии, то усредненные характеристики, во-первых, зависят от параметров колебаний, во-вторых, они вызывают формирование динамической постоянной составляющей в силах и колебательных скоростях. Постоянные составляющие скоростей во времени изменяют деформации, которые варьируют площадь срезаемого слоя. В результате образуется сложная динамика в частотной области существенно ниже частот возбуждения. Этот эффект проявляется в среднечастотном и высокочастотном диапазоне. Мы замечаем не только изменение траекторий формообразующих движений в высокочастотной области за счет низкочастотных периодических возмущений, но и изменение колебаний в низкочастотной области при изменении дополнительных колебаний в области высоких частот. Эти эффекты естественны для нелинейных систем, принцип суперпозиции для которых несправедлив. На рис. 6 и 7 показаны примеры реконструированных топологий поверхностей (рис. 6, *б* и 7, *б*) по вычисленным траекториям формообразующих движений в направлении  $X_1$ . Представлена развертка, при-

веденная к плоскости. Здесь  $l_1$  – направление, нормальное к образующей поверхности;  $l_2$  – направление, нормальное к скорости подачи;  $l_3$  – направление скорости подачи.

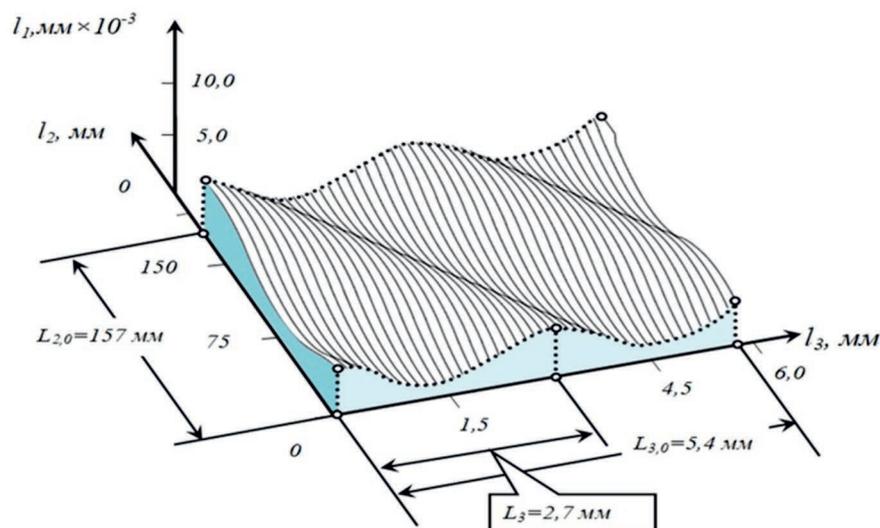
На рис. 6, а и 7, а представлены траектории формообразующих движений  $R_1(t)$ . С алгоритмами реконструкции топологии поверхности можно познакомиться в работе [38].

4. Динамическое смещение равновесия вызывает изменение диаметра детали. Этим объясняется влияние высокочастотных колебаний на формируемый резанием диаметр, что также подтверждается известными экспериментальными исследованиями [27–32]. Кроме этого динамическое смещение равновесия вызывает изменение параметров системы, например  $T^{(0)}$  в уравнении (4). Поэтому высокочастотные дополнительные колебания могут как способствовать стабилизации равновесия, так и потере его устойчивости. Все определяется эволюцией этого параметра, динамическими свойствами подсистем, а также параметрами динамической связи.

Приведенный материал показывает, что процесс резания представляет собой сложную нелинейную динамическую систему, в которой проявляются практически все известные эффекты нелинейной динамики [40, 41]. Понятие сложности в данном случае понимается не в виде высокого порядка дифференциальных уравнений, используемых для описания системы, а рассматривается под углом зрения многообразия наблюдаемых эффектов. Они проявляются в бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений, управлении свойством деформационных смещений в низкочастотной области за счет их варьирования в высокочастотной области и пр. Все эти эффекты могут улучшать и ухудшать формируемую резанием геометрическую топологию поверхности детали. Например, при усилении колебаний в направлениях, ортогональных к формируемому диаметру (направления  $X_2$  и  $X_3$ ), может наблюдаться устранение колебаний в направлении  $X_1$ , которые непосредственно



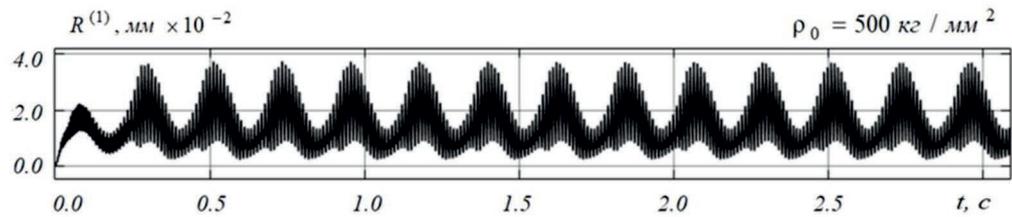
а



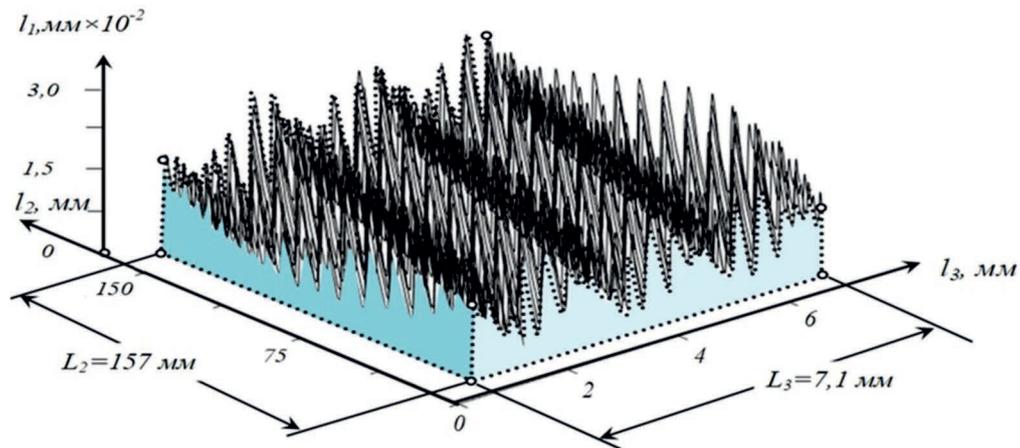
б

Рис. 6. Пример геометрической топологии поверхности детали при регулярных колебаниях

Fig. 6. Geometric topology of the detail surface under the conditions of regular oscillations



a



б

Рис. 7. Пример геометрической топологии поверхности детали при нерегулярных колебаниях

Fig. 7. Geometric topology of the detail surface under the conditions of irregular oscillations

изменяют диаметр. На диаметр влияет и динамическая постоянная составляющая деформационных смещений, зависящая от амплитуды высокочастотных составляющих. Параметры микрорельефа могут зависеть от биений шпинделя и кинематических возмущений, лежащих в низкочастотной области. Интегральный оператор  $S_P(t) = \int_{t-T}^t \{V_2(\xi) + \chi_2^{(\Delta)} \Delta X_0 \Omega \cos \Omega \xi\} d\xi$ ,

формирующий величину оборотной подачи, является оператором скользящего среднего. Поэтому при установке частоты вращения шпинделя, равной или кратной частоте кинематических возмущений со стороны привода суппорта, влияние этих возмущений на силы и деформационные смещения отсутствует. Важно отметить, что все эти эффекты зависят от технологических режимов. Например, увеличение припуска всегда способствует потере устойчивости системы. Вариации скорости резания, подачи и глубины через изменение постоянной времени (4) изменяют динамику системы. Следовательно, при управлении траекториями исполнительных эле-

ментов станка, например на станках с ЧПУ, необходимо, во-первых, согласовать внешнее управление с внутренней динамикой системы резания, во-вторых, при проектировании траекторий исполнительных элементов учитывать дополнительные упругие деформационные смещения инструмента относительно заготовки. Кроме этого моделирование динамической системы позволяет на основе использования имитационной модели создать новый класс систем динамического мониторинга процесса резания, которые существенно дополняют известные системы [42].

### Выводы

Вибрационные возмущения, существующие в станке в виде биений шпиндельной группы, кинематических и других возмущений, а также специально вводимые в зону резания колебания изменяют траектории формообразующих движений вершины инструмента относительно заготовки в точке контакта с ней инструмента. Они изменяют формообразующие движения непосредственно, а в результате сложных упру-

госиловых нелинейных взаимодействий и упругих деформационных смещений. Показано, что возбуждаемые вибрации, во-первых, приводят к заметным вариациям траекторий пространственных движений вершины инструмента относительно заготовки, которые изменяют силы резания. Во-вторых, на эти траектории оказывают влияние деформационные смещения, зависящие от динамических параметров взаимодействующих подсистем. Поэтому, в отличие от ранее выполненных исследований, параметры динамической связи резания необходимо рассматривать зависящими от формируемых траекторий. Причем функциональная связанность траекторий и сил в зависимости от частотного диапазона вибрационных возмущений, их размаха и ориентации приводит к различным нелинейным эффектам, изменяющим динамику процесса резания.

В низкочастотной области, лежащей ниже собственных частот колебательных контуров, формируемых подсистемами инструмента и заготовки, вдоль периодической траектории деформационных смещений возможна потеря устойчивости. Тогда в ее окрестности образуются различные притягивающие множества деформационных смещений. Наблюдается их динамическая перестройка в виде бифуркаций (как правило, преобразования предельного цикла в инвариантный тор и хаотический аттрактор). Такие преобразования формируют в геометрической топологии обрабатываемой поверхности периодические изменения шероховатости и волнистости. Например, биения шпиндельной группы могут влиять не только на волнистость поверхности, но и на ее шероховатость, частотный состав которой существенно превышает частоту биений.

В среднечастотном диапазоне, расположенном в области вариации собственных частот колебательных контуров взаимодействующих подсистем, вводимые колебания приводят к различным эффектам, из которых можно выделить два наиболее важных. Во-первых, они приводят к параметрическим эффектам, например к эффекту параметрического самовозбуждения, изменяющему диаграммы устойчивости в параметрическом пространстве технологических режимов. Так, по мере увеличения скорости резания вместо традиционного увеличения за-

паса устойчивости наблюдаются периодически повторяющиеся области устойчивости, следовательно, рациональные значения скорости резания. Во-вторых, они вызывают взаимное влияние отдельных частотных составляющих периодических движений, приводящее к синхронизации и асинхронному взаимодействию колебательных смещений. Это приводит к вибрационному устранению некоторых притягивающих множеств, например, предельных циклов, к образованию супернизкочастотных колебательных смещений, к формированию динамической постоянной составляющей и пр. Все эти обнаруженные эффекты не только изменяют траектории формообразующих движений, но и зависящую от них геометрическую топологию формируемой резанием поверхности. При этом изменяются и (или) образуются не только волнистость и шероховатость поверхности, но и изменяется за счет динамического смещения диаметр формируемой резанием детали.

В высокочастотной области, лежащей за пределами полосы пропускания колебательных контуров взаимодействующих подсистем, высокочастотные колебания изменяют параметры и свойства динамической связи в низкочастотной области. Это связано с эффектом усреднения по периодам колебаний периодических составляющих сил. Как правило, эти колебания стабилизируют траектории формообразующих движений в среднечастотном и низкочастотном диапазоне. Однако выявлены случаи ухудшения динамики системы при возбуждении высокочастотных колебаний, особенно в направлении, нормальном к поверхности резания.

Частотный состав управляемых от ЧПУ траекторий движений исполнительных элементов станка ограничен полосой пропускания серводвигателей. Поэтому непосредственное управление деформационными смещениями инструмента относительно заготовки в широком частотном диапазоне не представляется возможным. Однако эти траектории, задающие технологические режимы, можно рассматривать как параметры, управляющие свойствами динамической системы резания. В синергетической терминологии они определяют параметры порядка в системе. В связи с этим при составлении программ для станков с ЧПУ необходимо не только обеспечивать требуемые траектории исполнительных

элементов станка, но и согласовать внешнее управление с внутренней динамикой системы (устойчивостью, притягивающими множествами деформационных смещений и их преобразования в геометрическую топологию обрабатываемой заготовки). Причем это согласование зависит от реальных параметров биений шпиндельной группы, кинематических и других возмущений.

Если в систему резания вводятся дополнительные управляемые колебания, то для повышения качества изготовления деталей необходимо учитывать сложные нелинейные взаимодействия, которые могут улучшать и ухудшать формируемую резанием геометрическую топологию поверхности.

### Список литературы

1. Кудинов В.А. Динамика станков. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
2. Thusty I., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter // CIRP Annals. – 1981. – Vol. 30. – P. 299–304. – DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60946-9.
3. Глустый И. Автоколебания в металлорежущих станках: пер. с чеш. – М.: Машгиз, 1956. – 395 с.
4. Tobias S.A. Machine tool vibrations. – London: Blackie, 1965. – DOI: 10.1049/tpe:19640084.
5. Меррит Д. Теория автоколебаний металлорежущих станков // Конструирование и технология машиностроения. – 1965. – № 4. – С. 32–38.
6. Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation // Transactions of American Society of Mechanical Engineers. – 1954. – Vol. 76. – P. 593–597.
7. Balachandran B. Nonlinear dynamics of milling process // Philosophical Transactions of The Royal Society A. Mathematical Physical and Engineering Sciences. – 2001. – Vol. 359 (1781). – P. 793–819.
8. Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process // Chaos Solitons & Fractals. – 2002. – Vol. 13. – P. 1531–1535. – DOI: 10.1016/S0960-0779(01)00176-X.
9. Litak G., Rusinek R. Dynamics of a stainless steel turning process by statistical and recurrence analyses // Mechanic. – 2012. – Vol. 47 (6). – P. 1517–1526. – DOI: 10.1007/s11012-011-9534-x.
10. Воронов С.А., Непочатов А.В., Киселев И.А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2011. – № 1. – С. 50–62.
11. Городецкий Ю.И. Теория нелинейных колебаний и динамика станков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Математическое моделирование и оптимальное управление. – 2001. – № 2. – С. 69–88.
12. Namachchivaya N.S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter // Journal of Nonlinear Science. – 2003. – Vol. 13. – P. 265–288.
13. Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning // Journal of Nonlinear Mechanics. – 2008. – Vol. 43. – P. 111–123. – DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010.
14. Chaotic vibrations in regenerative cutting process / J. Warminski, G. Litak, J. Lipski, M. Wiercigroch, M.P. Cartmell // IUTAM/IFTOMM Symposium on Synthesis of Nonlinear Dynamical Systems. – 2000. – Vol. 73. – P. 275–284.
15. Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect // Nonlinear dynamics of production systems. – Weinheim: Wiley-VCH, 2004. – P. 111–127.
16. Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting // Philosophical Transactions of The Royal Society a Mathematical Physical and Engineering Sciences. – 2001. – Vol. 359. – P. 739–757. – DOI: 10.1098/rsta.2000.0753.
17. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays / A.M. Gouskov, S.A. Voronov, H. Paris, S.A. Batzer // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2002. – Vol. 7. – P. 207–221. – DOI: 10.1016/s1007-5704(02)00014-x.
18. Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания // Машиностроение и инженерное образование. – 2017. – № 2 (51). – С. 9–23.
19. Васин С.А., Васин Л.А. Синергетический подход к описанию природы возникновения и развития автоколебаний при тчении // Наукоемкие технологии в машиностроении. – 2012. – № 1. – С. 11–16.
20. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of cutting process // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2014. – Vol. 24, N 9. – P. 1450115. – DOI: 10.1142/S0218127414501156.
21. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modeling of frictional chatter in metal cutting // International Journal of Mechanical Sciences. – 2014. – Vol. 89. – P. 167–176. – DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020.
22. Grabec I. Chaos generated by the cutting process // Physics Letter A. – 1986. – Vol. 117, N 8. – P. 384–386. – DOI: 10.1016/0375-9601(86)90003-4.
23. Surface quality of a work material's influence on the vibrations of the cutting process / J. Lipski, G. Litak, R. Rusinek, K. Szabelski, A. Teter, J. Warminski, K. Zaleski // Journal of Sound and Vibration. –

2002. – Vol. 252. – P. 737–739. – DOI: 10.1006/jsvi.2001.3943.

24. *Wiercigroch M., Budak E.* Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting // *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences.* – 2001. – N 359. – P. 663–693. – DOI: 10.1098/rsta.2000.0750.

25. *Wiercigroch M. Krivtsov A.M.* Frictional chatter in orthogonal metal cutting // *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences.* – 2001. – Vol. 359. – P. 713–738. – DOI: 10.1098/rsta.2000.0752.

26. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting / V.L. Zakovorotny, A.D. Lukyanov, A.A. Gubanova, V.V. Khristoforova // *Journal of Sound and Vibration.* – 2016. – Vol. 368. – P. 174–190. – DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.020.

27. *Воронин А.А.* Влияние ультразвуковых колебаний на процесс резания жаропрочных сплавов // *Станки и инструмент.* – 1960. – № 11. – С. 15–18.

28. *Марков А.И.* Оптимизация и управление процессом ультразвукового резания // *Вестник машиностроения.* – 1996. – № 10. – С. 19–22.

29. *Ткаченко И.Г., Агапов С.И.* Определение оптимальной амплитуды и направления ультразвуковых колебаний при зубодолблении мелко модульных зубчатых колес // *Вестник машиностроения.* – 2010. – № 2. – С. 48–50.

30. *Агапов С.И.* Стойкостные исследования процесса зубофрезерования мелко модульных зубчатых колес с введением в зону резания ультразвуковых колебаний // *Вестник машиностроения.* – 2008. – № 4. – С. 66–68.

31. *Асташев В.К.* Влияние ультразвуковых колебаний резца на процесс резания // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* – 1992. – № 3. – С. 81–86.

32. *Кумабэ Д.* Вибрационное резание / пер. с яп. С.Л. Масенникова; под ред. И.И. Портнова, В.В. Белова. – М.: Машиностроение, 1985. – 424 с.

33. *Astashev V.K., Babitsky V.I.* Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibro-impact) process // *Ultrasonics.* – 1998. – Vol. 36. – P. 89–96. – DOI: 10.1016/S0041-624X(97)00101-7.

34. *Асташев В.К., Андрианов Н.А., Крупенин В.Л.* Об авторезонансном ультразвуковом резании материалов // *Вестник научно-технического развития.* – 2017. – № 1 (113). – С. 3–10.

35. *Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E.* Dynamic influence of spindle wobble in a lathe on the workpiece geometry // *Russian Engineering Research.* – 2018. – Vol. 38, N 9. – P. 723–725. – DOI: 10.3103/S1068798X18090307.

36. *Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е.* Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в зависимости от биений шпиндельной группы // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* – 2017. – Т. 25, № 6. – С. 38–56. – DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-38-56.

37. *Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E.* Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory // *Russian Engineering Research.* – 2018. – Vol. 38, N 8. – P. 623–631. – DOI: 10.3103/S1068798X1808018X.

38. *Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E.* Influence of Spindle Wobble in Turning on the Workpiece's Surface Topology // *Russian Engineering Research.* 2018. Vol. 38. N 10. P. 818–823. DOI: 10.3103/S1068798X18100192

39. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т.* Моделирование и идентификация инерционных и диссипативных свойств подсистем режущего инструмента и заготовки при точении // *Вестник Донского государственного технического университета.* – 2010. – Т. 10, № 8 (51). – С. 1165–1178.

40. *Николас Г, Пригожин И.* Познание сложного. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – С. 97–171. – ISBN 5-03-001582-5.

41. Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems: tutorial and modern developments / V.S. Anishchenko, V.V. Astakhov, A.B. Neiman, T. Vadivasova, L. Schimansky-Geier // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* – 2001. – Т. 9, N 6. – С. 201–203.

42. *Заковоротный В.Л., Бордачев Е.В.* Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* – 1995. – № 3. – С. 95–103.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© 2019 Авторы. Издательство Новосибирского государственного технического университета. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)



# Obrabotka metallov - Metal Working and Material Science

Journal homepage: [http://journals.nstu.ru/obrabotka\\_metallov](http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov)



## The Influence of the Vibration on the Tool Shape-Generating Trajectories when Turning

Vilor Zakovorotny<sup>a</sup>, Valery Gvindjiliya<sup>b,\*</sup>

Don State Technical University, 1 Gagarin square, Rostov-on-Don, 344000, Russian Federation

<sup>a</sup> <https://orcid.org/0000-0003-2187-9897>, [vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru), <sup>b</sup> <https://orcid.org/0000-0003-1066-4604>, [sinedden@yandex.ru](mailto:sinedden@yandex.ru)

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received: 10 April 2019  
 Revised: 21 May 2019  
 Accepted: 01 July 2019  
 Available online: 15 September 2019

#### Keywords:

Nonlinear dynamic  
 Vibrations  
 Cutting process  
 Geometric topology of the detail surface

#### Funding

This study was performed with financial support of RFBR grant № 19-08-00022

### ABSTRACT

**Introduction.** Vibrations always accompany the cutting process and affect the quality parameters of the parts and the state of the cutting process is estimated by the intensity of tool wear. Vibrations, generated by the machine itself (spindle group beats, kinematic perturbations, variations of the allowance, etc.), as well as specially controlled vibrations, introduced into the cutting zone to improve the quality of parts manufacturing, are considered in the paper. The trajectories of shape-generating movements depend on the trajectories of the executive elements of the machine, additional vibrations and elastic deformation displacements of the tool relative to the workpiece are changed by the vibrations. The trajectories of shape-generating movements are the main factor in the formation of the geometric topology of the part surface in the unity of geometric accuracy, waviness and surface roughness. However, to date, there is no consensus about the influence of vibrations on the quality parameters of the part. **Method of research.** The influence of vibrations on the trajectory of shape-generating movements of the tool tip relative to the workpiece is considered on the basis of mathematical modeling of the dynamic cutting system in the paper as the main factor determining the geometric topology of the part. In contrast to the well-known works, first, the dynamic link parameters are provided in the state coordinates. Secondly, the machines influence of the vibration perturbances on dynamic properties (for instance stability) and machining result (primly geometric topology) is considered. **Results and discussion.** The simulation results, revealing the effects of nonlinear dynamics, which can cause both improvement and deterioration of the parameters of geometric topology, are presented. These effects appear in the formation of a dynamic constant component of deformation displacements, in the formation of the various attracting sets of deformation displacements along the trajectory and its bifurcations. The ways of improving the quality of the surface formed by the cutting process taking into account agreement of the input and (or) existing naturally external perturbations with the properties of the dynamic system and CNC-controlled trajectories of the executive elements of the machine are outlined. The aim of the research is to improve the efficiency of the process in terms of the quality of parts manufacturing. It can also be used to dynamically monitor state of the process during machining, such as tool wear.

**For citation:** Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. The influence of the vibration on the tool shape-generating trajectories when turning. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2019, vol. 21, no. 3, pp. 42–58. DOI: 10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58. (In Russian).

### References

1. Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Dynamics of machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 359 p.
2. Tlusty I., Ismail F., Basic non-linearity in machining chatter. *Annals of the CIRP*, 1981, pp. 299–304. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60946-9.
3. Tlusty I. *Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh* [Self-oscillations in machine tools]. Moscow, Mashgiz Publ., 1956. 395 p.)
4. Tobias S.A. *Machine tool vibrations*. London, Blackie, 1965. DOI: 10.1049/tpe:19640084.

#### \* Corresponding author

Gvindjiliya Valery E., Post-graduate Student  
 Don State Technical University,  
 1 Gagarin square,  
 344000, Rostov-on-Don, Russian Federation  
 Tel.: +7 (918) 583-23-33, e-mail: [sinedden@yandex.ru](mailto:sinedden@yandex.ru)

5. Merrit D. Teoriya avtokolebanii metallorazhushchikh stankov [Theory of the self-oscillations of the metal cutting machines]. *Konstruirovaniye i tekhnologiya mashinostroeniya = Design and technology of mechanical engineering*, 1965, no. 4, pp. 32–38. (In Russian).
6. Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation. *Transactions of American Society of Mechanical Engineers*, 1954, vol. 76, pp. 593–597.
7. Balachandran B. Nonlinear dynamics of milling process. *Philosophical Transactions of The Royal Society A. Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2001, vol. 359 (1781), pp. 793–819.
8. Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. *Chaos Solitons & Fractals*, 2002, vol. 13, pp. 1531–1535. DOI: 10.1016/S0960-0779(01)00176-X.
9. Litak G., Rusinek R. Dynamics of a stainless steel turning process by statistical and recurrence analyses. *Mechanic*, 2012, vol. 47 (6), pp. 1517–1526. DOI: 10.1007/s11012-011-9534-x.
10. Voronov S.A., Nepochatov A.V., Kiselev I.A. Kriterii otsenki ustoichivosti protsessa frezerovaniya nezhestkikh detalei [Estimation criteria of the milling process stability of the flexible parts]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2011, no. 1, pp. 50–62.
11. Gorodetsky Yu.I. Teoriya nelineinykh kolebanii i dinamika stankov [Theory of nonlinear oscillations and machine tool dynamics]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Matematicheskoe modelirovaniye i optimal'noye upravleniye = Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Series: Mathematical modeling and optimal control*, 2001, no. 2, pp. 69–88.
12. Namachchivaya N.S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. *Journal of Nonlinear Science*, 2003, vol. 13, pp. 265–288.
13. Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Journal of Non-Linear Mechanics*, 2008, vol. 43, pp. 111–123. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010.
14. Warminski J., Litak G., Lipski J., Wiercigroch M., Cartmell M.P. Chaotic vibrations in regenerative cutting process. *IUTAM/IFToMM Symposium on Synthesis of Nonlinear Dynamical Systems*, 2000, vol. 73, pp. 275–284.
15. Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. *Nonlinear dynamics of production systems*. Weinheim, Wiley-VCH, 2004, pp. 111–127.
16. Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. *Philosophical Transactions of the Royal Society a Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2001, vol. 359, pp. 739–757. DOI: 10.1098/rsta.2000.0753.
17. Gousskov A.M., Voronov S.A., Paris H., Batzer S.A. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2002, vol. 7, pp. 207–221. DOI: 10.1016/s1007-5704(02)00014-x.
18. Voronov S.A., Kiselev I.A. Nelineinyye zadachi dinamiki protsessov rezaniya [Nonlinear problems of the dynamics of cutting processes]. *Mashinostroeniye i inzhenernoye obrazovaniye = Mechanical engineering and engineering education*, 2017, no. 2 (51), pp. 9–23.
19. Vasin S.A., Vasin L.A. Sinergeticheskii podkhod k opisaniyu prirody vozniknoveniya i razvitiya avtokolebanii pri tochenii [Synergetic approach to describing the nature and development of self-oscillations in turning]. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii = Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*, 2012, no. 1, pp. 11–16.
20. Rusinez R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of cutting process. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, p. 1450115. DOI: 10.1142/S0218127414501156.
21. Rusinez R., Wiercigroch M., Wahi P. Modeling of frictional chatter in metal cutting. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, vol. 89, pp. 167–176. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020.
22. Grabec I. Chaos generated by the cutting process. *Physics Letter A*, 1986, vol. 117, no. 8, pp. 384–386. DOI: 10.1016/0375-9601(86)90003-4.
23. Lipski J., Litak G., Rusinek R., Szabelski K., Teter A., Warminski J., Zaleski K. Surface quality of a work material's influence on the vibrations of the cutting process. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, vol. 252, pp. 737–739. DOI: 10.1006/jsvi.2001.3943.
24. Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2001, no. 359, pp. 663–693. DOI: 10.1098/rsta.2000.0750.
25. Wiercigroch M., Krivtsov A.M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 2001, vol. 359, pp. 713–738. DOI: 10.1098/rsta.2000.0752.

26. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanov A.A., Khristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, Vol. 368, pp. 174–190. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.020.
27. Voronin A.A. Vliyanie ul'trazvukovykh kolebaniy na protsess rezaniya zharoprochnykh splavov [Influence of the ultrasound oscillations on the cutting process of the high-temperature alloy]. *Stanki i instrument = Machines and tooling*, 1960, no. 11, pp. 15–18. (In Russian).
28. Markov A.I. Optimizatsiya i upravlenie protsessom ul'trazvukovogo rezaniya [Optimization and control of ultrasonic cutting process]. *Vestnik mashinostroeniya = Bulletin of Mechanical Engineering*, 1996, no. 10, pp. 19–22.
29. Tkachenko I.G., Agapov S.I. Opredelenie optimal'noi amplitudy i napravleniya ul'trazvukovykh kolebaniy pri zubodolblenii melkomodul'nykh zubchatykh koles [Determination of the optimal amplitude and direction of ultrasonic vibrations during gear-breaking of fine-toothed gears]. *Vestnik mashinostroeniya = Bulletin of Mechanical Engineering*, 2010, no. 2, pp. 48–50.
30. Agapov S.I. Stoikostnye issledovaniya protsessa zubofrezirovaniya melkomodul'nykh zubchatykh koles s vvedeniem v zonu rezaniya ul'trazvukovykh kolebaniy [Study of the wear resistant characteristics of the gear milling of the fine-module gearwheel with introduce of ultrasound oscillations in cutting zone]. *Vestnik mashinostroeniya = Bulletin of Mechanical Engineering*, 2008, no. 4, pp. 66–68.
31. Astashev V.K. Vliyanie ul'trazvukovykh kolebaniy reztsa na protsess rezaniya [Influence ultrasound oscillations of the cutter on the cutting process]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin = Problems of mechanical engineering and reliability of machines*, 1992, no. 3, pp. 81–86.
32. Kumabe D. *Vibratsionnoe rezanie* [Vibration cutting]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 424 p.
33. Astashev V.K., Babitsky V.I. Ultrasonic cutting as a nonlinear (vibro-impact) process. *Ultrasonics*, 1998, vol. 36, pp. 89–96. DOI: 10.1016/S0041-624X(97)00101-7.
34. Astashev V.K., Andrianov N.A., Krupenin V.L. Ob avtorezonansnom ul'trazvukovom rezanii materialov [About self-resonance ultrasound cutting of materials]. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya = Bulletin of scientific and technical development*, 2017, no. 1 (113), pp. 3–10.
35. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Dynamic influence of spindle wobble in a lathe on the workpiece geometry. *Russian Engineering Research*, 2018, vol. 38, no. 9, pp. 723–725. DOI: 10.3103/S1068798X18090307.
36. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Bifurkatsii prityagivayushchikh mnozhestv deformatsionnykh smeshchenii rezhushchego instrumenta v zavisimosti ot bienii shpindel'noi gruppy [Bifurcations of attracting sets of deformation displacement of cutting tool depending on the spindle group beats]. *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelinejnaya dinamika = Applied Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 25, no. 6, pp. 38–56. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-38-56.
37. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory. *Russian Engineering Research*, 2018, vol. 38, no. 8, pp. 623–631. DOI: 10.3103/S1068798X1808018X.
38. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of Spindle Wobble in Turning on the Workpiece's Surface Topology. *Russian Engineering Research*, 2018, Vol. 38, no.10, pp. 818–823. DOI: 10.3103/S1068798X18100192.
39. Zakovorotny V.L., Fam D.T., Nguen S.T. Modelirovanie i identifikatsiya inertsionnykh i dissipativnykh svoystv podsistem rezhushchego instrumenta i zagotovki pri tochenii [Modeling and identification of inertial and dissipative properties of the subsystems of the cutting tool and workpiece in turning]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Don State Technical University*, 2010, vol. 10, no. 8 (51), pp. 1165–1178.
40. Nikolas G, Prigozhin I. *Poznanie slozhnogo* [Knowledge of the complex]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2003, pp. 97–171. ISBN 5-03-001582-5.
41. Anishchenko V.S., Astakhov V.V., Neiman A.B., Vadivasova T., Schimansky-Geier L. Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems: tutorial and modern developments. *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelinejnaya dinamika = Applied nonlinear dynamics*, 2001, vol. 9, no. 6, pp. 201–203.
42. Zakovorotny V.L., Bordachev E.V. Informatsionnoe obespechenie sistemy dinamicheskoi diagnostiki iznosa rezhushchego instrumenta na primere tokarnoi obrabotki [Information support of the system for dynamic diagnosis of wear of cutting tools on the example of turning]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin = Problems of mechanical engineering and reliability of machines*, 1995, no. 3, pp. 95–103.

## Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.