

## Влияние шага ребер жесткости на напряженно-деформированное состояние элементов подкрановой балки

Владислав Сергеевич Маркеев, Виталий Валентинович Зверев,  
Илья Алексеевич Зайцев

*Липецкий государственный технический университет (ЛГТУ); г. Липецк, Россия*

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** Проведено исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) разрезных подкрановых балок (ПБ), выделены особенности нагружения от катков крана и влияния на НДС элементов ПБ в части образования усталостных трещин в верхней сжатой зоне стенки. Основная задача исследования — поиск особенностей работы конструкции ПБ кранов с тяжелым режимом работы, поиск методов модернизации конструктивных особенностей с целью недопущения/минимизации развития усталостных трещин.

**Материалы и методы.** За основание для исследования взят многолетний опыт эксплуатации ПБ тяжелого и весьма тяжелого режимов работы кранов, данные заключений по результатам обследований строительных конструкций, заключений по промышленной безопасности опасных производственных объектов, научных публикаций. На базе конструктивных схем существующих и реально эксплуатируемых ПБ металлургического предприятия разработана расчетная модель исследуемой конструкции в вычислительном комплексе прочностного анализа конструкций методом конечных элементов.

**Результаты.** Проанализировано НДС конструкций ПБ кранов с тяжелым и весьма тяжелым режимами работы, изучено влияние положения катка крана на состояние различных частей конструкции ПБ: стенки, поясов и ребер. Выведена закономерность в работе элементов конструкции при изменении частоты расположения поперечных ребер ПБ. Выдвинуты предположения по решению прочностной задачи образования недопустимых усталостных трещин в верхней сжатой зоне стенки ПБ.

**Выводы.** По результатам численного анализа НДС модели конструкции ПБ приведены данные, свидетельствующие о малоизвестных ранее особенностях их работы. Приведена гипотеза по решению прочностной задачи образования недопустимых усталостных трещин в верхней сжатой зоне стенки ПБ.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** подкрановая балка, тяжелый режим работы крана, напряженно-деформированное состояние, усталостная трещина, верхняя сжатая зона стенки, шаг поперечных ребер, усиление подкрановых балок

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Маркеев В.С., Зверев В.В., Зайцев И.А. Влияние шага ребер жесткости на напряженно-деформированное состояние элементов подкрановой балки // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 6. С. 878–891. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.6.878-891

Автор, ответственный за переписку: Владислав Сергеевич Маркеев, vladmarkeev@yandex.ru.

## The effect of the stiffener pitch on the stress-strain state of the crane beam elements

Vladislav S. Markeev, Vitalij V. Zverev, Ilya A. Zajcev  
*Lipetsk State Technical University (LGTU); Lipetsk, Russian Federation*

### ABSTRACT

**Introduction.** A study of the stress-strain state of split crane beams was carried out, the features of loading from the crane rollers and the effect on the stress-strain state of crane beam elements in terms of formation of fatigue cracks in the upper compressed zone of the wall were highlighted. The main objective of the study is to search for the features of the crane beam construction of cranes with heavy operation mode, to search for methods of modernization of design features in order to prevent/minimize the development of fatigue cracks.

**Materials and methods.** The research is based on long-term experience in the operation of crane beams of heavy and especially heavy operating modes of cranes, data from conclusions based on the results of surveys of building structures, conclusions on industrial safety of hazardous production facilities, scientific publications. Based on the design schemes of existing and actually operated crane beams of the metallurgical enterprise, a computational model of the structure under study was developed in the computational complex of strength analysis of structures by the method of finite element analysis.

**Results.** The stress-strain state of crane beam structures of cranes with heavy and especially heavy operating modes is analyzed, the influence of the position of the crane roller on the condition of various parts of the crane beam structure: walls, belts and ribs is studied. The regularity in the work of structural elements is derived when the frequency of the transverse ribs of crane beams changes. Assumptions are made to solve the strength problem of the formation of unacceptable fatigue cracks in the upper compressed zone of the crane beam wall.

**Conclusions.** Based on the results of numerical analysis of the stress-strain state of the crane beam construction model, data are presented indicating the previously unknown peculiarities of crane beams operation. A hypothesis is given for solving the strength problem of the formation of unacceptable fatigue cracks in the upper compressed zone of the crane beam wall.

**KEYWORDS:** crane beam, heavy crane operation mode, stress-strain state, fatigue crack, upper compressed zone of the wall, pitch of transverse ribs, reinforcement of crane beams

**FOR CITATION:** Markeev V.S., Zverev V.V., Zajcev I.A. The effect of the stiffener pitch on the stress-strain state of the crane beam elements. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(6):878-891. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.6.878-891 (rus.).

Corresponding author: Vladislav S. Markeev, vladmarkeev@yandex.ru.

## ВВЕДЕНИЕ

Многолетний опыт эксплуатации промышленных объектов различных отраслей и в первую очередь цехов металлургического производства ввиду сложных условий эксплуатации показывает [1–10], что на сегодняшний момент остается актуальной проблема раннего выхода из строя из-за образования недопустимых дефектов подкрановых балок (ПБ) с тяжелым и весьма тяжелым режимами работы кранов (7–8К).

Анализ опыта эксплуатации ПБ и публикаций на эту тему в пределах последних 50 лет [9–12] и за последнее десятилетие [1–8, 13–16] позволяет говорить, что усталостные трещины в различных элементах ПБ являются наиболее распространенными и наряду с этим наиболее опасными дефектами и повреждениями.

На основании опыта авторов и анализа опубликованных исследований [1, 9, 11, 17] в общем виде усталостные трещины можно классифицировать по следующим группам (рис. 1):

- I — трещины, возникающие и развивающиеся в верхней поясной зоне:
  - 1 — в околошовной зоне стенки ПБ;
  - 2 — в наплавленном металле шва таврового сопряжения пояса и стенки;

3 — с переходом из металла шва в околошовную зону стенки;

- II — в месте примыкания поперечных ребер к стенке:
  - 1 — от ребра жесткости;
  - 2 — под короткими ребрами жесткости;

- III — трещины в ребре жесткости;
- IV — трещины в поясах балки;
- V — наклонные трещины в металле стенки в приопорной зоне.

Многочисленные публикации по изучению особенностей работы ПБ, возникновению и развитию трещин показывают, что основными причинами развития наиболее распространенных усталостных трещин I типа являются:

- непровар корня шва [18], нарушение требования СП 16.13330<sup>1</sup> п. 15.6.1: «верхние поясные швы в балках крановых путей для кранов групп режимов работы 7К (в цехах металлургических производств)

<sup>1</sup> СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81\* (с поправкой, с Изменением № 1) : утв. приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 27.02.2017 № 126/пр, введен в действие с 28.08.2017. 181 с.

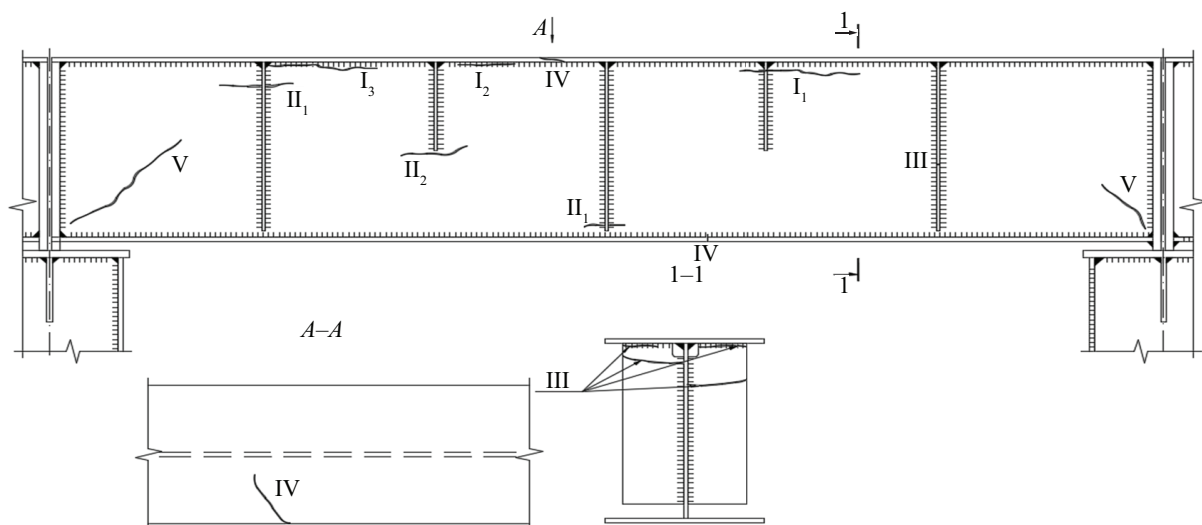


Рис. 1. Классификация усталостных трещин составных подкрановых балок

Fig. 1. Classification of fatigue cracks of composite crane beams

и 8К следует выполнять с проваром на всю толщину стенки», и как следствие, появление концентратора напряжений (рис. 2);

- смещение рельса, вызывающее внецентренное приложение нагрузки от катка крана относительно оси стенки ПБ, приводящее к сложному напряженно-деформированному состоянию (НДС) верхней сжатой зоны (ВЗС) стенки ПБ и модульному повышению главных и эквивалентных напряжений в стенке (рис. 3).

По опыту авторов статьи в цехах с кранами с тяжелым и весьма тяжелым режимами работы усталостные трещины I типа зачастую проявляются ранее других дефектов.

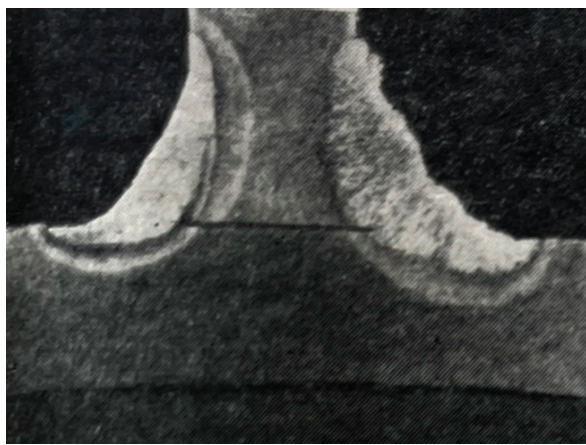


Рис. 2. Непровар корня шва. Образование концентратора напряжений

Fig. 2. Incomplete root penetration. Stress concentrator formation

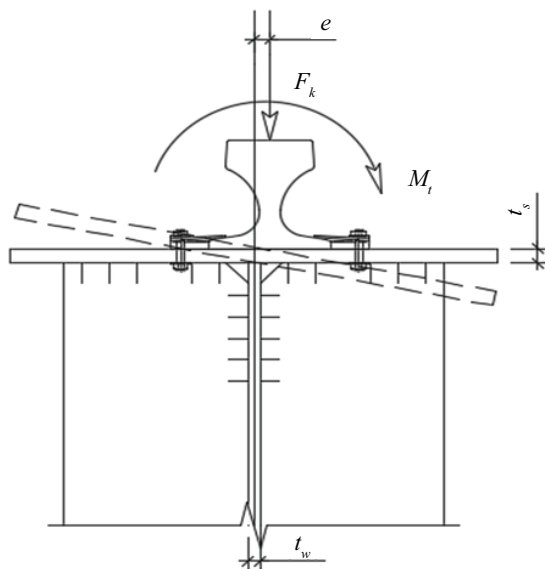


Рис. 3. Эксцентриситет приложения нагрузки от катка крана при смещении рельса

Fig. 3. Eccentricity of the application of the load from the crane roller when the rail is displaced

В работе [15] также показано, что общая доля трещин данного типа составляет до 90 % от общего количества усталостных трещин ПБ тяжелого и весьма тяжелого режимов работы кранов. Похожие сведения приводятся в публикациях [19–21].

Главная задача настоящего исследования — изучение особенностей НДС различных элементов ПБ при внецентренном приложении нагрузки от катка крана, вызванного смещением рельса кранового пути и приводящего по итогу к ускорению образования усталостных трещин в ВЗС ПБ.

В статье рассматривается линейный расчет численной модели ПБ с однократным статическим нагружением от катка крана для выявления общих закономерностей распределения локальных напряжений в элементах ПБ от локальной нагрузки.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для моделирования и проведения исследования выбран кислородно-конверторный цех, миксерное отделение одного из металлургических предприятий Российской Федерации. В исследуемом пролете цеха функционируют 3 мостовых крана грузоподъемностью 180 т, пролетом 34,0 м. Режим работы кранов — тяжелый (7К).

Подкрановые балки выполнены по разрезной схеме пролетом 12,0 м, общей высотой 2040 мм в соответствии с индивидуальным проектом, тормозные конструкции (тормозной настил, тормозная ферма и горизонтальные связи) в соответствии с типовой серией<sup>2</sup>. Подкрановые конструкции изготовлены из стали С355 с расчетным сопротивлением  $R_y = 350 \text{ Н/мм}^2$  (35 690 т/м<sup>2</sup>).

Общие габаритные размеры и конструктивные решения приведены на рис. 4.

С целью моделирования и расчета ПБ использован проектно-вычислительный комплекс конечно-элементного моделирования и анализа SCAD Office версии 21.1.9.11.

Модель (рис. 5) построена четырехузловыми оболочками типа 44 — 4-угольные конечно-элементные оболочки, имеющие 6 степеней свободы:  $X, Y, Z, U_x, U_y, U_z$ . Для большей точности вычислений расчетная модель разбита на оболочки со сторонами от 20 до 25 мм. Количество узлов/элементов схемы — 157 499/155 434.

Для более релевантной картины получаемых результатов НДС элементов при построении модели в программном комплексе SCAD были учтены следующие конструктивные решения и особенности

<sup>2</sup> Серия 1.426.2-5. Стальные подкрановые балки для объектов черной металлургии. Выпуск 1 : утв. главным управлением организации типового проектирования Госстроя СССР от 19.04.1989, введен в действие с 01.01.1990, приказ ЦИТП Госстроя СССР от 14.08.89 № 52.

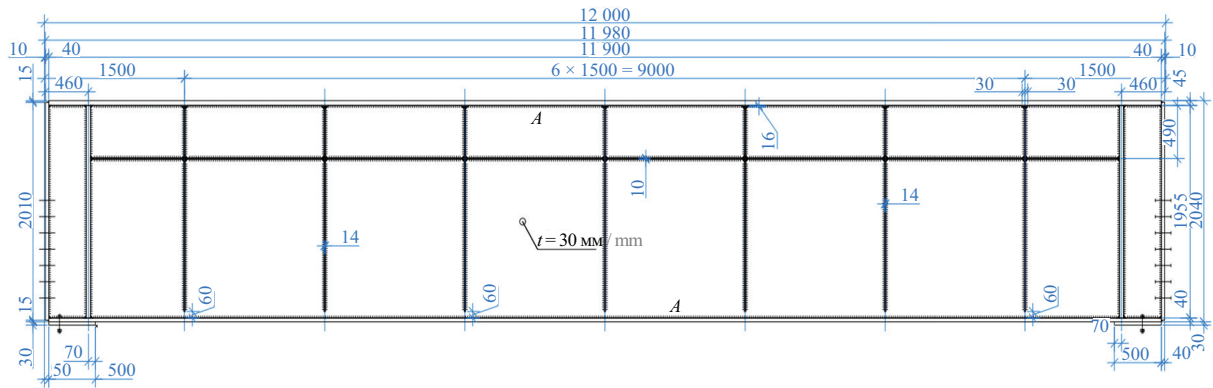


Рис. 4. Габаритный чертеж исследуемой подкрановой балки

Fig. 4. Dimensional drawing of the crane beam under study

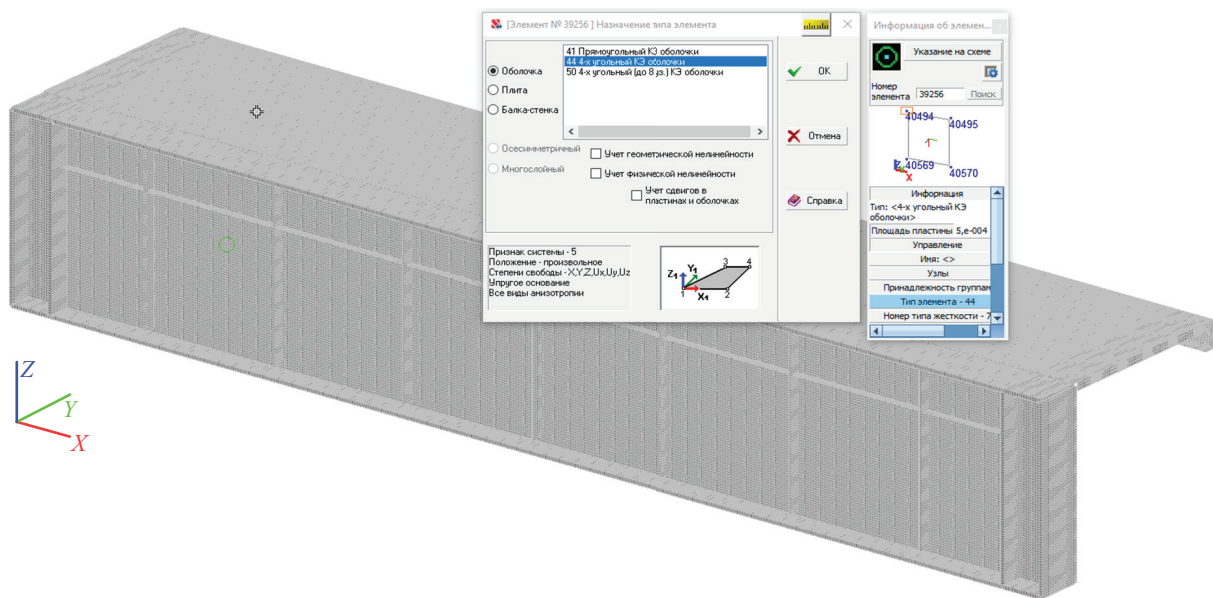


Рис. 5. Моделируемая конструкция ПБ. Типы КЭ. Разбиение и триангуляция модели

Fig. 5. The simulated design of crane beams. Types of finite elements. Partitioning and triangulation of the model

нагрузки конструкции:

- в соответствии с требованиями СП 16.13330<sup>1</sup> поперечные ребра жесткости не доведены до нижнего пояса на 60 мм и не приварены к верхнему поясу, а только плотно подогнаны/пристроганы к нему. Модель предусматривает передачу усилий от пояса на ребра при помощи функции «Объединение перемещений»;
- учтено наличие прямоугольных вырезов размерами 60 × 40 мм в поперечных и продольных ребрах (рис. 6);
- в местах опирания ПБ на колонны каркаса предусмотрена установка болтов М30. При моделировании предусмотрены вырезы, соответствующие размерам отверстий под болты (рис. 7).

Согласно требованиям СП 16.13330<sup>1</sup>, действующая на балку сосредоточенная нагрузка от колеса крана распределяется рельсом и поясом на некоторый участок стенки, вследствие чего в металле ВЗС возникают местные нормальные напряжения  $\sigma_{loc,y}$  (рис. 8).

Действительную эпюру распределения этих напряжений можно заменить равновеликой из условия равенства их максимальных значений. Прочность стенки на действие максимальных местных напряжений проверяют по формуле:

$$\delta_{loc,y} = \gamma_f \gamma_{fl} F_n / (t_w l_{ef}) \leq R_y \gamma_c, \quad (1)$$

где  $\gamma_f$  — коэффициент надежности по нагрузке;  $\gamma_{fl}$  — коэффициент увеличения нагрузки на колесе, учитывающий возможное перераспределение усилий между колесами и динамический характер нагрузки;  $F_n$  — нормативная нагрузка от колеса крана без учета динамичности;  $t_w$  — толщина стенки;  $l_{ef}$  — условная расчетная длина распределения усилия  $F_n$ .

Согласно этому требованию, единичная нагрузка от катка крана прикладывается к поясу ПБ на площади (345 × 170 мм), соответствующей ширине «подошвы» рельса и условной расчетной длине  $l_{ef}$  распределения усилия  $F_n$ , зависящей от жестко-

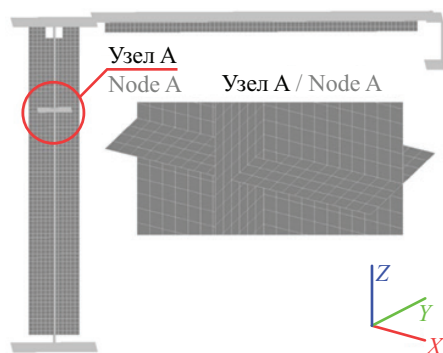


Рис. 6. Моделируемое сечение, сопряжение продольных и поперечных ребер со стенкой ПБ

Fig. 6. Simulated cross-section, interface of longitudinal and transverse ribs with the crane beam wall

сти пояса, рельса и сопряжения пояса со стенкой (рис. 9), определяемой по формуле:

$$l_{ef} = c\sqrt{I_{1f} / t_w}, \quad (2)$$

где  $c$  — коэффициент, учитывающий степень податливости сопряжения пояса и стенки, для сварных балок  $c = 3,25$ , клепаных —  $3,75$ ;  $I_{1f}$  — сумма собственных моментов инерции пояса и кранового рельса.

Расчетная длина распределения усилия показана на рис. 9.

### Сбор нагрузок, моделирование нагружения

Нагрузки на рассчитываемую ПБ собраны в соответствии с действующей нормативно-технической документацией (НТД)<sup>3</sup>, основными данными для на-

<sup>3</sup> СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85\* : утв. приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства РФ от 03.12.2016 № 891/пр; введен в действие с 04.06.2017. М. : Стандартинформ; ФГБУ «РСТ», 2017. 95 с.

гружения послужили паспорта эксплуатируемых кранов. Информация по крановым нагрузкам сведена в табл. 1.

Результаты геодезической исполнительной съемки подкранового пути исследуемого цеха показали наибольший эксцентриситет 28 мм. Однако авторы работы [13] отмечают, что максимальные смещения подкранового рельса, фиксируемые при обследованиях подкрановых путей, зачастую составляют до 40–45 мм. Для дальнейшего моделирования примем эксцентриситеты приложения нагрузки до 50 мм относительно оси стенки ПБ.

Для анализа влияния эксцентриситета приложения нагрузки на НДС стенки ПБ выбраны три положения катка крана: проектное (без смещения рельса), со смещением 25 и 50 мм. При этом действующий государственный стандарт<sup>4</sup> регламентирует конструктивный допуск на прямолинейность рельса в горизонтальной плоскости в любой точке рельсового пути для кранового оборудования данного цеха не более  $\pm 10$  мм.

Нагрузка от одного колеса принята по максимальному значению, соответствующему нагрузке от крана № 2, и равна 56,08 тс.

На данном этапе исследований рассматривалось распределение напряжений в элементах балки при локальном приложении нагрузки от одного колеса крана с эксцентриситетом. Нагружение моделировалось в соответствии со схемой, приведенной на рис. 10.

В дальнейшем предполагается учесть особенности перераспределения напряжений при полном (реальном) нагружении ПБ от всех колес крана (кранов), при постановке дополнительных ребер,

<sup>4</sup> ГОСТ 34020–2016. Краны грузоподъемные. Допуски для колес, рельсовых путей кранов и их грузовых тележек : введен 17.03.2017. М. : Стандартинформ, 2017. 25 с.

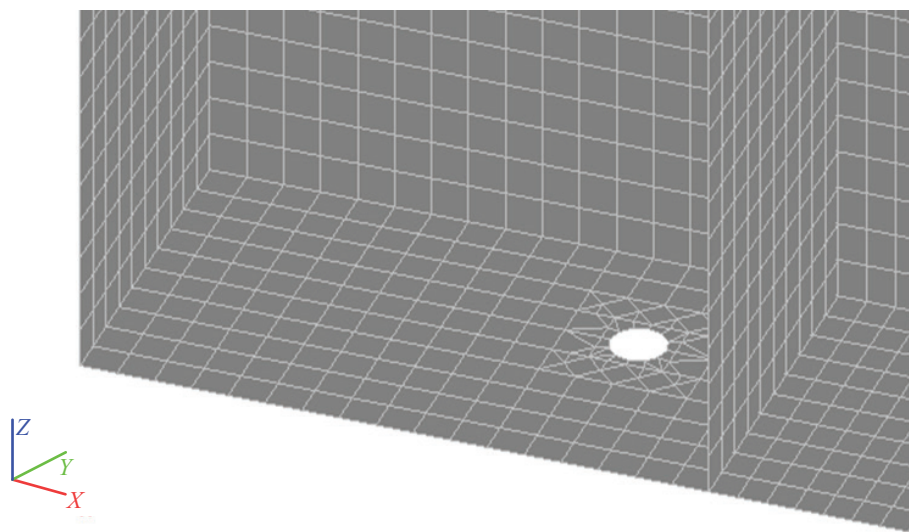


Рис. 7. Моделируемое отверстие под постоянные крепежные болты

Fig. 7. Simulated hole for permanent mounting bolts

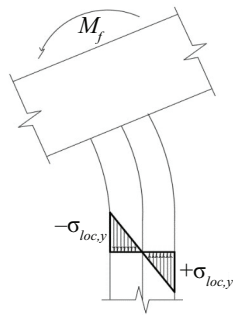


Рис. 8. Схема распределения нормальных напряжений при кручении пояса балки

Fig. 8. The scheme of distribution of normal stresses during torsion of the beam belt

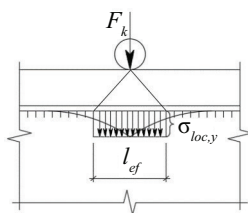


Рис. 9. Расчетная длина распределения усилия

Fig. 9. Estimated length of force distribution

что позволит оценить общее НДС балки и учесть влияние изменения шага поперечных ребер жесткости.

При моделировании положение единичной нагрузки давления катка крана задавалось в соответствии со схемой, представленной на рис. 10.

Нагрузка от колеса крана поочередно прикладывалась в трех положениях по длине балки: у опорного ребра, в промежуточном положении, в центре балки.

В пределах одного отсека (участка стенки, ограниченного двумя поперечными ребрами) нагрузка также прикладывалась в трех положениях: непосредственно над ребром, в промежуточном положении, в центре отсека.

По результатам анализа НДС в элементах исследуемой ПБ, приведенным в табл. 2, можно отметить, что при приближении нагрузки к поперечному ребру жесткости локальные напряжения в стенке падают (в среднем в 2 раза в сравнении с положением нагрузки в середине отсека).

С целью проверки влияния работы поперечных ребер жесткости на НДС ВЗС была смоделирована постановка дополнительных ребер жесткости с уменьшением шага в отсеке в 2 раза (с 1500 до 750 мм) в соответствии со схемой, представленной на рис. 11.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Все результаты численного анализа НДС элементов исследуемой ПБ, загруженной в соответствии с рис. 10, полученные при помощи конечно-элементного анализа, сведены в табл. 2, в графическом виде представлены на рис. 12.

Некоторые иллюстрации результатов графического анализа изополей главных и эквивалентных напряжений, выданных ПК SCAD после выполнения линейного расчета, представлены на рис. 13, 14.

Значения напряжений в элементах ПБ схемы с меньшим шагом поперечных ребер приведены в табл. 3 и на рис. 15.

Влияние эксцентриситета приложения крановой нагрузки на характер изменения НДС элементов ПБ для схемы с проектным шагом поперечных ребер жесткости можно проследить по иллюстрациям изополей напряжений, представленных на рис. 16.

Табл. 1. Паспорта эксплуатируемых кранов

Table 1. Passports of operated cranes

Наименование Name	Грузоподъемность, т Load capacity, t			Пролет, м Span, m	Масса, т Weight, t	Нагрузка на рельс, кН Load on the rail, kN		Тип рельса Rail type	Режим работы Operating mode
	ос- нов- ная main	вспомога- тельная 1 supportive 1	вспомога- тельная 2 supportive 2			верти- кальная vertical	горизон- тальная horizontal		
Паспорт крана № 1 Crane passport No. 1	180	50	20	34	434,77	550	55	КР120	7К
Паспорт крана № 2 Crane passport No. 2	180	50	20	34	420	543	54,3		7К
Паспорт крана № 3 Crane passport No. 3	180	50	20	34	458	500	50		7К

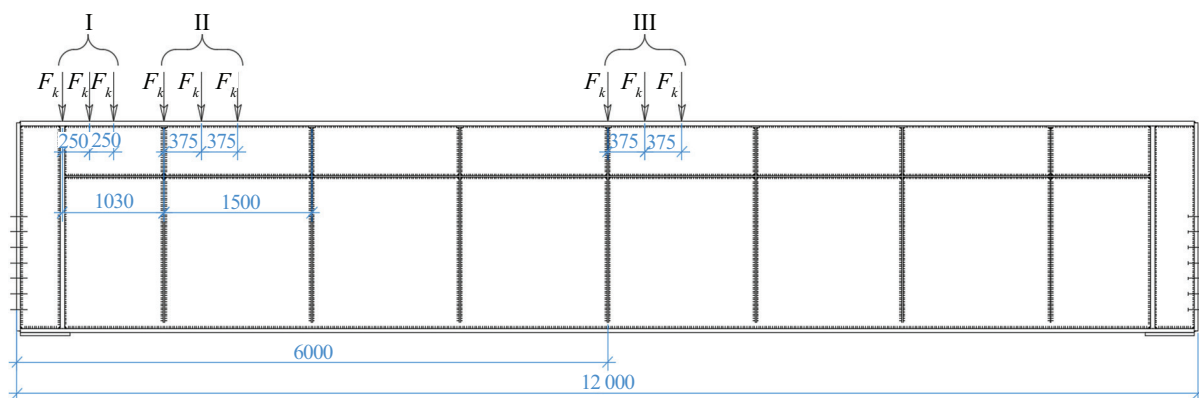


Рис. 10. Исходная схема приложения единичной нагрузки от колеса крана

Fig. 10. Initial scheme of unit load application from the crane wheel

Табл. 2. Результаты численного анализа главных и эквивалентных напряжений элементов ПБ исходного сечения

Table 2. Results of numerical analysis of the main and equivalent stresses of crane girder elements of the initial section

I. В опорном отсеке In the support compartment									
Напряжения в стенке, т/м <sup>2</sup> Stresses in the wall, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в опорном ребре, т/м <sup>2</sup> Stresses in the support rib, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в верхнем поясе, т/м <sup>2</sup> Stresses in the upper belt, t/m <sup>2</sup>			
Положение в отсеке Position in the compartment	Эксцентриситет смещения катка крана Eccentricity displacement of the crane roller								
	<i>e</i> = 0 мм, проект. mm, project.	<i>e</i> = 25 мм mm	<i>e</i> = 50 мм mm	<i>e</i> = 0 мм, проект. mm, project.	<i>e</i> = 25 мм mm	<i>e</i> = 50 мм mm	<i>e</i> = 0 мм, проект. mm, project.	<i>e</i> = 25 мм mm	<i>e</i> = 50 мм mm
	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)
Над опорным ребром Above the supporting rib	4092,34	4062,17 -1	4261,85 +104	3529,26	3672,37 +104	3962,56 +112	2402,25	3196,44 +133	4647,39 +193
Промежуточное Intermediate	5051,65	7515,07 +149	9835,92 +195	2207,85	3196,18 +145	4101,51 +185	3292,92	4491,22 +136	7428,95 +225
В центре отсека In the centre of the compartment	5135,99	8415,65 +164	11 550,24 +225	648,44	1149,85 +177	1724,82 +266	3951,23	5011,41 +127	7811,17 +198
II. В промежуточном отсеке In the intermediate compartment									
Напряжения в стенке, т/м <sup>2</sup> Stresses in the wall, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в ребрах жесткости, т/м <sup>2</sup> Stresses in the stiffeners, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в верхнем поясе, т/м <sup>2</sup> Stresses in the upper belt, t/m <sup>2</sup>			
Положение в отсеке Position in the compartment	Эксцентриситет смещения катка крана Eccentricity displacement of the crane roller								
	<i>e</i> = 0 мм, проект. mm, project.	<i>e</i> = 25 мм mm	<i>e</i> = 50 мм mm	<i>e</i> = 0 мм, проект. mm, project.	<i>e</i> = 25 мм mm	<i>e</i> = 50 мм mm	<i>e</i> = 0 мм, проект. mm, project.	<i>e</i> = 25 мм mm	<i>e</i> = 50 мм mm
	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)
Над опорным ребром Above the supporting rib	2683,88	2939,17 +110	3207,38/ +119	1158,8	1274,32 +110	1321,67 +114	4042,74	5259,24 +130	6007,17 +149
Промежуточное Intermediate	5265,15	9092,31 +172	12 737,12 +242	1272,93	1962,22 +154	2848,36 +224	3836,91	5463,82 +142	9142,85 +239
В центре отсека In the centre of the compartment	5225,67	9868,51 +189	14 363,69 +275	244,54	1171,19 +480	2096,23 +860	4015,86	5123,66 +128	8036,57 +200

III. В середине балки In the middle of the beam									
Напряжения в стенке, т/м <sup>2</sup> Stresses in the wall, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в ребрах жесткости, т/м <sup>2</sup> Stresses in the stiffeners, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в верхнем поясе, т/м <sup>2</sup> Stresses in the upper belt, t/m <sup>2</sup>			
Положение в отсеке Position in the compartment	Эксцентриситет смещения катка крана Eccentricity displacement of the crane roller								
	$e = 0$ мм, проект. mm, project.	$e = 25$ мм mm	$e = 50$ мм mm	$e = 0$ мм, проект. mm, project.	$e = 25$ мм mm	$e = 50$ мм mm	$e = 0$ мм, проект. mm, project.	$e = 25$ мм mm	$e = 50$ мм mm
	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)
Над опорным ребром Above the supporting rib	2672,66	2450,93 -9	2392,35 -11	2091,23	2219,68 +105	2094,7 0	7307,16	7669,79 +105	8727,96 +119
Промежуточное Intermediate	5248,78	9170,16 +175	12 910,33 +245	4051,67	4344,55 +107	4611,65 +114	4926,28	6507,51 +132	7875,63 +160
В центре отсека In the centre of the compartment	5212,6	9870,00 +189	14 346,29 +275	3062,51	3420,22 +112	3740,2 +122	4009,53	5143,55 +128	7958,4 +198

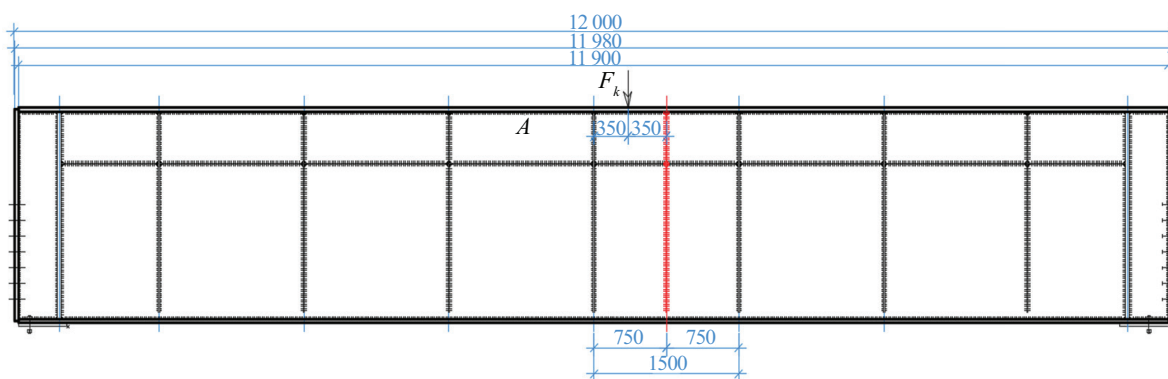


Рис. 11. Схема балки с установкой дополнительных ребер жесткости

Fig. 11. Beam diagram with installation of additional stiffeners

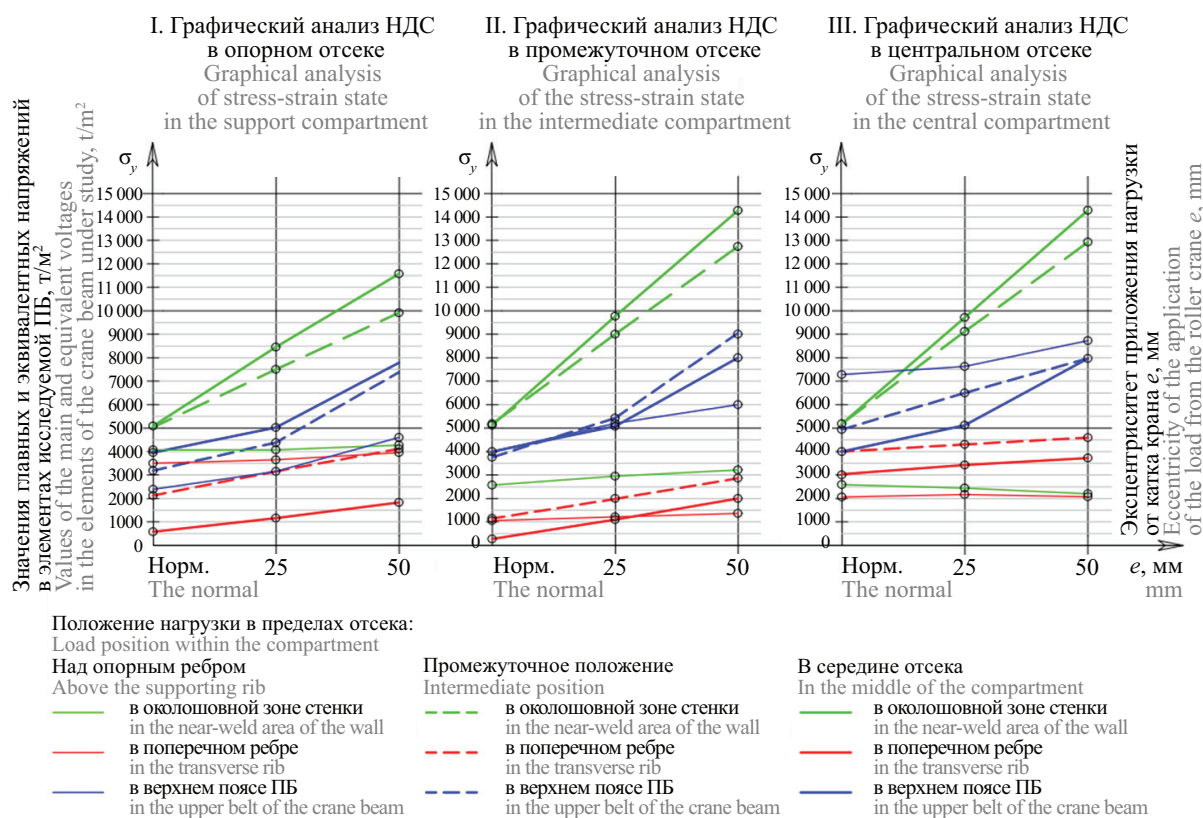
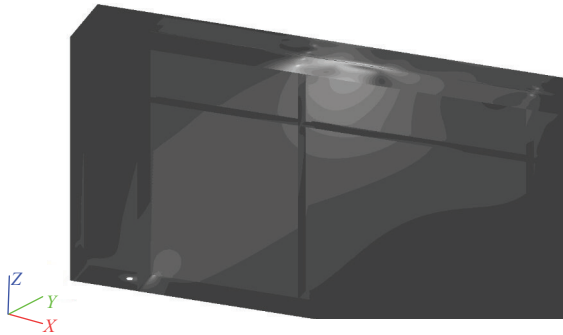


Рис. 12. Графические результаты анализа НДС исходной схемы ПБ по результатам табл. 2

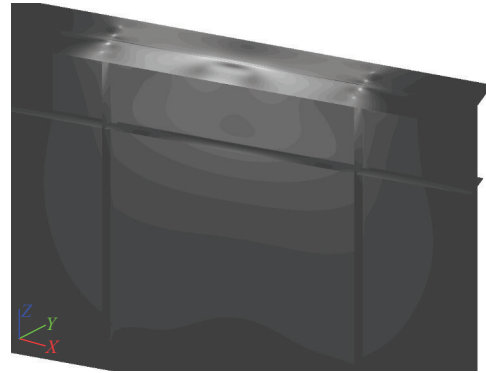
Fig. 12. Graphical results of the analysis of the stress-strain state of the initial crane beam scheme on the results of Table 2





**Рис. 13.** Иллюстрация изополей напряжений в элементах ПБ при промежуточном положении нагрузки в отсеке с эксцентриситетом  $e = 25$  мм (промежуточное положение крановой нагрузки в пролете балки)

**Fig. 13.** The picture of the stress isofields in the crane beam elements at the intermediate position of the load in the compartment with eccentricity of  $e = 25$  mm (intermediate position of the crane load in the beam span)



**Рис. 14.** Иллюстрация изополей напряжений в элементах ПБ при положении нагрузки в середине отсека с эксцентриситетом  $e = 50$  мм (центральное положение в пролете балки)

**Fig. 14.** Illustration of stress isofields in the crane beam elements at the load position in the middle of the compartment with an eccentricity of  $e = 50$  mm (central position in the beam span)

**Табл. 3.** Результаты численного анализа главных и эквивалентных напряжений элементов ПБ при постановке дополнительных ребер

**Table 3.** Results of numerical analysis of the main and equivalent stresses of the crane beam elements when setting additional ribs

I. Исходная схема The original scheme									
Напряжения в стенке, т/м <sup>2</sup> Stresses in the wall, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в ребрах жесткости, т/м <sup>2</sup> Stresses in the stiffeners, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в верхнем поясе, т/м <sup>2</sup> Stresses in the upper belt, t/m <sup>2</sup>			
Положение в отсеке Position in the compartment	Эксцентриситет смещения катка крана Eccentricity displacement of the crane roller								
	$e = 0$ мм, норм. mm, the norm.	$e = 25$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 50$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 0$ мм, норм. mm, the norm.	$e = 25$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 50$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 0$ мм, норм. mm, the norm.	$e = 25$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 50$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)
В центре отсека In the centre of the compartment	5212,6	9870,00 +189	14 346,29 +275	3062,51	3420,22 +112	3740,2 +122	4009,53	5143,55 +128	7958,4 +198
II. Схема с частой постановкой ребер A scheme with frequent setting of ribs									
Напряжения в стенке, т/м <sup>2</sup> Stresses in the wall, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в ребрах жесткости, т/м <sup>2</sup> Stresses in the stiffeners, t/m <sup>2</sup>			Напряжения в верхнем поясе, т/м <sup>2</sup> Stresses in the upper belt, t/m <sup>2</sup>			
Положение в отсеке Position in the compartment	Эксцентриситет смещения катка крана Eccentricity displacement of the crane roller								
	$e = 0$ мм, норм. mm, the norm.	$e = 25$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 50$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 0$ мм, норм. mm, the norm.	$e = 25$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 50$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 0$ мм, норм. mm, the norm.	$e = 25$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)	$e = 50$ мм mm $\Delta\delta_y$ (от норм.), %/ (from the norms.)
В центре отсека In the centre of the compartment	5243,42	8343,61 +159	11 258,7 +215	3929,48	4016,45 +102	4126,7 +105	3675,75	4497,81 123	6995,13 +191

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Напряжения в верхней околошовной зоне стенки при приложении нагрузки в середине отсека растут прямо пропорционально с увеличением

эксцентриситета приложения крановой нагрузки, что свидетельствует о недостаточной жесткости на кручение традиционного двутаврового сечения подкрановой балки.

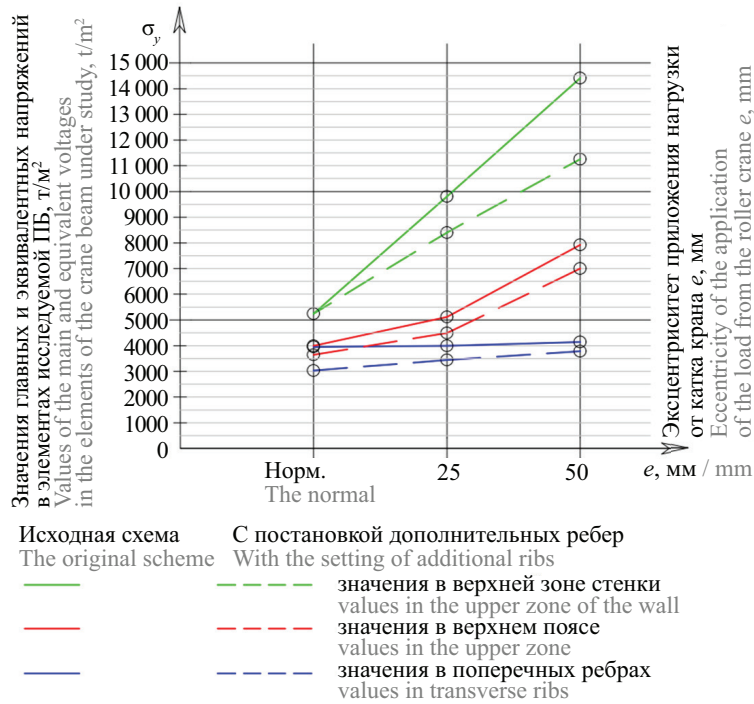


Рис. 15. Графические результаты анализа НДС при постановке дополнительных ребер жесткости по результатам табл. 3  
Fig. 15. Graphical results of the analysis of the stress-strain state when setting additional stiffeners on the results of Table 3

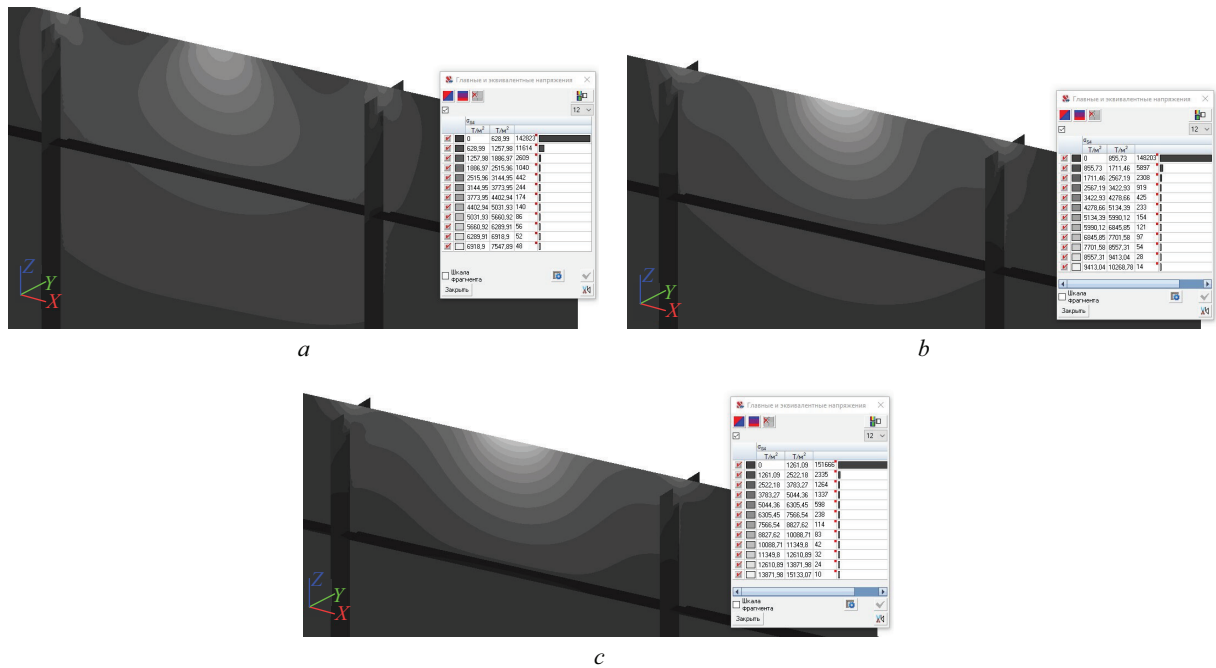


Рис. 16. Нагрузка в середине отсека с эксцентриситетом: а — e = 0 мм; б — e = 25 мм; в — e = 50 мм (в середине пролета балки)

Fig. 16. Load in the middle of the compartment with eccentricity of: а — e = 0 mm; б — e = 25 mm; в — e = 50 mm (in the middle of the beam span)

Это объясняется тем, что подкрепление стенки поперечными ребрами действует на довольно коротком участке, определяемом формулой<sup>1</sup>:

$$a = 0,65t_w \sqrt{E / R_y}. \quad (3)$$

Напряжения в поперечном ребре (со стороны, в которую смещен рельс) в зоне сопряжения с верхним поясом показывают прямо пропорциональный рост при увеличении эксцентриситета приложения крановой нагрузки, наибольшие показатели напря-

жения наблюдаются при приближении нагрузки к поперечному ребру жесткости.

При увеличении эксцентриситета приложения нагрузки и росте напряжений в ВЗС происходит перераспределение напряжений, «пятно» напряжений перемещается вверх ближе к околошовной зоне, но максимальные по модулю напряжения в околошовной зоне действуют на большей протяженности (рис. 16).

Анализ НДС схемы при постановке дополнительных ребер жесткости (уменьшение шага) (табл. 3) показал:

- постановка дополнительных ребер жесткости не влияет на максимальные локальные напряжения в верхней околошовной зоне стенки при нормативном положении кранового рельса;
- при положении подкранового рельса с эксцентриситетом наблюдается снижение напряжения в околошовной зоне стенки (порядка 20–30 %), напряжения в ребрах жесткости возрастают до 25 %.

Действующий СП 16.13330<sup>1</sup>, п. 7.3.3 регламентирует назначать расстояния между ребрами жесткости исходя из требований местной устойчивости стенки ПБ в соответствии с формулой:

$$a = 2,5h_{ef}. \quad (4)$$

В исследовании выдвигается новая гипотеза, которая предполагает, что постановка ребер жесткости с шагом меньше, чем того требует действующий нормативный документ<sup>1</sup>, отчасти позволяет решить прочностную задачу изгиба ВЗС ПБ и снизить ве-

роятность образования усталостных трещин в ней при положении нагрузки с эксцентриситетом. Постановка дополнительных ребер предположительно снижает напряжения в ВЗС ПБ существенным образом.

Подробная проверка выдвинутой гипотезы по результатам данной публикации выносится как задача дальнейшей исследовательской работы группы авторов и планируемой кандидатской диссертации.

Способы усиления верхней зоны ПБ в определенной степени известны давно и приведены в научно-технической и инженерной литературе<sup>5</sup>. Вместе с тем проблема актуальна и в научных публикациях последних лет [22–27]. Эти решения все еще мало изучены, а некоторые имеют ряд конструктивных недостатков:

- значительное повышение материалоемкости готовых изделий;
- усложнение изготовления, монтажа подкрановых конструкций;
- затруднение текущих осмотров, периодических и внеочередных обследований, обследований в рамках экспертизы промышленной безопасности.

Необходимы дальнейшие исследования по разработке конструктивных решений по недопущению образования усталостных трещин в ВЗС ПБ, а также проверка выдвинутой гипотезы.

<sup>5</sup>Руководство по восстановительному ремонту подкрановых конструкций. М. : Министерство металлургии СССР, 1991. 118 с.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Выдрин В.Н., Зубко О.В. Наиболее характерные дефекты и повреждения металлических эксплуатируемых подкрановых балок при проведении экспертизы промышленной безопасности // Символ науки: международный научный журнал. 2015. № 10–2. С. 102–109. EDN SMKQEM.
2. Xie Y. Anti-fatigue performance analysis on steel crane beam // Sensors & Transducers. 2013. Vol. 21. Special Issue. Pp. 73–77.
3. Sowa L., Skrzypczak T., Kwiaton P. The effect of the gantry crane beam cross section on the level of generated stresses // MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 157. P. 02047. DOI: 10.1051/mateconf/201815702047
4. Rykaluk K., Marcinczak K., Rowinski S. Fatigue hazards in welded plate crane runway girders — Locations, causes and calculations // Archives of Civil and Mechanical Engineering. 2018. Vol. 18. Issue 1. Pp. 69–82. DOI: 10.1016/j.acme.2017.05.003
5. Danilov A., Tushina O. Non-disruptive method to decrease stresses in the web of the crane beam // E3S Web of Conferences. 2021. Vol. 263. P. 02022. DOI: 10.1051/e3sconf/202126302022
6. Hong Y., Lu Y., Zheng Z. Initiation and propagation of short fatigue cracks in a weld metal // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 1989. Vol. 12. Issue 4. Pp. 323–331. DOI: 10.1016/0142-1123(89)90268-5
7. Meng D., Li G., Tan D., Yang S. Finite element analysis on crane girder with variable cross sections based on ANSYS // Sensors & Transducers. 2013. Vol. 21. Special Issue. Pp. 89–94.
8. Крахмальний Т.А., Евтушенко С.И. Дефекты и повреждения металлических подкрановых балок производственных зданий // Строительство и архитектура. 2021. Т. 9. № 3. С. 11–15. DOI: 10.29039/2308-0191-2021-9-3-11-15. EDN BTXPAR.
9. Бабкин В.И. Оценка циклической трещиностойкости сварных подкрановых балок тяжелого режима работы : дис. ... канд. техн. наук. М., 1985. 164 с.
10. Довженко А.С. Причины разрушения верхних поясных швов подкрановых балок // Материалы по стальным конструкциям. 1958. № 2. С. 195–209.
11. Shuryn A., Mukhin A., Bryantsev A. Defects of steel crane beams and methods of their strengthening //

E3S Web of Conferences. 2020. Vol. 212. P. 02016. DOI: 10.1051/e3sconf/202021202016

12. Патрикеев А.Б. О механизме разрушения верхних участков стальных подкрановых балок // Промышленное строительство. 1971. № 5. С. 38–43.

13. Дмитриева О.А., Новикова М.А., Тарасова Д.А. Сварные подкрановые балки — проблемы расчета и причины разрушения // X Всероссийский фестиваль науки : сб. докл. 2020. С. 34–37. EDN UEJOFW.

14. Нежданов К.Н., Кузьмишкин А.А., Гарькин И.Н. Предотвращение усталостных трещин в узле соединения рельса с подкрановой балкой // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1–1. С. 161. EDN VIDVIX.

15. Кубасевич А.Е. Устойчивость стенок подкрановых балок с усталостными трещинами в зоне сжатого пояса // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 4 (81). С. 47–53. DOI: 10.23968/1999-5571-2020-17-4-47-53. EDN OSJUXJ.

16. Москвичев В.В., Чабан Е.А. Исследование напряженно-деформированного состояния подкрановых балок в штатных режимах эксплуатации // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. 2016. Т. 9. № 4. С. 572–584. DOI: 10.17516/1999-494X-2016-9-4-572-584. EDN WBXECR.

17. Складнев А.И., Сердюк В.В. Усталостная долговечность и мера повреждаемости верхней зоны стенки сварных подкрановых балок // Безопасность труда в промышленности. 2004. № 11. С. 34–36. EDN JVVWQP.

18. Беляев Б.И., Корниенко В.С. Причины аварий стальных конструкций и способы их устранения. М. : Стройиздат, 1986. 206 с.

19. Железнов А.А. Местная устойчивость стенок сварных подкрановых балок с трещинами : дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1996. 144 с.

20. Кикин А.И., Эглескалн Ю.С. Результаты обследования подкрановых конструкций, запроектиро-

ванных по действующим нормам // Промышленное строительство. 1968. № 12. С. 38–39.

21. Белый Г.И., Кубасевич А.Е. Влияние геометрических несовершенств сжатого пояса на несущую способность подкрановых балок с усталостными трещинами в стенке // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 3 (92). С. 14–20. DOI: 10.23968/1999-5571-2022-19-3-14-20. EDN GERMUB.

22. Черкашин Е.Г. Исследование влияния способов усиления верхней зоны стенки подкрановых балок // Вестник магистратуры. 2022. № 5–1 (128). С. 29–32. EDN HYQWLG.

23. Сабуров В.Ф., Серебренникова Е.Н., Фердер А.В. О некоторых особенностях формирования напряженно-деформированного состояния в стенке подкрановых балок при движении крана // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2022. Т. 22. № 2. С. 14–20. DOI: 10.14529/build220202. EDN HTBLJC.

24. Чалков Г.В. Напряжения в стенках подкрановых балок повышенного ресурса при местном кручении верхнего пояса : дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 2012. 175 с.

25. Лампси Б.Б., Лампси Б.Б., Маркина Ю.Д. Усиление стальных подкрановых балок при модернизации технологического процесса // Приволжский научный журнал. 2022. № 2 (62). С. 24–28. EDN LBFVVY.

26. Лампси Б.Б., Хисамова Л.Д., Хазов П.А. Расчетная оценка усталостной долговечности стальной подкрановой балки // Приволжский научный журнал. 2021. № 1 (57). С. 18–24. EDN JXTMTH.

27. Емельянов О.В., Миннатов А.Р. Влияние эксцентриситета передачи нагрузки от колеса мостового крана на напряженное состояние стенки подкрановой балки // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования : тез. докл. 79-й междунар. науч.-техн. конф. 2021. С. 452. EDN IQXXZD.

Поступила в редакцию 18 сентября 2023 г.

Принята в доработанном виде 30 января 2024 г.

Одобрена для публикации 31 января 2024 г.

ОБ АВТОРАХ: **Владислав Сергеевич Маркеев** — аспирант кафедры металлических конструкций; **Липецкий государственный технический университет (ЛГТУ)**; 398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 30; mailbox@stu.lipetsk.ru, vladmarkeev@yandex.ru;

**Виталий Валентинович Зверев** — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой металлических конструкций; **Липецкий государственный технический университет (ЛГТУ)**; 398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 30; mailbox@stu.lipetsk.ru, zverev2901@gmail.com;

**Илья Алексеевич Зайцев** — магистр кафедры металлических конструкций; **Липецкий государственный технический университет (ЛГТУ)**; 398055, г. Липецк, ул. Московская, д. 30; mailbox@stu.lipetsk.ru, ilja.saicew@yandex.ru.

Вклад авторов:

Маркеев В.С. — концепция исследования, развитие методологии, разработка расчетной модели исследуемой конструкции в вычислительном комплексе прочностного анализа конструкций МКЭ, написание исходного текста, итоговые выводы.

Зверев В.В. — научное руководство, фактологическая и стилистическая редакция финального текста, итоговые выводы.

Зайцев И.А. — развитие методологии, разработка расчетной модели исследуемой конструкции в вычислительном комплексе прочностного анализа конструкций МКЭ.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## REFERENCES

1. Vydrin V.N., Zubko O.V. The most characteristic defects and damages of metal crane beams operated during the examination of industrial safety. *Symbol of Science : International Scientific Journal*. 2015; 10-2:102-109. EDN SMKQEM. (rus.).
2. Xie Y. Anti-fatigue performance analysis on steel crane beam. *Sensors & Transducers*. 2013; 21(Special Issue):73-77.
3. Sowa L., Skrzypczak T., Kwiaton P. The effect of the gantry crane beam cross section on the level of generated stresses. *MATEC Web of Conferences*. 2018; 157:02047. DOI: 10.1051/mateconf/201815702047
4. Rykaluk K., Marcinczak K., Rowinski S. Fatigue hazards in welded plate crane runway girders — Locations, causes and calculations. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2018; 18(1):69-82. DOI: 10.1016/j.acme.2017.05.003
5. Danilov A., Tushina O. Non-disruptive method to decrease stresses in the web of the crane beam. *E3S Web of Conferences*. 2021; 263:02022. DOI: 10.1051/e3sconf/202126302022
6. Hong Y., Lu Y., Zheng Z. Initiation and propagation of short fatigue cracks in a weld metal. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1989; 12(4):323-331. DOI: 10.1016/0142-1123(89)90268-5
7. Meng D., Li G., Tan D., Yang S. Finite element analysis on crane girder with variable cross sections based on ANSYS. *Sensors & Transducers*. 2013; 21(Special Issue):89-94.
8. Krakhmalnyy T., Evtushenko S. Defects and damages of metal crane beams of industrial buildings. *Construction and Architecture*. 2021; 9(3):11-15. DOI: 10.29039/2308-0191-2021-9-3-11-15 EDN BXPXPAR. (rus.).
9. Babkin V.I. *Assessment of cyclic crack resistance of welded crane beams of heavy duty operation : dis. ... cand. tech. sciences*. Moscow, 1985; 164. (rus.).
10. Dovzhenko A.S. Causes of destruction of the upper belt seams of crane beams. *Materials on Steel Structures*. 1958; 2:195-209. (rus.).
11. Shurny A., Mukhin A., Bryantsev A. Defects of steel crane beams and methods of their strengthening. *E3S Web of Conferences*. 2020; 212:02016. DOI: 10.1051/e3sconf/202021202016
12. Patrikeev A.B. On the mechanism of destruction of the upper sections of steel crane beams. *Industrial Construction*. 1971; 5:38-43. (rus.).
13. Dmitrieva O.A., Novikova M.A., Tarasova D.A. Welded crane beams — calculation problems and causes of destruction. *X All-Russian Science Festival : collection of reports*. 2020; 34-37. EDN UEJOFW. (rus.).
14. Nezhdanov K.N., Kuzmishkin A.A., Garkin I.N. Prevention of fatigue cracks in the rail junction node crane beams. *Modern Problems of Science and Education*. 2015; 1-1:161. EDN VIDVIX. (rus.).
15. Kubasevich A.E. Stability of crane girder walls with fatigue cracks in the compressed belt zone. *Bulletin of Civil Engineers*. 2020; 4(81):47-53. DOI: 10.23968/1999-5571-2020-17-4-47-53. EDN OSJUXJ. (rus.).
16. Moskvichev V.V., Chaban E.A. Investigation of the stress-strain state of crane beams in normal operating modes. *Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*. 2016; 9(4):572-584. DOI: 10.17516/1999-494X-2016-9-4-572-584. EDN WBXECR. (rus.).
17. Sklyadnev A.I., Serdyuk V.V. Fatigue durability and the measure of damage to the upper zone of the wall of welded crane beams. *Occupational Safety in Industry*. 2004; 11:34-36. EDN JVVWQP. (rus.).
18. Belyaev B.I., Kornienko V.S. *Causes of accidents of steel structures and ways to eliminate them*. Moscow, Stroyizdat, 1986; 206. (rus.).
19. Zheleznov A.A. *Local stability of the walls of welded crane beams with cracks : dis. ... cand. tech. sciences*. Novosibirsk, 1996; 144. (rus.).
20. Kikin A.I., Egleskaln Y.S. The results of the survey of crane structures designed according to current standards. *Industrial Construction*. 1968; 12:38-39. (rus.).
21. Belyy G.I., Kubasevich A.E. The effect of geometric imperfections of the compressed belt on the bearing capacity of crane beams with fatigue cracks in the wall. *Bulletin of Civil Engineers*. 2022; 3(92):14-20. DOI: 10.23968/1999-5571-2022-19-3-14-20. EDN GERMUB. (rus.).
22. Cherkashin E.G. Investigation of the influence of ways to strengthen the upper zone of the crane beams wall. *Bulletin of Magistracy*. 2022; 5-1(128):29-32. EDN HYQWLG. (rus.).
23. Saburov V.F., Serebrennikova E.N., Ferder A.V. On the specifics of the formation of stress-strain state of the wall of crane beams during crane movement. *Bulletin of SUSU. Series "Construction Engineering*

*and Architecture*". 2022; 22(2):14-20. DOI: 10.14529/build220202. EDN HTBLJC. (rus.).

24. Chalkov G.V. *Stresses in the walls of crane beams of increased resource at local torsion of the upper belt : dis. ...cand. tech. sciences*. Novosibirsk, 2012; 175. (rus.).

25. Lampsі B.B., Lampsі B.B., Markina Yu.D. Reinforcement of steel crane beams during technological process modernization. *Privolzhsky Scientific Journal*. 2022; 2(62):24-28. EDN LBFVVY. (rus.).

26. Lampsі B.B., Khisamova L.D., Khazov P.A. Estimated fatigue life of a steel crane girder. *Privolzhsky Scientific Journal*. 2021; 1(57):18-24. EDN JXTMTH. (rus.).

27. Emelyanov O.V., Minnatov A.R. Influence of the eccentricity of the load transfer from the wheel of the bridge crane on the stress state of the crane beam wall. *Current problems of modern science, technology and education : abstracts of the 79th international scientific and technical conference*. 2021; 452. EDN IQXXZD. (rus.).

*Received September 18, 2023.*

*Adopted in revised form on January 30, 2024.*

*Approved for publication on January 31, 2024.*

**BI O N O T E S:** **Vladislav S. Markeev** — postgraduate student of the Department of Metal Structures; **Lipetsk State Technical University (LGTU)**; 30 Moskovskaya st., Lipetsk, 398055, Russian Federation; mailbox@stu.lipetsk.ru, vladmarkeev@yandex.ru;

**Vitalij V. Zverev** — Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Metal Structures; **Lipetsk State Technical University (LGTU)**; 30 Moskovskaya st., Lipetsk, 398055, Russian Federation; mailbox@stu.lipetsk.ru, zverev2901@gmail.com;

**Ilya A. Zajcev** — master of the Department of Metal Structure; **Lipetsk State Technical University (LGTU)**; 30 Moskovskaya st., Lipetsk, 398055, Russian Federation; mailbox@stu.lipetsk.ru, ilja.saicew@yandex.ru.

*Contribution of the authors:*

*Vladislav S. Markeev — research concept, development of methodology, development of a computational model of the studied structure in the computational complex of strength analysis of FEM structures, writing of the source text, final conclusions.*

*Vitalij V. Zverev — scientific guidance, factual and stylistic editing of the final text, final conclusions.*

*Ilya A. Zajcev — development of methodology, development of a computational model of the studied structure in the computational complex of strength analysis of FE structures.*

*The authors declare that there is no conflict of interest.*