

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.046.5

DOI: 10.22227/1997-0935.2024.8.1274-1284

Анализ надежности конструкций стальных покрытий с использованием теории свидетельств

Сергей Александрович Соловьев¹, Александр Эдуардович Иньков¹,
Анастасия Андреевна Соловьева¹, Владимир Александрович Смирнов²

¹ Вологодский государственный университет (ВоГУ); г. Вологда, Россия

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный
университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Количественная оценка уровня надежности и безопасности конструктивных решений является актуальной научно-технической проблемой. Мерой надежности в таком случае может выступать вероятность отказа несущего элемента конструкции. В практических задачах оценки и анализа надежности строительных конструкций данные о случайных величинах могут быть получены в интервальной форме (качественная неопределенность), в то время как классические методы анализа надежности не позволяют произвести оценку надежности при наличии таких данных. Недостаток статистических данных (количественная неопределенность) также присутствует в практических задачах анализа надежности.

Материалы и методы. Рассмотрено использование теории свидетельств как эффективного инструмента для анализа надежности конструкций стальных покрытий в задачах с интервальной неопределенностью статистических данных.

Результаты. Приведена графическая интерпретация алгоритма анализа надежности, которая позволяет наглядно и оперативно получить оценку вероятности безотказной работы элемента покрытия, а также снизить допустимую нагрузку на элемент до требуемого уровня надежности. Исследованы двухмерные и трехмерные модели для анализа надежности стержня стальной фермы по критерию устойчивости.

Выводы. Теория свидетельств дает возможность эффективно моделировать различные источники неопределенностей в практических инженерных задачах. При ограниченной информации можно получить представление о количественном выражении уровня надежности по ее нижней оценке, которую можно увеличить за счет усиления элемента, более детального вероятностного анализа или ограничения эксплуатационной нагрузки на элемент. Учитывая большее количество недетерминированных величин в расчете, инженер получает более достоверное и осторожное решение. При учете площади поперечного сечения как случайной величины надежность стержня фермы по расчету на устойчивость оказалась на 23 % меньше (нижняя граница надежности), чем в аналогичном расчете с детерминированным значением.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: теория свидетельств, надежность, ферма, интервальные данные, безопасность, вероятность отказа

Благодарности. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-01035. URL: <https://rscf.ru/project/23-79-01035/>

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Соловьев С.А., Иньков А.Э., Соловьева А.А., Смирнов В.А. Анализ надежности конструкций стальных покрытий с использованием теории свидетельств // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 8. С. 1274–1284. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.8.1274-1284

Автор, ответственный за переписку: Александр Эдуардович Иньков, inkovaie@vogu35.ru.

Structural reliability analysis of steel structural covering based on the theory of evidence

Sergey A. Solov'ev¹, Aleksandr E. In'kov¹, Anastasiya A. Solov'eva¹, Vladimir A. Smirnov²

¹ Vologda State University (VSU); Vologda, Russian Federation

² Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. Quantitative assessment of the structural reliability and safety level for structural solutions is an actual scientific and technical problem. The measure of reliability in this case can be the failure probability of a structural element. In practice,

cal problems of assessment and analysis of structural reliability, data on random variables can be obtained in the interval form (qualitative uncertainty), while the classic methods of reliability analysis do not allow to estimate reliability in the presence of such data. Lack of statistical data (quantitative uncertainty) is also present in practical tasks of reliability analysis.

Materials and methods. The paper considers the use of the theory of evidence as an effective tool for reliability analysis of steel span structures in problems with interval uncertainty of statistical data.

Results. The graphical interpretation of the reliability analysis algorithm is given. It allows to obtain clearly and operatively an estimate of the failure probability of the structural element, as well as to reduce the permissible load on the element to the required reliability level. Two-dimensional and three-dimensional models are considered for analyzing the reliability of a steel truss bar according to the buckling criterion.

Conclusions. The theory of evidence allows effective modelling of various sources of uncertainties in practical engineering problems. Thus, with limited data, it is possible to get an idea of the quantitative expression of the reliability level by its lower bound, which can be increased by strengthening the element, more detailed probabilistic analysis or limiting the operational load on the structural element. By considering more non-deterministic quantities in the design, the engineer obtains a more cautious decision. When considering the cross-sectional area as a random variable, the reliability of the truss bar on the buckling was 23 % lower (lower reliability bound) than in a similar calculation with a deterministic value.

KEYWORDS: the theory of evidence, reliability, truss, interval data, safety, failure probability

Acknowledgements. The research was funded by Russian Science Foundation (RSF) No. 23-79-01035. URL: <https://rscf.ru/en/project/23-79-01035/>

FOR CITATION: Solov'ev S.A., In'kov A.E., Solov'eva A.A., Smirnov V.A. Structural reliability analysis of steel structural covering based on the theory of evidence. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(8):1274-1284. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.8.1274-1284 (rus.).

Corresponding author: Aleksandr E. In'kov, inkovae@vogu35.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Надежность строительного объекта — его свойство выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации. В соответствии с ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований», надежность обеспечивается за счет выполнения требований (критериев) для всех учитываемых предельных состояний при действии наиболее неблагоприятных сочетаний расчетных нагрузок в течение расчетного срока службы. Метод оценки надежности строительного объекта при проектировании или эксплуатации называют полувероятностным: используются положения теории вероятностей на отдельных этапах (например, обоснование нормативной прочности) с последующим введением коэффициентов надежности. В результате такого анализа строительный объект будет находиться в категории «надежный» или «ненадежный», в то время как анализ более надежного объекта при прочих равных условиях, как правило, вызывает затруднение у проектировщика, особенно при анализе системы элементов.

Исследование надежности стальных ферм представляет особый интерес, так как с расчетной точки зрения отказ одного элемента фермы, как шарнирно-стержневой системы, приводит к незамедлительному отказу всей системы вследствие превращения ее в геометрически изменяемую систему. Преимуществом вероятностного подхода в анализе надежности элементов строительных конструкций является эффективное моделирование различных неопределенностей: нагрузок, размеров сечений элементов, физико-механических свойств материалов.

Неопределенности в задачах анализа надежности могут быть классифицированы на алеаторные и эпистемологические. Алеаторная (несокращаемая) неопределенность является свойством внутренней изменчивости объекта исследования

и не может быть уменьшена путем повышения точности измерительных приборов или увеличения числа контрольных образцов. Эпистемологическая неопределенность (сокращаемая) отражает наш уровень знаний о предмете исследования и может быть уменьшена путем испытаний дополнительных контрольных образцов, использованием более точных измерительных приборов или методик измерений, повышением уровня экспертных оценок и т.д.

При проектировании строительного объекта, как правило, приходится иметь дело лишь с алеаторной неопределенностью. Она может быть успешно смоделирована путем использования классических положений теории вероятностей и математической статистики, в том числе методами статистических испытаний Монте-Карло [1]. Проблемы исследования надежности в данном случае сводятся к выбору устойчивой математической модели (проблема инвариантности) [2], сокращению временных затрат путем введения метамоделей [3], выбору метода вероятностного анализа надежности [4].

При эксплуатации строительного объекта задача оценки и анализа надежности усложняется непрерывным присутствием двух типов неопределенности одновременно, где эпистемологическая неопределенность зачастую играет решающую роль. Например, данные испытаний контрольных образцов элементов строительных конструкций всегда ограничены по ряду причин: высокая стоимость отдельных испытаний, невозможность отбора неограниченного количества контрольных образцов из элемента и другие. Использование известных вероятностно-статистических методов в случае ограниченной статистической информации недопустимо в соответствии с ГОСТ 27751–2014. Принятие статистических гипотез без должного обоснования приводит к ошибкам в расчете надежности, нарастающим по мере сложности сооружения как технической системы.

Одно из современных направлений развития теории надежности строительных конструкций — использование новых теорий анализа данных для оценки надежности строительных конструкций в условиях неполной статистической информации. Широкое распространение получили методы расчета надежности строительных конструкций с помощью положений теории возможностей [5, 6], кригинга [7], теории выпуклых множеств [8]. Анализ надежности также может быть применим и к смежным инженерным проблемам, например вероятностной оценке энергоэффективности сооружений [9].

В данной работе предлагается рассмотреть использование положений теории свидетельств для анализа надежности эксплуатируемых стальных конструкций покрытий.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Теория свидетельств (также называемая теорией Демпстера – Шефера, теорией случайных множеств и теорией функций доверия [10]) была предложена в работе Артура Демпстера [11] в 1967 г., а затем развита в исследовании Гленна Шефера [12] в 1976 г. как инструмент моделирования и обработки неточных (интервальных) экспертных оценок, измерений или наблюдений.

Пусть Ω является множеством, которое в теории свидетельств носит название «универсальное множество» или «фрейм различий» (frame of discernment). Фрейм различий обычно состоит из набора взаимоисключающих элементарных суждений, который аналогичен пространству конечных выборок в теории вероятностей. Пусть элементы выборки из Ω — неточные, т.е. представляют некоторый интервал (подмножество) A значений Ω . Пусть c_i означает количество наблюдаемых подмножеств $A_i \subseteq \Omega$; $P(\Omega)$ — множество всех Ω . Тогда частотная функция m (basic probability assignment — ВРА), условно характеризующая величину «вероятности», которая может быть присвоена подмножеству A , определяется как:

$$\begin{cases} m(A) \geq 0 \text{ для } A \in \Omega; \\ m(\emptyset) = 0; \\ \sum_{A \in P(\Omega)} m(A) = 1, \end{cases}$$

где $\emptyset$ — пустое множество.

Если $m(A_i) \geq 0$, т.е. подмножество A_i в качестве результата измерения было получено хотя бы один раз, то A_i называется фокальным элементом.

Одним из ключевых инструментов в теории свидетельств являются функции доверия и правдоподобия, которые могут быть определены следующим образом:

$$\begin{cases} \text{Bel}(A) = \sum_{A_i: A_i \subseteq A} m(A_i); \\ \text{Pl}(A) = \sum_{A_i: A_i \cap A \neq \emptyset} m(A_i), \end{cases} \quad (1)$$

где $\text{Bel}(A)$ — функция доверия (belief function) для A ; $\text{Pl}(A)$ — функция правдоподобия (plausibility function) для A .

Согласно работе [11] базовая вероятность (ВРА) может быть определена как $m(A_i) = c_i/N$. Данное определение можно использовать лишь при большом числе измерений/наблюдений N .

В публикации [10] отмечается, что функции доверия и правдоподобия можно использовать в качестве нижней и верхней границ распределения вероятностей случайной величины, информация о которой дана в виде фокальных элементов A_i совместно с ненулевыми базовыми вероятностями $m(A_i) \geq 0$. Пусть Ω — подмножество действительных чисел, ограниченных значениями Ω_* и Ω^* . Тогда нижняя $\underline{F}(x)$ и верхняя $\overline{F}(x)$ граничные функции распределения вероятностей случайной величины X , о которой имеются данные в виде интервалов A_i , принимают вид:

$$\begin{cases} \underline{F}(x) = \underline{P}(\omega \leq x) = \begin{cases} \sum_{i: \sup A_i \leq x} \frac{c_i}{N}, & \text{при } x < \Omega^*, \\ 1, & \text{при } x < \Omega^*; \end{cases} \\ \overline{F}(x) = \overline{P}(\omega \leq x) = \begin{cases} \sum_{i: \inf A_i \leq x} \frac{c_i}{N}, & \text{при } x > \Omega_*, \\ 0, & \text{при } x = \Omega_*, \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

где ω — элементарный исход.

Эти функции распределения являются границами для всех возможных функций распределения, которые совместимы с исходными данными [10]. Данные функции могут рассматриваться в рамках аппарата p -блоков [13].

Информация для анализа надежности может быть получена из различных источников в соответствии с разными методиками, инструментами или экспертными оценками. Например, для оценки предела прочности стали могут быть отобраны контрольные образцы для лабораторных испытаний (количество которых ограничено, но оценка результата более весомая), а на самой конструкции проведена оценка прочности стали неразрушающими методами, например методом исследования твердости стали [14]. В результате будем иметь два источника информации с подмножеством интервальных значений.

Одно из самых известных правил комбинирования свидетельств — правило комбинирования Демпстера. Введем обозначения базовых вероятностей (ВРА) фокальных элементов, полученных из источников 1 и 2, в виде:

$$m_1(A_i^{(1)}) = c_i^{(1)}/N_1; \quad m_2(A_j^{(2)}) = c_j^{(2)}/N_2.$$

Тогда комбинированная базовая вероятность вычисляется по формуле:

$$m_{12}(A) = \frac{1}{1 - K} \sum_{A_i^{(1)} \cap A_j^{(2)} = A} m_1(A_i^{(1)}) m_2(A_j^{(2)}),$$

где $K = \sum_{A_i^{(1)} \cap A_j^{(2)} = \emptyset} m_1(A_i^{(1)})m_2(A_j^{(2)})$ — коэффициент конфликтности.

Пример 1. Комбинация свидетельств Демпстера. Пусть по результатам испытаний различными приборами и подходами поступили данные о прочности стали из двух лабораторий. В табл. 1 приведены данные в формате: $A_i^{(1)}$, МПа, m_i — информация из первого источника (горизонтальная строка) и аналогично $A_j^{(2)}$, МПа, m_j — информация из второго источника (вертикальная строка).

Коэффициент конфликтности (пустые клетки в таблице) равен:

$$K = \sum_{A_i^{(1)} \cap A_j^{(2)} = \emptyset} m_1(A_i^{(1)})m_2(A_j^{(2)}) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12.$$

Тем не менее к правилу комбинации свидетельств Демпстера следует относиться осторожно, поскольку его использование может давать некорректные результаты в случае большого количества противоречивых данных, так как вводится предположение о том, что источники абсолютно надежны, независимы и предоставляют верные сведения. Правило Демпстера «ищет» то общее, что имеется в обоих источниках, и «отбрасывает» все, что различается в них.

Для преодоления данного недостатка были разработаны альтернативные правила комбинирования свидетельств: правило дисконтирования Шефера, правило Ягера [15], параметрическое семейство правил комбинирования Инагаки [16] и другие [17].

Правило дисконтирования Шефера подразумевает оценку надежности источника умножени-

ем базовой вероятности на коэффициент $\alpha \in [0; 1]$. Также используются новые базовые вероятности $m^{\alpha}(A) = (1 - \alpha)m(A)$. Если $\alpha = 0$ — источник абсолютно надежен и $m^{\alpha}(A) = m(A)$, и напротив, если $\alpha = 1$ — источник является абсолютно ненадежным и $m^{\alpha}(A) = 0$. Чтобы сумма базовых вероятностей равнялась 1, при дисконтировании вводится базовая вероятность всего множества Ω , т.е. $m^{\alpha}(\Omega) = \alpha + (1 - \alpha)m(\Omega)$.

Пример 2. Правило дисконтирования Шефера. Поступила информация о прочности стали (табл. 2) аналогично прошлому примеру.

В данном случае

$$K = m_1(A_1^{(1)})m_2(A_1^{(2)}) + m_1(A_2^{(1)})m_2(A_1^{(2)}) = 0,7 \cdot 1 + 0,3 \cdot 1 = 1.$$

Получить оценку по правилу комбинирования Демпстера невозможно. Используем правило дисконтирования. Пусть первая лаборатория имеет больший экспертный вес и $\alpha_1 = 0,1$, вторая лаборатория меньший — $\alpha_2 = 0,9$, тогда:

$$m_1^{\alpha_1}(A_1^{(1)}) = (1 - \alpha_1) \cdot m_1(A_1^{(1)}) = 0,9 \cdot 0,7 = 0,63;$$

$$m_1^{\alpha_1}(A_2^{(1)}) = (1 - \alpha_1) \cdot m_1(A_1^{(1)}) = 0,9 \cdot 0,3 = 0,27;$$

$$m_1^{\alpha_1}(\Omega) = \alpha_1 = 0,1;$$

$$m_2^{\alpha_2}(A_1^{(2)}) = (1 - \alpha_2) \cdot m_2(A_1^{(2)}) = 0,1 \cdot 1 = 0,1;$$

$$m_2^{\alpha_2}(\Omega) = \alpha_2 = 0,9.$$

После этого правило комбинирования Демпстера работает и можно вычислить функции доверия и правдоподобия.

Табл. 1. Пример данных о прочности стали из двух лабораторий

Table 1. Example of steel strength data from two laboratories

Данные из двух лабораторий Steel strength data from two laboratories	$A_1^{(1)} = [240; 250]$ МПа / MPa, $m_1(A_1^{(1)}) = 0,3$	$A_2^{(1)} = [245; 255]$ МПа / MPa, $m_1(A_2^{(1)}) = 0,3$	$A_3^{(1)} = [240; 245]$ МПа / MPa, $m_1(A_3^{(1)}) = 0,4$
$A_1^{(2)} = [235; 246]$ МПа / MPa, $m_2(A_1^{(2)}) = 0,4$	[240; 246] МПа / MPa	[245, 246] МПа / MPa	[240; 245] МПа / MPa
$A_2^{(2)} = [230; 240]$ МПа / MPa, $m_2(A_2^{(2)}) = 0,4$	240 МПа / MPa	∅	240 МПа / MPa
$A_3^{(2)} = [240; 245]$ МПа / MPa, $m_2(A_3^{(2)}) = 0,4$	[240; 245] МПа / MPa	245 МПа / MPa	[240; 245] МПа / MPa

Табл. 2. Пример данных о прочности стали из двух лабораторий

Table 2. Example of steel strength data from two laboratories

Данные из двух лабораторий Steel strength data from two laboratories	$A_1^{(1)} = [240; 250]$ МПа / MPa, $m_1(A_1^{(1)}) = 0,7$	$A_2^{(1)} = [245; 255]$ МПа / MPa, $m_1(A_2^{(1)}) = 0,3$
$A_1^{(2)} = [235; 239]$ МПа / MPa, $m_2(A_1^{(2)}) = 1$	∅	∅

ния прочности 245 МПа будут такими:

$$\begin{aligned} \text{Bel}(245 \text{ МПа}) &= m_{\text{yag}}(245 \text{ МПа}) = \\ &= q(245 \text{ МПа}) = m_1(A_2^{(1)})m_2(A_3^{(2)}) = \\ &= 0,3 \cdot 0,4 = 0,12; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pl}(245 \text{ MPa}) &= m_{Yag}(245 \text{ MPa}) + m_{Yag}(\emptyset) = \\ &= 0.12 + 0.12 = 0.24. \end{aligned}$$

Рассмотрим вариант использования теории свидетельств для анализа надежности элементов строительных конструкций. Пусть имеется математическая модель предельного состояния в виде:

$$g(X,Y) = Y - X \geq 0, \quad (3)$$

где X — характеристика нагрузки; Y — характеристика несущей способности.

Если случайные величины и представлены факторными элементами с базовыми вероятностями, то для двухмерного случая может быть получено графическое решение (рис. 1).

Пусть для несущей способности Y и для прочности X получено по 5 фокальных элементов с соответствующими базовыми вероятностями. В соответствии с правилом комбинирования свидетельств можно получить 25 фокальных элементов для функции предельного состояния $g(X, Y) = Y - X \geq 0$, где каждый фокальный элемент будет иметь соответствующую базовую вероятность. Например, по рис. 1:

$$m(A_1) = m(A_1^Y) \cdot m(A_1^X).$$

Вероятность реализации события $g(X,Y) < 0$ (вероятность отказа или вероятность превышения предельного состояния) можно интерпретировать через функции доверия и правдоподобия, как было отмечено выше. Если поверхность отказа (3) проходит через фокальный элемент или полностью его отсекает от области безопасности (оранжевые и красные элементы

Пример 3. Правило комбинирования Ягера. Рассмотрим данные из первого примера. Так как $q(\emptyset)$ вычисляется абсолютно так же, как коэффициент конфликтности в правиле Демпстера, то $q(\emptyset) = 0,12$. Тогда функции доверия и правдоподобия для значе-

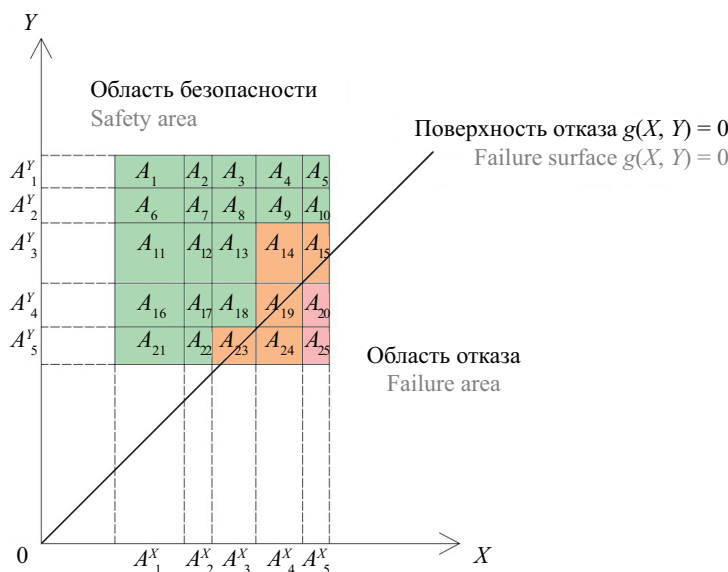


Fig. 1. Graphical method for assessing reliability using the theory of evidence

на рис. 1), то данный фокальный элемент принадлежит к функции доверия $Bel(g)$. Если поверхность отказа только отсекает элемент от области безопасности (красные элементы на рис. 1), то фокальный элемент принадлежит к функции правдоподобия $Pl(g)$.

Из рис. 1 видно, что вероятность отказа через функцию доверия (1) может быть вычислена как:

$$Bel(q) = m(A_{14}) + m(A_{15}) + m(A_{19}) + m(A_{20}) + m(A_{23}) + m(A_{24}) + m(A_{25}),$$

а через функцию правдоподобия (1) так:

$$Pl(g) = m(A_{20}) + m(A_{25}).$$

Тогда значение надежности (в показателе вероятности безотказной работы) может быть вычислено в интервальной форме следующим образом:

$$\begin{cases} \underline{P} = 1 - Bel(g); \\ \overline{P} = 1 - Pl(g). \end{cases} \tag{4}$$

Как было отмечено выше, зачастую данные испытаний могут быть неполными. Для более достоверной оценки надежности в работе [10] предлагается использовать расширенные функции доверия и правдоподобия на основе применения обобщенной модели Дирхле как одного из видов робастных моделей. В этом

случае верхнюю и нижнюю границы вероятности безотказной работы можно записать в виде:

$$\begin{aligned} P(A | c, s) &= \frac{N \cdot Bel(A)}{N + s} = \chi Bel(A) \text{ и} \\ \overline{P}(A | c, s) &= \frac{N \cdot Pl(A) + s}{N + s} = 1 - \chi [1 - Pl(A)], \end{aligned} \tag{5}$$

где N — число испытаний (наблюдений); s — параметр, характеризующий меру засорения, значением которого задаются, где введено обозначение $\chi = (1 + s/N)^{-1}$ и $\chi \in [0; 1]$.

Параметр меры засорения следует устанавливать из накопления эмпирических данных. В исследовании [18] рекомендуется назначать $s = 2$ для наиболее осторожного решения.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть необходимо оценить надежность элемента 3–5 фермы с расчетной схемой по рис. 2.

Для сокращения объема статьи приведем математическую модель предельного состояния стержня 3–5 по критерию устойчивости в виде [19]:

$$g(\tilde{\sigma}_{s,ult}, \tilde{N}) = \tilde{\sigma}_{s,ult} \cdot A \cdot \left(1,003 - \lambda^2 \frac{\tilde{\sigma}_{s,ult}}{E}\right) - \tilde{N} \geq 0, \tag{6}$$

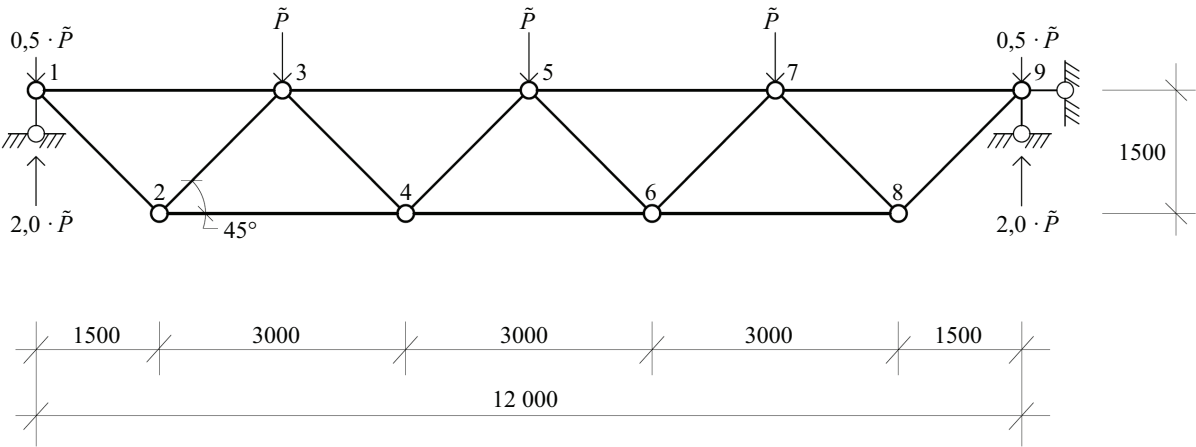


Рис. 2. Расчетная схема фермы
Fig. 2. Design diagram of the truss

Табл. 3. Исходные данные, плоский случай
Table 3. Input data, flat case

Данные о нагрузке элемента Element load data		Данные о прочности стали Steel strength data	
$A_{N,i}$, кН / kN	$m(A_{N,i})$	$A_{\sigma,i}$, МПа / MPa	$m(A_{\sigma,i})$
[207, 208]	0,05	[255, 260]	0,03
[208, 209]	0,05	[260, 265]	0,07
[209, 210]	0,20	[265, 270]	0,25
[210, 211]	0,35	[270, 275]	0,35
[211, 212]	0,30	[275, 280]	0,25
[212, 213]	0,05	[280, 285]	0,05

где $\tilde{\sigma}_{s,ult}$ — предел прочности стали (может быть принят как предел текучести); $\tilde{N}$ — усилие сжатия в элементе; A — площадь поперечного сечения стержня; λ — гибкость элемента; E — модуль упругости стали.

Пусть в результате испытаний и экспертной оценки были получены следующие фокальные элементы с базовыми вероятностями (табл. 3).

Также пусть известно, что сечение стержня $80 \times 80 \times 5$ по ГОСТ 30245–2012 «Профили стальные гнутые замкнутые сварные квадратные и прямоугольные для строительных конструкций» с параметрами: $A = 14,36 \text{ см}^2$, $i_x = 3,02 \text{ см}$.

По рис. 3 видно, что вероятность отказа через функцию доверия может быть вычислена как:

$$\begin{aligned} \text{Bel}(g) = & m(A_1) + m(A_2) + m(A_3) + m(A_7) + \\ & + m(A_8) + m(A_{13}) = 0,05 \cdot 0,03 + 0,05 \cdot 0,07 + \\ & + 0,05 \cdot 0,25 + 0,30 \cdot 0,03 + 0,30 \cdot 0,07 + \\ & + 0,35 \cdot 0,03 = 0,0580, \end{aligned}$$

а через функцию правдоподобия как:

$$\text{Pl}(g) = m(A_1) = 0,05 \cdot 0,03 = 0,0015.$$

Исходя из формулы (4), надежность стержня может быть представлена в виде интервала значений $P \in [1 - 0,0580; 1 - 0,0015] = [0,9420; 0,9985]$.

Данный расчет действителен и для статически неопределимых конструкций. Решив задачу методом сил в аналитической форме, можно выразить усилие в стержне через функцию от нагрузки, после чего решение сведется к указанному выше алгоритму.

Рассмотрим случай с тремя случайными величинами. В исходных данных площадь сечения также будет представлена фокальными элементами с базовыми вероятностями (табл. 4).

Решение может быть представлено в трехмерном виде (рис. 4).

Расчет надежности также можно выполнить графическим методом. Поверхность отказа — синяя криволинейная поверхность, оранжевые и красные

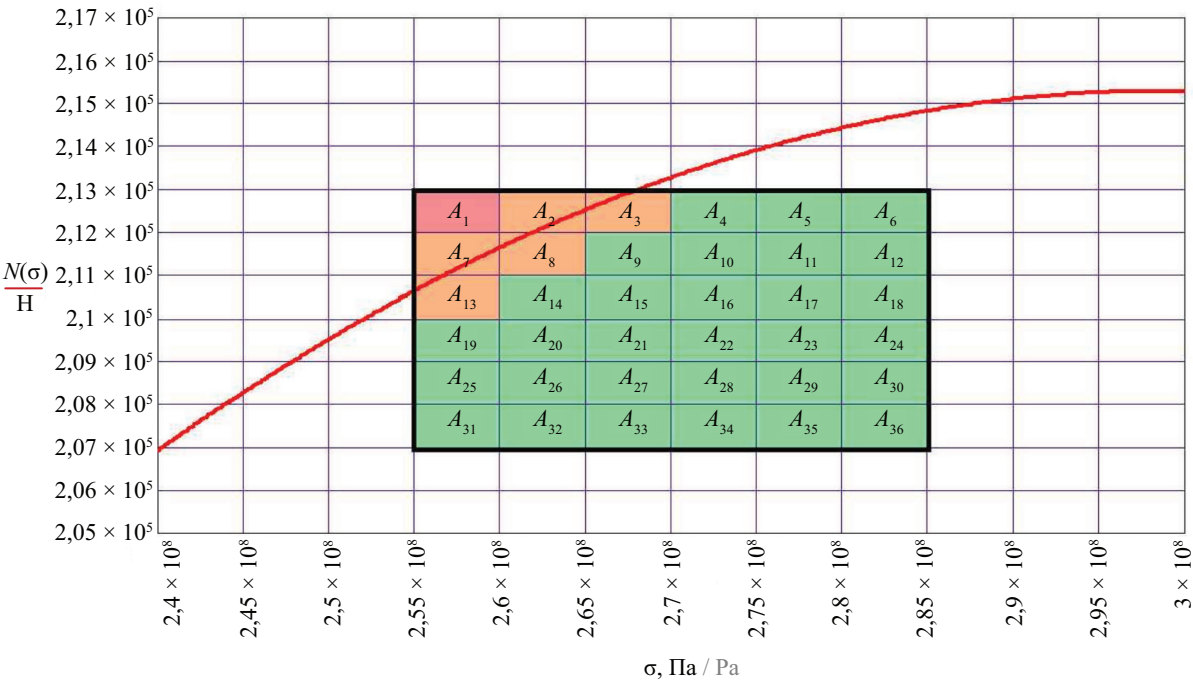


Рис. 3. Графический способ определения надежности для численного примера для двухмерного случая

Fig. 3. Graphical method for determining reliability for the numerical example for a two-dimensional case

Табл. 4. Исходные данные, трехмерный случай

Table 4. Input data, three-dimensional case

Данные о нагрузке элемента Element load data		Данные о прочности стали Steel strength data		Данные о площади сечения элемента Element cross-sectional area data	
$A_{N,i}$, кН / kN	$m(A_{N,i})$	$A_{\sigma,i}$, МПа / MPa	$m(A_{\sigma,i})$	$A_{A,i}$, см ² / cm ²	$m(A_{A,i})$
[207, 208]	0,05	[255, 260]	0,03	[12,69; 13,85]	0,01
[208, 209]	0,05	[260, 265]	0,07	[13,85; 14,11]	0,02
[209, 210]	0,20	[265, 270]	0,25	[14,11; 14,36]	0,20
[210, 211]	0,35	[270, 275]	0,35	[14,36; 14,54]	0,55
[211, 212]	0,30	[275, 280]	0,25	[14,54; 14,84]	0,20
[212, 213]	0,05	[280, 285]	0,05	[14,84; 15,52]	0,02

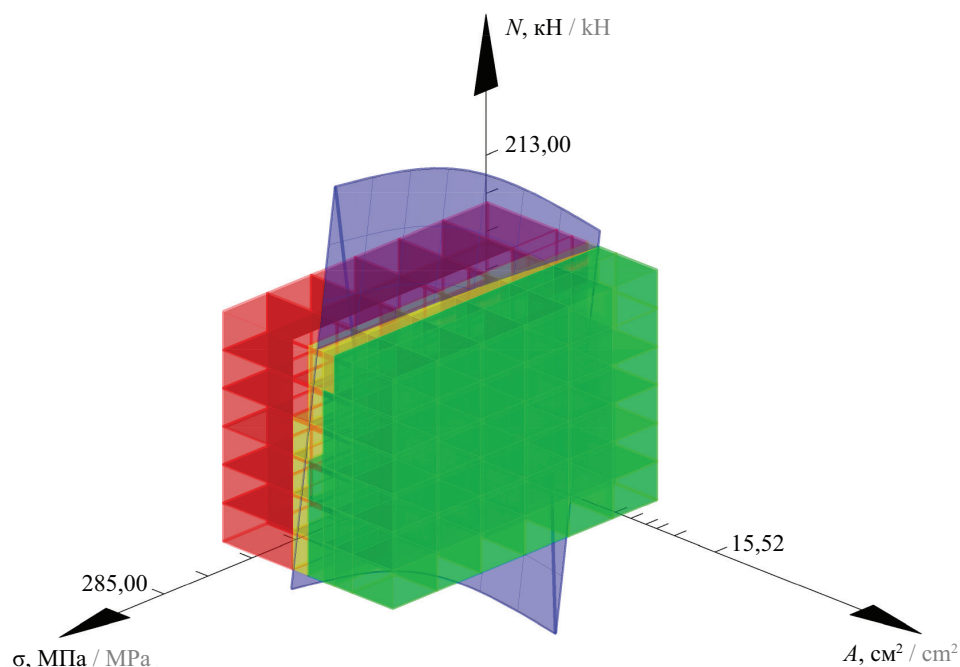


Рис. 4. Графический способ определения надежности для численного примера для трехмерного случая

Fig. 4. Graphical method for determining reliability for a numerical example for a three-dimensional case

фокальные элементы принадлежат функции доверия $Bel(g)$, красные элементы принадлежат функции правдоподобия $Pl(g)$.

Для данного расчетного случая получилось: $Bel(g) = 0,278$, $Pl(g) = 0,02$, надежность стержня $P \in [1 - 0,278; 1 - 0,020] = [0,722; 0,980]$.

При необходимости анализа надежности с четырьмя и более случайными величинами могут быть использованы более комплексные алгоритмы анализа надежности [20].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Эффективным инструментом исследования надежности в практических инженерных задачах является теория свидетельств (теория Демпстера – Шефера), так как она позволяет математически обоснованно оценивать границы вероятности безотказной работы при интервальной оценке малой выборки случайных величин и с различными источниками неопределенности данных, в то время как анализ классическими вероятностно-статистическими методами становится невозможен.

При использовании теории свидетельств необходимо подбирать корректное для расчетного случая

правило комбинирования свидетельств, что позволит получить более достоверную оценку надежности. Дополнительным преимуществом теории свидетельств является возможность комбинации оценок случайной величины, полученных по различным методикам, различными инструментами и экспертами.

Результат расчета надежности представлен в интервальной форме вследствие необходимости моделирования эпистемологической неопределенности данных. Повышение количества и качества статистической информации позволит получить более узкий (информативный) интервал оценки надежности. Тем не менее даже при ограниченной информации можно получить представление о границе надежности по ее нижней оценке, которую можно увеличить за счет усиления элемента, более детального вероятностного обследования или ограничения эксплуатационной нагрузки на элемент.

Учитывая большее количество недетерминированных величин в расчете, инженер получает более достоверное и осторожное решение. При учете площади сечения как случайной величины надежность стержня по расчету на устойчивость оказалась на 23 % меньше (нижняя граница надежности), чем в аналогичном расчете с детерминированным значением.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Keshtegar B., Kisi O. M5 model tree and Monte Carlo simulation for efficient structural reliability analysis // *Applied Mathematical Modelling*. 2017. Vol. 48. Pp. 899–910. DOI: 10.1016/j.apm.2017.02.047

2. De Angelis M., Patelli E., Beer M. Advanced line sampling for efficient robust reliability analysis // *Structural Safety*. 2015. Vol. 52. Pp. 170–182. DOI: 10.1016/j.strusafe.2014.10.002

3. *Teixeira R., Nogal M., O'Connor A.* Adaptive approaches in metamodel-based reliability analysis : a review // *Structural Safety*. 2021. Vol. 89. P. 102019. DOI: 10.1016/j.strusafe.2020.102019
4. *Qiu Z., Huang R., Wang X., Qi W.* Structural reliability analysis and reliability-based design optimization: Recent advances // *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*. 2013. Vol. 56. Issue 9. Pp. 1611–1618. DOI: 10.1007/s11433-013-5179-1
5. *Huang H.Z., He L., Liu Y., Xiao N.C., Li Y.F., Wang Z.* Possibility and evidence-based reliability analysis and design optimization // *American Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2013. Vol. 6. Issue 1. Pp. 95–136. DOI: 10.3844/ajeassp.2013.95.136
6. *Соловьев С.А., Инькова Ю.А., Соловьева А.А.* Вероятностная оценка надежности деревянных стропильных конструкций при неполной статистической информации // *Региональная архитектура и строительство*. 2023. № 2 (55). С. 77–84. DOI: 10.54734/20722958_2023_2_77. EDN CTLCMJ.
7. *Jian W., Zhili S., Qiang Y., Rui L.* Two accuracy measures of the Kriging model for structural reliability analysis // *Reliability Engineering & System Safety*. 2017. Vol. 167. Pp. 494–505. DOI: 10.1016/j.ress.2017.06.028
8. *Jiang C., Bi R.G., Lu G.Y., Han X.* Structural reliability analysis using non-probabilistic convex model // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2013. Vol. 254. Pp. 83–98. DOI: 10.1016/j.cma.2012.10.020
9. *Pavlov M.V., Karpov D.F., Sinitsyn A.A., Gudkov A.G.* Winter greenhouse combined heating system // *Magazine of Civil Engineering*. 2020. № 3 (95). Pp. 131–139. DOI: 10.18720/MCE.95.12. EDN LVTHOB.
10. *Уткин Л.В.* Анализ риска и принятие решений при неполной информации : монография. СПб. : Наука, 2007. EDN QJTBEZ.
11. *Dempster A.P.* Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping // *Classic works of the Dempster-Shafer theory of belief functions*. 2008. Pp. 57–72. DOI: 10.1007/978-3-540-44792-4_3
12. *Shafer G.* A mathematical theory of evidence. Princeton University Press, 1976. DOI: 10.1515/9780-691214696
13. *Соловьев С.А., Соловьева А.А.* Методы оценки надежности стальных ферм с использованием Р-блоков. Вологда : Вологодский государственный университет, 2022. 143 с. EDN YRCEMR.
14. *Улыбин А.В., Султеев Т.М., Давыдов О.И., Богачев А.С.* Оценка класса прочности болтов по измерению твердости стали // *Обследование зданий и сооружений: проблемы и пути их решения : мат. VI Междунар. науч.-практ. конференции*. 2015. С. 172–178. EDN UYTGMX.
15. *Yager R.R.* On the Dempster-Shafer framework and new combination rules // *Information Sciences*. 1987. Vol. 41. Issue 2. Pp. 93–137. DOI: 10.1016/0020-0255(87)90007-7
16. *Inagaki T.* Interdependence between safety-control policy and multiple-sensor schemes via Dempster-Shafer theory // *IEEE Transactions on Reliability*. 1991. Vol. 40. Issue 2. Pp. 182–188. DOI: 10.1109/24.87125
17. *Sentz K., Ferson S.* Combination of evidence in Dempster-Shafer theory. 2002. DOI: 10.2172/800792
18. *Bernard J.M.* Analysis of Local or Asymmetric Dependencies in Contingency Tables using the Imprecise Dirichlet Model // *Proceedings of the Third International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications*. 2003.
19. *Соловьев С.А., Иньков А.Э., Соловьева А.А.* Метод расчета надежности шарнирно-стержневых систем при интервальной оценке случайных величин // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2022. № 3 (302). С. 28–34. DOI: 10.37538/0039-2383.2022.3.28.34. EDN IYURCQ.
20. *Jiang C., Zhang Z., Han X., Liu J.* A novel evidence-theory-based reliability analysis method for structures with epistemic uncertainty // *Computers & Structures*. 2013. Vol. 129. Pp. 1–12. DOI: 10.1016/j.compstruc.2013.08.007

Поступила в редакцию 22 февраля 2024 г.

Принята в доработанном виде 17 апреля 2024 г.

Одобрена для публикации 6 мая 2024 г.

ОБ АВТОРАХ: **Сергей Александрович Соловьев** — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, Инженерно-строительный институт; **Вологодский государственный университет (ВоГУ)**; 160000 г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 821778, Scopus: 57215081781, ResearcherID: AAJ-1708-2020, ORCID: 0000-0001-7083-7963; solovevsa@vogu35.ru;

Александр Эдуардович Иньков — аспирант, преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Инженерно-строительный институт; **Вологодский государственный университет (ВоГУ)**; 160000 г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 1148205, Scopus: 58286195500, ResearcherID: AGO-6637-2022, ORCID: 0000-0002-7034-8606; inkovae@vogu35.ru;

Анастасия Андреевна Соловьева — аспирант, старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Инженерно-строительный институт; **Вологодский государственный университет (ВоГУ)**; 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 1090512, Scopus: 57223210877, ResearcherID: ABG-1982-2021, ORCID: 0000-0002-5285-5882; soloveva@vogu35.ru;

Владимир Александрович Смирнов — кандидат технических наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; РИНЦ ID: 635890, Scopus: 57200044361, ResearcherID: N-6846-2016, ORCID: 0000-0001-5679-9542; belohvost@list.ru.

Вклад авторов:

Соловьев С.А. — научное руководство, концепция исследования, написание исходного текста, итоговые выводы.

Иньков А.Э. — доработка текста, составление схем и рисунков, расчеты, итоговые выводы.

Соловьева А.А. — доработка текста, подбор литературы, итоговые выводы.

Смирнов В.А. — доработка текста, подбор литературы, итоговые выводы.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Keshtegar B., Kisi O. M5 model tree and Monte Carlo simulation for efficient structural reliability analysis. *Applied Mathematical Modelling*. 2017; 48:899-910. DOI: 10.1016/j.apm.2017.02.047
2. De Angelis M., Patelli E., Beer M. Advanced line sampling for efficient robust reliability analysis. *Structural Safety*. 2015; 52:170-182. DOI: 10.1016/j.strusafe.2014.10.002
3. Teixeira R., Nogal M., O'Connor A. Adaptive approaches in metamodel-based reliability analysis : a review. *Structural Safety*. 2021; 89:102019. DOI: 10.1016/j.strusafe.2020.102019
4. Qiu Z., Huang R., Wang X., Qi W. Structural reliability analysis and reliability-based design optimization: Recent advances. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*. 2013; 56(9):1611-1618. DOI: 10.1007/s11433-013-5179-1
5. Huang H.Z., He L., Liu Y., Xiao N.C., Li Y.F., Wang Z. Possibility and evidence-based reliability analysis and design optimization. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2013; 6(1):95-136. DOI: 10.3844/ajeassp.2013.95.136
6. Solovev S.A., Inkova Yu.A., Soloveva A.A. Probabilistic assessment of wooden rafters structural reliability with incomplete statistical data. *Regional Architecture and Engineering*. 2023; 2(55):77-84. DOI: 10.54734/20722958_2023_2_77. EDN CTLCMJ. (rus.).
7. Jian W., Zhili S., Qiang Y., Rui L. Two accuracy measures of the Kriging model for structural reliability analysis. *Reliability Engineering & System Safety*. 2017; 167:494-505. DOI: 10.1016/j.ress.2017.06.028
8. Jiang C., Bi R.G., Lu G.Y., Han X. Structural reliability analysis using non-probabilistic convex model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2013; 254:83-98. DOI: 10.1016/j.cma.2012.10.020
9. Pavlov M.V., Karpov D.F., Sinitsyn A.A., Gudkov A.G. Winter greenhouse combined heating system. *Magazine of Civil Engineering*. 2020; 3(95):131-139. DOI: 10.18720/MCE.95.12. EDN LVTHOB.
10. Utkin L.V. *Risk analysis and decision making with incomplete information*. St. Petersburg, Nauka, 2007. EDN QJTBEZ. (rus.).
11. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Classic works of the Dempster-Shafer theory of belief functions*. 2008; 57-72. DOI: 10.1007/978-3-540-44792-4_3
12. Shafer G. *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press, 1976. DOI: 10.1515/9780-691214696
13. Solov'yev S. A., Solov'yeva A.A. *Methods for assessing the reliability of steel trusses using P-boxes*. Vologda, Vologda State University, 2022; 143. EDN YRCEMR. (rus.).
14. Ulybin A.V., Sulteev T.M., Davydov O.I., Bogachev A.S. The evaluation of bolts strength using hardness measurement. *Inspection of buildings and structures: problems and ways to solve them : materials of the VI International Scientific and Practical Conference*. 2015; 172-178. EDN UYTGMX. (rus.).
15. Yager R.R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules. *Information Sciences*. 1987; 41(2):93-137. DOI: 10.1016/0020-0255(87)90007-7
16. Inagaki T. Interdependence between safety-control policy and multiple-sensor schemes via Dempster-Shafer theory. *IEEE Transactions on Reliability*. 1991; 40(2):182-188. DOI: 10.1109/24.87125
17. Sentz K., Ferson S. *Combination of evidence in Dempster-Shafer theory*. 2002. DOI: 10.2172/800792
18. Bernard J.M. Analysis of local or asymmetric dependencies in contingency tables using the imprecise dirichlet model. *Proceedings of the Third International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Applications*. 2003.
19. Solovev S.A., Inkov A.E., Soloveva A.A. A method for structural reliability analysis of trusses with interval uncertainty of random variables. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2022; 3(302):28-34. DOI: 10.37538/0039-2383.2022.3.28.34. EDN IYURCQ. (rus.).
20. Jiang C., Zhang Z., Han X., Liu J. A novel evidence-theory-based reliability analysis method for structures with epistemic uncertainty. *Computers & Structures*. 2013; 129:1-12. DOI: 10.1016/j.compstruc.2013.08.007

Received February 22, 2024.

Adopted in revised form on April 17, 2024.

Approved for publication on May 6, 2024.

B I O N O T E S : **Sergey A. Solov'ev** — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor in the Department of Industrial and Civil Construction, Institute of Civil Engineering; **Vologda State University (VSU)**; 15 Lenina st., Vologda, 160000, Russian Federation; ID RSCI: 821778, Scopus: 57215081781, ResearcherID: AAJ-1708-2020, ORCID: 0000-0001-7083-7963; solovevsa@vogu35.ru;

Aleksandr E. In'kov — postgraduate student, lecturer in the Department of Industrial and Civil Construction, Institute of Civil Engineering; **Vologda State University (VSU)**; 15 Lenina st., Vologda, 160000, Russian Federation; ID RSCI: 1148205, Scopus: 58286195500, ResearcherID: AGO-6637-2022, ORCID: 0000-0002-7034-8606; inkovae@vogu35.ru;

Anastasiya A. Solov'eva — postgraduate student, senior lecturer in the Department of Industrial and Civil Construction, Institute of Civil Engineering; **Vologda State University (VSU)**; 15 Lenina st., Vologda, 160000, Russian Federation; ID RSCI: 1090512; Scopus: 57223210877, ResearcherID: ABG-1982-2021, solovevaaa@vogu35.ru;

Vladimir A. Smirnov — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural and Technical Mechanics; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ID RSCI: 635890; Scopus: 57200044361, ResearcherID: N-6846-2016, ORCID: 0000-0001-5679-9542; belohvost@list.ru.

Contribution of the authors:

Sergey A. Solov'ev — scientific guidance, research concept, writing the original text, final conclusions.

Aleksandr E. In'kov — revision of the text, drawing up diagrams and drawings, calculations, final conclusions.

Anastasiya A. Solov'eva — revision of the text, selection of literature, final conclusions.

Vladimir A. Smirnov — revision of the text, selection of literature, final conclusions.

The authors declare that they have no conflicts of interest.